



TC MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞI
DOKÜMAN MERKEZİ

T.C.
FIRAT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ÇEKME ETKİSİNDE BİR KENARI ANKASTRE VE
ORTASINDA DİKDÖRTGEN DELİK BULUNAN
DÜZLEM KOMPOZİT LEVHALARDA
GERİLME ANALİZİ

METE ONUR KAMAN

YÜKSEK LİSANS TEZİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

Tez Yöneticisi : Yrd. Doç. Dr. Mustafa GÜR

ELAZIĞ

2000

96343

T.C.
FIRAT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ÇEKME ETKİSİNDE BİR KENARI ANKASTRE VE
ORTASINDA DİKDÖRTGEN DELİK BULUNAN
DÜZLEM KOMPOZİT LEVHALARDA
GERİLME ANALİZİ

METE ONUR KAMAN

YÜKSEK LİSANS TEZİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

Bu tez,.....Tarihinde, Aşağıda Belirtilen Jüri Tarafından
Oybirliği/Oyçokluğu ile Başarılı/Başarısız Olarak Değerlendirilmiştir.

(İmza)
Danışman
Yrd. Doç. Dr. Mustafa GÜR

(İmza)
Üye

(İmza)
Üye

Bu tezin kabulü, Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun
...../...../..... tarih vesayılı kararıyla onaylanmıştır.

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

**ÇEKME ETKİSİNDE BİR KENARI ANKASTRE ve
ORTASINDA DİKDÖRTGEN DELİK BULUNAN
DÜZLEM KOMPOZİT LEVHALARDA
GERİLME ANALİZİ**

Mete Onur KAMAN

Fırat Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

2000, Sayfa: 169

Bu çalışmada kompozit malzemeden imal edilmiş, ortasında dikdörtgen delik bulunan, bir ucu ankastre ve üniform yayılı çeki yüklerine maruz kalan düzlem levhalarda elasto-plastik gerilme analizi yapılmıştır. Malzeme olarak alüminyum matriks ve çelik fiberden oluşmuş çelik alüminyum kompoziti seçilmiştir. Çalışmada sonlu elemanlar metodu kullanılarak sayısal çözüm yapılmıştır. Çözümde dokuz düğümlü izoparametrik sonlu elemanlar kullanılmıştır. Düzlem levha ortasındaki dikdörtgen deliğin boyutları değiştirilerek farklı boyutlar için ayrı ayrı sonuçlar bulunmuştur. Üniform yayılı çeki yükleri, ilk akmayı başlatan değerden itibaren kademeli olarak artırılarak farklı fiber takviye açılarında levhalara uygulanıp elasto-plastik gerilme analizi yapılmıştır.

Analizler sonucunda kompozit levhada gerilme yığılmasından dolayı ortaya çıkan akma nedeniyle artık gerilmeler elde edilmiştir. Elde edilen artık gerilmelerin delik etrafındaki dağılımı, farklı delik boyutları ve takviye açıları için grafikler halinde sunulmuştur. Ayrıca kademeli olarak artırılan yüklemeye bağlı olarak, akmaya katılan düğümlerden elde edilen plastik bölge yayılımı incelenmiştir. Sonuçta delik boyutları arttıkça iç gerilmelerin de arttığı görülmüştür. Ayrıca takviye açısının her değeri için üniform yayılı çeki yüklerinin artmasıyla, levha üzerindeki gerilmelerin değeri ve plastik bölgelerin alanı artmıştır. Aynı delik boyutları ve yükleme için takviye açısının artmasıyla, plastik bölgeler de genişleme elde edilmiştir.

Anahtar Kelimeler : Elasto-plastik gerilme, sonlu elemanlar metodu, kompozit malzeme, artık gerilme.



ABSTRACT

Master Thesis

**STRESS ANALYSIS OF COMPOSITE PLATE WHICH HAS
RECTANGULAR HOLE IN ITS MIDDLE AND SERVING
AS A CANTILEVER BEAM UNDER TENSILE STRESS**

Mete Onur KAMAN

University of Firat
Graduate School of Natural and Applied Science
Department of Mechanical Engineering

2000, Page: 169

In this study, the elasto-plastic stress analysis of plain which are made of composite materials with rectangular hole in the middle and one edge cantilever beam and subject to uniform tension loads. For material, steel aluminium composite with aluminium matrix and steel fiber are selected. In this study, numerical solution is done by using finite element methods. For solution, nine node isoparametric quadrilateral element is used. By changing the dimensions of rectangular hole, in the middle of plane plate, various results are obtained. The elasto-plastic stress analysis is done by increasing uniform tension loads gradually from the value of the first yield and by applying to various fiber orientation angles.

As a result of the analysis, residual stresses were obtained due to the yield emerging from the stress concentration on the composite plate. The distribution of the residual stresses around the hole were presented as charts for different hole dimensions and different orientation angles. Furthermore, depending on the gradually increasing load, plastic zone spread which was obtained from the nodes participating in yielding. As a conclusion, as the dimensions of the hole increased, internal stress increased. Besides, for each orientation angle, as the uniform tension loads increased, the stress around the hole and the area of plastic zones also increased. For the same hole dimensions and load, as the orientation angle increased, the plastic zones increased.

Key Words : Elasto-plastic stress, finite element method, composite material, residual stress.



TEŞEKKÜR

Bu çalışmanın oluşmasındaki her kademede her türlü yardımı sağlayan ve çalışmalarında bana yol gösteren başta, danışman hocam Sayın Yrd. Doç. Dr. Mustafa GÜR' e çok teşekkür ederim. Engin bilgi ve tecrübelerinden sık sık faydalandığım, her zaman desteğini gördüğüm, değerli insan, hocam Sayın Prof. Dr. Aydın TURGUT' a, tezin oluşması esnasında her türlü imkanı sağlayan bölüm başkanımız Sayın Prof. Dr. Kazım PIHTILI hocama ve ayrıca bu çalışma esnasında her zaman yardımlarını gösteren, sıkıştığım noktalarda yardımlarını esirgemeyen, çalışmama büyük katkı sağlayan Sayın Yrd. Doç. Dr. Nurettin ARSLAN hocama teşekkürlerimi sunarım.

Mete Onur KAMAN



İÇİNDEKİLER

	Sayfa No
ÖZET.....	III
ABSTRACT.....	V
TEŞEKKÜR.....	VII
İÇİNDEKİLER.....	VIII
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	XI
TABLolar LİSTESİ.....	XXIII
SİMGELER LİSTESİ.....	XXIV
1. GİRİŞ.....	1
2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI.....	4
3. İZOPARAMETRİK SONLU ELEMANLARIN FORMÜLASYONU.....	9
3.1. İnterpolasyon Fonksiyonları.....	9
3.1.1. Bir Değişkenli İnterpolasyon Fonksiyonları.....	10
3.1.2. İki Değişkenli İnterpolasyon Fonksiyonları.....	10
3.1.3. Lagrange Polinomları.....	13
3.1.4. İki Boyutlu Elemanlar İçin İnterpolasyon Fonksiyonu Olarak Lagrange Polinomlarının Kullanılması.....	15
4. ANİZOTROPİK MALZEMELER İÇİN GERİLME-ŞEKİL DEĞİŞTİRME BAĞINTILARI.....	19
4.1. Ortotropik Malzemeler için Elastiklik Matrisi Bileşenlerinin Elde Edilmesi.....	23
4.2. Düzlem Gerilme Hali İçin Rijitlik ve Elastiklik Matrislerinin Çıkarılması.....	26
4.3. Takviye Açısına Bağlı Olarak Kompozit İçin Gerilme-Şekil Değişirme Bağıntıları.....	27
5. ELASTO-PLASTİK GERİLME ANALİZİ.....	32
5.1. Elasto-Plastik Analizin Tanımı ve Analiz Şartları.....	32
5.2. Soğuk Sertleşme Teorisi.....	35
5.2.1. Anizotropik Şekil Değişirme Sertleşmesi.....	36

5.2.2. Normalite Kriteri.....	37
5.2.3. Toplam Gerilme-Şekil Değiştirme Bağıntıları.....	38
5.2.4. 'A' Parametresinin İncelenmesi.....	40
6. İKİ BOYUTLU ELASTO-PLASTİK PROBLEMLERE SONLU	
ELEMAN FORMÜLASYONUNUN UYGULANMASI.....	42
6.1. Şekil Değiştirmeler ve Gerilmelerin Elde Edilmesi.....	42
6.2. Direngenlik Matrisinin Hesaplanması.....	51
6.3. Nümerik İntegrasyon.....	52
7. PROBLEMİN TANIMLANMASI.....	54
7.1. Ortasında Dikdörtgen Delik Bulunan Kompozit Levhanın Sonlu Elemanlara Ayrılması.....	55
7.2. Elasto-Plastik Gerilmelerin Hesaplanması.....	56
7.2.1. Ramber Osgood Bağıntısı.....	56
7.2.2. İki Boyutlu Elasto-Plastik Problemin Sayısal Çözümü.....	57
8. SONLU ELEMAN AĞI.....	61
8.2. Sonlu Eleman Ağıının Elde Edilmesi.....	61
8.2. Sonlu Eleman Ağıında Düğüm Sayısı Çalışma Aralığının Elde Edilmesi.....	62
9. SONUÇLAR.....	64
9.1. Aynı Yükleme Durumunda Farklı Takviye Açılarına Göre Değişik Delik Boyutlarındaki Levhada Artık Gerilmelerin Delik Kenarları Boyunca Dağılımı.....	65
9.2. Farklı Yükleme Durumlarında ve Farklı Takviye Açılarında Aynı Delik Boyutu İçin σ_x Artık Gerilme Bileşeninin Delik Kenarları Boyunca Dağılımı....	119
9.3. Aynı Yükleme Durumunda Farklı Takviye Açılarına Göre Değişik Delik Boyutlarındaki Levhada Plastik Bölgelerin Yayılışı.....	129
9.4. Farklı Yükleme Durumlarında ve Farklı Takviye Açılarında Aynı Tip Delik Boyutu İçin Levhada Plastik Bölgelerin Yayılışı.....	141
9.5. Farklı Takviye Açılarında ve Aynı Yükleme Durumunda Bütün Levha Üzerinde Artık Gerilmelerin Dağılımı.....	148
10. SONUÇLARIN DEĞERLENDİRİLMESİ VE ÖNERİLER.....	160

KAYNAKLAR..... 165

EKLER

EK-1:Elasto-Plastik Gerilme Analizi Yapan Fortran 77 Bilgisayar Programı

EK-2:Düzlem Levhanın Otomatik Bölmelendirilmesiyle Elde Edilen Sonlu Eleman Ağı



ŞEKİLLER LİSTESİ

	Sayfa No
Şekil 3.1. İzoparametrik eleman şekilleri.....	9
Şekil 3.2. Üç ve altı düğümlü üçgen elemanlar.....	12
Şekil 3.3. Dört ve dokuz düğümlü dörtgen elemanlar.....	12
Şekil 3.4. Üç düğümlü çubuk eleman.....	14
Şekil 3.5. İki boyutlu dokuz düğümlü eleman.....	16
Şekil 4.1. Ortotopik malzeme için tek yönlü gerilme hali.....	23
Şekil 4.2. Takviye doğrultusu, x-y eksen takımıyla θ açısı yapan kompozit levha.....	28
Şekil 5.1. 1 Doğrultusunda takviye edilmiş kompozit plak.....	34
Şekil 5.2. Kompozit malzeme için eksenel olmayan yükleme hali.....	35
Şekil 6.1. Dokuz düğümlü iki boyutlu izoparametrik sonlu elemanın global koordinatlardan lokal koordinatlara transform edilmesi.....	42
Şekil 7.1. Ortasında dikdörtgen delik bulunan kompozit levha.....	54
Şekil 7.2. Çözüm bölgesi sonlu elemanlara ayrılmış dikdörtgen delikli levha.....	55
Şekil 7.3. Gerilme-şekil değiştirme grafiği değişimi.....	56
Şekil 7.4. Başlangıç gerilmesi metodu.....	57
Şekil 8.1. Düzlemsel levhanın sonlu eleman ağının elde edilmesi.....	61
Şekil 8.2. Gerilmelerdeki % değişim ile düğüm sayısı arasındaki değişim.....	62
Şekil 8.3. Gerilmelerdeki %değişim ile düğüm sayısı arasındaki değişim.....	63
Şekil 9.1. Dikdörtgen delikli levha.....	64
Şekil 9.2. Levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin adlandırılması.....	65
Şekil 9.3. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_x artık gerilmesinin farklı genişlikteki delik boyutları (b=20,30,40 mm) için dağılımı (P=40 MPa, h=sabit=20 mm, $\theta=0^\circ$) Şekil 9.3.a; h1 kenarı, Şekil 9.3.b; b2 kenarı, Şekil 9.3.c; b1 kenarı, Şekil 9.3.d; h2 kenarı.....	77
Şekil 9.4. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_x artık gerilmesinin farklı genişlikteki delik boyutları (b=20,30,40 mm) için dağılımı (P=40 MPa, h=sabit=20 mm, $\theta=15^\circ$) Şekil 9.4.a; h1 kenarı, Şekil 9.4.b; b2 kenarı, Şekil 9.4.c; b1 kenarı, Şekil 9.4.d; h2 kenarı.....	78

- Şekil 9.5. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_x artık gerilmesinin farklı genişlikteki delik boyutları ($b=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=30^\circ$)
 Şekil 9.5.a; h1 kenarı, Şekil 9.5.b; b2 kenarı,
 Şekil 9.5.c; b1 kenarı, Şekil 9.5.d; h2 kenarı.....79
- Şekil 9.6. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_x artık gerilmesinin farklı genişlikteki delik boyutları ($b=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=45^\circ$)
 Şekil 9.6.a; h1 kenarı, Şekil 9.6.b; b2 kenarı,
 Şekil 9.6.c; b1 kenarı, Şekil 9.6.d; h2 kenarı.....80
- Şekil 9.7. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_x artık gerilmesinin farklı genişlikteki delik boyutları ($b=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=60^\circ$)
 Şekil 9.7.a; h1 kenarı, Şekil 9.7.b; b2 kenarı,
 Şekil 9.7.c; b1 kenarı, Şekil 9.7.d; h2 kenarı.....81
- Şekil 9.8. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_x artık gerilmesinin farklı genişlikteki delik boyutları ($b=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=75^\circ$)
 Şekil 9.8.a; h1 kenarı, Şekil 9.8.b; b2 kenarı,
 Şekil 9.8.c; b1 kenarı, Şekil 9.8.d; h2 kenarı.....82
- Şekil 9.9. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_x artık gerilmesinin farklı genişlikteki delik boyutları ($b=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=90^\circ$)
 Şekil 9.9.a; h1 kenarı, Şekil 9.9.b; b2 kenarı,
 Şekil 9.9.c; b1 kenarı, Şekil 9.9.d; h2 kenarı.....83
- Şekil 9.10. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_y artık gerilmesinin farklı genişlikteki delik boyutları ($b=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=0^\circ$)
 Şekil 9.10.a; h1 kenarı, Şekil 9.10.b; b2 kenarı,
 Şekil 9.10.c; b1 kenarı, Şekil 9.10.d; h2 kenarı..... 84

- Şekil 9.11. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_y artık gerilmesinin farklı genişlikteki delik boyutları ($b=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=15^\circ$)
 Şekil 9.11.a; h1 kenarı, Şekil 9.11.b; b2 kenarı,
 Şekil 9.11.c; b1 kenarı, Şekil 9.11.d; h2 kenarı.....85
- Şekil 9.12. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_y artık gerilmesinin farklı genişlikteki delik boyutları ($b=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=30^\circ$)
 Şekil 9.12.a; h1 kenarı, Şekil 9.12.b; b2 kenarı,
 Şekil 9.12.c; b1 kenarı, Şekil 9.12.d; h2 kenarı.....86
- Şekil 9.13. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_y artık gerilmesinin farklı genişlikteki delik boyutları ($b=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=45^\circ$)
 Şekil 9.13.a; h1 kenarı, Şekil 9.13.b; b2 kenarı,
 Şekil 9.13.c; b1 kenarı, Şekil 9.13.d; h2 kenarı.....87
- Şekil 9.14. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_y artık gerilmesinin farklı genişlikteki delik boyutları ($b=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=60^\circ$)
 Şekil 9.14.a; h1 kenarı, Şekil 9.14.b; b2 kenarı,
 Şekil 9.14.c; b1 kenarı, Şekil 9.14.d; h2 kenarı.....88
- Şekil 9.15. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_y artık gerilmesinin farklı genişlikteki delik boyutları ($b=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=75^\circ$)
 Şekil 9.15.a; h1 kenarı, Şekil 9.15.b; b2 kenarı,
 Şekil 9.15.c; b1 kenarı, Şekil 9.15.d; h2 kenarı.....89
- Şekil 9.16. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_y artık gerilmesinin farklı genişlikteki delik boyutları ($b=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=90^\circ$)
 Şekil 9.16.a; h1 kenarı, Şekil 9.16.b; b2 kenarı,
 Şekil 9.16.c; b1 kenarı, Şekil 9.16.d; h2 kenarı.....90

- Şekil 9.17. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki τ_{xy} artık gerilmesinin farklı genişlikteki delik boyutları ($b=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=0^\circ$)
 Şekil 9.17.a; h1 kenarı, Şekil 9.17.b; b2 kenarı,
 Şekil 9.17.c; b1 kenarı, Şekil 9.17.d; h2 kenarı.....91
- Şekil 9.18. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki τ_{xy} artık gerilmesinin farklı genişlikteki delik boyutları ($b=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=15^\circ$)
 Şekil 9.18.a; h1 kenarı, Şekil 9.18.b; b2 kenarı,
 Şekil 9.18.c; b1 kenarı, Şekil 9.18.d; h2 kenarı.....92
- Şekil 9.19. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki τ_{xy} artık gerilmesinin farklı genişlikteki delik boyutları ($b=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=30^\circ$)
 Şekil 9.19.a; h1 kenarı, Şekil 9.19.b; b2 kenarı,
 Şekil 9.19.c; b1 kenarı, Şekil 9.19.d; h2 kenarı.....93
- Şekil 9.20. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki τ_{xy} artık gerilmesinin farklı genişlikteki delik boyutları ($b=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=45^\circ$)
 Şekil 9.20.a; h1 kenarı, Şekil 9.20.b; b2 kenarı,
 Şekil 9.20.c; b1 kenarı, Şekil 9.20.d; h2 kenarı.....94
- Şekil 9.21. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki τ_{xy} artık gerilmesinin farklı genişlikteki delik boyutları ($b=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=60^\circ$)
 Şekil 9.21.a; h1 kenarı, Şekil 9.21.b; b2 kenarı,
 Şekil 9.21.c; b1 kenarı, Şekil 9.21.d; h2 kenarı.....95
- Şekil 9.22. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki τ_{xy} artık gerilmesinin farklı genişlikteki delik boyutları ($b=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=75^\circ$)
 Şekil 9.22.a; h1 kenarı, Şekil 9.22.b; b2 kenarı,
 Şekil 9.22.c; b1 kenarı, Şekil 9.22.d; h2 kenarı.....96

- Şekil 9.23. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki τ_{xy} artık gerilmesinin farklı genişlikteki delik boyutları ($b=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=90^\circ$)
 Şekil 9.23.a; h1 kenarı, Şekil 9.23.b; b2 kenarı,
 Şekil 9.23.c; b1 kenarı, Şekil 9.23.d; h2 kenarı.....97
- Şekil 9.24. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_x artık gerilmesinin farklı yükseklikteki delik boyutları ($h=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=0^\circ$)
 Şekil 9.24.a; h1 kenarı, Şekil 9.24.b; b2 kenarı,
 Şekil 9.24.c; b1 kenarı, Şekil 9.24.d; h2 kenarı.....98
- Şekil 9.25. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_x artık gerilmesinin farklı yükseklikteki delik boyutları ($h=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=15^\circ$)
 Şekil 9.25.a; h1 kenarı, Şekil 9.25.b; b2 kenarı,
 Şekil 9.25.c; b1 kenarı, Şekil 9.25.d; h2 kenarı.....99
- Şekil 9.26. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_x artık gerilmesinin farklı yükseklikteki delik boyutları ($h=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=30^\circ$)
 Şekil 9.26.a; h1 kenarı, Şekil 9.26.b; b2 kenarı,
 Şekil 9.26.c; b1 kenarı, Şekil 9.26.d; h2 kenarı.....100
- Şekil 9.27. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_x artık gerilmesinin farklı yükseklikteki delik boyutları ($h=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=45^\circ$)
 Şekil 9.27.a; h1 kenarı, Şekil 9.27.b; b2 kenarı,
 Şekil 9.27.c; b1 kenarı, Şekil 9.27.d; h2 kenarı.....101
- Şekil 9.28. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_x artık gerilmesinin farklı yükseklikteki delik boyutları ($h=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=60^\circ$)
 Şekil 9.28.a; h1 kenarı, Şekil 9.28.b; b2 kenarı,
 Şekil 9.28.c; b1 kenarı, Şekil 9.28.d; h2 kenarı.....102

- Şekil 9.29. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_x artık gerilmesinin farklı yükseklikteki delik boyutları ($h=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=75^\circ$)
 Şekil 9.29.a; h1 kenarı, Şekil 9.29.b; b2 kenarı,
 Şekil 9.29.c; b1 kenarı, Şekil 9.29.d; h2 kenarı.....103
- Şekil 9.30. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_x artık gerilmesinin farklı yükseklikteki delik boyutları ($h=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=90^\circ$)
 Şekil 9.30.a; h1 kenarı, Şekil 9.30.b; b2 kenarı,
 Şekil 9.30.c; b1 kenarı, Şekil 9.30.d; h2 kenarı.....104
- Şekil 9.31. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_y artık gerilmesinin farklı yükseklikteki delik boyutları ($h=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=0^\circ$)
 Şekil 9.31.a; h1 kenarı, Şekil 9.31.b; b2 kenarı,
 Şekil 9.31.c; b1 kenarı, Şekil 9.31.d; h2 kenarı.....105
- Şekil 9.32. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_y artık gerilmesinin farklı yükseklikteki delik boyutları ($h=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=15^\circ$)
 Şekil 9.32.a; h1 kenarı, Şekil 9.32.b; b2 kenarı,
 Şekil 9.32.c; b1 kenarı, Şekil 9.32.d; h2 kenarı.....106
- Şekil 9.33. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_y artık gerilmesinin farklı yükseklikteki delik boyutları ($h=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=30^\circ$)
 Şekil 9.33.a; h1 kenarı, Şekil 9.33.b; b2 kenarı,
 Şekil 9.33.c; b1 kenarı, Şekil 9.33.d; h2 kenarı.....107
- Şekil 9.34. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_y artık gerilmesinin farklı yükseklikteki delik boyutları ($h=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=45^\circ$)
 Şekil 9.34.a; h1 kenarı, Şekil 9.34.b; b2 kenarı,
 Şekil 9.34.c; b1 kenarı, Şekil 9.34.d; h2 kenarı.....108

- Şekil 9.35. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_y artık gerilmesinin farklı yükseklikteki delik boyutları ($h=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=60^\circ$)
 Şekil 9.35.a; h1 kenarı, Şekil 9.35.b; b2 kenarı,
 Şekil 9.35.c; b1 kenarı, Şekil 9.35.d; h2 kenarı.....109
- Şekil 9.36. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_y artık gerilmesinin farklı yükseklikteki delik boyutları ($h=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=75^\circ$)
 Şekil 9.36.a; h1 kenarı, Şekil 9.36.b; b2 kenarı,
 Şekil 9.36.c; b1 kenarı, Şekil 9.36.d; h2 kenarı.....110
- Şekil 9.37. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_y artık gerilmesinin farklı yükseklikteki delik boyutları ($h=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=90^\circ$)
 Şekil 9.37.a; h1 kenarı, Şekil 9.37.b; b2 kenarı,
 Şekil 9.37.c; b1 kenarı, Şekil 9.37.d; h2 kenarı.....111
- Şekil 9.38. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki τ_{xy} artık gerilmesinin farklı yükseklikteki delik boyutları ($h=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=0^\circ$)
 Şekil 9.38.a; h1 kenarı, Şekil 9.38.b; b2 kenarı,
 Şekil 9.38.c; b1 kenarı, Şekil 9.38.d; h2 kenarı.....112
- Şekil 9.39. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki τ_{xy} artık gerilmesinin farklı yükseklikteki delik boyutları ($h=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=15^\circ$)
 Şekil 9.39.a; h1 kenarı, Şekil 9.39.b; b2 kenarı,
 Şekil 9.39.c; b1 kenarı, Şekil 9.39.d; h2 kenarı.....113
- Şekil 9.40. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki τ_{xy} artık gerilmesinin farklı yükseklikteki delik boyutları ($h=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=30^\circ$)
 Şekil 9.40.a; h1 kenarı, Şekil 9.40.b; b2 kenarı,
 Şekil 9.40.c; b1 kenarı, Şekil 9.40.d; h2 kenarı.....114

- Şekil 9.41. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki τ_{xy} artık gerilmesinin farklı yükseklikteki delik boyutları ($h=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=45^\circ$)
 Şekil 9.41.a; h1 kenarı, Şekil 9.41.b; b2 kenarı,
 Şekil 9.41.c; b1 kenarı, Şekil 9.41.d; h2 kenarı.....115
- Şekil 9.42. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki τ_{xy} artık gerilmesinin farklı yükseklikteki delik boyutları ($h=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=60^\circ$)
 Şekil 9.42.a; h1 kenarı, Şekil 9.42.b; b2 kenarı,
 Şekil 9.42.c; b1 kenarı, Şekil 9.42.d; h2 kenarı.....116
- Şekil 9.43. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki τ_{xy} artık gerilmesinin farklı yükseklikteki delik boyutları ($h=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=75^\circ$)
 Şekil 9.43.a; h1 kenarı, Şekil 9.43.b; b2 kenarı,
 Şekil 9.43.c; b1 kenarı, Şekil 9.43.d; h2 kenarı.....117
- Şekil 9.44. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki τ_{xy} artık gerilmesinin farklı yükseklikteki delik boyutları ($h=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=90^\circ$)
 Şekil 9.44.a; h1 kenarı, Şekil 9.44.b; b2 kenarı,
 Şekil 9.44.c; b1 kenarı, Şekil 9.44.d; h2 kenarı.....118
- Şekil 9.45. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_x artık gerilmesinin farklı yüklemeler ($P=30,35,40$ MPa) için dağılımı ($b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=0^\circ$)
 Şekil 9.45.a; h1 kenarı, Şekil 9.45.b; b2 kenarı,
 Şekil 9.45.c; b1 kenarı, Şekil 9.45.d; h2 kenarı.....122
- Şekil 9.46. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_x artık gerilmesinin farklı yüklemeler ($P=30,35,40$ MPa) için dağılımı ($b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=15^\circ$)
 Şekil 9.45.a; h1 kenarı, Şekil 9.45.b; b2 kenarı,
 Şekil 9.45.c; b1 kenarı, Şekil 9.45.d; h2 kenarı.....123

- Şekil 9.47. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_x artık gerilmesinin farklı yüklemeler ($P=30,35,40$ MPa) için dağılımı ($b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=30^\circ$)
 Şekil 9.45.a; h1 kenarı, Şekil 9.45.b; b2 kenarı,
 Şekil 9.45.c; b1 kenarı, Şekil 9.45.d; h2 kenarı.....124
- Şekil 9.48. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_x artık gerilmesinin farklı yüklemeler ($P=30,35,40$ MPa) için dağılımı ($b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=45^\circ$)
 Şekil 9.48.a; h1 kenarı, Şekil 9.48.b; b2 kenarı,
 Şekil 9.48.c; b1 kenarı, Şekil 9.48.d; h2 kenarı.....125
- Şekil 9.49. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_x artık gerilmesinin farklı yüklemeler ($P=30,35,40$ MPa) için dağılımı ($b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=60^\circ$)
 Şekil 9.49.a; h1 kenarı, Şekil 9.49.b; b2 kenarı,
 Şekil 9.49.c; b1 kenarı, Şekil 9.49.d; h2 kenarı.....126
- Şekil 9.50. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_x artık gerilmesinin farklı yüklemeler ($P=30,35,40$ MPa) için dağılımı ($b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=75^\circ$)
 Şekil 9.50.a; h1 kenarı, Şekil 9.50.b; b2 kenarı,
 Şekil 9.50.c; b1 kenarı, Şekil 9.50.d; h2 kenarı.....127
- Şekil 9.51. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_x artık gerilmesinin farklı yüklemeler ($P=30,35,40$ MPa) için dağılımı ($b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=90^\circ$)
 Şekil 9.51.a; h1 kenarı, Şekil 9.51.b; b2 kenarı,
 Şekil 9.51.c; b1 kenarı, Şekil 9.51.d; h2 kenarı.....128
- Şekil 9.52. Farklı genişlikteki delik boyutları için plastik bölgelerin yayılışı ($P=30$ Mpa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=0^\circ$).....133
- Şekil 9.53. Farklı genişlikteki delik boyutları için plastik bölgelerin yayılışı ($P=30$ Mpa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=15^\circ$).....133
- Şekil 9.54. Farklı genişlikteki delik boyutları için plastik bölgelerin yayılışı ($P=30$ Mpa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=30^\circ$).....134

Şekil 9.55. Farklı genişlikteki delik boyutları için plastik bölgelerin yayılışı ($P=30$ Mpa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=45^\circ$).....	134
Şekil 9.56. Farklı genişlikteki delik boyutları için plastik bölgelerin yayılışı ($P=15$ Mpa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=45^\circ$).....	135
Şekil 9.57. Farklı genişlikteki delik boyutları için plastik bölgelerin yayılışı ($P=15$ Mpa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=60^\circ$).....	135
Şekil 9.58. Farklı genişlikteki delik boyutları için plastik bölgelerin yayılışı ($P=15$ Mpa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=75^\circ$).....	136
Şekil 9.59. Farklı genişlikteki delik boyutları için plastik bölgelerin yayılışı ($P=15$ Mpa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=90^\circ$).....	136
Şekil 9.60. Farklı yükseklikteki delik boyutları için plastik bölgelerin yayılışı ($P=30$ Mpa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=0^\circ$).....	137
Şekil 9.61. Farklı yükseklikteki delik boyutları için plastik bölgelerin yayılışı ($P=30$ Mpa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=15^\circ$).....	137
Şekil 9.62. Farklı yükseklikteki delik boyutları için plastik bölgelerin yayılışı ($P=30$ Mpa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=30^\circ$).....	138
Şekil 9.63. Farklı yükseklikteki delik boyutları için plastik bölgelerin yayılışı ($P=30$ Mpa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=45^\circ$).....	138
Şekil 9.64. Farklı yükseklikteki delik boyutları için plastik bölgelerin yayılışı ($P=15$ Mpa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=45^\circ$).....	139
Şekil 9.65. Farklı yükseklikteki delik boyutları için plastik bölgelerin yayılışı ($P=15$ Mpa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=60^\circ$).....	139
Şekil 9.66. Farklı yükseklikteki delik boyutları için plastik bölgelerin yayılışı ($P=15$ Mpa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=75^\circ$).....	140
Şekil 9.67. Farklı yükseklikteki delik boyutları için plastik bölgelerin yayılışı ($P=30$ Mpa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=90^\circ$).....	140
Şekil 9.68 Farklı tip yüklemeler için aynı delik etrafındaki plastik bölgelerin yayılışı ($b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=0^\circ$).....	143
Şekil 9.69 Farklı tip yüklemeler için aynı delik etrafındaki plastik bölgelerin yayılışı ($b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=15^\circ$).....	143

Şekil 9.70	Farklı tip yüklemeler için aynı delik etrafındaki plastik bölgelerin yayılışı ($b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=30^\circ$).....	144
Şekil 9.71	Farklı tip yüklemeler için aynı delik etrafındaki plastik bölgelerin yayılışı ($b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=45^\circ$).....	144
Şekil 9.72	Farklı tip yüklemeler için aynı delik etrafındaki plastik bölgelerin yayılışı ($b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=60^\circ$).....	145
Şekil 9.73	Farklı tip yüklemeler için aynı delik etrafındaki plastik bölgelerin yayılışı ($b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=75^\circ$).....	145
Şekil 9.74	Farklı tip yüklemeler için aynı delik etrafındaki plastik bölgelerin yayılışı ($b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=90^\circ$).....	146
Şekil 9.75	Aynı yükleme durumunda farklı takviye açılarına göre plastik bölgelerin yayılışı ($P=30$ Mpa, $b=20$ mm, $h=30$ mm).....	146
Şekil 9.76	Aynı yükleme durumunda farklı takviye açılarına göre plastik bölgelerin yayılışı ($P=20$ Mpa, $b=20$ mm, $h=30$ mm).....	147
Şekil 9.77.	Düzlem levha üzerinde σ_x artık gerilmesinin dağılımı ($P=35$ Mpa, $b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=0^\circ$).....	149
Şekil 9.78.	Düzlem levha üzerinde σ_x artık gerilmesinin dağılımı ($P=35$ Mpa, $b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=15^\circ$).....	149
Şekil 9.79.	Düzlem levha üzerinde σ_x artık gerilmesinin dağılımı ($P=35$ Mpa, $b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=30^\circ$).....	150
Şekil 9.80.	Düzlem levha üzerinde σ_x artık gerilmesinin dağılımı ($P=35$ Mpa, $b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=45^\circ$).....	150
Şekil 9.81.	Düzlem levha üzerinde σ_x artık gerilmesinin dağılımı ($P=35$ Mpa, $b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=60^\circ$).....	151
Şekil 9.82.	Düzlem levha üzerinde σ_x artık gerilmesinin dağılımı ($P=35$ Mpa, $b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=75^\circ$).....	151
Şekil 9.83.	Düzlem levha üzerinde σ_x artık gerilmesinin dağılımı ($P=35$ Mpa, $b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=90^\circ$).....	152
Şekil 9.84.	Düzlem levha üzerinde σ_y artık gerilmesinin dağılımı ($P=35$ Mpa, $b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=0^\circ$).....	152

Şekil 9.85. Düzlem levha üzerinde σ_y artık gerilmesinin dağılımı ($P=35$ Mpa, $b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=15^\circ$).....	153
Şekil 9.86. Düzlem levha üzerinde σ_y artık gerilmesinin dağılımı ($P=35$ Mpa, $b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=30^\circ$).....	153
Şekil 9.87. Düzlem levha üzerinde σ_y artık gerilmesinin dağılımı ($P=35$ Mpa, $b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=45^\circ$).....	154
Şekil 9.88. Düzlem levha üzerinde σ_y artık gerilmesinin dağılımı ($P=35$ Mpa, $b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=60^\circ$).....	154
Şekil 9.89. Düzlem levha üzerinde σ_y artık gerilmesinin dağılımı ($P=35$ Mpa, $b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=75^\circ$).....	155
Şekil 9.90. Düzlem levha üzerinde σ_y artık gerilmesinin dağılımı ($P=35$ Mpa, $b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=90^\circ$).....	155
Şekil 9.91. Düzlem levha üzerinde τ_{xy} artık gerilmesinin dağılımı ($P=35$ Mpa, $b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=0^\circ$).....	156
Şekil 9.92. Düzlem levha üzerinde τ_{xy} artık gerilmesinin dağılımı ($P=35$ Mpa, $b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=15^\circ$).....	156
Şekil 9.93. Düzlem levha üzerinde τ_{xy} artık gerilmesinin dağılımı ($P=35$ Mpa, $b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=30^\circ$).....	157
Şekil 9.94. Düzlem levha üzerinde τ_{xy} artık gerilmesinin dağılımı ($P=35$ Mpa, $b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=45^\circ$).....	157
Şekil 9.95. Düzlem levha üzerinde τ_{xy} artık gerilmesinin dağılımı ($P=35$ Mpa, $b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=60^\circ$).....	158
Şekil 9.96. Düzlem levha üzerinde τ_{xy} artık gerilmesinin dağılımı ($P=35$ Mpa, $b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=75^\circ$).....	158
Şekil 9.97. Düzlem levha üzerinde τ_{xy} artık gerilmesinin dağılımı ($P=35$ Mpa, $b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=90^\circ$).....	159

TABLOLAR LİSTESİ

	Sayfa No
Tablo 6.1. Gauss-Legendre nümerik integrasyonuna göre seçilen noktalar (r_i) ve ağırlık değerleri (α_i).....	53
Tablo 7.1. Kompozit malzemenin akma değerleri ve mekanik özellikleri.....	54
Tablo 9.1. Kompozit levha ve değişik delik ölçüleri.....	64



SİMGELER LİSTESİ

$[B]$	:Şekil değiştirme-yer değiştirme dönüşüm matrisi	-
C_{ij}	:Rijitlik matrisi	-
D	:Elastik sabitler matrisi	-
F, f	:Akma yüzeyi fonksiyonu	-
G	:Kayma modülü	Mpa
E	:Elastisite modülü	Mpa
$[J]$	:Jakobien Matris	-
J	: Jakobien operatörü	-
K	:Şekil değiştirme sertleşmesi parametresi	Mpa
K_i	:Direngenlik matrisi	-
L_x, L_y	:Levhanın boyutları	mm
b, h	:Dikdörtgen delik boyutları	mm
L_K, N_K	:İzoparametrik elemanlarda interpolasyon fonksiyonu	-
P	:Kuvvet	N
$\{P\}$	:Kuvvet vektörü	-
P_n	:İnterpolasyon fonksiyonu polinomu	-
r, s	:Lokal koordinatlar	-
S_{ij}	:Elastiklik matrisi	-
$[T]$	:Dönüşüm matrisi	-
t_{ij}	:Kalınlık	mm
u	:x yönünde yer değiştirme	mm
v	:y yönünde yer değiştirme	mm
V	:Hacim	-
W	:Dış kuvvet işi	-
W_p	:Soğuk sertleşme işi	-
w	:z yönündeki yer değiştirme	mm
x, y	:Kartezyen koordinatlar	-
ν	:Poisson oranı	-
τ	:Kayma gerilmesi	Mpa

θ	:Oryantasyon (takviye) açısı	°
λ	:Orantı sabiti	-
ϕ	:İnterpolasyon fonksiyonu	-
$\alpha_{i,j,k}$	:İnterpolasyon fonksiyonu katsayısı	-
σ_e	:Eşlenik gerilme	Mpa
σ_{ij}	:Gerilme vektörü	-
$\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$	:Kartezyen koordinatlarda gerilme bileşenleri	-
$\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_{xy}$	:Kartezyen koordinatlarda şekil değiştirme bileşenleri	-
ϵ_{ij}	:Şekil değiştirme vektörü	-
Q_{ij}	:İndirgenmiş rijitlik matrisi	-
X	:Takviye doğrultusundaki akma mukavemeti	Mpa
Y	:Takviye doğrultusuna dik akma mukavemeti	Mpa
S	:Kayma akma gerilmesi	Mpa
n	:Şekil değiştirme sertleşmesi parametresi	-
$\{\alpha\}$	:Katsayılar matrisi	-

Not:Diğer semboller kullanıldığı yerde tanımlanmıştır.

1. GİRİŞ

Makine ve yapı elemanları çalıştıkları ortam ve göreve uygunluk açısından farklı biçimlerde üretilirler. Özellikle şekillendirme esnasında bir çok malzeme elasto-plastik davranış gösterir. Plastik şekil değiştirme nedeniyle makine parçalarında artık gerilmeler ortaya çıkar. Artık gerilmeler, genellikle elemanın mukavemetini artırıcı yönde önemli rol oynar. Makine parçalarına yapılan yüklemenin belirli bir değerin üzerine çıkması halinde oluşan gerilmeler, malzemenin akma gerilmesi değerinin üzerine çıkarsa plastik deformasyon başlar. Oluşan bu artık gerilmeler doğrultusunda daha uygun makine parçalarının üretimi gerçekleştirilebilir.

Konstrüksiyonlarda makine veya yapı elemanlarının boyutlandırılması işlemlerinde; gerilme dağılımlarının bilinmesi, maksimum gerilmeler ve şekil değiştirmelerin sayısal olarak hesaplanması oldukça önemlidir. Bu tip problemlerin çözümü için sayısal çözüm yöntemleri geliştirilmiştir. Çalışmada bu metotlardan en çok kullanılan bir yöntem olan sonlu elemanlar metodu kullanılmıştır.

Bu tez uygulamasında; anizotropik malzemeden yapılmış ortasında dikdörtgen delik bulunan bir ucu ankastre, diğer ucu üniform çeki yüküne maruz metal-matriks levhalarda elasto-plastik gerilme analizi, sonlu elemanlar metodu kullanılarak yapılmıştır.

İlk akmayı başlatan değerden itibaren kademeli olarak artırılan üniform yayılı çeki yükleri, levhaya, farklı fiber takviye açılarında uygulanarak elasto-plastik gerilme analizi yapılmıştır. Takviye açıları 0° 'den 90° 'ye kadar 15° 'lik artırımlarla seçilmiştir. Uygulanan çeki yüklerinde ise maksimum sınır olarak; oluşan artık gerilmelerin, kompozitin akma gerilmesi değerine yaklaşmaması şartı aranmıştır.

Analizler sonucunda iç gerilmelerin dağılımı yani artık gerilmeler delik boyutlarına göre incelenmiştir. Oluşan artık gerilmeler; düzlem gerilme hali için; σ_x , σ_y ve τ_{xy} cinsinden verilmiş ve maksimum gerilmelerin dağılımı analiz edilmiştir. Akmayı gösteren düğümlerden yararlanılarak, levha üzerindeki koordinat dağılımlarına göre elde edilen plastik bölge yayılımı verilmiştir. Analizler; delik boyutları değiştirilerek, farklı boyutlardaki levhalar için, farklı üniform çeki yükleri ve farklı oryantasyon açıları için tekrarlanmıştır.

Sayısal çözümde sonlu elemanlar metodu kullanılmıştır. Eğrisel kenarların iyi bir şekilde tanımlanmasını sağlayan izoparametrik eleman seçilmiştir. Dokuz düğümlü izoparametrik elemanlar kullanılmış ve böylece çözüm bölgesinin sık taranması sağlanmıştır. Dokuz düğümlü izoparametrik elemanların yer değiştirmelerini ifade etmek için Lagrange interpolasyon polinomları kullanılmıştır. Elasto-plastik gerilme analizinde başlangıç gerilmesi metodu kullanılmıştır (Zienkiewicz 1969). Kompozit malzeme için akma kriteri olarak, deneysel sonuçlarla en uyumlu teori olarak bilinen Tsai-Hill akma teorisi seçilmiştir.

Tez özetle aşağıdaki on bölümden oluşmaktadır.

Birinci bölümde; problemin tanıtımı ve yapılan çalışmada uygulanan yöntemler anlatılmıştır.

İkinci bölümde; kompozit plaklarda elasto-plastik gerilme analizlerinin yapıldığı literatürdeki çalışmalar incelenmiştir.

Üçüncü bölümde; sonlu elemanlar metodu hakkında genel bilgiler verilmiştir. İki boyutlu elemanların interpolasyon fonksiyonları hesaplanarak levha sonlu elemanlara bölünmüştür.

Dördüncü bölümde; anizotropik malzemeler için gerilme-şekil değiştirme bağıntıları verilmiştir. Ortotropik malzemeler için elastiklik matrisi elemanları hesaplanmış, düzlem gerilme hali için rijitlik ve elastiklik matrisleri çıkarılmıştır. Daha sonra takviye açısına bağlı olarak gerilme-şekil değiştirme bağıntıları yazılmıştır.

Beşinci bölümde; plastisite konusu soğuk sertleşme teorisinin esasları ve elasto-plastik davranışlarda gerilme-şekil değiştirme formülasyonu incelenmiştir. Esas alınan akma kriteri anlatılmıştır.

Altıncı bölümde; problemin elasto-plastik sonlu eleman analizi yapılmıştır. Gerilme-şekil değiştirme bağıntıları çıkarılmış, sayısal integrasyonu yapılmıştır. Daha sonra direngenlik matrisi elde edilmiştir. Direngenlik matrisinin ve yer değiştirmelerin elde edilmesinde kullanılan sayısal integrasyon anlatılmıştır.

Yedinci bölümde; elasto-plastik gerilme analizi yapılan problem tanımlanmıştır ve elasto-plastik gerilmelerin sayısal çözümü anlatılmıştır.

Sekizinci bölümde; kompozit levhanın sonlu eleman ağı elde edilmiştir.

Dokuzuncu bölümde; sayısal sonuçlar grafikler halinde verilmiş ve irdelenmiştir.

Onuncu bölümde; sonlu elemanlar metodu ile çözümü yapılan elasto-plastik gerilme analizinin sonuçları değerlendirilmiş ve farklı uygulamalar ile ilgili öneriler sunulmuştur.

Ekler bölümünde; problemin çözümünde kullanılan bilgisayar programı ve çözümü yapılan düzlem levhanın otomatik bölmelendirilmesiyle elde edilen sonlu eleman ağı verilmiştir



2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI

Gerilme analizinin sayısal olarak incelenmesi 1960'lı yıllardan sonra bilgisayar teknolojisindeki gelişmelere paralel olarak, bilgisayar hızlarının, kapasitelerinin artırılmasıyla birlikte başlamıştır. Daha sonraki yıllarda ise klasik malzemelerin makro seviyede karıştırılmalarıyla elde edilen kompozit malzemeler, gelişen teknolojiyle beraber tasarımlarda önemli seviyede kullanılma alanı bulmuşlardır.

Sonlu elemanlar metoduyla izotropik ve kompozit malzemelerden imal edilen değişik malzemeler için gerilmelerin tespiti konusunda, değişik yükleme durumları ve değişik geometriler için farklı kombinezonlarda bir çok araştırmacı tarafından çok sayıda çalışma yapılmıştır.

Hwang ve Sun (1989) tarafından, ortasında bir delik bulunan yaprak şeklindeki düzlem kompozit plaklarda çekme yükü etkisinde delik etrafında meydana gelen gerilme yığılma katsayıları bulunmuştur. Çözüm izotropik ve ortotropik levhalar için farklı ağ sayılarında yapılar aralarında mukayeseler yapılmıştır.

Feng ve Rowlands (1991) tarafından, kompozit plaklarda gerilme analizi, ortasında bir delik bulunan çekme gerilmesi etkisindeki sonsuz bir levha için deneysel ve sonlu elemanlar metodu kullanılarak yapılmıştır.

Turgut ve Arslan (1991) tarafından, üzerinde U çentikler açılmış eksenel tekil yüklü düzlem kompozit levhalarda gerilme yığılması katsayılarının sonlu elemanlar metoduyla tespiti yapılmıştır.

Chouchaou ve Shirazi (1991) tarafından, kompozit yapılarıdaki gerilme analizi için sonlu eleman formülasyonu yapılmıştır.

Martinez ve Samartin (1991) tarafından, iki boyutlu sonlu elemanlar metodunda ağ sayısının optimizasyonu üzerinde bir çalışma yapılmıştır.

Tian (1990) tarafından, üç boyutlu özel olarak karmaşık sonlu elemanlarla, içerisinde dairesel delik bulunan bir cisimde gerilme yığılmalarının tespiti üzerine bir çalışma yapılmıştır.

Baker (1989) tarafından, geliştirilmiş kompozit yapıların tasarımında gerilme ve şekil değiştirmeler sonlu elemanlar metoduyla incelenmiştir.

Karakuzu, Sayman ve Orhan (1993) tarafından, kompozit T bağlantı elemanlarında iç gerilmelerin ve elasto-plastik bölgelerin bulunması konusunda bir çalışma yapılmıştır.

Sayman ve Güteryüz (1992) tarafından, farklı oryantasyon açılarında kompozit düzlem plaklarda gerilme yığılma faktörleri araştırılmıştır. Çalışmada eksenel tekil yüklü faturalı bir kompozit levha için çözüm, izoparametrik sonlu elemanlar kullanılarak yapılmıştır.

Karakuzu, Akbulut ve Sayman (1993) tarafından, eksenel yüklü ankastre plaklarda elasto-plastik gerilme analizi yapılmış ve kompozit malzeme kullanılmıştır. Çözüm dokuz düğümlü izoparametrik sonlu elemanlar metoduyla yapılmıştır.

Svabodnik (1991), metal matriks kompozit malzemeler için mikromekanik çerçevede sonlu eleman tekniği araştırması yapmış, çalışmada matriks malzeme için plastik bölgede tek eksenli gerilme-şekil değiştirme bağıntısı Ramberg-Osgood yasasına uydurmuştur.

Sayman (1988), üzerine yarı dairesel çentik açılmış kompozit malzemeden imal edilmiş düzlem plaklarda, oryantasyon açısına bağlı olarak gerilme yığılma katsayıları incelemiştir.

Topçu (1991) tarafından, transmisyon zincirleri yan plakalarında elasto-plastik gerilme analizi, hem izotrop ve hem anizotrop malzemeler için yapılmış, cam-epoksi, grafit-epoksi ve kevlar-epoksi anizotropik malzemeleri kullanılmıştır. Kompozit plakaya iç basınç nedeniyle uygulanan kuvvete bağlı olarak oluşan plastik bölgelerin dağılımı incelenmiş ve plastik deformasyon sonucu meydana gelen iç gerilmeler hesaplanmıştır.

Zienkiewicz (1969), sonlu elemanlar metoduyla mühendislik problemlerinin elasto-plastik çözümleri üzerine bir araştırma yapmıştır. Analizlerde başlangıç gerilmesi metodu kullanılmıştır. Ortası delikli, kenarlarında yarım daire ve V çentikler bulunan düzlem levhalar için elasto-plastik gerilme analizleri yapılmıştır. Gerilme dağılımları, şekil değiştirmeler ve plastik bölge yayılımı, grafikler halinde gösterilmiştir.

Owen ve Figueiras (1983), sonlu elemanlar metodu yardımıyla anizotropik malzemeler için ince levhaların ve kabukların elasto-plastik analizini yapmışlardır. Anizotropik malzemeler için Hill tarafından genişletilen Huber-Mises akma kriterini esas almışlardır.

Özel, Sayman ve Karaca (1993) tarafından, üzerinde U çentik bulunan çelik ve alüminyumdan imal edilmiş kompozit levhada elasto-plastik gerilme analizi yapılmıştır. Farklı yarıçap ve oryantasyon açılarında malzemenin akma durumları için gerekli olan üniform yüklerin değerleri hesaplanmıştır. Çözümde dört düğümlü sonlu elemanlar kullanılmıştır.

Choi ve Kwak (1989), sonlu elemanlar metodu ile çelik fiber ve beton matriksten oluşmuş levhalarda gerilme analizi ve çatlak araştırması yapmışlardır. Çalışmada malzemeye kademeli olarak artırılan yüklemeler uygulanmış, hem fiber hem de matriks malzeme için gerilme-şekil değiştirme bağıntıları incelenmiş ayrıca çatlak gerilmeleri araştırılmıştır.

Gerszczuk (1972) tarafından, ortasında dairesel bir delik bulunan ortotropik bir plakada, dairesel delik çevresindeki gerilme dağılımı araştırılmıştır. İncelemede gerilme analizi değişik takviye açılarına bağlı olarak yapılmış, çalışmada kompozit malzeme olarak grafit-epoksi, cam-epoksi ve boron-epoksi malzemeler kullanılmıştır.

Slot (1972) tarafından , ortasında delik bulunan hegzagonal bir levhada gerilme analizi yapılmıştır. Çalışmada hegzagonal levha üç eksenli bası yüküne tabi tutulmuş, gerilme analizi kayma gerilmeleri ve normal gerilmelerin delik çevresindeki dağılımı araştırılmıştır.

Sayman, Güleryüz ve Karakuzu (1991), kademeli düzlem kompozit plakların düzlemsel yüklemeler altında gerilme yığılma katsayılarını, kademeleri birleştiren radyüslerin değişimi ve oryantasyon açılarına bağlı olarak elde etmişlerdir. Formülasyonda izoparametrik sonlu elemanlar kullanılmıştır. Sayısal çözüm cam lif ve grafit lif takviyeli epoksi reçineler için yapılmıştır.

Snedon (1969), tarafından, ortasında delik ve deliğin yatay eksen doğrultusunda radyal çatlağı bulunan düzlemsel bir levhada oluşan gerilmelerin analizi yapılmıştır. Analizde bir ve iki eksenli gerilme durumuna bağlı olarak çatlağın davranışı delik kalınlığının fonksiyonu olarak incelenmiştir.

Arslan, Kaman ve Pıhtılı (1999) tarafından, eksenel yüklü yarım daire çentikli kompozit levhalarda elasto-plastik gerilme analizi yapılmıştır. Çözüm yöntemi olarak sonlu elemanlar yöntemi seçilmiştir. Çözümde dört ve dokuz düğümlü izoparametrik eleman kullanılmıştır. Malzeme olarak termoplastik-çelik kompoziti seçilmiştir. Çentik

yarıçapı sürekli olarak değiştirilerek, elde edilen farklı levhalarda analizler tekrarlanmıştır.

Arslan, Kaman ve Gür (1999) tarafından, eksenel yüklü faturalı ankastre kompozit plaklarda elasto-plastik gerilme analizi yapılmıştır. Malzeme olarak çelik-alüminyum kompoziti seçilmiştir. Levha akma meydana getirecek düzeyde üniform çeki yüklerine maruz bırakılmıştır. Çözümde izoparametrik dört düğümlü sonlu elemanlar kullanılmıştır. Analizler sonucunda faturalı plakta gerilme yığılmasından dolayı ortaya çıkan akma nedeniyle artık gerilmeler elde edilmiştir.

Arslan (1993), U çentikli kompozit levhalarda, fiber olarak kullanılan malzemenin değişimine göre gerilme yığılması katsayısının değişimini incelemiştir. Kompozit malzeme olarak cam-epoksi, boron-epoksi ve grafit-epoksi malzemeler kullanılmıştır. Fiber malzeme düz ve çapraz takviye edilerek inceleme yapılmıştır.

Ghamedy ve Willam (1990) tarafından, eğri eksenli tabakalı kompozit kirişler için plastik analiz yapılmıştır. Eksenel, kesme ve eğilme deformasyonları göz önünde bulundurulmuştur. Hazırlanan formülasyonda eleman sayısı, tabaka sayısı, malzeme tipi ve eleman düğüm sayısı seçilen şekil fonksiyonlarına bağlı olarak değişebilmektedir. Sert malzemeler için başarısız olan birkaç kriter kullanılarak teori genelleştirilmiştir. Artan iterasyonla çözüm algoritması; başlangıç rijitliği, teğetsel rijitlik ve ileri yönlü Euler metodu kullanılarak geliştirilmiştir. Uygulamaların geniş bir oranını kapsayan örnekler, elemanın performansını ölçmek için çözülmüştür. Sonuçlar deneysel ve teorik değerlerle karşılaştırılmıştır. Verilen örneklerde düğüm yer değiştirmeleri ile düğüm gerilmeleri arasındaki ilişki grafikler halinde sunulmuştur.

Foster (1989) tarafından, bir veya iki simetri eksenli elemanlar için iki boyutlu mesh programı Fortran 77 dilinde, değişken sıralı üçgen ve dörtgen elemanlar için hazırlanmıştır.

Chebl ve Neale (1984) tarafından, geniş yer değiştirme analizleri için bir sonlu eleman metodu hazırlanmıştır. Elemanların birleşme noktalarında sürekliliği temin eden bu metotla elde edilen sayısal sonuçlar ile mevcut teoriksel sonuçlar karşılaştırılmıştır. Ayrıca, elasto-plastik kolonların burkulmasındaki kusurların sonuçları irdelenmiştir. Uygulanan yükü kritik yüke oranlayarak, yer değiştirmeler ile arasında grafikler incelenmiştir.

Kassım ve Topping (1986) tarafından, lineer olmayan sonlu eleman yapılarının analizi için geometrik varyasyon teoremlerinin uygulamaları tanımlanmıştır. Sunulan formülasyonlar, verimlilik oranları için Newton-Raphson metodu ile sayısal problemler mukayese edilmiştir. Bu karşılaştırmada, sunulan tekniklerin ve bu tekniklerin kullanıldığı problem tiplerinin verimlilik oranları gösterilmiştir. Verilen sayısal örnekler için, plastik bölge yayılışları problem üzerinde grafiksel olarak gösterilmiştir.

C.N.Chen (1992) tarafından, elasto-plastik malzeme davranışlarının sonlu elemanlar yöntemiyle çözümü için bir metot geliştirilmiştir. Bu metot değiştirilmiş Newton-Raphson iterasyonlarının birbirine yaklaşma oranlarını anlamlı bir şekilde iyileştirmiştir. Bu algoritma yükün büyük değerleri için de başarıyla kullanılmıştır. Çalışmada, yöntemin performansı sayısal örneklerle ispatlanmıştır. Ayrıca bu hesaplama işlemi, çatlak problemleri için de genişletilmiştir. Sayısal örnekler için ele alınan problemlerde, üniform çeki yüküne maruz plaklar kullanılmıştır. Grafiklerde plastik bölge yayılışları ve levha üzerinde gerilme dağılımları gösterilmiştir. Çözümde Galerkin sonlu eleman formülasyonu kullanılmıştır.

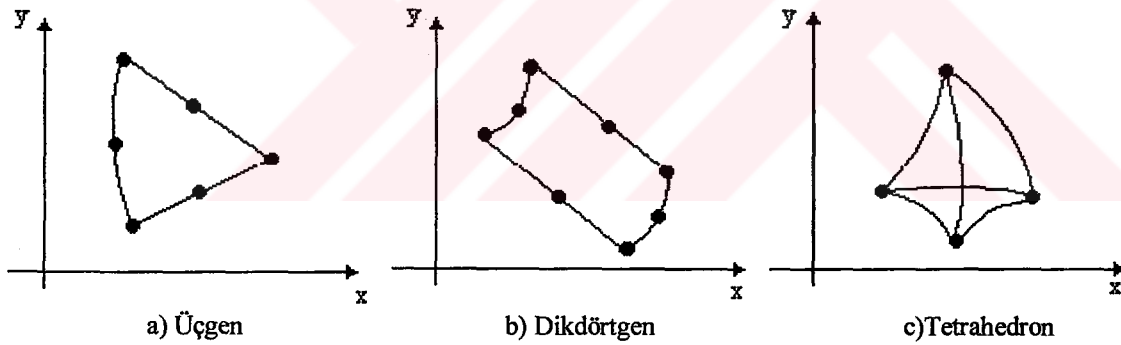
Palazotto ve Mercer (1989) tarafından çatlakların elasto-plastik gerilme analizi yapılmıştır. Sonlu eleman metodu yorulmadan dolayı oluşan çatlak tipi için kullanılmıştır. Elde edilen gerilmelerin çatlaka olan uzaklıklarıyla ilişkisi grafikler halinde verilmiştir. Plastik bölgelerin dağılımı çatlak etrafında gösterilmiştir.

3. İZOPARAMETRİK SONLU ELEMANLARIN FORMÜLASYONU

İzoparametrik sonlu elemanların pratikteki problemlere veya geometriye daha uygun olması, dolayısıyla çözümün daha sağlıklı bir şekilde yapılabilmesi bu elemanların tercihiine sebep olarak gösterilebilir.

Prensip olarak, izoparametrik sonlu elemanlar formülasyonunda asıl gaye interpolasyon fonksiyonları (şekil değiştirme fonksiyonları) kullanılarak elemanın herhangi bir noktasındaki yer değiştirmeler ile elemanın düğüm noktaları yer değiştirmeleri arasındaki bağıntıları doğrudan elde etmektir. Yani dönüşüm matrisleri yerine eleman matrislerinin yerini tutan gerekli serbestlik derecelerine sahip ifadeleri elde etmektir (Bathe, 1982).

Bu tip elemanlar sınır çizgileri eğrisel olan elemanlardır(Şekil 3.1). Bu elemanlar eğrisel geometrik yapıya sahip problemlerin çözümünde kullanılırlar. Bu elemanlar yardımıyla üç boyutlu problemler iki boyutlu problem gibi çözülebilirler.



Şekil 3.1. İzoparametrik eleman şekilleri

3.1. İnterpolasyon Fonksiyonları

Sonlu elemanlarda interpolasyon fonksiyonları, alan değişkeninin davranışının eleman üzerindeki temsilini ifade eder. İnterpolasyon fonksiyonu ayrıca şekil

fonksiyonu veya yaklaşım fonksiyonu olarak da isimlendirilir. Birçok fonksiyon tipi interpolasyon fonksiyonu olarak kullanılabilir. Polinomlar integrallerinin kolayca alınması nedeniyle en çok tercih edilenleridir. Trigonometrik fonksiyonlar da aynı özelliğe sahiptirler fakat nadir olarak kullanılırlar. Yapılan bu çalışmada interpolasyon fonksiyonu olarak polinomlar tercih edilmiştir.

Seçilen sonlu eleman tipi interpolasyon fonksiyonunu belirler. Çünkü elemandaki düğüm sayısı interpolasyon fonksiyonunun mertebesini tayin eder (Topçu, 1991).

3.1.1. Bir Değişkenli İnterpolasyon Fonksiyonları

n. dereceden bir boyutlu polinomun genel gösterimi,

$$P_n(x) = \sum_{i=0}^{T_n^{(1)}} \alpha_i x_i \quad (3.1)$$

şeklinde dir. Burada polinom içerisindeki terim sayısı $T_n=n+1$ dir. Polinom 1. dereceden yazılırsa, $n=1$ için $T_1^{(1)}=2$ ve $P_1(x)=\alpha_0 + \alpha_1.x_1$, ikinci dereceden yazılırsa, $n=2$ için $T_2^{(1)}=3$ ve

$$P_2(x)=\alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 x^2 \quad (3.2)$$

elde edilir.

3.1.2. İki değişkenli İnterpolasyon Fonksiyonları

n. dereceden iki boyutlu bir polinomun ifadesi aşağıdaki gibidir

$$P_n(x, y) = \sum_{k=1}^{T_n^{(2)}} \alpha_k x^i y^j \quad (i+j \leq n) \quad (3.3)$$

Burada polinom içerisindeki terim sayısı, $T_n=(n+1)(n+2)/2$ şeklindedir. Birinci dereceden polinom için $n=1, T_1^{(2)}=3$ ve

$$P_1(x,y)=\alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \quad (3.4)$$

olur. İkinci dereceden bir polinom için $n=2, T_2^{(2)}=6$ ve

$$P_2(x,y)=\alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 xy + \alpha_5 x^2 + \alpha_6 y^2 \quad (3.5)$$

elde edilir.

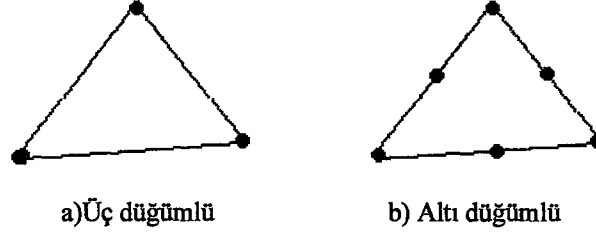
Sonlu elemanlar metodunda kullanılan elemanların serbestlik derecesi, alan değişkeninin matematiksel ifadesi olan polinomların derecesine eşittir. Diğer bir deyimle, polinomlardaki katsayı adedi elemandaki düğüm sayısına eşit olmalıdır (Topçu,1991). Bir polinom serisi içerisindeki katsayılar, elemanın genelleştirilmiş koordinatları olarak adlandırılırlar. Bu polinomlar değişik sonlu elemanlara uygulanabilir. Sadece köşelerinde düğümler olan üç elemanlı bir üçgen eleman için interpolasyon fonksiyonu,

$$P(x,y)=\alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \quad (3.6)$$

şeklinde ifade edilir. Kenarlarında ve ortasında düğümler bulunan altı düğümlü üçgen eleman için interpolasyon fonksiyonu,

$$P(x,y)=\alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 xy + \alpha_5 x^2 + \alpha_6 y^2 \quad (3.7)$$

şeklinde yazılabilir.



Şekil 3.2. Üç ve altı düğümlü üçgen elemanlar

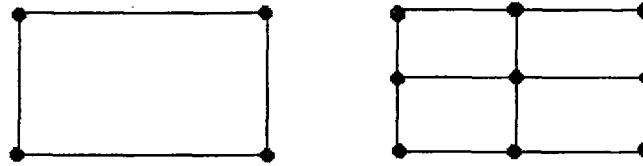
Dikdörtgen elemanlar için de interpolasyon fonksiyonları benzer şekilde yazılabilir. Sadece köşelerinde düğümler bulunan dört düğümlü bir dörtgen eleman için interpolasyon fonksiyonu,

$$P(x,y)=\alpha_1 + \alpha_2x + \alpha_3y + \alpha_4xy \quad (3.8)$$

şeklindedir. Bu çalışmada kenarlarının orta noktasında ve elemanın tam ortasında olmak üzere toplam dokuz düğüm bulunan dörtgen eleman kullanılmıştır. Bu eleman için interpolasyon fonksiyonu,

$$P(x,y)=\alpha_1 + \alpha_2x + \alpha_3y + \alpha_4xy + \alpha_5x^2 + \alpha_6y^2 + \alpha_7x^2y + \alpha_8xy^2 + \alpha_9x^2y^2 \quad (3.9)$$

şeklinde yazılabilir.



a)Dört düğümlü

b)Dokuz düğümlü

Şekil 3.3. Dört ve dokuz düğümlü dörtgen elemanlar

3.1.3. Lagrange Polinomları

İnterpolasyon fonksiyonu olarak genellikle polinomlar kullanılır. Lagrange polinomları sahip oldukları özellikler nedeniyle interpolasyon fonksiyonu olarak kullanılmaya elverişlidirler. İnterpolasyon fonksiyonlarının seçimindeki zorluk, elemanların ara yüzeylerindeki sürekliliğin sağlanmasıdır. Süreklilik için ortak eleman düğüm koordinatları ve yer değiştirmeleri aynı olmalıdır. Bu da rijit cisim yer değiştirmelerinin ve sabit şekil değiştirmelerin aynı olmasıyla sağlanmaktadır (Nath, 1982).

İnterpolasyon fonksiyonları seçilirken global koordinatların kullanılması halinde eleman özelliklerinin çıkarılmasında bazı zorluklarla karşılaşmaktadır. Bu zorlukları ortadan kaldırmak için interpolasyon fonksiyonları r, s, t ile gösterilen lokal koordinat sistemlerinde seçilir. Özellikle Lagrange polinomları bu koordinat sisteminde tanımlanacaktır. Daha sonra bu değerler global koordinat sistemine dönüştürülecektir.

n . dereceden bir Lagrange polinomu genel olarak,

$$L_k(r) = \prod_{\substack{m=0 \\ m \neq k}}^n \frac{r - r_m}{r_k - r_m} = \frac{(r - r_0)(r - r_1) \dots (r - r_{k-1}) \dots (r - r_n)}{(r - r_0) \dots (r_k - r_{k-1})(r_k - r_{k+1}) \dots (r_k - r_n)} \quad (3.10)$$

şeklinde. Burada L_k lineer faktörlerin çarpımıdır. n ise, polinomun derecesidir. $r=r_k$ olduğunda $L_k(r_k)$ 'nın değeri birim değere eşit olacaktır. $r=r_m$ ve $m=k$ olduğunda L_k 'nın değeri sıfıra eşit olur. Bu özelliğinden dolayı Lagrange polinomları keyfi fonksiyonları tanımlamada oldukça elverişlidir. Lagrange polinomları kullanılarak elde edilen interpolasyon fonksiyonları tanımlanan noktalarda sürekliliği sağladığından dolayı yer değiştirme fonksiyonu da sürekliliği ara yüzeylerde sağlar (Topçu, 1991).

