

**GENİŞLETİLMİŞ VARYASYONEL İTERASYON YÖNTEMİ İLE
BAZI LİNEER OLMAYAN PROBLEMLERİN ÇÖZÜMÜ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Özlem ÖKSÜZER

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Mustafa İNÇ

OCAK - 2012

T.C.
FIRAT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

GENİŞLETİLMİŞ VARYASYONEL İTERASYON YÖNTEMİ İLE
BAZI LİNEER OLMAYAN PROBLEMLERİN ÇÖZÜMÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ
Özlem ÖKSÜZER

091121112

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih: 19.12.2011

Tezin Savunulduğu Tarih: 05.01.2012

Tez Danışmanı : Doç. Dr. Mustafa İNÇ (F.Ü)
Diğer Jüri Üyeleri : Yrd. Doç. Dr. Reşat YILMAZER (F.Ü)
Yrd. Doç. Dr. Ünal İÇ (F.Ü)

OCAK - 2012

ÖNSÖZ

Çalışmalarım boyunca değerli yardım ve katkılarıyla beni yönlendiren, tez konusunun belirlenilmesi, yazılması ve sonuçlandırılması sürecinde gerekli bütün imkanları sağlayarak bana yardımcı olan, her zaman yakın ilgi ve imkanlarını esirgemeyen çok kıymetli hocam; Sayın Doç. Dr. Mustafa İNÇ (F.Ü) 'e şükranlarımı sunmayı bir borç bilir, saygılarımı sunarım.

Özlem ÖKSÜZER

ELAZIĞ - 2011

İÇİNDEKİLER

Sayfa No

ÖNSÖZ.....	II
İÇİNDEKİLER.....	III
ÖZET	IV
SUMMARY.....	V
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	VI
TABLolar LİSTESİ.....	VIII
SEMBOLLER LİSTESİ.....	IX
1. GİRİŞ.....	1
2. TEMEL TANIM VE TEOREMLER	2
3. VARYASYONEL İTERASYON METODU.....	8
3.1. Varyasyonel İterasyon Metodunun Temel Yapısı	8
3.2. Genişletilmiş Varyasyonel İterasyon Metodunun Temel Yapısı.....	10
4. ISI AKIŞI PROBLEMİ.....	11
4.1. Sonuç.....	25
5. KANAT PROBLEMİ.....	26
5.1. Sonuç.....	35
KAYNAKLAR	36
ÖZGEÇMİŞ	39

ÖZET

Bu çalışma beş bölümden oluşmaktadır.

İlk bölümde; lineer olmayan problemler ve pertürbasyon teknikleri hakkında bilgi ve rılmıştır.

İkinci bölümde; uygulamalı matematikte ve tezde sık sık kullanılan bazı temel tanım ve teoremler verilmiştir.

Üçüncü bölümde; Varyasyonel İterasyon ve Genişletilmiş Varyasyonel İterasyon metodunun tarihçesi ve temel yapısı verilmiştir.

Dördüncü bölümde; Genişletilmiş Varyasyonel İterasyon metoduna, gözenekli bir ortamda yerleştirilmiş dikey bir koni hakkın da, yüzey ısı akışı olarak tanımlanan Darcy akışının doğal ısı nakli için başvuruldu ve bazı çözümlerle karşılaştırma yapıldı.

Beşinci bölümde; Genişletilmiş Varyasyonel İterasyon metoduna, ısı iletim katsayısına bağlı sıcaklık ile düz kanatların etkisini çözmek ve kanat içindeki sıcaklık dağılımını açıklamak için başvuruldu, bazı çözümlerle karşılaştırma yapıldı.

Anahtar Kelimeler: Varyasyonel İterasyon Metodu (VIM), Genişletilmiş Varyasyonel İterasyon Metodu (MVIM), Homotopi Analiz Metodu (HAM), Homotopi Pertürbasyon Metodu (HPM), Adomian Ayrışım Metodu (ADM), Nümerik Metod.

SUMMARY

Solution of Some Nonlinear Problems with Modified Variational Iteration Method

This thesis consist of five chapters.

In the first chapter; information was given about nonlinear problems and perturbation techniques.

In the second chapter; some fundamental definitions and theorems, often used in applied mathematics and thesis, were given.

In the third chapter; the history and basic structure of variational iteration and modified variational iteration method were given.

In the fourth chapter; modified variational iteration method has been applied for natural convection of Darcian fluid about a vertical full cone embedded in pours media prescribed surface heat flux and have made a comparision with other solutions.

In the fifth chapter; modified variational iteration method has been applied to evaulate the efficiency of straight fins with temperature-dependent thermal conductivity and to determine the temperature distribution within the fin and have made a comparision with other solutions.

Key Words: Variational Iteration Method (VIM), Modified Variational Iteration Method (MVIM), Homotopy Analysis Method (HAM), Homotopy Perturbation Method (HPM), Adomian Decomposition Method (ADM), Nümeric Method.

ŞEKİLLER LİSTESİ

Sayfa No

Şekil 1. (a) İsmi kesik koni üzerindeki sınır bölgesi için koordinat sistemi, (b) $x_0 = 0$ da tam koni	12
Şekil 2. ω yakınsaklık kontrol parametresinin $f(\eta)$ için $(-10, 10)$ aralığındaki durumu	16
Şekil 3. ω yakınsaklık kontrol parametresinin $f'(\eta)$ için $(-10, 10)$ aralığındaki durumu	17
Şekil 4. $\mu = 0$ iken, ω' nin $f'(1)$, $f'(2)$, $f'(3)$ için $(-5, 5)$ aralığındaki durumu	17
Şekil 5. $\mu = 0.25$ iken, ω' nin $f'(1)$, $f'(2)$, $f'(3)$ için $(-5, 5)$ aralığındaki durumu	18
Şekil 6. $\mu = 0.5$ iken, ω' nin $f'(1)$, $f'(2)$, $f'(3)$ için $(-5, 5)$ aralığındaki durumu	18
Şekil 7. $\mu = 1$ iken, ω' nin $f'(1)$, $f'(2)$, $f'(3)$ için $(-5, 5)$ aralığındaki durumu	19
Şekil 8. $\omega = 0.1$ iken $f'(\eta)$ için μ nin farklı değerlerindeki durumu	21
Şekil 9. $\mu = 0.25$, $h = -0.7$, $\omega = 0.9$ iken $f'(\eta)$ için HAM, MVIM ve Nümerik değer arasındaki karşılaştırma	21
Şekil 10. $\omega = 0.01$ iken $f'(\eta)$ için μ nin farklı değerlerindeki durumu	23
Şekil 11. $\mu = 0.75$, $h = -0.5$, $\omega = 0.01$ için HAM, MVIM ve Nümerik değer arasındaki karşılaştırma	23
Şekil 12. (a) $\mu = 0.5$ iken $f(\eta)$ çözüm serisi için ω yardımcı parametresinin değerini gösteren grafik	24
Şekil 13. (b) $\mu = 1$ iken $f(\eta)$ çözüm serisi için ω yardımcı parametresinin değerini gösteren grafik	24
Şekil 14. Isı akışının şematik gösterimi	26
Şekil 15. ω' nin $u(\tau)$ için $(-10, 10)$ aralığındaki durumu	29
Şekil 16. $\varepsilon = 2$, $C = 0.9$, $N = 3$ iken ω' nin $u(0.5)$ deki grafiği	30
Şekil 17. $\varepsilon = 2$, $C = 0.9$, $N = 3$ iken ω' nin $u'(0.5)$ deki grafiği	31
Şekil 18. $\varepsilon = 0.5$, $C = 0.9$, $N = 3$ iken ω' nin $u''(0.5)$ deki grafiği	31
Şekil 19. $\varepsilon = -1$, $C = 0.9$, $N = 5$ iken HAM, ADM, HPM ve MVIM arasındaki karşılaştırma	32
Şekil 20. $\varepsilon = -2$, $C = 0.9$, $N = 2.5$ iken HAM, ADM, HPM VE MVIM arasındaki karşılaştırma	33

Şekil 21. Çözüm serisinde $\varepsilon = 1$, $C = 0.5$, $N = 1$ alınarak elde edilen yakınsaklık aralığı.	33
Şekil 22. Çözüm serisinde $\varepsilon = 2$, $C = 0.5$, $N = 3$ alınarak elde edilen yakınsaklık aralığı.	34

TABLÖLAR LİSTESİ

Sayfa No

Tablo 1. $\mu = 0.25$ iken HAM'nun $f'(\eta)$ için 20. adımdaki değeri, $\omega = 0.9$ ile MVIM'nun $f'(\eta)$ için 3.adımdaki değeri ve Nümerik değer arasındaki karşılaştırma. . .	20
Tablo 2. $\mu = 0.25$ iken HAM'nun $f'(\eta)$ için 20. adımdaki değeri, $\omega = 0.01$ ile MVIM'nun $f'(\eta)$ için 3.adımdaki değeri ve Nümerik değer arasındaki karşılaştırma.	22
Tablo 3. $\varepsilon = -1, C = 0.9, N = 5$ iken HAM, ADM, HPM ve MVIM arasındaki karşılaştırma.	30
Tablo 4. $\varepsilon = -2, C = 0.9, N = 2.5$ iken HAM, ADM, HPM ve MVIM arasındaki karşılaştırma.	32

SEMBOLLER LİSTESİ

Ra_x	: Rayleigh sayısı
Nu	: Nusselt sayısı
δ	: Varyasyonel operatör
λ	: Lagranç Çarpanı
T	: Sıcaklık (K)
T_∞	: Çevre ısısı
T_w	: Duvar ısısı
Ψ	: Akım fonksiyonu
A_c	: Yüzeyin (m^2) enine kesit alanı
q_w	: Yüzey ısı akışı
r	: Koninin yarıçapı
N	: Termo-geometrik yüzey parametresi
Q	: Isı-transfer oranı (W)
ε	: Isı iletkenliğini tanımlayan boyutsuz parametre
k	: Isı iletim katsayısı [$Wm^{-1}K^{-1}$]
b	: Yüzey uzunluğu
h	: Isı transfer katsayısı
μ	: Tanımlı sabit
u, v	: x, y eksenleri boyunca hız vektörü
x, y	: Kartezyen koordinat sistemi

1. GİRİŞ

Dünyadaki bir çok fiziksel olay lineer olmayan denklemlerle tanımlanabilir. Lineer olmayan doğal olaylar, fizik ve uygulamalı matematikte önemli bir rol oynar. Lineer olmayan denklemler için aşikar çözümler önemli temel oluşturur. Lineer olmayan denklemler için elde edilen aşikar çözümler için farklı metodlar geliştirilmiştir. Lineer olmayan saçılım denklemler için ilerleyen dalga çözümlerinin araştırılması, lineer olmayan fiziksel doğal olayların çalışılmasında önemli bir problemidir. Dalga doğal olayları; akışkan dinamikler, plazma, elastik ortamlar, optik lifler vb. bir çok konuda gözlemlenmiştir. Geçtiğimiz yıllarda hem matematikçiler hemde fizikçiler bu yönde önemli ilerlemeler kaydettiler. Bununla birlikte lineer problemlerin çözümü yüksek hesaplama yapabilen bilgisayarlarla daha kolay elde edilirken, lineer olmayan problemlerin çözümü için aynı durum söz konusu değildir. Özellikle lineer olmayan bir problemin sayısal değerinin analitik yaklaşımından farklı olduğu çok sık karşılaşılan bir durumdur. Bu nedenle lineer olmayan denklemlerin çözümlerini elde edebilmek için Mathematica, Maple vb. paket programlar kullanılır. Son zamanlarda lineer olmayan problemlerin çözümleri için bir çok yarı analitik teknik bulunmuştur. Yarı analitik yöntemlerde çözüm serilerinin yakınsaklık bölgesi çoğu zaman fiziksel parametrelere bağlıdır. Bu tür metodlar arasında en iyi bilinenleri pertürbasyon teknikleridir. Pertürbasyon teknikleri lineer olmayan denklemlerin bir çok özelliğinin ortaya çıkmasında etkin olduğundan çok iyi bilinirler ve geniş bir uygulama alanına sahiptirler. Pertürbasyon teknikleri aslında, pertürbasyon niceliği olarak adlandırılan küçük veya büyük parametrelerin bulunması ve denklemden kullanılması ile metodun temelini oluşturur. Klasik tekniklerin aksine lineer olmayan denklemler; bir pertürbasyon tekniği olan VIM, HPM ve ADM kullanılarak, lineerleştirme yapmaksızın ve hassas dönüşümler kullanılmaksızın kolayca çözülmüştür [5-7, 10-13, 16-25].

2. TEMEL TANIM VE TEOREMLER

Tanım 2.1

İçinde türev veya diferensiyel bulunduran denklemlere diferensiyel denklem denir. Bir başka ifadeyle bir veya daha fazla bağımsız değişkenli bir fonksiyon ile bu fonksiyonun bağımsız değişkenlere göre türevleri arasında verilmiş bağıntıya diferensiyel denklem denir [1].

Diferensiyel denklemler fen ve mühendisliğin çeşitli alanlarında, roket, uydu ve gezegenlerin hareketlerinin incelenmesinde, bir elektrik devresindeki akım ve voltajın tespitinde, ısı transferi problemlerinde, titreşim problemlerinde, vs. ortaya çıkar.

Diferensiyel denklemler; adi diferensiyel denklemler ve kısmi diferensiyel denklemler olmak üzere iki sınıfta incelenir.

Tanım 2.2

Bir bağımlı değişken ve bir bağımsız değişkenden oluşan, bağımlı değişkenin bağımsız değişkene göre çeşitli mertebeden adi türevlerini kapsayan denklemlere, adi diferensiyel denklem denir. Genel olarak;

$$f\left(x, y, \frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}, \dots, \frac{d^ny}{dx^n}\right) = 0,$$

şeklinde gösterilir. Burada x bağımsız, y bağımlı değişkendir [1].

Tanım 2.3

İçinde en az iki bağımsız ve en az bir bağımlı değişken ile bağımlı değişkenin bağımsız değişkenlere göre çeşitli basamaklardan kısmi türevlerini kapsayan denklemlere kısmi diferensiyel denklem denir [2]. Genel olarak;

$$f\left(x, y, z, z_x, z_y, z_{xx}, z_{yy}, z_{xy}, \dots\right) = 0,$$

şeklinde gösterilir. Burada x ve y bağımsız, z bağımlı değişken olmak üzere,

$$z_x = \frac{\partial z}{\partial x}, z_y = \frac{\partial z}{\partial y}, z_{xx} = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, z_{yy} = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}, z_{xy} = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y},$$

şeklindedir.

Tanım 2.4

Bir diferensiyel denklemde bulunan en yüksek mertebeden türeve, o denklemin mertebesi (basamağı) denir [2].

Tanım 2.5

Bir diferensiyel denklemde bulunan en yüksek mertebeden türevin kuvvetine o denklemin derecesi denir [2].

Tanım 2.6

Bir diferensiyel denklemde bağımlı değişken ve türevlerinin kuvveti bir ve katsayıları sabit yada bağımsız değişken türünden ise bu denkleme lineer denklem, aksi takdirde lineer olmayan denklem denir [2].

Tanım 2.7

$$a_1 y^{(n)} + a_2 y^{(n-1)} + \dots + a_n y = f(x),$$

ifadesinde $f(x) = 0$ ise bu diferensiyel denkleme homojen diferensiyel denklem, $f(x) \neq 0$ ise bu diferensiyel denkleme homojen olmayan diferensiyel denklem denir [1].

Tanım 2.8

Verilen denklemi özdeş olarak sağlayan her $y = f(x)$ fonksiyonuna çözüm denir [2].

Tanım 2.9

Denklemin mertebesi kadar keyfi sabit ihtiva eden ve denklemi özdeş olarak sağlayan fonksiyona genel çözüm denir [2].

Genel çözümdeki keyfi sabitlerin seçimi ile elde edilen çözüme özel çözüm denir [2].

Genel çözümdeki keyfi sabitlerin seçimi ile elde edilemeyen denklemi özdeş olarak sağlayan çözüme tekil veya aykırı çözüm denir [2].

Tanım 2.10

Bir diferensiyel denklem, denklemde bulunan en yüksek basamaktan türevlere göre lineer ise bu denklem yarı-lineer (kuasi-lineer) adını alır [2].

Tanım 2.11

Bir diferensiyel denklem yarı-lineer ve denklemde görülen en yüksek basamaktan türevlerin katsayıları yalnızca bağımsız değişkenlerin fonksiyonları ise bu denkleme hemen hemen lineerdir denir [2].

Tanım 2.12

Diferensiyel denklemde bilinmeyen fonksiyon ve türevleri üzerinde bağımsız değişkenin aynı değerleri için verilen şartlar altında çözümlenen probleme başlangıç-değer problemi denir [1].

Tanım 2.13

Diferensiyel denklemde bilinmeyen fonksiyon ve türevleri üzerinde bağımsız değişkenin farklı değerleri için verilen şartlar altında çözümlenen probleme sınır-değer problemi denir [1].

Tanım 2.14

f fonksiyonu A kümesinde tanımlansın. Kabul edelimki f ve f in k . mertebeye kadar olan tüm kısmi türevleri $B \subset A$ kümesinde sürekli olsun. O zaman f fonksiyonuna C^k sınıfındandır, denir.

Tanım 2.15

Tanım ve değer kümesi vektör uzayı olan dönüşümlere operatör denir [3].

Tanım 2.16

E_x ve E_y iki lineer uzay olsun. Tanım kümesi E_x 'de, değer kümesi E_y 'de bulunan $y = Ax$ operatörünü ele alalım. Aşağıdaki şartlar sağlanıyorsa verilen bu A operatörüne lineer operatör denir [3].

$$L1) A(x + y) = Ax + Ay,$$

$$L2) A(\lambda x) = \lambda Ax$$

Tanım 2.17

Bir $(X, \|\cdot\|)$ normlu uzaydaki her Cauchy dizisi X içindeki bir limite yakınsıyorsa, bu $(X, \|\cdot\|)$ normlu uzayına tam normlu uzay veya Banach uzayı adı verilir [3].

Tanım 2.18

X Banach uzayı ve $A : X \rightarrow X$ bir operatör olmak üzere

$$x = Ax,$$

denklemleri verilmiş olsun. Eğer $x^* = Ax^*$ ise $x^* \in X$ vektörüne A operatörünün sabit noktası denir [3].

Tanım 2.19

X Banach uzayının D kümesinde tanımlı $A : D \rightarrow X$ operatörü verilmiş olsun. Eğer $\forall x, y \in D$ için

$$\|Ax - Ay\| \leq \alpha \|x - y\|,$$

olacak şekilde $0 \leq \alpha < 1$ sayısı varsa $A : X \rightarrow X$ operatörüne "büzülme dönüşümü" (veya büzülme operatörü) denir. α sayısına büzülme katsayısı denir [3].

Teorem 2.1 (Banach Sabit Nokta Teoremi)

X bir Banach uzayı ve $A : X \rightarrow X$ bir büzülme operatörü olsun. $D \subset X$ olmak üzere $A(D) \subset D$ dir. Bu durumda A operatörünün D de tek bir sabit x^* noktası vardır [3].

Teorem 2.2 (Kapalı Fonksiyon Teoremi)

$F(x, y, z)$ fonksiyonu (x_0, y_0, z_0) noktasının bir komşuluğunda tanımlansın ve bu komşulukta F fonksiyonu C^1 -sınıfından olsun. Ayrıca (x_0, y_0, z_0) noktasında $F(x_0, y_0, z_0) = 0$ olsun. Yine aynı noktada $\frac{\partial F}{\partial z}(x_0, y_0, z_0) \neq 0$ olsun. O zaman (x_0, y_0) in uygun bir komşuluğunda bir tek $z = f(x, y)$ fonksiyonu mevcuttur. Öyleki $z_0 = f(x_0, y_0)$ sağlanır. Ayrıca bu komşulukta

$$f \in C^1 \text{ ve } \frac{\partial f}{\partial x} = -\frac{F_x}{F_z}, \quad \frac{\partial f}{\partial y} = -\frac{F_y}{F_z},$$

olur. Buna kapalı fonksiyon teoremi denir .

Teorem 2.3 (Birinci Mertebeden Yarı- Lineer Denklemler için Varlık Teklik Teoremi)

$P(x, y, z)$, $Q(x, y, z)$, $R(x, y, z)$ fonksiyonları (x_0, y_0, z_0) noktasını kapsayan bir $D \subset R^3$ bölgesinde C^1 - sınıfından ve kabul edelim ki

$$P(x_0, y_0, z_0) \cdot \frac{d_{y_0}(t_0)}{dt} - Q(x_0, y_0, z_0) \cdot \frac{d_{x_0}(t_0)}{dt} \neq 0,$$

olsun.

O zaman (x_0, y_0) noktasının bir U komşuluğunda, U nun içinde yatan C eğrisinin her noktasında $z(x_0(t), y_0(t)) = z_0(t)$ başlangıç şartını ve

$$P(x, y, z) \cdot z_x + Q(x, y, z) \cdot z_y = R(x, y, z),$$

1. mertebeden yarı-lineer denklemini sağlayan bir tek $z = z(x, y)$ fonksiyonu veya çözümü vardır.

Teorem 2.4 (Cauchy-Picard Teoremi)

(Birinci Mertebeden Adi Diferensiyel Denklemler için Varlık ve Teklik Teoremi)

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y),$$

diferensiyel denklemindeki $f(x, y)$ fonksiyonu;

$$D = \{(x, y) : |x - x_0| \leq a, |y - y_0| \leq b\}$$

dikdörtgeninde tanımlı ve sürekli olsun. Kapalı ve sınırlı bölgede sürekli olan fonksiyon sınırlı olduğu için

$$|f(x, y)| \leq M, \quad (x, y) \in D,$$

olmak üzere bir $M > 0$ sayısı bulunabilir. Kabul edelimki, f fonksiyonu D bölgesinde y değişkenine göre Lipschitz şartı denen aşağıdaki şartı sağlasın.

Her $(x, y_1), (x, y_2) \in D$ dikdörtgen bölgesinin elemanları için,

$$|f(x, y_1) - f(x, y_2)| \leq L |y_1 - y_2|,$$

olacak şekilde bir $L > 0$ sayısı bulunur. Bu şartlar altında;

$$h = \min \left\{ a, \frac{b}{M}, \frac{1}{L} \right\},$$

olmak üzere $[x_0 - h, x_0 + h]$ aralığında $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ denkleminin $y(x_0) = y_0$ başlangıç şartını sağlayan çözümü vardır ve tektir.

Teorem 2.5 (Sonya-Kowalewsky Teoremi)

(Birinci Mertebeden Kısmi Türevli Denklemler için Varlık ve Teklik Teoremi)

Cauchy problemi için varlık teklik teoremi;

a) $g(y)$, $|y - y_0| < \delta$ aralığında C^∞ sınıfından bir fonksiyon olsun. x_0 verilmiş bir sayı ve $z_0 = g(y_0)$, $q_0 = g'(y_0)$ olsun.

b) $f(x, y, z, p, q)$ fonksiyonu $|x - x_0| < \delta$, $|y - y_0| < \delta$ ve $|q - q_0| < \delta$ ile tanımlanan Ω bölgesinde C^∞ sınıfından olsun. O zaman aşağıdaki şartları sağlayan bir tek $\phi(x, y)$ fonksiyonu vardır.

i) $\phi(x, y)$ fonksiyonu $|x - x_0| < \delta$, $|y - y_0| < \delta$ denklemleri ile tanımlanan D bölgesinde C^∞ sınıfındandır.

ii) Her bir $(x, y) \in D$ için $z = \phi(x, y)$ fonksiyonu,

$$\frac{\partial z}{\partial x} = f\left(x, y, z, \frac{\partial z}{\partial q}\right),$$

denkleminin bir çözümüdür.

iii) $|y - y_0| < \delta$ aralığında ki her y için $\phi(x_0, y) = g(y)$ sağlanır.

Teorem 2.6 (Cauchy-Kowalewsky Teoremi)

(İkinci Mertebeden Kısmi Türevli Denklemler için Varlık Teklik Teoremi)

$$Lz = A(x, y)z_{xx} + B(x, y)z_{xy} + C(x, y)z_{yy} + D(x, y)z_x + E(x, y)z_y + F(x, y)z = G(x, y),$$

denklemindeki katsayılar ve G fonksiyonu xy - düzleminde orjini kapsayan bir $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ bölgesinde analitik olsunlar. Ω bölgesinde $C(x, y) \neq 0$ olsun. x -ekseninin Ω tarafından kapsanan parçasında tanımlanmış keyfi, analitik $h(x)$ ve $\sigma(x)$ fonksiyonları verilsin. O zaman $(0, 0)$ noktasının bir N komşuluğu vardır ve N 'de $Lz = G$ denkleminin bir tek analitik $z = \varphi(x, y)$ çözümü vardır. Öyle ki N komşuluğu tarafından kapsanan x -ekseni üzerinde;

$$\varphi(x, 0) = h(x), \quad \varphi_y(x, 0) = \sigma(x),$$

sağlanır. $C(x, y) \neq 0$ hipotezi başlangıç eğrisinin karakteristik olmasını garantiler.

3. VARYASYONEL İTERASYON METODU

Varyasyonel iterasyon metodu (VIM) ilk olarak Çinli Matematikçi J.Huan He [4] tarafından ortaya konulmuştur. Bu metod lineer ve lineer olmayan problemlerde analitik çözüme yakınsak yaklaşık çözümlerin hızlı bir şekilde elde edilmesinde kullanılır. Genel olarak literatürde bu tekniğin avantajı olarak, hesaplamalardaki sadeliği verilmektedir.

Bu metod D.D. Ganji, S.Soleman, G.A. Afrouzi, H. Tari, M.B. Jooybari, A. Sadighi [5-7] gibi bir çok yazar tarafından homojen, homojen olmayan, lineer ve lineer olmayan gibi fizik ve mühendislik problemlerinin büyük bir çoğunluğunda kullanılmıştır.

Bu yaklaşım; KdV denklemi, Helmholtz denklemi, Klein-Gordan, Burger's denklemi, coupled Burgers denklemi gibi çeşitli denklemlere uygulanmıştır [17,18,21].

Sıradan veya kısmi diferensiyel denklemlerin bu yöntemle çözülmesi; varyasyonel teoride tanımlanmış Lagranç çarpanı adındaki integral çarpanının kullanılmasıyla oluşturulmuş bir indirgeme formülünden elde edilir. Bu indirgeme formülünü içeren ilave fonksiyon genellikle analitik çözüme yakın olan diferensiyel denklemin çözümünü göz önünde bulundurur. Özellikle son yıllarda bu metod lineer olmayan diferensiyel denklemlerin ve integral denklemlerinin yaklaşık çözümlerini bulmak için pek çok yazar tarafından kullanılmıştır [5-7, 10-12, 16-22].

Varyasyonel metodlar, lineer olmayan analiz için popüler olmaya devam etmektedir. Diğer yaklaşık analitik metodlarla karşılaştırıldığında aşağıdaki iki avantajı göze çarpar.

- (1) Problemin çözümünün mahiyetine bir fiziksel sezgi sağlar.
- (2) Elde edilen çözümler; tüm mümkün deneme fonksiyonlarının arasında en iyisidir.

3.1 Varyasyonel İterasyon Metodunun Temel Yapısı

Varyasyonel iterasyon metodu tam çözüme hızlı bir şekilde yaklaşarak lineer olmayan problemlerin büyük bir sınıfı için etkili, kolay ve tam sonuç veren bir çözümü gösterir. Bu metoda, kısmi türevli lineer ve nonlinear denklemleri çözmek için başvurulabilir.

Varyasyonel iterasyon metodunun ana fikrini örneklemek için, aşağıdaki genel nonlinear denklemi göz önüne alalım.

$$L[u(t)] + N[u(t)] = g(t). \quad (3.1)$$

Burada L lineer operatör, N nonlinear operatör ve $g(t)$ sürekli bir fonksiyondur.