Örneğin bir $\phi(r)$ fonksiyonu r_0, r_1, r_2, r_3 noktalarındaki değerleri ile verilmiş olsun. Bu ϕ fonksiyonu üçüncü dereceden bir polinomla tespit edilebilir. $\phi(r)$ fonksiyonu,

$$\phi(r) = \sum_{i=0}^3 \phi_i L_i(r) = L_0 \phi_0 + L_1 \phi_1 + L_2 \phi_2 + L_3 \phi_3 \quad (3.11)$$

şeklinde ifade edilir.

Polinom içerisinde ifade edilen L_i katsayıları, bazen Lagrange İnterpolasyon katsayısı olarak isimlendirilir. $L_3(r)$ katsayısı (3.10) eşitliğinden,

$$L_3(r) = \frac{(r-r_0)(r-r_1)(r-r_2)}{(r_3-r_0)(r_3-r_1)(r_3-r_2)} \quad (3.12)$$

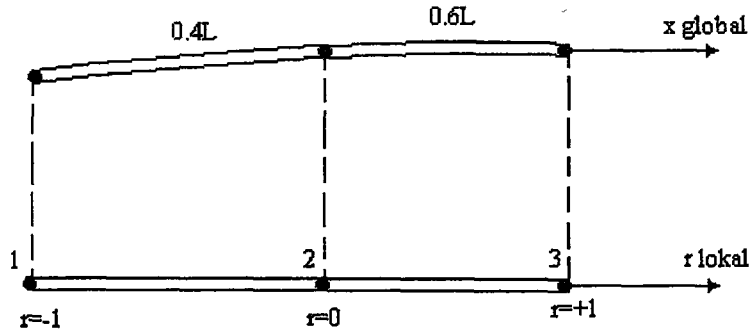
şeklinde elde edilebilir. Lagrange interpolasyon katsayıları, düğüm noktalarındaki özelliklere sahip olduklarından, herhangi bir boyutlu eleman için

$$N_i(r) = L_i(r) \quad (3.13)$$

şeklinde yazılabilir. Bu durumda $\phi(r)$ fonksiyonu,

$$\phi(r) = \sum_{i=0}^n N_i r_i \quad (3.14)$$

olarak elde edilir.



Şekil 3.4. Üç düğümlü çubuk eleman

Örnek olarak yukarıdaki tek boyutlu üç düğümlü çubuk eleman incelenebilir. Şekil 3.4 'de gösterilen tek boyutlu elemanın 1 nolu düğümü için interpolasyon

fonksiyonu (3.10) ve (3.13) eşitlikleri dikkate alınarak şu şekilde bulunabilir. Bu durumda 1 numaralı düğüm için interpolasyon fonksiyonu,

$$L_1(r) = \frac{(r-r_2)(r-r_3)}{(r_1-r_2)(r_1-r_3)} = \frac{(r-0)(r-1)}{(-1-0)(-1-1)} = \frac{r(r-1)}{2} = \frac{(1-r)}{2} - \frac{(1-r^2)}{2}$$

olarak hesaplanır. Yine aynı yöntemle,

$$L_2(r) = 1 - r^2 \quad (3.15)$$

$$L_3(r) = \frac{1+r}{2} - \frac{1-r^2}{2} \quad (3.16)$$

şeklinde yazılabilir.

3.1.4. İki boyutlu Elemanlar İçin İnterpolasyon Fonksiyonu Olarak Lagrange Polinomlarının Kullanılması

Genel olarak Lagrange polinomlarının ikişer ve üçer çarpımıyla, sırayla iki ve üç boyutlu elemanların interpolasyon fonksiyonları elde edilir. Örneğin problemin çözümünde kullanılan dokuz düğümlü bir dikdörtgen elemana ait interpolasyon fonksiyonu,

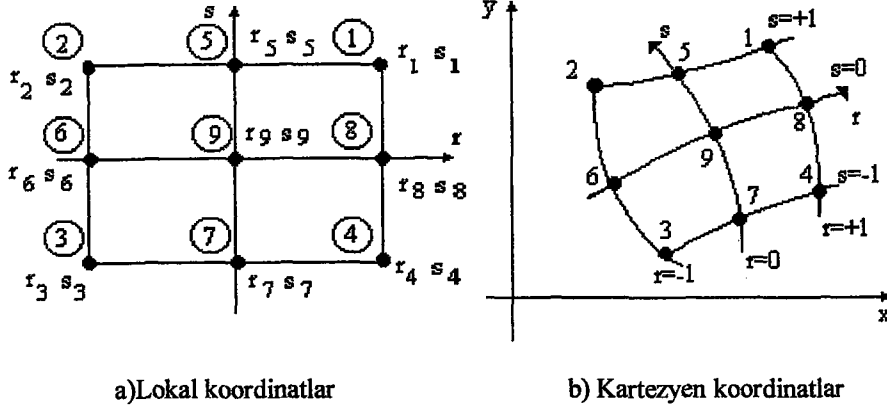
$$\begin{aligned} \phi(r,s) = & N_1(r,s)\phi_1 + N_2(r,s)\phi_2 + N_3(r,s)\phi_3 + N_4(r,s)\phi_4 + N_5(r,s)\phi_5 + N_6(r,s)\phi_6 \\ & + N_7(r,s)\phi_7 + N_8(r,s)\phi_8 + N_9(r,s)\phi_9 \end{aligned} \quad (3.17)$$

şeklinde yazılır. Burada,

$$N_1(r,s) = L_1(r)L_1(s), \quad N_2(r,s) = L_2(r)L_2(s), \dots \quad (3.18)$$

şeklinde dir. Bu şekilde ayarlamakla her bir düğüm koordinatları o düğüm için değerleri yerine konulduğu zaman 1 ve yine bu koordinatlar için diğer N katsayıları sıfır

olmaktadır. Bu ise ara yüzeylerde birebir uygunluğun ve sürekliliğin bir göstergesidir. Dokuz düğümlü bir dikdörtgen sonlu eleman için interpolasyon fonksiyonunun elemanları Şekil 3.5 'de gösterilmiştir.



Şekil 3.5. İki boyutlu dokuz düğümlü eleman

Dikdörtgen elemanın düğümleri için r ve s interpolasyon fonksiyonları sırasıyla $L_i(r)$ ve $L_i(s)$ ($i=1,2,3,\dots,9$) olmak üzere aşağıdaki eşitlikler yazılabilir.

$$L_1(r) = \frac{(r-r_5)(r-r_2)}{(r_1-r_5)(r_1-r_2)} = \frac{(r-0)(r+1)}{(1-0)(1+1)} = \frac{r(r+1)}{2} \quad (3.19)$$

$$L_1(s) = \frac{(s-s_8)(s-s_4)}{(s_1-s_8)(s_1-s_4)} = \frac{(s-0)(s+1)}{(1-0)(1+1)} = \frac{s(s+1)}{2}$$

Diğer düğümlere ait interpolasyon fonksiyonları da benzer şekilde,

$$L_2(r) = \frac{(r-r_5)(r-r_1)}{(r_2-r_5)(r_2-r_1)} \quad L_2(s) = \frac{(s-s_6)(s-s_3)}{(s_2-s_6)(s_2-s_3)} \quad (3.20)$$

$$L_3(r) = \frac{(r-r_7)(r-r_4)}{(r_3-r_7)(r_3-r_4)} \quad L_3(s) = \frac{(s-s_6)(s-s_2)}{(s_3-s_6)(s_3-s_2)} \quad (3.21)$$

$$L_4(r) = \frac{(r-r_7)(r-r_3)}{(r_4-r_7)(r_4-r_3)} \quad L_4(s) = \frac{(s-s_1)(s-s_8)}{(s_4-s_1)(s_4-s_8)} \quad (3.22)$$

$$L_5(r) = \frac{(r-r_2)(r-r_1)}{(r_5-r_2)(r_5-r_1)} \quad L_5(s) = \frac{(s-s_9)(s-s_7)}{(s_5-s_9)(s_5-s_7)} \quad (3.23)$$

$$L_6(r) = \frac{(r-r_9)(r-r_8)}{(r_6-r_9)(r_6-r_8)} \quad L_6(s) = \frac{(s-s_2)(s-s_3)}{(s_6-s_2)(s_6-s_3)} \quad (3.24)$$

$$L_7(r) = \frac{(r-r_4)(r-r_3)}{(r_7-r_4)(r_7-r_3)} \quad L_7(s) = \frac{(s-s_9)(s-s_5)}{(s_7-s_9)(s_7-s_5)} \quad (3.25)$$

$$L_8(r) = \frac{(r-r_9)(r-r_4)}{(r_8-r_9)(r_8-r_4)} \quad L_8(s) = \frac{(s-s_1)(s-s_4)}{(s_8-s_1)(s_8-s_4)} \quad (3.26)$$

$$L_9(r) = \frac{(r-r_8)(r-r_6)}{(r_9-r_8)(r_9-r_6)} \quad L_9(s) = \frac{(s-s_5)(s-s_7)}{(s_9-s_5)(s_9-s_7)} \quad (3.27)$$

olarak elde edilirler.

İnterpolasyon fonksiyonları Şekil 3.5 esas alınarak dikdörtgen bir elemanın dokuz düğümü için aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$N_1(r,s) = L_1(r)L_1(s) = \frac{1}{4}(r^2+r)(s^2+s) \quad (3.28)$$

$$N_2(r,s) = L_2(r)L_2(s) = \frac{1}{4}(r^2-r)(s^2+s) \quad (3.29)$$

$$N_3(r,s) = L_3(r)L_3(s) = \frac{1}{4}(r^2-r)(s^2-s) \quad (3.30)$$

$$N_4(r,s) = L_4(r)L_4(s) = \frac{1}{4}(r^2+r)(s^2-s) \quad (3.31)$$

$$N_5(r,s)=L_5(r)L_5(s)=\frac{1}{2}(1-r^2)(s^2+s) \quad (3.32)$$

$$N_6(r,s)=L_6(r)L_6(s)=\frac{1}{2}(1-s^2)(r^2-r) \quad (3.33)$$

$$N_7(r,s)=L_7(r)L_7(s)=\frac{1}{2}(1-r^2)(s^2-s) \quad (3.34)$$

$$N_8(r,s)=L_8(r)L_8(s)=\frac{1}{2}(1-s^2)(r^2+r) \quad (3.35)$$

$$N_9(r,s)=L_9(r)L_9(s)=(1-r^2)(1-s^2) \quad (3.36)$$

Lagrange polinomları kullanılarak elde edilen interpolasyon fonksiyonları, tanımlanan noktalarda sürekliliği garanti ettiğinden dolayı yer değiştirme fonksiyonları da sürekliliği sağlamaktadır. Tek ve iki boyutta tanımlanan Lagrange polinomları bunların kombinezonları yardımıyla üç boyutta da türetilir.

Düğüm sayısı dört düğümden dokuz düğüme kadar değişen iki boyutlu elemanların interpolasyon fonksiyonları tablolar halinde verilmiştir (Bathe, 1982).

4. ANİZOTROPİK MALZEMELER İÇİN GERİLME-ŞEKİL DEĞİŞTİRME BAĞINTILARI

Cisim içerisinde her bir noktada farklı özelliğe sahip olan belirli birtakım malzemeler (fiber takviyeli kompozitler, takviyeli beton, tuğla vs...) vardır. Bu tip malzemelerin bütün doğrultularında mekanik özellikleri birbirinden farklıdır. Böyle tip malzemeler genel olarak anizotropik malzemeler olarak tanımlanırlar. Bu durum malzemeler için en genel haldir ve bu hal için gerilme şekil değiştirme arasındaki bağıntı Genelleştirilmiş Hooke Kanunu olarak aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \cdot \varepsilon_{kl} \quad (i,j,k,l=1,2,3) \quad (4.1)$$

$$\varepsilon_{ij} = S_{ijkl} \cdot \sigma_{kl} \quad (i,j,k,l=1,2,3) \quad (4.2)$$

$$S_{ijkl} = (C_{ijkl})^{-1} \quad (i,j,k,l=1,2,3) \quad (4.3)$$

Burada σ_{ij} gerilme tansörünün bileşenlerini, ε_{kl} şekil değiştirme tansörünün bileşenlerini, C_{ijkl} elastik direngenlik tansörünü veya diğer bir isimle rijitlik matrisini ve S_{ijkl} elastik gevşeklik tansörünü yine başka bir isimle elastiklik matrisini göstermektedir.

Bu denklemler açık olarak yazıldıklarında herbirinde dokuz terim bulunan dokuz denklem ortaya çıkar. C_{ijkl} ve S_{ijkl} dördüncü dereceden tansörler olup seksen bir bağımsız sabit içerirler. Kütle kuvvetlerinin olmadığı, gerilme ve şekil değiştirme tansörlerinin simetrik olduğu durumlarda,

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji} \quad (4.4)$$

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji} \quad (4.5)$$

eşitlikleri yazılabilir. Böylece sabit sayısı otuz altıya indirgenmiş olur. Love notasyonu kullanılarak aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\sigma_i = C_{ij} \varepsilon_j \quad (i,j=1,\dots,6) \quad (4.6)$$

$$\varepsilon_i = S_{ij} \sigma_j \quad (i,j=1,\dots,6) \quad (4.7)$$

Anizotropik malzemeler için gerilme-şekil değiştirme bağıntısı matris şeklinde aşağıdaki şekildedir.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} \quad (4.8)$$

Şekil değiştirme matrisi elemanları yer değiştirmeler cinsinden,

$$\varepsilon_1 = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_2 = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \varepsilon_3 = \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$\gamma_{23} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}, \quad \gamma_{31} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}, \quad \gamma_{12} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}$$

şeklinde ifade edilmektedir.

Burada u , v , w bağıntıları sırasıyla x , y ve z doğrultularındaki yer değiştirmelerdir. Bu otuz altı adet rijitlik matrisi elemanlarının tümünün birbirinden bağımsız olmadığı şekil değişimi enerjisi denklemi yardımıyla gösterilebilir. Elastik potansiyele sahip elastik bir malzemede birim hacme gelen σ_i gerilmesi bu malzemede $d\varepsilon_i$ kadar bir şekil değişikliği meydana getirir. Bu şekil değişimi elastik malzemenin birim hacmi elemanı içerisinde dW kadar bir şekil değiştirme enerjisi oluşturur. Bu durum,

$$dW = \sigma_i d\varepsilon_i \quad (4.9)$$

bağıntısıyla ifade edilebilir. σ_i 'nin (4.6)'daki ifadesi (4.9)'da yerine konulursa,

$$dW = C_{ij} \epsilon_j d\epsilon_i \quad (4.10)$$

elde edilir. Toplam şekil değiştirme enerjisi için (4.10)'un integralinden,

$$W = \frac{1}{2} C_{ij} \epsilon_j \epsilon_i \quad (4.11)$$

eşitliği bulunur. Benzer şekilde σ_i gerilmesi altında $d\epsilon_j$ şekil değişimi için hesaplanırsa,

$$W = \frac{1}{2} C_{ji} \epsilon_i \epsilon_j \quad (4.12)$$

eşitliği elde edilir. (4.11) ve (4.12) denklemlerinin kısmi türevleri alınır (4.11)'den,

$$\partial W = C_{ij} \epsilon_j \partial \epsilon_i \quad (4.13)$$

ve (4.12)'den,

$$\partial W = C_{ji} \epsilon_i \partial \epsilon_j \quad (4.14)$$

elde edilir. (4.13) ve (4.14) denklemleri düzenlenecek olursa,

$$\frac{\partial W}{\partial \epsilon_i} = C_{ij} \epsilon_j \quad , \quad \frac{\partial W}{\partial \epsilon_j} = C_{ji} \epsilon_i \quad (4.15)$$

ifadeleri elde edilir. (4.15) eşitliklerinin ikinci defa türevleri alınarak,

$$\frac{\partial^2 W}{\partial \epsilon_i \partial \epsilon_j} = C_{ij} \quad , \quad \frac{\partial^2 W}{\partial \epsilon_j \partial \epsilon_i} = C_{ji} \quad (4.16)$$

eşitlikleri elde edilir. Türev alma sırası türevin değerini değiştirmeyeceğinden,

$$C_{ij}=C_{ji} \quad (4.17)$$

eşitliği geçerli olacaktır. Benzer şekilde,

$$S_{ij}=S_{ji} \quad (4.18)$$

bağıntısı da gösterilebilir. Yani direngenlik ve gevşeklik matrisinin her ikisi de simetriktir. Bu matrislerin bağımsız sabit sayısı ise yirmi bire düşmüştür. Bu eşitlik malzeme özellikleri bakımından hiçbir simetri düzlemi olmayan anizotropik malzemeleri temsil etmektedir. Böyle bir malzemenin diğer adı triklinik malzemedir. Karma malzemelerde mekanik davranışlar bakımından bazı simetri düzlemleri mevcuttur. Eğer malzeme özellikleri sadece bir simetri düzlemine sahipse böyle bir malzeme monoklinik olarak adlandırılır ve rijitlik matrisi on üç bağımsız elemanla tanımlanır. Burada simetri düzlemi $z = 0$ düzlemidir. Monoklinik bir malzeme için gerilme şekil değiştirme bağıntısı aşağıdaki gibi yazılır.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & C_{36} \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & C_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{45} & C_{55} & 0 \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} \quad (4.19)$$

Eğer malzemedeki karşılıklı olarak iki düzlemde simetri varsa yani malzemedeki iki tane ortogonal simetri düzlemi varsa bu durum ortogonal anizotropi olarak adlandırılır. Bu tip malzemelerin rijitlik matrisini sadece dokuz bağımsız eleman tanımlar. Bu tip malzemeler için gerilme-şekil değiştirme bağıntısı,

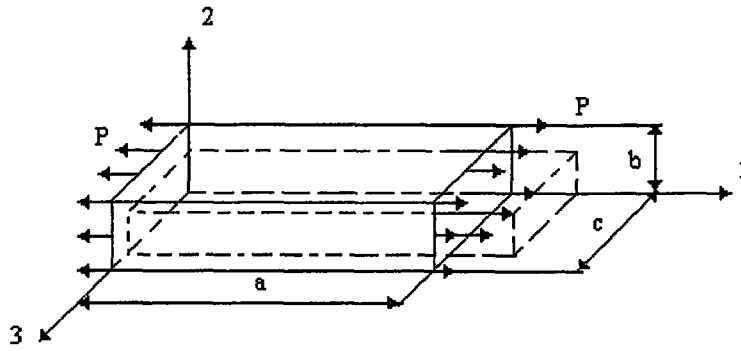
$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} \quad (4.20)$$

şeklinde ifade edilir.

(4.20) eşitliğinden $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ normal gerilmeler ile $\gamma_{23} = \varepsilon_4, \gamma_{31} = \varepsilon_5, \gamma_{12} = \varepsilon_6$ kayma şekil değiştirmeler arasında ortotropik malzemeler için ilişki olmadığı görülür. Benzer olarak kayma gerilmelerinin sadece kendi düzlemlerindeki kayma şekil değiştirmelerle ilişkili olduğu, farklı düzlemlerdeki kayma şekil değiştirmelerle etkileşim içinde olmadığı açıktır.

4.1. Ortotropik Malzemeler İçin Elastiklik Matrisi Bileşenlerinin Elde Edilmesi

Şekil 4.1'de görülen herhangi bir ortotropik malzemedan yapılmış cisme 1 ekseni doğrultusunda σ_1 çekme gerilmesi uygulandığında malzeme, gerilmenin tatbik edildiği eksende kendi elastisite modülüne (E) bağlı olarak bir miktar uzar. Bu uzama esnasında malzemenin hacmi değişmeyeceğine göre 2 ve 3 eksenleri boyunca malzemenin boyutları kısalmır.



Şekil 4.1. Ortotropik malzeme için tek yönlü gerilme hali

Şekil 4.1 'deki gerilme durumunu içeren bağıntılar aşağıdaki şekilde yazılabilir. 1 yönündeki σ_1 gerilmesi,

$$\sigma_1 = \frac{P}{bc} \quad (4.21)$$

şekilindedir. Gerilme ve şekil değiştirme tansörleri ise sırasıyla,

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

$$\varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \nu_{12}\varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & -\nu_{13}\varepsilon_1 \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

yazılabilir. (4.7) denkleminde faydalanılarak ortotropik malzeme için elastiklik matrisi bileşenleri,

$$S_{11} = \frac{\varepsilon_1}{\sigma_1} = \frac{1}{E_1}$$

$$S_{21} = \frac{-\nu_{12}\varepsilon_1}{\sigma_1} = \frac{-\nu_{12}}{E_1} \quad (4.24)$$

$$S_{31} = \frac{-\nu_{31}\varepsilon_1}{\sigma_1} = \frac{-\nu_{31}}{E_1}$$

şeklinde yazılır. Elastik cisim 2 eksenli doğrultusunda çekildiğinde,

$$S_{12} = \frac{-\nu_{21}}{E_2}$$

$$S_{22} = \frac{1}{E_2} \quad (4.25)$$

$$S_{12} = \frac{-\nu_{23}}{E_2}$$

elde edilir. Daha sonra cisme 3 eksenli doğrultusunda çekme gerilmesi uygulanacak olursa,

$$S_{13} = \frac{-\nu_{31}}{E_3}$$

$$S_{23} = \frac{-\nu_{32}}{E_3} \quad (4.26)$$

$$S_{33} = \frac{1}{E_3}$$

bulunur. Dolayısıyla elastiklik matrisi elemanları mühendislik sabitleri cinsinden ifade edilmiş olur. (4.4) denkleminde,

$$\frac{\nu_{ij}}{E_i} = \frac{\nu_{ji}}{E_j} \quad (4.27)$$

eşitliği yazılabilir. Benzer bir düşünce tarzı ile elastik cisme sadece kayma gerilmeleri tatbik edildiğine (4.28) eşitlikleri elde edilir. Burada G_{ij} , i ve j düzlemlerindeki kayma gerilmelerini gösterir.

$$S_{44} = \frac{1}{G_{23}}$$

$$S_{55} = \frac{1}{G_{31}} \quad (4.28)$$

$$S_{66} = \frac{1}{G_{12}}$$

4.2. Düzlem Gerilme Hali İçin Rijitlik ve Elastiklik Matrislerinin Çıkarılması

Düzlem gerilme hali için,

$$\sigma_3=0 \quad \tau_{23}=\sigma_4=0 \quad \tau_{31}=\sigma_5=0 \quad (4.29)$$

gözönüne alınırsa ortotropik malzemeler için (4.7) denkleminde faydalanılarak (4.20) eşitliğine benzer şekilde aşağıdaki denklem takımı yazılabilir.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} \quad (4.30)$$

Düzlem gerilme halinde,

$$\varepsilon_3 = S_{13}\sigma_1 + S_{23}\sigma_2 \quad (4.31)$$

$$\gamma_{23}=0 \quad \gamma_{31}=0 \quad (4.32)$$

durumları söz konusu olacağından (4.30) eşitliği,

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{12} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad (4.33)$$

halini alır. Yukarıda elde edilen (4.24), (4.25), (4.26) ve (4.28) eşitliklerindeki elastiklik matrisi bileşenleri (4.33) ifadesinde yerine yazılacak olursa,

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & 0 \\ -\frac{\nu_{21}}{E_2} & \frac{1}{E_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad (4.34)$$

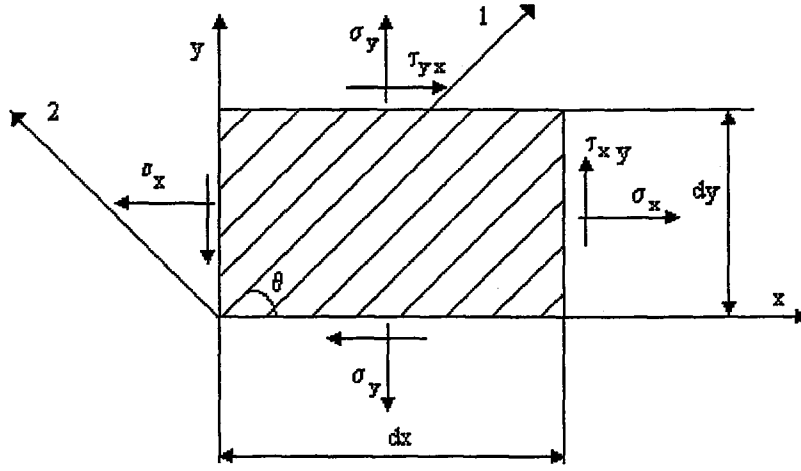
eşitliği elde edilir. (4.34) eşitliği dört adet bağımsız değişkenle ifade edilmektedir. Benzer yöntemle rijitlik matrisi elemanları da elde edilebilir. (4.3) denklemi kullanılarak rijitlik matrisi aşağıdaki şekilde yazılır.

$$Q_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & \frac{\nu_{12}E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & 0 \\ \frac{\nu_{12}E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & \frac{E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

Burada Q_{ij} indirgenmiş rijitlik matrisi olarak tanımlanır.

4.3. Takviye Açısına Bağlı Olarak Kompozit Malzemeler İçin Gerilme-Şekil Değiştirme Bağlılıkları

Yukarıdaki kısımda ortotropik malzemeler için malzemenin asal doğrultusundaki gerilmeler verilmiştir. Fakat, malzemenin asal eksenleri σ gerilmeleriyle θ açısı yapacak olursa, gerilme-şekil değiştirme bağıntıları için bir koordinat sisteminden diğer koordinat sistemine dönüşüm denklemlerinin yazılması gerekir.



Şekil 4.2. Takviye doğrultusu, x-y eksen takımıyla θ açısı yapan kompozit levha

Şekil 4.2 'de x-y doğrultularındaki gerilmeler malzeme asal eksenleri olan 1-2 eksen takımına transform edilecek olursa,

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 2 \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -2 \sin \theta \cos \theta \\ -\sin \theta \cos \theta & \sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (4.36)$$

veya kısaca,

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = [T] \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (4.37)$$

ya da bunun tersi,

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [T]^{-1} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad (4.38)$$

şeklinde yazmak mümkündür. Burada $[T]$ dönüşüm matrisidir. Benzer şekilde şekil değiştirmeler arasındaki dönüşüm,

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \frac{\gamma_{xy}}{2} \end{Bmatrix} = [T]^{-1} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \frac{\gamma_{12}}{2} \end{Bmatrix} \quad (4.39)$$

şeklinde yazılabilir. (4.39) eşitliğindeki $\frac{1}{2}$ çarpanının ortadan kaldırılması ve eşitliğin daha basit hale dönüştürülmesi için Reuter tarafından aşağıdaki matris tanımlanmıştır (Reuter, 1971).

$$[R] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

Bu durumda $[R]$ matrisi kullanılarak aşağıdaki (4.41) ve (4.42) bağıntıları yazılabilir.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = [R] \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \frac{\gamma_{12}}{2} \end{Bmatrix} \quad (4.41)$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = [R] \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \frac{\gamma_{xy}}{2} \end{Bmatrix} \quad (4.42)$$

x-y eksen takımından 1-2 malzeme asal eksen takımına gerilme-şekildeğiştirme transformu aşağıdaki yol takip edilerek yapılır.

$$\begin{aligned}
\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} &= [T]^{-1} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = [T]^{-1} [Q] \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = [T]^{-1} [Q] [R] \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \frac{\gamma_{12}}{2} \end{Bmatrix} \\
&= [T]^{-1} [Q] [R] [T] \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \frac{\gamma_{xy}}{2} \end{Bmatrix} = [T]^{-1} [Q] [R] [T] [R]^{-1} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (4.43)
\end{aligned}$$

Burada,

$$[\bar{Q}] = [T]^{-1} [Q] [R] [T] [R]^{-1} \quad (4.44)$$

bağıntısıyla gösterilecek olursa (4.43) bağıntısı aşağıdaki şekilde olacaktır.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [\bar{Q}] \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (4.45)$$

Burada $[\bar{Q}]$ rijitlik matrisi, indirgenmiş $[Q]$ rijitlik matrisi yerine kullanılmıştır.

$[\bar{Q}]$ rijitlik matrisi bileşenleri aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$\bar{Q}_{11} = Q_{11} \cos^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{22} \sin^4 \theta$$

$$\bar{Q}_{12} = (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{12} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta)$$

$$\bar{Q}_{22} = Q_{11} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{22} \cos^4 \theta$$

$$\bar{Q}_{16} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})\sin\theta\cos^3\theta + (Q_{12} - Q_{22} - 2Q_{66})\sin^3\theta\cos\theta \quad (4.46)$$

$$\bar{Q}_{26} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})\sin^3\theta\cos\theta + (Q_{12} - Q_{22} - 2Q_{66})\sin\theta\cos^3\theta$$

$$\bar{Q}_{66} = (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66})\sin^2\theta\cos^2\theta + Q_{66}(\sin^4\theta + \cos^4\theta)$$

(4.46) eşitliklerindeki indirgenmiş rijitlik matrisi bileşenleri Q_{ij} ' ler tek yönlü takviye edilmiş kompozitler için (4.35) ifadesinden yazılabilir. Çapraz yönlü takviye edilmiş kompozitler için ise indirgenmiş rijitlik matrisi bileşenleri,

$$Q_{11} = \frac{E_1 + E_2}{2(1 - \nu_{12}\nu_{21})}$$

$$Q_{12} = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}$$

$$Q_{22} = \frac{E_1 + E_2}{2(1 - \nu_{12}\nu_{21})} \quad (4.47)$$

$$Q_{66} = G_{12}$$

şeklinde yazılabilir.

5. ELASTO-PLASTİK GERİLME ANALİZİ

5.1. Elasto-Plastik Analizin Tanımı ve Analiz Şartları

Elasto-plastik analiz, katı cisimlerde plastik bölgede gerilme-şekil değiştirme ilişkilerini ve hesaplama yöntemlerini inceler. Bir malzeme şayet ideal elastik ise, kuvvet tatbik edildiğinde meydana gelen şekil değişimi kuvvetin kalkmasıyla tekrar geri kazanılır. Homojen ve izotrop cisimler için gerilme-şekil değiştirme ilişkisi lineerdir.

Katı cismin elastik bölge aşıldıktan sonraki davranışı plastik deformasyon olarak adlandırılır. Plastisite, uygulanan yükün kalkmasından sonra kalıcı deformasyonun bulunması durumudur. Plastik bölgenin başlangıcı bir akma kriteri ile belirlenir. Bu akma kriteri izotrop ve anizotrop malzemeler için farklıdır.

Elasto-plastik gerilme analizinin yapılabilmesi için, elastik durumda gerilme ve şekil değiştirmeler arasında lineer bir ilişkinin olması gereği akmanın meydana geldiği noktada bir akma kriterinin göz önüne alınması ve akma başladıktan sonra gerilme ve şekil değiştirmeler arasında bir formülasyondan faydalanılması gibi şartların sağlanması durumu vardır.

Plastik deformasyonun başlangıcı akma kriterlerine göre belirlenir. Bu nedenle malzemede ortaya çıkacak gerilmeler akma kriterleri ile değerlendirilerek, akma olup olmadığı konusunda gerekli analizler yapılır.

Kompozitler için bir çok akma kriteri teorileri ortaya konulmuştur. Bu teoriler maksimum gerilme teorisi, maksimum şekil değiştirme teorisi, Tsai-Hill akma teorisi ve Tsai-Wu tansör teorisidir. Ancak bunlar içerisinde deneysel sonuçlarla en iyi uyumlu teori Tsai-Hill teorisidir. Bu çalışmadaki analizlerde Tsai-Hill akma kriteri esas alınmıştır.

Anizotropik malzemeler için akma kriteri Tsai ve Hill tarafından,

$$(G+H)\sigma_1^2 + (F+H)\sigma_2^2 + (F+G)\sigma_3^2 - 2H\sigma_1\sigma_2 - 2G\sigma_1\sigma_3 - 2F\sigma_2\sigma_3 + 2L\tau_{23}^2 + 2M\tau_{13}^2 + 2N\tau_{12}^2 = 1 \quad (5.1)$$

şeklinde verilmiştir (Jones, 1975).

Burada F, G, H, L, M ve N akma mukavemet parametreleridir. Bu parametreler X, Y ve S mukavemet değerleri ile ilişkilidir.

Hill teorisi, Von Mises'in izotropik cisimler için ortaya koyduğu kriterin anizotropik cisimlere tatbik edilmiş halidir. Ancak arada bazı farklar vardır. Von Mises şekil değiştirme enerjisinin hacimsel değişimden ziyade biçim değiştirmede etkin olduğunu ifade eder. Halbuki ortotropik malzemelerde hacimsel değişimi distorsiyondan ayırmak kabil değildir (Jones, 1975).

Teoriye göre mukavemet parametrelerinin X, Y ve S mukavemet değerleri ile ilgili bağıntıları aşağıdaki gibidir. Buna göre,

Malzeme üzerinde sadece τ_{12} kayma gerilmesi etkin ise,

$$2N = \frac{1}{S^2} \quad (5.2)$$

olur. Benzer şekilde sadece σ_1 etki ediyorsa,

$$G + H = \frac{1}{X^2} \quad (5.3)$$

olur. Sadece σ_2 etki ediyorsa,

$$F + H = \frac{1}{Y^2} \quad (5.4)$$

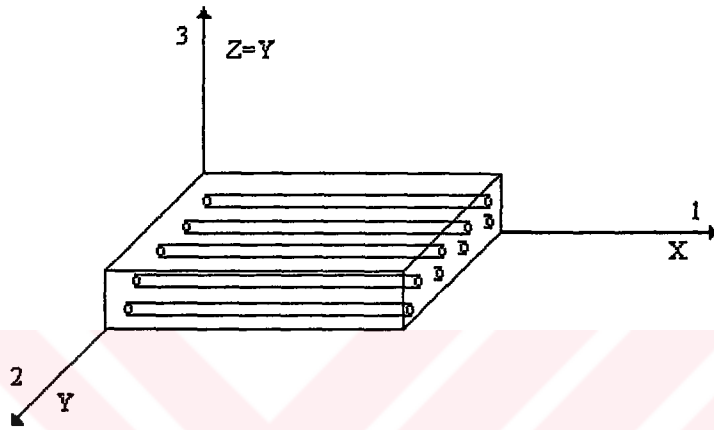
olur. Sadece σ_3 etki ediyorsa ve bu eksenindeki gerilme bileşeni Z ile gösterilirse,

$$F + G = \frac{1}{Z^2} \quad (5.5)$$

olur. (5.2), (5.3), (5.4) ve (5.5) eşitlikleri,

$$2 \begin{Bmatrix} H \\ F \\ G \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{1}{X^2} \\ \frac{1}{Y^2} \\ \frac{1}{Z^2} \end{Bmatrix} \quad (5.6)$$

şeklinde bir denklem takımıyla ifade edilebilir.



Şekil 5.1. 1 Doğrultusunda takviye edilmiş kompozit plak

Düzlemsel gerilme halinde 1 doğrultusunda takviye edilmiş kompozit malzeme için

$$\sigma_3 = \tau_{13} = \tau_{23} = 0 \quad (5.7)$$

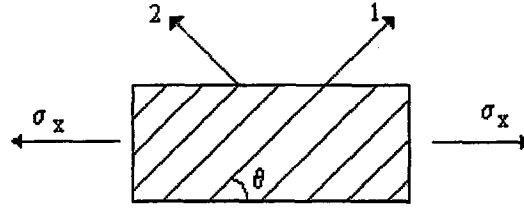
söz konusudur. Bununla birlikte Şekil 5.1'deki gibi takviye edilmiş kompozit malzemede geometrik simetriden dolayı,

$$Z=Y \quad (5.8)$$

yazılabilir. Bu durumda (5.1) eşitliği,

$$\frac{\sigma_1^2}{X^2} - \frac{\sigma_1 \sigma_2}{X^2} + \frac{\sigma_2^2}{Y^2} + \frac{\tau_{12}^2}{S^2} = 1 \quad (5.9)$$

şekline dönüşür. Malzeme asal doğrultuları ile θ açısı yapacak şekilde yapılan bir yüklemde, gerilmelerin malzeme asal doğrultu eksenlerine transform edilmesi gerekir.



Şekil 5.2. Kompozit malzeme için eksenel olmayan yükleme hali

Buna göre gerilmeler transform edilecek olursa,

$$\sigma_1 = \sigma_x \cos^2 \theta$$

$$\sigma_2 = \sigma_x \sin^2 \theta \quad (5.10)$$

$$\tau_{12} = -\sigma_x \sin \theta \cos \theta$$

şeklinde yazılır. (5.10) dönüşüm formülleri (5.9) eşitliğinde yerine yazılacak olursa, Tsai-Hill akma kriteri,

$$\frac{\cos^4 \theta}{X^2} + \left(\frac{1}{S^2} - \frac{1}{X^2} \right) \cos^2 \theta \sin^2 \theta + \frac{\sin^4 \theta}{Y^2} = \frac{1}{\sigma_x^2} \quad (5.11)$$

şeklinde elde edilir.

5.2. Soğuk Sertleşme Teorisi

Plastisite, malzemeye uygulanan yükün kalkmasıyla malzemede meydana gelen kalıcı deformasyondur. Şekil değiştirme sertleşmeli plastik davranış gösteren malzemeler için akma gerilmesi, K sertleşme parametresi olarak ifade edilen parametreye bağlıdır.

5.2.1. Anizotropik Şekil Değiştirme Sertleşmesi

Akmanın başlamasından sonra plastik şekil değiştirmenin derecesi, plastik deformasyonu oluşturan gerilmelerin şiddetine bağlıdır. Bu şekil değiştirme sertleşmesi olarak tanımlanır ve K parametresi ile ifade edilir.

Şekil değiştirme sertleşmesinin derecesi, toplam plastik şekil değiştirmenin bir ölçüsü olarak kabul edilir ve

$$K = \bar{\varepsilon}_p \quad (5.12)$$

şeklinde yazılır. Burada $\bar{\varepsilon}_p$, $d\bar{\varepsilon}_p$ 'nin integrasyonu ile bulunur.

Anizotropik malzemeler için eşlenik gerilme Hill tarafından,

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{3}{2} \left[\frac{F(\sigma_y - \sigma_z)^2 + G(\sigma_z - \sigma_x)^2 + H(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 2L\tau_{yz}^2 + 2M\tau_{zx}^2 + 2N\tau_{xy}^2}{F + G + H} \right]} \quad (5.13)$$

ifadesiyle verilmiştir (Hill, 1950). (5.13) ifadesindeki F, G, H, L, M ve N anizotropik akma halindeki karakteristik parametrelerdir. İzotropik durum için kullanılan teoriden hareketle eşlenik gerilmelerin plastik şekil değiştirme işinin bir fonksiyonu olacağı kabul edilmiştir (Hill, 1950). Rijit plastik cisim için birim hacimdeki plastik işin artımı,

$$dW = \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} = \sigma_{ij} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\lambda \quad (5.14)$$

ifadesiyle verilir. Burada λ orantı sabitidir, f ise akma fonksiyonudur.

$$dW = \sigma_{ij} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\lambda = 2fd\lambda = d\lambda \quad (5.15)$$

Burada genel şekildeğiştirme artımı $d\bar{\varepsilon}_p$,

$$dW = \sigma_e d\varepsilon_p = d\lambda \quad (5.16)$$

$$d\bar{\varepsilon}_p = \frac{d\lambda}{\sigma_e} = \sqrt{\frac{3}{2}} [F + G + H]^{\frac{1}{2}} \quad (5.17)$$

olur. Z ekseninde rotasyonel simetri durumunun olması halinde,

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{3}{2}} \left[\frac{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + r(\sigma_x - \sigma_y)^2}{2 + r} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (5.18)$$

şeklindedir. Bu durumda şekil değiştirmedeki artım ifadesi,

$$d\varepsilon = \sqrt{\frac{2}{3}} \left[\frac{2 + r}{(1 + 2r)^2} \left\{ (d\varepsilon_y - rd\varepsilon_z)^2 + (d\varepsilon_x - rd\varepsilon_z)^2 + r(d\varepsilon_x - d\varepsilon_y)^2 \right\} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (5.19)$$

olur. Burada r,

$$r = \frac{H}{G} \quad (5.20)$$

ifadesine eşittir.

5.2.2. Normalite Kriteri

Akmanın başlangıcından sonra oluşan şekil değiştirmenin elastik ve plastik bölümlere ayrılacağı kabul edilir. Buna göre gerilmede meydana gelen sonsuz küçük bir artışta şekil değiştirme değişimleri elastik ve plastik bileşenlere ayrılır. Dolayısıyla, toplam şekil değiştirme, elastik ve plastik şekil değiştirmelerin toplamıdır.

Akma gerilmesi, akma ile belirlenir ve bu gerilme K sertleşme parametresiyle bağıntılıdır. Akma yüzeyi kavramına göre akma, sadece gerilmenin akma kriteri ile belirlenen değere ulaştığında meydana gelebilir.

Dolayısıyla,

$$F(\sigma, K) = 0 \quad (5.21)$$

yazılabilir. Şekil değiştirmedeki artış oranı $d\epsilon_p$ ile gösterilirse,

$$d\epsilon_p = d\lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma} \quad (5.22)$$

eşitliği yazılabilir. Herhangi bir 'n' bileşeni için bu eşitlik,

$$d\epsilon_{n,p} = \lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma_n} \quad (5.23)$$

şeklinde yazılır. Plastik potansiyel Q,

$$Q=Q(\sigma, K) \quad (5.24)$$

şeklinde σ ve K' nın bir fonksiyonu gibi yazılırsa plastik şekil değiştirme artışı,

$$d\epsilon_p = \lambda \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \quad (5.25)$$

şeklinde yazılabilir. $Q=F$ hali $(\partial Q, \partial F)$, bileşik plastisite olarak tanımlanır.

5.2.3. Toplam Gerilme-Şekil Değiştirme Bağıntıları

Elastik ve plastik toplam şekildeğişimi artışı,

$$d\varepsilon = d\varepsilon_e + d\varepsilon_p \quad (5.26)$$

olarak yazılır. Elastik şekil değiştirme artışları, D elastiklik matrisinin simetrikliği nedeniyle gerilme artışlarını gösterir. D elastiklik matrisi kompozit malzemeler için,

$$D = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{21} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

şeklindedir. (5.22) ifadesi (5.26) ifadesinde yerine yazılırsa,

$$d\varepsilon = D^{-1} d\sigma + \frac{\partial Q}{\partial \sigma} d\lambda \quad (5.28)$$

elde edilir. Plastik akma meydana geldiğinde, (5.21) bağıntısına göre gerilmeler akma yüzeyindedir. Bu ifadenin diferansiyeli alınacak olursa,

$$dF = \frac{\partial F}{\partial \sigma_1} d\sigma_1 + \frac{\partial F}{\partial \sigma_2} d\sigma_2 + \dots + \frac{\partial F}{\partial K} dK = 0 \quad (5.29)$$

veya

$$\left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T d\sigma - A d\lambda = 0 \quad (5.30)$$

eşitliği elde edilir. Burada A ifadesi,

$$A = - \frac{\partial F}{\partial K} \frac{dK}{d\lambda} \quad (5.31)$$

şeklindedir. (5.28) ve (5.30) eşitlikleri matris formunda,

$$\begin{Bmatrix} d\epsilon \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D^{-1} & \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \\ \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^T & -A \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\sigma \\ d\lambda \end{Bmatrix} \quad (5.32)$$

şeklinde yazılabilir. Bilinmeyen λ orantı sabiti yok edilebilir. Buradan, şekil değiştirme değişimlerinden yararlanılarak elde edilen gerilme değişimlerini belirleyen bir tam genişleme durumunda bu sonuç ortaya çıkar (Zienkiewicz, 1982).

$$d\sigma = \tilde{D}_{ep} d\epsilon \quad (5.33)$$

ve

$$\tilde{D}_{ep} = D - D \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T D \left[A + \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T D \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\} \right]^{-1} \quad (5.34)$$

dir. Burada $\tilde{D}_{ep}$ elasto-plastik matrisi, artışı analizde D elastiklik matrisi yerine kullanılır. Matris A=0 olduğunda ideal plastisite için tanımlanır.

5.2.4. 'A' Parametresinin İncelenmesi

İdeal plastisite halinde, sertleşme olmadan A'nın sıfır olacağı açıktır. Şekil değiştirme sertleşmesi gösteren bir malzemede K parametresi plastik deformasyon boyunca yapılan plastik işin miktarı ile ifade edilebilir.

$$dK = \sigma_1 d\epsilon_1^p + \sigma_2 d\epsilon_2^p + \dots = \sigma^T d\epsilon_p \quad (5.35)$$

(5.32) eşitliğinin birinci grubu $\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^T D$ ile çarpılarak,

$$\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^T d\sigma = \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^T D d\varepsilon - \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^T D \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \lambda \quad (5.36)$$

eşitliği elde edilir. İkinci grup akmada yazılırsa,

$$\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^T D d\varepsilon - \left[\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^T D \frac{\partial Q}{\partial \sigma} + A\right] \lambda = 0 \quad (5.37)$$

elde edilir. (5.36) denkleminde λ 'nın yok edilmesi (5.33) ve (5.34) eşitliklerini verir.

(5.22) eşitliğindeki akma kuralı yerine yazılırsa,

$$dK = \lambda \sigma^T \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \quad (5.38)$$

bulunur. (5.31) eşitliği yardımıyla λ 'nın yok edilebileceği rahatlıkla görülebilir.

Buradan,

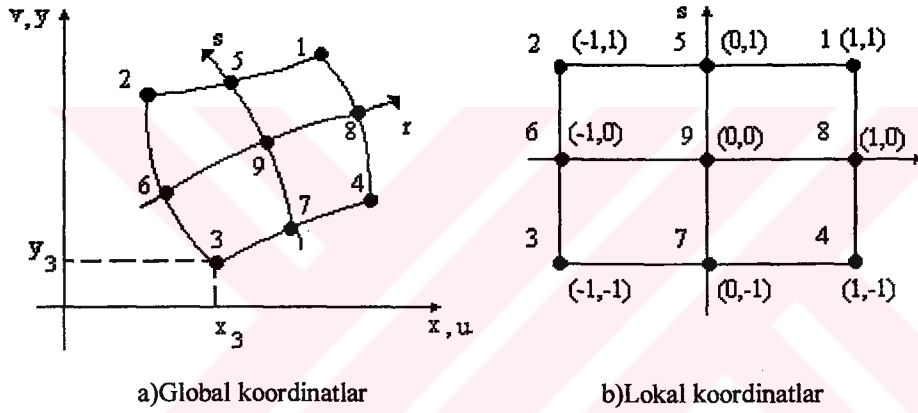
$$A = -\frac{\partial F}{\partial K} \sigma^T \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \quad (5.39)$$

eşitliği elde edilir.

6. İKİ BOYUTLU ELASTO-PLASTİK PROBLEMLERE SONLU ELEMAN FORMÜLASYONUNUN UYGULANMASI

6.1. Şekil Değiştirmeler ve Gerilmelerin Elde Edilmesi

Problemde çözümünde dokuz düğümlü izoparametrik elemanlar kullanılmıştır. Bu nedenle dokuz düğümlü elemana ait sonlu eleman formülasyonu incelenmiştir. Problemde incelenen kompozit, düzlem levha olduğundan iki boyutlu gerilme analizi esas alınmıştır. Buna göre sistemdeki bir düğümün yer değiştirmesinin x-y eksen takımında iki bileşeni vardır. Yani sistemin serbestlik derecesi 2 'dir.



Şekil 6.1.Dokuz düğümlü iki boyutlu izoparametrik sonlu elemanın global koordinatlardan lokal koordinatlara transform edilmesi

Elemana ait koordinat interpolasyonları,

$$x = \sum_{i=1}^n h_i x_i \quad y = \sum_{i=1}^n h_i y_i \quad (n=\text{düğüm sayısı}) \quad (6.1)$$

şeklinde yazılabilir. Bu ifadede x_i ve y_i , i düğümlüne ait koordinatları, h_i ise lokal koordinatlarda eleman üzerindeki i düğümlüne ait interpolasyon fonksiyonlarını ifade etmektedir. h_i şekil (interpolasyon) fonksiyonları, iki boyutlu lokal koordinatlarda her iki boyuttaki değişimi temsil eder. i nolu düğümün lokal koordinatlar üzerindeki izdüşümü i ve bu noktaya ait Lagrange polinomları $L_i(r)$ ve $L_i(s)$ ise, h_i fonksiyonu,

$$h_i = L_i(r) L_i(s) \quad (6.2)$$

olur. Buna göre dokuz düğümlü eleman için x ve y koordinat interpolasyonları aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$x = h_1 x_1 + h_2 x_2 + h_3 x_3 + h_4 x_4 + h_5 x_5 + h_6 x_6 + h_7 x_7 + h_8 x_8 + h_9 x_9 \quad (6.3)$$

$$y = h_1 y_1 + h_2 y_2 + h_3 y_3 + h_4 y_4 + h_5 y_5 + h_6 y_6 + h_7 y_7 + h_8 y_8 + h_9 y_9 \quad (6.4)$$

(6.3) ve (6.4) ifadelerindeki, 3.bölümde hesaplanan N_i interpolasyon fonksiyonu değerleri,

$$h_i(r,s) = N_i(r,s) \quad (6.5)$$

için yerine yazılacak olursa,

$$\begin{aligned} x = & \frac{1}{4}(r^2 + r)(s^2 + s)x_1 + \frac{1}{4}(r^2 - r)(s^2 + s)x_2 + \frac{1}{4}(r^2 - r)(s^2 - s)x_3 \\ & + \frac{1}{4}(r^2 + r)(s^2 - s)x_4 + \frac{1}{2}(1 - r^2)(s^2 + s)x_5 + \frac{1}{2}(r^2 - r)(1 - s^2)x_6 \\ & + \frac{1}{2}(1 - r^2)(s^2 - s)x_7 + \frac{1}{2}(r^2 + r)(1 - s^2)x_8 + (r^2 - 1)(s^2 - 1)x_9 \end{aligned} \quad (6.6)$$

ve

$$\begin{aligned} y = & \frac{1}{4}(r^2 + r)(s^2 + s)y_1 + \frac{1}{4}(r^2 - r)(s^2 + s)y_2 + \frac{1}{4}(r^2 - r)(s^2 - s)y_3 \\ & + \frac{1}{4}(r^2 + r)(s^2 - s)y_4 + \frac{1}{2}(1 - r^2)(s^2 + s)y_5 + \frac{1}{2}(r^2 - r)(1 - s^2)y_6 \\ & + \frac{1}{2}(1 - r^2)(s^2 - s)y_7 + \frac{1}{2}(r^2 + r)(1 - s^2)y_8 + (r^2 - 1)(s^2 - 1)y_9 \end{aligned} \quad (6.7)$$

eşitlikleri elde edilir. İnterpolasyon fonksiyonları elemanın her düğümünde sağlanmalıdır. Örneğin 5 nolu düğümde $r=0$, $s=1$ için $x=x_5$ elde edilir. Bu,

interpolasyon fonksiyonlarının doğru seçildiği anlamına gelmektedir. Yer değıştirmeler için de benzer şekilde interpolasyon fonksiyonları,

$$u = u_1 h_1 + u_2 h_2 + u_3 h_3 + u_4 h_4 + u_5 h_5 + u_6 h_6 + u_7 h_7 + u_8 h_8 + u_9 h_9 \quad (6.8)$$

$$v = v_1 h_1 + v_2 h_2 + v_3 h_3 + v_4 h_4 + v_5 h_5 + v_6 h_6 + v_7 h_7 + v_8 h_8 + v_9 h_9 \quad (6.9)$$

veya kısaca,

$$u = \sum_{i=1}^n u_i h_i, \quad v = \sum_{i=1}^n v_i h_i \quad (n=\text{düğüm sayısı}) \quad (6.10)$$

şeklinde yazılabilir. Dokuz düğümlü izoparametrik eleman için yer değıştirme fonksiyonları polinomlar şeklinde,

$$u = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 xy + \alpha_5 x^2 + \alpha_6 y^2 + \alpha_7 x^2 y + \alpha_8 xy^2 + \alpha_9 x^2 y^2 \quad (6.11)$$

$$v = \alpha_{10} + \alpha_{11} x + \alpha_{12} y + \alpha_{13} xy + \alpha_{14} x^2 + \alpha_{15} y^2 + \alpha_{16} x^2 y + \alpha_{17} xy^2 + \alpha_{18} x^2 y^2 \quad (6.12)$$

yazılabilir. Yer değıştirme fonksiyonları,

$$\{\delta\} = \{u_1 \ v_1 \ u_2 \ v_2 \ u_3 \ v_3 \ u_4 \ v_4 \ u_5 \ v_5 \ u_6 \ v_6 \ u_7 \ v_7 \ u_8 \ v_8 \ u_9 \ v_9\}^T \quad (6.13)$$

ve α katsayıları ise,

$$\{\alpha\} = \{\alpha_1 \ \alpha_2 \ \alpha_3 \ \alpha_4 \ \alpha_5 \ \alpha_6 \ \alpha_7 \ \alpha_8 \ \alpha_9 \ \alpha_{10} \ \alpha_{11} \ \alpha_{12} \ \alpha_{13} \ \alpha_{14} \ \alpha_{15} \ \alpha_{16} \ \alpha_{17} \ \alpha_{18}\}^T \quad (6.14)$$

şeklinde yazılıp x ve y 'li katsayılar da $[C]$ şeklinde bir matrisle ifade edilecek olursa,

$$\{\delta\} = [C]\{\alpha\} \quad (6.15)$$

elde edilir. Buradan,

$$\{\alpha\} = [C]^{-1}\{\delta\} \quad (6.16)$$

eşitliği yazılabilir. Burada $[C]$, 18x18 boyutunda bir matristir.

Şekil değiştirmeler ise,

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (6.17)$$

şeklinde dir. Yer değiştirmelerin x ve y 'ye göre türevleri, kısmi türevlerde sık kullanılan zincir kuralı uygulanarak,

$$\frac{\partial}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} \quad (6.18)$$

$$\frac{\partial}{\partial s} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial s} \quad (6.19)$$

şeklinde elde edilebilir. Bu ifade matris formunda aşağıdaki gibi yazılır.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial r} \\ \frac{\partial}{\partial s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial r} \\ \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (6.20)$$

Burada,

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial r} \\ \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} \end{bmatrix} \quad (6.21)$$

$[J]$ matrisi lokal ve global koordinatlar arasındaki dönüşüm matrisidir. Diğer bir ifadeyle global koordinatlardaki türevleri lokal koordinatlara bağlayan jakobien operatörüdür. Jakobien matrisi bileşenleri,

$$\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial r} &= \frac{\partial(h_1x_1 + h_2x_2 + h_3x_3 + h_4x_4 + h_5x_5 + h_6x_6 + h_7x_7 + h_8x_8 + h_9x_9)}{\partial r} \\ \frac{\partial x}{\partial s} &= \frac{\partial(h_1x_1 + h_2x_2 + h_3x_3 + h_4x_4 + h_5x_5 + h_6x_6 + h_7x_7 + h_8x_8 + h_9x_9)}{\partial s} \\ \frac{\partial y}{\partial r} &= \frac{\partial(h_1y_1 + h_2y_2 + h_3y_3 + h_4y_4 + h_5y_5 + h_6y_6 + h_7y_7 + h_8y_8 + h_9y_9)}{\partial r} \\ \frac{\partial y}{\partial s} &= \frac{\partial(h_1y_1 + h_2y_2 + h_3y_3 + h_4y_4 + h_5y_5 + h_6y_6 + h_7y_7 + h_8y_8 + h_9y_9)}{\partial s} \end{aligned} \quad (6.22)$$

şeklinde elde edilir. Buradan,

$$\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial r} &= \frac{1}{4}(2r+1)(s^2+s)x_1 + \frac{1}{4}(2r-1)(s^2+s)x_2 + \frac{1}{4}(2r-1)(s^2-s)x_3 \\ &+ \frac{1}{4}(2r+1)(s^2-s)x_4 - r(s^2+s)x_5 + \frac{1}{2}(2r-1)(1-s^2)x_6 \\ &- r(s^2-s)x_7 + \frac{1}{2}(2r+1)(1-s^2)x_8 + 2r(s^2-1)x_9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial x}{\partial s} = & \frac{1}{4}(r^2 + r)(2s + 1)x_1 + \frac{1}{4}(r^2 - r)(2s + 1)x_2 + \frac{1}{4}(r^2 - r)(2s - 1)x_3 \\
& + \frac{1}{4}(r^2 + r)(2s - 1)x_4 + \frac{1}{2}(1 - r^2)(2s + 1)x_5 - s(r^2 - r)x_6 \\
& + \frac{1}{2}(1 - r^2)(2s - 1)x_7 - s(r^2 + r)x_8 + 2s(r^2 + r)x_9
\end{aligned}
\tag{6.23}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial y}{\partial r} = & \frac{1}{4}(2r + 1)(s^2 + s)y_1 + \frac{1}{4}(2r - 1)(s^2 + s)y_2 + \frac{1}{4}(2r - 1)(s^2 - s)y_3 \\
& + \frac{1}{4}(2r + 1)(s^2 - s)y_4 - r(s^2 + s)y_5 + \frac{1}{2}(2r - 1)(1 - s^2)y_6 \\
& - r(s^2 - s)y_7 + \frac{1}{2}(2r + 1)(1 - s^2)y_8 + 2r(s^2 - 1)y_9
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial y}{\partial s} = & \frac{1}{4}(r^2 + r)(2s + 1)y_1 + \frac{1}{4}(r^2 - r)(2s + 1)y_2 + \frac{1}{4}(r^2 - r)(2s - 1)y_3 \\
& + \frac{1}{4}(r^2 + r)(2s - 1)y_4 + \frac{1}{2}(1 - r^2)(2s + 1)y_5 - s(r^2 - r)y_6 \\
& + \frac{1}{2}(1 - r^2)(2s - 1)y_7 - s(r^2 + r)y_8 + 2s(r^2 + r)y_9
\end{aligned}$$

eşitlikleri elde edilir. İzoparametrik elemanın lokal koordinatlarda ve global koordinatlarda tanım aralığı -1 ve $+1$ olduğundan $-1 \leq r \leq +1$ ve $-1 \leq s \leq +1$ aralığında değişen her r ve s değeri için yukarıdaki Jakobien operatörünün bileşenleri hesaplanır.

(6.20) ifadesinden faydalanılarak,

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} = [J]^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial r} \\ \frac{\partial}{\partial s} \end{bmatrix}
\tag{6.24}$$

yazılabilir. Bu durumda (6.24) eşitliği yer değiştirmeler cinsinden,

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} \end{bmatrix} = [J]^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial r} \\ \frac{\partial u}{\partial s} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \end{bmatrix} = [J]^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial v}{\partial r} \\ \frac{\partial v}{\partial s} \end{bmatrix} \quad (6.25)$$

şeklinde yazılır.(6.25) ifadesinde (6.23)' de elde edilen değerler yerine yazılacak olursa,

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} \end{bmatrix} = [J]^{-1} \begin{bmatrix} \frac{1}{4}(2r+1)(s^2+s) & 0 & \frac{1}{4}(2r-1)(s^2+s) & 0 & \frac{1}{4}(2r-1)(s^2-s) & 0 \\ \frac{1}{4}(r^2+r)(2s+1) & 0 & \frac{1}{4}(r^2-r)(2s+1) & 0 & \frac{1}{4}(r^2+r)(2s-1) & 0 \\ \frac{1}{4}(2r+1)(s^2-s) & 0 & -r(s^2+s) & 0 & \frac{1}{2}(2r-1)(1-s^2) & 0 \\ \frac{1}{4}(r^2+r)(2s+1) & 0 & \frac{1}{2}(1-r^2)(2s+1) & 0 & -s(r^2-r) & 0 \\ -r(s^2-s) & 0 & \frac{1}{2}(2r+1)(1-s^2) & 0 & 2r(s^2-1) & 0 \\ \frac{1}{2}(1-r^2)(2s-1) & 0 & -s(r^2+r) & 0 & 2s(r^2-1) & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} u \\ u \end{matrix} \quad (6.26)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \end{bmatrix} = [J]^{-1} \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{4}(2r+1)(s^2+s) & 0 & \frac{1}{4}(2r-1)(s^2+s) & 0 & \frac{1}{4}(2r-1)(s^2-s) \\ 0 & \frac{1}{4}(r^2+r)(2s+1) & 0 & \frac{1}{4}(r^2-r)(2s+1) & 0 & \frac{1}{4}(r^2+r)(2s-1) \\ 0 & \frac{1}{4}(2r+1)(s^2-s) & 0 & -r(s^2+s) & 0 & \frac{1}{2}(2r-1)(1-s^2) \\ 0 & \frac{1}{4}(r^2+r)(2s+1) & 0 & \frac{1}{2}(1-r^2)(2s+1) & 0 & -s(r^2-r) \\ 0 & -r(s^2-s) & 0 & \frac{1}{2}(2r+1)(1-s^2) & 0 & 2r(s^2-1) \\ 0 & \frac{1}{2}(1-r^2)(2s-1) & 0 & -s(r^2+r) & 0 & 2s(r^2-1) \end{bmatrix} \begin{matrix} u \\ u \end{matrix} \quad (6.27)$$

elde edilir. Burada u (6.13) eşitliğinde ifade edildiği şekliyle,

$$u = [u_1 v_1 \ u_2 v_2 \ u_3 v_3 \ u_4 v_4 \ u_5 v_5 \ u_6 v_6 \ u_7 v_7 \ u_8 v_8 \ u_9 v_9]^T \quad (6.28)$$

dir. Yukarıdaki (6.26), (6.27) ve (6.28) eşitliklerinden faydalanılarak ε yazılacak olursa,

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix} = [J]^{-1} \begin{bmatrix} \frac{1}{4}(2r+1)(s^2+s) & 0 & \frac{1}{4}(2r-1)(s^2+s) \\ 0 & \frac{1}{4}(r^2+r)(2s+1) & 0 \\ \frac{1}{4}(r^2+r)(2s+1) & \frac{1}{4}(2r+1)(s^2+s) & \frac{1}{4}(r^2-r)(2s+1) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{4}(2r-1)(s^2-s) & 0 \\ \frac{1}{4}(r^2-r)(2s+1) & 0 & \frac{1}{4}(r^2-r)(2s+1) \\ \frac{1}{4}(2r-1)(s^2+s) & \frac{1}{4}(r^2-r)(2s-1) & \frac{1}{4}(2r-1)(s^2-s) \\ \frac{1}{4}(2r+1)(s^2-s) & 0 & -r(s^2+s) \\ 0 & \frac{1}{4}(r^2+r)(2s-1) & 0 \\ \frac{1}{4}(r^2+r)(2s-1) & \frac{1}{4}(2r+1)(s^2-s) & \frac{1}{2}(1-r^2)(2s+1) \\ 0 & \frac{1}{2}(2r-1)(1-s^2) & 0 \\ \frac{1}{4}(1-r^2)(2s+1) & 0 & -s(r^2-r) \\ -r(s^2+s) & -s(r^2-r) & \frac{1}{2}(2r-1)(1-s^2) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}
-r(s^2 - s) & 0 & \frac{1}{2}(2r+1)(1-s^2) \\
0 & \frac{1}{2}(1-r^2)(2s-1) & 0 \\
\frac{1}{2}(1-r^2)(2s-1) & -r(s^2 - s) & -s(r^2 + r) \\
0 & 2r(s^2 - 1) & 0 \\
-s(r^2 + r) & 0 & 2s(r^2 - 1) \\
\frac{1}{2}(2r+1)(1-s^2) & 2s(r^2 - 1) & 2r(s^2 - 1)
\end{bmatrix} \{\delta\} \quad (6.29)$$

elde edilmiş olur. (6.29) eşitliğinde $\{\delta\}$ ile çarpım durumunda olan ifadeler $[B]$ ile gösterilecek olursa bu durumda (6.29) eşitliği kısaca,

$$\{\varepsilon\} = [B]\{\delta\} \quad (6.30)$$

şeklinde yazılabilir. Gerilme-şekil değiştirme bağıntısı,

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} \quad (6.31)$$

şeklinde yazılır ve bunun açık bir şekilde yazılımı,

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{21} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} \quad (6.32)$$

şeklinde elde edilir.

6.2. Direngenlik Matrisinin Hesaplanması

Direngenlik matrisinin hesaplanması amacıyla virtüel işler prensibinden yararlanılır. Buna göre iç kuvvetlerin oluşturduğu iş,

$$\delta W = \iint \{\delta \varepsilon\}^T \{\sigma\} dv \quad (6.33)$$

dir. Dış kuvvetlerin oluşturduğu iş ise,

$$\delta W = \{\delta \bar{\delta}\}^T \{P\} \quad (6.34)$$

olur. Bu durumda iç kuvvetlerin ve dış kuvvetlerin yapmış olduğu virtüel işin birbirine eşit olması gerekliliği prensibinden hareketle,

$$\iint \{\delta \varepsilon\}^T \{\sigma\} dv = \{\delta \bar{\delta}\}^T \{P\}$$

yazılır. (6.30) ve (6.31) bağıntıları kullanılırsa,

$$\{\delta \bar{\delta}\}^T \{P\} = \int_v \{\delta \varepsilon\}^T [D] \{\varepsilon\} dv$$

$$\{\delta \bar{\delta}\}^T \{P\} = \int_v \{\delta \bar{\delta}\}^T [B]^T [D] [B] \{\varepsilon\} dv \{\delta\}$$

bulunur. Buradan,

$$\{P\} = \int_v [B]^T [D] [B] \{\varepsilon\} dv \{\delta\} \quad (6.35)$$

eşitliği elde edilir. Burada,

$$[K_i] = \int_v [B]^T [D] [B] \{\epsilon\} dv \quad (6.36)$$

ifadesi i nolu elemanın direngenlik matrisidir. Buradan,

$$\{P\} = [K] \{\delta\} \quad (6.37)$$

genel ifadesi elde edilir.

6.3. Nümerik İntegrasyon

Her eleman için K_i direngenlik matrisini teşkil edip, integrasyonunu almak için bilgisayar ile nümerik integrasyondan faydalanılır. i nolu eleman için direngenlik matrisi (6.36) eşitliği ile verilmişti. İki boyutlu elemanlarda,

$$dv = \det j \cdot dr \cdot ds \quad (6.38)$$

olur. Bu durumda (6.36) eşitliğinde, (6.38)'deki değer yerine yazılacak olursa,

$$[K_i] = \int_v [B]^T [D] [B] \{\epsilon\} \det j \, dr \, ds \quad (6.39)$$

eşitliği elde edilir. Eğer,

$$F = [B]^T [D] [B] \{\epsilon\} \det j \quad (6.40)$$

yazılacak olursa (6.39) eşitliği,

$$[K_i] = \int_v F \, dr \, ds \quad (6.41)$$

şeklinde elde edilir. Nümerik integrasyon alındığında iki boyutlu elemanlar için, K_i direngenlik matrisi,

$$K_i = \sum_{i,j} t_{ij} \alpha_{ij} F_{ij} \quad (6.42)$$

olarak bulunur .Burada r_i ve s_j noktalarındaki F matrisi F_{ij} ile gösterilmiştir. t_{ij} kalınlık ve $\alpha_{ij} = \alpha_i \cdot \alpha_j$ değerleri ise r_i ve s_j değerlerine bağlı olarak bulunan sabitlerdir.