Bu metodun temel özelliği önce (3.1) denklemi için düzeltme fonksiyonunun oluşturulmasıdır. Bu yöntemle yaklaşık çözüm

$$u_{n+1}(t) = u_n(t) + \int_0^t \lambda \{Lu_n(s) + N \tilde{u}_n(s) - g(s)\} ds, \quad n \geq 0. \quad (3.2)$$

bağıntısından bulunur. Burada λ Lagranç çarpanı, u_n n . yaklaşık çözümü ve $\tilde{u}_n$ sınırlandırılmış varyasyonu tanımlar, örneğin $\delta \tilde{u}_n = 0$ dir.

Lineer problemler için gerçek çözüm, Lagranç çarpanı tam olarak tanımlandığında sadece bir iterasyon adımı ile elde edilebilir.

δ varyasyonel operatör olmak üzere, (3.2) eşitliğine δ operatörü uygulanırsa;

$$\delta u_{n+1}(t) = \delta u_n(t) + \delta \int_0^t \lambda \{Lu_n(s) + N \tilde{u}_n(s) - g(s)\} ds \quad n \geq 0, \quad (3.3)$$

elde edilir. Sonuç olarak yaklaşık çözüm

$$u(t) = \lim_{n \rightarrow \infty} u_n(t), \quad (3.4)$$

bağıntısı yardımıyla elde edilir. Metodun yakınsaklık analizi bir kaç yazar tarafından sabit nokta teoremi kullanılarak gösterilmeye çalışılmıştır [23-25].

Benzer olarak, biz ise metodun yakınsaklığı ve hata tahmini için aşağıdaki teoremleri verebiliriz.

Teorem 3.1. $A[u]$,

$$A[u] = \int_0^t \lambda \{Lu_n(s) + N \tilde{u}_n(s) - g(s)\} ds, \quad (3.5)$$

şeklinde tanımlanan bir integral operatörü olsun ve z_k , $k = 0, 1, \dots$ olmak üzere

$$\left\{ \begin{array}{l} z_0 = u_0, \\ z_1 = A[u_0 + u_1], \\ z_2 = A[u_0 + u_1 + u_2], \\ \vdots \\ z_k = A[u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_k], \end{array} \right. \quad (3.6)$$

formunda tanımlansın. Sonuçta analitik çözüm

$$u(t) = \lim_{k \rightarrow \infty} u_k(t) = \sum_{k=0}^{\infty} z_k, \quad (3.7)$$

bağıntısı yardımıyla bulunur. (3.6) ile tanımlanan A operatörü H Hilbert uzayından H Hilbert uzayına tanımlanan bir operatör olmak üzere (3.7) ile tanımlanan çözüm serisi $0 < \alpha < 1$ için

$$\|A[u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_k]\| \leq \alpha \|A[u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{k-1}]\|, \quad (3.8)$$

yakınsaktır.

Teorem 3.2. Kabul edelimki $\sum_{k=0}^{\infty} z_k$ serisi $u(t)$ çözümüne yakınsasın. Eğer $\sum_{k=0}^j z_k$ kesme serisi (3.1) probleminin çözümü olarak kullanılırsa, bu taktirde maksimum hata $E_j(t)$,

$$E_j(t) \leq \frac{1}{1-\alpha} \alpha^j \|z_0\|, \quad (3.9)$$

ifadesi yardımıyla hesaplanır.

Bu iki teoremin benzer ispatı için [23] referanslı makaleye bakılabilir.

3.2 Genişletilmiş Varyasyonel İterasyon Metodunun Temel Yapısı

Genişletilmiş varyasyonel iterasyon teknikleri VIM 'in düzeltme fonksiyonunun değışti rilmesiyle elde edilir. Bu metotta, çözüm serisinin yakınsaklığını kontrol altına almak için $\omega \neq 0$ şeklindeki yardımcı bir parametreyi tanımlayacağız. Böyle bir parametre ilk olarak 1992 yılında, Liao [26] tarafından, topolojinin temel kavramlarından biri olan homotopiyi kullanarak, homotopi analiz metodu olarak isimlendirdiğı genel bir analitik yöntem için kullanılmıştır. Yöntem doğrusal olmayan cebirsel, diferansiyel, integral ve integro-diferansiyel denklemlerin çözümünde kullanılır. Biz ise aynı parametreyi ilk olarak varyasyonel iterasyon yöntemi için kullanacağız. (3.2) düzeltme fonksiyonunda ω yardımcı parametresini yerine yazarsak,

$$u_{n+1}(t) = u_n(t) + \omega \int_0^t \lambda \{Lu_n(s) + N \tilde{u}_n(s) - g(s)\} ds, \quad n \geq 0, \quad (3.10)$$

formuna dönüşür.

4. ISI AKIŞI PROBLEMİ

Akış problemlerini çözmek bilgisayarların ortaya çıkmasından önce, oldukça zor, hatta imkansızdı. Son zamanlarda bilgisayar teknolojisindeki gelişmeler bunu bir nebze mümkün kılmıştır. Akış problemlerinin belirli bir yaklaşımla çözümü, olay hakkında bir fikir elde etmek bakımından önemlidir. Akış problemlerini yaklaşık olarak çözmek için kullanılan kabullerden biride viskoz olmayan akış kabuldür. Viskoz etkilerin cisim yüzeyine yakın bölgede olması ve sınır tabaka denilen bu bölgenin çok ince bir bölge olması neticesinde elde edilen sonuçlar bu bölge dışında oldukça doğru değerler verecektir. Problem hakkında çoğu zaman % 90 mertebesinde doğru fikir elde edinmek bu metodla mümkündür. Diğer bir yaklaşım ise, akışkanın sıkıştırılmaz olmasıdır. Genelde sıvıların akışında bu yaklaşım oldukça doğrudur. Hava gibi sıkıştırılabilir gazların hareketinde ise, Mach sayısının düşük değerleri için sıkışamaz akışkan kabulü yapılabilir.

Bu durumda viskoz olmayan sıkışamaz akımın hareketini incelemek mümkün olabilir. Üçüncü boyuttaki etkilerin ihmal edildiği durumlarda, akım alanı iki boyutta incelenebilir. Böyle bir çalışma sonunda, mesela kanat etrafındaki akım için taşıma katsayısını tahmin etmek mümkündür.

Yeraltı suyu hidroliği ile ilgili bir çok araştırmada akımın laminar olduğu kabul edilmek te ve Darcy Kanunu uygulanmaktadır. Laminar akım; akışkan parçacıklarının düz çizgi şeklinde bir yol takip ettikleri boru içinde yayılmadıkları bir akım türü olup, Darcy Kanunu; laminar akım koşullarında, suya doygun bir zemin ortamında, hızın hidrolik eğimle doğru orantılı olduğunu ortaya koyan yasadır. Akımın laminar oluşu ise hidrolik eğimle yakından ilgilidir. Hidrolik eğimin çok büyük olması halinde, akım laminar olmadığı için Darcy kanunu bilinen şekli ile kullanılamaz ve ince taneli akiferlerde malzeme taşınmasına neden olur. Çok küçük olması halinde de yine uygulanamamaktadır. Ayrıca baraj inşaatları ve yeraltı suyu bulunan alanlardaki mühendislik çalışmalarında kritik hidrolik eğimine dikkat edilmesi gerekir.

Yeraltı suyu akımı hesaplanırken kullanılan Darcy kanununa göre akım (Q); permeabilite (K), hidrolik eğim (I) ve akım doğrultusuna dik alanın büyüklüğü (A) ile doğru orantılıdır.

$$Q = K I A.$$

Akımın belli bir eğimi olan L uzunluğundaki silindir içindeki malzemeden geçtiği varsayılırsa, hidrolik eğim basitçe; suyun silindire giriş ve çıkış noktaları arasındaki (yatay bir

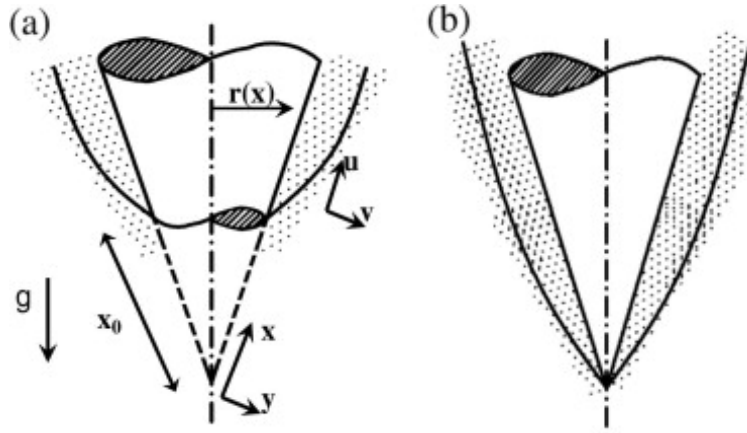
referans düzlemine göre) yükseklik farkının (dH) silindir uzunluğuna oranıdır.

$$I = dH / L.$$

Eksenleri şekil 4.1 'deki biçimde alınan γ yarıçaplı ters çevrilmiş bir koni düşünelim. Sınır bölgesi $x = x_0$ da, kesik koninin ısısı aşırı yüksektir. ψ akım fonksiyonu,

$$u = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial x},$$

şeklinde tanımlanır.



Şekil 4.1. (a) Isınmış kesik koni üzerindeki sınır bölgesi için koordinat sistemi,
(b) $x_0 = 0$ da tam koni

Sınır bölgesinin denklemleri

$$\frac{1}{r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \frac{g\beta K}{v} \frac{\partial T}{\partial y}, \quad \frac{1}{r} \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \alpha_m \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}, \quad (4.1)$$

formundadır.

Dar sınır bölgesi için $r = x \sin(\gamma)$ alınır. Ya ısı kuvvet yasası yada ısı akışı kuvvet yasasının kesik koni üzerinde kuralların geçerliliği kabul edilir. Buna göre, sınır koşulları;

$$\begin{aligned} u &= 0, \quad T = T_\infty, \quad y \rightarrow \infty \\ u &= 0, \quad y = 0, \quad x_0 \leq x < \infty \\ q''_m &= -k_m \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} = A(x - x_0)^\mu, \quad y = 0, \quad x_0 \leq x < \infty. \end{aligned} \quad (4.2)$$

olur. Tam koni durumunda da ($x_0 = 0$, Şekil 4.1(b)) benzer bir çözüm ortaya konur.

Duvar ısısının belirtilmesi durumunda;

$$\begin{cases} \psi = \alpha_m r R \alpha_x^{1/3} f(\eta), \\ T - T_\infty = \frac{q_w'' x}{k_m} R \alpha_x^{-1/3} \theta(\eta), \\ \eta = \frac{y}{x} R \alpha_x^{1/3}, \end{cases} \quad (4.3)$$

yazılabilir. Rayleigh sayısı ısı akışına dayalı olup,

$$R \alpha_x = \frac{g \beta K \cos(\gamma) q_w'' x^2}{v \alpha_m k_m}, \quad (4.4)$$

şeklinde alınır.

Korunum denklemi;

$$\begin{aligned} f' &= \theta \\ \theta'' + \left(\frac{\mu + 5}{2} \right) f' \theta' - \frac{2\mu + 1}{3} f' \theta &= 0, \end{aligned} \quad (4.5)$$

olup,

$$f(0) = 0, \quad \theta'(0) = -1, \quad \theta(\infty) = 0, \quad (4.6)$$

eşitliklerine bağlıdır. Sonuç olarak yukarıdaki denklemlerden,

$$\begin{cases} f''' + \left(\frac{\mu + 5}{2} \right) f' f'' - \left(\frac{2\mu + 1}{3} \right) (f')^2 = 0, \\ f(0) = 0, \quad f''(0) = -1, \quad f'(\infty) = 0, \end{cases} \quad (4.7)$$

elde edilir. Yerel Nusselt sayısı ise,

$$Nu_x = \frac{q_w x}{k(T_w - T_\infty)} \quad (4.8)$$

şeklinde tanımlıdır. (4.3) – (4.6), denklemlerinden yerel Nusselt sayısı;

$$Nu_x = R \alpha_x^{1/3} [-\theta(0)], \quad (4.9)$$

olarak bulunur.

Duvar ısısı sınır koşullarında denklem (4.7) ile belirtilen gözenekli ortamda gömülü tam koninin ısı transferi ve ısı akışını tanımlayan denklemi düşünelim.