İki boyutlu dikdörtgen izoparametrik elemanlar için integrasyonun açılımı aşağıdaki gibidir.

$$\int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} F(r,s) dr ds = \sum_{ij} \alpha_i \alpha_j F(r_i, s_j) \quad (6.43)$$

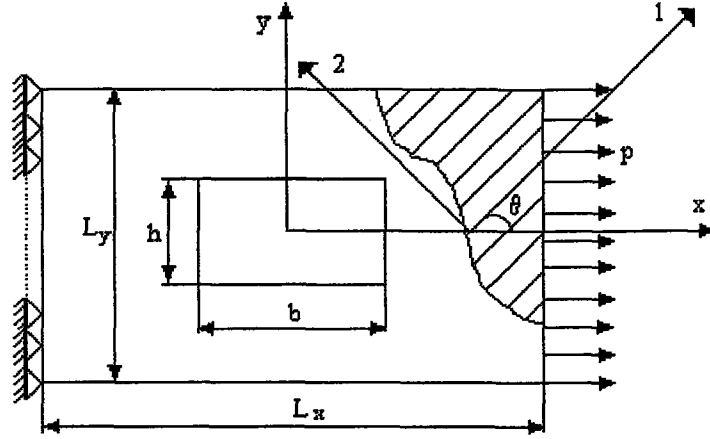
Yukarıdaki ifadelerde bulunan α_i , α_j , r_i ve s_j değerleri Tablo 6.1’de verilen Gauss-Legendre nümerik integrasyonuna göre elde edilmiş değerlerden seçilir (Bathe, 1982).

Tablo 6.1. Gauss-Legendre nümerik integrasyonuna göre seçilen noktalar (r_i) ve ağırlık değerleri (α_i)

N	r_i	α_i
1	0.00000 00000 00000	0.00000 00000 00000
2	$\pm 0.57735 02691 89626$	1.00000 00000 00000
3	$\pm 0.77459 66692 41483$	0.55555 55555 55556
	0.00000 00000 00000	0.88888 88888 88889
4	$\pm 0.86113 63115 94053$	0.34785 48451 37454
	$\pm 0.33998 10435 84856$	0.65214 51548 62546
5	$\pm 0.90617 98459 38664$	0.23692 68850 56189
	$\pm 0.53846 93101 05683$	0.47862 86704 99366
	0.00000 00000 00000	0.56888 88888 88889
6	$\pm 0.93246 95142 03152$	0.17132 44923 79170
	$\pm 0.66120 93864 66265$	0.36076 15730 48139
	$\pm 0.23861 91860 83197$	0.46791 39345 72691

7. PROBLEMİN TANIMLANMASI

Bu çalışmada, ortasında dikdörtgen delik bulunan ve üniform çeki yüküne maruz kalan kompozit levhalarda oluşan gerilme dağılımları incelenmiştir.



Şekil 7.1. Ortasında dikdörtgen delik bulunan kompozit levha

Dikdörtgen plağın malzemesi çelik-alüminyum kompozitidir. Matriks malzemesi olarak alüminyum , fiber olarak da tek yönlü takviye edilmiş çelik teller kullanılmıştır. Basınç altında elde edilen çelik-alüminyum kompozite ait mukavemet değerleri Tablo7.1 'de verilmiştir.

Tablo7.1. Kompozit malzemenin akma değerleri ve mekanik özellikleri

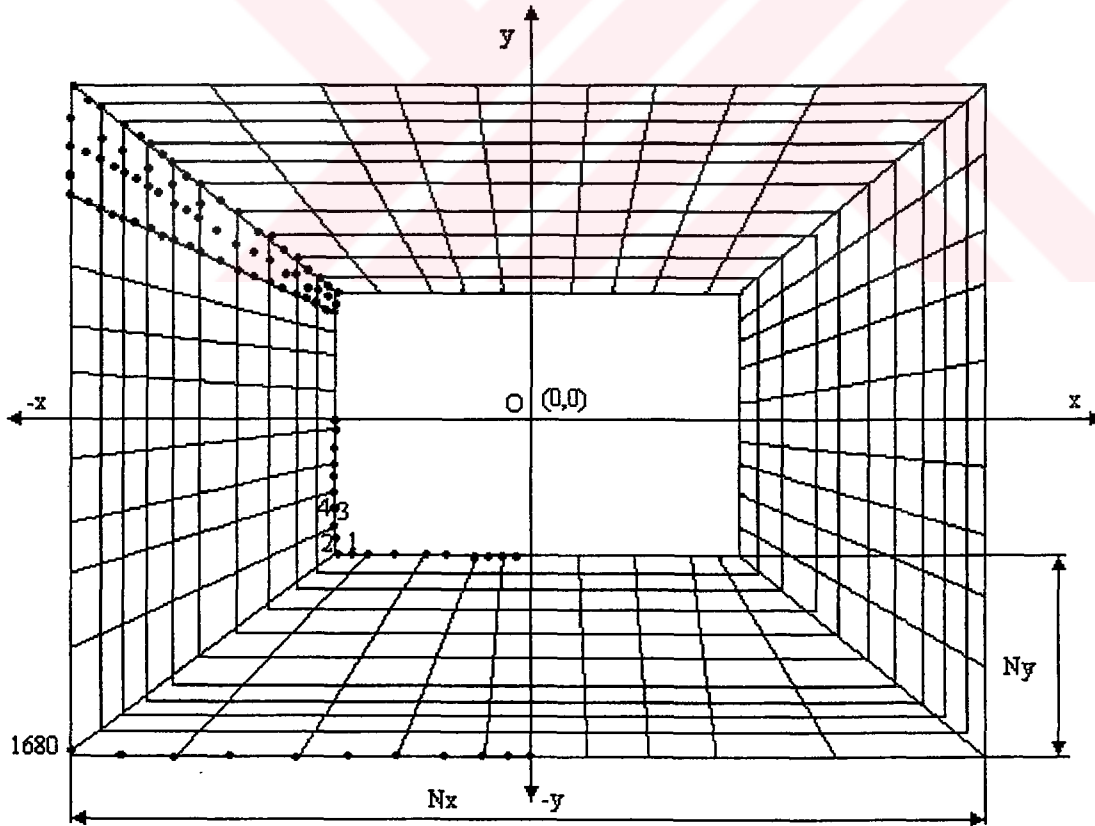
Çelik-Al Kompozit	E_1	E_2	G_{12}	ν_{12}
	9550 Mpa	9550 Mpa	670 Mpa	0.32
X	Takviye doğrultusundaki akma mukavemeti			18.5 Mpa
Y	Takviye doğrultusuna dik doğrultuda akma mukavemeti			18.5 Mpa
S	Kayma akma mukavemeti			8.26 Mpa
K	Sertleşme parametresi			99.5 Mpa
n	Şekil değiştirme sertleşmesi parametresi			0.676
V_f	Fiber hacim oranı			0.07
V_m	Matriks hacim oranı			0.93

Levha x ve y eksenlerine göre simetriktir. Problem, 0° den 15° lik artışlarla 90° ye kadar farklı takviye açılarında, farklı yüklemelerde, farklı delik boyutlarında incelenerek, elasto-plastik gerilme analizi yapılmıştır. Levha boyutları $L_x = L_y = 50$ mm olarak seçilmiştir.

7.1. Ortasında Dikdörtgen Delik Bulunan Kompozit Levhanın Sonlu Elemanlara Ayrılması

Çözüm bölgesi dokuz düğümlü dikdörtgen izoparametrik sonlu eleman ağı ile örülmüştür. Her bir elemanda, köşe noktalarında, kenar ortalarında ve eleman merkezinde birer tane olmak üzere toplam dokuz düğüm bulunmaktadır.

Bölmeleme işlemi bilgisayarda otomatik olarak yapılmaktadır. Bölmeleme işleminde yatay ve dikey bölmeleme birimi olarak $N_x = N_y = 10$ birim seçilmiştir. Dolayısıyla 1680 düğüm ve 400 eleman kullanılmıştır. $N_x = N_y$ alınmasından dolayı çözüm bölgesinin eşit olarak taranması sağlanmıştır. Burada N_x yatay ve N_y dikey bölmeleme birimleridir (Şekil 7.2).



Şekil 7.2. Çözüm bölgesi sonlu elemanlara ayrılmış dikdörtgen delikli levha

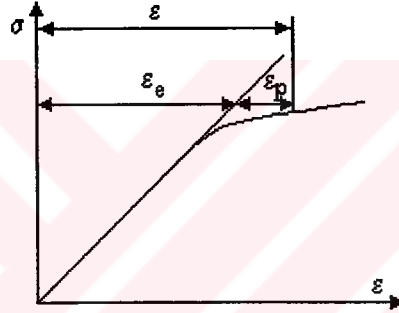
7.2. Elasto-Plastik Gerilmelerin Hesaplanması

7.2.1. Ramber-Osgood Bağıntısı

Ramber-Osgood tarafından verilen bu bağıntı bir çok malzemenin gerilme-şekil değiştirme bağıntılarını hassas olarak verir. Bu bağıntıya göre, elastik ve plastik şekil değiştirmeler ayrı ayrı ele alınıp toplanmıştır (Şekil 7.3). Üslü olan bu bağıntı plastik şekil değiştirmeye yani toplam şekil değiştirmeye uygulanır.

$$\sigma = K \varepsilon_p^n \quad (7.1)$$

ifadesi yazılabilir.



Şekil 7.3. Gerilme-şekil değiştirme grafiği değişimi

Buradaki n değerine, şekil değiştirme sertleşmesi üssü denir. Elastik şekil değiştirmeyi gerilme cinsinden ifade etmek için E 'den yararlanılır. Plastik şekil değiştirme ε_p , Şekil 7.3 'den görüldüğü gibi elastik eğimden sapmadır.

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p = \frac{\sigma}{E} + \varepsilon_p \quad (7.2)$$

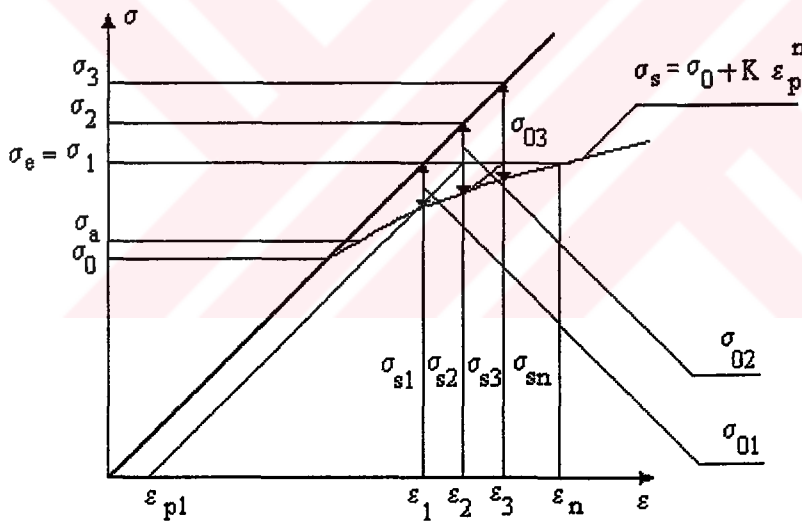
(7.1) ve (7.2) denklemleri birleştirilecek olursa, gerilme ve toplam şekil değiştirme arasında şu bağıntı ortaya çıkar.

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \left(\frac{\sigma}{K} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (7.3)$$

Bu ifadedeki K şekil değiştirme sertleşmesi parametresi ve n şekil değiştirme sertleşmesi üssü diye bilinen malzeme parametreleridir. Bu parametreler tek eksenli çekme deneyi sonucu elde edilen çekme eğrisinden alınan değerler yardımı ile σ ve ε 'un logaritmaları alınarak grafik yardımıyla hesaplanır.

7.2.2. İki boyutlu Elasto-Plastik Problemin Sayısal Çözümü

Problemin elasto-plastik analizinde başlangıç gerilmesi metodu kullanılmıştır (Şekil 7.4). Bu metoda göre lineer olarak hesaplanmış olan σ_1 gerilmesinin toplam deformasyonu ε_1 'dir.



Şekil 7.4. Başlangıç gerilmesi metodu

Gerilme farkı σ_{01} 'i bulmak için σ_{s1} 'in bilinmesi gerekmektedir. Bu gerilme,

$$\sigma_{s1} = \sigma_0 + K\varepsilon_p^n$$

$$\sigma_{s1} = \sigma_0 + K\left(\frac{\sigma_1}{E} - \frac{\sigma_{s1}}{E}\right)^n \quad (7.4)$$

ifadesinden yararlanılarak, Newton-Raphson yöntemi ile hesaplanabilir. Şekil 7.4 'ten,

$$\sigma_1 = \sigma_{01} + \sigma_{s1} \quad (7.5)$$

yazılır. Buradan σ_{01} gerilme farkı,

$$\sigma_{01} = \sigma_1 - \sigma_{s1} \quad (7.6)$$

dır. Daha sonra bir sonraki basamağa geçilir.

$$\sigma_2 = \sigma_1 + \sigma_{01} \quad (7.7)$$

veya genel olarak,

$$\sigma_n = \sigma_1 + \sigma_{0(n-1)} \quad (7.8)$$

yazılır. Bu iterasyona, akan düğümlerin son iki iterasyonuna ait toplam deformasyonlar farkı belli bir değere ulaşıncaya kadar devam edilir(Arslan, 1996). Yani,

$$\frac{U_{n+1} - U_n}{U_n} \leq 0.001 \quad (7.9)$$

ise iterasyona son verilir. Bu durum tek eksenli gerilme hali içindir. Çok eksenli gerilme halinde, Tsai-Hill akma kriterinden elde edilen (7.10) ifadesine göre (düzlem halde kompozit malzemelerin akması) hesaplanan eşlenik gerilmeler (σ_e) dikkate alınarak akma kontrolü yapılmaktadır.

$$\sigma_e^2 = \sigma_1^2 + \sigma_1\sigma_2 + (\sigma_2 \frac{X}{Y})^2 + (\tau_{12} \frac{X}{S})^2 \quad (7.10)$$

Burada σ_1 ve σ_2 sırasıyla 1 ve 2 doğrultusundaki normal gerilmeler, τ_{12} ise 1-2 düzlemindeki kayma gerilmesidir. X ve Y sırasıyla takviye doğrultusundaki ve takviye doğrultusuna dik doğrultudaki akma mukavemet değerleri, S ise kayma akma gerilmesidir.

σ_e değerleri elde edildikten sonra akma tespiti için kontrol yapılır. Eğer $\sigma_e > X$ ise akma başlamaktadır ve elasto-plastik analize geçilir. Buradan,

$$\sigma_0 = \sigma_e - \sigma_s \quad (7.11)$$

yazılır. Artık gerilmeler tek eksenli olmadığından başlangıç gerilmesi,

$$\{\sigma_0\}_i = \{\sigma_{0x} \quad \sigma_{0y} \quad \sigma_{0xy}\}_i \quad (7.12)$$

şeklinde vektörel olarak yazılır. Bu durumda formülasyon,

$$\{\sigma_{0i}\} = \{\sigma_i\} \frac{\sigma_{0i}}{\sigma_e}, \sigma_{0i} = \sigma_e - \sigma_{si} \quad (7.13)$$

olur. Bu ifadedeki σ_{si} değeri Ramberg Osgood ifadesinden Newton Raphson yöntemi kullanılarak,

$$\sigma_{Si} = X + K \varepsilon_p^n$$

$$\sigma_{Si} = X + K \left(\frac{\sigma_e}{E} - \frac{\sigma_{Si}}{E} \right)^n \quad (7.14)$$

şeklinde iterasyonla elde edilir. Daha sonra σ_{0i} kadar bir kuvvet elde edilir. Bu kuvvetin hesabı için,

$$R_I = \int B^T \tau^I dv$$

$$R_I = \sum_{ij} \alpha_{ij} t_{ij} B_{ij}^T \tau_{ij}^T \det J_{ij} \quad (7.15)$$

eşitliğinden faydalanılır. Burada,

$$\{\tau_{ij}\} = \{\sigma_{0i}\} \quad (7.16)$$

alınabilir. (7.15) ifadesiyle bulunan R_I kuvveti, dış kuvvet vektörü $\{P\}$ 'ye eklenmelidir.

Buradan,

$$\{\sigma_n\} = \{\sigma_1\} + \{\sigma_{0(n-1)}\} \quad (7.17)$$

ifadesine geçilir. Bu işlemler (7.9) denklemindeki kontrole göre uygunluk sağlanıncaya kadar devam ettirilir. Sonuçta artık gerilmeler, elasto-plastik gerilmelerden elastik gerilmelerin çıkarılması ile elde edilir.

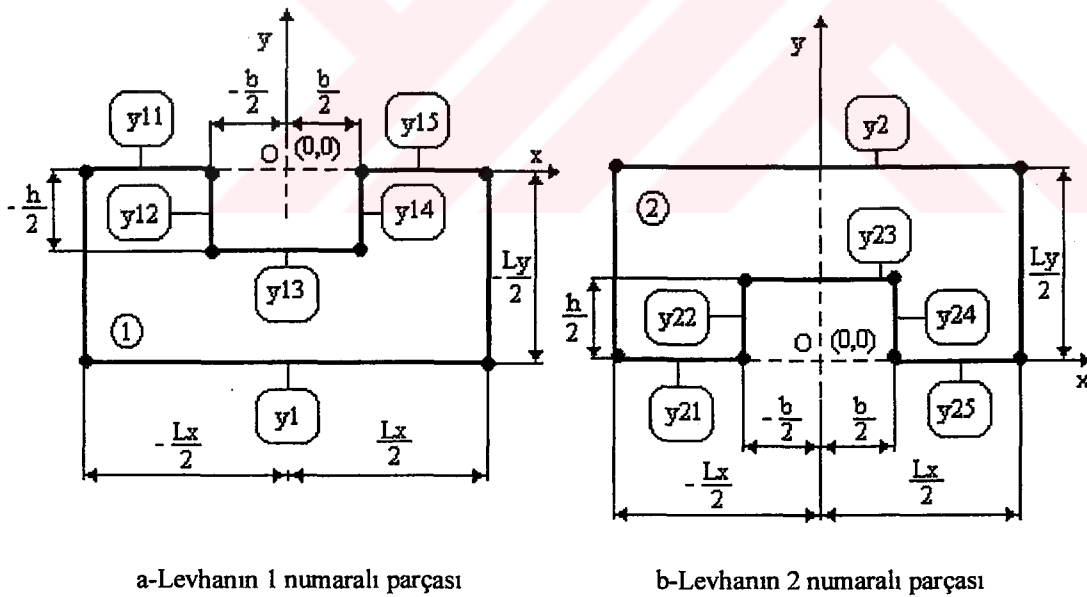
8. SONLU ELEMAN AĞI

8.1. Sonlu Eleman Ağıının Elde Edilmesi

Sonlu elemanlar metodu ile yapılan problemin çözümü için levhanın sonlu eleman ağıının elde edilmesi gerekmektedir. Sonlu eleman ağı, çözüm bölgesinin sonlu elemanlara bölünmesi ve her bir elemana ait düğümlerin numaraları ile bu düğümlerin koordinatlarının elde edilmesi ile oluşur. Bu çalışmada problemin sonlu eleman ağıının elde edilmesi, bilgisayar programı ile yapılmıştır. Sonlu eleman ağını oluşturan program, problemin çözümünde kullanılan asıl program içerisinde, bu çalışmanın ekler bölümünde verilmiştir.

Otomatik bölmeleme programı algoritması şu şekilde hazırlanmıştır;

İncelenmeye alınan ortasında dikdörtgen delik bulunan levha, x-simetri eksenine göre iki parçadan meydana geldiği varsayılmıştır. Levhanın Şekil 8.1.a 'daki 1 numaralı parçası, alt ve üst bölgelere ayrılmıştır. Alt kısım sadece tek bir doğru parçasından oluşmaktadır. Bu durumda bu kısım y_1 doğrusuyla, üst kısımdaki doğrular ise, y_{11} , y_{12} , y_{13} , y_{14} ve y_{15} ile gösterilmiştir.



Şekil.8.1.Düzlemsel levhanın sonlu eleman ağıının elde edilmesi

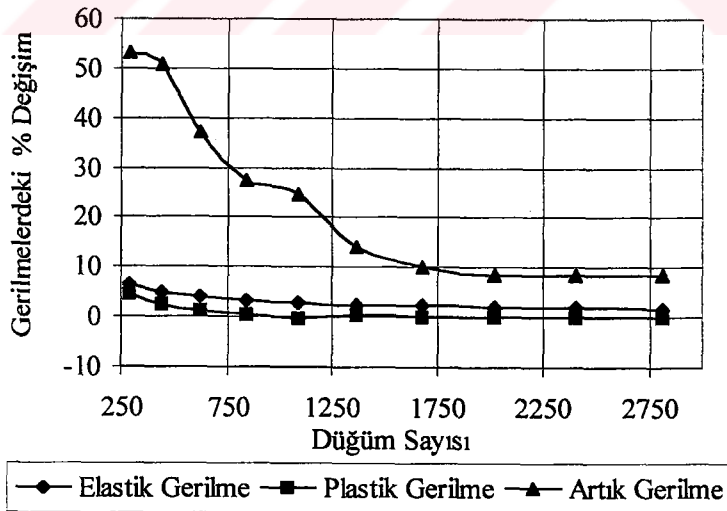
Böylece levhanın 1 numaralı parçasının alt ve üst bölgeleri tanımlanmış olur. Bu aşamadan sonra yatay ve düşey aralık sayılarının belirlenmesi gerekir. Bölümleme

ile düğüm koordinatları elde edilir ve her elemana ait düğüm numaraları belirlenir. Bu şekilde 1 numaralı parçanın otomatik bölmelenmesi tamamlanmış olur. Benzer şekilde levhanın 2 numaralı parçasında da aynı işlemler yapılır. Böylece 1 ve 2 numaralı yarım düzlemsel levhaların otomatik bölmelenmesi tamamlanmış olur. İki yarım levhanın birleştirilmesi ile ortasında dikdörtgen delik bulunan düzlemsel levha elde edilmiş olur. Birleştirmede iki şeklin ara kesitindeki koordinatların aynı olmasına dikkat edilmelidir.

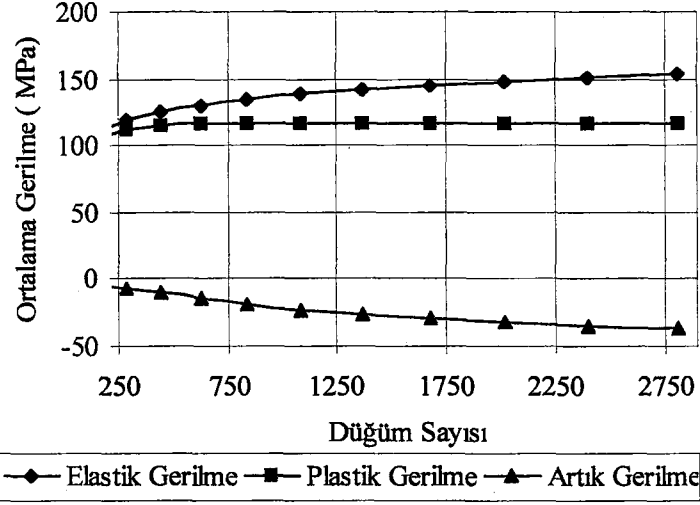
8.2. Sonlu Eleman Ağında Düğüm Sayısı Çalışma Aralığının Belirlenmesi

Sonlu eleman analizinde, sonlu eleman ağı için gerekli olan toplam düğüm sayısının belirlenmesi gerekir. Düğüm sayısının fazla olması, levhanın daha fazla sayıda ve daha sık düğümlerle taranmasını sağlar. Bu durumda daha hassas sonuçlar elde edilebilir. Ancak, düğüm sayısının artışı belirli bir sınıra kadardır. Dolayısıyla optimum düğüm sayısının belirlenmesi gerekir.

Ortasında dikdörtgen delik bulunan kompozit levhada farklı düğüm sayılarında çözüm yapılarak gerilme değerleri elde edilmiştir. Levhanın eleman ağında, $(-\frac{b}{2}, -\frac{h}{2})$ koordinatları değişmeyen 1 numaralı düğüm 1 numaralı elemana bağlıdır. 1 numaralı elemana ait ortalama gerilme değerleri ve gerilmelerdeki % değişim miktarları ile düğüm sayısı arasındaki değişim Şekil 8.2 ve Şekil 8.3.' de verilmiştir.



Şekil 8.2. Gerilmelerdeki % değişim ile düğüm sayısı arasındaki değişim

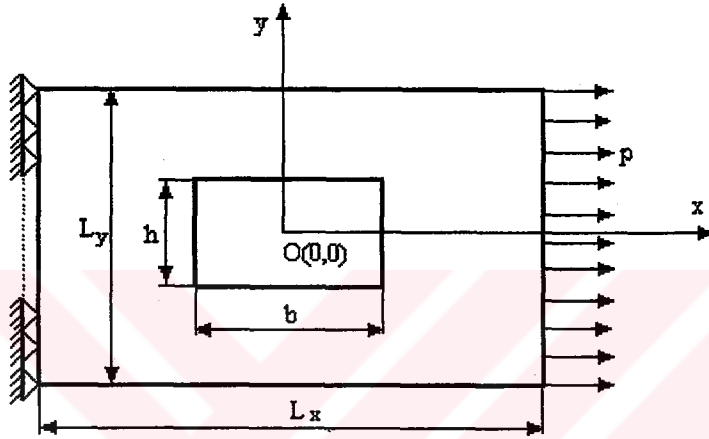


Şekil 8.2. Gerilmelerdeki % değişim ile düğüm sayısı arasındaki değişim

Ele alınan örnek levha için, düğüm sayıları 288, 440, 624, 840, 1088, 1368, 1680, 2024, 2400 ve 2808 olarak seçilmiştir. Düğüm sayısı arttıkça gerilmelerdeki yüzde değişim oranları azalmaktadır. 1500 düğümden sonra ise gerilmelerdeki yüzde değişim oranı sabit kalmaya başlamaktadır. 1500 ile 2500 arasındaki bu bölge çalışma aralığı olarak seçilmiştir. Bilgisayar programının çalışma süresi de göz önünde tutularak, düğüm sayısı 1680 olarak belirlenmiştir.

9. SONUÇLAR

Bu çalışmada ortasında dikdörtgen delik bulunan, üniform çekme yüküne maruz kompozit levhalarda, delik boyutları değiştirilerek, farklı oryantasyon açılarında elasto-plastik gerilme analizi yapılmıştır. Üniform yayılı çekme yükleri akmayı başlatan ilk değerden itibaren kademeli olarak artırılarak, levhaya uygulanmıştır. Takviye açıları ise; 0° , 15° , 30° , 45° , 60° , 75° ve 90° olarak alınmıştır. Şekil 9.1’de görülen dikdörtgen deliğin boyutları; genişlik (b) sabit tutulup yükseklik (h) değiştirilerek ve yükseklik sabit tutulup genişlik değiştirilmek suretiyle iki kısımda incelenmiştir.



Şekil 9.1. Dikdörtgen delikli levha

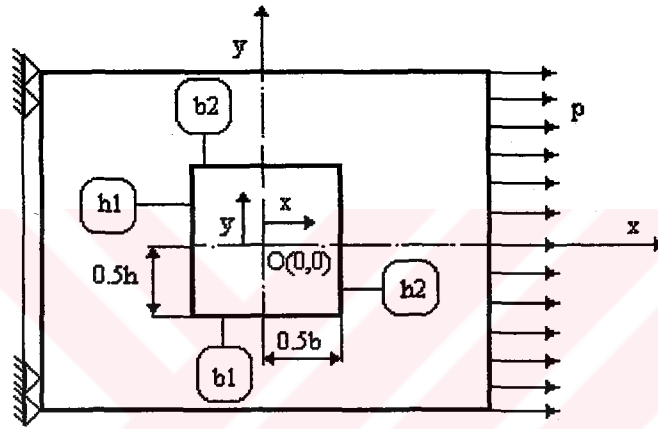
Bu şartlara göre delik boyutları Tablo 9.1’ deki gibi belirlenmiştir.

Tablo 9.1. Kompozit levha ve değişik delik ölçüleri

Kompozit Levha Boyutu	Delik Boyutları			
	Birinci Grup		İkinci Grup	
	b (mm)	h=sabit (mm)	b=sabit (mm)	h (mm)
$L_x=100$ mm $L_y=100$ mm	20	20	20	20
	30	20	20	30
	40	20	20	40

Değişik delik boyutları için, farklı takviye açılarında ve farklı yüklemelerde artık gerilmeler elde edilmiştir. Bu artık gerilmelerin delik etrafındaki ve tüm levha boyunca dağılımları σ_x , σ_y ve τ_{xy} bileşenleri cinsinden grafikler halinde sunulmuştur. Ayrıca akmaya iştirak eden düğümlerin levha üzerindeki koordinatlarından faydalanılarak plastik bölge dağılımları, farklı fiber takviye açıları ve yüklemeler için incelenmiştir.

Levha ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki artık gerilmelerin kenar boyunca dağılımı grafikler halinde verilmiştir. Bu grafiklerde deliğin her bir kenarı Şekil 9.2. de görüldüğü gibi harflerle ifade edilmiştir.



Şekil 9.2. Levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin kenarlarının adlandırılması

9.1. Aynı Yükleme Durumunda Farklı Takviye Açılarına Göre Değişik Delik Boyutlarındaki Levhada Artık Gerilmelerin Delik Kenarları Boyunca Dağılımı

Süreksizliğin olduğu yerlerde gerilme yığılmaları artmakta ve dolayısıyla en büyük artık gerilmeler bu bölgelerde oluşmaktadır. Bu nedenle; kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin boyutları değiştirilerek, aynı yükte, farklı takviye açıları için artık gerilmelerin delik etrafındaki dağılımları incelenmiştir. Dikdörtgen deliğin dikey kenarları sırasıyla soldan sağa h1 ve h2, yatay kenarları ise alttan üste sırasıyla b1 ve b2 olarak adlandırılmıştır(Şekil 9.2).

Uygulanan üniform çekme yükü $P=40$ MPa'dır ve tüm levha boyutları için aynıdır. Takviye açıları 0° , 15° , 30° , 45° , 60° , 75° ve 90° olarak seçilmiştir. Artık gerilmelerin delik kenarları boyunca dağılımı, σ_x , σ_y ve τ_{xy} bileşenleri cinsinden ayrı ayrı incelenmiştir.

Kompozit levha boyutları $L_x=L_y=100$ mm olarak belirlenmiştir. Delik boyutları iki şekilde seçilmiştir. İlk olarak delik yüksekliği $h=20$ mm sabit tutulup, delik genişliği artırılarak $b=20$, 30 , ve 40 mm değerleri için analizler yapılmış ve sonuçlar Şekil 9.3 ile Şekil 9.23 arasındaki grafiklerle verilmiştir. İkinci olarak ise, delik genişliği $b=20$ mm sabit tutulup, delik yüksekliği değiştirilerek $h=20$, 30 ve 40 mm değerlerinde analizler yapılmış ve sonuçlar Şekil 9.24 ile Şekil 9.44 arasındaki grafiklerle verilmiştir.

İncelenen grafiklerde dikey sütun artık gerilme bileşenini, yatay sütun ise $x/0.5b$ ve $y/0.5h$ oranını göstermektedir. Buradaki x , düğümün levha üzerindeki yatay koordinatını, b ise, o deliğe ait genişliği belirtmektedir. y , düğümün levha üzerindeki dikey koordinatını, h ise, o deliğe ait yüksekliği belirtmektedir. 0.5 katsayısı ise düğümlere ait x - y koordinat eksen takımının deliğin ortasından başlamasından dolayıdır. $x/0.5b$ ve $y/0.5h$ değerleri -1 ile $+1$ değerleri arasında değişmektedir. -1 ile $+1$ değerleri grafiklerden de görüleceği üzere dikdörtgenin köşelerindeki düğümleri göstermektedir. Bu şekilde, farklı delik boyutları için artık gerilme dağılımlarının aynı şartlarda ($P=40$ MPa ve $\theta = 0^\circ$, 15° , 30° , 45° , 60° , 75° ve 90°) tek bir grafik altında incelenmesi sağlanmıştır. Her bir şekilde dikdörtgen deliğin dört kenarı için gerilme dağılımları sırasıyla σ_x , σ_y ve τ_{xy} cinsinden verilmiştir.

Şekil 9.3 ve Şekil 9.9 arasındaki grafiklerde $h=20$ mm sabit tutulup, $b=20$, 30 ve 40 mm için $P=40$ MPa yükleme şartlarında, takviye açısı θ 'nın 0° ile 90° arasındaki değerlerinde σ_x artık gerilme bileşeninin delik kenarları boyunca dağılımları incelenmiştir.

Şekil 9.3 de $\theta = 0^\circ$ için iç gerilmeler, levhanın ankastre ucuna yakın olan düşey kenarı h_1 (Şekil 9.3.a) boyunca simetrik bir dağılım göstermiştir ve köşelerde, delik genişliği arttıkça azalmıştır. $b=20$ mm için $\sigma_x = -11$ MPa, $b=30$ mm için $\sigma_x = -8$ MPa ve $b=40$ mm için $\sigma_x = -4$ MPa bulunmuştur. Dikdörtgen deliğin yükün uygulandığı uca yakın olan düşey h_2 kenarında da σ_x artık gerilme bileşeninin dağılımı simetriktir ve delik genişliği b arttıkça gerilme değerleri artmıştır (Şekil 9.3.d). $b=20$ mm için $\sigma_x = -11$

MPa, $b=30$ mm için $\sigma_x = -13$ MPa ve $b=40$ mm için $\sigma_x = -16$ MPa bulunmuştur. Kare delik için gerilme dağılımı simetriktir.

Şekil 9.4 te $\theta = 15^\circ$ için, $h1$ kenarının üst kısmında ve $h2$ kenarının alt kısmındaki köşelerde artık gerilme değerleri 0 olmuştur. Buna karşı takviye doğrultusundaki köşelerde, yani geriye kalan iki köşede ise artık gerilme değerleri artmıştır. 0° de olduğu gibi 15° de de yükün uygulandığı uçtaki dikdörtgen delik kenarı $h2$ 'de, delik genişliği b arttıkça artık gerilme artmasına rağmen $h1$ kenarında bu durum tam tersidir(Şekil 9.4.a).

Şekil 9.5' te $\theta = 30^\circ$ için, 15° de olduğu gibi artık gerilme değerleri artmıştır. Her üç delik genişliği $b=20, 30$ ve 40 mm için de $h1$ kenarının üst köşesinde (Şekil 9.5.a, $y/0.5h = +1$) ve $h2$ kenarının alt köşesinde (Şekil 9.5.d, $y/0.5h = -1$) artık gerilme değerleri 0' dır. Diğer iki köşede ise $\theta = 0^\circ$ ve 15° deki durum geçerlidir. Bununla beraber delik genişliğinin artmasıyla $h2$ kenarındaki artık gerilme değerleri farkı, $h1$ kenarına göre daha azdır.

Şekil 9.6' da $\theta = 45^\circ$ için σ_x artık gerilmesi, $h1$ kenarının üst ve $h2$ kenarının alt kısmındaki delik köşelerinde $\theta = 30^\circ$ ile aynı karakterdedir ve değeri her iki köşede her üç delik genişliği için de yaklaşık -10 MPa' dır. $\theta = 0^\circ, 15^\circ$ ve 30° takviye açılarında $b1$ ve $b2$ kenarları boyunca yaklaşık 0 değerini alan artık gerilmeler, $\theta = 45^\circ$ konumunda $b1$ ve $b2$ kenarlarında ortalama -10 MPa değerindedir.

Şekil 9.7' de $\theta = 60^\circ$ de takviye doğrultusundaki köşelerde yani $h1$ kenarının alt ve $h2$ kenarının üst kısmındaki köşelerde artık gerilme değerlerinde azalma görülmüştür. $b1$ ve $b2$ kenarları boyunca artık gerilme değerleri -10 MPa' dır. $\theta = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ$ ve 45° takviye açılarında $h1$ ve $h2$ kenarları boyunca artık gerilmeler 0 iken, 60° konumunda bu değer -5 MPa' dır. $h1$ kenarında $y/0.5h = +1$ konumu ve $h2$ kenarında $y/0.5h = -1$ konumunda bulunan iki delik köşesinde, her üç delik genişliği için de artık gerilme değeri aynıdır. Bundan önceki açılarda olduğu gibi ankastre uca yakın düşey $h1$ kenarındaki iki köşede b arttıkça gerilmeler azalmış, diğer düşey $h2$ kenarında ise bu durum tam tersi olmuştur. $h1$ kenarında $y/0.5h = -1$ konumunda (Şekil 9.7.a) $b=40$ mm için $\sigma_x = -42$ MPa, $b=30$ mm için $\sigma_x = -46$ MPa, $b=20$ mm için $\sigma_x = -51$ MPa iken, bu köşenin tam çaprazındaki köşede ($h1$ kenarı, $y/0.5h = +1$ konumu, Şekil 9.7.a) $b=40$ mm için $\sigma_x = -54$ MPa, $b=30$ mm için $\sigma_x = -53$ MPa, $b=20$ mm için $\sigma_x = -52$ MPa olarak bulunmuştur.

Şekil 9.8' de $\theta = 75^\circ$ için artık gerilme değerleri düşmeye devam etmektedir. h1 ile h2 kenarları ve b1 ile b2 kenarları aynı karakterde gerilme dağılımına sahiptirler. h1 ve h2 kenarları boyunca, b1 ve b2 kenarlarına oranla daha fazla artık gerilme elde edilmiştir. Artık gerilme değerleri h1 ve h2 kenarları boyunca ortalama -10 MPa iken b1 ve b2 kenarları boyunca bu değer -2.5 MPa civarındadır. Grafiklerde gerilme dağılımları simetriye yaklaşmaktadır. h1 kenarının alt kısmındaki köşede b delik genişliği arttıkça σ_x bileşeni azalmıştır. Bu köşenin tam çaprazındaki, h2 kenarındaki $y/0.5h = +1$ konumundaki köşede ise bu durum tam tersidir. h2 kenarı boyunca ise b delik genişliği arttıkça daha büyük artık gerilme değerleri elde edilmiştir. h1 kenarındaki $y/0.5h = +1$ ve h2 kenarındaki $y/0.5h = -1$ kenarındaki köşelerde ise, b' nin artışı, artık gerilmelerin değişimine etki etmemiştir. Dolayısıyla bu köşelerde hemen hemen aynı gerilme değerleri elde edilmiştir.

Şekil 9.9' da $\theta = 90^\circ$ takviye açısında deliğin düşey kenarları h1 ve h2 ile deliğin yatay kenarları, b1 ve b2' de gerilme dağılımları aynı karakterdedir. Takviye doğrultusuna dik doğrultuda levha mukavemeti daha düşük olacağından, düşey kenarlarda daha büyük σ_x artık gerilme değerleri elde edilirken, yatay kenarlar boyunca artık gerilme değerleri 0' dır. $\theta = 0^\circ$ takviye açısında olduğu gibi $\theta = 90^\circ$ de de simetrik olarak elde edilen σ_x artık gerilme değerleri, h1 kenarı boyunca delik genişliğinin artmasına bağlı olarak azalmıştır. h1 kenarında ise bu durumun tam tersidir.

Şekil 9.10 ve Şekil 9.16 arasındaki grafiklerde $h=20$ mm sabit tutulup $b=20, 30$ ve 40 mm için $P=40$ MPa yük değerinde takviye açısı θ ' nın 0° ile 90° arasındaki değerlerinde σ_y artık gerilme bileşeninin delik kenarları boyunca dağılımları incelenmiştir.

Şekil 9.10' da $\theta = 0^\circ$ için σ_y artık gerilmesinin dağılımı h1 ile h2 ve b1 ile b2 kenarlarında aynı karakterdedir. h1 ve h2 kenarları boyunca pozitif değerde olan σ_y , b1 ve b2 kenarları boyunca 0' a eşittir. Maksimum artık gerilme h2 kenarında $y/0.5h = -1$ konumundaki köşede oluşmuştur. Bu değer σ_x gerilmesine oranla daha küçüktür.

Şekil 9.11' de $\theta = 15^\circ$ konumunda ve Şekil 9.12' de $\theta = 30^\circ$ konumunda σ_y artık gerilmesi, h1 ve h2 kenarları boyunca pozitif, b1 ve b2 kenarları boyunca negatiftir. σ_y artık gerilmesi takviye doğrultusuna dik köşelerde yani; h1 kenarında $y/0.5h = +1$ ve h2 kenarında $y/0.5h = -1$ konumundaki köşelerde, σ_x artık gerilmesine bağlı olarak, 0' dır.

Şekil 9.13' de $\theta = 45^\circ$ için, delik genişliğinin artmasına bağlı olarak h1 kenarının alt köşesinde azalmış, h2 kenarının üst köşesinde artmış olan, bunların dışında delik kenarları boyunca aynı değerleri gösteren σ_y artık gerilmesi, yatay kenarlar boyunca azalma göstermiştir. Bu durum $\theta = 0^\circ, 15^\circ$ ve 30° için de aynıdır. Maksimum gerilmenin olduğu köşe, h2 kenarında $y/0.5h = -1$ konumundaki köşedir.

Şekil 9.14' de $\theta = 60^\circ$ için, deliğin yatay kenarları b1 ve b2 boyunca elde edilen gerilmeler, düşey kenarlar h1 ve h2' ye oranla daha küçük değerdedir. Yatay kenarlar boyunca, delik genişliğinin artmasıyla σ_y artık gerilme değerlerinde azalma görülmüştür. Maksimum gerilme, h1 kenarında $y/0.5h = +1$ konumundaki köşede $b=40$ mm için -70 MPa olarak bulunmuştur. Bu düğümün tam çaprazında, takviye doğrultusuna dik doğrultudaki h2 kenarında $y/0.5h = -1$ konumundaki düğümde, maksimum gerilme değeri $b=20$ mm için -80 MPa olarak okunmuştur. Yatay kenarlar b1 ve b2 boyunca artık gerilme değerleri -20 MPa' dan büyüktür. Her üç delik boyutu için de düşey kenarlar boyunca artık gerilmeler 0' dır.

Şekil 9.15' de $\theta = 75^\circ$ takviye açısında, $\theta = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ de olduğu gibi en büyük gerilmeler, takviye doğrultusuna dik doğrultudaki köşelerde, yani h1 kenarının üst kısmında ve h2 kenarının alt kısmındaki köşelerde oluşmuştur. b1 ve b2 kenarları boyunca artık gerilme değerleri ortalama -40 MPa' a çıkmıştır. Deliğin yatay kenarları boyunca gerilme değerleri 0 olup köşelerde maksimumdur. b kenar uzunluğu arttıkça h1 kenarındaki köşelerde artık gerilmeler azalırken, h2 kenarında bu durum tam tersidir. Şekiller bir simetrikliğe doğru kaymaktadır.

Şekil 9.16' da $\theta = 90^\circ$ için σ_y artık gerilmesi x eksenine göre simetrik bir dağılım göstermektedir. $b=h=20$ mm boyutlarında ise, hem x hem de y eksenlerine göre simetrik. $\theta = 90^\circ$ de σ_y artık gerilmesi, h1 ve h2 kenarları boyunca σ_x artık gerilmesinin aksine 0' dır. h1 kenarında maksimum gerilme $b=20$ mm için -80 MPa iken, h2 kenarında maksimum gerilme $b=40$ mm için -87 MPa' dır. b1 ve b2 kenarları boyunca b' nin artması σ_y artık gerilmesinin değerini azaltmıştır ve ortalama -45 MPa' değerindedir. σ_y artık gerilmesinin değerinin θ ' nin artışına bağlı olarak arttığı görülür.

Şekil 9.17 ile Şekil 9.23 arasındaki grafiklerde $h=\text{sabit}=20$ mm ve $b=20, 30$ ve 40 mm delik boyutları için $P=40$ MPa yük değerinde, farklı takviye açıları için τ_{xy} artık gerilme bileşeninin delik kenarları boyunca değişimi incelenmiştir.

Şekil 9.17' de $\theta = 0^\circ$ için, delik köşelerindeki gerilme değerleri σ_x bileşenine bağlı olarak aynı karakterdedir. τ_{xy} artık gerilmesi tarafsız eksenin altında kalan kısımlarda negatif, üst kısımlarda pozitif olup, diğer düğümlerde 0' dır. Yükün uygulandığı levha ucuna yakın düşey h2 kenarında τ_{xy} artık gerilmesi maksimum çıkmıştır. h1 ve h2 kenarlarında tarafsız eksene göre simetrik düğümlerde kayma iç gerilmeleri mutlak değerce eşittirler.

Şekil 9.18' de $\theta = 15^\circ$ de, takviye doğrultusundaki h1 kenarının alt kısmında $y/0.5h < 0$ ve h2 kenarının üst kısmında $y/0.5h > 0$ değerleri için gerilmeler negatif olup, köşelerde pozitif değerdedir. Bu köşelerden h1 kenarında $y/0.5h = -1$ konumu için delik genişliğinin artmasıyla gerilmeler artmıştır. Fakat bu değerler σ_x bileşenine göre küçük değerlerde kalmıştır. h2 kenarındaki $y/0.5h = +1$ köşesinde artık gerilme değerleri pozitif olup her üç delik genişliği için de aynıdır. Yatay kenarlar boyunca b2 kenarında $x/0.5h = -1$ konumundaki köşe ve b1 kenarında $x/0.5h = +1$ konumundaki köşe dahil gerilmeler 0' dır ve bütün delik genişlikleri için aynıdır. Takviye doğrultusundaki diğer iki köşeye yaklaştıkça τ_{xy} artık gerilmesinde dalgalanmalar olmuştur.

Şekil 9.19' da $\theta = 30^\circ$ takviye açısında, τ_{xy} artık gerilme değerleri takviye doğrultusundaki köşelerde artış göstermiştir. h1 kenarında b' nin farklı değerleri için gerilmeler, delik kenarları boyunca aynı değerdedir. b delik genişliğinin artışı τ_{xy} artık gerilme değerini azaltmıştır. h2 kenarının alt köşesi ve h1 kenarının üst köşesindeki gerilme değerleri diğer köşelere göre çok küçüktür. Deliğin düşey ve yatay kenarları boyunca gerilme dağılımları kendi aralarında aynı karakteristiğe sahiptir.

Şekil 9.20' de $\theta = 45^\circ$ için, deliğin yatay kenarları boyunca τ_{xy} artık gerilmeleri ortalama -15 MPa değerindedir ve delik genişliğinin artmasıyla gerilme değerlerinde azalma elde edilmiştir. Maksimum gerilmeler takviye doğrultusundaki h1' in alt ve h2' nin üst köşelerinde oluşmuştur ve τ_{xy} artık gerilmelerinin dağılımı kısmen simetrik özellik göstermiştir. h1 ve h2 kenarları boyunca gerilmeler 0' a yakındır. h1 kenarının üst kısmındaki köşede ve h2 kenarının alt kısmındaki köşede gerilme değerleri artarak negatif değerlere ulaşmıştır. Delik genişliğinin artışı h1 kenarındaki köşelerde, gerilmelerin azalmasına, h2 kenarındaki köşelerde, gerilmelerin artmasına sebep olmuştur.

Şekil 9.21' de $\theta = 60^\circ$ için, deliğin yatay kenarları boyunca gerilmeler ortalama -20 MPa olarak elde edilmiştir ve gerilmeler delik genişliğinin artmasına bağlı olarak

azalma göstermiştir. Deliğin düşey kenarları h_1 ve h_2 boyunca gerilmeler 0'dır. Ancak bu kenarlardaki takviye doğrultusuna dik köşelerde (h_1 kenarı $y/0.5h = -1$ ve h_2 kenarı $y/0.5h = +1$ konumundaki köşeler) gerilmeler maksimum olup, değerleri birbirine eşittir. Bahsi geçen köşelerden h_1 kenarındaki köşede maksimum gerilme, $b=20$ mm için, h_2 kenarındaki köşede ise $b=40$ mm için oluşmuştur.

Şekil 9.22' de $\theta = 75^\circ$ için, b_1 ve b_2 kenarlarında simetrik dağılım gösteren τ_{xy} artık gerilmesi, yatay kenarlar boyunca -40 MPa' a kadar artmıştır. Düşey kenarlarda, kenar boyunca küçük $+\tau_{xy}$ değerleri, h_1 ' in alt ve h_2 ' nin üst köşelerinde ise maksimum $-\tau_{xy}$ değerleri elde edilmiştir. Deliğin düşey kenarlarında τ_{xy} artık gerilmesi b ' nin artışıyla beraber değişmemiştir.

Şekil 9.23' de $\theta = 90^\circ$ için sonuçlar $\theta = 0^\circ$ ile aynı karakterdedir fakat $\theta = 90^\circ$ de daha büyük değerler elde edilmiştir. Dikdörtgen deliğin bütün kenarları için tarafsız eksenin altında kalan bölgelerde, negatif τ_{xy} artık gerilmeleri, tarafsız eksenin üstünde kalan bölgelerde, pozitif τ_{xy} artık gerilmeleri elde edilmiştir. Düşey kenarlar boyunca simetrik olan grafiklerde yükün uygulandığı levha ucuna yakın h_2 kenarında b ' nin artmasıyla τ_{xy} artık gerilmesinin arttığı, h_1 kenarında ise azaldığı görülmüştür. Kare delik için eşit değerler elde edilmiştir. h_1 kenarında delik genişliğinin artmasıyla elde edilen gerilmeler arasındaki fark, h_2 kenarına göre daha fazladır.

Şekil 9.3 ile Şekil 9.23 arasındaki grafiklerden şu değerlendirmeler yapılabilir;

Takviye açısı θ ' nin artışıyla 45° ye kadar artan σ_x gerilmesi daha sonraki açılar için azalmıştır. σ_x gerilmesine göre küçük olan σ_y gerilmesi θ ' nin artışıyla beraber artmıştır. τ_{xy} artık gerilme bileşeni ise, $\theta = 45^\circ$ ve 90° değerlerinde, tarafsız eksenin altında kalan düğümlerde negatif, tarafsız eksenin üstünde kalan düğümlerde pozitif olup diğer düğümlerde 0' dır. Tarafsız eksene göre simetrik düğümlerde kayma iç gerilmeleri mutlak değerce eşittirler. b ' nin artışıyla beraber ankastre uca yakın h_1 düşey kenarındaki köşelerde gerilmeler azalırken, yükün uygulandığı uca yakın h_2 kenarındaki köşelerde gerilmelerde artış elde edilmiştir. Delik genişliği b ' nin artışıyla beraber gerilmelerdeki artış farkı köşeler için küçük değerlerde kalmıştır.

Şekil 9.24 ile Şekil 9.30 arasındaki grafiklerde $b=20$ mm sabit tutulup $h=20, 30$ ve 40 mm delik boyutları için $P=40$ MPa yük değerinde, farklı takviye açıları için σ_x artık gerilme bileşeninin delik kenarları boyunca dağılımları incelenmiştir.

Şekil 9.24' te $\theta = 0^\circ$ için, deliğin yatay ve düşey kenarlarında aynı karakterde gerilme dağılımları elde edilmiştir. Bütün köşelerde, delik yüksekliğinin artmasıyla beraber gerilmelerde artış elde edilmiştir. Gerilmeler, h1 ve h2 kenarlarındaki köşelerde simetriktr. Ancak h2 kenarında ,h1 kenarına oranla 5 MPa' lık daha fazla gerilme artışı elde edilmiştir. Köşeler dışında, bütün kenarlar boyunca gerilmeler 0' dır.

Şekil 9.25' te $\theta = 15^\circ$ için, bütün kenarlar boyunca σ_x artık gerilme değeri 0 olmakla beraber, b1 kenarı $x/0.5h = -1$ konumundaki köşe hariç diğer köşelerde büyük gerilmeler elde edilmiştir. Bu köşede ise gerilme değeri 0' dır. Maksimum gerilmenin olduğu köşe h1 kenarındaki, $y/0.5h = -1$ konumundaki köşedir.

Şekil 9.26' da $\theta = 30^\circ$ için, deliğin her iki düşey kenarı boyunca, köşeler hariç 0 olan σ_x artık gerilme değeri, h1 kenarında $y/0.5h = -1$ için maksimumdur. h1 kenarının $y/0.5h = +1$ konumundaki köşede ise, bütün delik yükseklikleri için 0' dır. h2 kenarının $y/0.5h = +1$ konumundaki köşede gerilme değerleri, h1 kenarında $y/0.5h = -1$ konumundaki köşede elde edilen gerilme değerlerine yakındır. h2 kenarının $y/0.5h = -1$ konumundaki köşede gerilme değerleri, diğer köşelere göre daha düşüktür. b1 ve b2 kenarları boyunca ise delik yüksekliğinin artışına bağlı olarak artış gösteren gerilme değerleri $h=20$ mm için 0' a yakın iken $h=40$ mm için ortalama -30 MPa civarındadır.

Şekil 9.27' de $\theta = 45^\circ$ için, σ_x artık gerilme dağılımı $\theta = 30^\circ$ ile aynı karakterdedir. Takviye açısının artışına bağlı olarak yatay kenarlar boyunca gerilmelerde artış elde edilmiştir. Maksimum gerilmenin 1 nolu düğümde yani, h1 kenarının alt köşesinde olduğu 45° takviye değerinde, düşey kenarlar boyunca köşeler hariç, σ_x artık gerilme değerleri 0' dır.

Şekil 9.28' de $\theta = 60^\circ$ için, deliğin köşeler hariç, yatay kenarlar boyunca elde edilen σ_x artık gerilmeleri, düşey kenarlara göre daha fazladır. Delik yüksekliğinin artmasına bağlı olarak σ_x artık gerilmesi artış göstermiştir. Bu artış yatay kenarlar boyunca daha fazladır ve gerilme dağılımları iki yatay kenar için de aynı karakterdedir. h1 kenarı $y/0.5h = +1$ konumundaki köşede yaklaşık -10 MPa olarak elde edilen gerilme değerleri, her üç delik yüksekliği için de aynıdır. h2 kenarı $y/0.5h = -1$ konumundaki köşede ise gerilmeler, $h=20$ mm için $\sigma_x = -10$ MPa, $h=30$ mm için $\sigma_x = -15$ MPa, $h=40$ mm için $\sigma_x = -25$ MPa olarak elde edilmiştir. h1 kenarı $y/0.5h = -1$ konumundaki köşede ve h2 kenarı $y/0.5h = +1$ konumundaki köşede ise gerilmeler maksimum olup yaklaşık aynı değerdendirler.

Şekil 9.29' da $\theta = 75^\circ$ için, simetrikliğe doğru yönelen grafiklerde gerilme değerlerinde azalma görülmektedir. Düşey kenarlar boyunca gerilme değerleri, yatay kenarlara göre daha fazladır. h1 kenarı $y/0.5h = +1$ konumundaki köşede her üç yükseklik için de -13 MPa olan gerilme değerleri, bu köşenin tam çaprazındaki h2 kenarı $y/0.5h = -1$ konumundaki köşede ise $h=20$ mm için $\sigma_x = -10$ MPa, $h=30$ mm için $\sigma_x = -19$ MPa, $h=40$ mm için $\sigma_x = -28$ MPa olarak elde edilmiştir.

Şekil 9.30' da $\theta = 90^\circ$ için, düşey kenarlardaki köşelerde gerilme değerleri birbirine eşittir. h1 kenarında -31 MPa olan gerilme değeri, h2 kenarında -38 MPa olarak elde edilmiştir. Yatay kenarlar boyunca 0 olan artık gerilme değerleri, yatay kenarların levhanın yükleme ucuna yakın olan $x/0.5h = +1$ konumundaki köşelerinde daha fazla gerilme elde edilmiştir. Düşey kenarlar boyunca ise gerilme değerleri $h=20$ mm için ortalama $\sigma_x = -13$ MPa, $h=30$ mm için $\sigma_x = -16$ MPa, $h=40$ mm için $\sigma_x = -20$ MPa civarındadır.

Şekil 9.31 ile Şekil 9.37 arasındaki grafiklerde $b=20$ mm sabit tutulup, $h=20, 30$ ve 40 mm boyutlarındaki delikler için, $P=40$ MPa yükleme altında ve farklı takviye açılarında σ_y artık gerilme bileşeninin delik kenarları boyunca değişimleri incelenmiştir.

Şekil 9.31' de $\theta = 0^\circ$ için, σ_x artık gerilme bileşenine göre daha küçük değerler alan σ_y artık gerilmesi, düşey kenarlar h1 ve h2' de köşeler hariç pozitif değerler alırken, yatay kenarlar boyunca ise 0 değerine eşittir. Maksimum gerilmeler h2 kenarındaki köşelerde oluşmuştur. h1 ve h2 kenarları kendi aralarında simetrikler, buna karşı yükün uygulandığı levha ucuna yakın h2 kenarındaki köşelerde gerilme değerleri daha yüksek olduğundan, yatay kenarlarda tam bir simetriklik yoktur.

Şekil 9.32' de $\theta = 15^\circ$ için, yatay kenarlar boyunca ve b2 kenarında $x/0.5b = -1$ konumundaki köşede 0 olan gerilme değerleri, düşey kenarlar boyunca pozitif olup, h2 kenarında daha fazladır. Maksimum gerilme b1 kenarı $x/0.5h = +1$ köşesinde oluşmuştur.

Şekil 9.33' de $\theta = 30^\circ$ için, σ_y artık gerilme bileşeni, takviye açısı θ ' nın ve delik yüksekliği h ' ın artışına bağlı olarak artış göstermiştir. Maksimum gerilme b1 kenarı $x/0.5h = +1$ köşesinde oluşmuştur. Düşey kenarlar boyunca pozitif olan gerilme değerlerinde $\theta = 15^\circ$ ye göre azalma elde edilmiştir.

Şekil 9.34' te $\theta = 45^\circ$ takviye açısında, düşey kenarlar boyunca gerilmeler 0 ' dır. h1 kenarı $y/0.5h = -1$ ve h2 kenarı $y/0.5h = +1$ konumundaki köşelerde yüksekliğin

artışına bağlı olarak elde edilen gerilme farkları, diğer iki köşeye oranla çok düşüktür. Bu köşelerde elde edilen gerilmeler de diğer iki köşeye göre küçüktür. Yatay kenarlar boyunca gerilmeler negatiftir. Maksimum gerilmeler h_1 kenarı $y/0.5h = +1$ ve h_2 kenarı $y/0.5h = -1$ konumundaki köşelerde oluşmuştur.

Şekil 9.35' de $\theta = 60^\circ$ için, yatay kenarlar boyunca σ_y artık gerilmesi, θ' nin artışına bağlı olarak artmaktadır. Düşey kenarlar boyunca σ_y artık gerilmesi 0' dır. Kendi aralarında simetrik özellik gösteren yatay ve düşey kenarlardaki σ_y artık gerilme dağılımı, h_2 kenarında $y/0.5h = -1$ konumundaki köşede maksimum değerdedir.

Şekil 9.36' da $\theta = 75^\circ$ için, simetrikliğe doğru eğilim gösteren grafiklerde yatay kenarlar boyunca delik yüksekliğinin artmasıyla gerilmelerde elde edilen fark büyümüştür. Düşey kenarlar boyunca gerilmeler 0' dır. Maksimum gerilme h_2 kenarında $y/0.5h = -1$ konumundaki köşede oluşmuştur.

Şekil 9.37' de $\theta = 90^\circ$ için, σ_y artık gerilmesi düşey kenarlar boyunca simetrik özellik göstermiştir. Yatay kenarlar boyunca, yükün uygulandığı köşeye doğru gerilme değerlerinin artmasından dolayı, yatay kenarlarda tam bir simetriklik yoktur. Düşey kenarlar boyunca, köşeler hariç, gerilmeler 0 iken, yatay kenarlar boyunca gerilme dağılımları maksimum değerlerine ulaşmışlardır.

Şekil 9.38 ile Şekil 9.44 arasındaki grafiklerde $b=20$ mm sabit tutulup, $h=20, 30$ ve 40 mm boyutlarındaki delikler için, $P=40$ MPa yükleme altında ve farklı takviye açılarında τ_{xy} artık gerilme bileşeninin delik kenarları boyunca değişimleri incelenmiştir.

Şekil 9.38' de $\theta = 0^\circ$ için, delik kenarları boyunca, köşeler hariç, 0 olan τ_{xy} artık gerilmesi, düşey kenarlarda tarafsız eksene göre mutlak değerce eşittir. σ_x artık gerilmesine bağlı olarak, yükün uygulandığı uca yakın olan düşey kenarda daha fazla artık gerilme elde edilmiştir. τ_{xy} artık gerilmesi, σ_x artık gerilmesine göre daha küçük değerlerdedir.

Şekil 9.39' da $\theta = 15^\circ$ için, düşey kenarlar boyunca gerilme değerleri ortalama -3 MPa iken, yatay kenarlar boyunca gerilme değerleri yaklaşık 0' dır. b_2 kenarında $x/0.5b = -1$ konumundaki düğümde her üç delik yüksekliği için de 0' a yakın gerilme değerleri elde edilmiştir. Maksimum gerilme ise bu köşenin çaprazındaki b_1 kenarında $x/0.5b = +1$ konumundaki düğüm için $h=40$ mm' de -40 MPa olarak elde edilmiştir.

Diğer köşelerden h1 kenarında $y/0.5h = -1$ için $\tau_{xy} = 9$ MPa, h2 kenarında $y/0.5h = +1$ için $\tau_{xy} = 20$ MPa değerindedir.

Şekil 9.40' da $\theta = 30^\circ$ takviye açısında, yatay kenarlar boyunca gerilmeler artmıştır. Ayrıca yine yatay kenarlar boyunca delik yüksekliğinin artışına bağlı olarak elde edilen gerilmeler arasındaki fark yüksektir. Buna karşın, düşey kenarlar boyunca, yatay kenarlara göre daha az gerilme elde edilmiştir. τ_{xy} artık gerilmesi b2 kenarında $x/0.5b = -1$ konumundaki düğümde bütün h yükseklikleri için aynı değerdedir. Diğer köşelere oranla küçük gerilmelerin olduğu bu köşede, gerilme değerleri ortalama -3 MPa' dır. Bu köşenin çaprazındaki, b1 kenarında $x/0.5b = +1$ konumundaki düğümde gerilme değerleri maksimum olup, $h=40$ mm için $\tau_{xy} = -27$ MPa' dır.

Şekil 9.41' de $\theta = 45^\circ$ için, yatay ve düşey kenarlar boyunca gerilme dağılımları, kendi aralarında simetrik özellik göstermektedir. Yatay kenarlar boyunca gerilme dağılımları 0 iken, düşey kenarlar boyunca delik yüksekliğinin artışına bağlı olarak artmıştır. $h=40$ mm yüksekliğinde $\tau_{xy} = -27$ MPa olarak elde edilmiştir. τ_{xy} artık gerilmesi, b2 kenarında $x/0.5b = -1$ konumundaki köşede takviye açısının artışına bağlı olarak artmıştır.

Şekil 9.42' de $\theta = 60^\circ$ için delik kenarları boyunca gerilme dağılımları, $\theta = 30^\circ$ ve 45° takviye açılarındaki gerilme dağılımlarıyla aynı karakterdedir. Yatay kenarlar boyunca τ_{xy} artık gerilme değerlerinde artış devam etmektedir. Maksimum gerilme h2 kenarında $y/0.5h = -1$ konumu için elde edilmiştir. Düşey kenarlar boyunca τ_{xy} artık gerilme değerleri, 0' a yakın pozitif değerdedir.

Şekil 9.43' te $\theta = 75^\circ$ için, delik kenarları boyunca τ_{xy} artık gerilmesinin dağılımı simetrikliğe doğru yaklaşmaktadır. τ_{xy} artık gerilmesi, $\theta = 30^\circ$, 45° ve 60° takviye açılarındaki gerilme dağılımlarıyla aynı karakterdedir. Maksimum gerilme h1 kenarında $y/0.5h = -1$ konumundaki köşede meydana gelmiştir ve değeri $h=40$ mm için $\tau_{xy} = -60$ MPa' dır. h1 kenarında $y/0.5h = +1$ konumundaki köşede ise her üç delik yüksekliği için de ortalama $+10$ MPa' a doğru eğilim elde edilmiştir. Yatay kenarlar boyunca, gerilme değerleri azalmış, gerilme dağılımı ise simetrikliğe doğru kaymıştır.

Şekil 9.44' te $\theta = 90^\circ$ için τ_{xy} artık gerilmesi, düşey kenarlar h1 ve h2 boyunca tarafsız eksenin altında kalan düğümlerde negatif, üstünde kalan düğümlerde ise pozitif

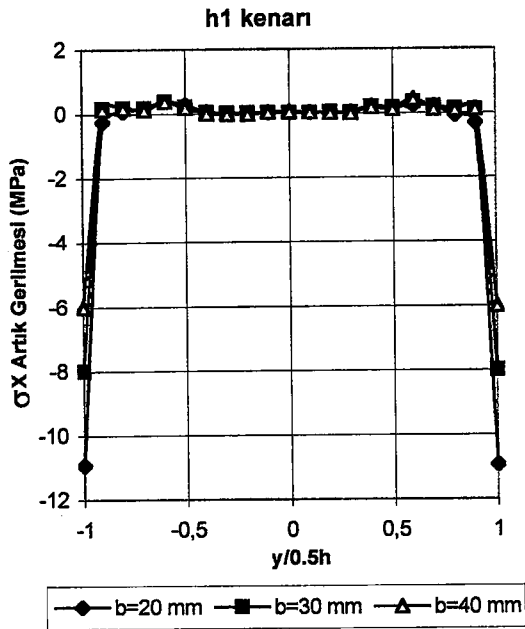
değere eşittir. τ_{xy} artık gerilmelerinin delik kenarları boyunca dağılımı simetrik olup, düşey kenarlarda mutlak değerce birbirine eşittir.

Şekil 9.24 ile Şekil 9.44 arasındaki grafiklerden şu değerlendirmeler yapılabilir;

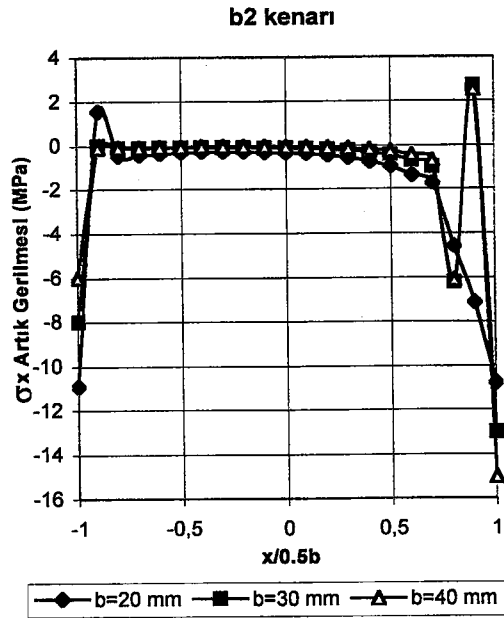
Delik yüksekliğinin artmasıyla gerilmeler artmıştır. Özellikle delik yüksekliğinin artışına bağlı olarak, köşelerde meydana gelen maksimum gerilmeler arasındaki fark, delik genişliğinin artırılmasıyla elde edilen gerilme farkından büyüktür. $\theta = 0^\circ$ ve 90° takviye açılarında düşey delik kenarları boyunca simetrik bir gerilme dağılımı elde edilmiştir. Fakat yükün uygulandığı levha ucuna yakın düşey $h/2$ kenarında gerilme değerleri daha fazladır. $\theta = 0^\circ$ ve 90° takviye açılarında yatay delik kenarları boyunca, köşeler hariç, gerilmeler 0'dır. Buna karşın, düşey kenarlarda σ_x artık gerilme bileşeni $\theta = 90^\circ$ takviye açısında negatif olup, delik yüksekliğinin artmasıyla artmıştır. σ_y artık gerilme bileşeninde ise bu durum tam tersidir.