Düzeltilme fonksiyonu;

$$f_{n+1}(\eta) = f_n(\eta) + \int_0^\eta \lambda(s) \left\{ (f_n)_{sss} + \left(\frac{\mu + 5}{2} \right) (\tilde{f}_n) (\tilde{f}_n)_{ss} - \left(\frac{2\mu + 1}{3} \right) (\tilde{f}_n)_{ss}^2 \right\} ds \quad (4.10)$$

şeklinde olup eşitliğe δ varyasyonel operatörü uygulanırsa;

$$\begin{aligned}\delta f_{n+1}(\eta) &= \delta f_n(\eta) + \int_0^\eta \lambda(s) \delta(f_n)_{sss} ds + \left(\frac{\mu+5}{2}\right) \int_0^\eta \lambda(s) \delta(\tilde{f}_n) (\tilde{f}_n)_{ss} ds \\ &\quad - \left(\frac{2\mu+1}{3}\right) \int_0^\eta \lambda(s) \delta(\tilde{f}_n)_{ss}^2 ds\end{aligned}\quad (4.11)$$

elde edilir. Kısmi türevler alınıp gerekli düzenlemeler yapılsa,

$$\delta f_{n+1}(\eta) = [1 + \lambda''(s)] \delta f_n(\eta) + \lambda(s) \delta f_n''(s) - \lambda'(s) f_n'(s) - \int_0^\eta \lambda'''(s) \delta f_n(s) ds = 0, \quad (4.12)$$

bulunur. Buradan,

$$\begin{aligned}(\lambda''(s) + 1) \Big|_{\eta=s} &= 0, \\ \lambda'''(s) \Big|_{\eta=s} &= 0, \\ \lambda'(s) \Big|_{\eta=s} &= 0, \\ \lambda(s) \Big|_{\eta=s} &= 0,\end{aligned}\quad (4.13)$$

şeklindeki adi diferansiyel denklem sistemi elde edilir. Böylece, (4.7) denklemi için Lagrang çarpamı,

$$\lambda(s) = -\frac{1}{2}(\eta - s)^2,$$

olur. Bulunan bu değeri düzeltme fonksiyonu olan (4.10) da yerine yazarsak,

$$f_{n+1}(\eta) = f_n(\eta) - \frac{\omega}{2} \int_0^\eta (\eta - s)^2 \left\{ (f_n)_{sss} + \left(\frac{\mu+5}{2}\right) (\tilde{f}_n) (\tilde{f}_n)_{ss} - \left(\frac{2\mu+1}{3}\right) (\tilde{f}_n)_{ss}^2 \right\} ds. \quad (4.14)$$

elde edilir.

$$f_0(\eta) = 1 - e^{-\eta}, \quad (4.15)$$

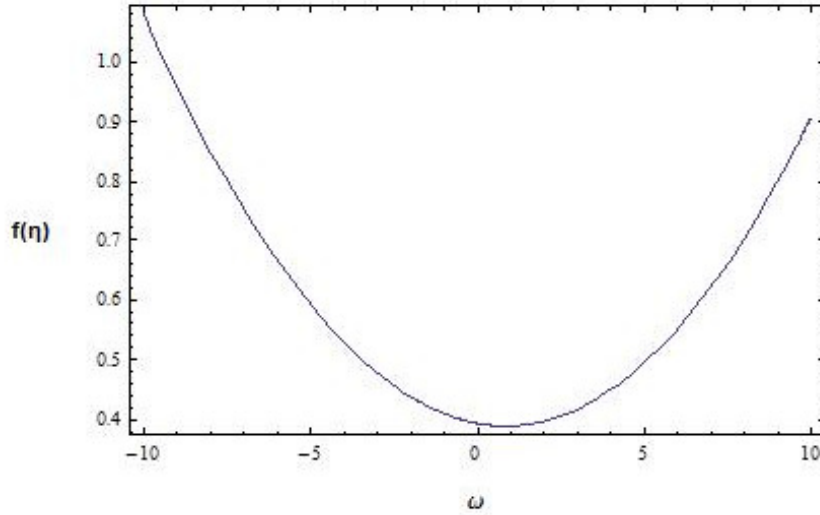
ilk yaklaşımı ile başlarsak, iterasyon formülünün elemanları kolayca elde edilebilir. (4.15) değeri (4.14) eşitliğinde yerine yazılırsa;

$$\begin{aligned}f_1(\eta) &= 1 - e^{-\eta} + \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{24} e^{2\eta} (-13 + 72e^\eta + \mu + 24e^\eta \mu) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{24} (59 - 46\eta + 10\eta^2 + 25\mu - 26\eta\mu + 14\eta^2\mu) \right) \omega,\end{aligned}$$

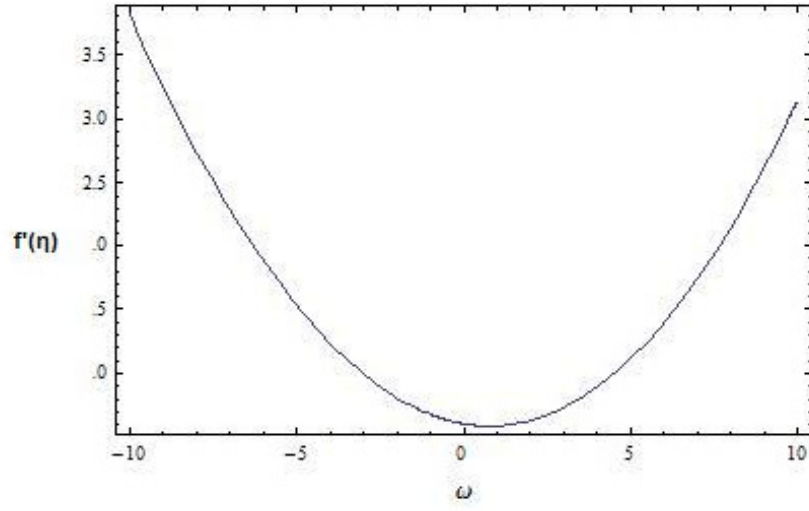
$$\begin{aligned}
f_2(\eta) = & 1 - e^{-\eta} + \frac{1}{2}(-\frac{1}{24}e^{2\eta}(-13 + 72e^\eta + \mu + 24e^\eta\mu) \\
& + \frac{1}{24}(59 - 46\eta + 10\eta^2 + 25\mu - 26\eta\mu + 14\eta^2\mu))\omega \\
& - \frac{1}{2}\omega(\frac{1}{1728}(\eta^2(1248\eta\frac{3}{4\eta^3} - \frac{3}{2\eta^2} + \frac{3}{2\eta} + 3e^{-2\eta}\eta \\
& - (\frac{3(4e^{-2\eta}\eta^2 + 2(e^{-2\eta} + 2e^{-2\eta}\eta))}{8\eta^3} + \frac{3(4e^{-2\eta}\eta^2 + 2(e^{-2\eta} + 2e^{-2\eta}\eta))}{4\eta^2} \\
& - \frac{3(4e^{-2\eta}\eta^2 + 2(e^{-2\eta} + 2e^{-2\eta}\eta))}{4\eta}) - 864\eta(\frac{6}{\eta^3} - \frac{6}{\eta^2} + \frac{3}{\eta} + \frac{3e^{-\eta}\eta}{2} \\
& - \frac{3(e^{-\eta}\eta^2 + 2(e^{-\eta} + e^{-\eta}\eta))}{\eta^3} + \frac{3(e^{-\eta}\eta^2 + 2(e^{-\eta} + e^{-\eta}\eta))}{\eta^2} \\
& - \frac{3(e^{-\eta}\eta^2 + 2(e^{-\eta} + e^{-\eta}\eta))}{2\eta}) - 96\eta(\frac{3}{4\eta^3} - \frac{3}{2\eta^2} + \frac{3}{2\eta} + 3e^{-2\eta}\eta \\
& - \frac{3(4e^{-2\eta}\eta^2 + 2(e^{-2\eta} + 2e^{-2\eta}\eta))}{8\eta^3} + \frac{3(4e^{-2\eta}\eta^2 + 2(e^{-2\eta} + 2e^{-2\eta}\eta))}{4\eta^2} \\
& - \frac{3(4e^{-2\eta}\eta^2 + 2(e^{-2\eta} + 2e^{-2\eta}\eta))}{4\eta}) - 288\eta(\frac{6}{\eta^3} - \frac{6}{\eta^2} + \frac{3}{\eta} + \frac{3e^{-\eta}\eta}{2} \\
& - \frac{3(e^{-\eta}\eta^2 + 2(e^{-\eta} + e^{-\eta}\eta))}{\eta^3} + \frac{3(e^{-\eta}\eta^2 + 2(e^{-\eta} + e^{-\eta}\eta))}{\eta^2} \\
& - \frac{3(e^{-\eta}\eta^2 + 2(e^{-\eta} + e^{-\eta}\eta))}{2\eta})\mu + 600\eta\omega \\
& - 1534\eta(\frac{2}{9\eta^3} - \frac{2}{3\eta^2} + \frac{1}{\eta} + \frac{9}{2}e^{-3\eta}\eta - \frac{9e^{-3\eta}\eta^2 + 2(e^{-3\eta} + 3e^{-3\eta}\eta)}{9\eta^3} \\
& + \frac{9e^{-3\eta}\eta^2 + 2(e^{-3\eta} + 3e^{-3\eta}\eta)}{3\eta^2} - \frac{9e^{-3\eta}\eta^2 + 2(e^{-3\eta} + 3e^{-3\eta}\eta)}{2\eta})\mu \\
& + 4056\eta(\frac{3}{4\eta^3} - \frac{3}{2\eta^2} + \frac{3}{2\eta} + 3e^{-2\eta}\eta - \frac{3(4e^{-2\eta}\eta^2 + 2(e^{-2\eta} + 2e^{-2\eta}\eta))}{8\eta^3} \\
& + \frac{3(4e^{-2\eta}\eta^2 + 2(e^{-2\eta} + 2e^{-2\eta}\eta))}{4\eta^2} - \frac{3(4e^{-2\eta}\eta^2 + 2(e^{-2\eta} + 2e^{-2\eta}\eta))}{4\eta})\omega \\
& - 3506\eta(\frac{6}{\eta^3} - \frac{6}{\eta^2} + \frac{3}{\eta} + \frac{3e^{-2\eta}\eta}{2} - \frac{3(e^{-\eta}\eta^2 + 2(e^{-\eta} + e^{-\eta}\eta))}{\eta^3} \\
& + \frac{3(e^{-\eta}\eta^2 + 2(e^{-\eta} + e^{-\eta}\eta))}{\eta^2} - \frac{3(e^{-\eta}\eta^2 + 2(e^{-\eta} + e^{-\eta}\eta))}{2\eta})\omega \\
& + 345\eta^2(-2e^{-\eta} + \frac{72}{\eta^4} - \frac{48}{\eta^3} + \frac{12}{\eta^2} + e^{-\eta}\eta \\
& - \frac{12(e^{-\eta}\eta^3 + 3(e^{-\eta}\eta^2 + 2(e^{-\eta} + e^{-\eta}\eta)))}{\eta^4} \\
& + \frac{8(e^{-\eta}\eta^3 + 3(e^{-\eta}\eta^2 + 2(e^{-\eta} + e^{-\eta}\eta)))}{\eta^3} \\
& - \frac{2(e^{-\eta}\eta^3 + 3(e^{-\eta}\eta^2 + 2(e^{-\eta} + e^{-\eta}\eta)))}{\eta^2})\omega + \dots),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f'_2(\eta) = & \frac{1}{165888}(e^{-4\eta}3(-13+\mu)^2(-7+13\mu)\omega^3 \\
& +32e^\eta(767-280\mu+17\mu^2)\omega^2(2+(3+\mu)\omega) \\
& +12e^{2\eta}(-13+\mu)(\omega1152+144(13+5\mu)\omega \\
& +(1711+1096\mu+\mu^2+6\mu(-65-8\mu+\mu^2) \\
& +6\eta^2(25+40\mu+7\mu^2))\omega^2+288e^{3\eta}(2+(3+\mu)\omega)(288+144(3+\mu)\omega \\
& +(625+1144\mu+31\eta^2+18\eta(-5+24\mu+5\eta^2)+6\eta^2(25+40\mu+7\mu^2))\omega^2 \\
& -e^{4\eta}\omega(317952+490304\omega+343167\omega^2+9523\mu^3\omega^2+24\eta^4(5+\mu)(5+7\mu)^2\omega^2 \\
& -48\eta(575+1245\mu+681\mu^2+91\mu^3)\omega^2+\eta^2\omega(69056+360889\omega) \\
& +\mu(179712+800000\omega+1022773\omega^2)-24\eta^2(5+7\mu)\omega(-720-845\omega+37\mu^2\omega \\
& -16\mu(9+26\omega))+12\eta(-11520-29024\omega-19149\omega^2+1271\mu^3\omega^2 \\
& -\mu^2\omega(2336+12955\omega)-\mu(16128+335456\omega+44911\omega^2)))).
\end{aligned}$$

terimleri bulunur. ω yardımcı parametresini Şekil 4.2 ve 4.3 ' deki uygun aralığı kullanarak seçeriz.

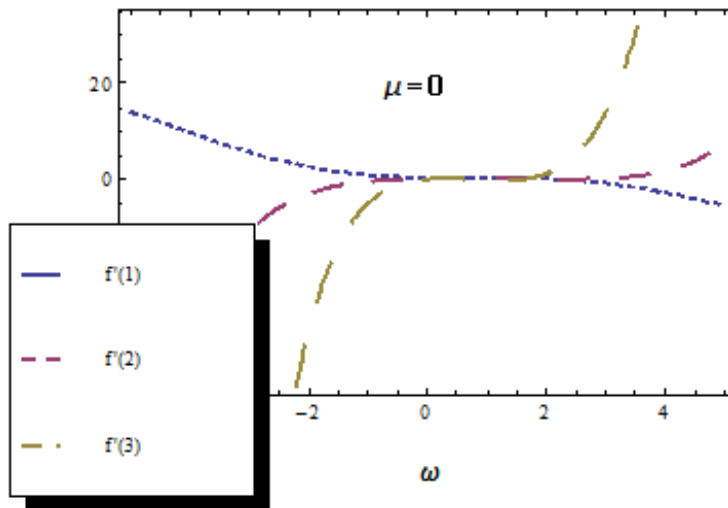


Şekil 4.2. ω yakınsaklık kontrol parametresinin $f(\eta)$ için $(-10, 10)$ aralığındaki durumu

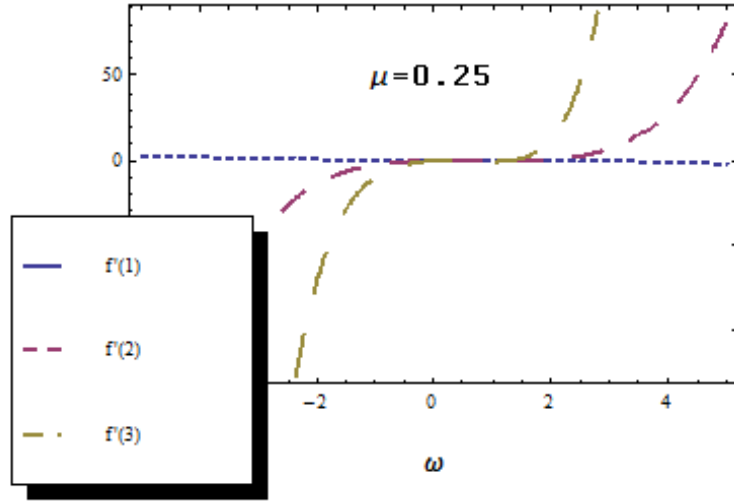


Şekil 4.3. ω yakınsaklık kontrol parametresinin $f'(\eta)$ için $(-10, 10)$ aralığındaki durumu

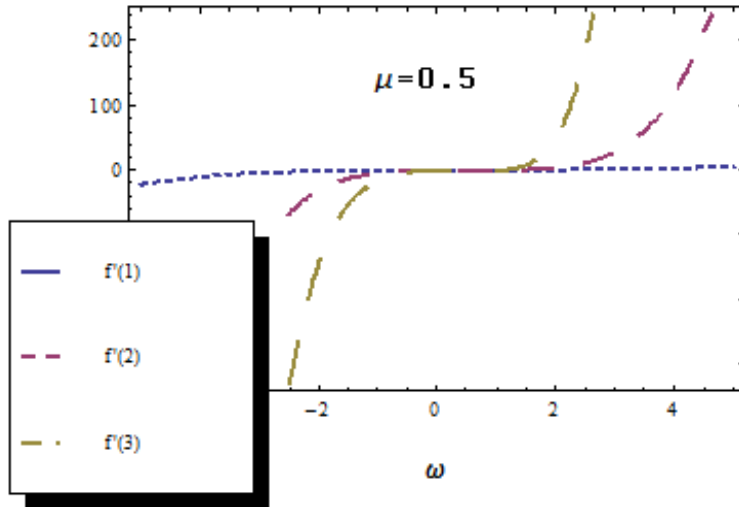
Şekil 4.2 'den $\omega = 0.9$ en uygun değer olarak seçildi. Nümerik, Homotopi Analiz ve Genişletilmiş Varyasyonel İterasyon metodları ile elde edilen değerlerde [8] göz önünde bulundurularak aşağıdaki şekil ve tablolar elde edildi.



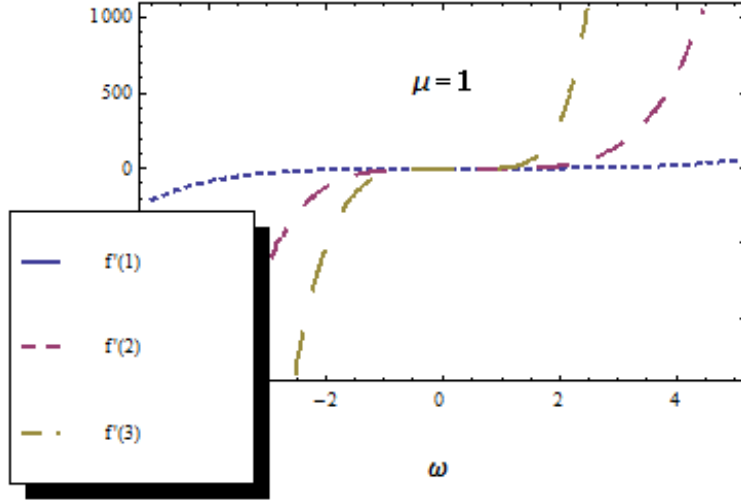
Şekil 4.4. $\mu = 0$ iken, ω' nın $f'(1)$, $f'(2)$, $f'(3)$ için $(-5, 5)$ aralığındaki durumu



Şekil 4.5. $\mu = 0.25$ iken, ω 'nın $f'(1)$, $f'(2)$, $f'(3)$ için $(-5, 5)$ aralığındaki durumu



Şekil 4.6. $\mu = 0.5$ iken, ω 'nın $f'(1)$, $f'(2)$, $f'(3)$ için $(-5, 5)$ aralığındaki durumu



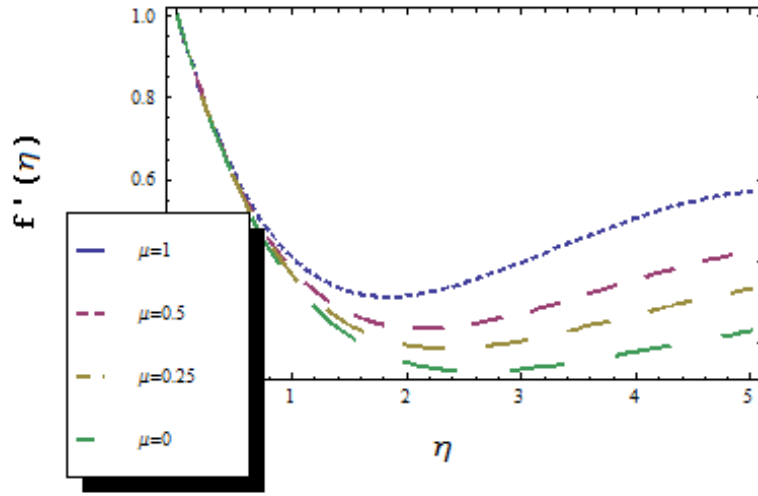
Şekil 4.7. $\mu = 1$ iken, ω' nin $f'(1)$, $f'(2)$, $f'(3)$ için $(-5, 5)$ aralığındaki durumu

Şekil 4.4-4.7 ' de ısı akışkan katsayısı olan μ ' nün çeşitli değerlerine karşılık Genişletilmiş Varyasyonel İterasyon yöntemi ile elde edilen ısı yayılım fonksiyonu $f(\eta)$ ' nin türevinin $\eta = 1, 2, 3$ değerlerine karşılık yakınsaklık kontrol parametresi olan ω' nin durumu araştırıldı.

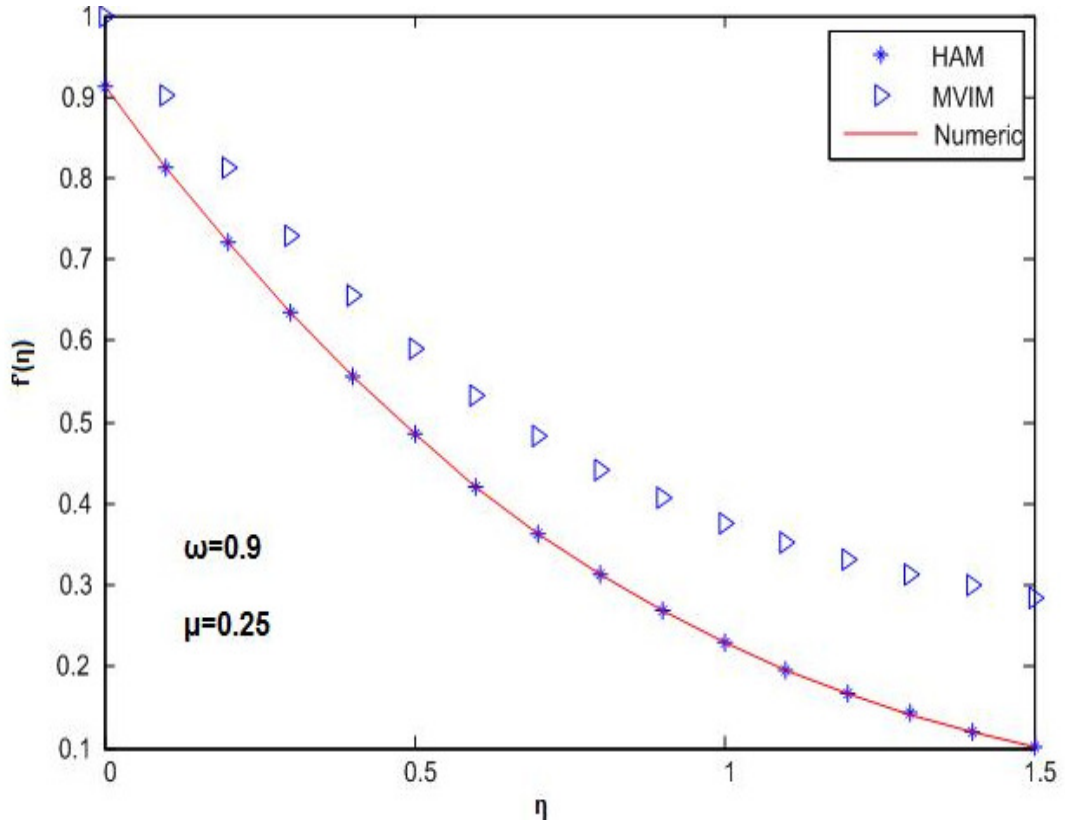
Dört durumdada çözüm serisinin yakınsaklık aralığı değişmemektedir. Bu ise yöntemin güvenilir olduğunu gösterir.

Tablo 4.1. $\mu = 0.25$ iken HAM 'nın $f'(\eta)$ için 20. adımdaki değeri, $\omega = 0.9$ ile $MVIM$ 'nın $f'(\eta)$ için 3.adımdaki değeri ve numerik değer arasındaki karşılaştırma.

η	$\mu = 0.25, f'(\eta)$		
	HAM ($h = -0.7$)	MVIM	Nümerik
0	0.911184	1	0.911295
0.1	0.813494	0.902833	0.813604
0.2	0.721242	0.812356	0.721351
0.3	0.635415	0.729680	0.635531
0.4	0.556551	0.655406	0.556661
0.5	0.484911	0.589716	0.484997
0.6	0.420532	0.532450	0.420587
0.7	0.363246	0.483192	0.363276
0.8	0.312668	0.441332	0.312677
0.9	0.268288	0.406122	0.268264
1	0.229574	0.376726	0.229508
1.1	0.195990	0.352253	0.195878
1.2	0.167000	0.331786	0.166847
1.3	0.142038	0.314399	0.141837
1.4	0.120614	0.299174	0.120362
1.5	0.102314	0.285208	0.102025



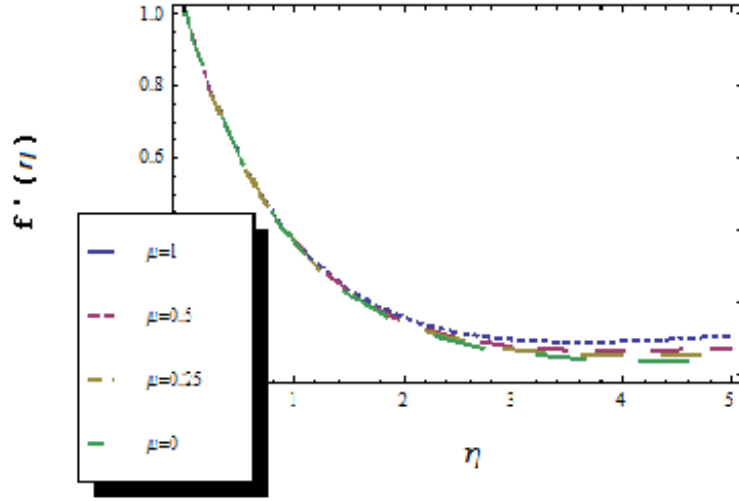
Şekil 4.8. $\omega = 0.1$ iken $f'(\eta)$ için μ nın farklı değerlerindeki durum



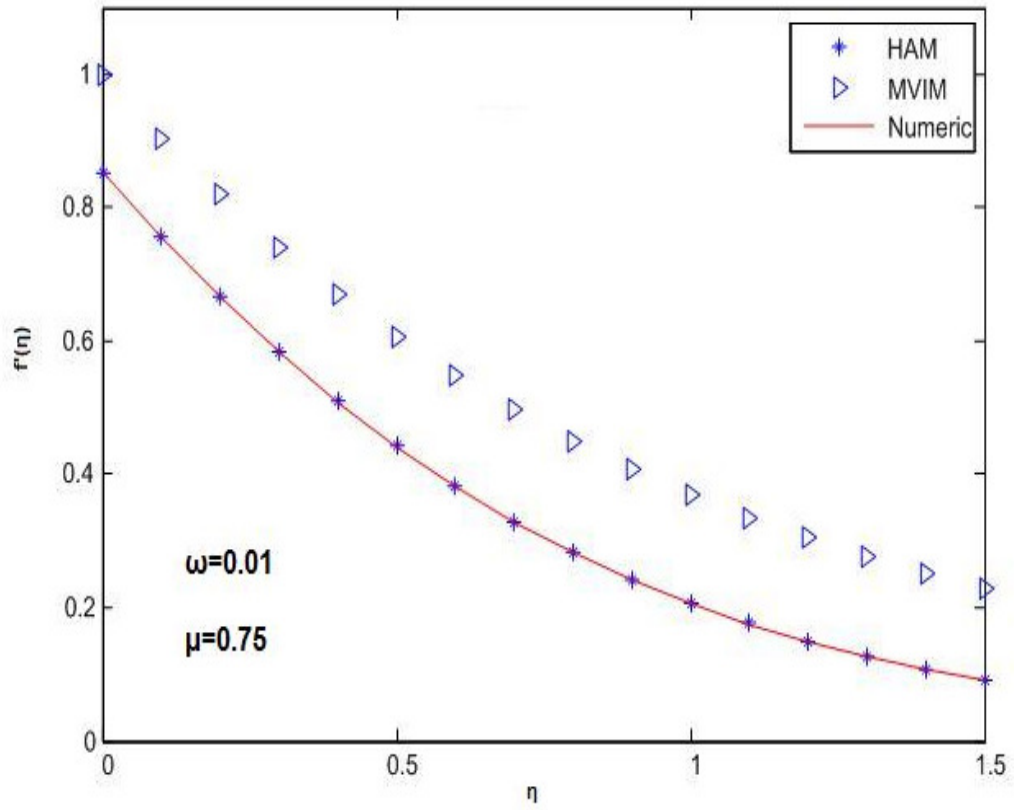
Şekil 4.9. $\mu = 0.25$, $h = -0.7$, $\omega = 0.9$ iken $f'(\eta)$ için HAM, MVIM ve Nümerik değer arasındaki karşılaştırma

Tablo 4.2. $\mu = 0.75$ iken HAM 'nın $f'(\eta)$ için 20. adımdaki değeri, $\omega = 0.01$ ile MVIM in $f'(\eta)$ için 3.adımdaki değeri ve Nümerik değer arasındaki karşılaştırma.