σ_x artık gerilme bileşeni $\theta = 45^\circ$ takviye açısına kadar artarken daha sonra azalmıştır. σ_y artık gerilme bileşeni, $\theta = 0^\circ$ takviye açısında σ_x artık gerilme bileşenine göre çok küçük değerde kalmasına rağmen takviye açısının artmasıyla beraber artmıştır. τ_{xy} artık gerilme bileşeninin delik kenarları boyunca dağılımı, $\theta = 0^\circ$ ve 90° takviye açılarında, düşey kenarlar boyunca simetrik olup, düşey kenarlardaki köşelerde mutlak değerce birbirine eşittir. $\theta = 0^\circ$ ve 90° takviye açılarında dikdörtgen deliğin düşey ve yatay kenarları boyunca gerilme dağılımları, kendi aralarında aynı karakterdedir.

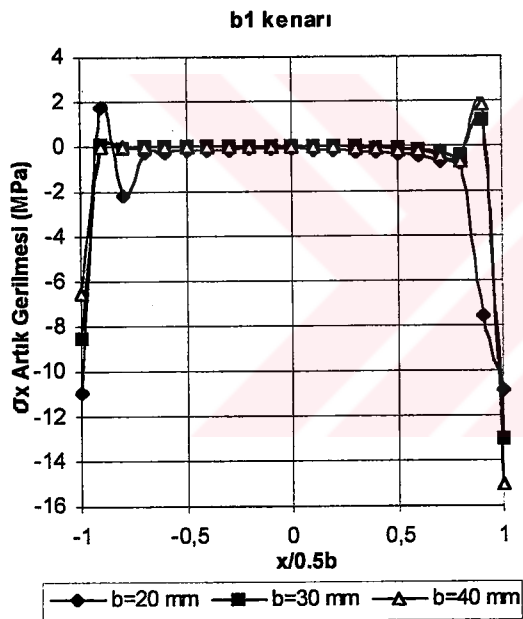
Takviye açısı arttıkça levha mukavimliği azalmıştır. Dolayısıyla takviye açısı arttıkça levha daha az yük taşır. Delik genişliğinin artmasıyla elde edilen gerilmeler, delik yüksekliğinin artmasıyla elde edilen gerilmelere oranla daha küçüktür. Dolayısıyla delik yüksekliğinin, delik genişliğine oranla büyük olması levha mukavemetini azaltır.



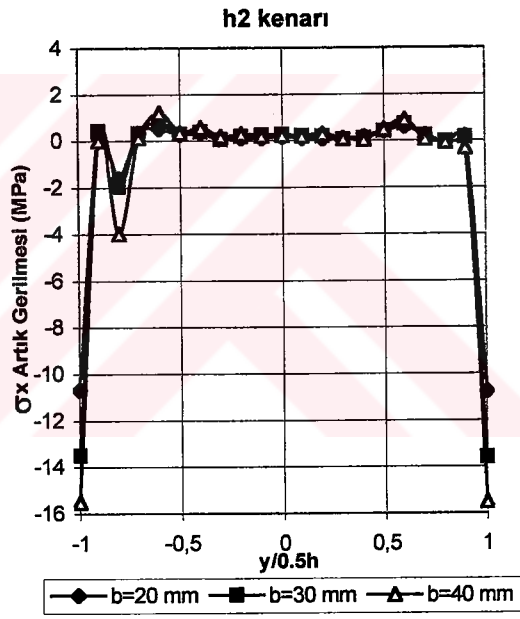
Şekil 9.3.a



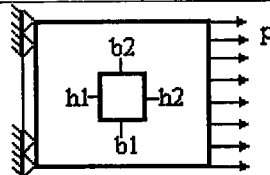
Şekil 9.3.b



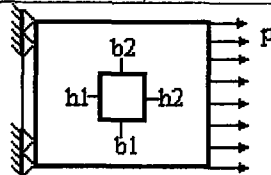
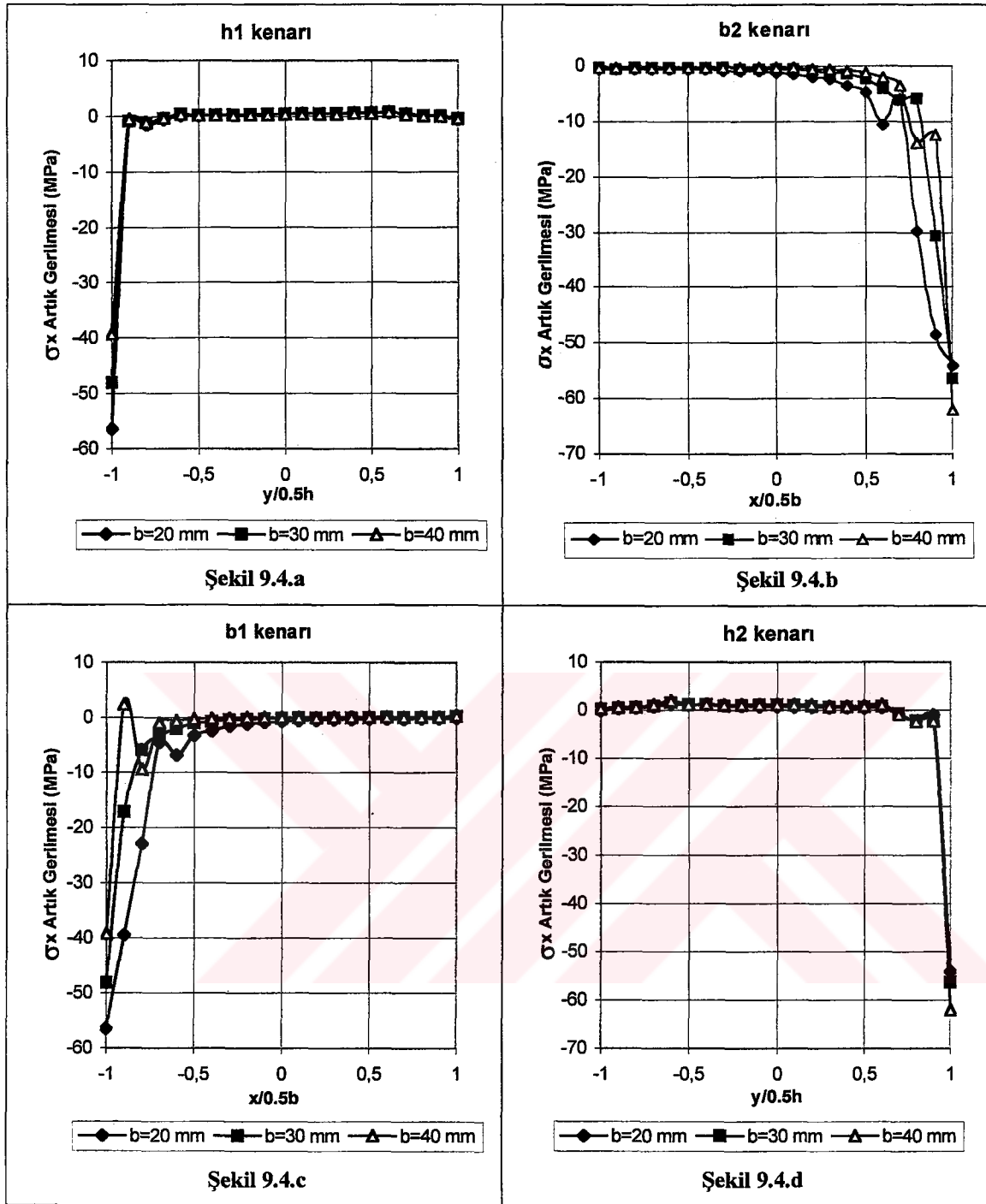
Şekil 9.3.c



Şekil 9.3.d

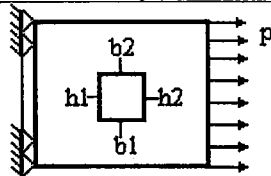
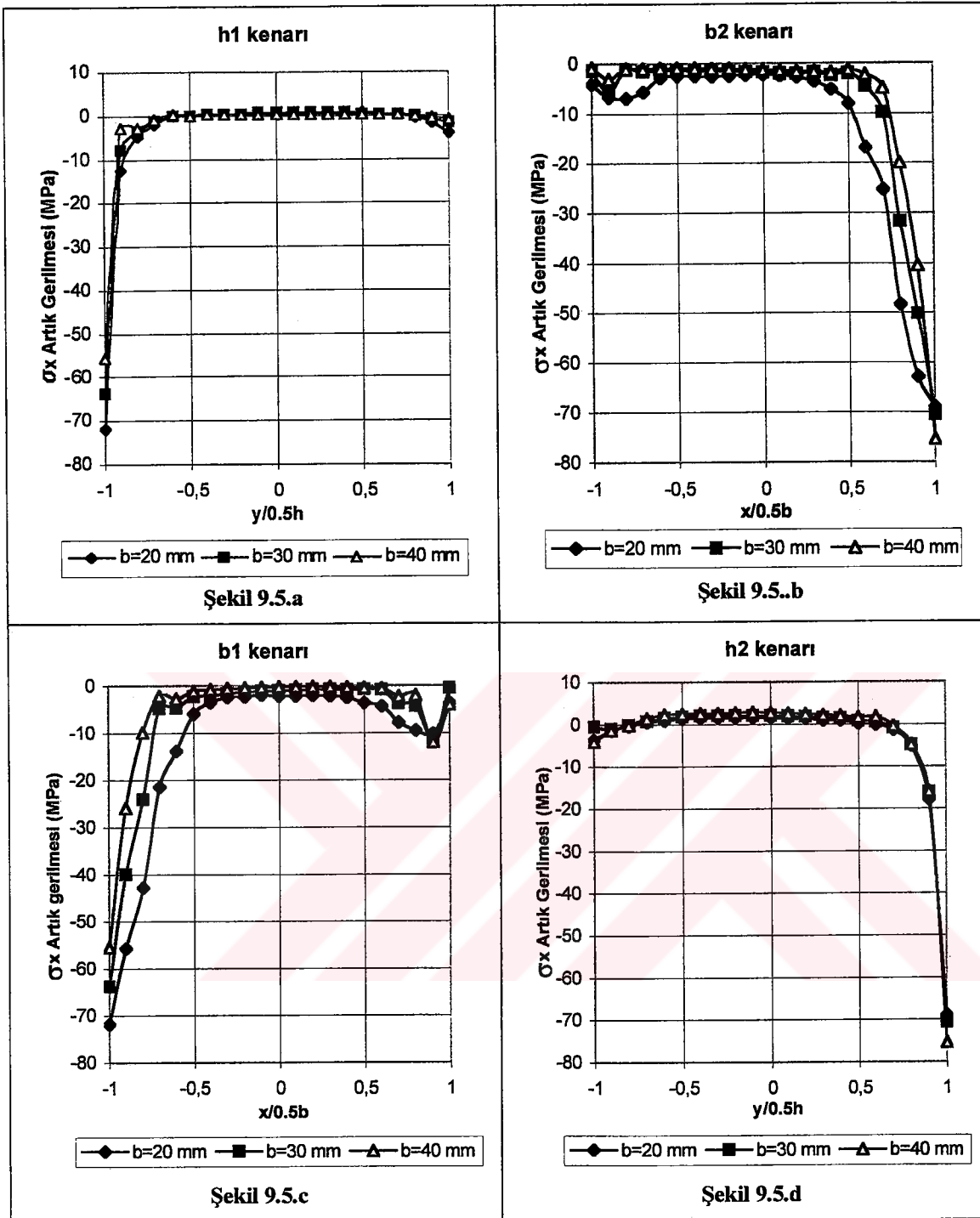


Şekil 9.3. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_x artık gerilmesinin farklı genişlikteki delik boyutları ($b=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=0^\circ$)
 Şekil 9.3.a; h1 kenarı, Şekil 9.3.b; b2 kenarı, Şekil 9.3.c; b1 kenarı, Şekil 9.3.d; h2 kenarı



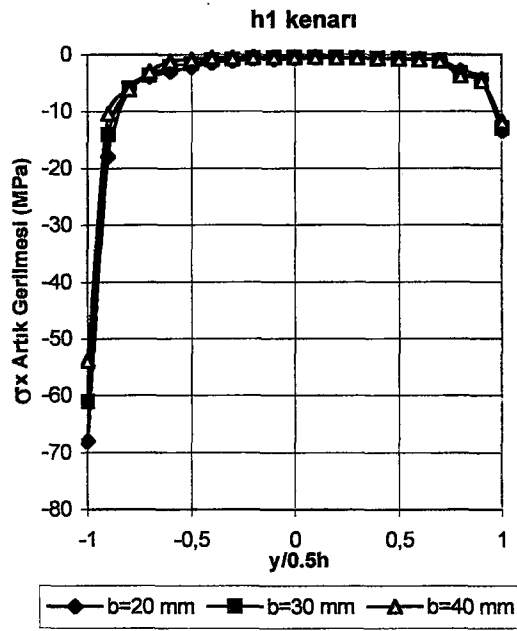
Şekil 9.4. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_x artık gerilmesinin farklı genişlikteki delik boyutları ($b=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=15^\circ$)

Şekil 9.4.a; h1 kenarı, Şekil 9.4.b; b2 kenarı, Şekil 9.4.c; b1 kenarı, Şekil 9.4.d; h2 kenarı

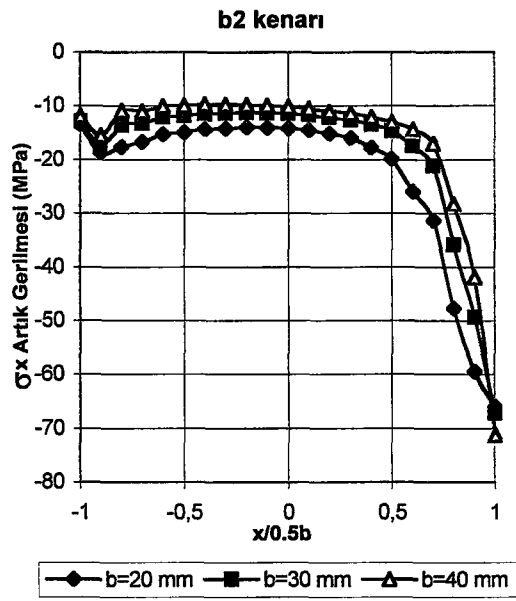


Şekil 9.5. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_x artık gerilmesinin farklı genişlikteki delik boyutları ($b=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=30^\circ$)

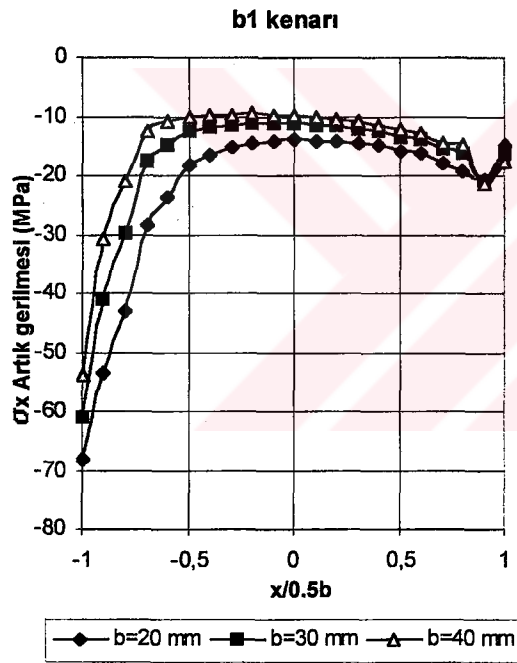
Şekil 9.5.a; h1 kenarı, Şekil 9.5.b; b2 kenarı, Şekil 9.5.c; b1 kenarı, Şekil 9.5.d; h2 kenarı



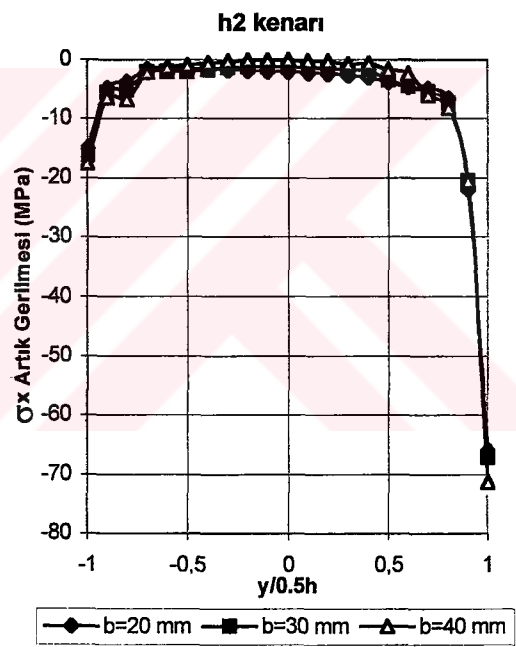
Şekil 9.6.a



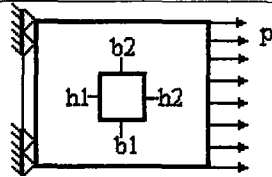
Şekil 9.6.b



Şekil 9.6.c

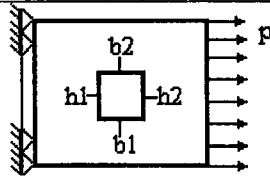
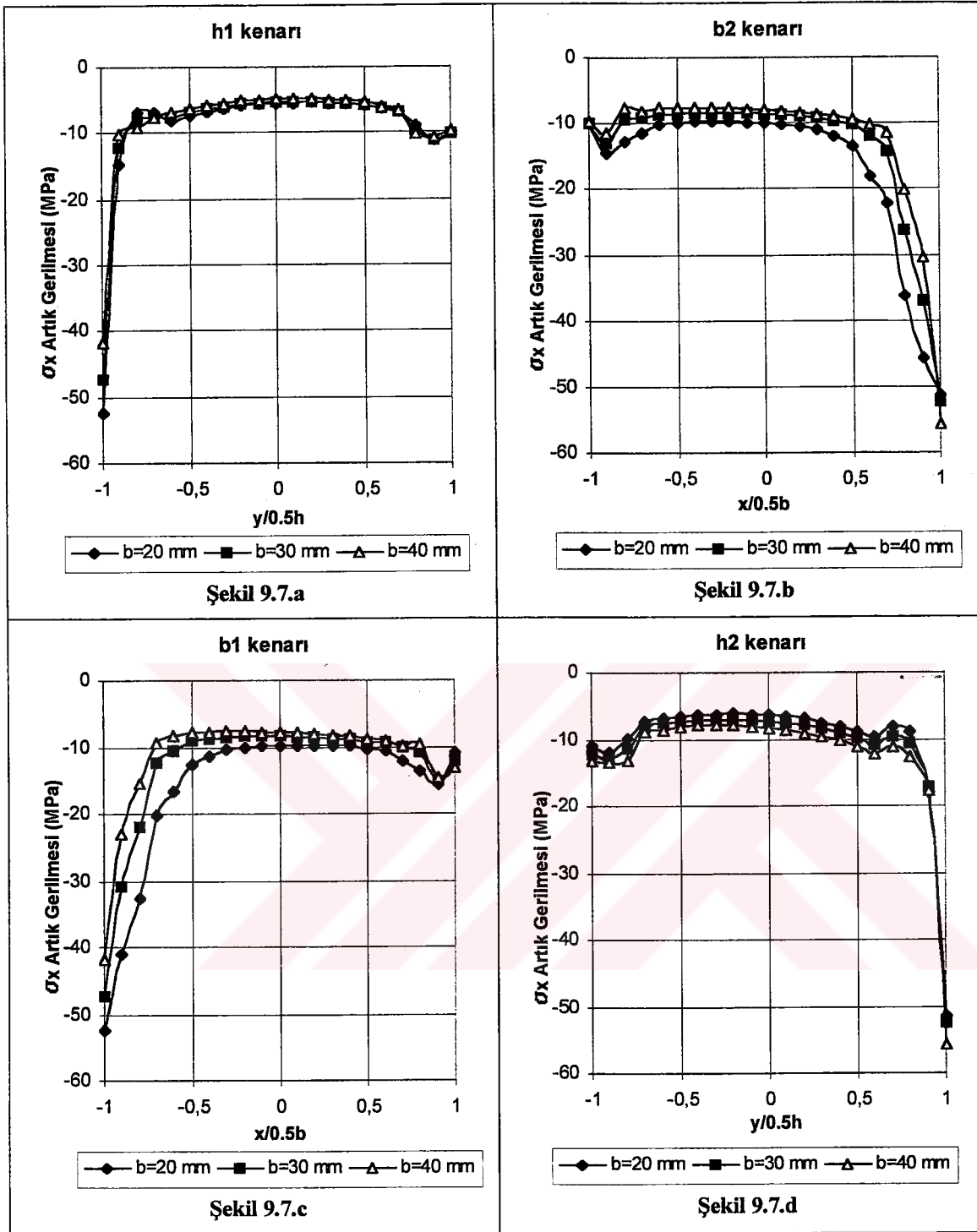


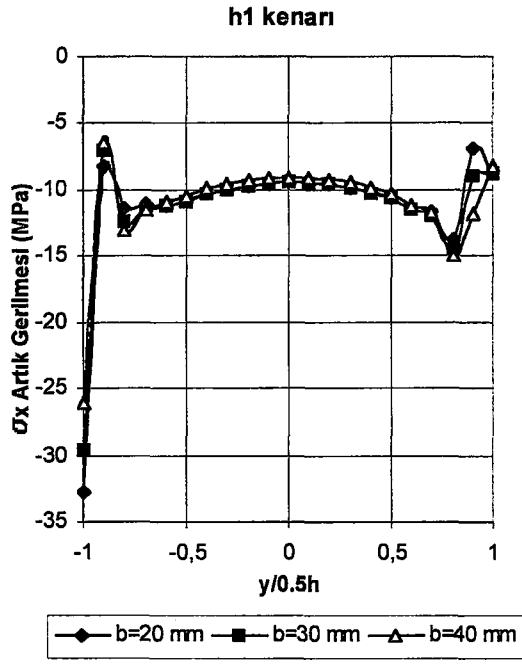
Şekil 9.6.d



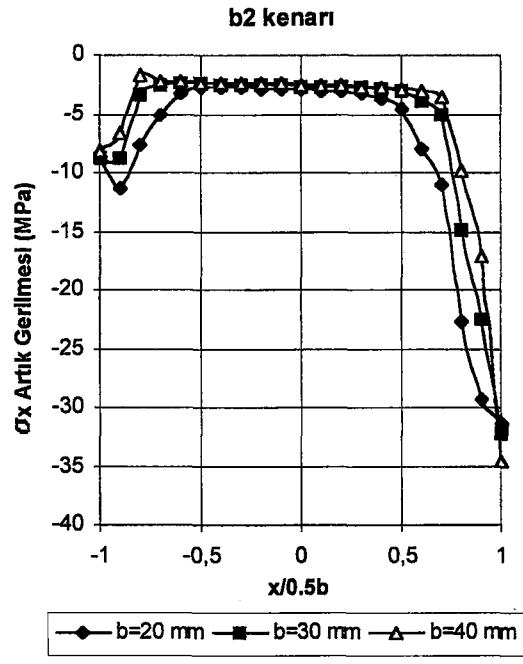
Şekil 9.6. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_x artık gerilmesinin farklı genişlikteki delik boyutları ($b=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=45^\circ$)

Şekil 9.6.a; h1 kenarı, Şekil 9.6.b; b2 kenarı, Şekil 9.6.c; b1 kenarı, Şekil 9.6.d; h2 kenarı

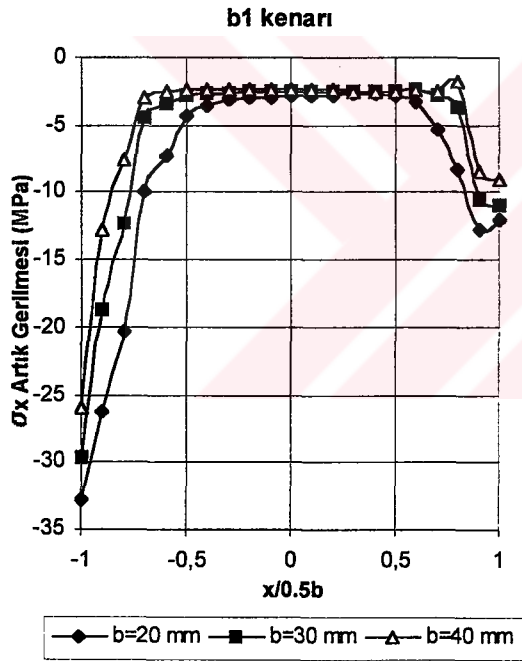




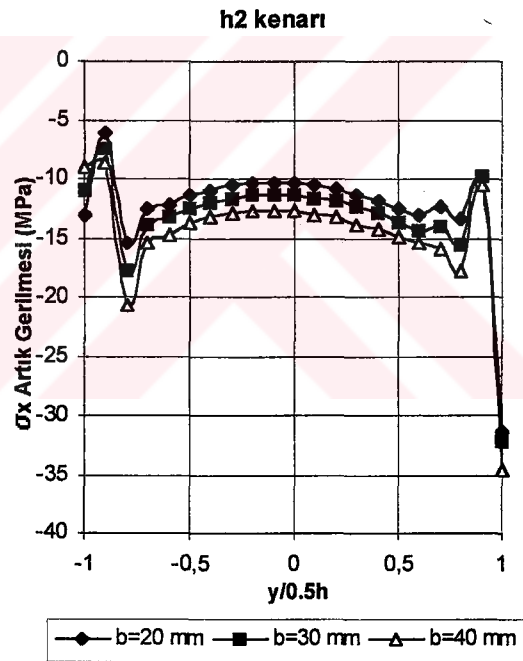
Şekil 9.8.a



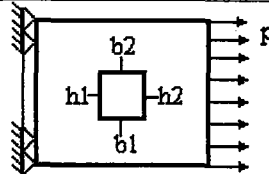
Şekil 9.8.b



Şekil 9.8.c

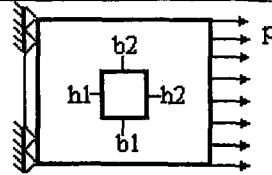
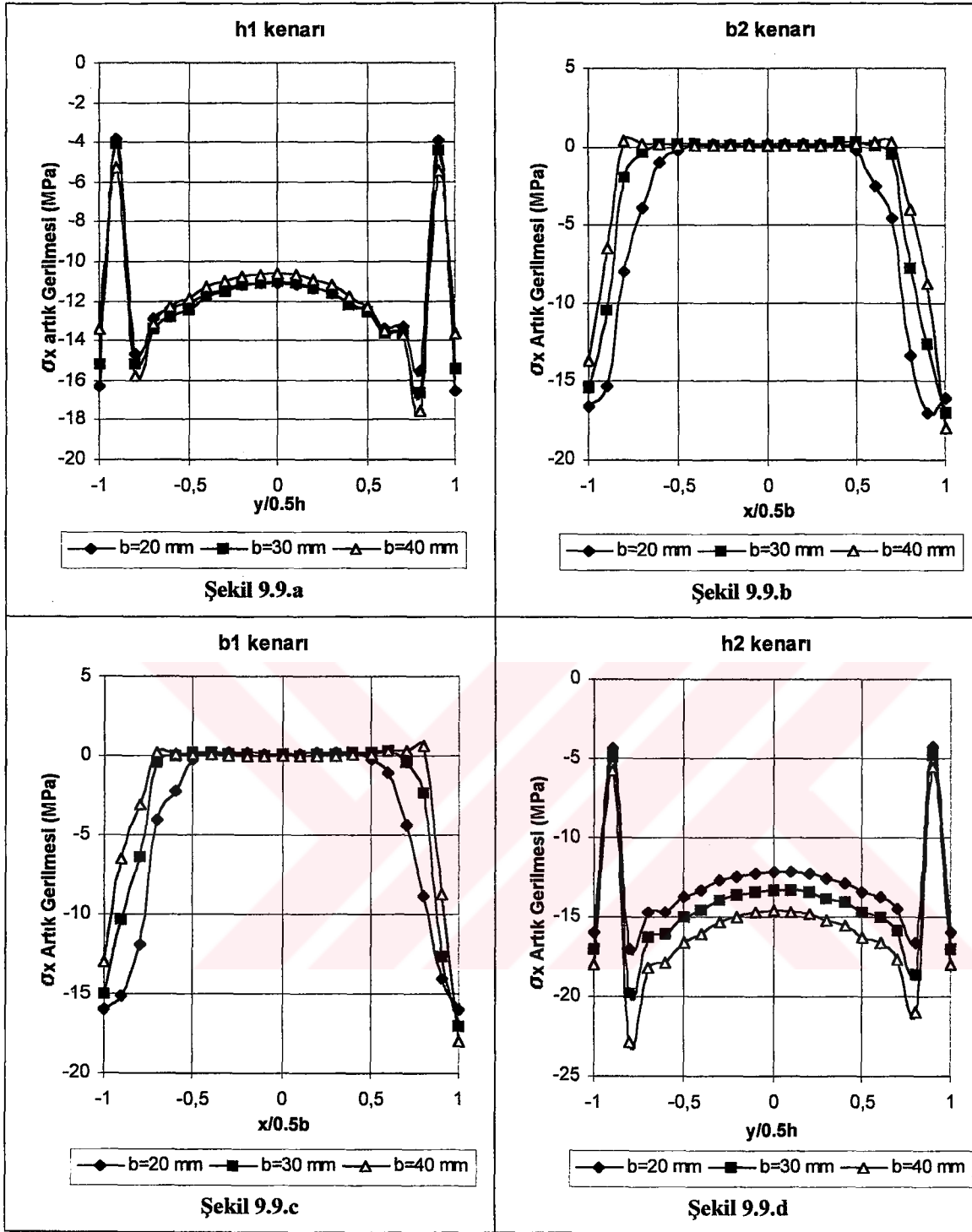


Şekil 9.8.d



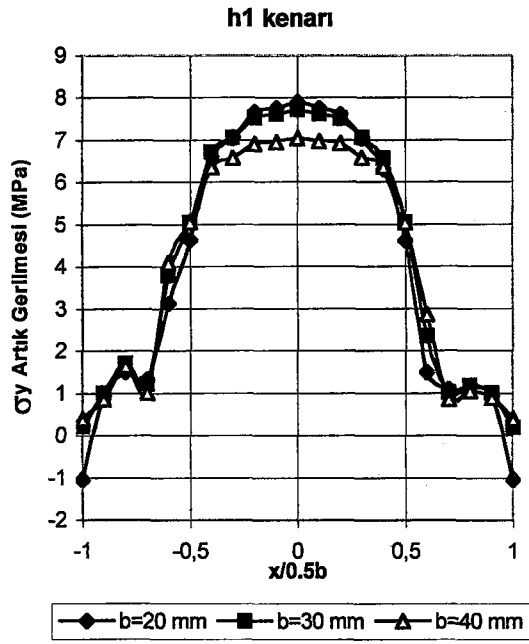
Şekil 9.8. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_x artık gerilmesinin farklı genişlikteki delik boyutları ($b=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=75^\circ$)

Şekil 9.8.a; h1 kenarı, Şekil 9.8.b; b2 kenarı, Şekil 9.8.c; b1 kenarı, Şekil 9.8.d; h2 kenarı

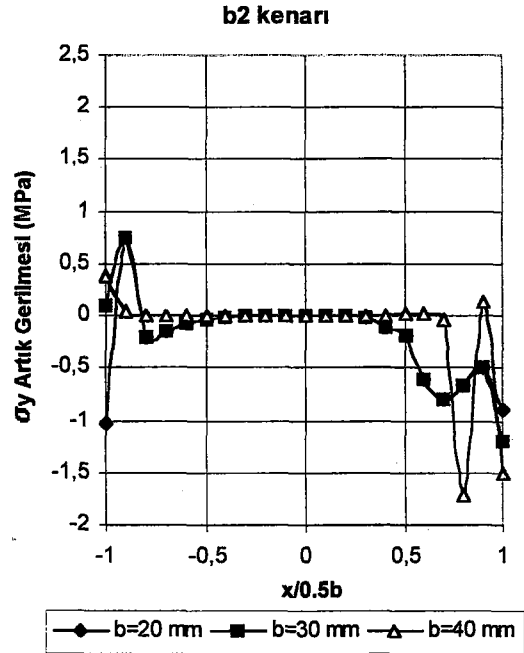


Şekil 9.9. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_x artık gerilmesinin farklı genişlikteki delik boyutları ($b=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=90^\circ$)

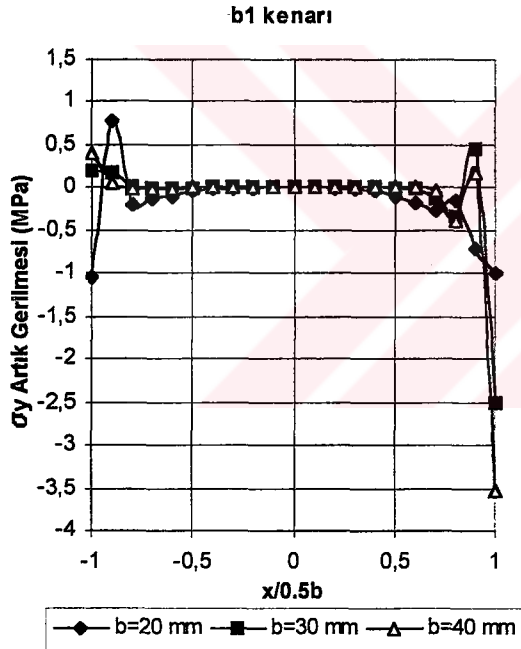
Şekil 9.9.a; h1 kenarı, Şekil 9.9.b; b2 kenarı, Şekil 9.9.c; b1 kenarı, Şekil 9.9.d; h2 kenarı



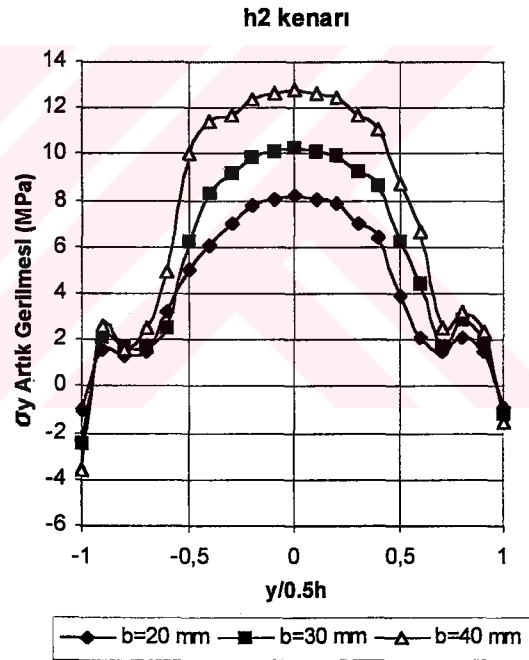
Şekil 9.10.a



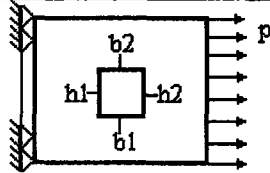
Şekil 9.10.b



Şekil 9.10.c

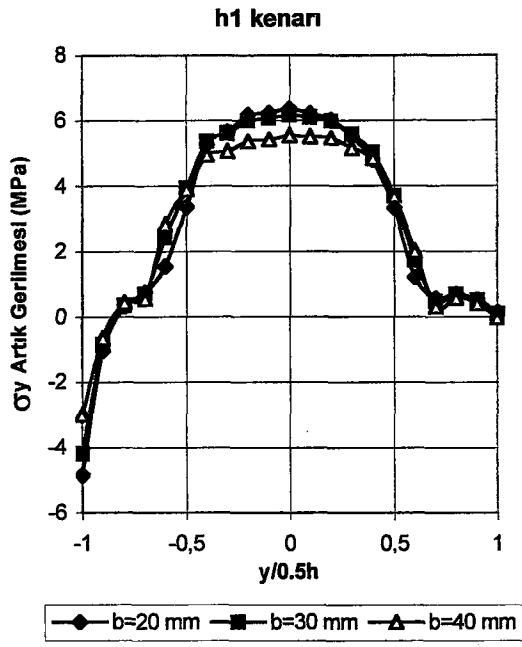


Şekil 9.10.d

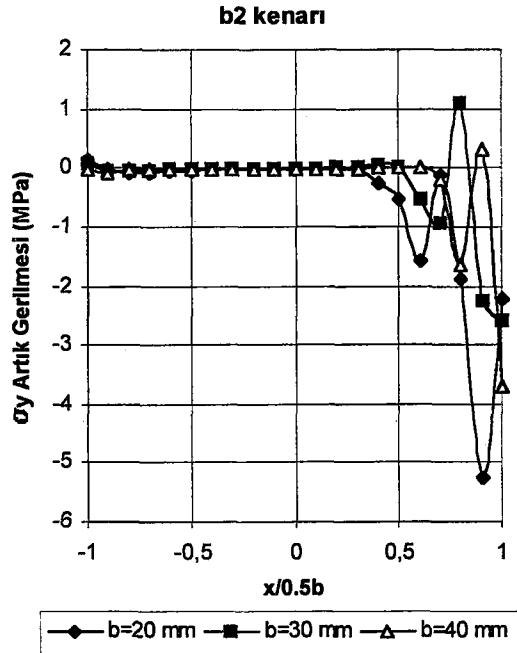


Şekil 9.10. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_y artık gerilmesinin farklı genişlikteki delik boyutları ($b=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=0^\circ$)

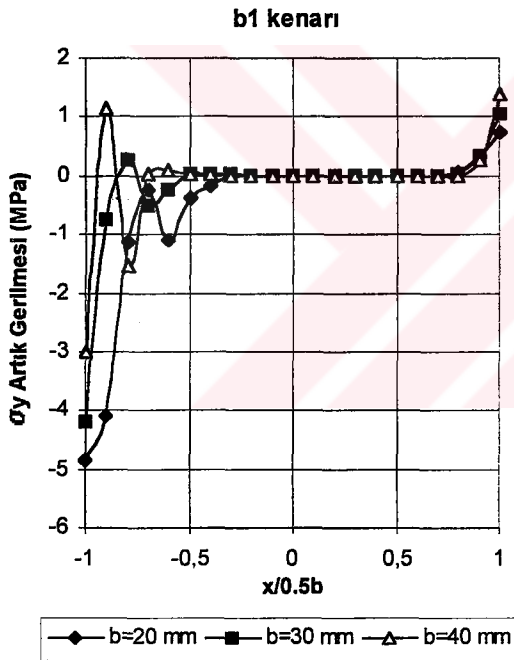
Şekil 9.10.a; h1 kenarı, Şekil 9.10.b; b2 kenarı, Şekil 9.10.c; b1 kenarı, Şekil 9.10.d; h2 kenarı



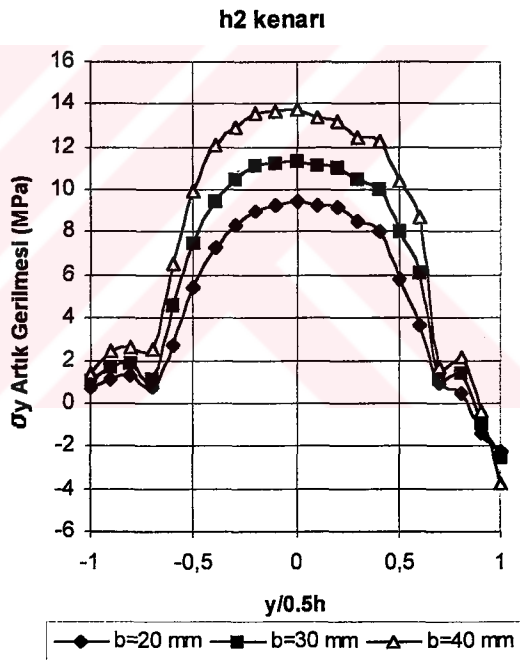
Şekil 9.11.a



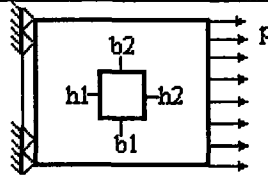
Şekil 9.11.b



Şekil 9.11.c

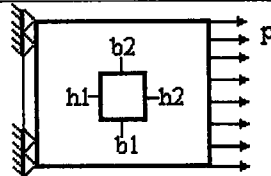
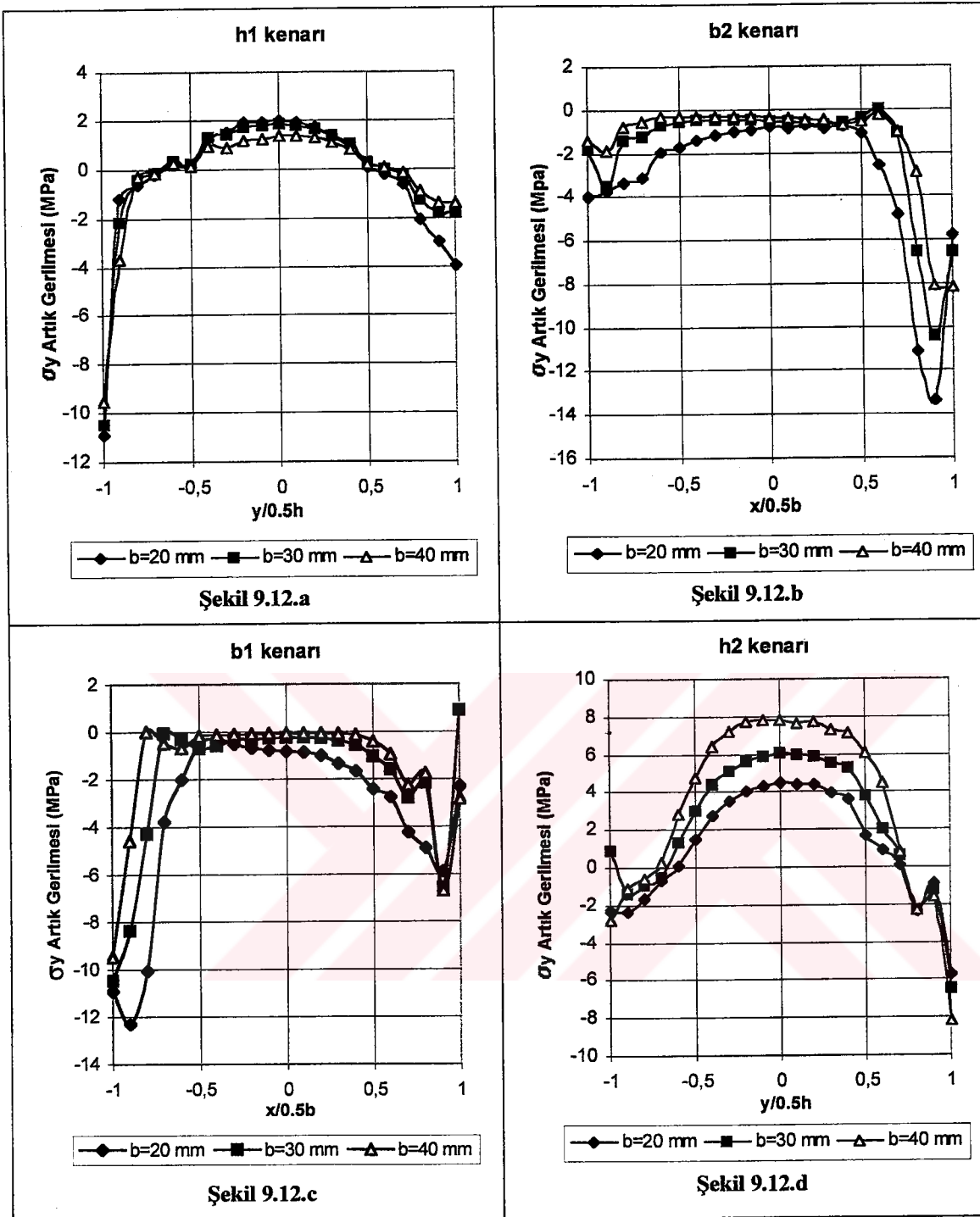


Şekil 9.11.d



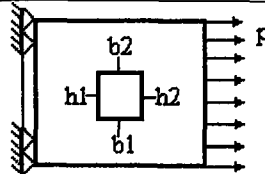
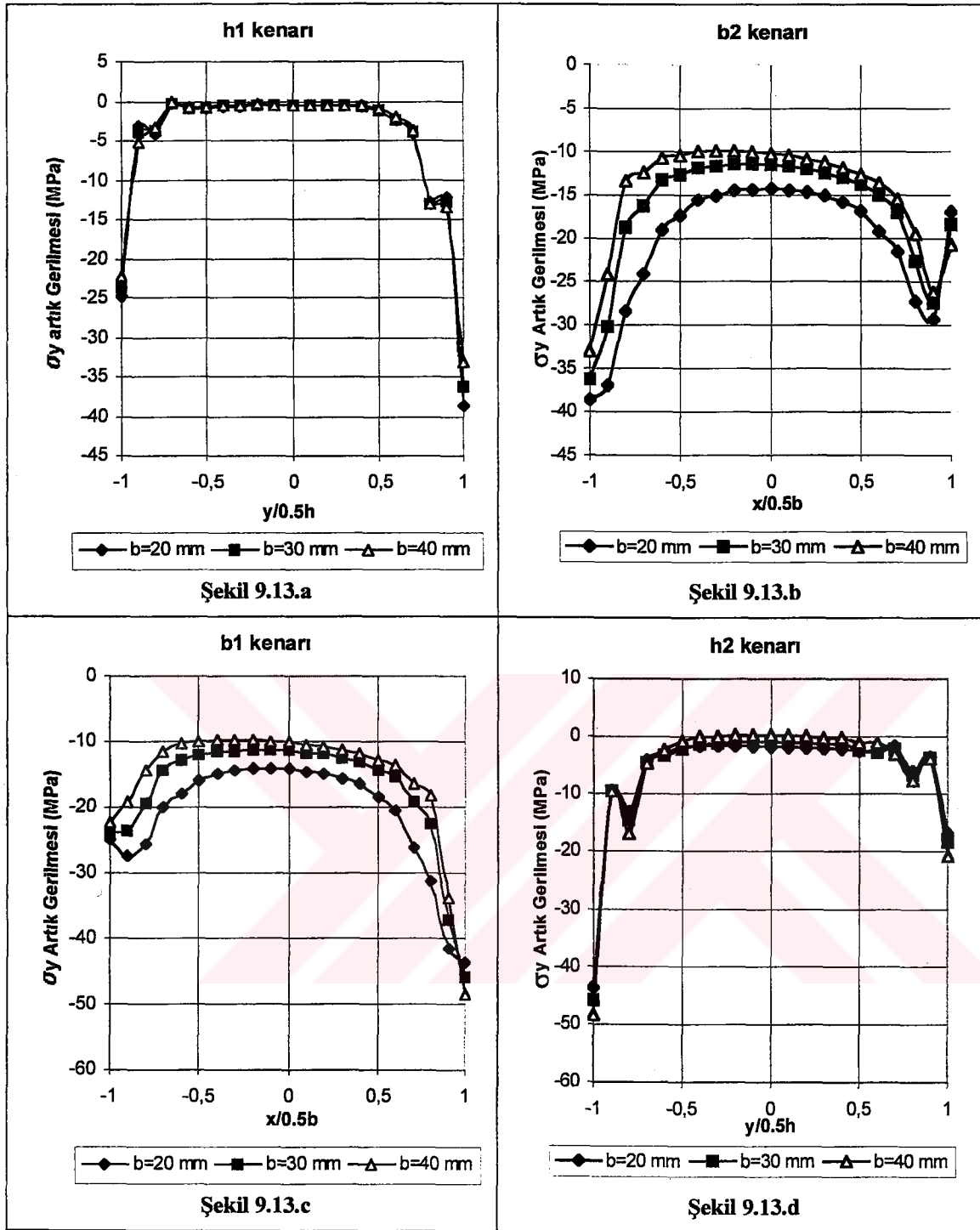
Şekil 9.11. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_y artık gerilmesinin farklı genişlikteki delik boyutları ($b=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=15^\circ$)

Şekil 9.11.a; h1 kenarı, Şekil 9.11.b; b2 kenarı, Şekil 9.11.c; b1 kenarı, Şekil 9.11.d; h2 kenarı



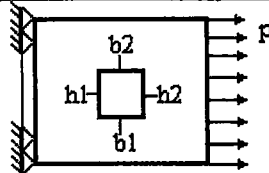
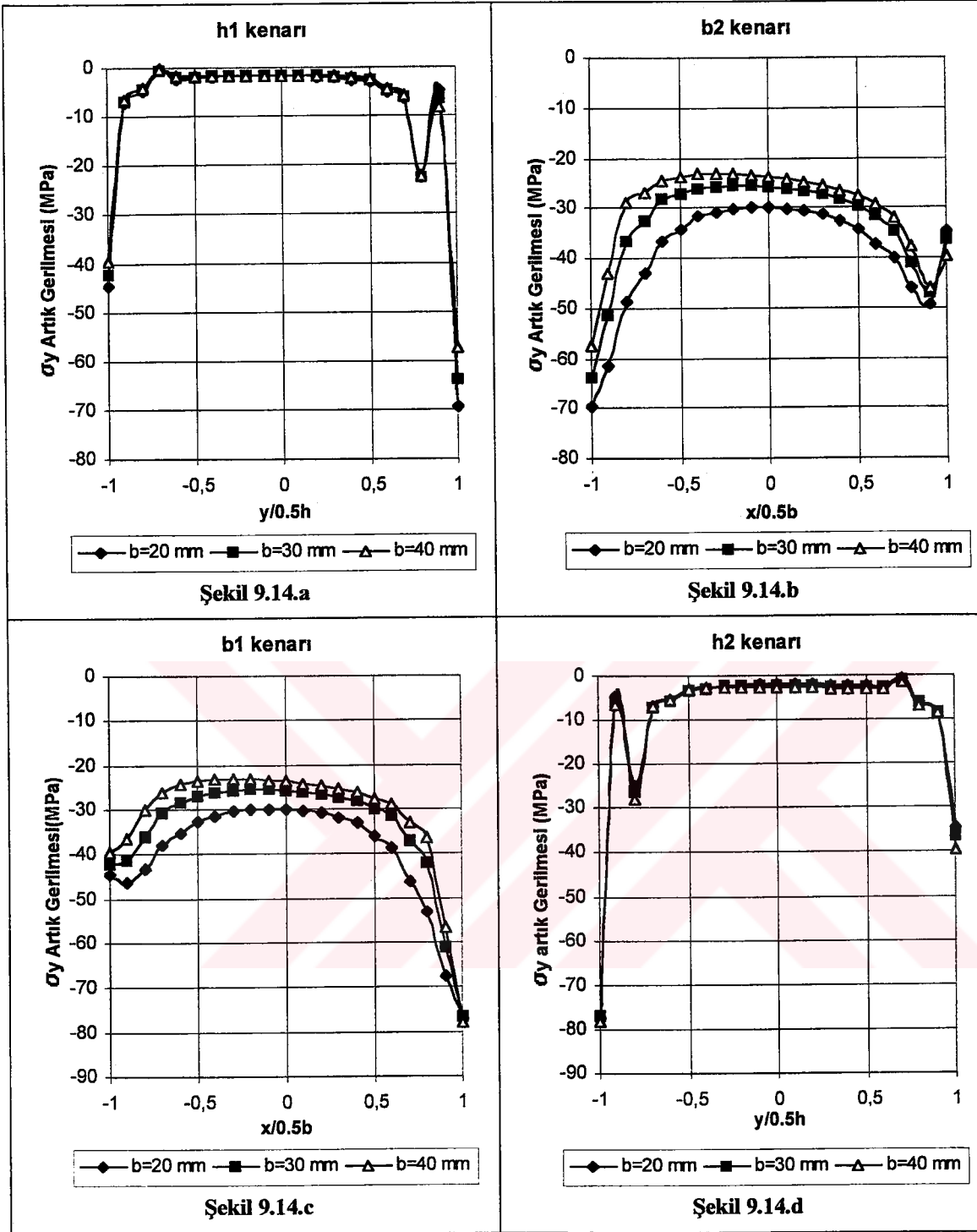
Şekil 9.12. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_y artık gerilmesinin farklı genişlikteki delik boyutları ($b=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=30^\circ$)

Şekil 9.12.a; h1 kenarı, Şekil 9.12.b; b2 kenarı, Şekil 9.12.c; b1 kenarı, Şekil 9.12.d; h2 kenarı



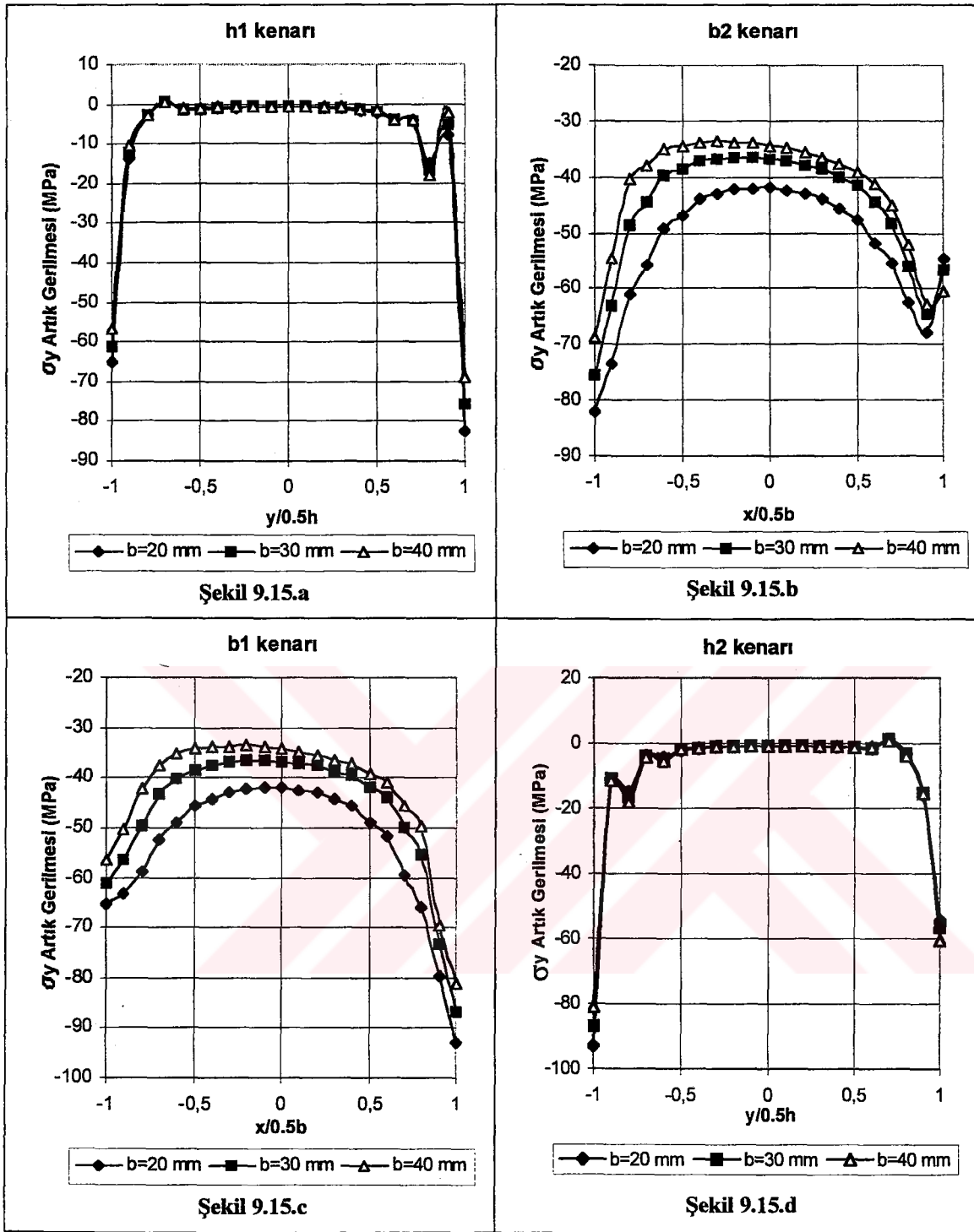
Şekil 9.13. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_y artık gerilmesinin farklı genişlikteki delik boyutları ($b=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=45^\circ$)

Şekil 9.13.a; h1 kenarı, Şekil 9.13.b; b2 kenarı, Şekil 9.13.c; b1 kenarı, Şekil 9.13.d; h2 kenarı



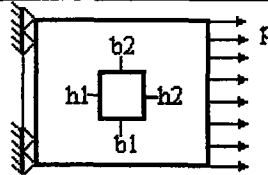
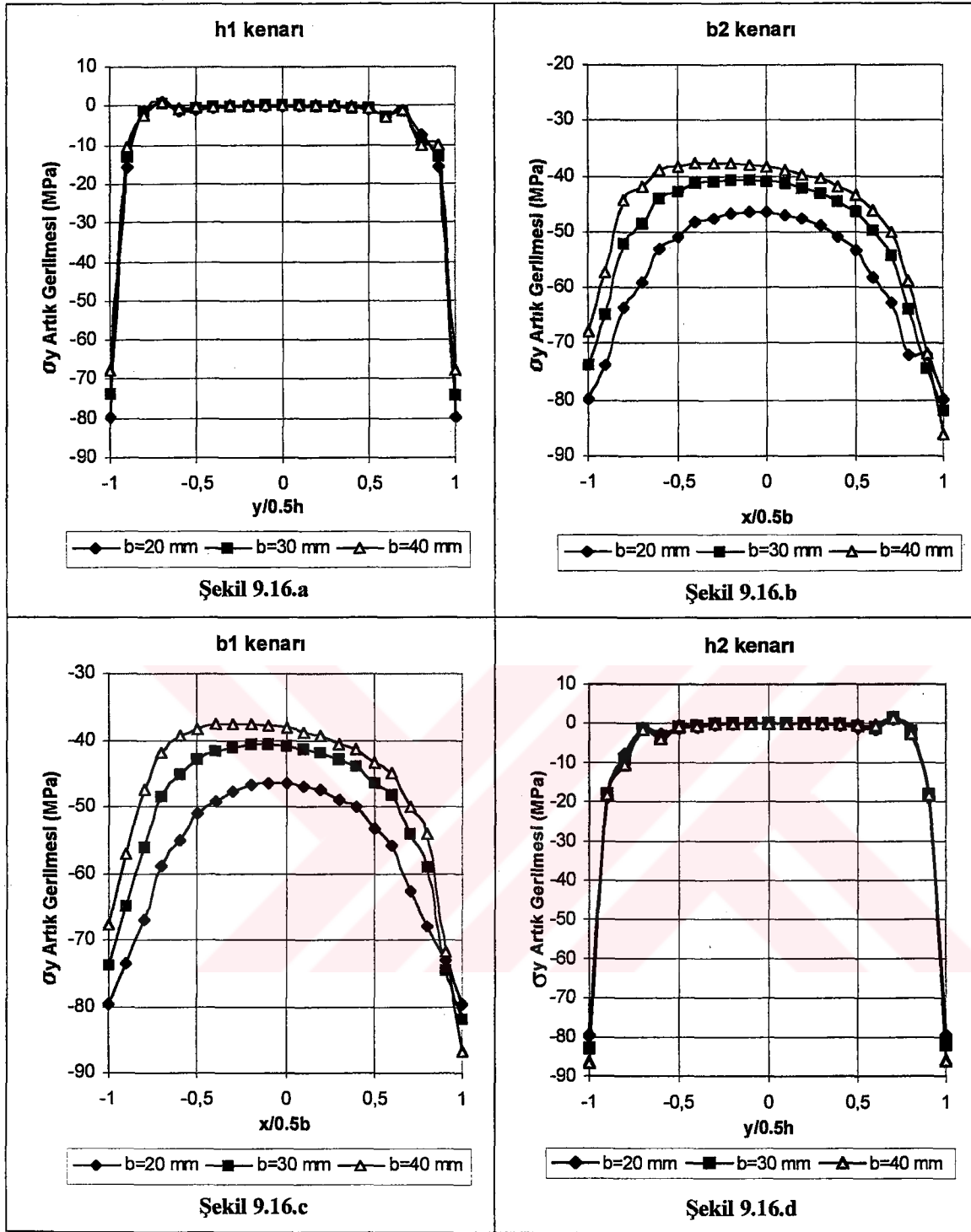
Şekil 9.14. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_y artık gerilmesinin farklı genişlikteki delik boyutları ($b=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=60^\circ$)

Şekil 9.14.a; h1 kenarı, Şekil 9.14.b; b2 kenarı, Şekil 9.14.c; b1 kenarı, Şekil 9.14.d; h2 kenarı



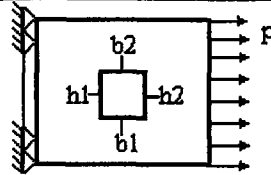
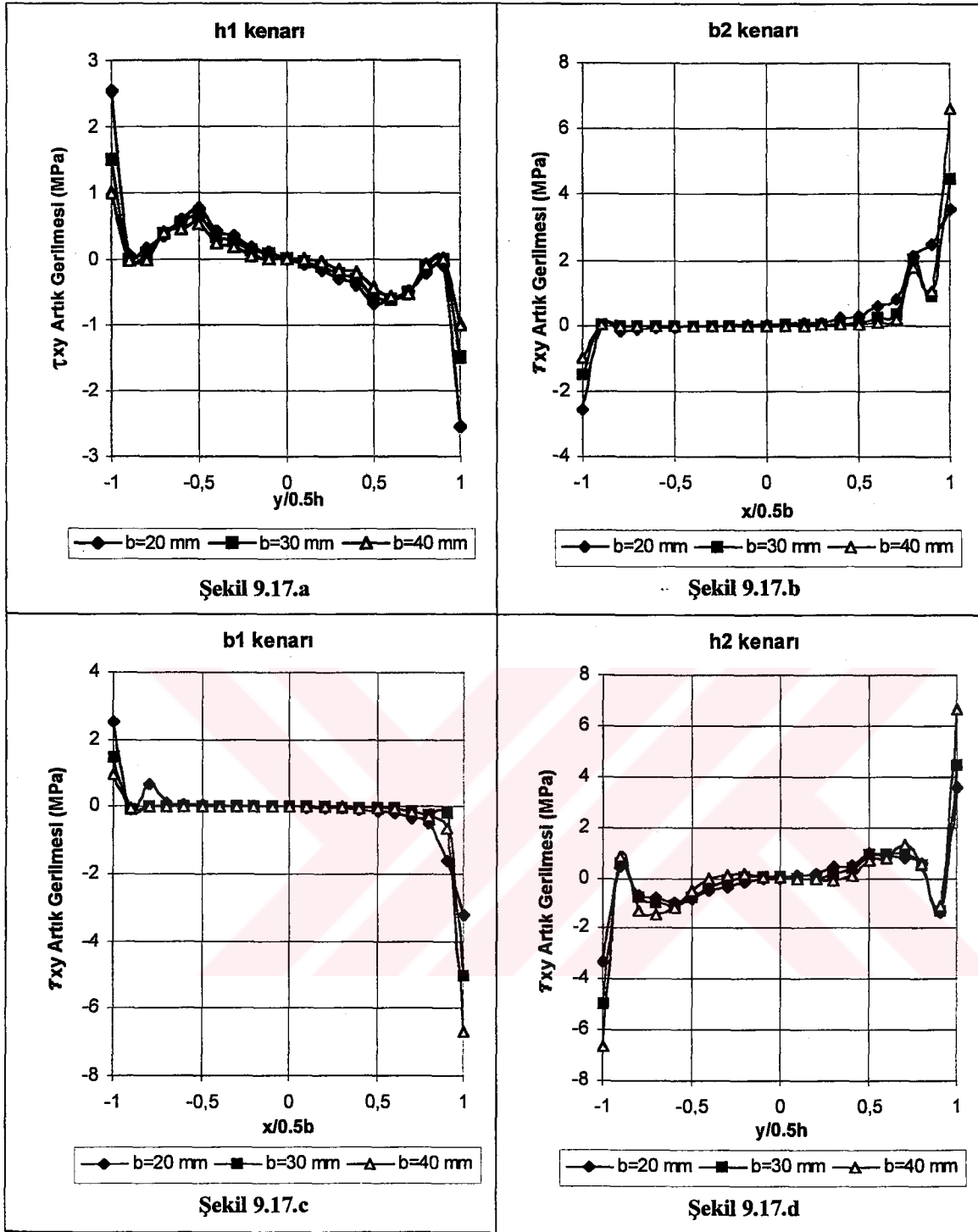
Şekil 9.15. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_y artık gerilmesinin farklı genişlikteki delik boyutları ($b=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=75^\circ$)

Şekil 9.15.a; h1 kenarı, Şekil 9.15.b; b2 kenarı, Şekil 9.15.c; b1 kenarı, Şekil 9.15.d; h2 kenarı

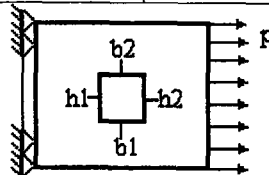
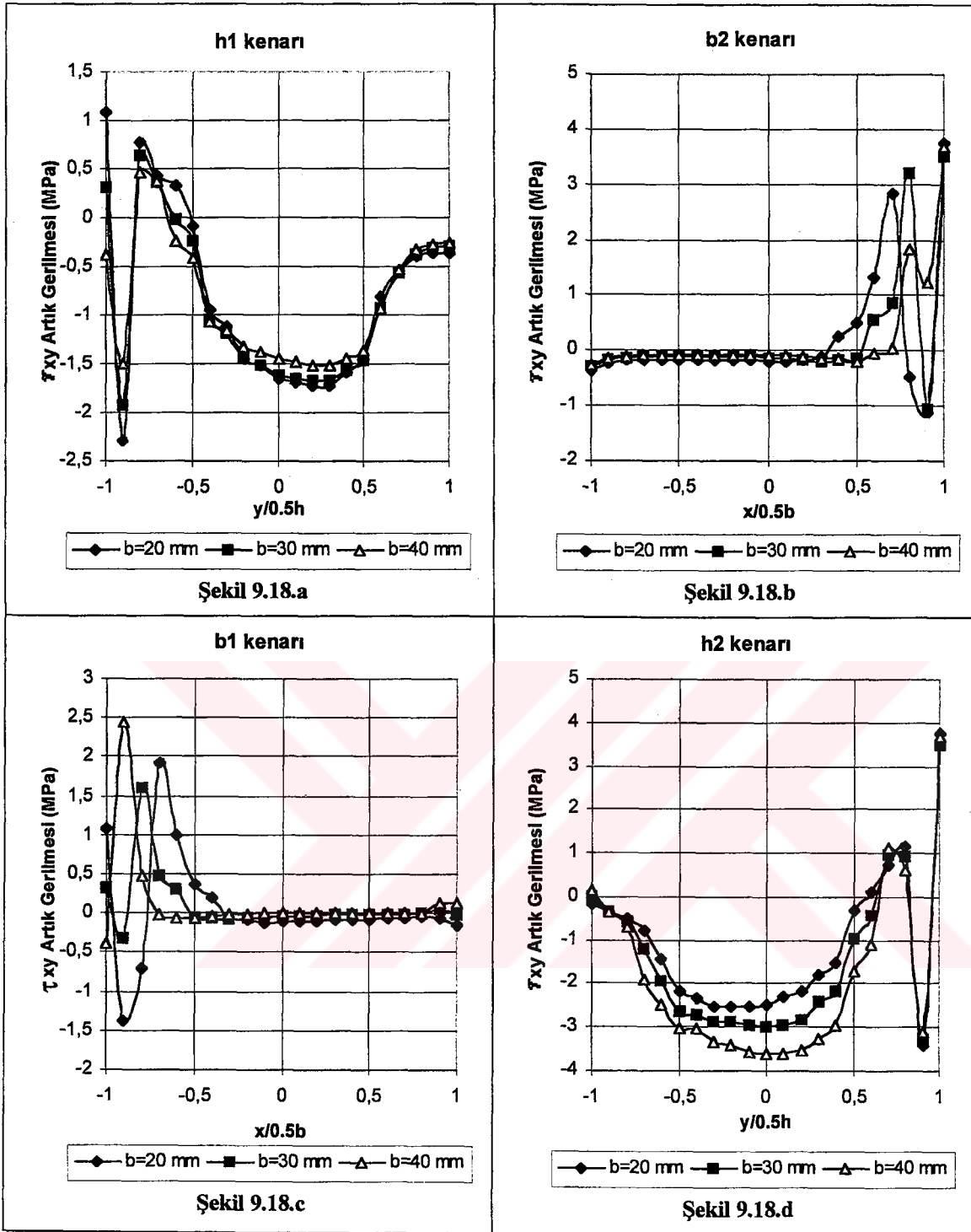