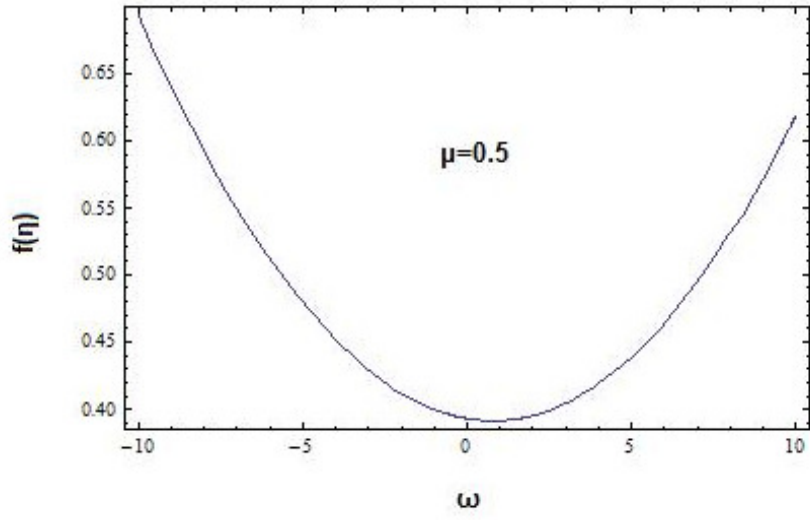
η	$\mu = 0.75, f'(\eta)$		
	HAM ($h = -0.5$)	MVIM	Nümerik
0	0.852416	1	0.852193
0.1	0.755663	0.904828	0.755377
0.2	0.665786	0.818715	0.665448
0.3	0.583355	0.740830	0.582985
0.4	0.508547	0.670411	0.508141
0.5	0.441306	0.606769	0.440849
0.6	0.381421	0.549273	0.380907
0.7	0.328538	0.497352	0.327973
0.8	0.282151	0.450485	0.281536
0.9	0.241683	0.408200	0.241013
1	0.206560	0.370068	0.205832
1.1	0.176218	0.335700	0.175434
1.2	0.331786	0.304741	0.149275
1.3	0.314399	0.276871	0.126821
1.4	0.299174	0.251800	0.107596
1.5	0.285208	0.229262	0.091196



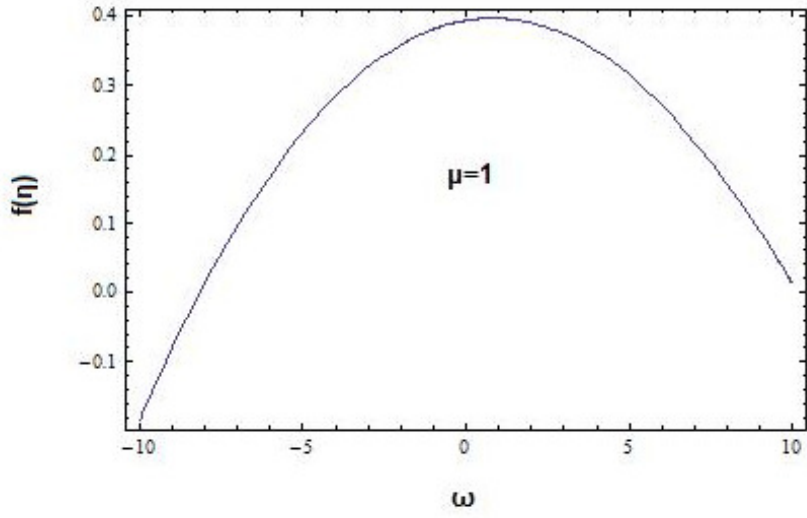
Şekil 4.10. $\omega = 0.01$ iken $f'(\eta)$ için μ nın farklı değerlerindeki durum



Şekil 4.11. $\mu = 0.75$, $h = -0.5$, $\omega = 0.01$ için HAM, MVIM ve Nümerik değer arasındaki karşılaştırma



Şekil 4.12. (a) $\mu = 0.5$ iken $f(\eta)$ çözüm serisi için ω yardımcı parametresinin değerini gösteren grafik



Şekil 4.13.(b) $\mu = 1$ iken $f(\eta)$ çözüm serisi için ω yardımcı parametresinin değerini gösteren grafik

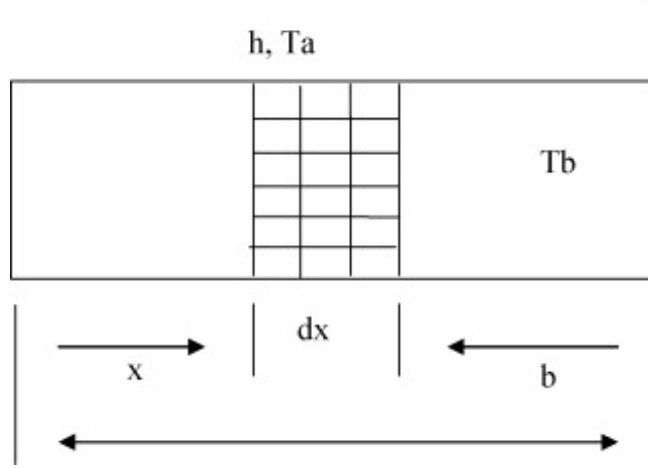
4.1. SONUÇ

Bu bölümde gözenekli ortamda gömülü dikey tam koni hakkındaki Darcy akışının doğal ısı yayılımının benzer çözümlerinden elde edilen nonlinear adi diferansiyel denklemin yaklaşık çözümünü bulmak için MVIM yöntemi kullanıldı. Aynı problemin çözümü Sohoulı, Famouri, Kimiaefar, Domairry [8] tarafından Homotopi analiz yöntemi ve nümerik yöntem kullanılarak bulundu. Biz [8] in sonuçlarıyla bizim elde ettiğimiz sonuçları karşılaştırdık. Elde edilen bu sonuçlar Şekil 4.9 – 4.11 ve Tablo 4.1 – 4.2 ile verildi. μ ve ω değerinin farklı durumları için yapılan bu karşılaştırmalarda HAM 'unda 20. adımda çözüme yaklaşıırken, MVIM ile 3. adımında nümerik çözümle aynı davranışa sahip bir çözüm serisi bulundu. Sayısal sonuçlar bulunurken Matlab programı kullanıldı.

Şekil 4.8 ve 4.9 da, sırasıyla, ω yardımcı parametresinin 0.1 ve 0.01 değerleri için ısı yayılımı gözlemlendi. ω 'nın küçük olması durumunda ısı yayılımının daha az olduğu farkedildi. Ayrıca şekil 4.12 ve 4.13 ' de ω yakınsaklık kontrol parametresinin $\mu = 0.5$ ve $\mu = 1$ için grafikleri çizildi.

5. KANAT PROBLEMİ

A_c enine kesit alanı keyfi seçilmiş, sıcaklığı ısı iletim katsayısına bağlı düz bir kanat düşünelim, p bir parametre ve b uzunluk olmak üzere Şekil 5.1 'i göz önüne alalım.



Şekil 5.1. Isı akışının şematik gösterimi

Kanat, T_b sıcaklığının ana yüzeyinden etkilenir, T_a sıcaklığının akışında genişler ve onun ucu izole edilmiştir. Bir boyutlu enerji denge denklemini aşağıdaki şekilde verir.

$$A_c \frac{d}{dx} \left[k(T) \frac{dT}{dx} \right] - ph(T_b - T_a) = 0.$$

Kanat maddesinin ısı iletim katsayısının, sıcaklıkla doğrusal olarak değiştiği kabul edilirse,

$$k(T) = k_a [1 + \mu(T - T_a)],$$

yazılabilir. k_a kanadın akış ısısını çevreleyen ısı iletim katsayısı ve μ ısı iletim katsayısının değişimini tanımlayan bir parametredir.

$$u = \frac{T - T_a}{T_b - T_a} \quad \tau = \frac{x}{b} \quad \varepsilon = \mu(T_b - T_a)$$

$$N = \left(\frac{hPb^2}{k_a A_c} \right)^{1/2},$$

şeklindeki boyutsuz parametreleri kullanırsak,

$$(1 + \varepsilon u) \frac{d^2 u}{d\tau^2} + \varepsilon \left(\frac{d^2 u}{d\tau^2} \right)^2 - N^2 u = 0, \quad (5.1)$$

$$u(1) = 1 \text{ ve } u'(0) = 0.$$

adi diferansiyel denklemi bulunur.

Uygulamada kullanılan kanatların ısı parametrelerinin değişken olduğu durumlar için literatürde çok sayıda araştırma bulunmaktadır. Yu ve Chen [27], ısı iletim katsayısının sıcaklıkla doğrusal olarak değiştiğini kabul ederek, doğrusal olmayan kanat problemini diferansiyel dönüşüm metodu ile çözmüşlerdir. Değişken ısı iletim katsayılı konvektif düz kanatların ısı analizi farklı metodlar kullanılarak yapılmıştır [9,14,28-32]. Arslan-türk [14] bu tip kanatlar içindeki sıcaklık dağılımını Adomian ayrışım yöntemini kullanmış ve bu çözüm yardımıyla kanat verimleri için korelasyon denklemleri üretmiştir. Arslan-türk tarafından yapılan bir başka çalışmada ise değişken ısı iletim katsayılı dairesel kanatların optimal tasarımı yapılmış ve sonuçlar korelasyon denklemleri ile ifade edilmiştir [28]. Coşkun ve Atay [29] Varyasyonel iterasyon metodu ve sonlu elemanlar metodu ile düz kanatların verimliliğini incelemişlerdir. Konvektif düz kanatların verimlerini elde etmek için Homotopi analiz metodu farklı araştırmacılar tarafından kullanılmıştır [9,30]. Aynı kanat problemi, Joneidi ve arkadaşları [31] tarafından diferansiyel dönüşüm metodu kullanılarak çözülmüştür. Hem taşınım hem de ısıyla ısı kaybeden kanatların iki boyutlu ısı analizi diferansiyel quadrature metodu ile gerçekleştirilmiştir [32]. Yang ve arkadaşları [24] hiperbolik profilli kanat problemini ayrıştırma yöntemi ile çözmüş ve kanat verimlerini grafik olarak ifade etmişlerdir.

(5.1) denkleminin düzeltme fonksiyonu;

$$u_{n+1}(\tau) = u_n(\tau) + \int_0^\tau \lambda(s) \{ (1 + \varepsilon u_n)(u_n)_{ss} + \varepsilon (u_n)_{ss}^2 - N^2(u_n) \} ds \quad (5.2)$$

şeklinde olup eşitliğe δ operatörü uygulanırsa;

$$\begin{aligned} \delta u_{n+1}(\tau) &= \delta u_n(\tau) + \int_0^\tau \lambda(s) \delta(u_n)_{ss} ds + \varepsilon \int_0^\tau \lambda(s) \delta(\tilde{u}_n)(\tilde{u}_n)_{ss} ds \\ &+ \varepsilon \int_0^\tau \lambda(s) \delta(\tilde{u}_n)_{ss}^2 - N^2 \int_0^\tau \lambda(s) \delta(u_n) ds, \end{aligned} \quad (5.3)$$

elde edilir. Kısmi türevler alınıp gerekli düzenlemeler yapılsa,

$$\begin{aligned} \delta u_{n+1}(\tau) &= \delta u_n(\tau) + \lambda(s) \delta u'_n(s) \Big|_{\tau=s} - \lambda'(s) \delta u_n(s) \Big|_{\tau=s} \\ &+ \int_0^\tau \lambda''(s) \delta u_n(s) ds - N^2 \int_0^\tau \lambda(s) \delta u_n(s) ds = 0, \\ \delta u_{n+1}(\tau) &= (1 - \lambda'(s)) \delta u_n(\tau) + \lambda(s) \delta u'_n(s) \Big|_{\tau=s} + \int_0^\tau (\lambda'' - N^2 \lambda(s)) \delta u_n(s) ds = 0, \end{aligned} \quad (5.3 \text{ a})$$

eşitlikleri elde edilir.

Böylece (5.3 a) denkleminde

$$1 - \lambda'(\tau) = 0,$$

$$\lambda(\tau) = 0, \tag{5.4}$$

$$\lambda''(s) \Big|_{\tau=s} - N^2 \lambda(s) \Big|_{\tau=s} = 0.$$

adi diferensiyel denklem sistemi elde edilir. Buradan Lagranç Çarpımı,

$$\lambda(s) = \frac{1}{2N} \left(e^{N(s-\tau)} + e^{N(\tau-s)} \right) \tag{5.5}$$

olarak bulunur. Bulunan bu değeri düzeltme fonksiyonu (5.2) de yerine yazarsak,

$$u_{n+1}(\tau) = u_n(\tau) + \frac{\omega}{2N} \int_0^\tau \left(e^{N(s-\tau)} + e^{N(\tau-s)} \right) \{ (1 + \varepsilon u_n)(u_n)_{ss} + \varepsilon (u_n)_{ss}^2 - N^2(u_n) \} ds \tag{5.6}$$

elde edilir. Inc [9] tarafından kullanılan başlangıç adımı,

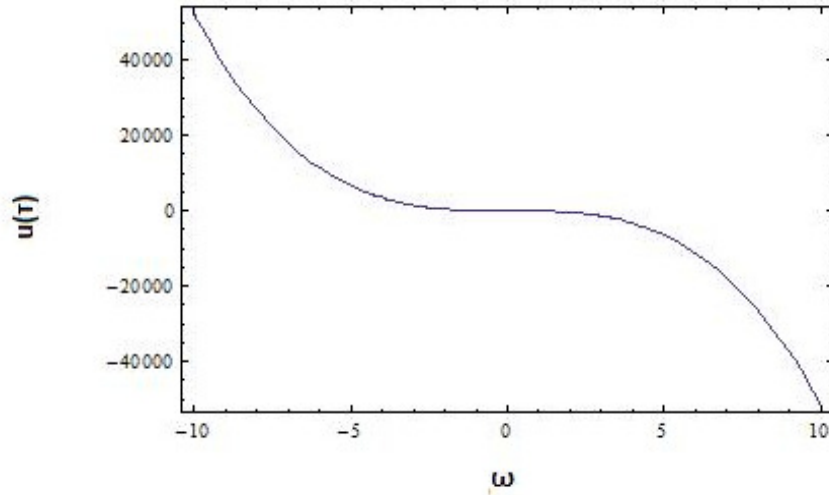
$$u_0(\tau) = C + (1 - C)\tau^2, \tag{5.7}$$

ilk yaklaşım olarak alırsak, C bir integral sabiti olmak üzere, iterasyon formülünün elemanları kolayca elde edilebilir. (5.7) değeri (5.6) eşitliğinde yerine yazılırsa;

$$\begin{aligned} u_1(\tau) = & C + (1 - C)\tau^2 + \omega \left(\frac{1}{3}\tau^2(-1 + \tau)(6\varepsilon)(-1 + C) + N^2 \right) \\ & + \frac{2 - 2C - \tau C N^2 (2\varepsilon(-1 + C) + N^2) + 2(-1 + C) \cosh[\tau N]}{N^2}, \\ u_2(\tau) = & C + (1 - C)\tau^2 + \omega \left(\frac{1}{3}\tau^2(-1 + \tau)(6\varepsilon)(-1 + C) + N^2 \right) \\ & + (2 - 2C - \tau C N^2 (2\varepsilon(-1 + C) + N^2) + 2(-1 + C) \cosh[\tau N])/N^2 \\ & + (\omega(60(-1 + C)N(2N(-1 + C)(6\varepsilon(-1 + C) + N^2)\omega)/60N^4 \\ & + \cosh[\tau N] - (12\varepsilon(-1 + C) + (2 + \tau)N^2)\omega \sinh[\tau N] \\ & - 5N^6(4\tau^2 + 12\tau C - 4\tau^3 C + \omega(\tau^4(-1 + C)(6\varepsilon(-1 + C) + N^2) \\ & + (6(-\tau N(-4 + C(4 + 2\varepsilon\tau(-1 + C)N^2 + \tau N^4)) + 4(-1 + C) \sinh[\tau N])/N^3 \\ & + 8\varepsilon(-1 + C)(15(\varepsilon(24 + 2C(-24 + N^2) - 2C^2(-12 + N^2)) \\ & + (-1 + C)\tau^2 N^2(6(-1 + C)\varepsilon + N^2)\omega \\ & + (\varepsilon(24 + 2C(-24 + N^2) - 2C^2(-12 + N^2))) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -N^2(4 + C(-4 + N^2)))\omega \cosh[\tau N] \\
& + N(\tau N(-5\tau^2 N^2 + -5\tau^3 N^2(-6\varepsilon + N^2)\omega + 12C^2\varepsilon^2\tau^2(-5 + 3\tau^2)N^2\omega^2 \\
& + 15\tau(-6\varepsilon + N^2)\omega^2 - \tau^4 N^2(-6\varepsilon + N^2)^2\omega^2 - 15\omega(2 + \omega) \\
& - 2C^2\varepsilon\tau\omega(45\omega + N^4(20\tau\omega - 6\tau^2\omega) + 3N^2(-10 + 5\tau^2 - 20\varepsilon\tau\omega + 18\varepsilon\tau^3\omega)) \\
& + C(\tau^2(-5 + \tau^2)N^6\omega^2 + 15\omega(2 + \omega + 12\varepsilon\tau\omega) \\
& + \tau N^4\omega(15 - 5\tau^2 + 40\varepsilon\tau\omega - 24\varepsilon\tau^3\omega) + N^2(-15 + 60\varepsilon\tau^3\omega + 108\varepsilon^2\tau^4\omega^2 \\
& - N^2(4 + C(-4 + N^2)))\omega^2 - 15\omega(-2(-1 + C)\tau N^2 \\
& - 15\tau\omega(4\varepsilon + \omega) + \tau^2(5 - 60\varepsilon^2\omega^2)))) + \dots),
\end{aligned}$$

formundaki çözüm serisinin terimleri bulunur. ω yardımcı parametresini Şekil 5.2 deki uygun aralığı kullanarak seçeriz.

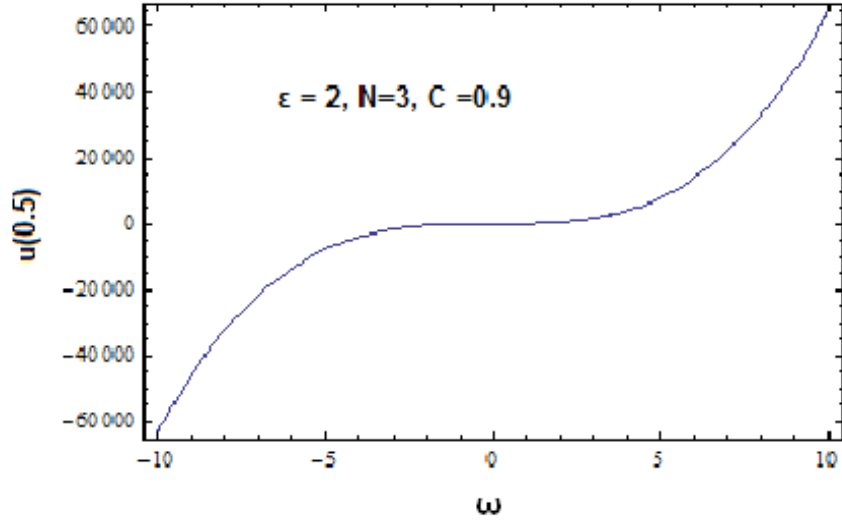


Şekil 5.2. ω' 'nın $u(\tau)$ için $(-10, 10)$ aralığındaki durumu

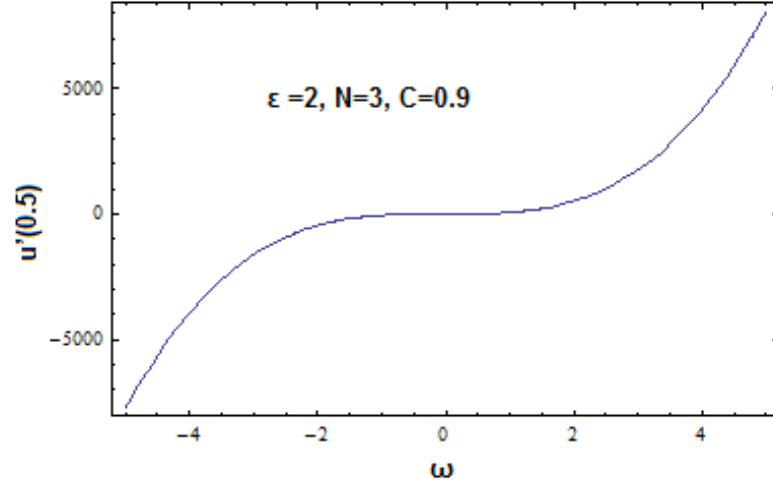
Şekil 5.2 'den $\omega = 0.01$ en uygun değer olarak seçildi. Adomian Ayrışım, Homotopi Perturbasyon, Homotopy Analiz ve Genişletilmiş Varyasyonel İterasyon metodları ile elde edilen değerlerde [9] göz önünde bulundurularak aşağıdaki Şekil ve Tablolar elde edildi.

Tablo 5.1. $\varepsilon = -1, C = 0.9, N = 5$ iken HAM, ADM, HPM ve MVIM arasındaki karşılaştırma.

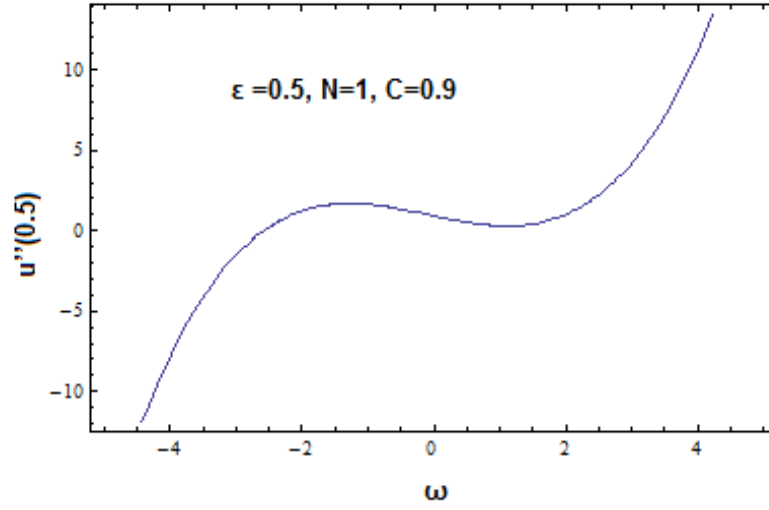
τ	HAM $h = 0.03$	ADM	HPM	MVIM $\omega = 0.01$
0.1	0.884668	1.43634	4.01327	0.855846
0.2	0.838876	4.06611	16.6673	0.814130
0.3	0.763232	12.7267	50.1048	0.774738
0.4	0.658736	37.0315	127.522	0.737539
0.5	0.526797	97.3252	291.169	0.702384
0.6	0.369198	232.718	613.184	0.669086
0.7	0.188102	513.057	1210.92	0.637403
0.8	-0.013967	1056.09	2268.02	0.606999
0.9	-0.234141	2051.34	2062.43	0.577379
1.0	-0.469221	3792.32	7003.12	0.547793



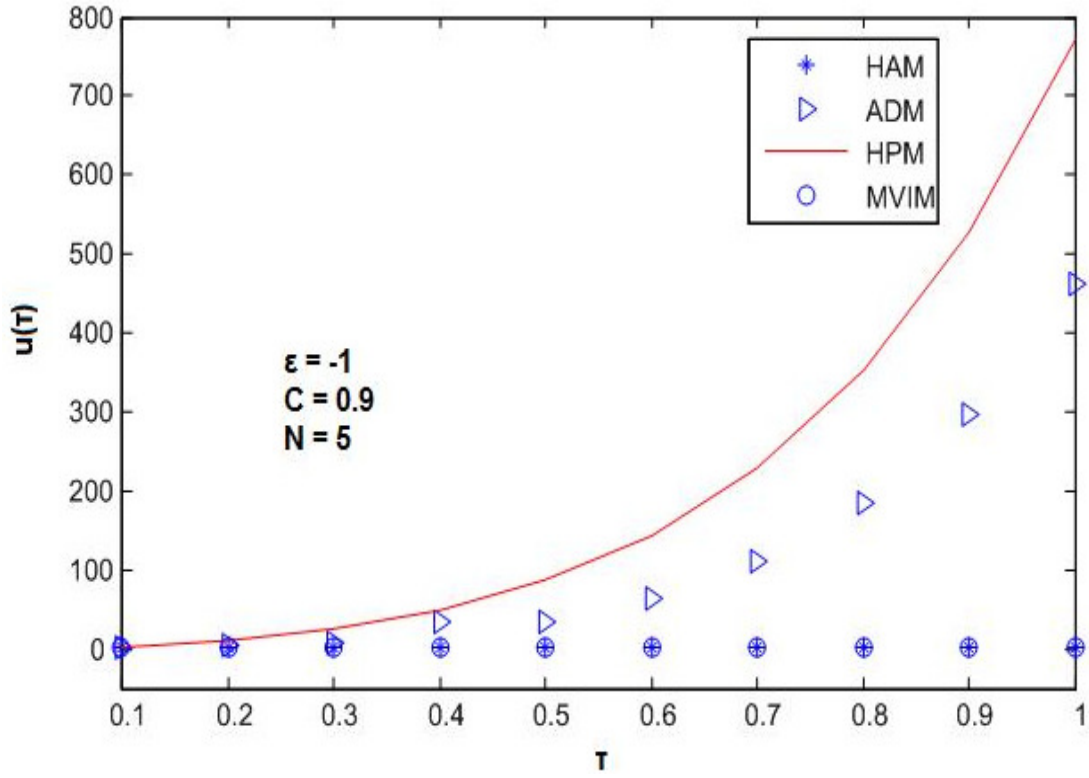
Şekil 5.3. $\varepsilon = 2, C = 0.9, N = 3$ iken ω 'nın $u(0.5)$ deki grafiği



Şekil 5.4. $\varepsilon = 2$, $C = 0.9$, $N = 3$ iken ω 'nın $u'(0.5)$ deki grafiği



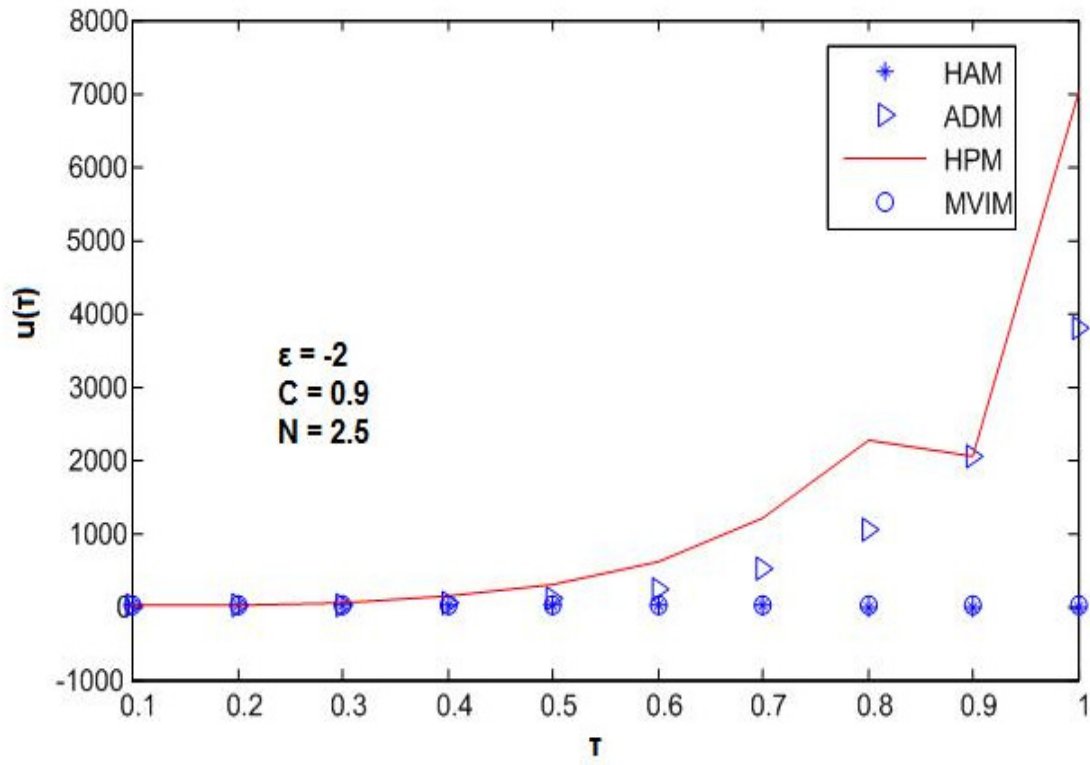
Şekil 5.5. $\varepsilon = 0.5$, $C = 0.9$, $N = 3$ iken ω 'nın $u''(0.5)$ deki grafiği