Şekil 9.16. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_y artık gerilmesinin farklı genişlikteki delik boyutları ($b=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=90^\circ$)

Şekil 9.16.a; h1 kenarı, Şekil 9.16.b; b2 kenarı, Şekil 9.16.c; b1 kenarı, Şekil 9.16.d; h2 kenarı

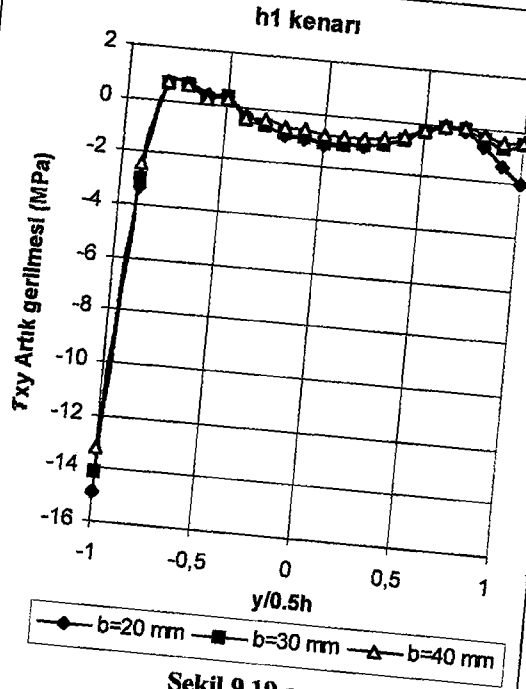


Şekil 9.17. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki τ_{xy} artık gerilmesinin farklı genişlikteki delik boyutları ($b=20, 30, 40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=0^\circ$)
 Şekil 9.17.a; h1 kenarı, Şekil 9.17.b; b2 kenarı, Şekil 9.17.c; b1 kenarı, Şekil 9.17.d; h2 kenarı

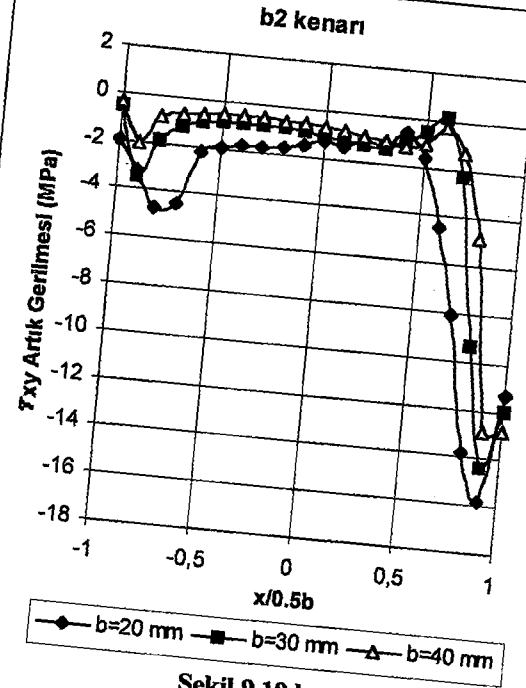


Şekil 9.18. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki τ_{xy} artık gerilmesinin farklı genişlikteki delik boyutları ($b=20, 30, 40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=15^\circ$)

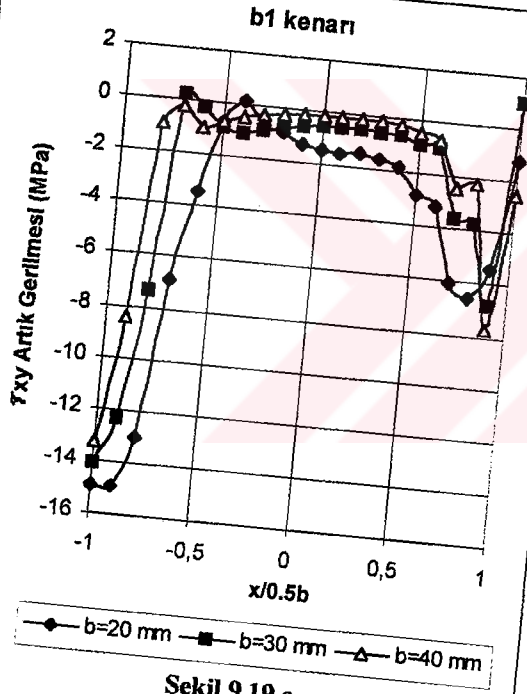
Şekil 9.18.a; h1 kenarı, Şekil 9.18.b; b2 kenarı, Şekil 9.18.c; b1 kenarı, Şekil 9.18.d; h2 kenarı



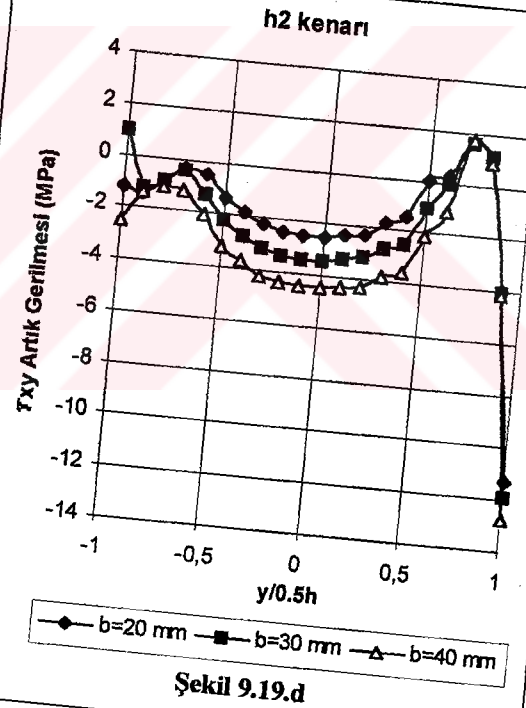
Şekil 9.19.a



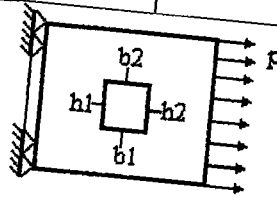
Şekil 9.19.b



Şekil 9.19.c

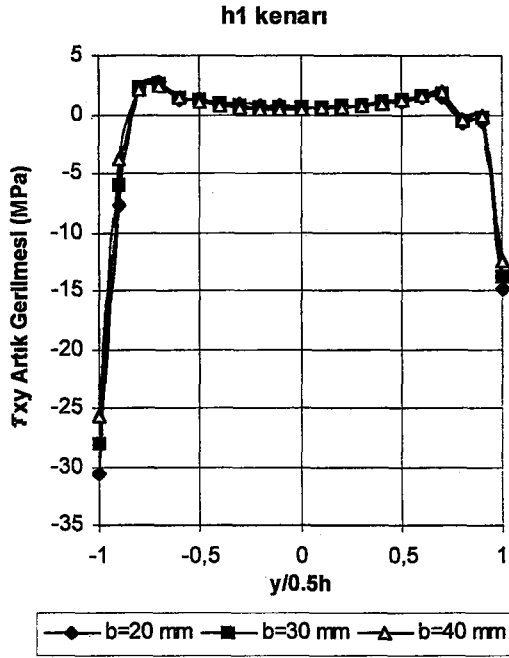


Şekil 9.19.d

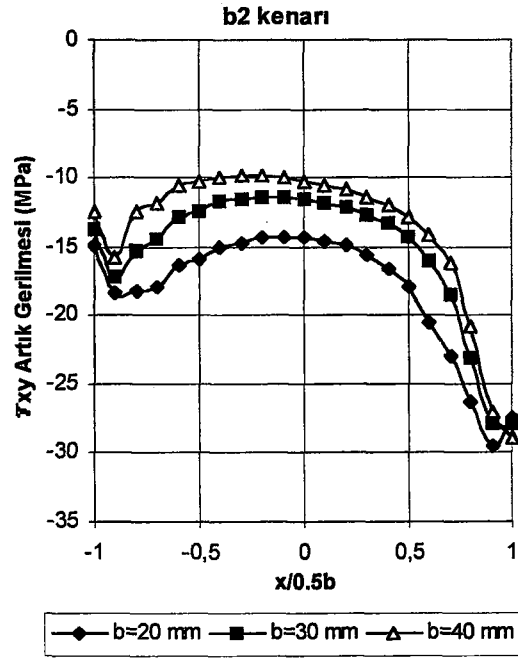


Şekil 9.19. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki τ_{xy} artık gerilmesinin farklı genişlikteki delik boyutları ($b=20, 30, 40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=30^\circ$)

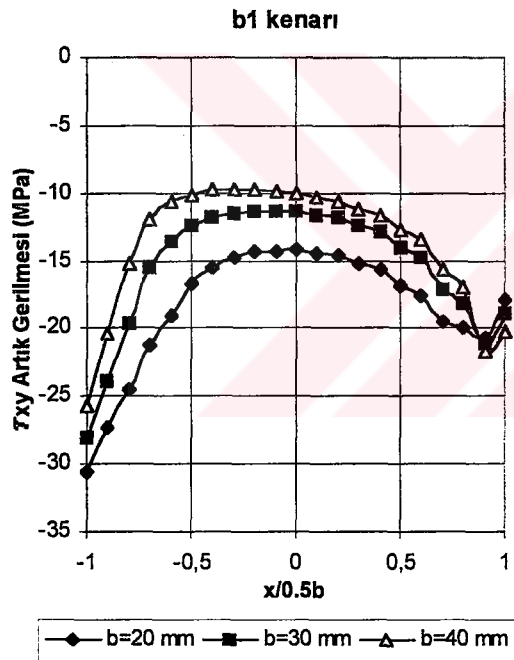
Şekil 9.19.a; h1 kenarı, Şekil 9.19.b; b2 kenarı, Şekil 9.19.c; b1 kenarı, Şekil 9.19.d; h2 kenarı



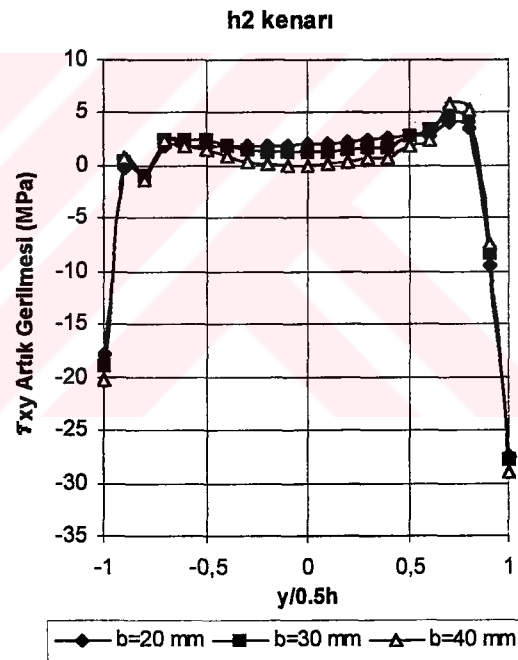
Şekil 9.20.a



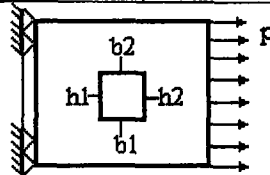
Şekil 9.20.b



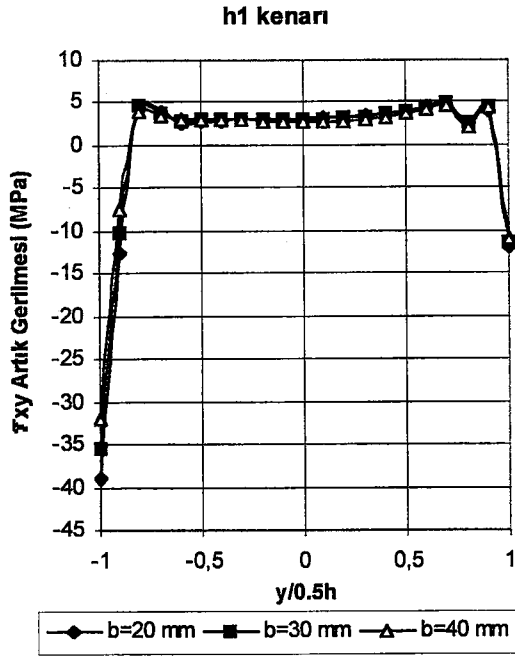
Şekil 9.20.c



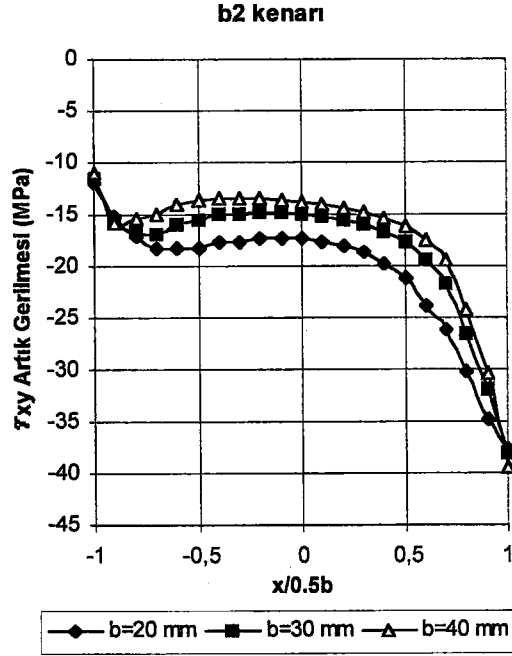
Şekil 9.20.d



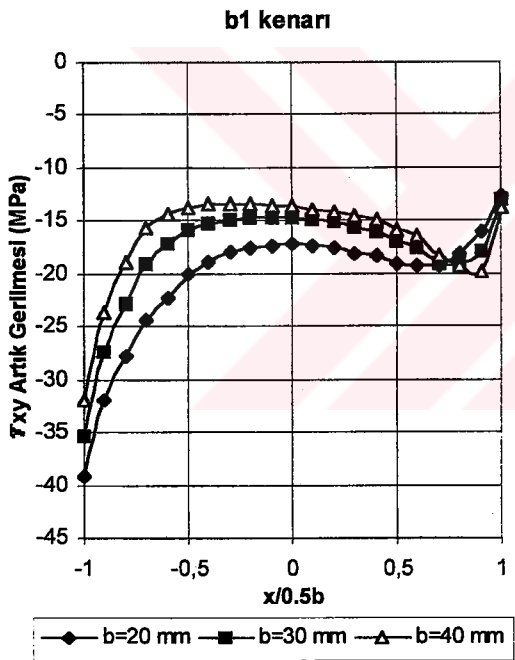
Şekil 9.20. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki τ_{xy} artık gerilmesinin farklı genişlikteki delik boyutları ($b=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=45^\circ$)
 Şekil 9.20.a; h1 kenarı, Şekil 9.20.b; b2 kenarı, Şekil 9.20.c; b1 kenarı, Şekil 9.20.d; h2 kenarı



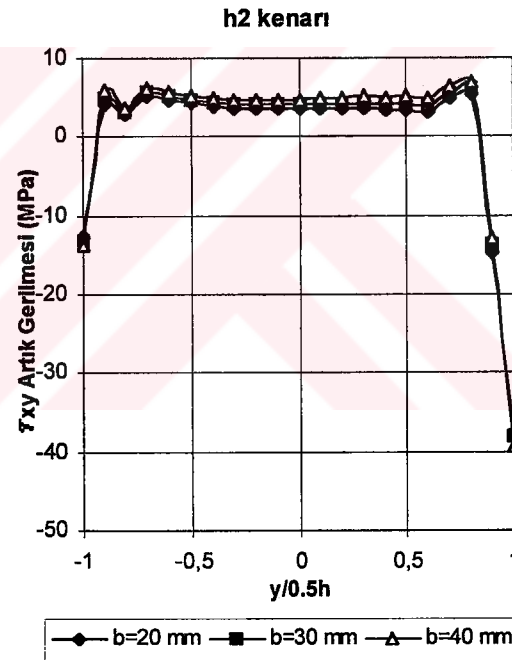
Şekil 9.21.a



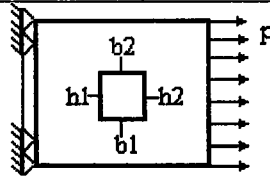
Şekil 9.21.b



Şekil 9.21.c

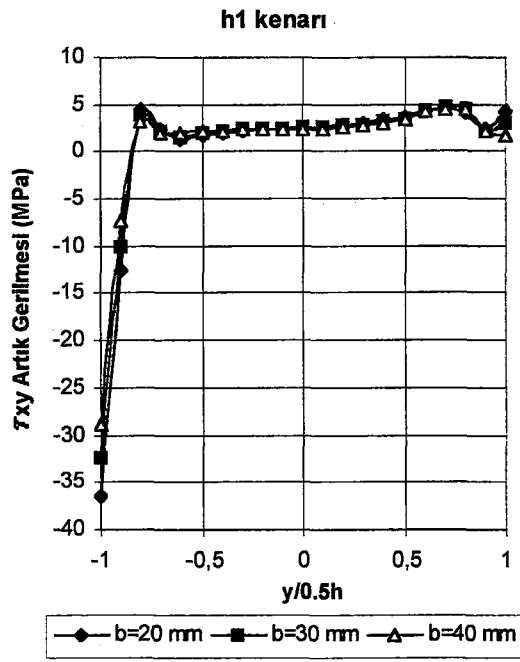


Şekil 9.21.d

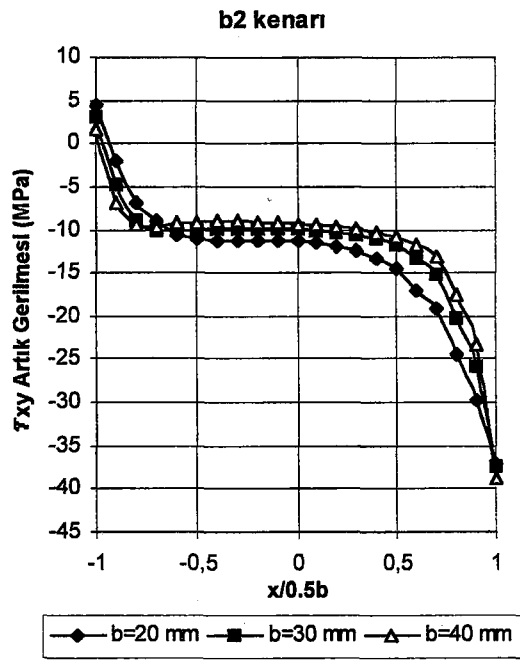


Şekil 9.21. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki τ_{xy} artık gerilmesinin farklı genişlikteki delik boyutları ($b=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=60^\circ$)

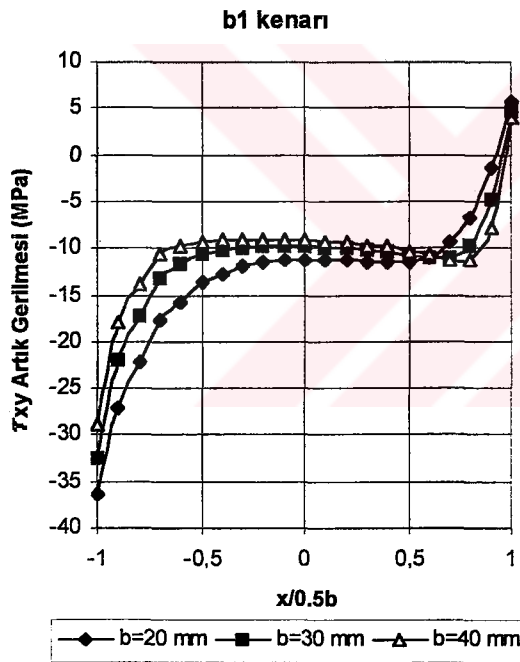
Şekil 9.21.a; h1 kenarı, Şekil 9.21.b; b2 kenarı, Şekil 9.21.c; b1 kenarı, Şekil 9.21.d; h2 kenarı



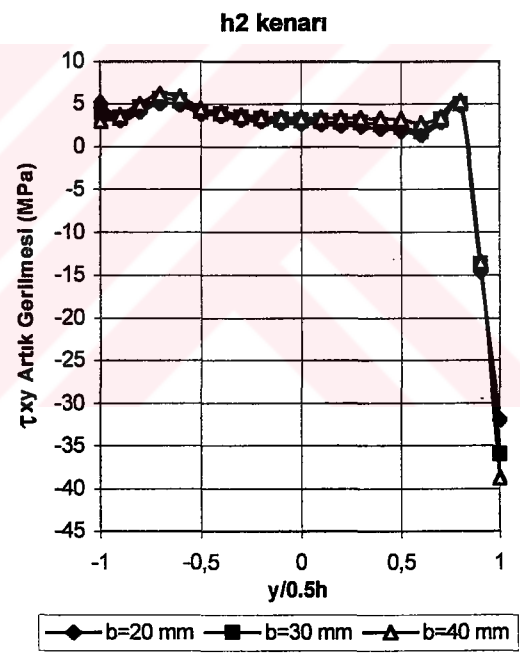
Şekil 9.22.a



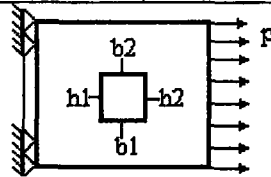
Şekil 9.22.b



Şekil 9.22.c

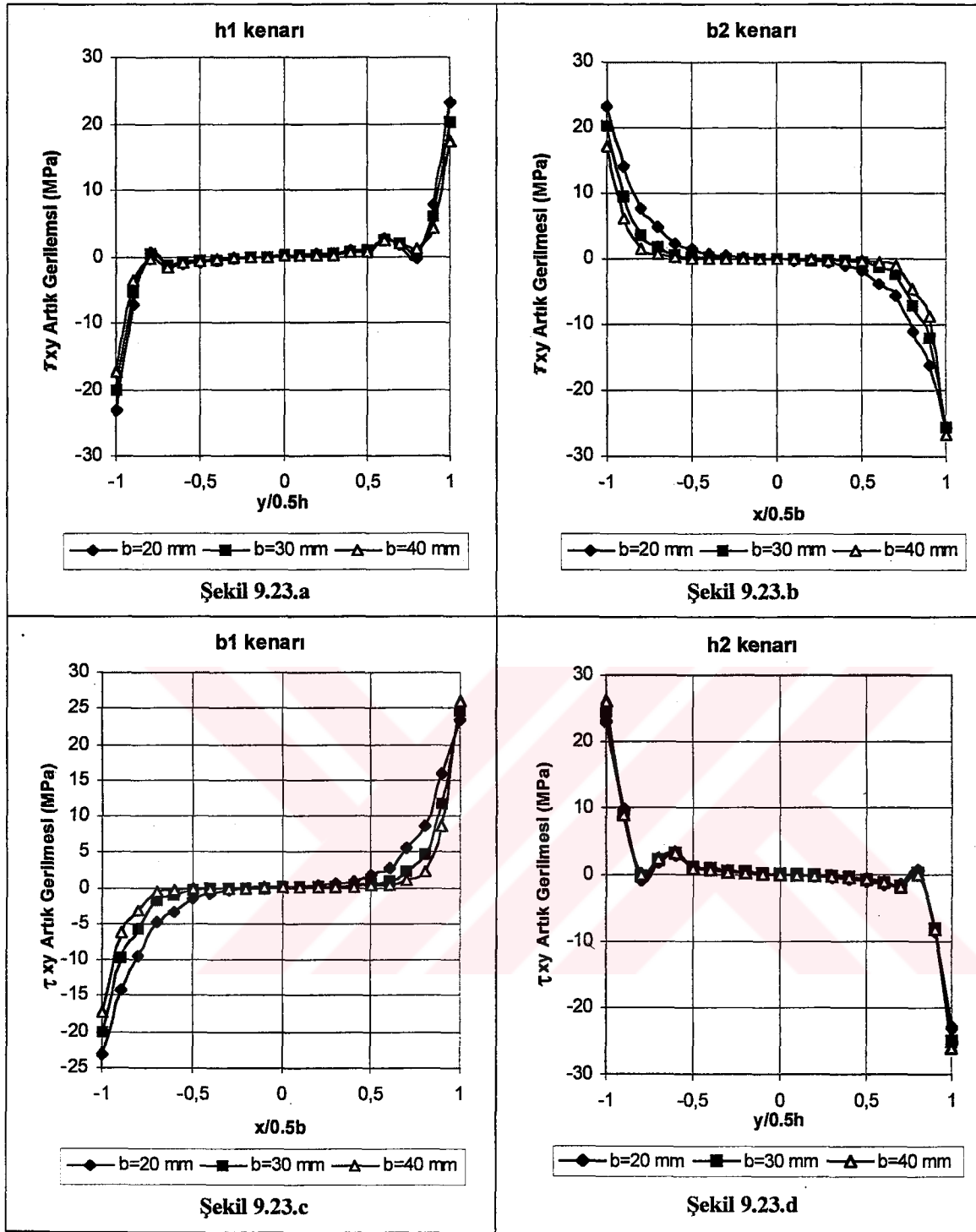


Şekil 9.22.d



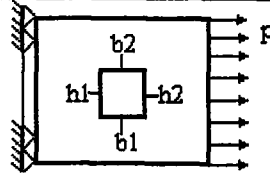
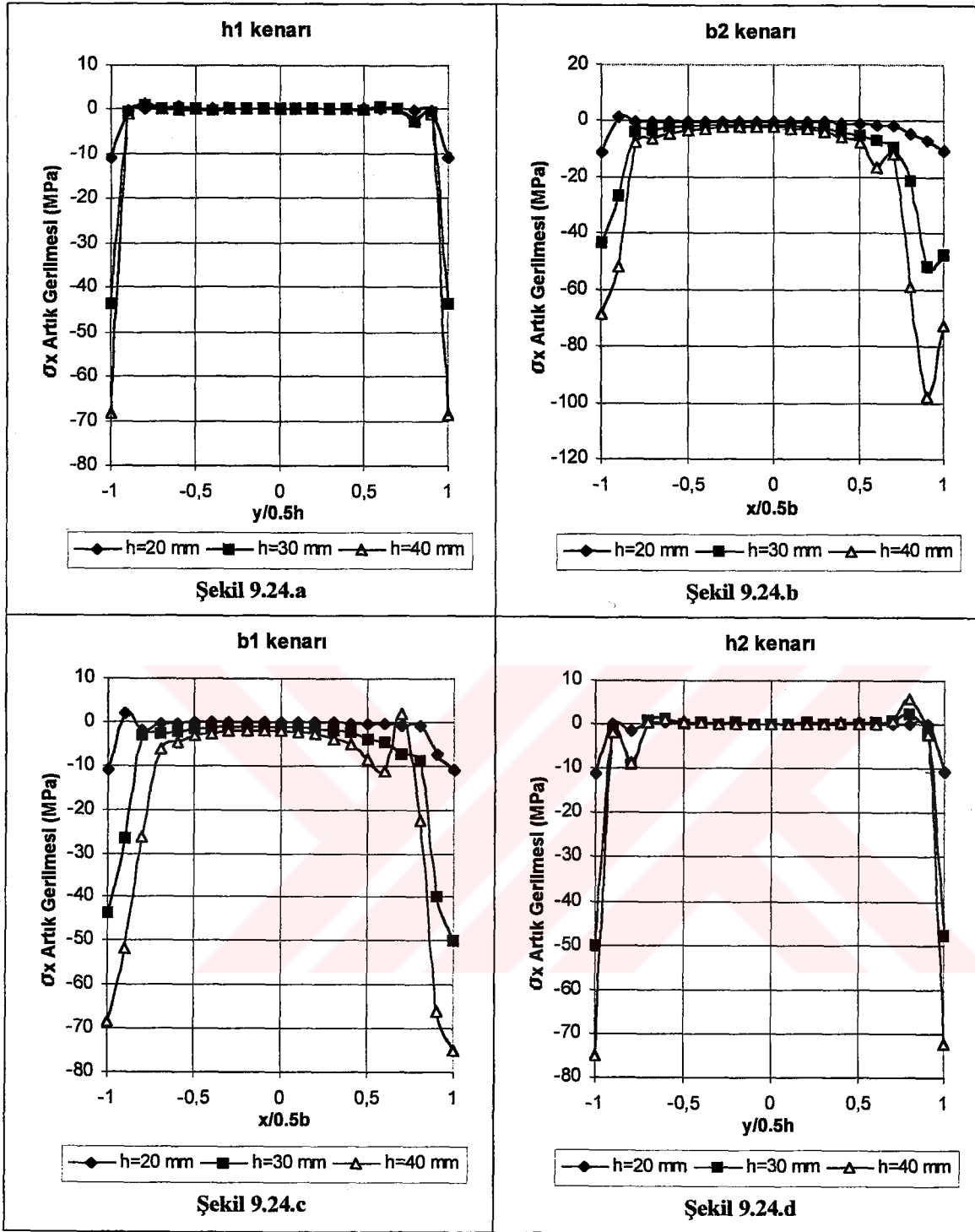
Şekil 9.22. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki τ_{xy} artık gerilmesinin farklı genişlikteki delik boyutları ($b=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=75^\circ$)

Şekil 9.22.a; h1 kenarı, Şekil 9.22.b; b2 kenarı, Şekil 9.22.c; b1 kenarı, Şekil 9.22.d; h2 kenarı



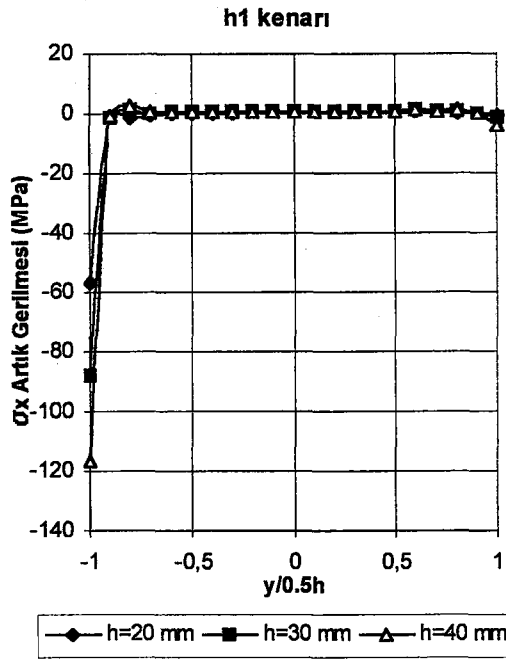
Şekil 9.23. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki τ_{xy} artık gerilmesinin farklı genişlikteki delik boyutları ($b=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=90^\circ$)

Şekil 9.23.a; h1 kenarı, Şekil 9.23.b; b2 kenarı, Şekil 9.23.c; b1 kenarı, Şekil 9.23.d; h2 kenarı

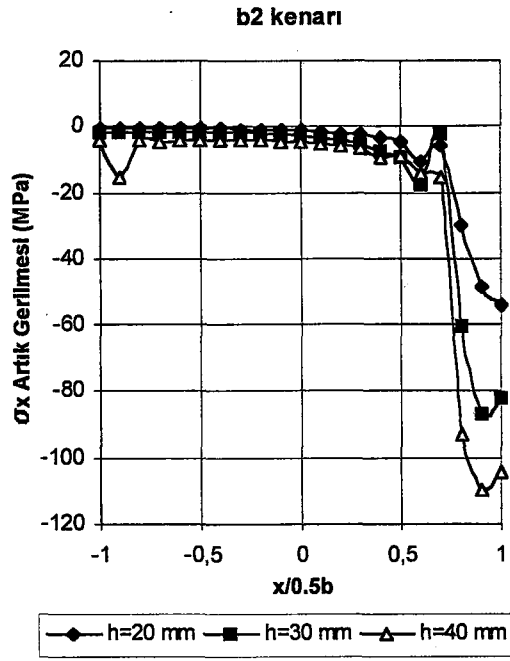


Şekil 9.24. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_x artık gerilmesinin farklı yükseklikteki delik boyutları ($h=20, 30, 40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=0^\circ$)

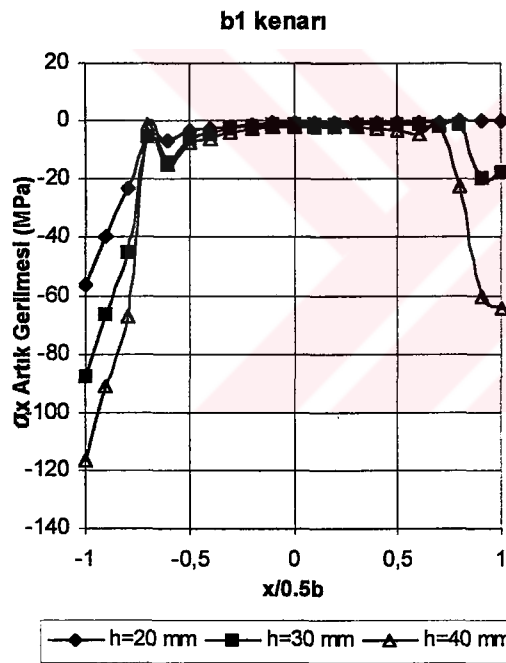
Şekil 9.24.a; h1 kenarı, Şekil 9.24.b; b2 kenarı, Şekil 9.24.c; b1 kenarı, Şekil 9.24.d; h2 kenarı



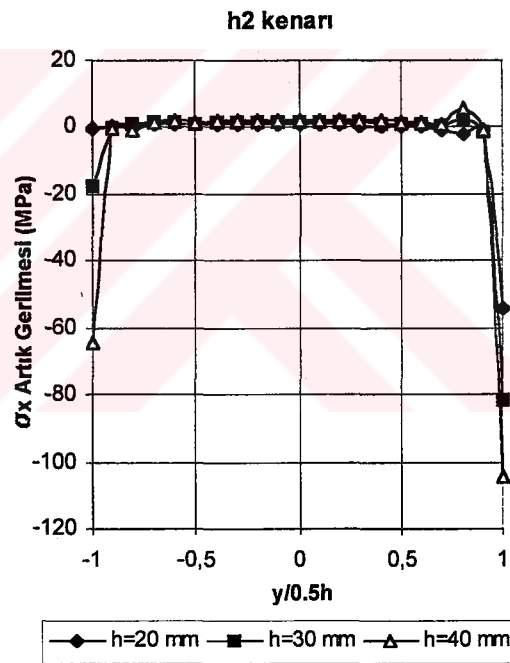
Şekil 9.25.a



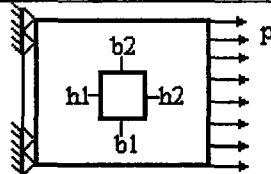
Şekil 9.25.b



Şekil 9.25.c

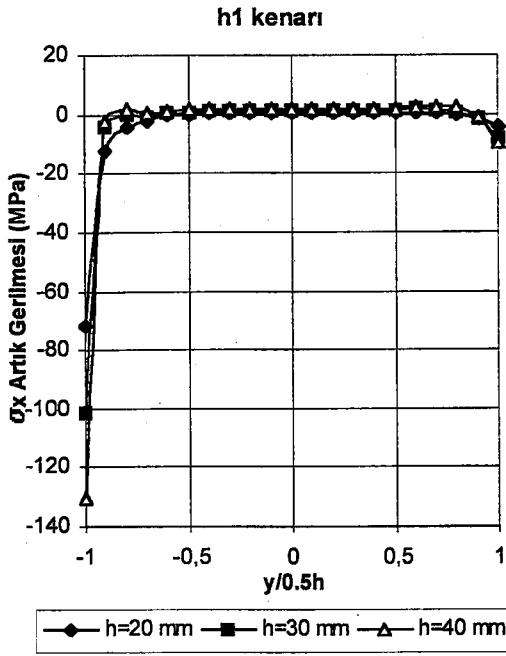


Şekil 9.25.d

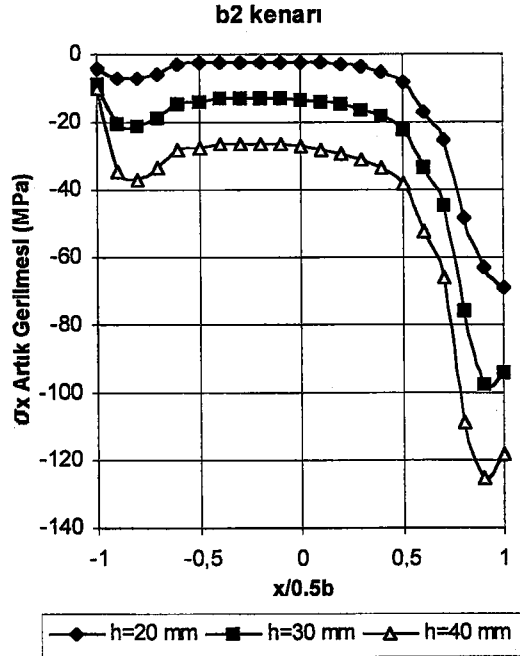


Şekil 9.25. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_x artık gerilmesinin farklı yükseklikteki delik boyutları ($h=20, 30, 40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=15^\circ$)

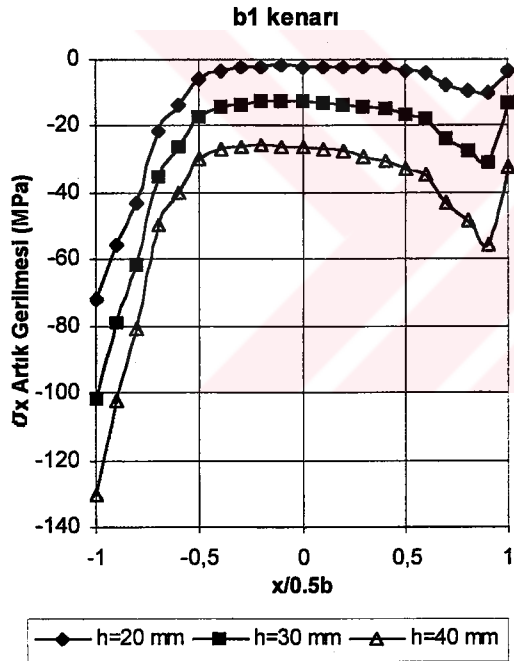
Şekil 9.25.a; h1 kenarı, Şekil 9.25.b; b2 kenarı, Şekil 9.25.c; b1 kenarı, Şekil 9.25.d; h2 kenarı



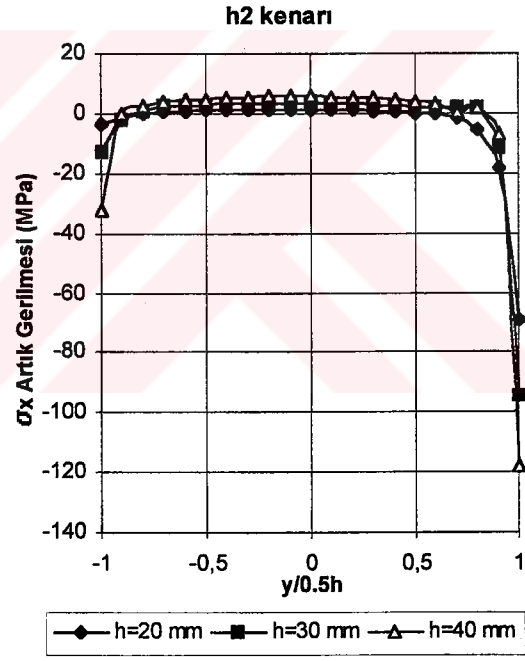
Şekil 9.26.a



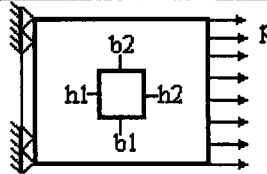
Şekil 9.26.b



Şekil 9.26.c

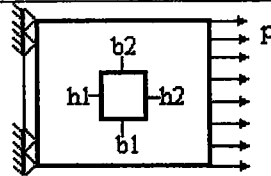
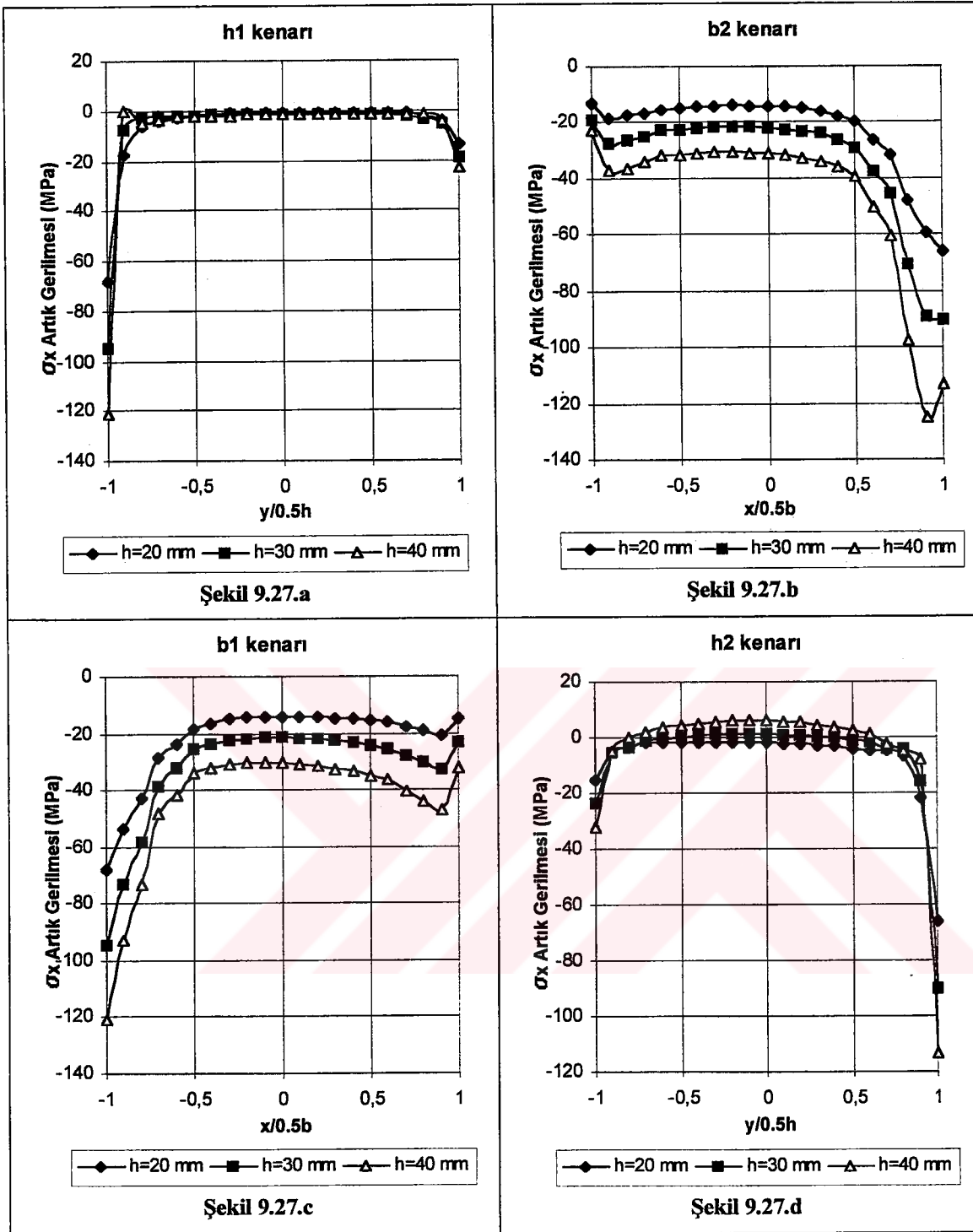


Şekil 9.26.d



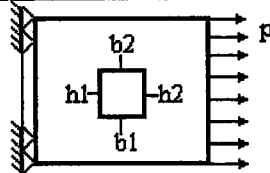
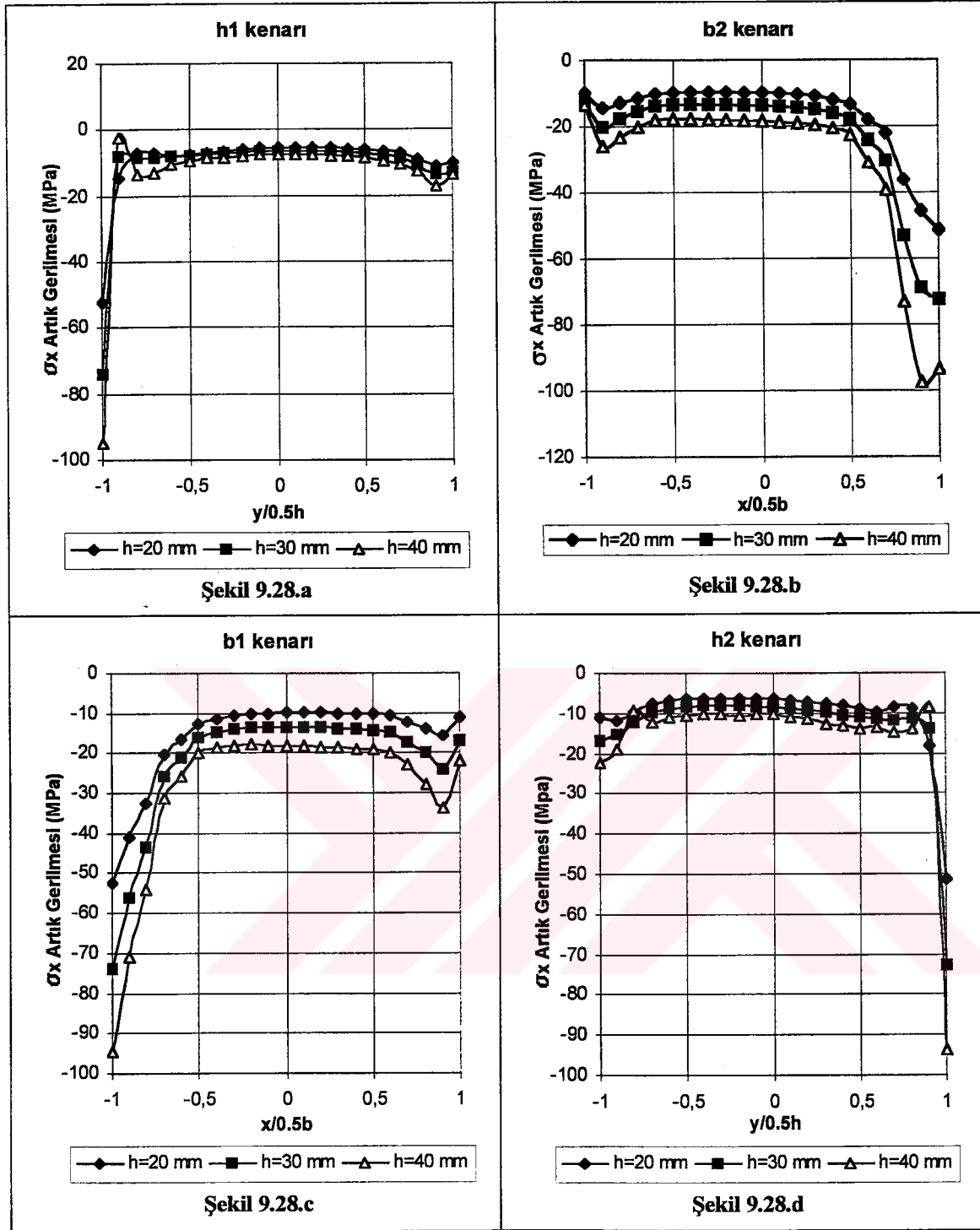
Şekil 9.26. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_x artık gerilmesinin farklı yükseklikteki delik boyutları ($h=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=30^\circ$)

Şekil 9.26.a; h1 kenarı, Şekil 9.26.b; b2 kenarı, Şekil 9.26.c; b1 kenarı, Şekil 9.26.d; h2 kenarı



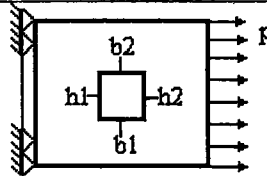
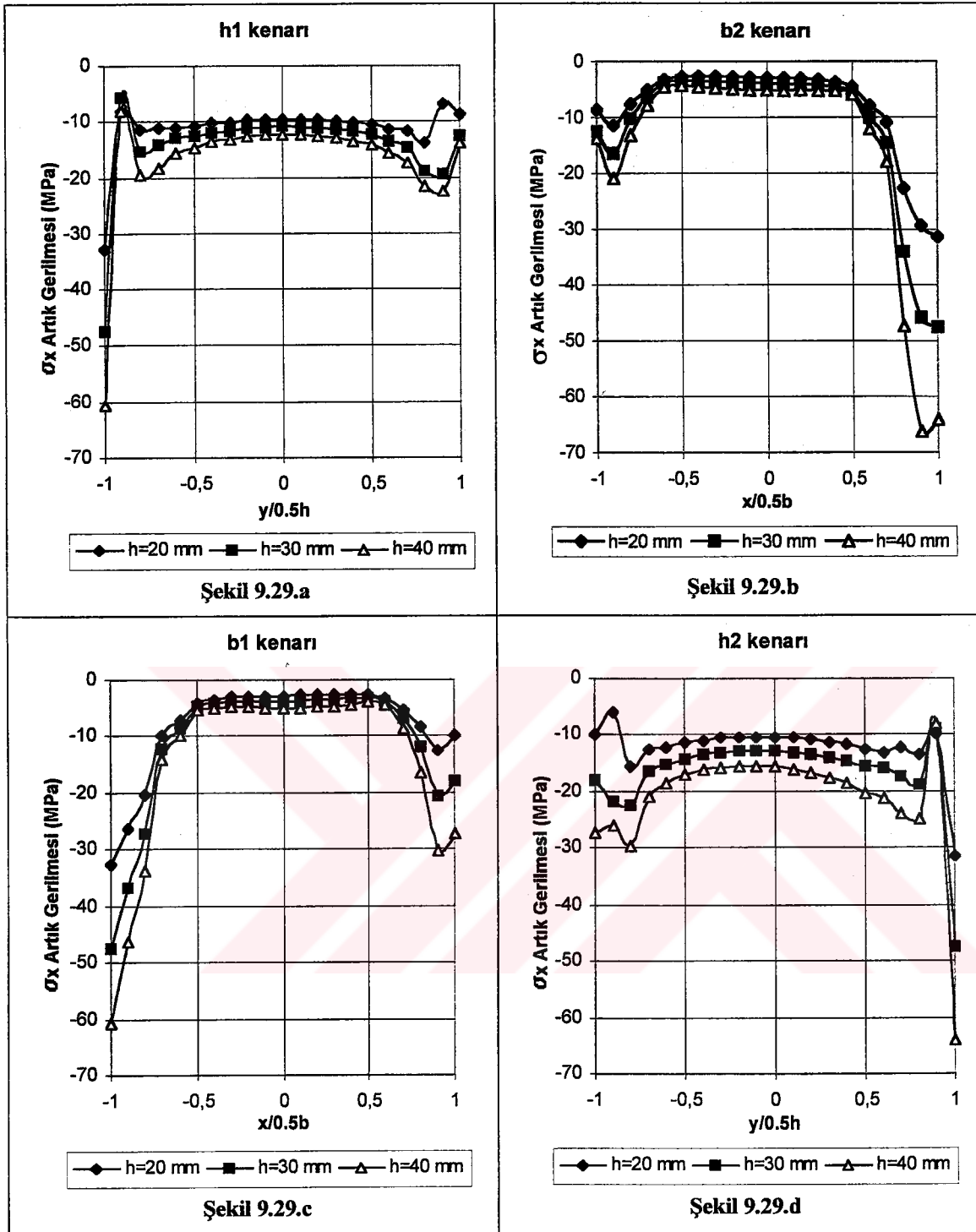
Şekil 9.27. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_x artık gerilmesinin farklı yükseklikteki delik boyutları ($h=20, 30, 40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=45^\circ$)

Şekil 9.27.a; h1 kenarı, Şekil 9.27.b; b2 kenarı, Şekil 9.27.c; b1 kenarı, Şekil 9.27.d; h2 kenarı



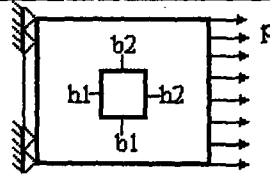
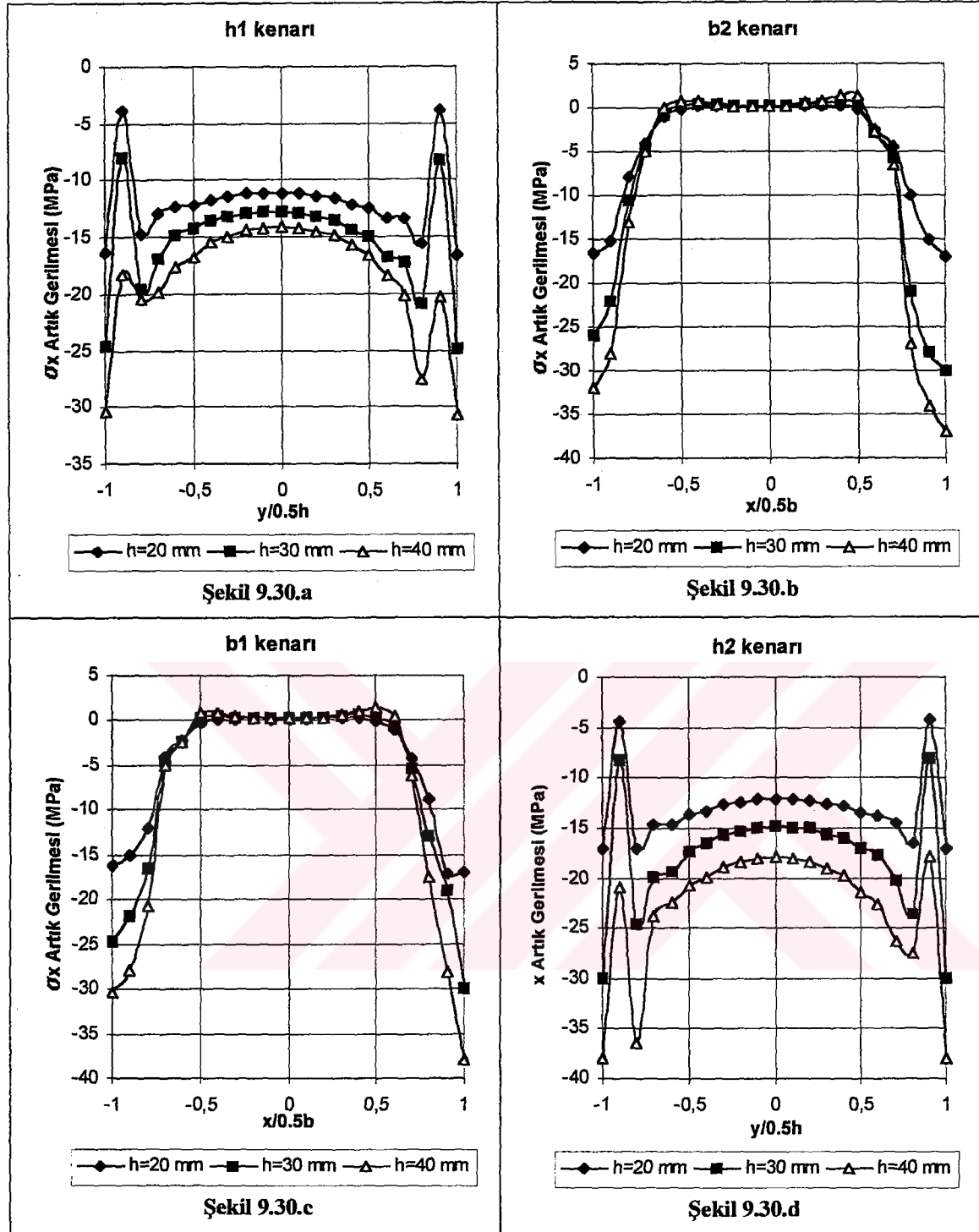
Şekil 9.28. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_x artık gerilmesinin farklı yükseklikteki delik boyutları ($h=20, 30, 40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=60^\circ$)

Şekil 9.28.a; h1 kenarı, Şekil 9.28.b; b2 kenarı, Şekil 9.28.c; b1 kenarı, Şekil 9.28.d; h2 kenarı



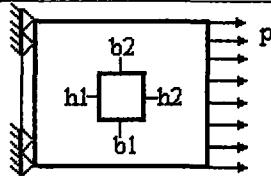
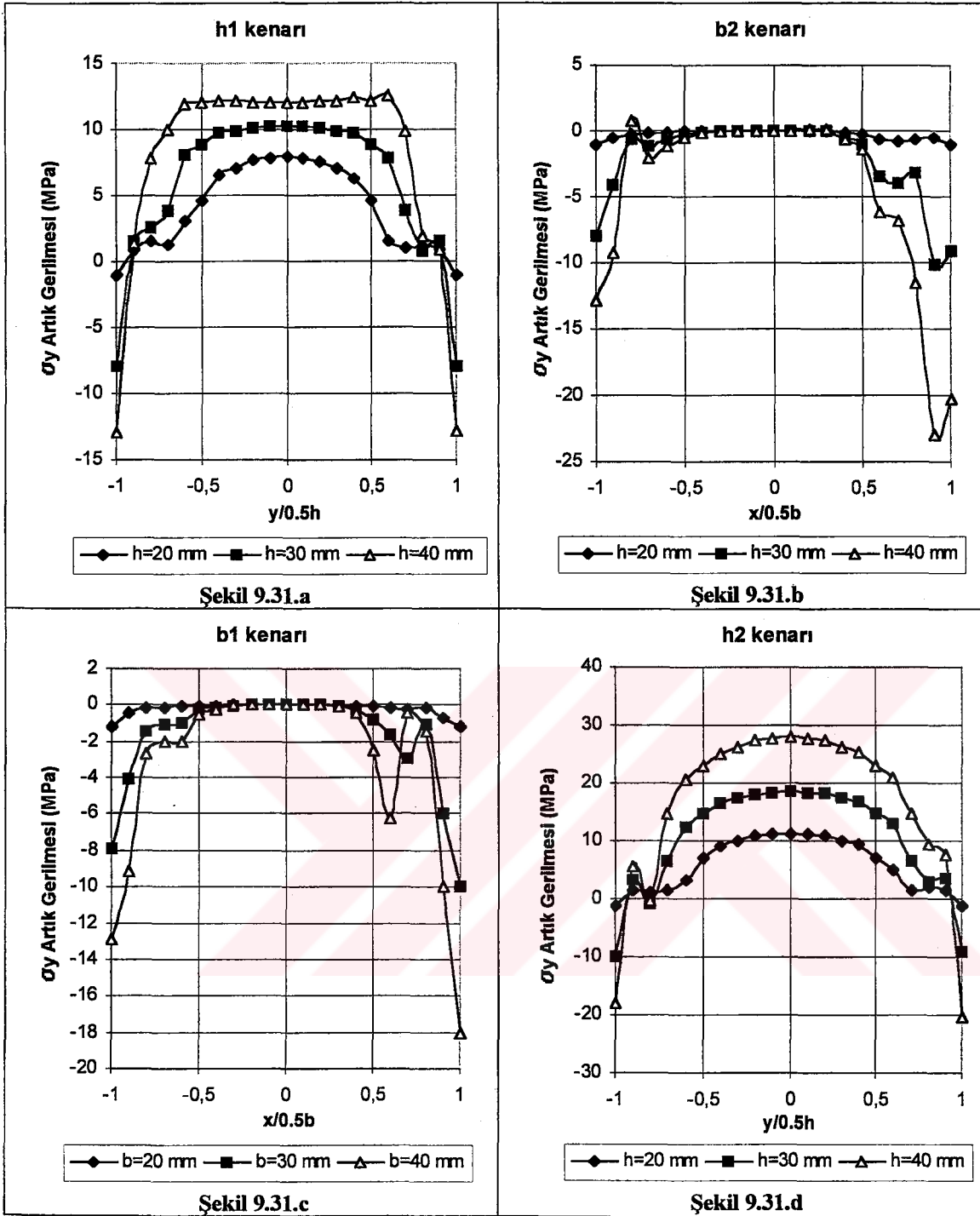
Şekil 9.29. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_x artık gerilmesinin farklı yükseklikteki delik boyutları ($h=20, 30, 40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=75^\circ$)

Şekil 9.29.a; h1 kenarı, Şekil 9.29.b; b2 kenarı, Şekil 9.29.c; b1 kenarı, Şekil 9.29.d; h2 kenarı



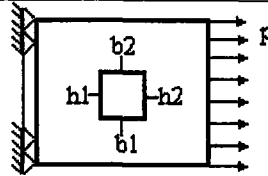
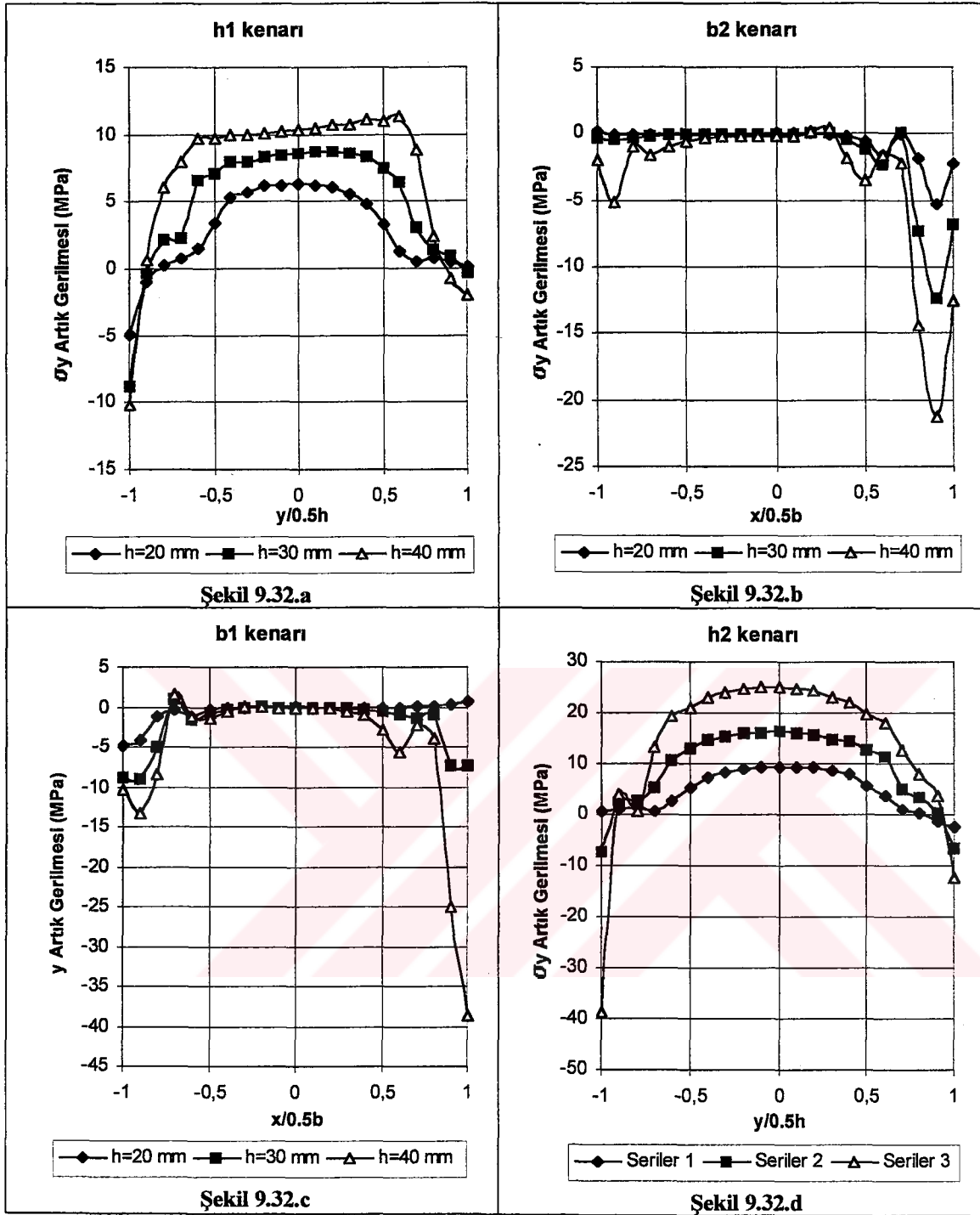
Şekil 9.30. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_x artık gerilmesinin farklı yükseklikteki delik boyutları ($h=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=90^\circ$)

Şekil 9.30.a; h1 kenarı, Şekil 9.30.b; b2 kenarı, Şekil 9.30.c; b1 kenarı, Şekil 9.30.d; h2 kenarı



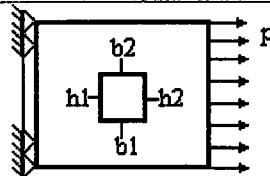
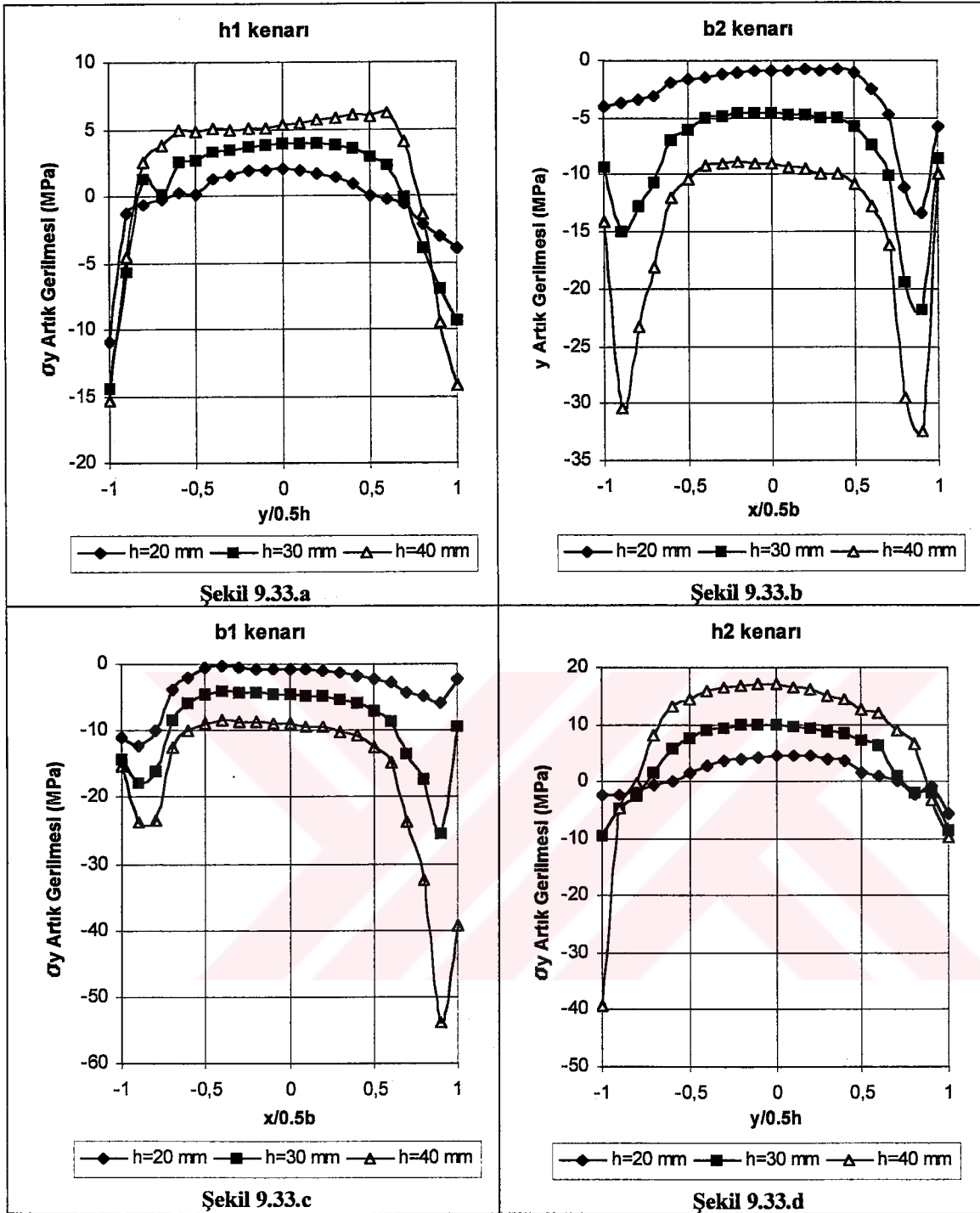
Şekil 9.31. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_y artık gerilmesinin farklı yükseklikteki delik boyutları ($h=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=0^\circ$)

Şekil 9.31.a; h1 kenarı, Şekil 9.31.b; b2 kenarı, Şekil 9.31.c; b1 kenarı, Şekil 9.31.d; h2 kenarı

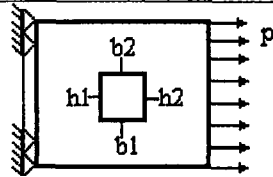
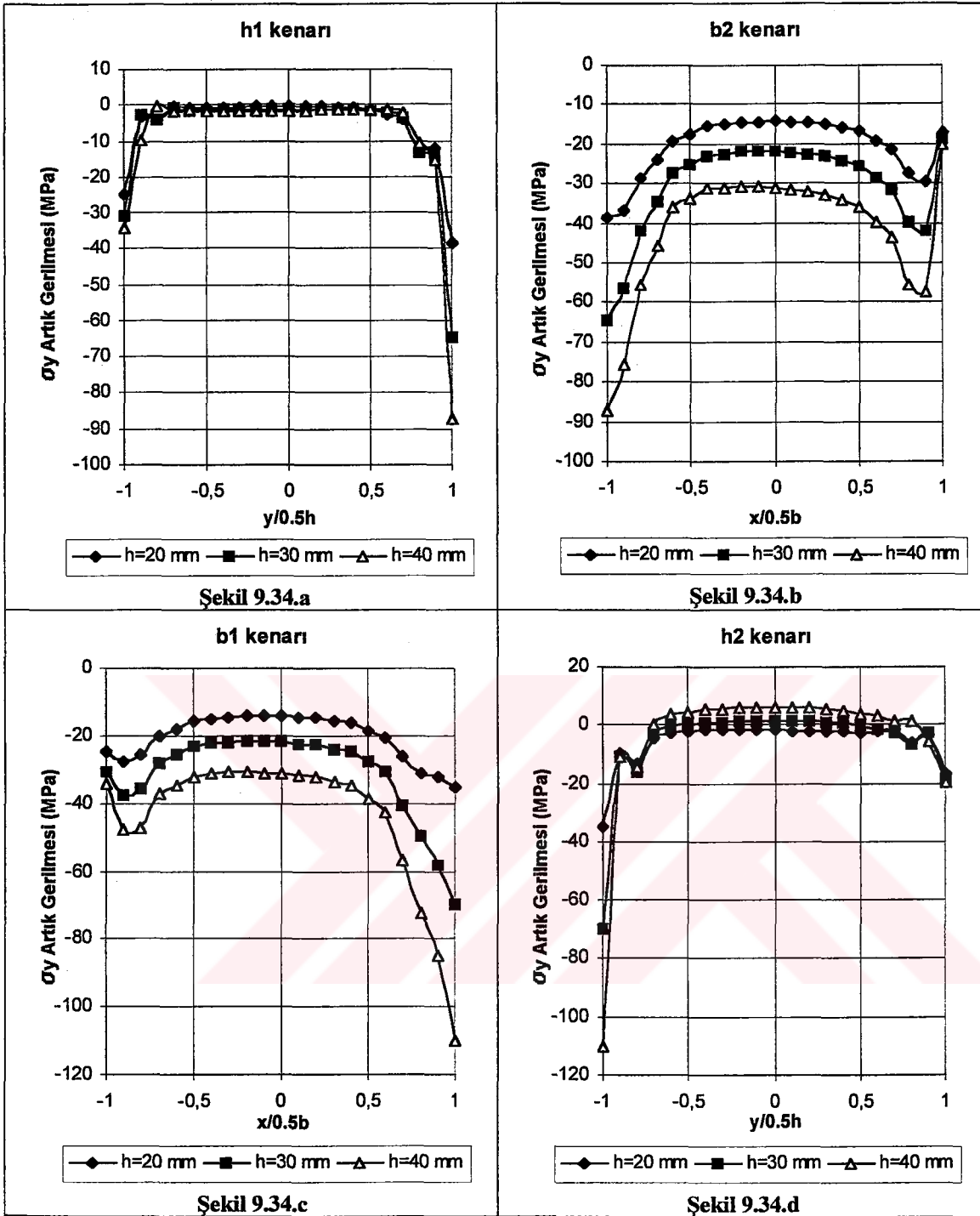


Şekil 9.32. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_y artık gerilmesinin farklı yükseklikteki delik boyutları ($h=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=15^\circ$)

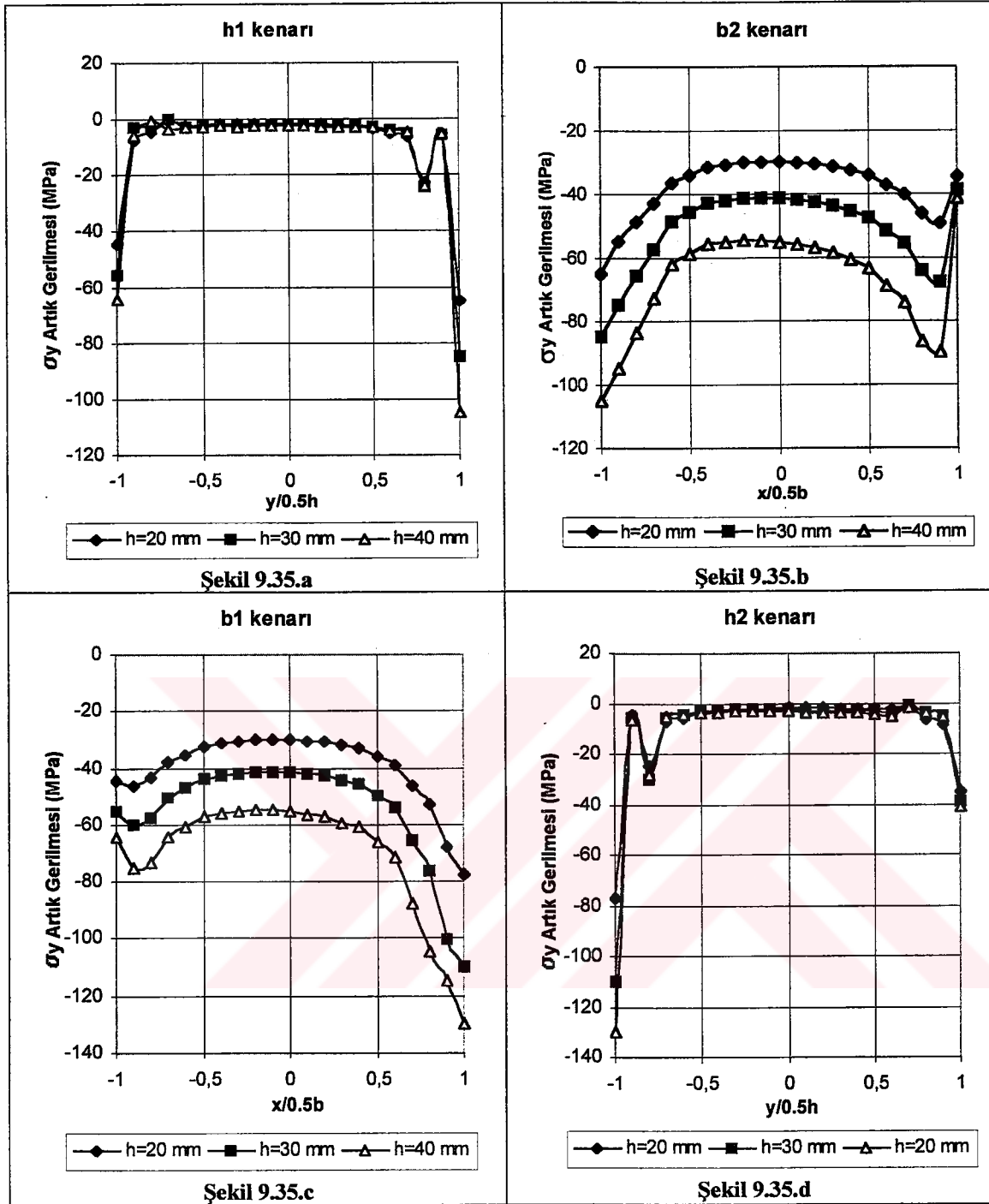
Şekil 9.32.a; h1 kenarı, Şekil 9.32.b; b2 kenarı, Şekil 9.32.c; b1 kenarı, Şekil 9.32.d; h2 kenarı



Şekil 9.33. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_y artık gerilmesinin farklı yükseklikteki delik boyutları ($h=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=30^\circ$)
 Şekil 9.33.a; h1 kenarı, Şekil 9.33.b; b2 kenarı, Şekil 9.33.c; b1 kenarı, Şekil 9.33.d; h2 kenarı

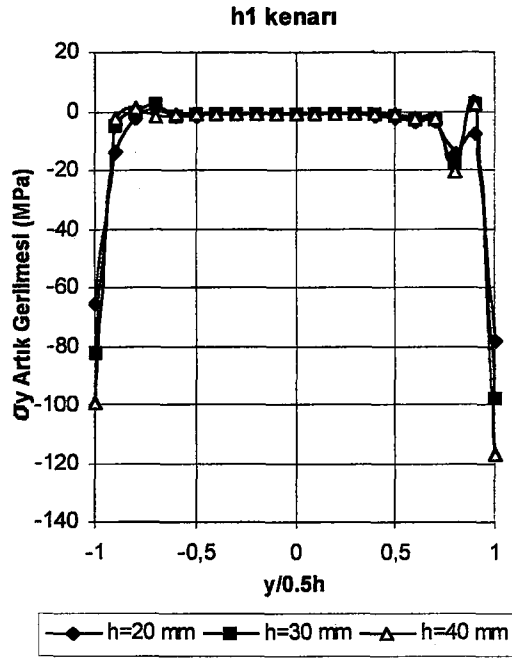


Şekil 9.34. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_y artık gerilmesinin farklı yükseklikteki delik boyutları ($h=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=45^\circ$)
 Şekil 9.34.a; h1 kenarı, Şekil 9.34.b; b2 kenarı, Şekil 9.34.c; b1 kenarı, Şekil 9.34.d; h2 kenarı

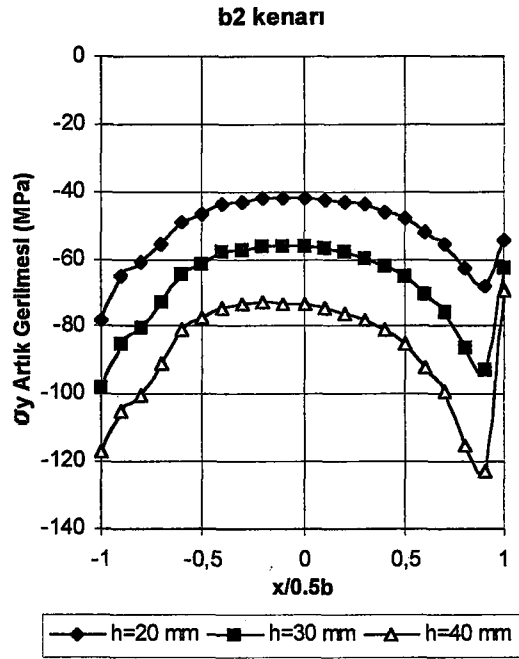


Şekil 9.35. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_y artık gerilmesinin farklı yükseklikteki delik boyutları ($h=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=60^\circ$)

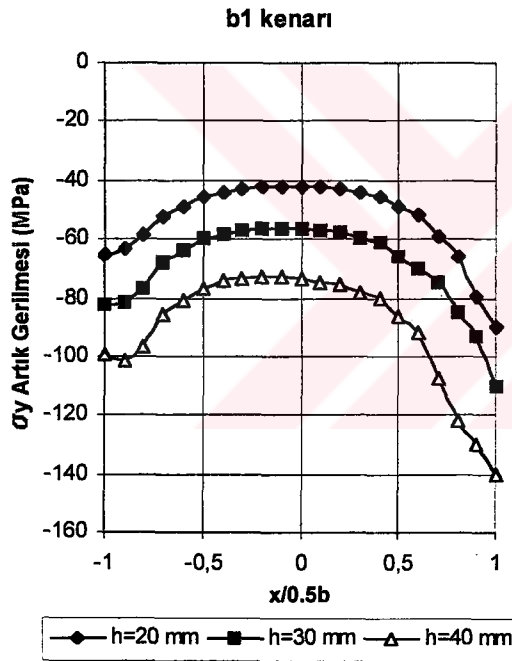
Şekil 9.35.a; h1 kenarı, Şekil 9.35.b; b2 kenarı, Şekil 9.35.c; b1 kenarı, Şekil 9.35.d; h2 kenarı



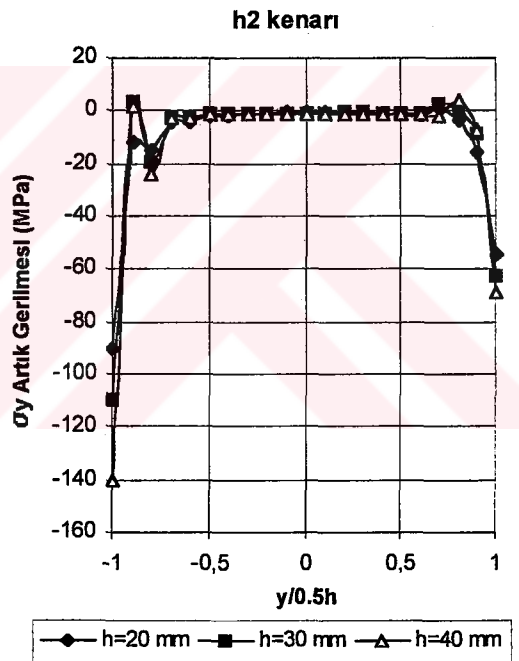
Şekil 9.36.a



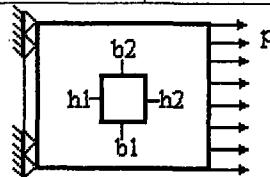
Şekil 9.36.b



Şekil 9.36.c

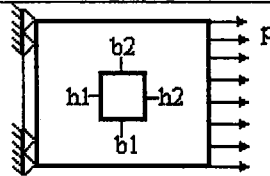
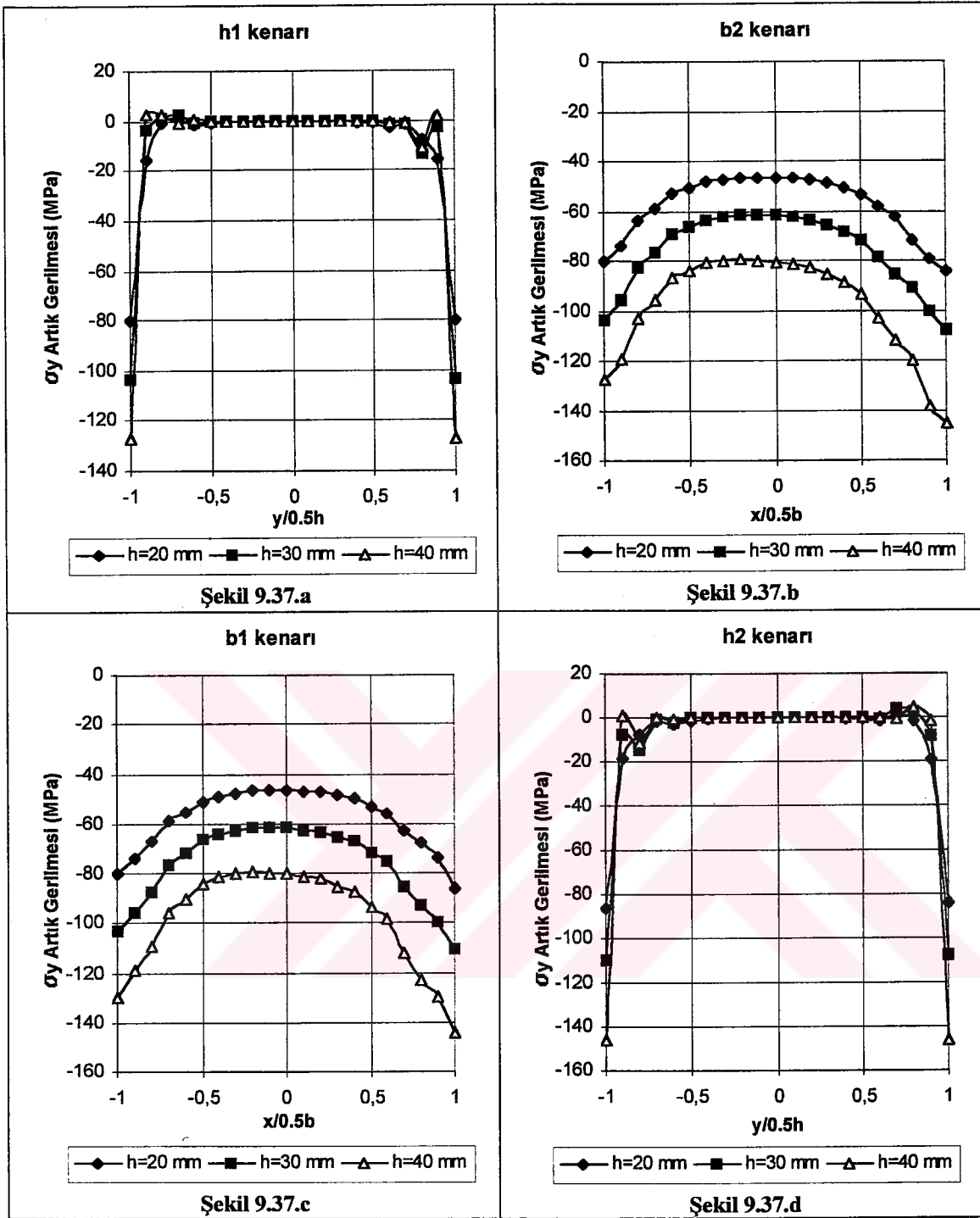


Şekil 9.36.d



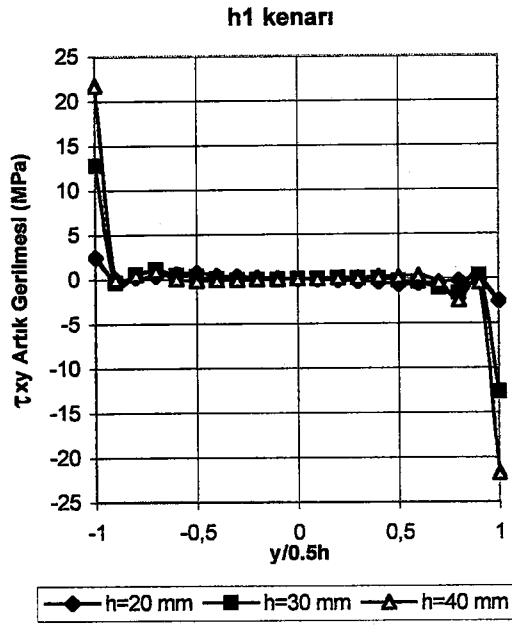
Şekil 9.36. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_y artık gerilmesinin farklı yükseklikteki delik boyutları ($h=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=75^\circ$)

Şekil 9.36.a; h1 kenarı, Şekil 9.36.b; b2 kenarı, Şekil 9.36.c; b1 kenarı, Şekil 9.36.d; h2 kenarı

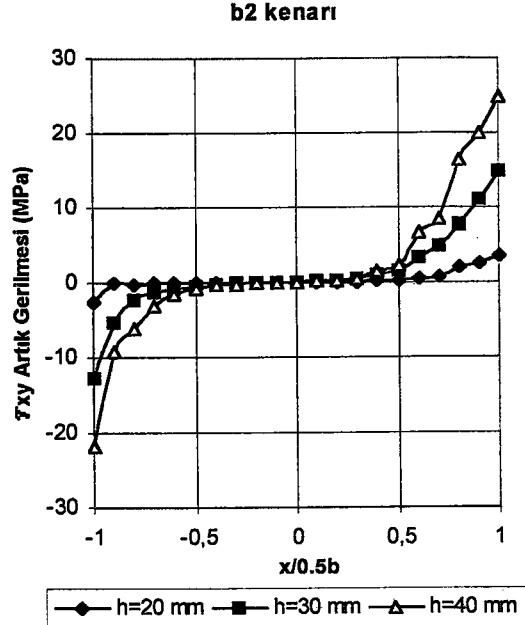


Şekil 9.37. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_y artık gerilmesinin farklı yükseklikteki delik boyutları ($h=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=90^\circ$)

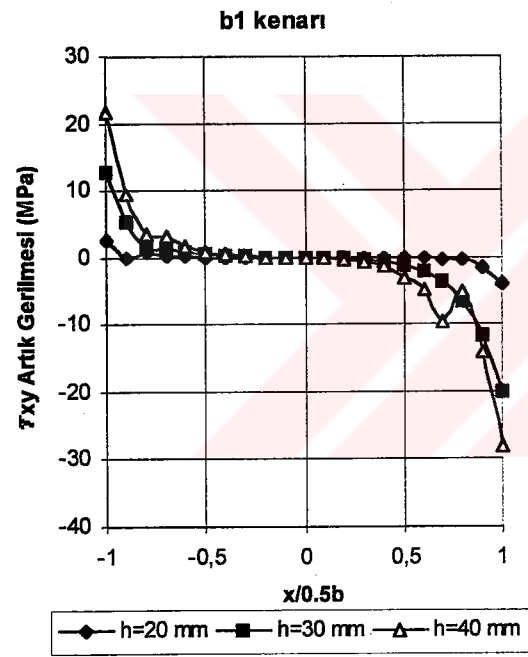
Şekil 9.37.a; h1 kenarı, Şekil 9.37.b; b2 kenarı, Şekil 9.37.c; b1 kenarı, Şekil 9.37.d; h2 kenarı



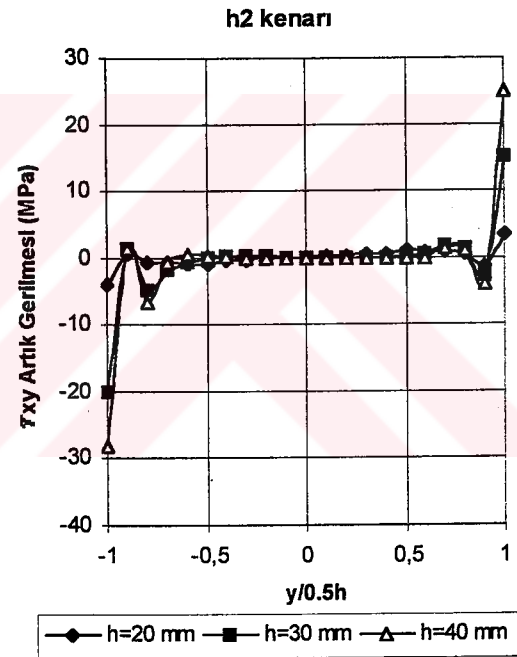
Şekil 9.38.a



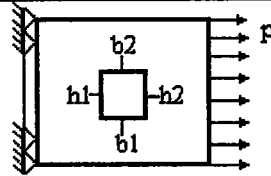
Şekil 9.38.b



Şekil 9.38.c

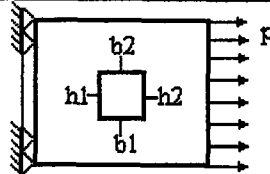
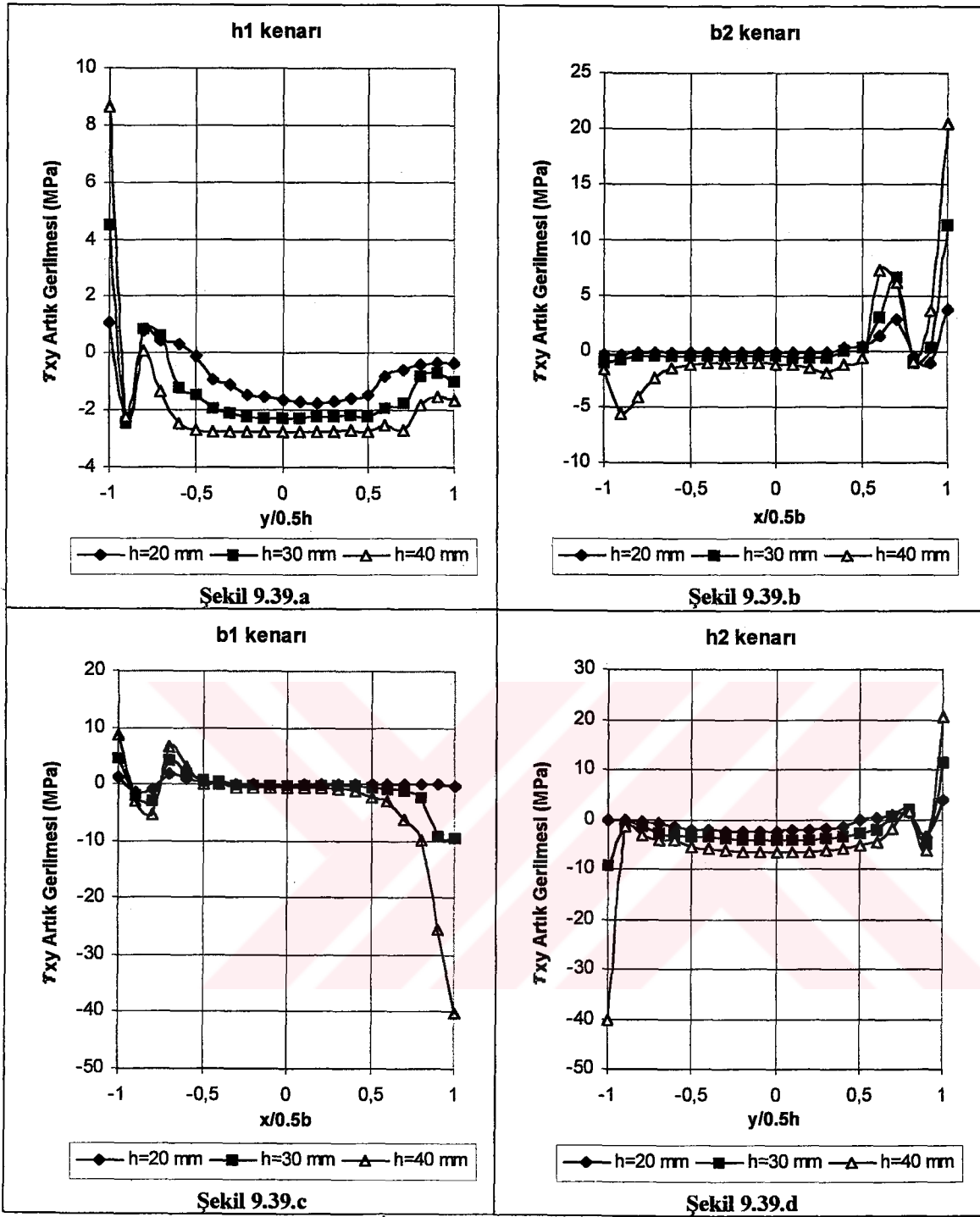


Şekil 9.38.d



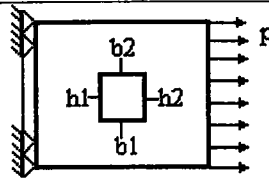
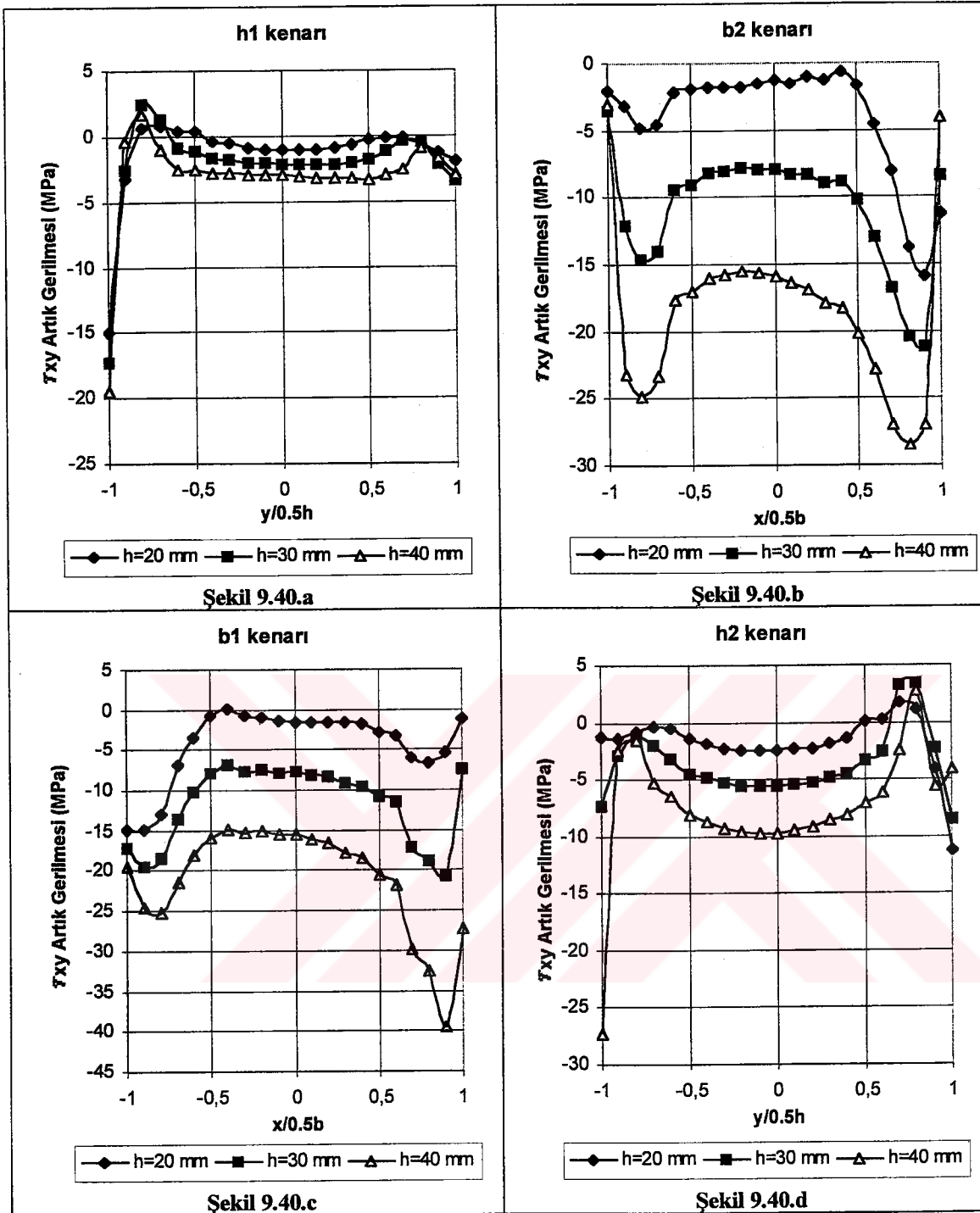
Şekil 9.38. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki τ_{xy} artık gerilmesinin farklı yükseklikteki delik boyutları ($h=20, 30, 40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=0^\circ$)

Şekil 9.38.a; h1 kenarı, Şekil 9.38.b; b2 kenarı, Şekil 9.38.c; b1 kenarı, Şekil 9.38.d; h2 kenarı



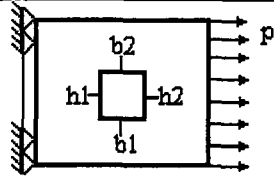
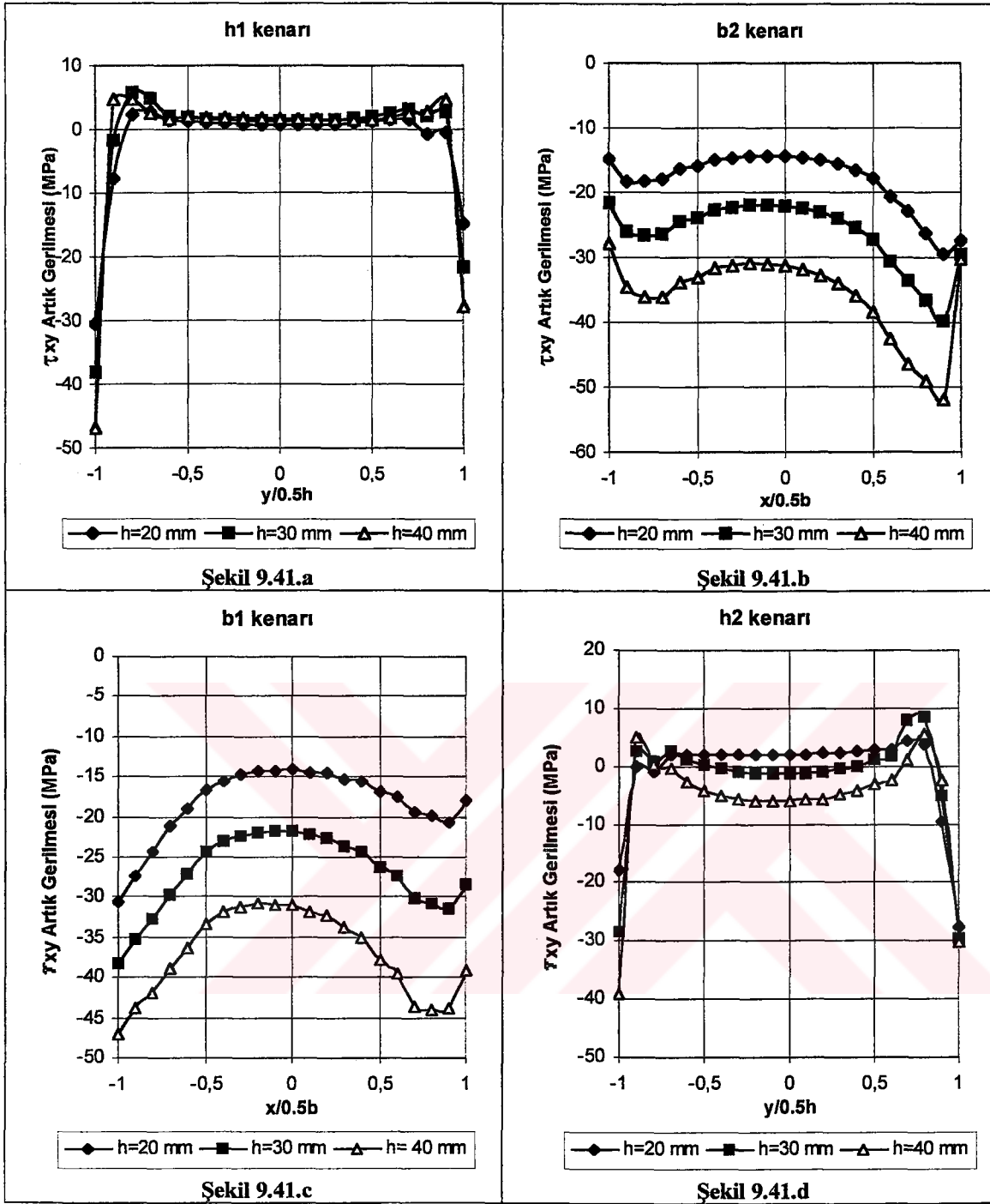
Şekil 9.39. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki τ_{xy} artık gerilmesinin farklı yükseklikteki delik boyutları ($h=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=15^\circ$)

Şekil 9.39.a; h1 kenarı, Şekil 9.39.b; b2 kenarı, Şekil 9.39.c; b1 kenarı, Şekil 9.39.d; h2 kenarı



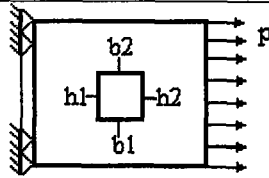
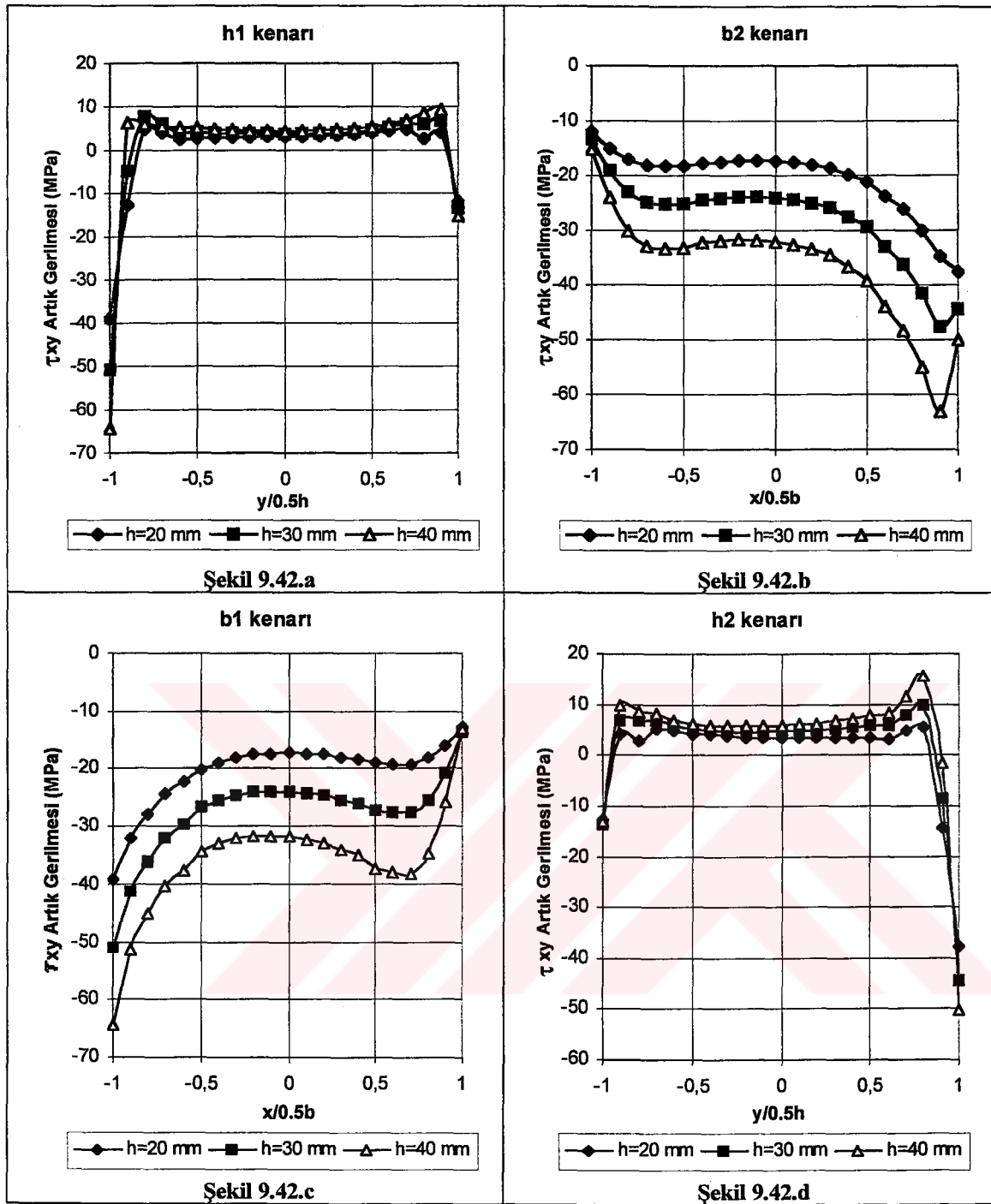
Şekil 9.40. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki τ_{xy} artık gerilmesinin farklı yükseklikteki delik boyutları ($h=20, 30, 40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=30^\circ$)

Şekil 9.40.a; h1 kenarı, Şekil 9.40.b; b2 kenarı, Şekil 9.40.c; b1 kenarı, Şekil 9.40.d; h2 kenarı



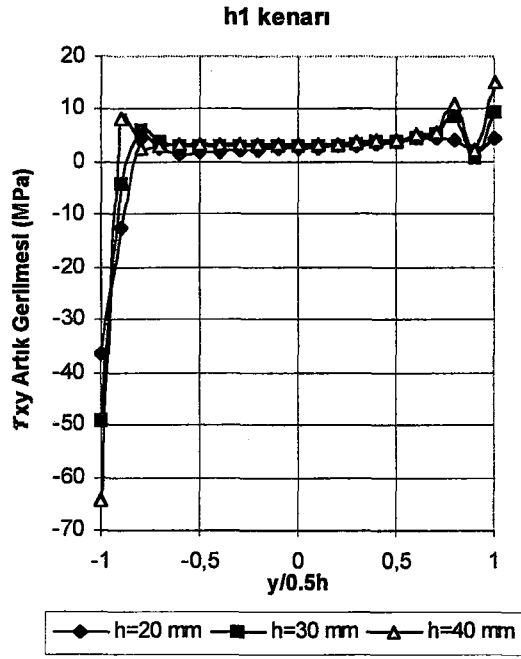
Şekil 9.41. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki τ_{xy} artık gerilmesinin farklı yükseklikteki delik boyutları ($h=20, 30, 40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=45^\circ$)

Şekil 9.41.a; h1 kenarı, Şekil 9.41.b; b2 kenarı, Şekil 9.41.c; b1 kenarı, Şekil 9.41.d; h2 kenarı

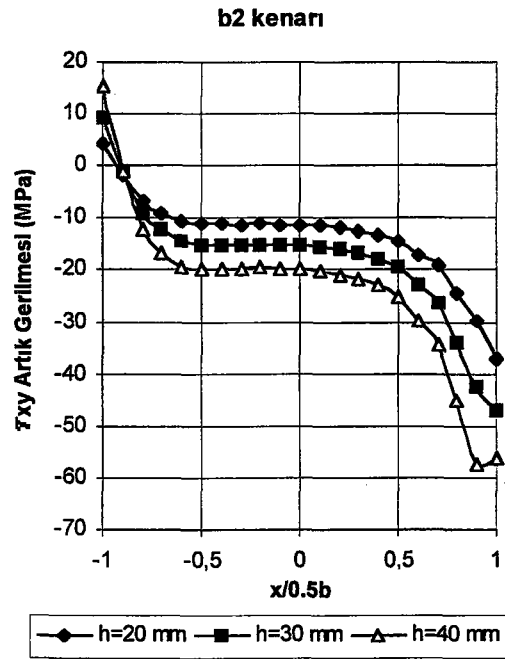


Şekil 9.42. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki τ_{xy} artık gerilmesinin farklı yükseklikteki delik boyutları ($h=20, 30, 40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=60^\circ$)

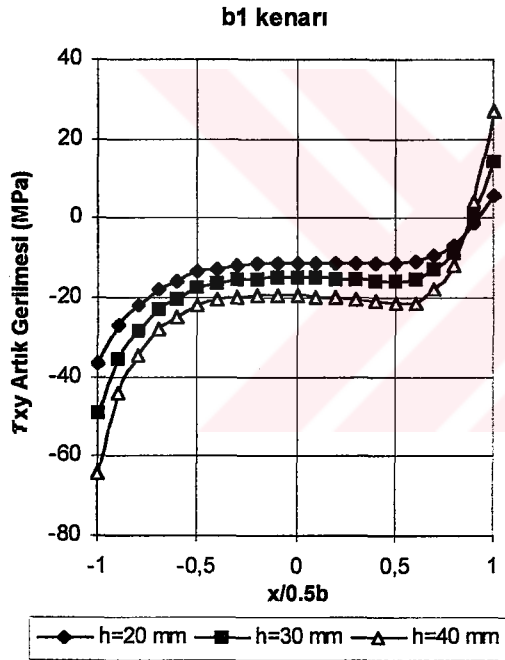
Şekil 9.42.a; h1 kenarı, Şekil 9.42.b; b2 kenarı, Şekil 9.42.c; b1 kenarı, Şekil 9.42.d; h2 kenarı



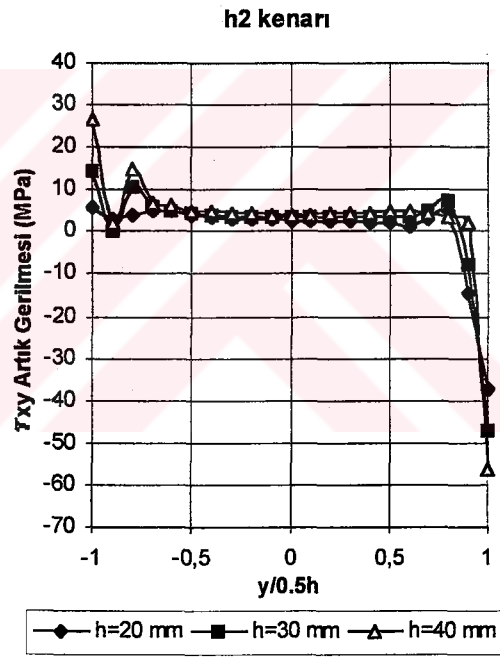
Şekil 9.43.a



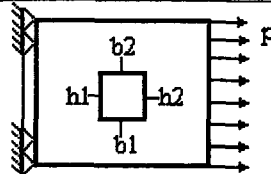
Şekil 9.43.b



Şekil 9.43.c

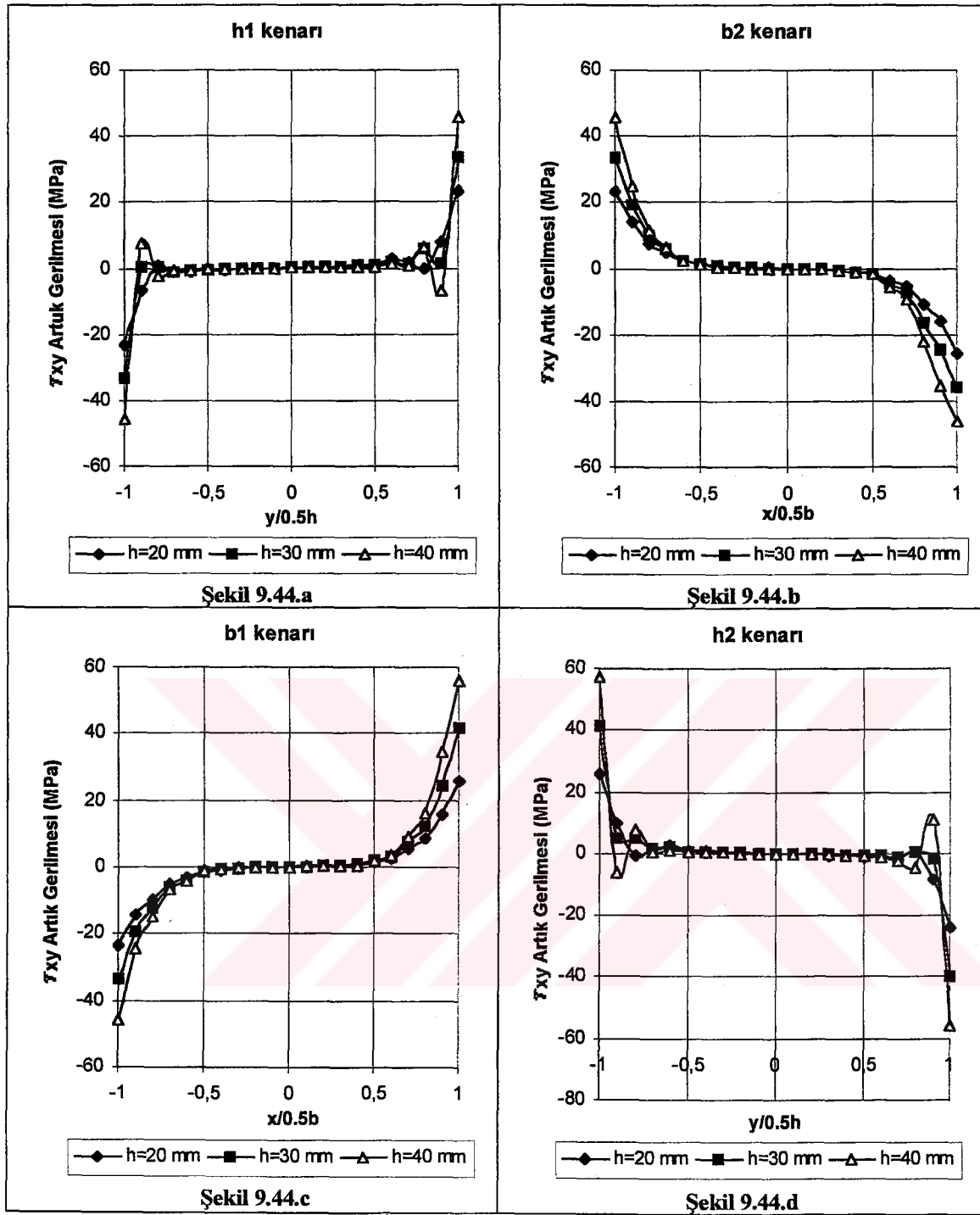


Şekil 9.43.d



Şekil 9.43. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki τ_{xy} artık gerilmesinin farklı yükseklikteki delik boyutları ($h=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=75^\circ$)

Şekil 9.43.a; h1 kenarı, Şekil 9.43.b; b2 kenarı, Şekil 9.43.c; b1 kenarı, Şekil 9.43.d; h2 kenarı



Şekil 9.44. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki τ_{xy} artık gerilmesinin farklı yükseklikteki delik boyutları ($h=20,30,40$ mm) için dağılımı ($P=40$ MPa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=90^\circ$)

Şekil 9.44.a; h1 kenarı, Şekil 9.44.b; b2 kenarı, Şekil 9.44.c; b1 kenarı, Şekil 9.44.d; h2 kenarı

9.2. Farklı Yükleme ve Farklı Takviye Açılarında Aynı Delik Boyutu İçin σ_x Artık Gerilmesi Bileşeninin Delik Kenarları Boyunca Dağılımı

Bu kısımda, farklı yükleme değerleri için, dikdörtgen deliğin kenarları boyunca, çekme yükü doğrultusundaki σ_x artık gerilme bileşeninin delik kenarları boyunca dağılımı incelenmiştir. Seçilen dikdörtgen delik, $h=30$ mm ve $b=20$ mm boyutlarına sahiptir. Uygulanan üniform çeki yükleri $P=30, 35$ ve 40 MPa' dır. Takviye açıları $\theta=0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ ve 90° olarak alınmıştır. $b=20$ mm ve $h=30$ mm delik boyutları için çekme yükünün uygulandığı doğrultuya dik kesitte, yatay konuma göre daralma olacağından dikdörtgen deliğin düşey kenarları levha boyunca incelenmiştir. Dolayısıyla grafiklerde, levha boyutları $L_x=L_y=100$ mm olduğundan düşey kenarlar, -50 mm ile $+50$ mm aralığında, yatay kenarlar ise -10 mm ile $+10$ mm aralığında incelenmiştir.

Şekil 9.45 ile Şekil 9.51 arasındaki grafiklerde $P=30, 35$ ve 40 MPa yükleme değerlerinde, $h=30$ mm ve $b=20$ mm boyutlarındaki dikdörtgen delikte, σ_x artık gerilme bileşeninin delik kenarları boyunca dağılımları incelenmiştir.

Şekil 9.45' te $\theta=0^\circ$ için, dikdörtgen deliğin kenarları boyunca 0 olan σ_x artık gerilmesi, köşelerde maksimumdur. Düşey kenarlar kendi aralarında simetrikler. Yükün uygulandığı levha ucuna yakın $h/2$ düşey delik kenarında daha fazla gerilme elde edilmiştir. $h/2$ kenarındaki köşelerde gerilmeler -44 MPa iken, $h/2$ kenarında -54 MPa' dır. $\theta = 0^\circ$ için iç gerilmelerin dağılımı, düşey ve yatay kenarlar boyunca aynı karakterdedir. Yükün artmasına bağlı olarak gerilmelerde de artış elde edilmiştir.

Şekil 9.46' da $\theta = 15^\circ$ için, takviye doğrultusundaki köşeler olan, $h/2$ kenarındaki $y/0.5h = -1$ ve $h/2$ kenarındaki $y/0.5h = +1$ konumundaki köşelerde gerilme değerlerinde artış elde edilirken, diğer iki köşede gerilmeler 0 ' dır. Bütün kenarlar boyunca, köşeler hariç, gerilmeler 0 ' dır.

Şekil 9.47' de $\theta = 30^\circ$ için, takviye doğrultusundaki köşeler olan $h/2$ kenarındaki $y/0.5h = -1$ ve $h/2$ kenarındaki $y/0.5h = +1$ konumundaki köşelerde takviye açısının artışına bağlı olarak gerilmelerdeki artış devam etmektedir. $h/2$ kenarında $y/0.5h = -1$ konumundaki köşede $\sigma_x = -105$ MPa, $h/2$ kenarında $y/0.5h = +1$ konumundaki köşede ise $\sigma_x = -95$ MPa' dır. Diğer iki köşede ise gerilmeler 0 ' dır. Yatay kenarlar boyunca ise gerilme değerleri, yüklemenin artmasıyla birlikte artmış olup, $P=40$ MPa için, $\sigma_x = -15$

MPa değerine ulaşmıştır. Yatay ve düşey kenarlar kendi aralarında aynı karakteristiğe sahiptir.

Şekil 9.48' de $\theta = 45^\circ$ için, yatay kenarlar boyunca gerilmelerde artış devam etmektedir ve $P=40$ MPa için $\sigma_x = -22$ MPa değerine ulaşmıştır. Düşey kenarlarda ise gerilme değerleri 0 olup, h1 kenarının alt köşesinde gerilme değerlerindeki artış azalmıştır. Bu köşede $P=40$ MPa için $\sigma_x = -98$ MPa' dır. h2 kenarının üst köşesinde ise gerilme değerlerinde azalma elde edilmiştir. Diğer iki köşede ise gerilmeler eşit olup $P=30$ MPa için $\sigma_x = -12$ MPa' dır.

Şekil 9.49' de $\theta = 60^\circ$ de, delik köşelerinde gerilmelerde azalma görülmektedir. Düşey kenarlar boyunca gerilmeler -5 Mpa ile -10 MPa arasında artmıştır. h1 kenarında $y/0.5h = -1$ konumundaki köşede ve h2 kenarında $y/0.5h = +1$ konumundaki köşede gerilmeler birbirine eşittir. Fakat daha küçük açı değerlerine göre daha az gerilme elde edilmiştir.

Şekil 9.50' de $\theta = 75^\circ$ için, simetrikliğe doğru eğilim gösteren grafiklerde, yatay ve düşey kenarlar aynı karakteristiğe sahiptirler. Yatay kenarlar boyunca gerilme değerleri azalma göstermiş olup, $\sigma_x = -4$ MPa civarındadır. Buna karşın düşey kenarlarda ise, artış elde edilmiştir. h1 kenarının $y/0.5h = -1$ konumundaki köşede ve h2 kenarının $y/0.5h = +1$ konumundaki köşede $P=35$ MPa için $\sigma_x = -40$ MPa olarak bulunmuştur.

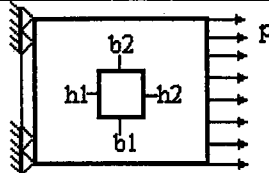
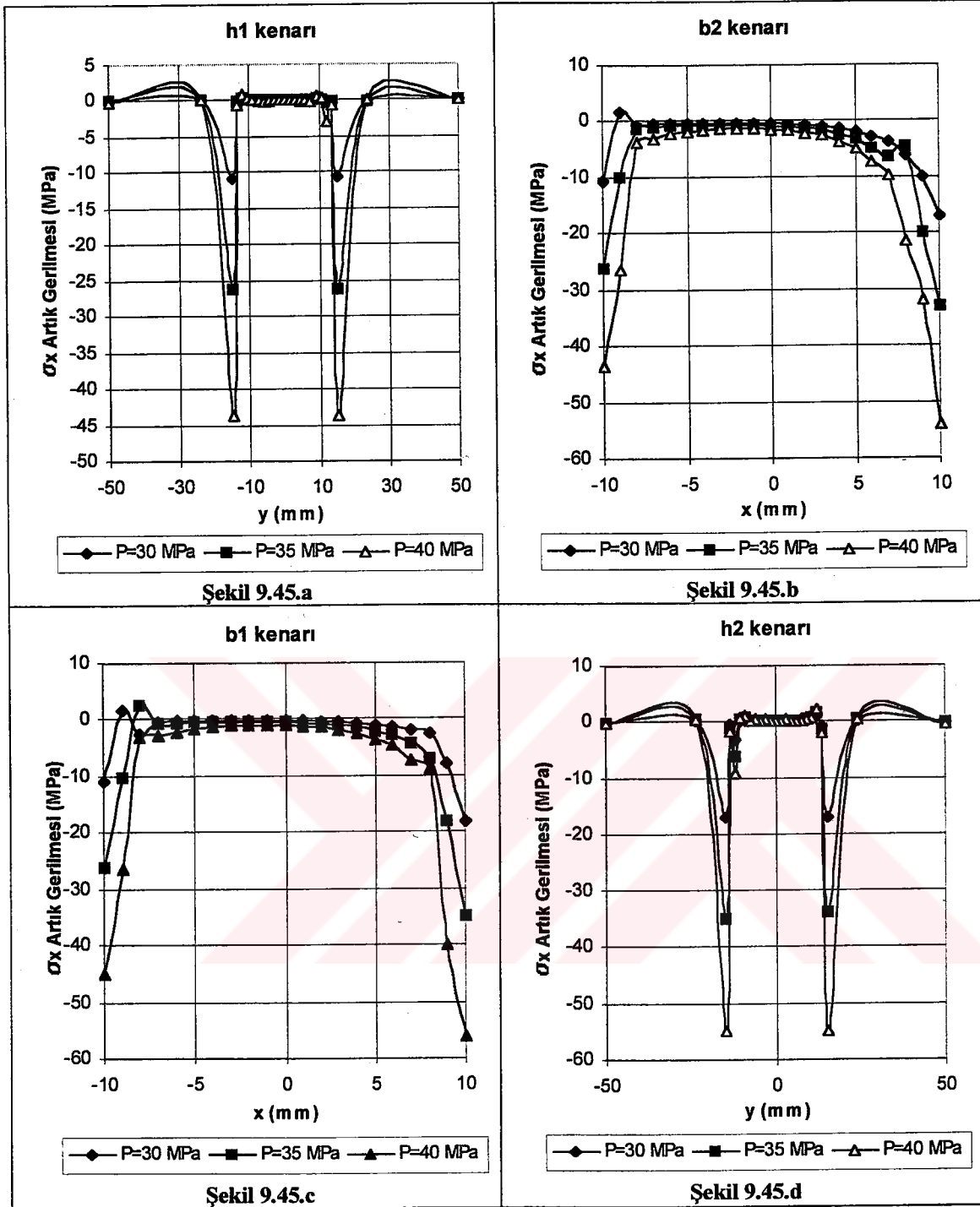
Şekil 9.51' de $\theta = 90^\circ$ için, yatay ve düşey kenarlar boyunca gerilme dağılımları aynı karakteristiğe sahiptirler. Yatay kenarlar boyunca, köşeler hariç, gerilme değerleri 0' dır. Düşey kenarlar boyunca ise gerilme değerleri maksimum değerlere ulaşmış olup, köşelerde ise $\theta = 75^\circ$ ye göre azalma görülmüştür. Düşey kenarlar boyunca, σ_x artık gerilme bileşeninin dağılımında tamamen simetriklik elde edilmiştir. h1 kenarındaki köşelerde $P=40$ MPa için $\sigma_x = -25$ MPa iken, h2 kenarındaki köşelerde $P=40$ MPa için $\sigma_x = -28$ MPa olarak bulunmuştur.

Şekil 9.45 ile Şekil 9.51 arasındaki grafiklerden şu değerlendirmeler yapılabilir;

σ_x artık gerilme bileşeni fiber takviye açısının $\theta = 45^\circ$ değerine kadar takviye açısının artmasıyla artmış, daha sonra azalmıştır. Uygulanan üniform çekme yükünün artırılmasıyla gerilmelerde de artış elde edilmiştir. Maksimum gerilmeler dikdörtgen deliğin köşelerinde oluşmuştur. $\theta = 0^\circ$ ve 90° değerlerinde deliğin düşey kenarları

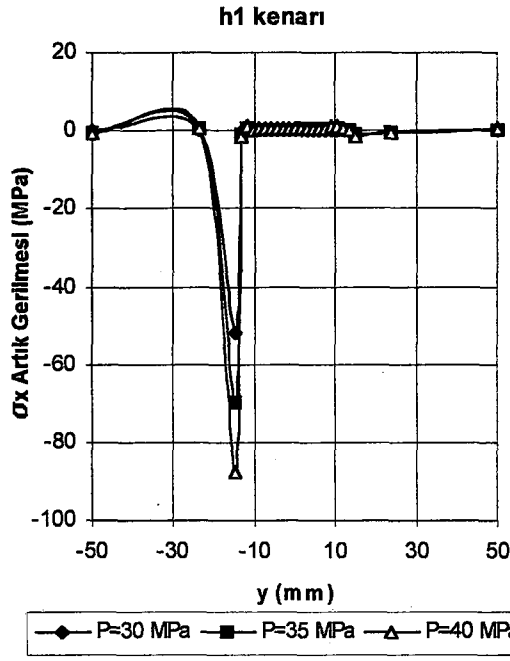
boyunca gerilmeler simetriktir. $\theta = 0^\circ$ için bütün kenarlar boyunca, köşeler hariç gerilmeler 0'dır. Ancak $\theta = 90^\circ$ konumunda yatay kenarlar boyunca gerilmeler 0 iken, düşey kenarlar boyunca gerilmeler maksimum değere ulaşmıştır.