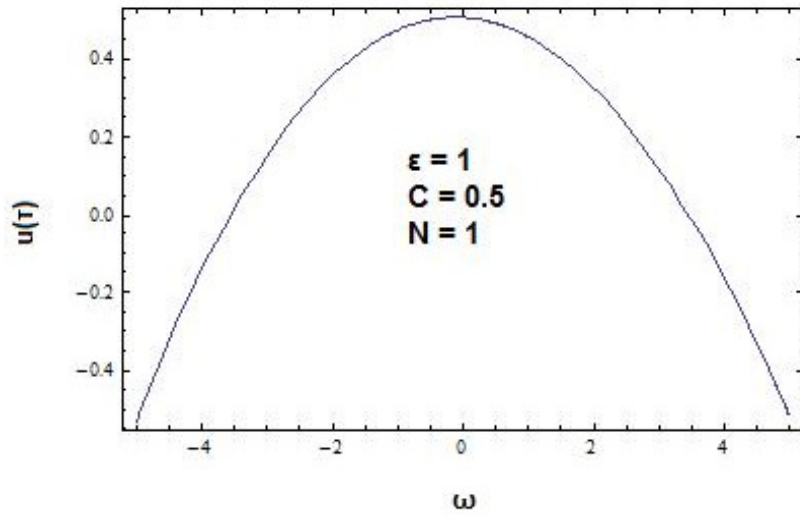
Şekil 5.6. $\varepsilon = -1, C = 0.9, N = 5$ iken HAM, ADM, HPM ve MVIM arasındaki karşılaştırma.

Tablo 5.2. $\varepsilon = -2, C = 0.9, N = 2.5$ iken HAM, ADM, HPM ve MVIM arasındaki karşılaştırma.

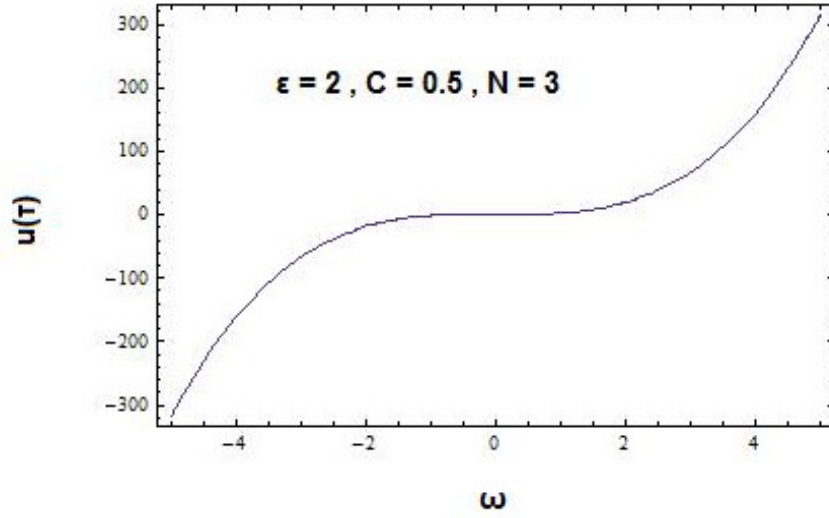
τ	$HAM \ h = 0.05$	ADM	HPM	$MVIM \ \omega = 0.05$
0.1	0.895067	1.55523	1.46417	0.840809
0.2	0.880286	3.84041	10.5889	0.784446
0.3	0.855714	8.76227	24.7295	0.730755
0.4	0.821442	34.9561	48.4612	0.679568
0.5	0.777599	34.9561	86.0491	0.630709
0.6	0.724353	63.5013	143.457	0.583991
0.7	0.661905	110.049	228.712	0.539208
0.8	0.590496	183.342	352.365	0.496141
0.9	0.510402	295.334	528.049	0.454541
1.0	0.421933	462.068	773.137	0.414413



Şekil 5.7. $\varepsilon = -2$, $C = 0.9$, $N = 2.5$ iken HAM, ADM, HPM VE MVIM arasındaki karşılaştırma



Şekil 5.8. Çözüm serisinde $\varepsilon = 1$, $C = 0.5$, $N = 1$ alınarak elde edilen yakınsaklık aralığı



Şekil 5.9. Çözüm serisinde $\varepsilon = 2$, $C = 0.5$, $N = 3$ alınarak elde edilen yakınsaklık aralığı

Şekil 5.8-5.9' da ε , C ve N ' in farklı değerlerine karşılık Genişletilmiş varyasyonel iterasyon metodu ile elde edilen $u(\tau)$ ' nun yakınsaklık kontrol parametresi olan ω ' nun $(-5,5)$ aralığındaki değerlerine karşılık çözüm serisinin yakınsaklık aralığı araştırıldı.

Her iki durumda da çözüm serisinin yakınsaklık aralığı değişmemekte ve HAM ile çok yakın sonuçlar vermektedir. Bu ise yöntemin güvenilir olduğunu gösterir.

5.1. SONUÇ

Bu bölümde MVIM'in temel fikri ortaya konuldu ve daha sonra yüzey içinde ısı dağılımını tanımlamak için ve termal iletkenlikten bağımsız ısı ile yüzeyler kullanıldı. Bu problem MVIM ile çözüldü ve sırasıyla İnç [9], Arslantürk [14] ve Rajabi [25] tarafından elde edilen HAM, ADM ve HPM 'nin sayısal sonuçları ile karşılaştırıldı. Elde edilen bu sonuçlar Şekil 5.6 , 5.7 ve Tablo 5.1 , 5.2 ile verildi. ε , C , N ve ω değerlerinin farklı durumları için yapılan bu karşılaştırmalarda MVIM 'in HAM sayısal sonuçlarına yakın olduğu ve analitik çözüme yakınsayan sonuçlar elde edildiği gözlemlendi. Tablo 5.1, 5.2 ve Şekil 5.6, 5.7 ' de görüldüğü gibi Adomian ayrışım ve Homotopi pertürbasyon yöntemleri analitik çözümden ıraksayan sonuçlar verdi.

KAYNAKLAR

- [1] **Yaşar, İ. B.**, 2005. Diferensiyel Denklemler ve Uygulamaları, Siyasal Kitabevi, Ankara.
- [2] **Koca, K.**, 2001. Kısmi Türevli Denklemler, Gündüz Eğitim ve Yayıncılık, Ankara.
- [3] **Kolmogorov, A. N., Fomin, S. V.**, 1957. Elements of the Theory of Functions and Functional Analysis, Graylock Presses, Rochester, N. Y.
- [4] **He, J. H.**, 2005. Non-Perturbative methods for strongly nonlinear problems, Berlin
- [5] **Ganji, D. D., Tari, H., Jooybari, M. B.**, 2007. Variational iteration method and homotopy perturbation method for nonlinear evolution equations, Comput. Math. Appl. **54**, 1018-1027.
- [6] **Ganji, D. D., Sadighi, A.**, 2007. Solution of nonlinear diffusion equations by variational iteration method, Comput. Math. Appl. **54**, 1112-1121.
- [7] **Ganji, D. D., Afrouzi, G. A., Talarposhti, R. A.**, 2007. Application of He's variational iteration method for solving the reaction-diffusion equation with ecological parameters, Comput. Math. Appl. **54**, 1010-1017.
- [8] **Sohouli, A.R, Famouri, M., Kimiaefar, A., Domairry, G.**, 2010. Application of homotopy analysis method for natural convection of darcian fluid ababout a vertical full cone embedded in pours media prescribed surface heat flux, Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simulation, **15**, 1691-1699.
- [9] **Inc, M.**, 2008. Application of homotopy analysis method for fin efficiency of convective straight fins with temperature-dependent thermal conductivity, Math. Comp. Simulation, **79**, 189-200.
- [10] **He, JH.**, 1999. Variational iteration method, a kind of nonlinear analytical technique, Some Examples, Int. J. Non-linear Mech., **34**, 699-708.
- [11] **He, JH.**, 2000. Variational iteration method for autonomous ordinary differential systems, Comput. Math. Appl. **114**, 115-123.
- [12] **Wazwaz, AM.**, 2007. The variational iteration method for solving two forms of blasius equations on a half-infinite domain, Comput. Math. Appl., **188**, 485-491.
- [13] **Noor, MA., Mohyud-Din, ST., Tahir, M.**, 2008. Modified variational iteration methods for thomas- fermi equation, World Applied Sciences Journal, **4**, 479-486.
- [14] **Arslantürk, C.**, 2005. A decomposition method for fin efficiency of convective straight fins with temperature-dependent thermal conductivity, Int. Commun. Heat Mass Transfer **32**, 831-841.

- [15] **Rajabi, A.**, 2007. Homotopy perturbation method for fin efficiency of convective straight fins with temperature-dependent thermal conductivity, *Phys. Lett. A* **364**, 33-37.
- [16] **Sweilam, NH., Khader, MM.**, 2007. Variational iteration method for one dimensional nonlinear thermoelasticity. *Chaos Soliton Fract.* **32**, 145-149.
- [17] **Tari, H., Ganji, DD., Rostamian, M.**, 2007. Approximate solutions of K (2,2), KdV and modified KdV equations by variational iteration method. Homotopy perturbation method and homotopy analysis method, *Int. J. Nonlinear Sci. Numer Simul.* **8(2)**, 203-210.
- [18] **Momani, S., Abuasad, S.**, 2006. Application of He' s variational iteration method to helmhotz equation, *Chaos Soliton Fract.* **27**, 1119-23.
- [19] **Odibat, ZM., Momani, S.**, 2006. Application of variational iteration method to nonlinear differential equations of fractional order, *Int. J. Nonlinear Sci. Numer Simul.* **7**, 27-34.
- [20] **Bildik, N., Konuralp, A.**, 2006. The use of variational iteration method, differential transform method and adomian decomposition method for solving different types of nonlinear partial differential equations, *Int. J. Nonlinear Sci. Numer Simul.* **7**, 65-70.
- [21] **Yusufoğlu, E.**, 2007. Variational iteration method for constuction of some compact and noncompact structures of Klein-gordon equations, *Appl. Math. Letters.* **8(2)**, 152-158.
- [22] **He, J.H.**, 1999. Variational iteration method-a kind of nonlinear analytical technique: some exammples, *Int. J. Nonlinear Mech.* **34(4)**, 699-708.
- [23] **Odibat, Z.M.**, 2010. A study on the convergence of variational iteration method, *Math. Comput. Modelling*, **51**, 1181-1192.
- [24] **Yang, S., Xiao, A., Su, H.**, 2010. Convergence of the variational iteration method for solving multi-order fractional differential equations, *Comp. Math. Applic.* **60**, 2871-2879.
- [25] **Yang, S., Xiao, A.**, 2011. Convergence of the variational iteration method for solving multi-delay differential equations, *Comp. Math. Applic.* **61**, 2148-2151.
- [26] **Liao, SJ.**, 1992. The Proposed homotopy analysis technique for the solution of nonlinear problems, PhD Thesis, Shanghai Jiao Tong University.
- [27] **Yu, LT.,Chen, C.K.**, 1999. Optimization of Circular Fins with Variable Thermal Parameters, *J. Franklin Inst.* **336** , 77-95.

- [28] **Arslantürk, C.**, 2009. Correlation equations for optimum design of annular fins with temperature dependent thermal conductivity, *Heat Mass Transfer*. **45**, 519-525.
- [29] **Coşkun, S.B., Atay, M.T.**, 2008. Fin efficiency analysis of convective and straight fins with temperature dependent thermal conductivity using variational iteration method. *Applied Thermal Engineering*, **28**, 2345-2352.
- [30] **Domairy, G., Fazeli, M.**, 2009. Homotopy analysis method to determine the fin efficiency of convective straight fins with temperature-dependent thermal conductivity, *Comm. Nonlinear Sci. Numer. Simul.* **14**, 289-499.
- [31] **Joneidi, A.A., Ganji, D.D., Babaelahi, M.**, 2009. Differential transformation method to the fin efficiency of convective straight fins with temperature-dependent thermal conductivity, *Int. Comm. Heat Mass Transfer*. **36**, 757-762.
- [32] **Malakzadeh, P., Rahideh, H., Setoodeh, A.R.**, 2007. Optimization of non-symmetric convective-radiative annular fins by differential quadrature method, *Energy Con. Mang. and Management*. **48**, 1671-1677.

ÖZGEÇMİŞ

1986 yılında Adana'da doğmuşum. İlk, orta ve lise öğrenimimi Adana'da tamamladım. 2005-2009 yılları arasında Fırat Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümünde lisans öğrenimimi tamamladım. 2009 yılında Fırat Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Uygulamalı Matematik Anabilim Dalında tezli yüksek lisansa başladım. 2011 yılında Siirt Üniversitesi Matematik Bölümü'ne araştırma görevlisi olarak atandım. Halen adı geçen üniversitede araştırma görevlisi olarak çalışmaktayım.

Özlem ÖKSÜZER