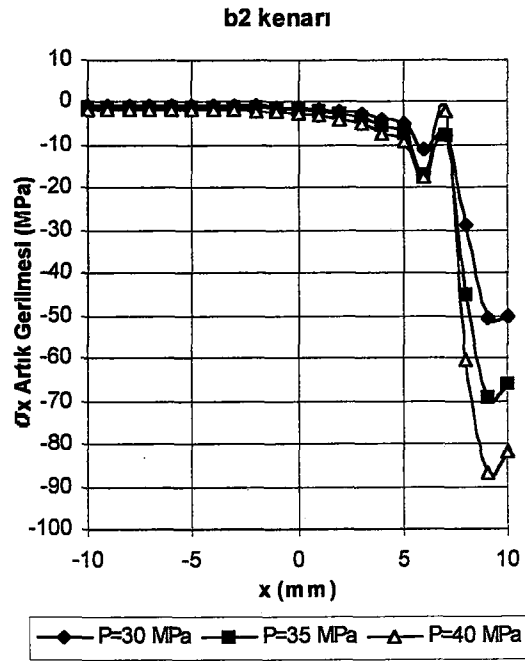


Şekil 9.45. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_x artık gerilmesinin farklı yüklemeler ($P=30, 35, 40$ MPa) için dağılımı ($b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=0^\circ$)

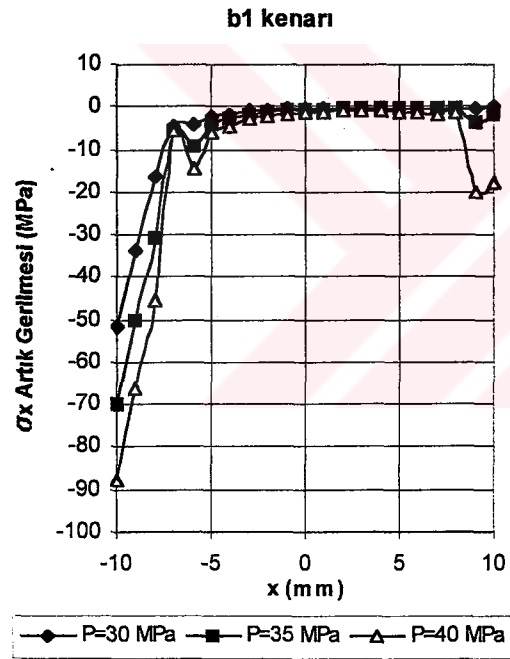
Şekil 9.45.a; h1 kenarı, Şekil 9.45.b; b2 kenarı, Şekil 9.45.c; b1 kenarı, Şekil 9.45.d; h2 kenarı



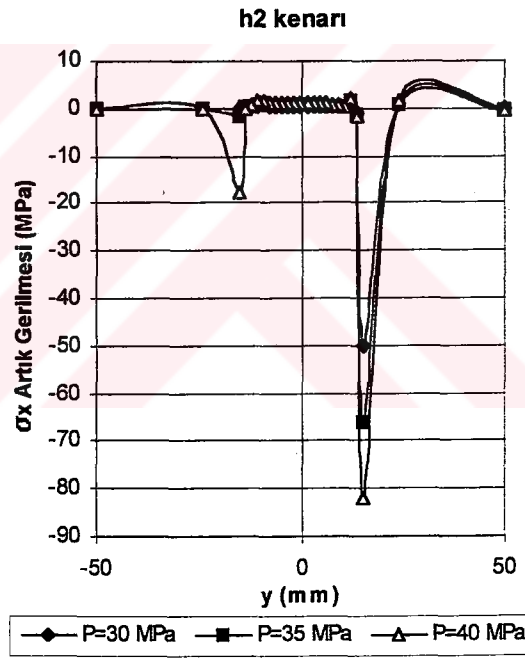
Şekil 9.46.a



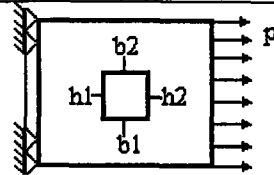
Şekil 9.46.b



Şekil 9.46.c

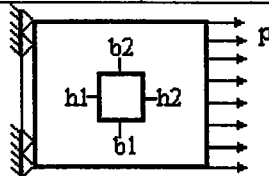
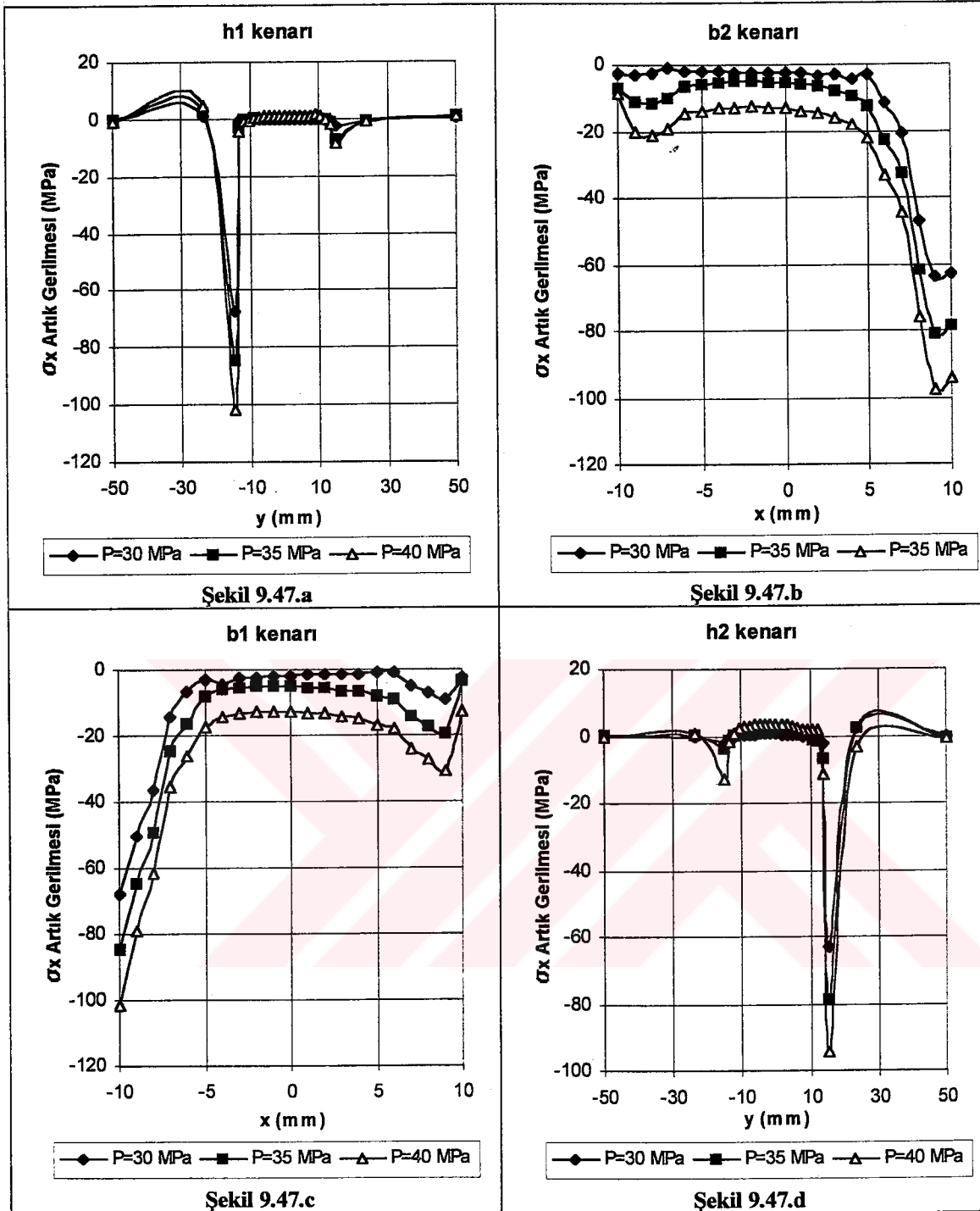


Şekil 9.46.d



Şekil 9.46. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_x artık gerilmesinin farklı yüklemeler ($P=30,35,40$ MPa) için dağılımı ($b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=15^\circ$)

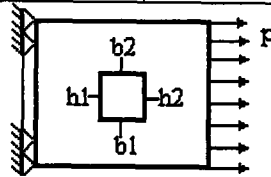
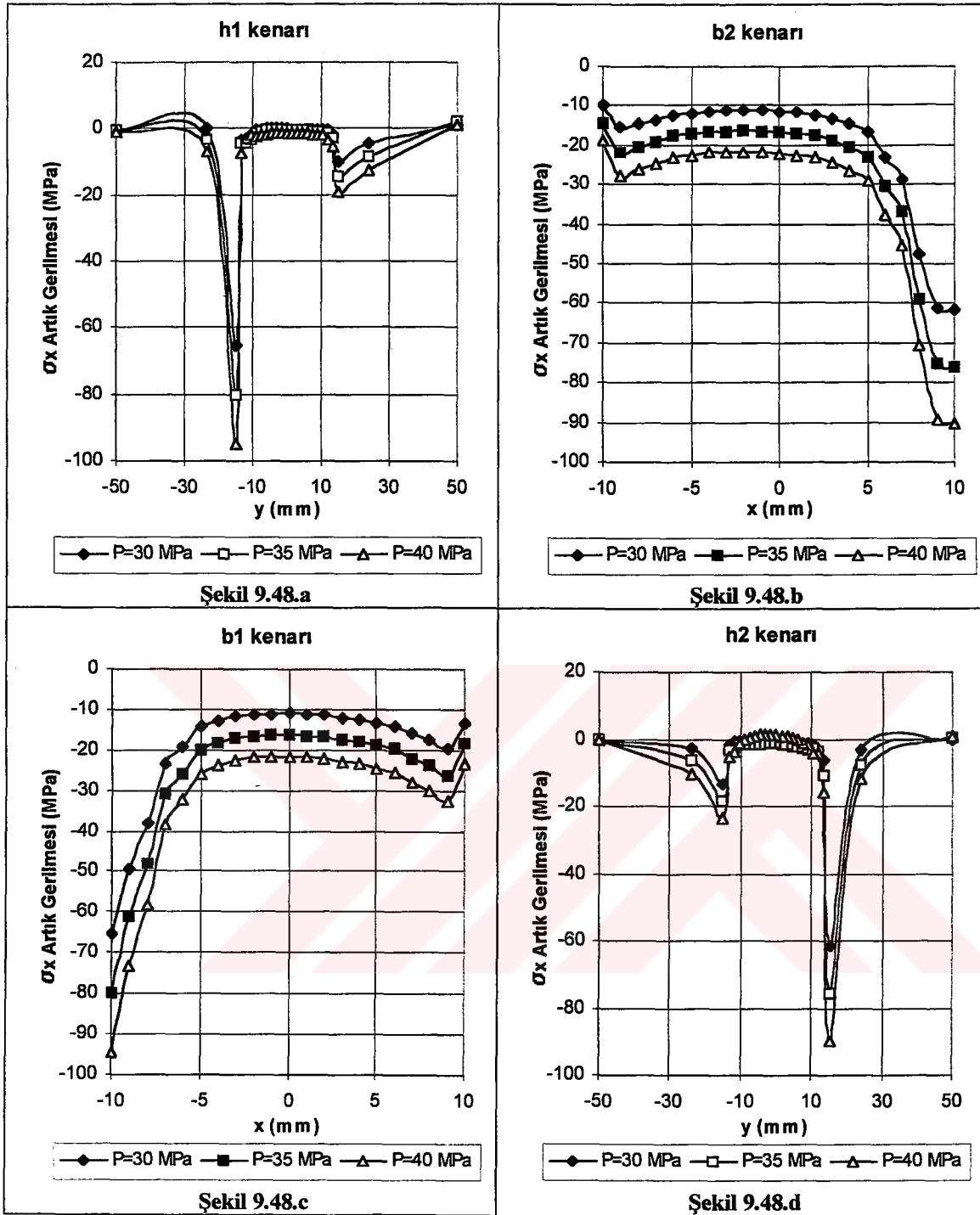
Şekil 9.46.a; h1 kenarı, Şekil 9.46.b; b2 kenarı, Şekil 9.46.c; b1 kenarı, Şekil 9.46.d; h2 kenarı



Şekil 9.47. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_x artık gerilmesinin farklı yüklemeler ($P=30,35,40$ MPa) için dağılımı ($b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=30^\circ$)

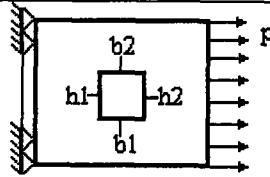
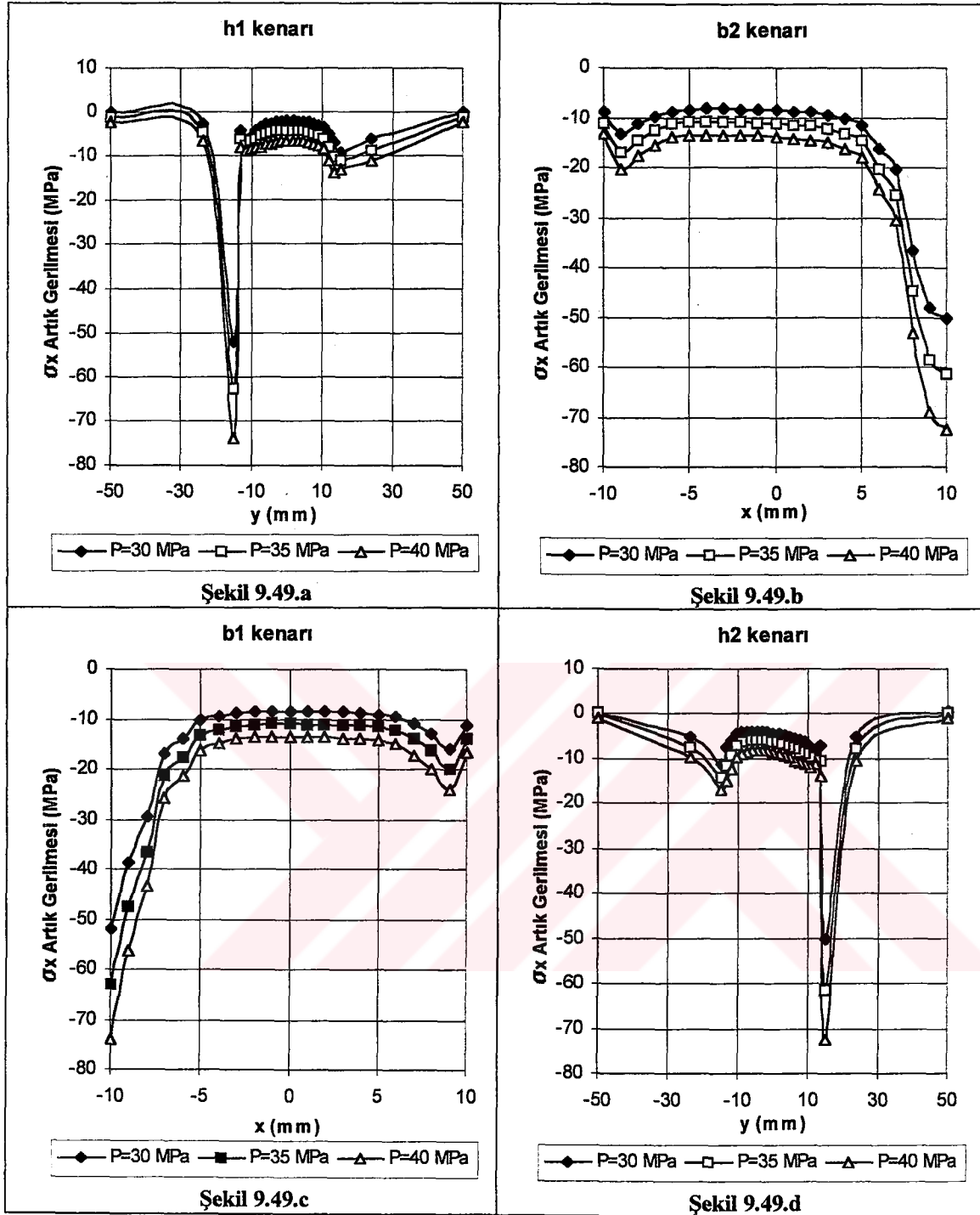
Şekil 9.47.a; h1 kenarı, Şekil 9.47.b; b2 kenarı, Şekil 9.47.c; b1 kenarı, Şekil 9.47.d; h2 kenarı

TC. MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞI
TEKNOLOJİ VE YATIRIM BAKANLIĞI
MİLLÎ EĞİTİM AKADEMİSİ



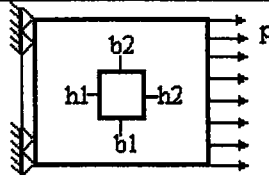
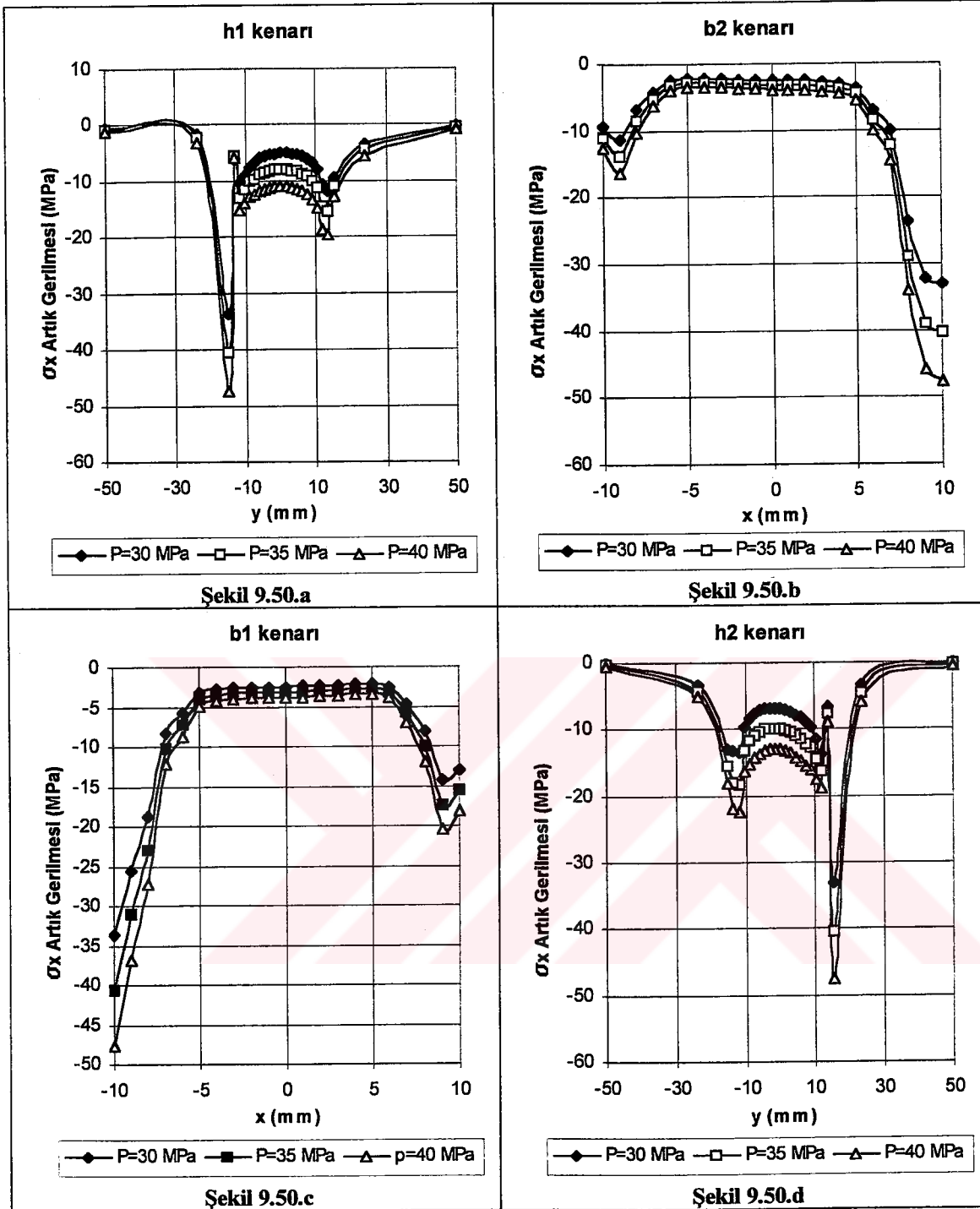
Şekil 9.48. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_x artık gerilmesinin farklı yüklemeler ($P=30,35,40$ MPa) için dağılımı ($b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=45^\circ$)

Şekil 9.48.a; h1 kenarı, Şekil 9.48.b; b2 kenarı, Şekil 9.48.c; b1 kenarı, Şekil 9.48.d; h2 kenarı



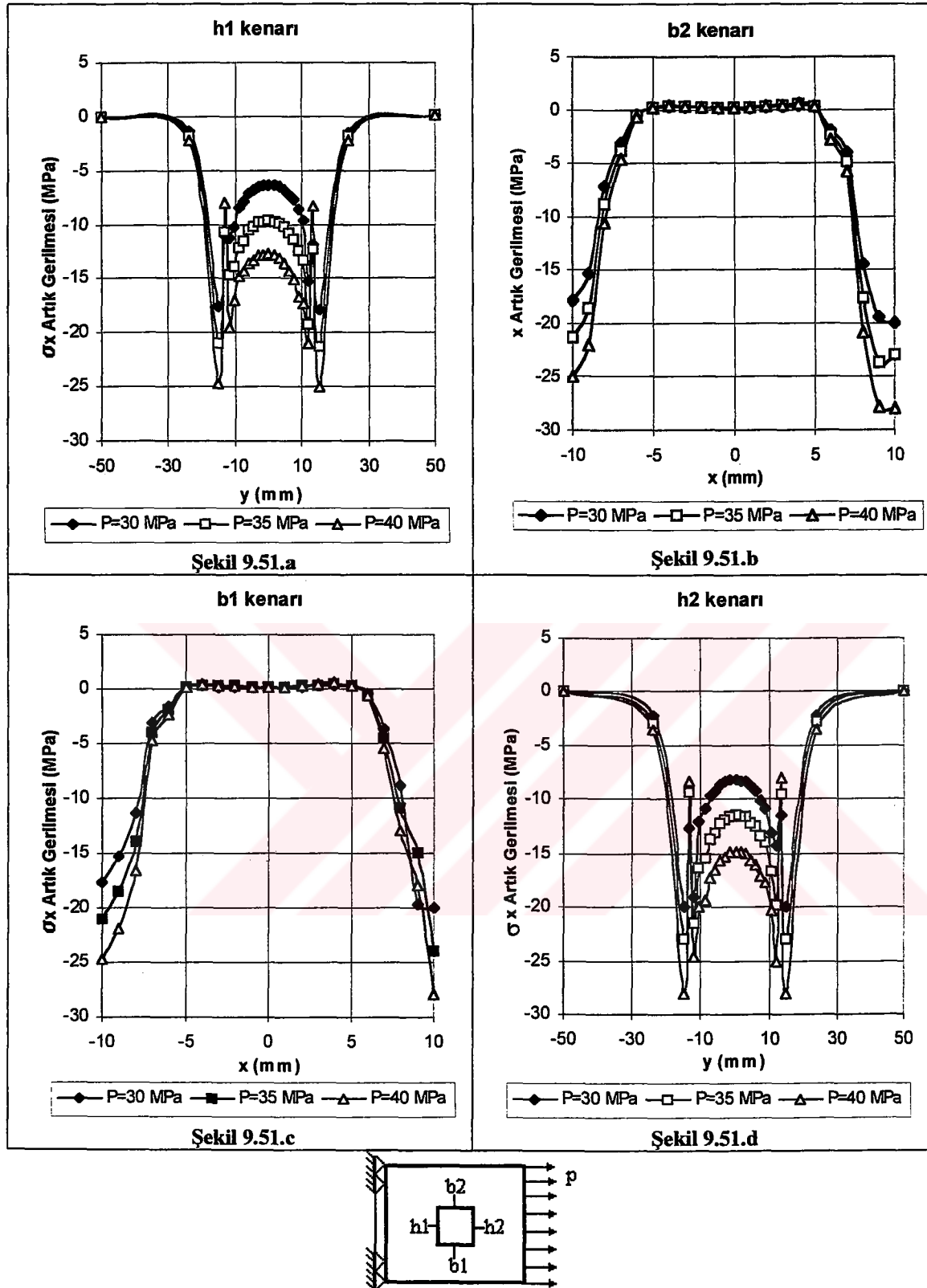
Şekil 9.49. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_x artık gerilmesinin farklı yüklemeler ($P=30,35,40$ MPa) için dağılımı ($b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=60^\circ$)

Şekil 9.49.a; h1 kenarı, Şekil 9.49.b; b2 kenarı, Şekil 9.49.c; b1 kenarı, Şekil 9.49.d; h2 kenarı



Şekil 9.50. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_x artık gerilmesinin farklı yüklemeler ($P=30,35,40$ MPa) için dağılımı ($b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=75^\circ$)

Şekil 9.50.a; h1 kenarı, Şekil 9.50.b; b2 kenarı, Şekil 9.50.c; b1 kenarı, Şekil 9.50.d; h2 kenarı



Şekil 9.51. Kompozit levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin her bir kenarındaki σ_x artık gerilmesinin farklı yüklemeler ($P=30, 35, 40$ MPa) için dağılımı (b=20 mm, h=30 mm, $\theta=90^\circ$)

Şekil 9.51.a; h1 kenarı, Şekil 9.51.b; b2 kenarı, Şekil 9.51.c; b1 kenarı, Şekil 9.51.d; h2 kenarı

9.3. Aynı Yükleme Durumunda Farklı Takviye Açılarına Göre, Değişik Delik Boyutlarındaki Levhada Plastik Bölgelerin Yayılışı

Şekil 9.52 ile Şekil 9.67 arasındaki grafiklerde farklı boyutlar için aynı yükleme durumlarında plastik bölgeler çizilmiştir. Şekil 9.52 ile Şekil 9.59 arasındaki grafiklerde delik yüksekliği $h=20$ mm sabit tutulup, delik genişliği değiştirilerek $b=20, 30$ ve 40 mm değerleri için plastik bölgelerin yayılışı incelenmiştir. Şekil 9.60 ile Şekil 9.67 arasındaki grafiklerde delik genişliği $b=20$ mm sabit tutulup, delik yüksekliği değiştirilerek $h=20, 30$ ve 40 mm değerleri için plastik bölgelerin yayılışı incelenmiştir. Geometrik süreksizliğin olduğu bölgelerde yani delik etrafında, delik boyutu arttıkça daha fazla gerilme yığılması nedeniyle daha büyük gerilmeler elde edilmiştir. Takviye açısının artması ve delik boyutunun büyümesiyle, levha mukavimliği azalacağından, akmaya iştirak eden düğümlerin sayısı artacaktır. Bu sebeple, her iki tip grafik için de, $\theta=0^\circ, 15^\circ, 30^\circ$ ve 45° takviye açılarında, $P=30$ MPa yükleme değeri için plastik bölgeler gösterilmiştir. $\theta=45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ ve 90° takviye açılarında, $P=15$ MPa yükleme değeri için plastik bölgeler çizilmiştir.

Plastik bölgelerin çiziminde akmaya iştirak eden düğümlerin koordinatlarından yararlanılmıştır. Levhanın sonlu eleman analizinde kullanılan 1680 düğümden hareketle, akan düğümlerin koordinatları yazdırılarak plastik bölgelerin yayılışı grafikler halinde sunulmuştur. Grafiklerde x (mm) ve y (mm) levha koordinatlarını göstermektedir. Artırılan her delik genişliği ve delik yüksekliği sonucu elde edilen plastik bölge yayılışı, kendisinden daha küçük delik boyutları için elde edilen plastik bölge yayılışını kapsamaktadır.

Şekil 9.52 ile Şekil 9.59 arasındaki grafiklerde delik yüksekliği $h=20$ mm sabit tutulup, delik genişliği değiştirilerek $b=20, 30$ ve 40 mm değerleri için aynı yükleme şartlarında plastik bölgelerin yayılışı verilmiştir.

Şekil 9.52' de $\theta = 0^\circ$ takviye açısında ve $P=30$ MPa yükleme şartlarında, levha üzerinde plastik bölgelerin yayılışı incelenmiştir. Delik genişliğinin artmasıyla birlikte, plastik bölgelerde genişleme elde edilmiştir. Plastik bölgeler delik etrafında simetrik şekilde yayılmıştır.

Şekil 9.53' de $P=30$ MPa için $\theta = 15^\circ$ takviye açısında plastik bölgelerin takviye doğrultusunda genişlediği görülmektedir. Şekil 9.54' te $P=30$ MPa için $\theta = 30^\circ$ takviye

açısında ise, levha üst köşesinde akan düğümlerin sayısının arttığı ve çekme doğrultusunda genişlediği görülmektedir. Şekil 9.55' te $P=30$ MPa için $\theta = 45^\circ$ takviye açısında ani bir artışla plastik bölgelerin levha alt ve üst bölgesinde genişlediği görülmektedir. Levha üst bölgesinde $b=40$ mm levha genişliği için $+25$ mm' ye kadar yayılan plastik bölge, çekme doğrultusunda genişlemiş olup, levha alt kısmında -19 mm' ye kadar yayılmıştır.

Takviye açısının artmasıyla, plastik bölgelerdeki yayılma artmıştır. Takviye açısı $\theta = 60^\circ, 75^\circ$, ve 90° konumlarında aynı yük değerlerine göre karşılaştırma yapılabilmesi için $\theta = 45^\circ$ konumu için, $P=15$ MPa' da plastik bölgeler incelenmiştir. Şekil 9.56' da $\theta = 45^\circ$ takviye açısında ve $P=15$ MPa yükleme şartlarında, $h=20$ mm ve $b=20, 30$ ve 40 mm delik boyutları için, levha üzerinde plastik bölgelerin yayılışı incelenmiştir. Akan düğümlerden hareketle takviye doğrultusunda simetrik bir dağılım elde edilmiştir.

Şekil 9.57' de $P=15$ MPa için $\theta = 60^\circ$ takviye açısında plastik bölgelerin çekme doğrultusunda levhanın üst kısmında genişlediği görülmüştür. Şekil 9.58' de $\theta = 75^\circ$ takviye açısında $P=15$ MPa yükleme durumunda plastik bölgeler simetrikliğe doğru eğilim göstermektedir. . Şekil 9.59' da $\theta = 90^\circ$ takviye açısında ve $P=15$ MPa yükleme şartlarında, $h=\text{sabit}=20$ mm ve $b=20, 30$ ve 40 mm delik boyutları için, levha üzerinde plastik bölgelerin yayılışı incelenmiştir. Akan düğümlerden hareketle plastik bölgeler dikdörtgen deliğin alt ve üst kısımlarında simetrik olarak elde edilmiştir. Delik genişliğinin artmasıyla birlikte plastik bölgelerdeki artış, her b değeri için daha fazla olmuştur.

Şekil 9.60 ile Şekil 9.67 arasındaki grafiklerde delik genişliği $b=20$ mm sabit tutulup, delik yüksekliği değiştirilerek $h=20, 30$ ve 40 mm değerleri için aynı yükleme şartlarında plastik bölgelerin yayılışı verilmiştir.

Şekil 9.60' da $\theta = 0^\circ$ takviye açısında $P=30$ MPa için verilen plastik bölgelerin yayılışında, simetrik bir dağılım elde edilmiştir. Düşey kenarlar boyunca düğümlerde akma elde edilmiştir. Şekil 9.61' de takviye açısı $\theta = 15^\circ$ lik konum için $P=30$ MPa' lık yükleme durumunda, plastik bölgelerin levha üst bölgesinde çekme doğrultusunda, sağ tarafa doğru yayıldığı görülmüştür. Elde edilen plastik bölge, aynı şartlardaki $h=20$ mm ve $b=20, 30$ ve 40 mm boyutları için elde edilen plastik bölgeye oranla daha geniştir.

Şekil 9.62' de $\theta = 30^\circ$ takviye açısında, plastik bölgenin levha alt ve üst kısmında takviye doğrultusunda genişlemiştir. Delik genişliğinin $h=40$ mm değerinde, levhanın üst kısmında sol tarafa doğru kayma gösterdiği görülmüştür. h yüksekliğinin artmasına bağlı olarak plastik bölgelerde genişleme elde edilmiştir.

Şekil 9.63' te $\theta = 45^\circ$ takviye açısında, $P=30$ MPa yükleme değeri için plastik bölgelerin yayılışı incelenmiştir. h yüksekliğinin artmasına bağlı olarak plastik bölgelerde artış elde edilmiştir. Levha üst kısmında çekme doğrultusunda levhanın sağ ve sol tarafına doğru genişleme elde edilmiştir. Levha üst kısmındaki genişleme alt bölgeye göre daha fazladır. Şekil 9.64' te ise yine $\theta = 45^\circ$ takviye açısında, fakat $P=15$ MPa yükleme değeri için plastik bölgelerin yayılışı incelenmiştir. $P=30$ MPa' lık yükleme değerine göre çok daha küçük olan plastik bölgelerin, takviye doğrultusunda, levha üst yatay kenarında sağa doğru, levha alt yatay kenarında sola doğru genişlemiştir.

Şekil 9.65' te $P=15$ MPa yükleme değeri için $\theta = 60^\circ$ takviye açısında, plastik bölgelerin dağılımı elde edilmiştir. h yüksekliğinin artmasıyla plastik bölgelerde elde edilen artış daha fazladır. Levha üst kenarında daha fazla yayılma elde edilmiştir. Şekil 9.66' da $\theta = 45^\circ$ takviye açısı için verilen plastik bölge dağılımında düşey kenarların sağ ve sol tarafında akma olmamasına rağmen, deliğin alt ve üst kenarlarında simetrikliğe yakın bir şekilde plastik bölgeler genişlemiştir.

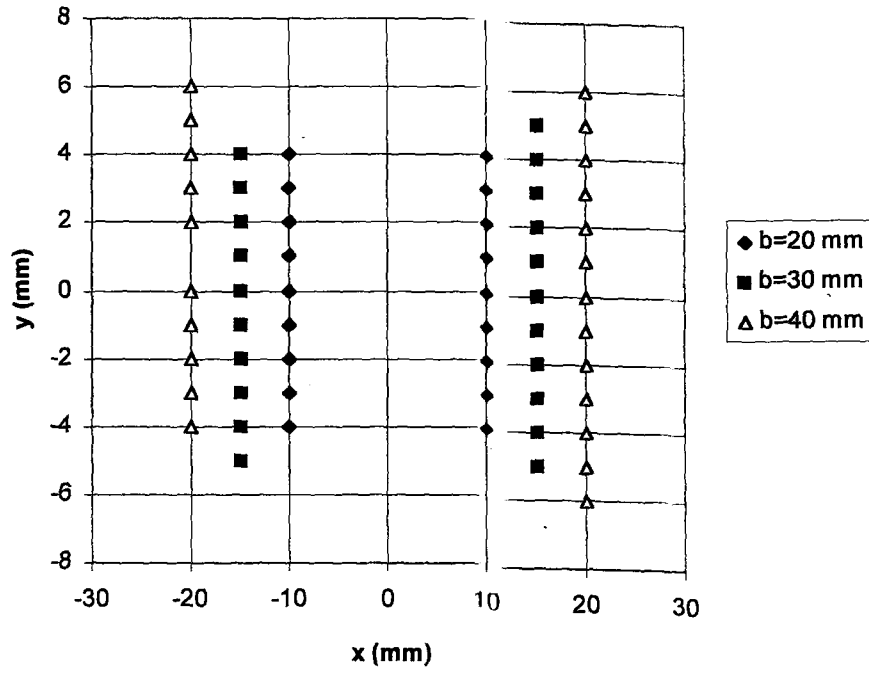
Şekil 9.67' de $\theta = 90^\circ$ takviye açısında ve $P=15$ MPa yükleme şartlarında, tamamen simetrik bir dağılım gösteren plastik bölgeler, levha alt ve üst kısmında yayılmıştır.

Şekil 9.52 ile Şekil 9.67 arasındaki grafiklerde verilen plastik bölge dağılımlarında; h delik yüksekliğinin sabit tutulup, b delik genişliğinin artırılması ve bunu tam tersi boyutlandırma için artış elde edilmiştir. Çünkü boyut büyüdüğünde geometrik süreksizlik artacak ve daha fazla gerilme yığılması elde edilecektir. Bu şekilde akmaya katılan düğümlerin yanındaki düğümlere etkisiyle akan düğümlerin sayısı artacağından plastik bölge genişleyecektir.

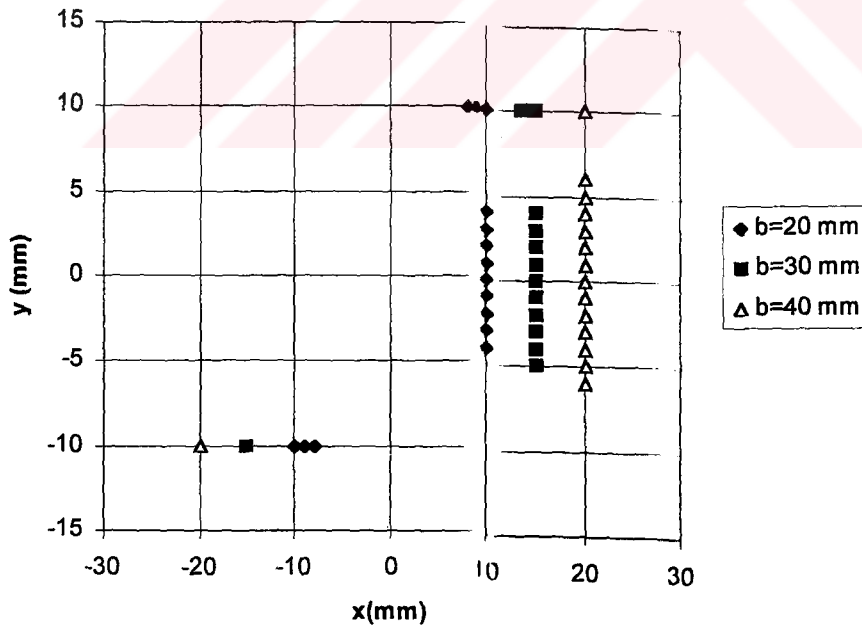
Delik yüksekliğinin artırılmasıyla elde edilen plastik bölge dağılımları, delik genişliğinin artırılmasıyla elde edilen plastik bölgelere göre daha büyüktür. Çekme yönünde kesitin daralması, gerilmeleri artıracığından akmaya katılan düğüm sayısını da artıracaktır.

Takviye açısının artmasıyla levhadaki gerilmeler artacağından 60° , 75° ve 90° takviye açılarında küçük kuvvetlerde yükleme yapılmıştır. Örneğin $\theta = 45^\circ$ takviye açısında $P=15$ MPa için elde edilen plastik bölge, $P=30$ MPa yükleme değeri için elde edilen plastik bölgeye oranla çok küçüktür. Takviye açısı $\theta = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ ve 60° değerlerinde plastik bölgeler, dikdörtgen deliğin üst bölgesinde genişlemiştir. $\theta = 0^\circ$ takviye açısı dışında diğer takviye açılarında levhanın sağ ve sol taraflarında plastik bölge oluşmamıştır. $\theta = 0^\circ$ den itibaren takviye açısı arttıkça aynı yük değeri için plastik bölgeler artmakta ve yayılı yükün uygulandığı istikamete doğru genişlemektedir. $\theta = 45^\circ$ ve 60° konumları için plastik bölgelerde ani genişlemeler elde edilmiştir.

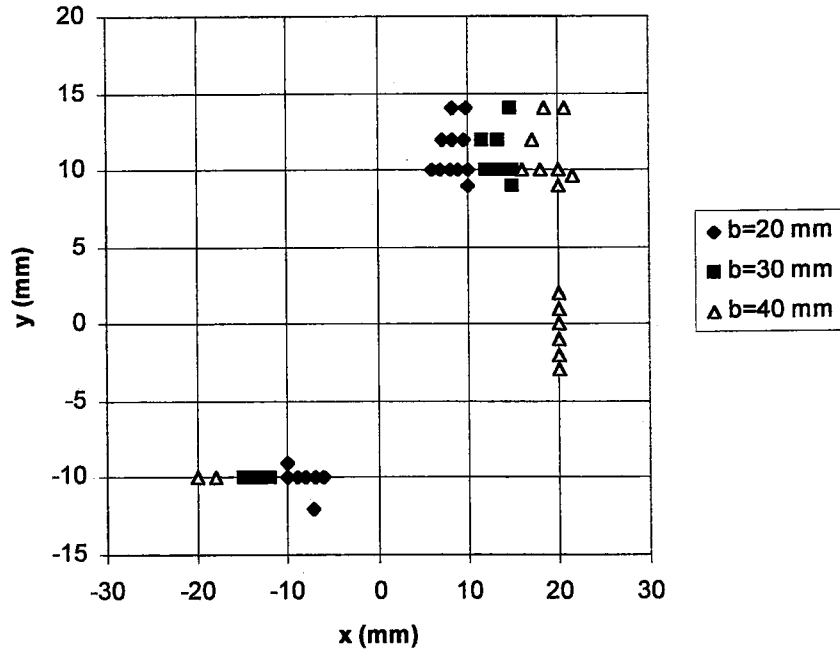




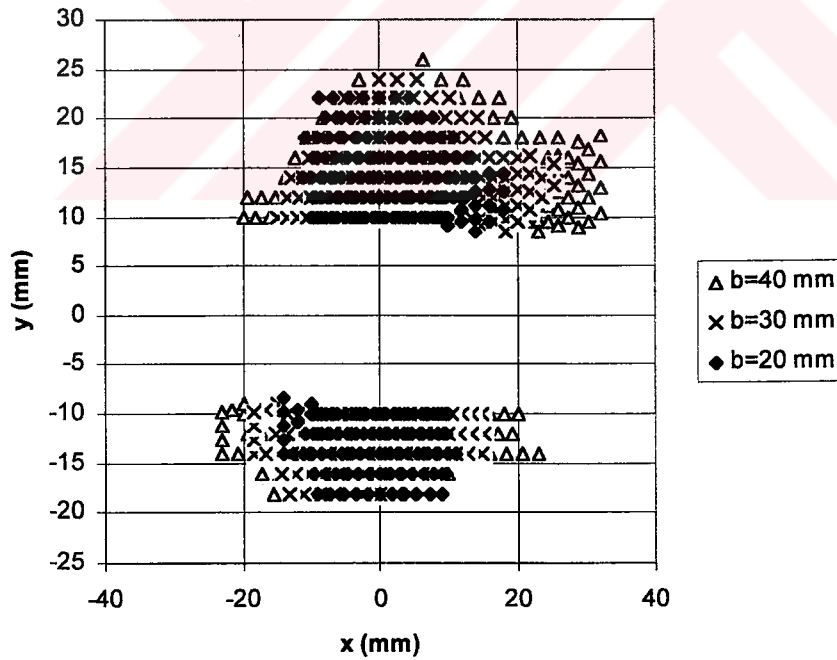
Şekil 9.52. Farklı genişlikteki delik boyutları için plastik bölgelerin yayılışı
($P=30$ Mpa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=0^\circ$)



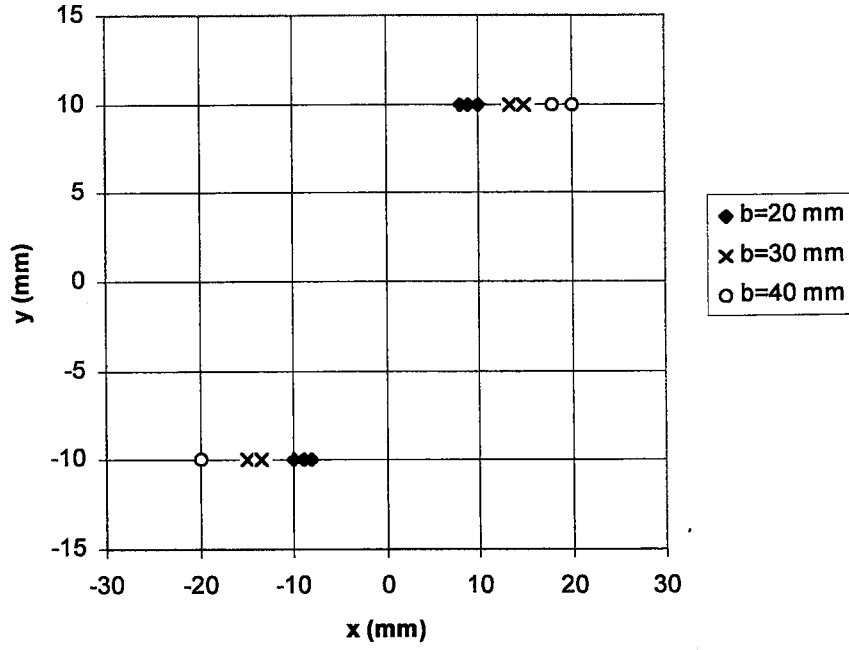
Şekil 9.53. Farklı genişlikteki delik boyutları için plastik bölgelerin yayılışı
($P=30$ Mpa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=15^\circ$)



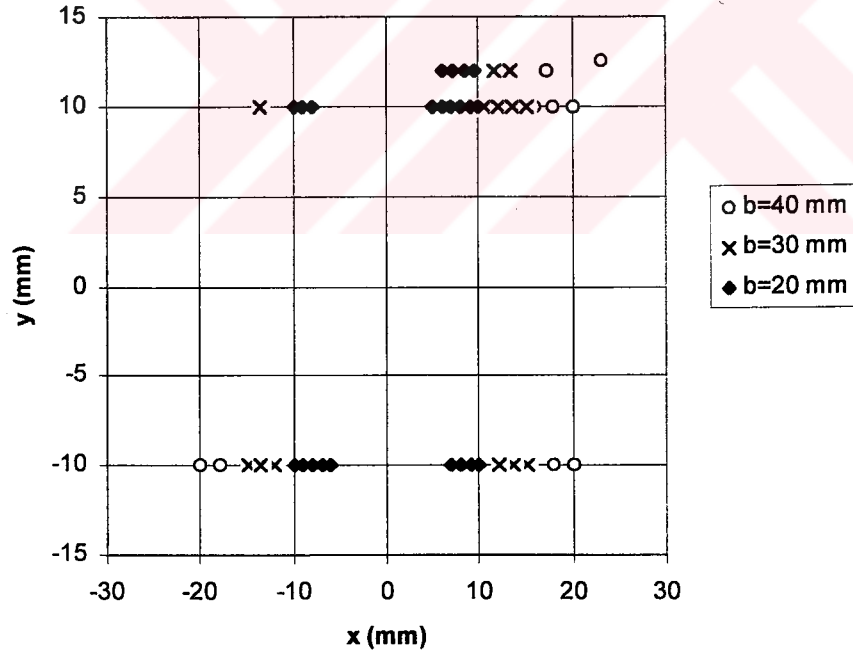
Şekil 9.54. Farklı genişlikteki delik boyutları için plastik bölgelerin yayılışı
($P=30$ Mpa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=30^\circ$)



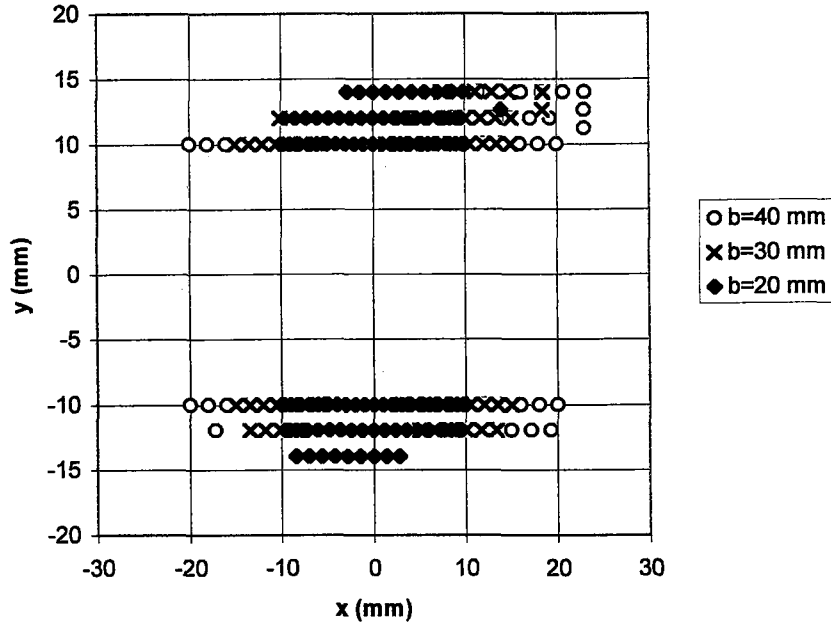
Şekil 9.55. Farklı genişlikteki delik boyutları için plastik bölgelerin yayılışı
($P=30$ Mpa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=45^\circ$)



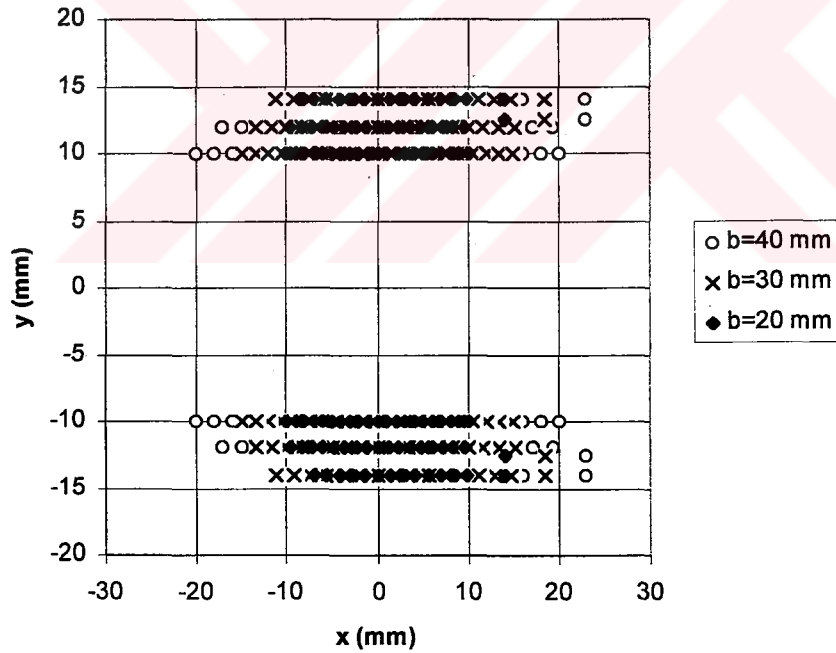
Şekil 9.56. Farklı genişlikteki delik boyutları için plastik bölgelerin yayılışı
($P=15$ Mpa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=45^\circ$)



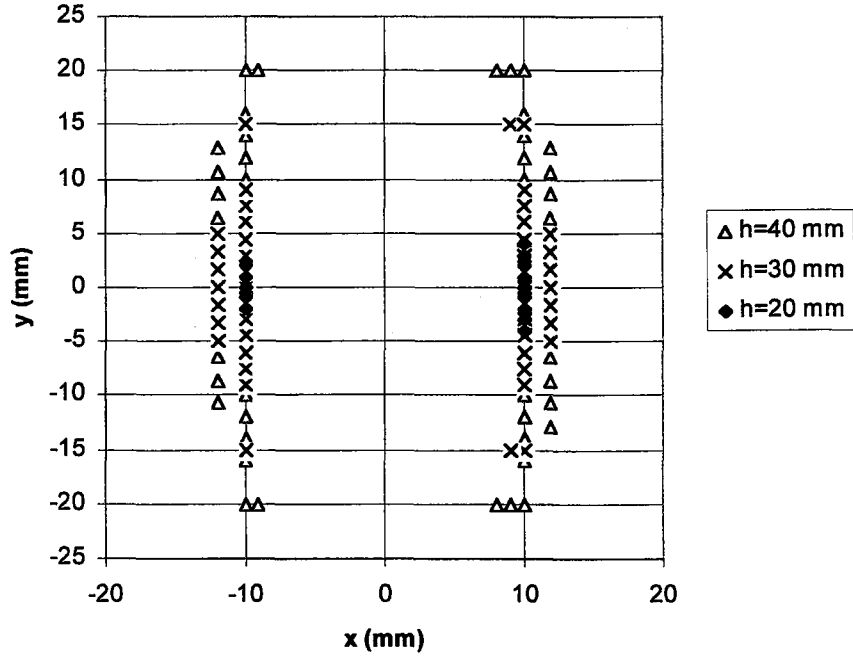
Şekil 9.57. Farklı genişlikteki delik boyutları için plastik bölgelerin yayılışı
($P=15$ Mpa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=60^\circ$)



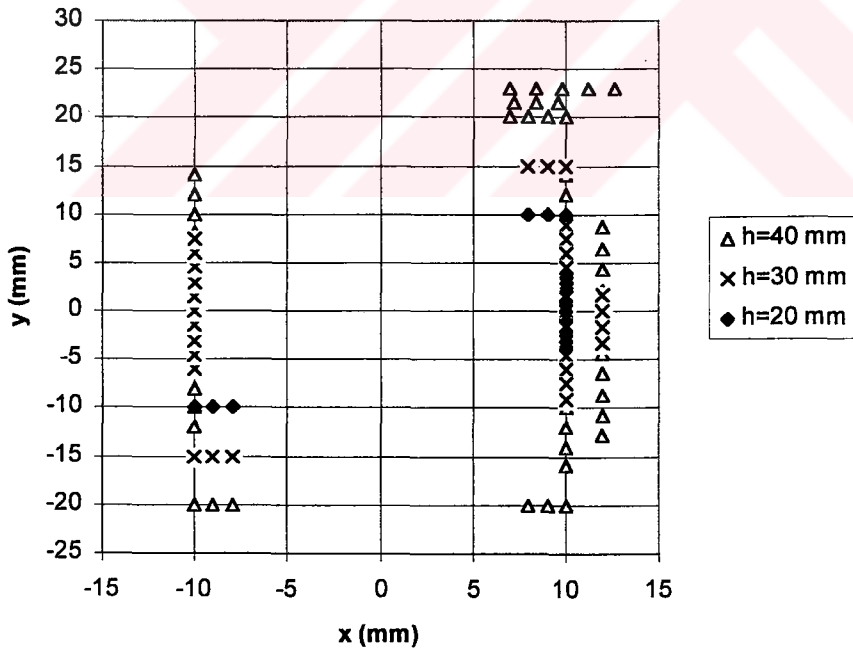
Şekil 9.58. Farklı genişlikteki delik boyutları için plastik bölgelerin yayılımı
($P=15$ Mpa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=75^\circ$)



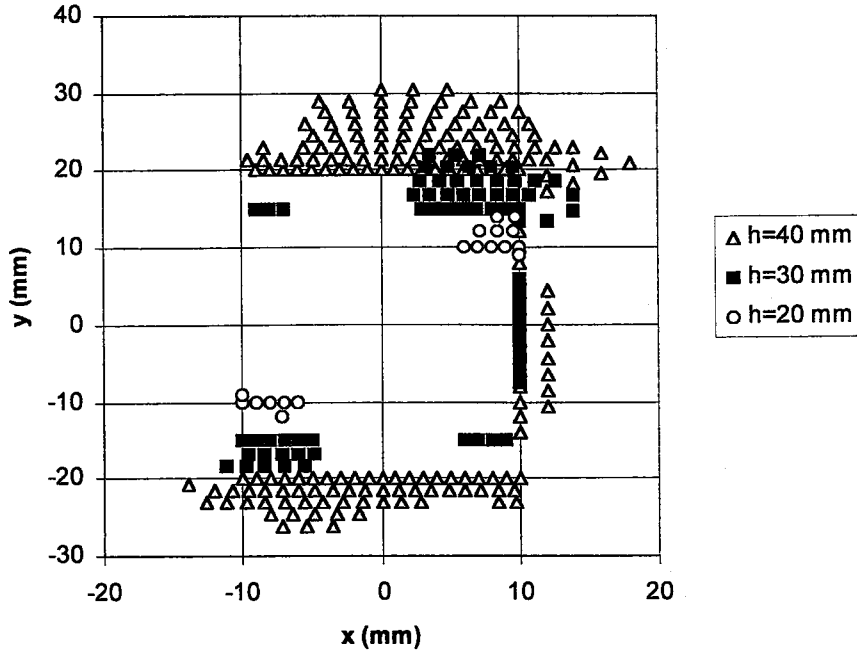
Şekil 9.59. Farklı genişlikteki delik boyutları için plastik bölgelerin yayılımı
($P=15$ Mpa, $h=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=90^\circ$)



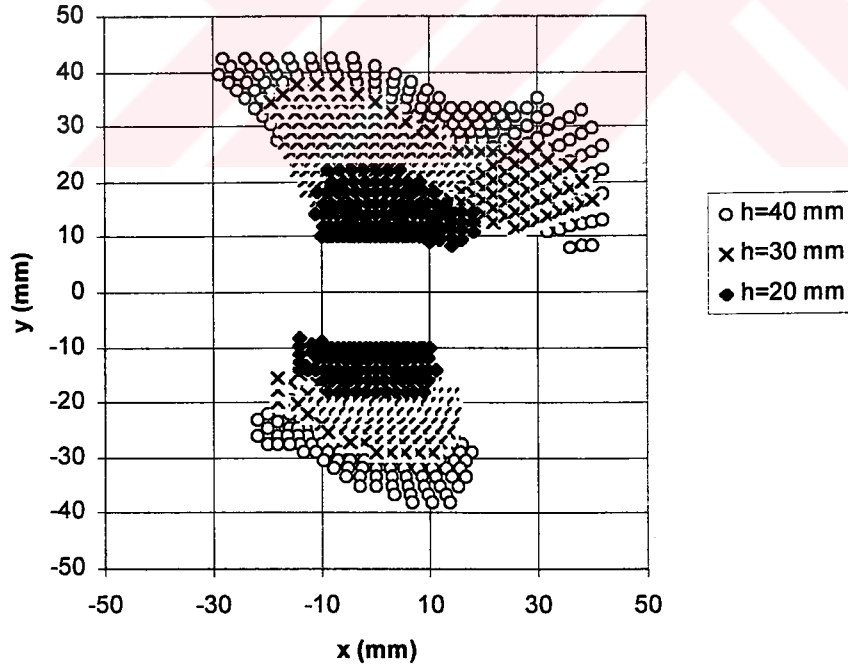
Şekil 9.60. Farklı yükseklikteki delik boyutları için plastik bölgelerin yayılışı
($P=30$ Mpa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=0^\circ$)



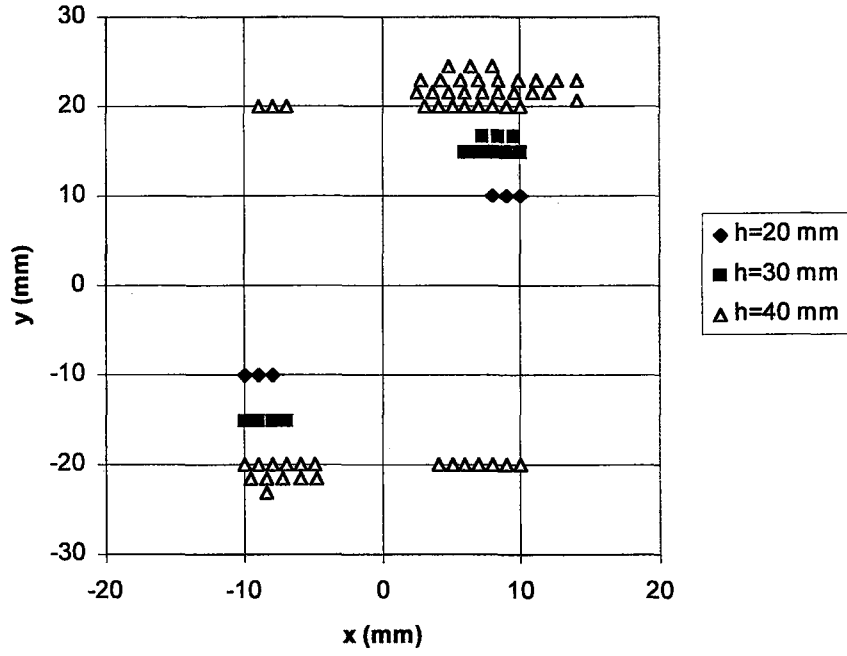
Şekil 9.61. Farklı yükseklikteki delik boyutları için plastik bölgelerin yayılışı
($P=30$ Mpa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=15^\circ$)



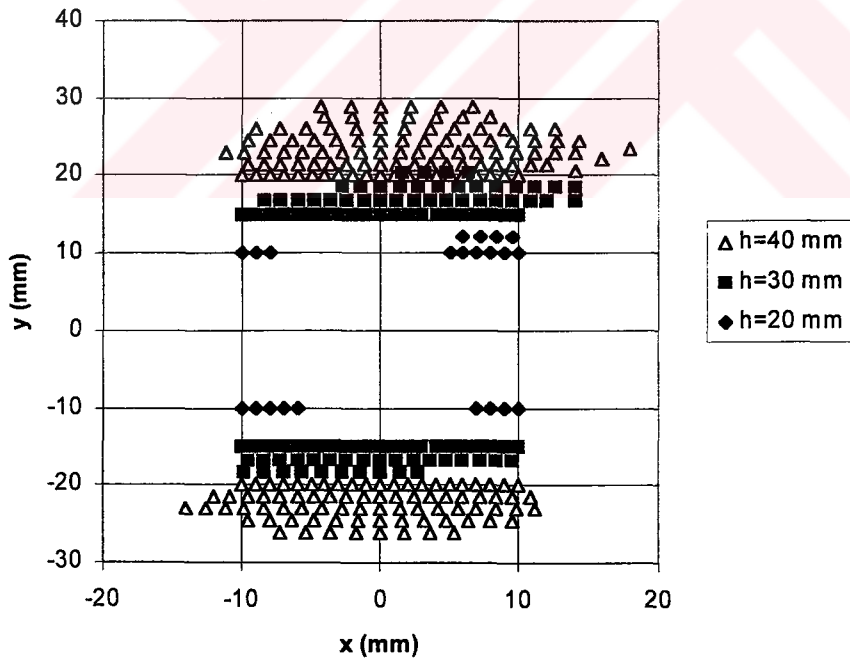
Şekil 9.62. Farklı yükseklikteki delik boyutları için plastik bölgelerin yayılımı
($P=30$ Mpa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=30^\circ$)



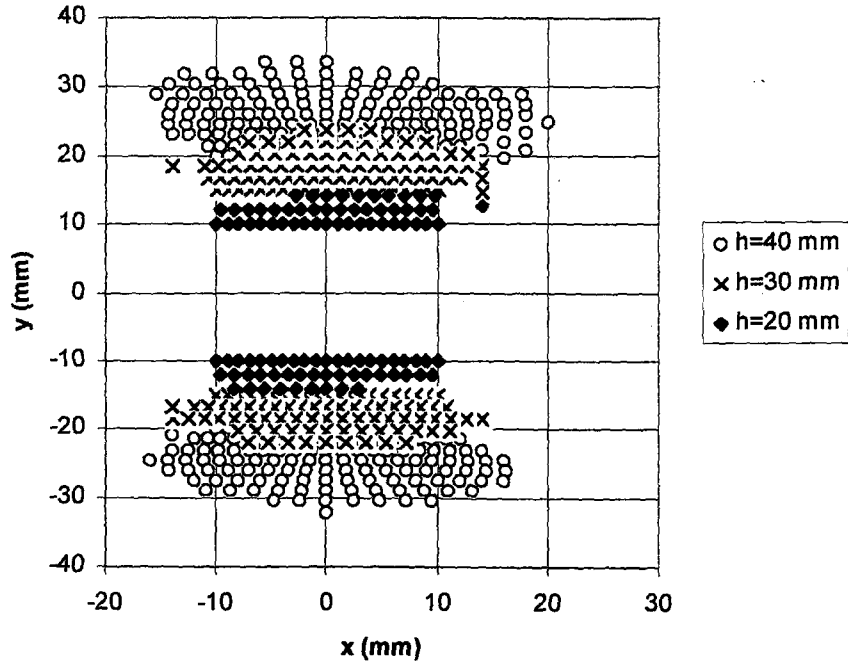
Şekil 9.63. Farklı yükseklikteki delik boyutları için plastik bölgelerin yayılımı
($P=30$ Mpa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=45^\circ$)



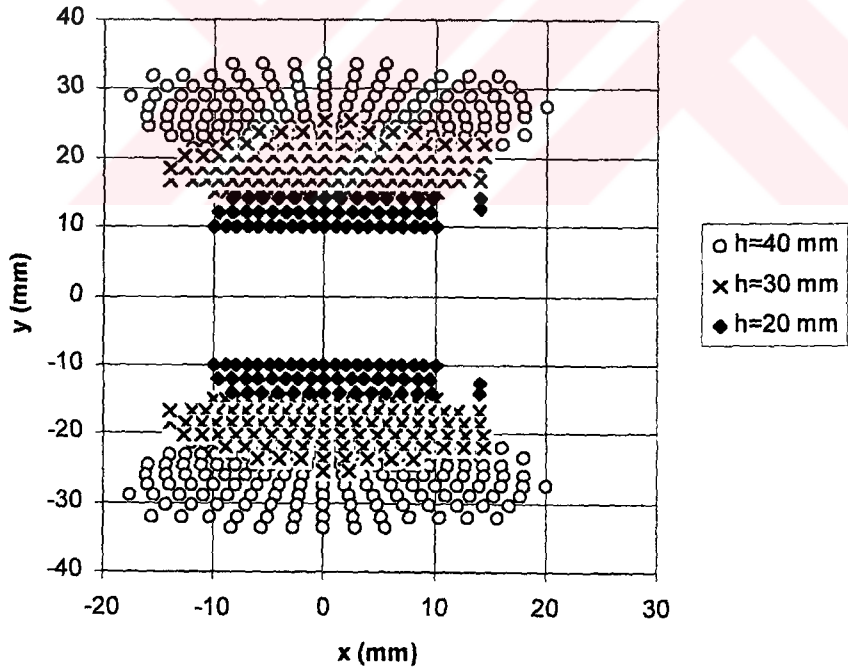
Şekil 9.64. Farklı yükseklikteki delik boyutları için plastik bölgelerin yayılışı
($P=15$ Mpa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=45^\circ$)



Şekil 9.65. Farklı yükseklikteki delik boyutları için plastik bölgelerin yayılışı
($P=15$ Mpa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=60^\circ$)



Şekil 9.66. Farklı yükseklikteki delik boyutları için plastik bölgelerin yayılışı
($P=15$ Mpa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=75^\circ$)



Şekil 9.67. Farklı yükseklikteki delik boyutları için plastik bölgelerin yayılışı
($P=15$ Mpa, $b=\text{sabit}=20$ mm, $\theta=90^\circ$)

9.4. Farklı Yükleme Durumlarında ve Farklı Takviye Açılarında Aynı Tip Delik Boyutu İçin Levhada Plastik Bölgelerin Yayılışı

Şekil 9.68 ile Şekil 9.74 arasındaki grafiklerde $b=20$ mm ve $h=30$ mm delik boyutu için, farklı yükleme değerlerinde plastik bölgelerin yayılışı incelenmiştir. Takviye açısının artmasıyla gerilmelerin artması ve dolayısıyla plastik bölgelerin yayılması nedeniyle, büyük takviye açılarında uygulanan gerilme değerleri düşük tutulmuştur.

Şekil 9.68' de $\theta = 0^\circ$ için üniform yayılı çekme yükü $P=25, 30, 35, 40$ ve 45 MPa olarak alınmıştır. Yükün artmasıyla plastik bölgelerde genişleme elde edilmiştir. Plastik bölgeler y eksenine göre simetrik bir dağılım göstermektedir. Düşey kenarlar boyunca düğümlerde daha fazla akma elde edilmiştir. Çekme doğrultusuna dik doğrultuda mukavemet azaldığından, düşey kenarlar boyunca gerilme değerleri yüksek olmuş ve akmaya iştirak eden düğüm sayısı artmıştır.

Şekil 9.69' da $\theta = 15^\circ$ için $P=20, 25, 30, 35$ ve 40 MPa olarak alınmıştır. Yükün artmasıyla genişleyen plastik bölgeler, deliğin üst kısmında sağa doğru genişlemiştir. Akan düğümler düşey kenarlarda daha fazladır.

Şekil 9.70' de $\theta = 30^\circ$ için uygulanan çekme yükleri sırasıyla $P=15, 20, 30$ ve 35 MPa olarak belirlenmiştir. Plastik bölgelerin yayılışı yükün artmasıyla birlikte delik alt ve üst bölgesinde artmıştır. Takviye açısının doğrultusunda, levhayla belirli bir açı yapacak şekilde genişleyen plastik bölgeler, levha üst kısmında daha fazla yoğunlaşmıştır.

Şekil 9.71' de $\theta = 45^\circ$ için çekme yükleri sırasıyla $P=10, 15, 20, 25$ ve 30 MPa olarak belirlenmiştir. Daha küçük yükleme değerlerinde, takviye açısının artmasıyla plastik bölgeler daha da genişlemektedir. Levha üst bölgesi, alt bölgeye göre daha geniş plastik bölgeye sahiptir. Levha üst bölgesi, yatayda genişleme göstermiştir.

Şekil 9.72' de $\theta = 60^\circ$ için çekme yükleri sırasıyla $P=10, 15$ ve 20 MPa olarak alınmıştır. Yüke bağlı olarak artan plastik bölge, yükün küçük değerlerde tutulmasından dolayı azalma göstermiştir. Levha alt ve üst bölgesinde yoğunlaşan plastik bölgeler belirli bir açı ile yayılmıştır.

Şekil 9.73' te $\theta = 75^\circ$ için çekme yükleri sırasıyla $P = 10, 15$ ve 20 MPa olarak alınmıştır. Simetrikliğe doğru eğilim gösteren plastik bölgeler, $P = 20$ MPa için ani bir artış göstererek levha üst kenarında $y = -40$ mm değerine kadar ulaşmıştır.

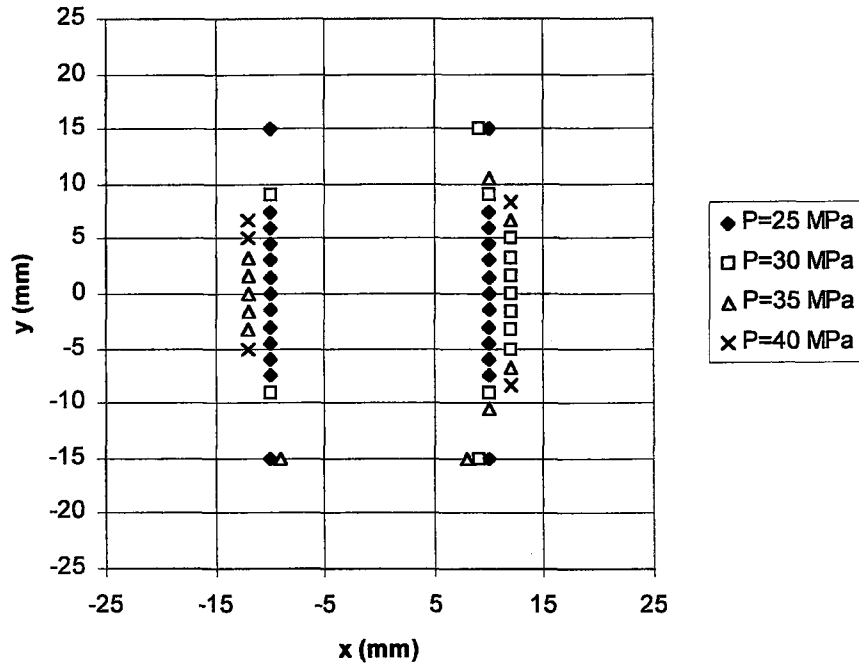
Şekil 9.74' te $\theta = 90^\circ$ için çekme yükleri sırasıyla $P = 10, 15$ ve 20 MPa olarak alınmıştır. Tamamen simetrik bir dağılım gösteren plastik bölgeler $P = 20$ MPa için, $\theta = 75^\circ$ konumunda olduğu gibi ani bir artış göstermiştir.

Şekil 9.75 ve Şekil 9.76'da aynı yük değerlerinde, açının değişmesiyle birlikte plastik bölgelerdeki değişim izlenmiştir. Bu grafikler, Şekil 9.68 ile Şekil 9.74 arasında verilen grafiklerin bir arada toplanmış halidir.

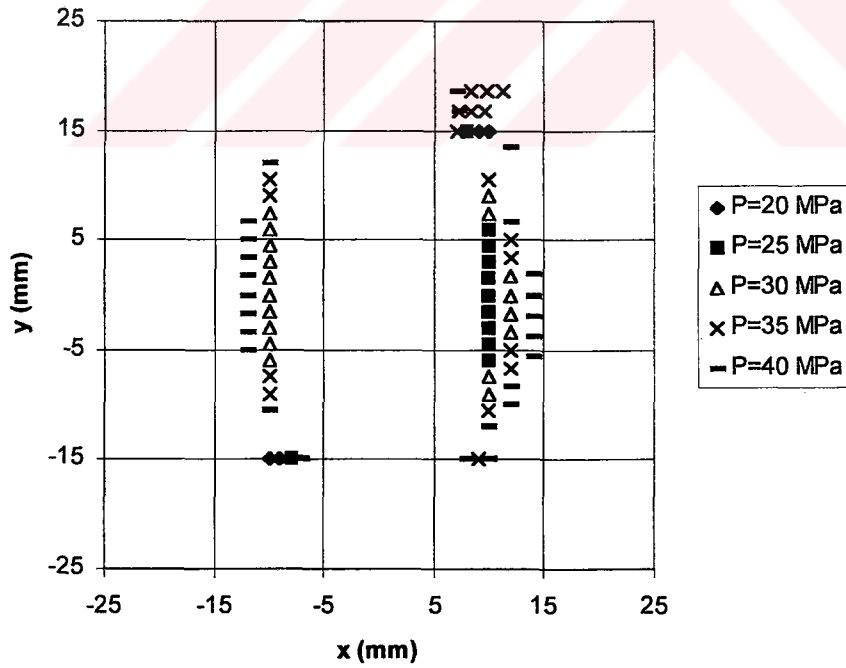
Şekil 9.75' te levhaya uygulanan yük $P = 30$ MPa' dır. Delik boyutları sabit olup, $b = 20$ mm, $h = 30$ mm' dir. Takviye açısı $\theta = 0^\circ, 15^\circ$ ve 30° olarak değişmektedir. $\theta = 0^\circ$ için simetrik olan plastik bölge, levha üst kısmında sol tarafa doğru yayılmış olup, dikdörtgen deliğin yatay kenarı ile belirli bir açı yapmıştır.

Şekil 9.76' da ise levha $P = 15$ MPa yükleme durumundadır. Delik boyutları sabit olup, $b = 20$ mm, $h = 30$ mm' dir. Takviye açısı $\theta = 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ ve 90° olarak değişmektedir. Açının artmasıyla birlikte plastik bölgeler genişlemiştir. Levha üst ve alt kenarında kesit daralması nedeniyle büyük gerilme yığılmaları oluşmuştur. Akan düğümlerin komşu düğümlere etkisiyle çekme doğrultusunda alt ve üst kısımda genişleyen plastik bölge $\theta = 0^\circ$ için simetrik dağılım göstermektedir.

Şekil 9.68 ile Şekil 9.74 arasındaki grafiklerde elde edilen sonuçlardan en önemlisi yükün artmasıyla birlikte plastik bölgelerin genişlemesidir. Takviye açısının artmasıyla birlikte genişleyen plastik bölge levha alt ve üst kısmında yayılmıştır. $\theta = 0^\circ$ ve 90° için simetriklik gösteren plastik bölgeler, diğer açılarda takviye doğrultusunda genişlemiştir.

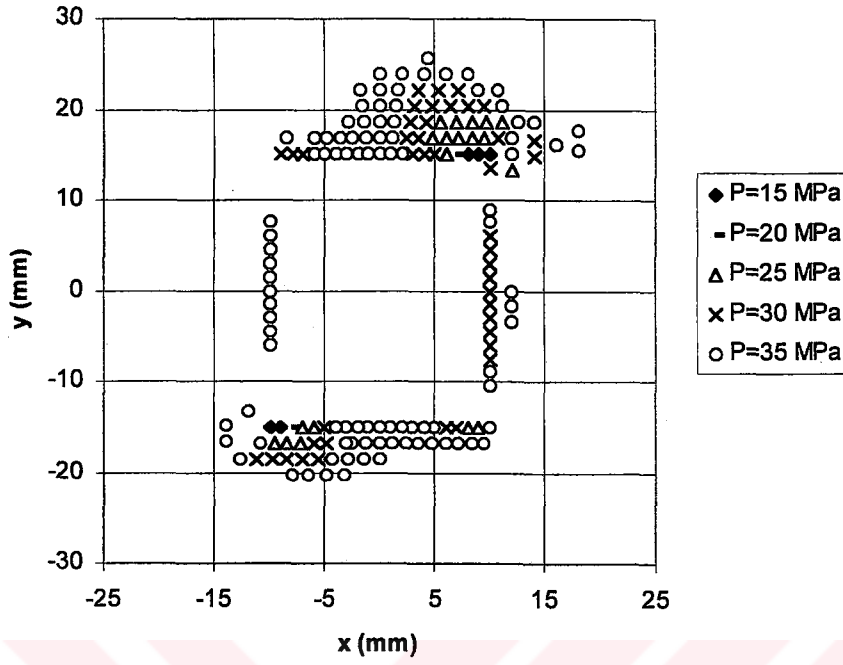


Şekil 9.68. Farklı tip yüklemeler için aynı delik etrafındaki plastik bölgelerin yayılışı
($b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=0^\circ$)



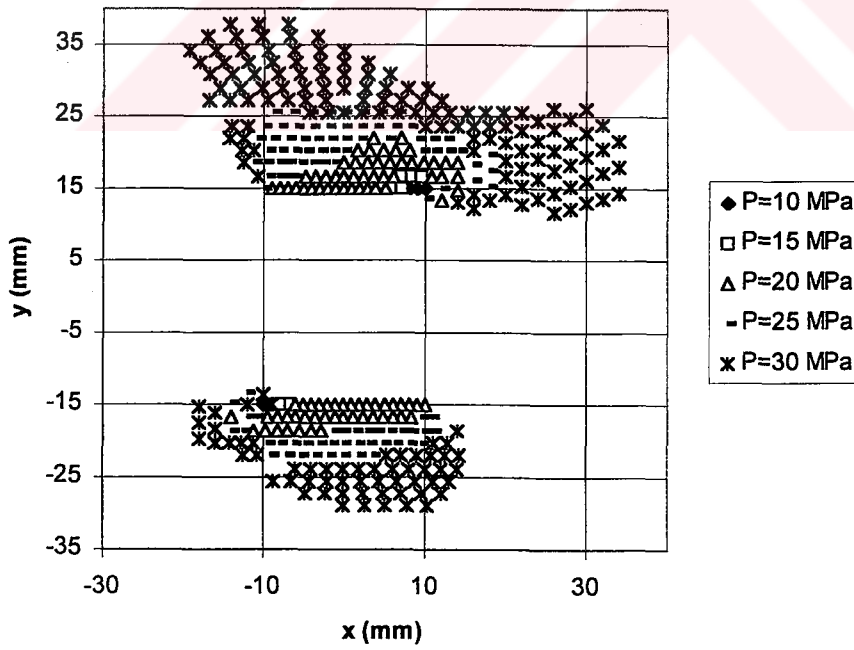
Şekil 9.69. Farklı tip yüklemeler için aynı delik etrafındaki plastik bölgelerin yayılışı

($b=20\text{ mm}$, $h=30\text{ mm}$, $\theta=15^\circ$)



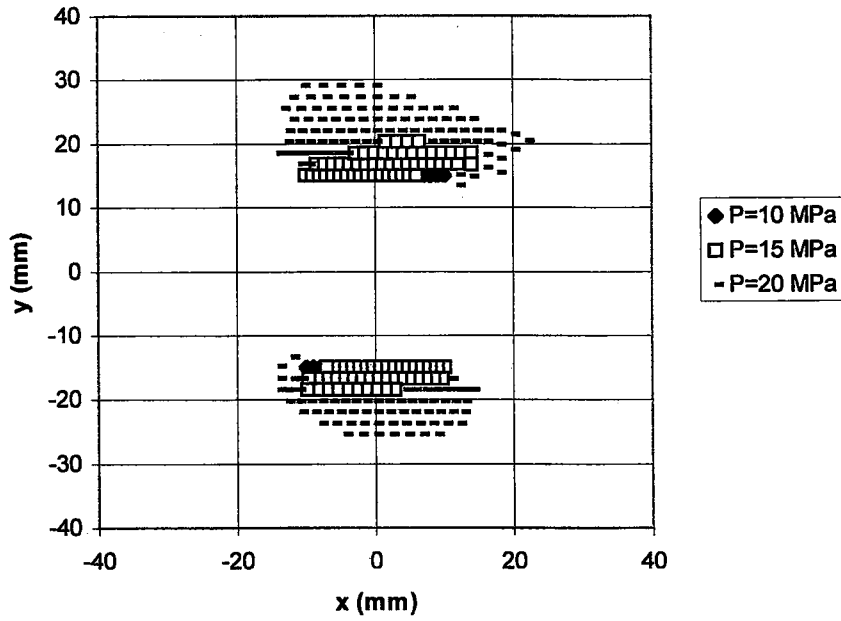
Şekil 9.70. Farklı tip yüklemeler için aynı delik etrafındaki plastik bölgelerin yayılışı

($b=20\text{ mm}$, $h=30\text{ mm}$, $\theta=30^\circ$)

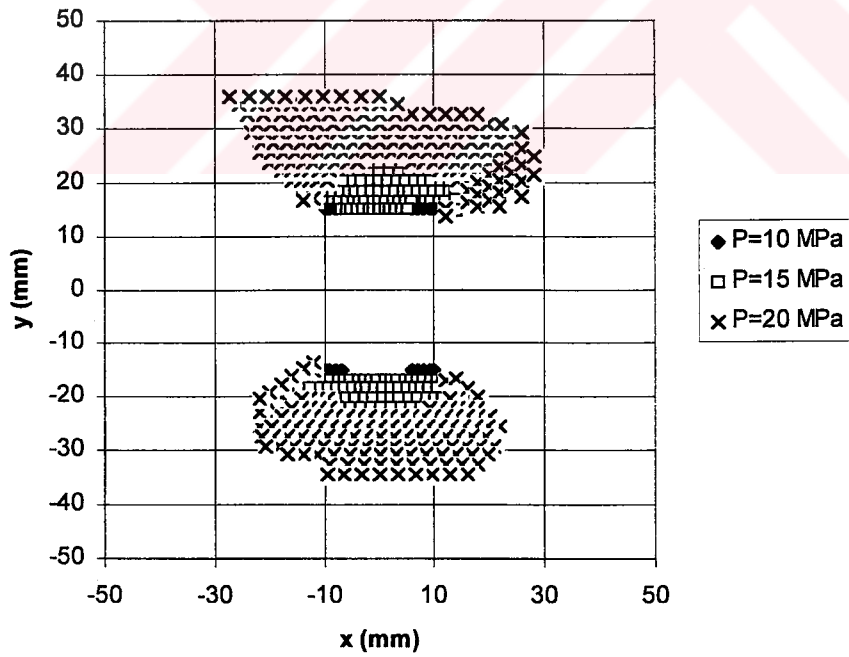


Şekil 9.71. Farklı tip yüklemeler için aynı delik etrafındaki plastik bölgelerin yayılışı

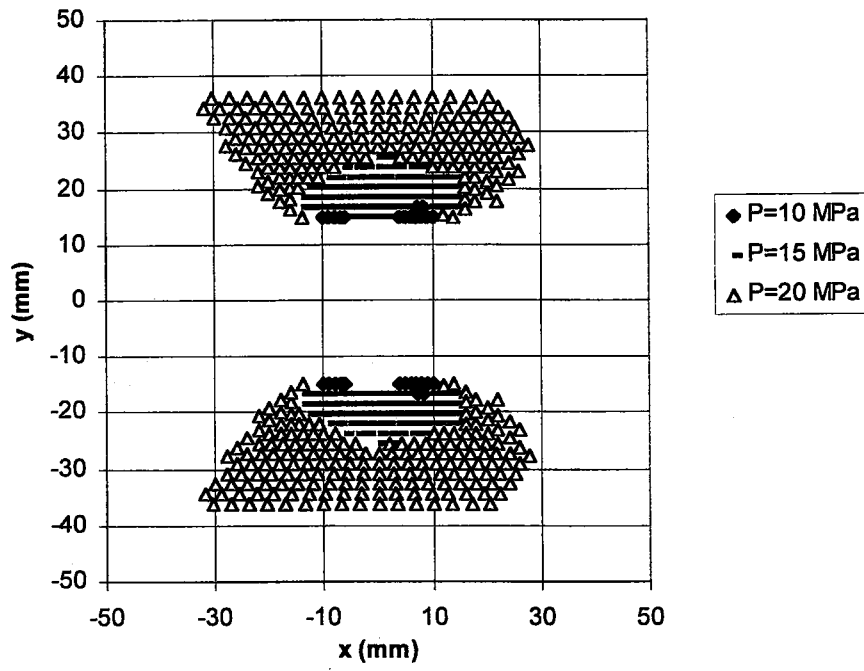
($b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=45^\circ$)



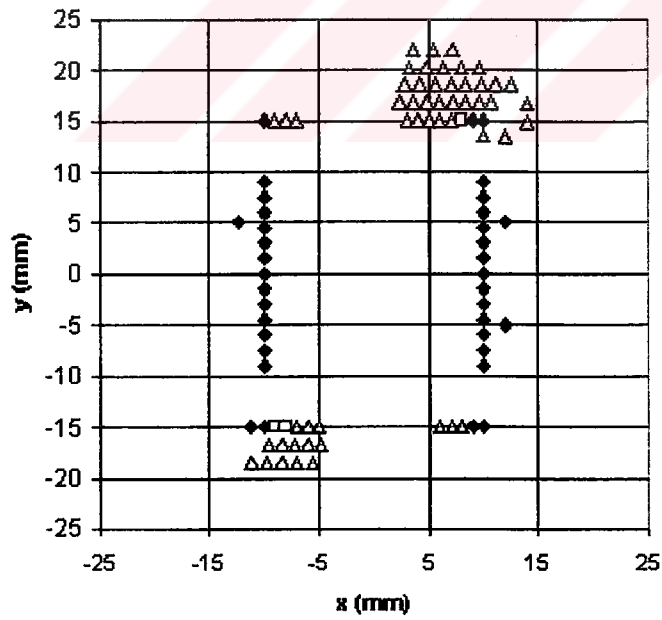
Şekil 9.72. Farklı tip yüklemeler için aynı delik etrafındaki plastik bölgelerin yayılışı
($b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=60^\circ$)



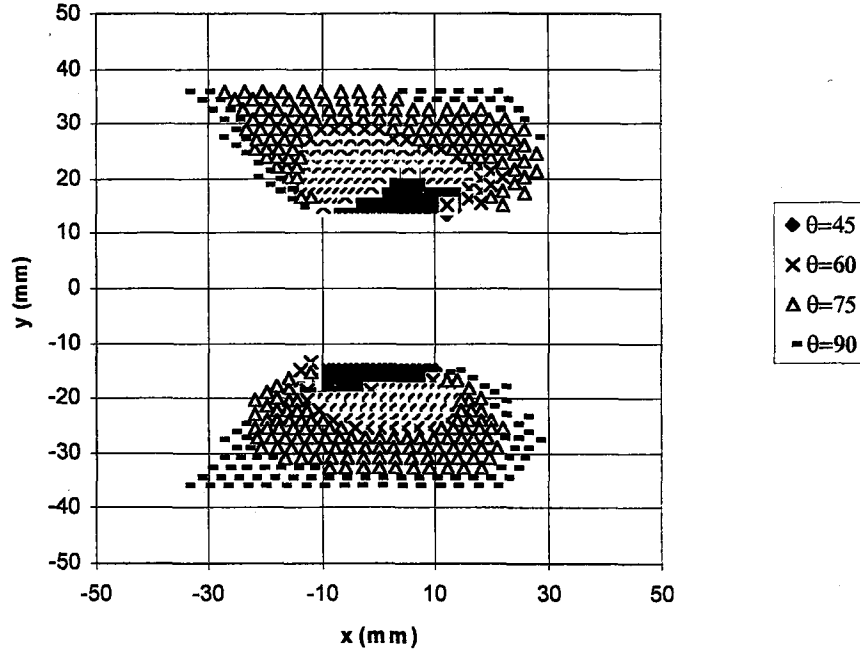
Şekil 9.73. Farklı tip yüklemeler için aynı delik etrafındaki plastik bölgelerin yayılışı
($b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=75^\circ$)



Şekil 9.74. Farklı tip yüklemeler için aynı delik etrafındaki plastik bölgelerin yayılışı
($b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=90^\circ$)



Şekil 9.75. Aynı yükleme durumunda farklı takviye açılarında göre plastik bölgelerin yayılışı
($P=30$ Mpa, $b=20$ mm, $h=30$ mm)



Şekil 9.76. Aynı yükleme durumunda farklı takviye açılarına göre plastik bölgelerin yayılışı
($P=20$ Mpa, $b=20$ mm, $h=30$ mm)

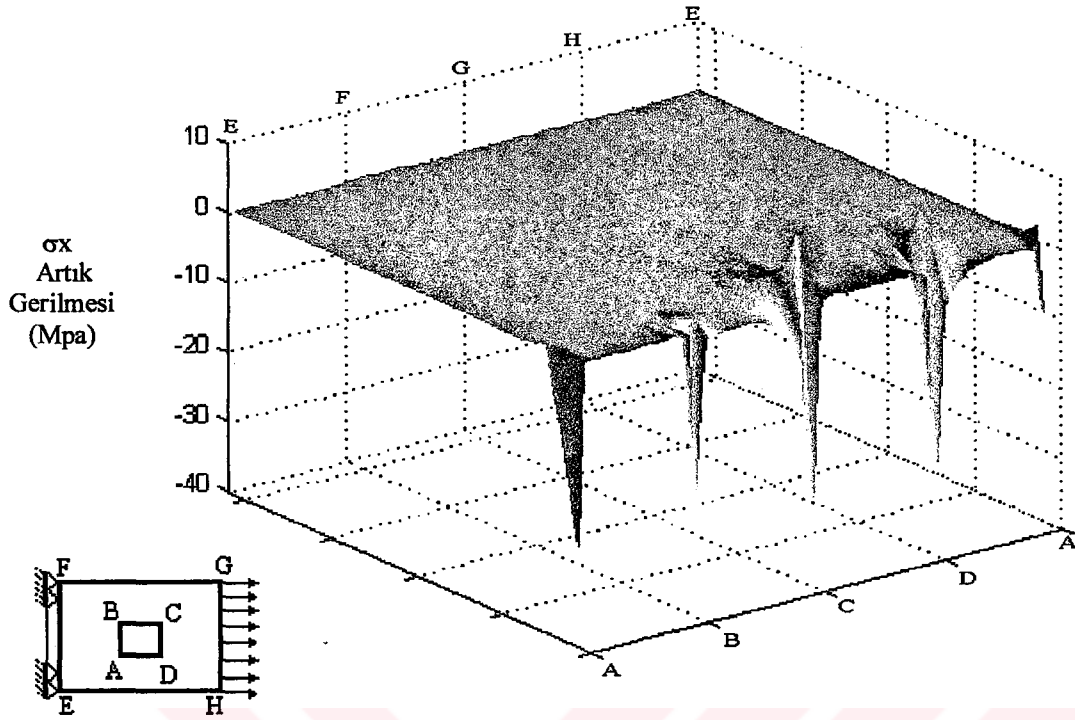
9.5. Farklı Takviye Açılarında ve Aynı Yükleme Durumunda Bütün Levha Üzerinde Artık Gerilmelerin Dağılımı

Şekil 9.77 ile Şekil 9.97 arasındaki grafiklerde bütün levha boyunca artık gerilme dağılımları incelenmiştir. Uygulanan üniform yayılı çekme yükü $P=35 \text{ MPa}$ ’dır. Levhanın ortasındaki dikdörtgen deliğin genişliği $b=20 \text{ mm}$, yüksekliği ise $h=30 \text{ mm}$ ’dir. Artık gerilmeler σ_x , σ_y ve τ_{xy} bileşenleri cinsinden ayrı ayrı analiz edilmiştir. Şekil 9.77 ile Şekil 9.83 arasındaki grafiklerde σ_x artık gerilme bileşeni, Şekil 9.84 ile Şekil 9.90 arasındaki grafiklerde σ_y artık gerilme bileşeni ve Şekil 9.91 ile Şekil 9.97 arasındaki grafiklerde ise τ_{xy} artık gerilme bileşeninin kompozit levha boyunca dağılımları verilmiştir.

Üç boyutlu olarak verilen grafiklerde, x ve y ekseni düğümlerin koordinatlarını, z ekseni ise artık gerilmeleri göstermektedir. Grafikler hazırlanırken; dikdörtgen deliğin kenarları, yatayda açılarak, deliğin dört köşesi aynı doğrultuda hizalandırılmıştır. Grafiklerde A, B, C ve D harfleri dikdörtgen deliğin köşelerini temsil etmektedir. E, F, G ve H harfleri ise kompozit levhanın dış köşelerini göstermektedir.

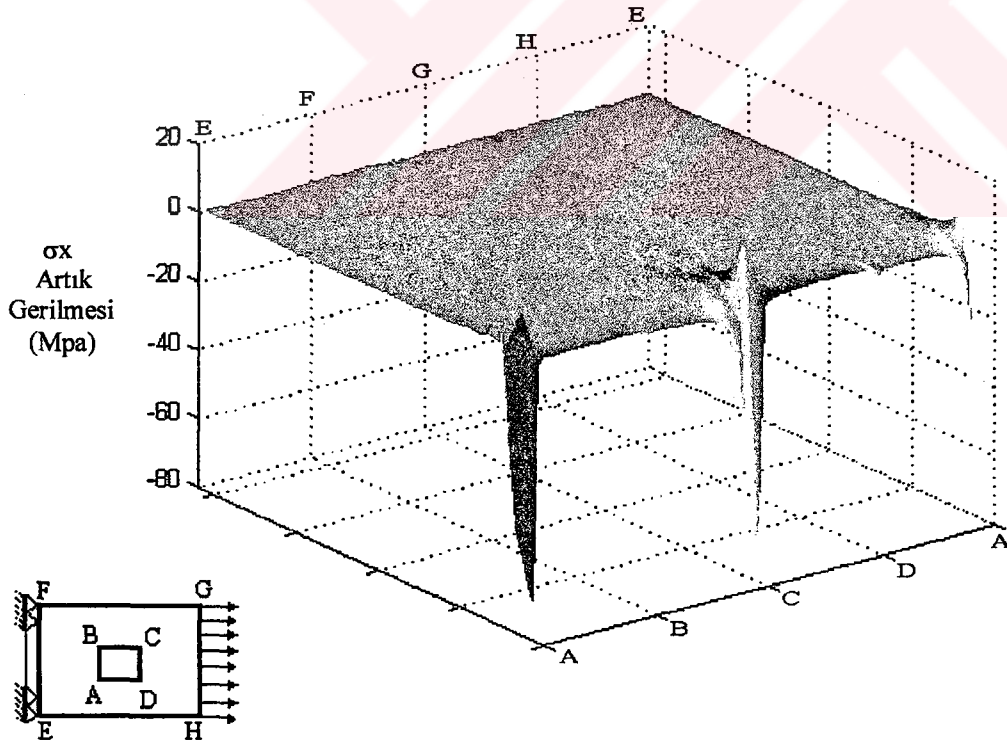
Şekil 9.3 ile Şekil 9.44 arasında sadece dikdörtgen deliğin kenarları boyunca artık gerilme dağılımları verilmiştir. Şekil 9.77 ile Şekil 9.97 arasındaki grafiklerde ise artık gerilmelerin tüm levha üzerindeki dağılımları analiz edilmiştir.

Levha üzerinde tüm takviye açıları için maksimum gerilmelerin dikdörtgen deliğin köşelerinde olduğu görülmüştür. $\theta=0^\circ$ takviye açısında levha en mukavemetli haldedir. Delik köşeleri dışında levha üzerinde gerilmeler 0’ dır. Takviye açısının artışına bağlı olarak levha üzerinde artık gerilme dağılımları oluşmaktadır. τ_{xy} artık gerilme bileşeni ise $\theta=90^\circ$ takviye açısında sıfırdır.



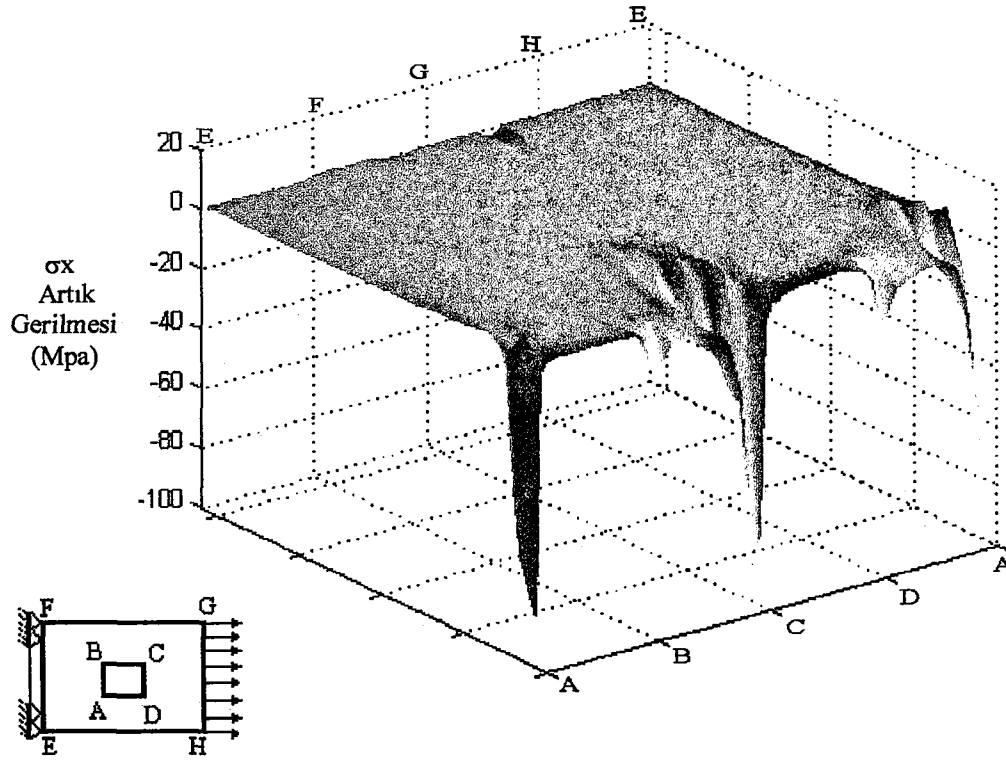
Şekil 9.77. Düzlem levha üzerinde σ_x artık gerilmesinin dağılımı

($P=35$ Mpa, $b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=0^\circ$)

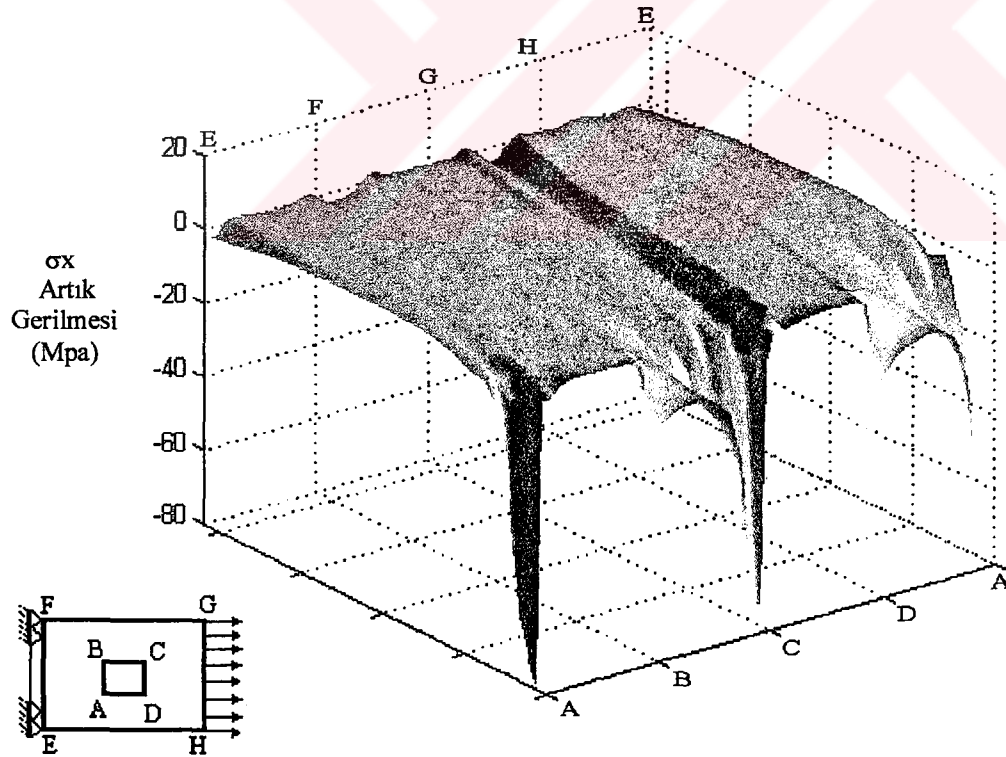


Şekil 9.78. Düzlem levha üzerinde σ_x artık gerilmesinin dağılımı

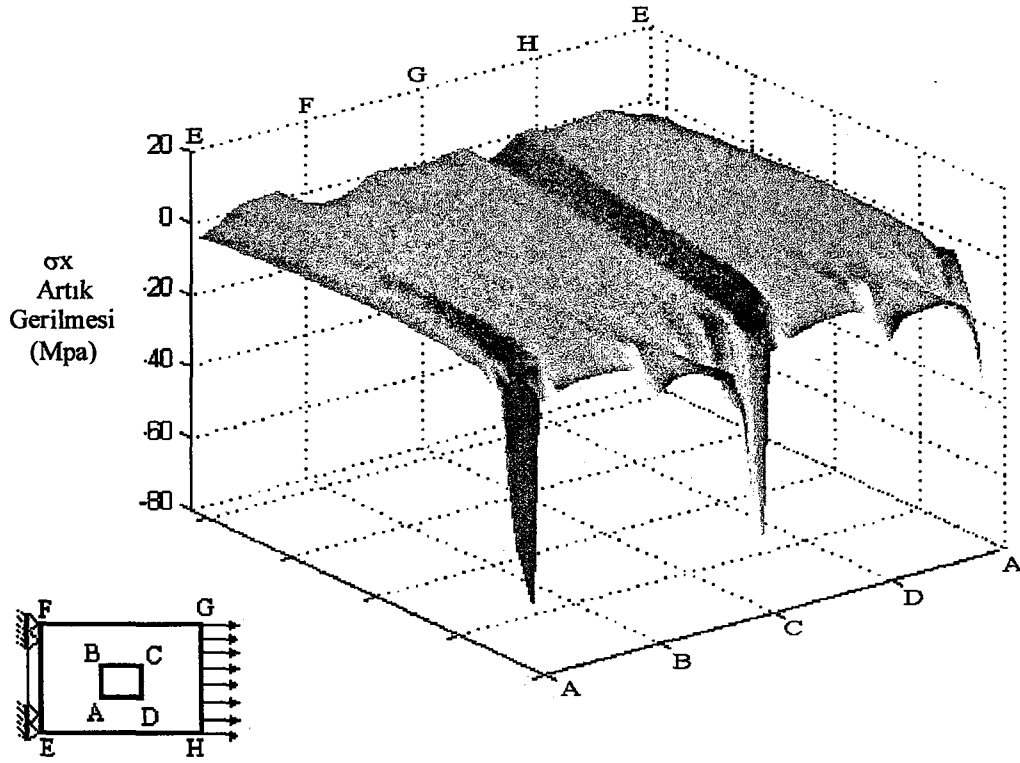
($P=35$ Mpa, $b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=15^\circ$)



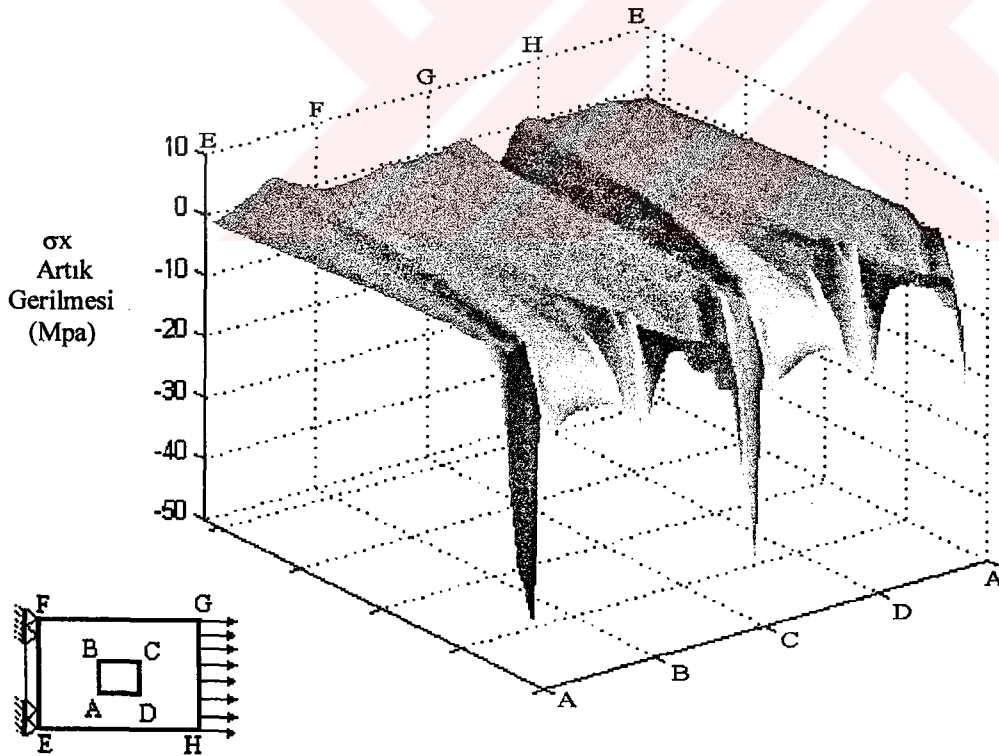
Şekil 9.79. Düzlem levha üzerinde σ_x artık gerilmesinin dağılımı
($P=35$ Mpa, $b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=30^\circ$)



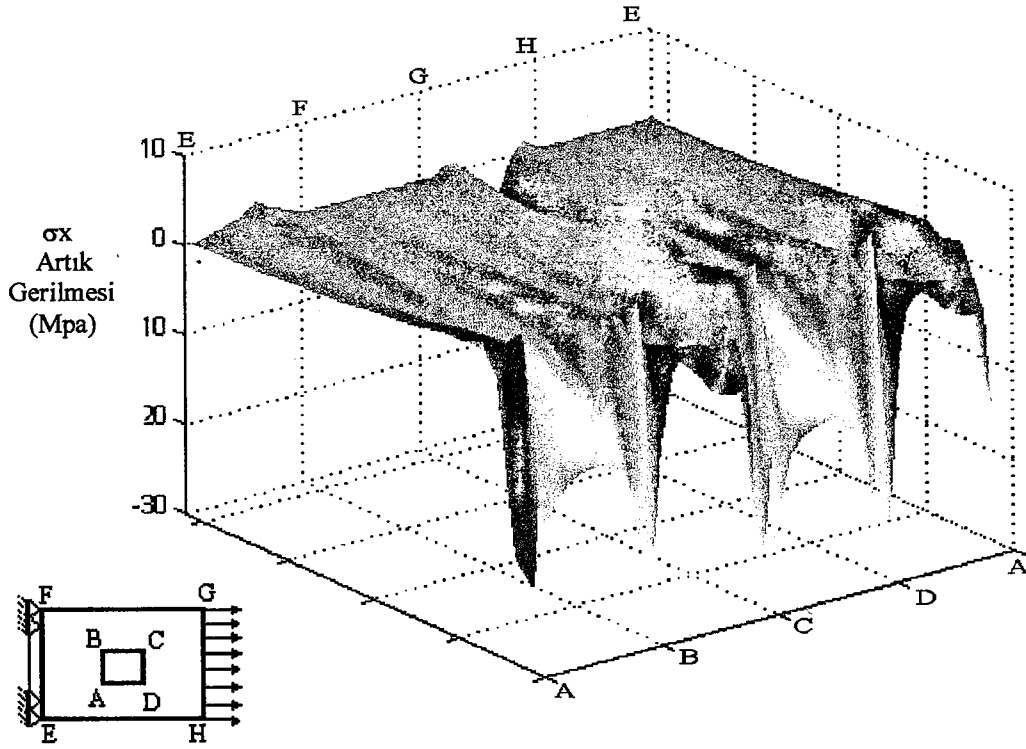
Şekil 9.80. Düzlem levha üzerinde σ_x artık gerilmesinin dağılımı
($P=35$ Mpa, $b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=45^\circ$)



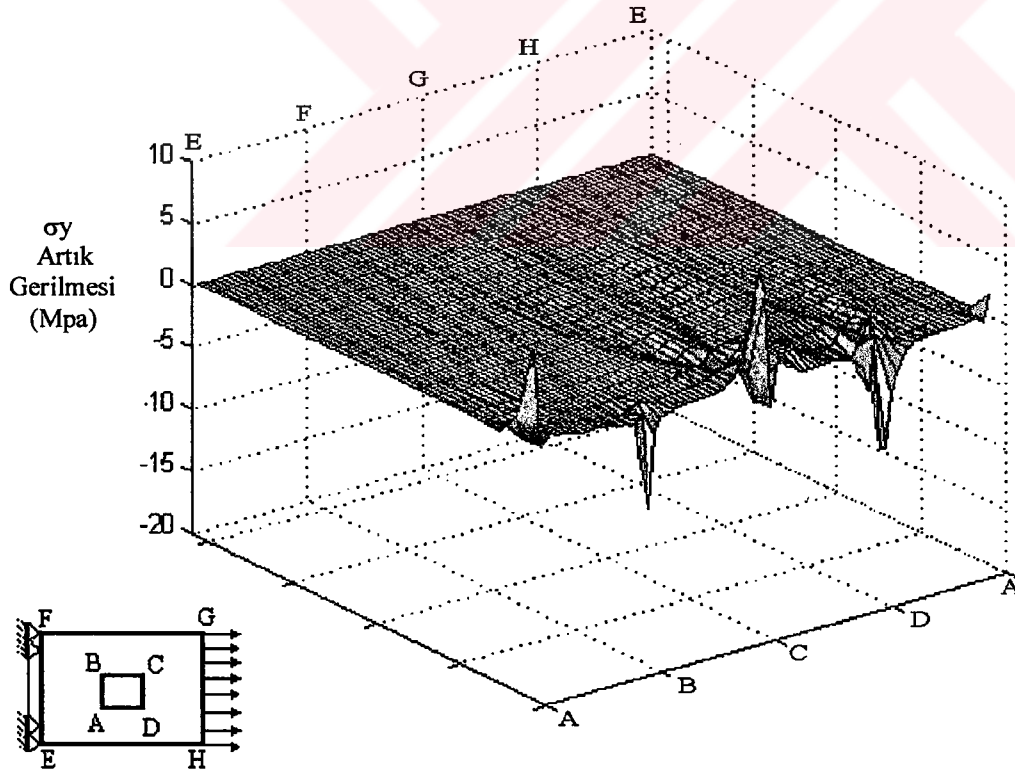
Şekil 9.81. Düzlem levha üzerinde σ_x artık gerilmesinin dağılımı
($P=35$ Mpa, $b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=60^\circ$)



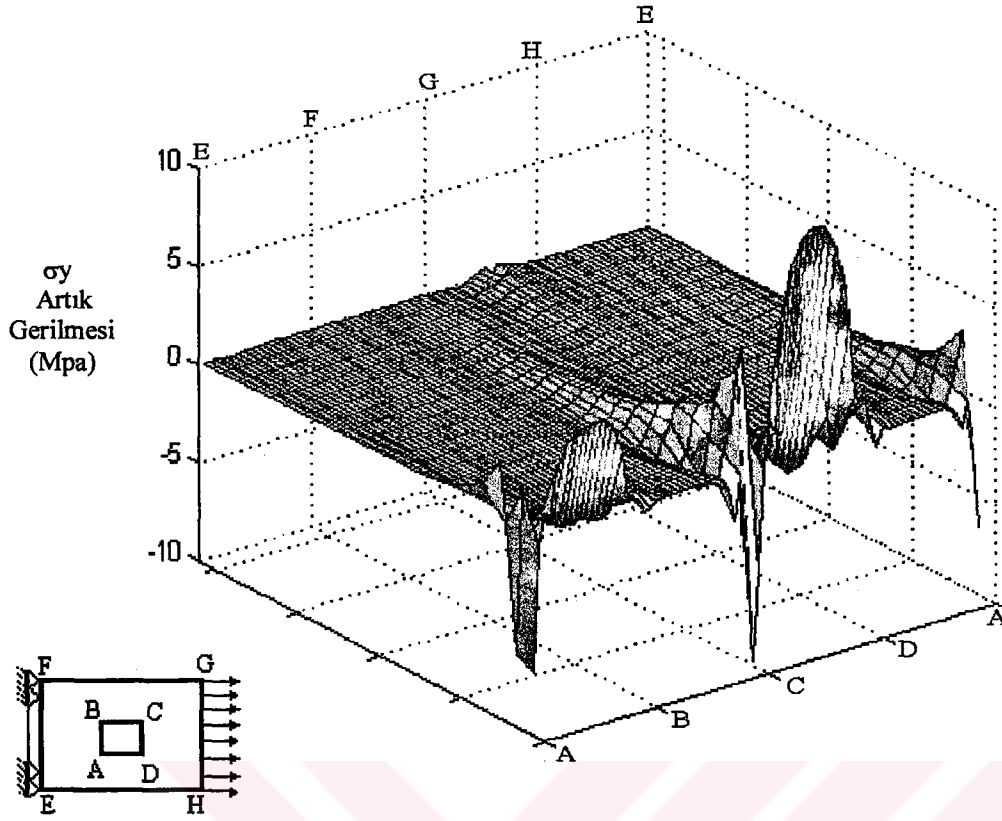
Şekil 9.82. Düzlem levha üzerinde σ_x artık gerilmesinin dağılımı
($P=35$ Mpa, $b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=75^\circ$)



Şekil 9.83. Düzlem levha üzerinde σ_x artık gerilmesinin dağılımı
($P=35$ Mpa, $b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=90^\circ$)

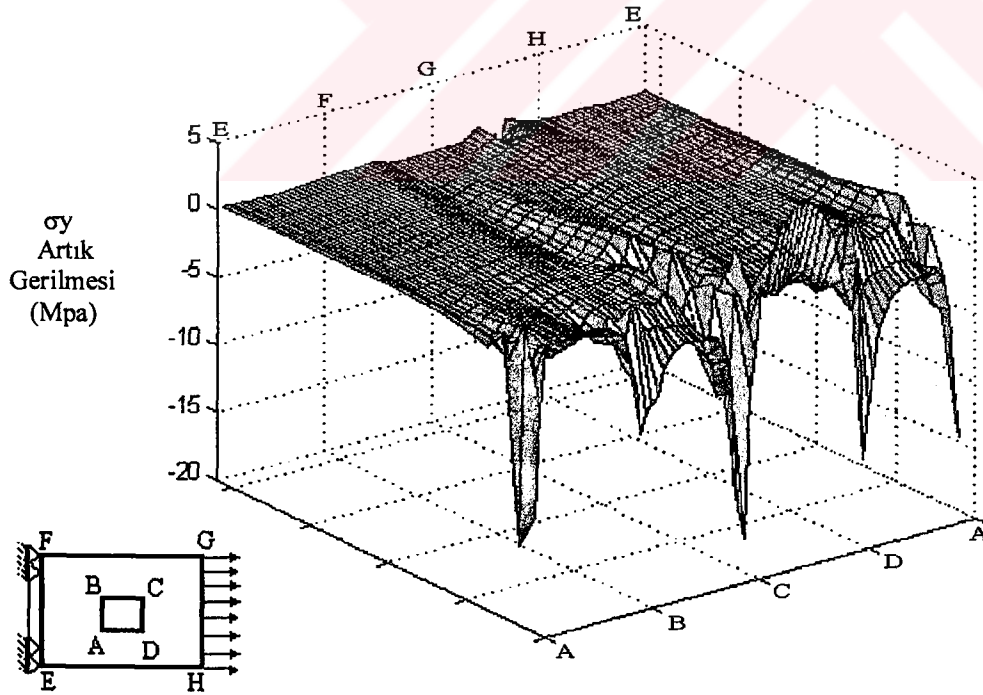


Şekil 9.84. Düzlem levha üzerinde σ_y artık gerilmesinin dağılımı
($P=35$ Mpa, $b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=0^\circ$)



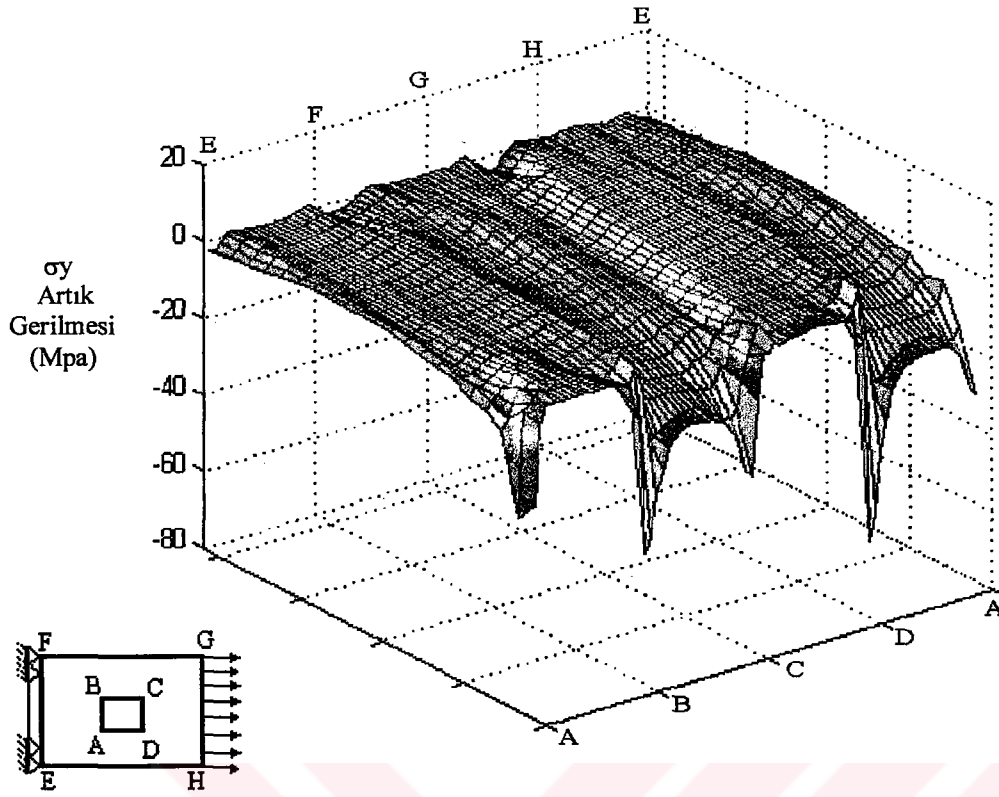
Şekil 9.85. Düzlem levha üzerinde σ_y artık gerilmesinin dağılımı

($P=35$ Mpa, $b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=15^\circ$)

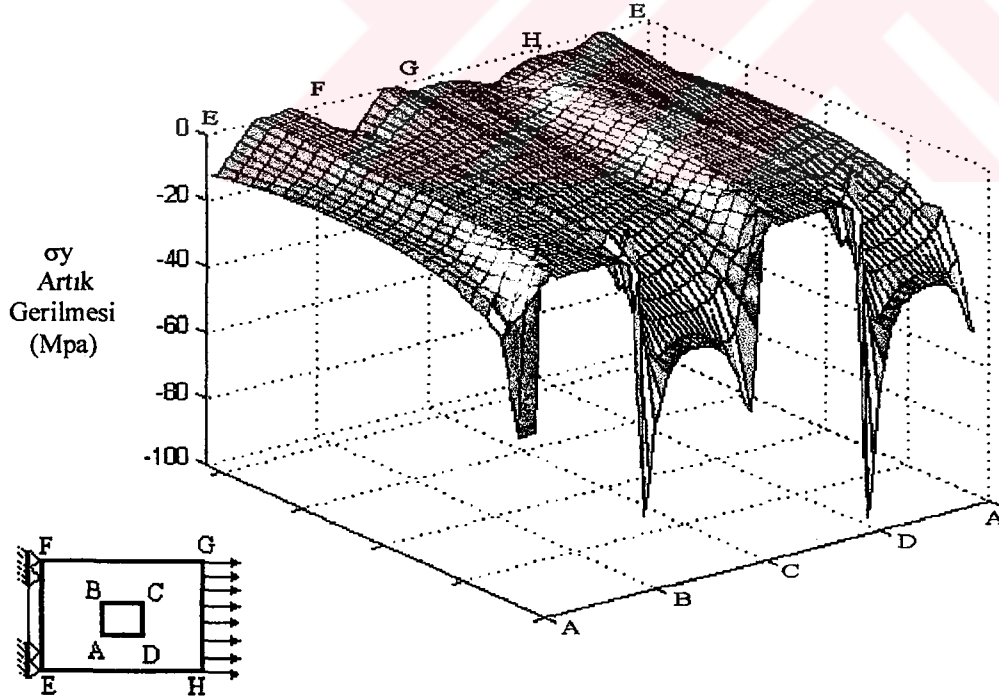


Şekil 9.86. Düzlem levha üzerinde σ_y artık gerilmesinin dağılımı

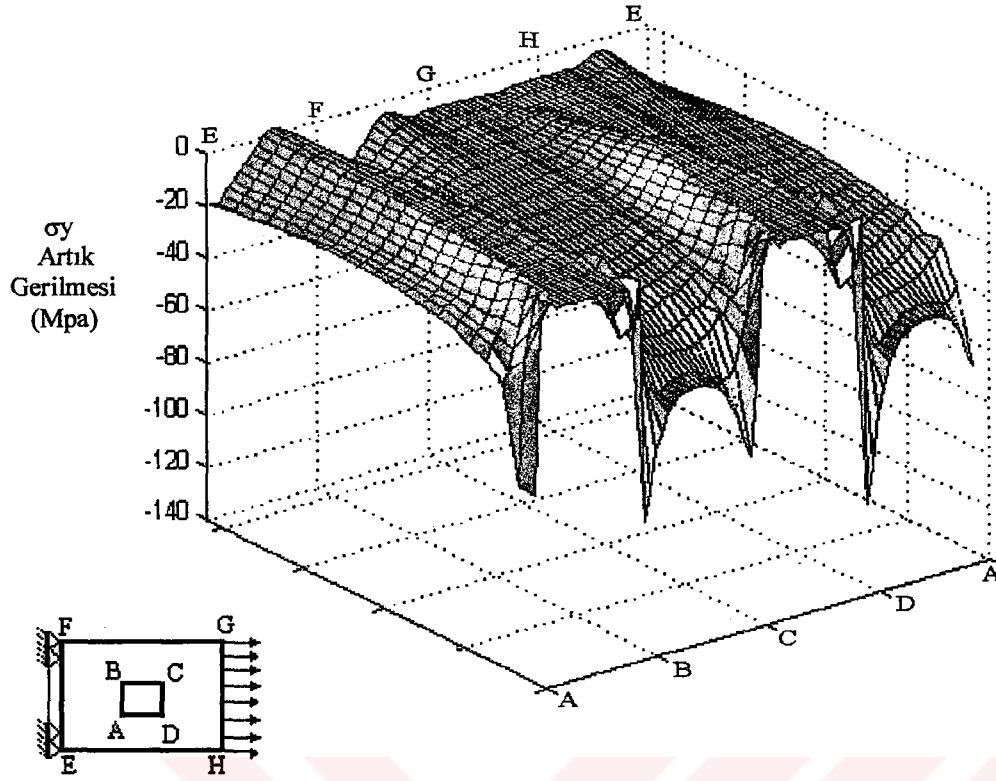
($P=35$ Mpa, $b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=30^\circ$)



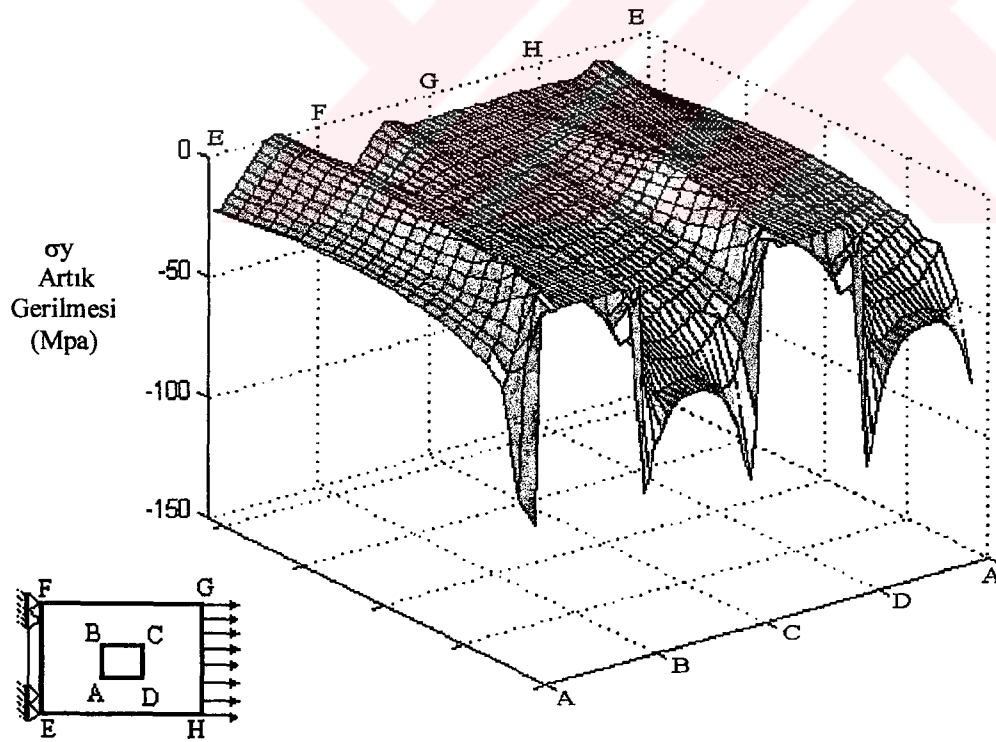
Şekil 9.87. Düzlem levha üzerinde σ_y artık gerilmesinin dağılımı
($P=35$ Mpa, $b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=45^\circ$)



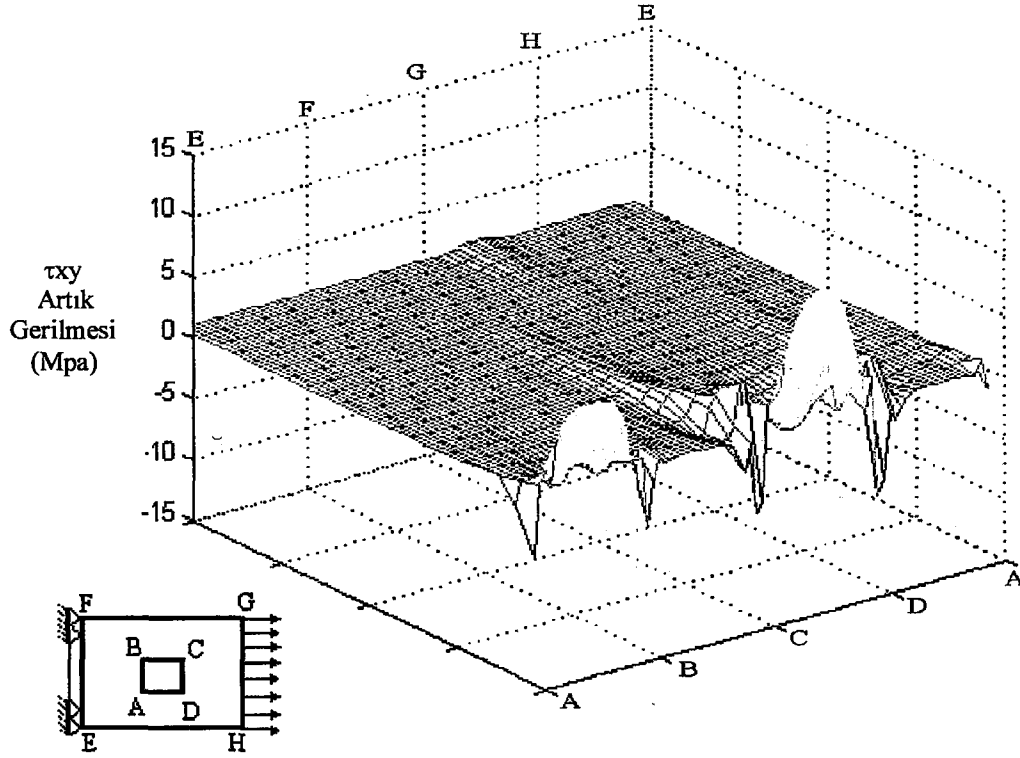
Şekil 9.88. Düzlem levha üzerinde σ_y artık gerilmesinin dağılımı
($P=35$ Mpa, $b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=60^\circ$)



Şekil 9.89. Düzlem levha üzerinde σ_y artık gerilmesinin dağılımı
($P=35$ Mpa, $b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=75^\circ$)

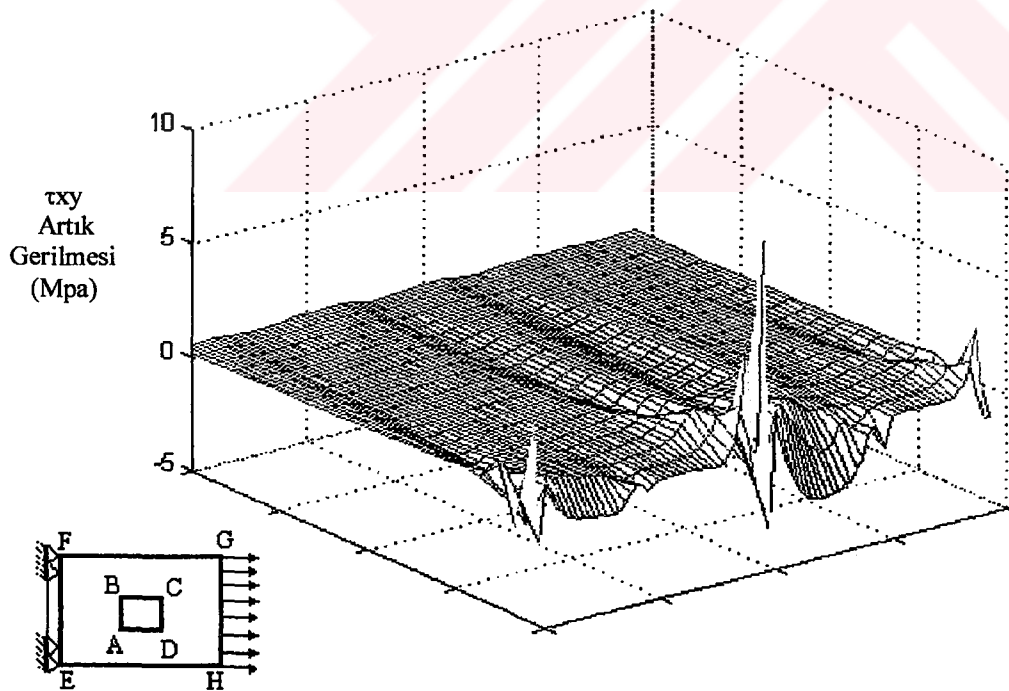


Şekil 9.90. Düzlem levha üzerinde σ_y artık gerilmesinin dağılımı
($P=35$ Mpa, $b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=90^\circ$)



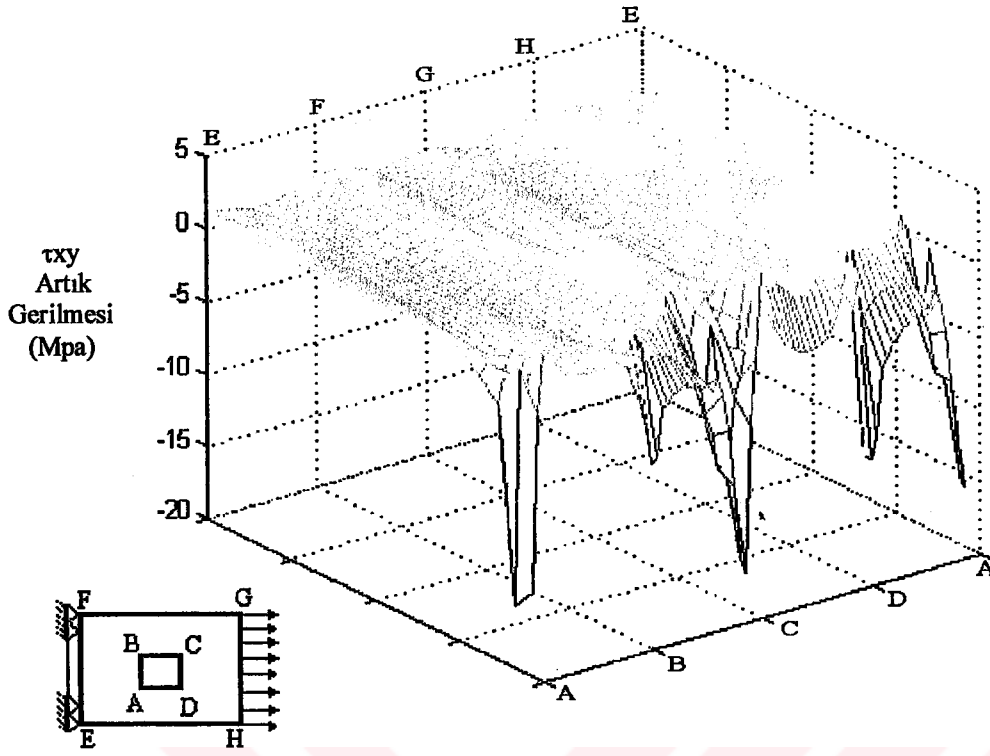
Şekil 9.91. Düzlem levha üzerinde τ_{xy} artık gerilmesinin dağılımı

($P=35$ Mpa, $b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=0^\circ$)



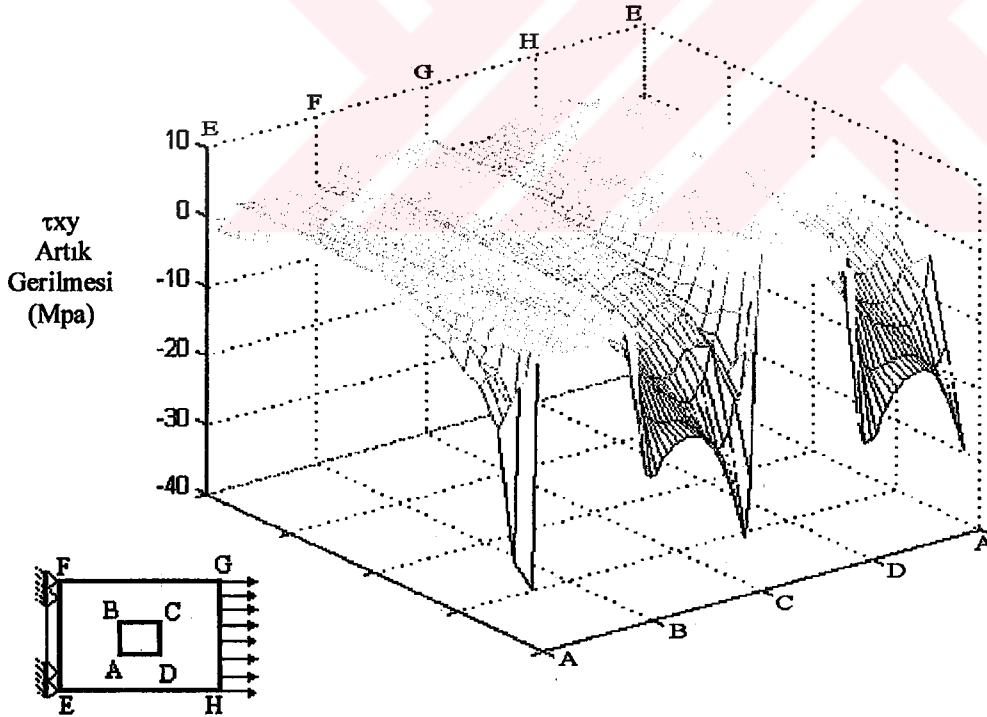
Şekil 9.92. Düzlem levha üzerinde τ_{xy} artık gerilmesinin dağılımı

($P=35$ Mpa, $b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=15^\circ$)



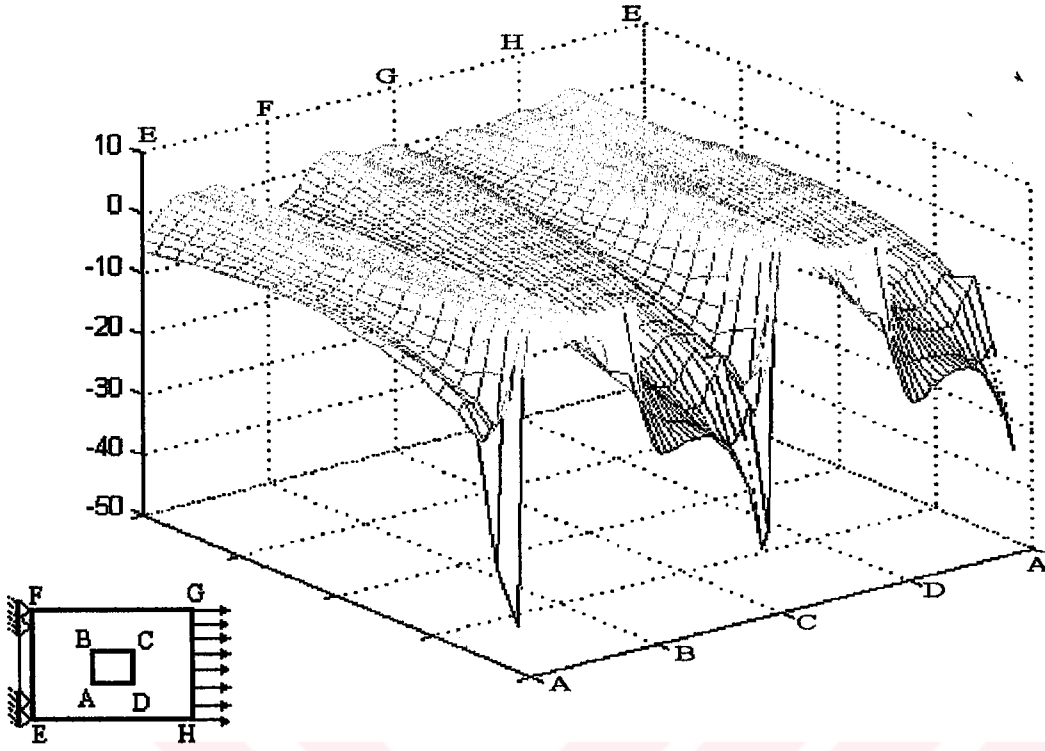
Şekil 9.93. Düzlem levha üzerinde τ_{xy} artık gerilmesinin dağılımı

($P=35$ Mpa, $b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=30^\circ$)

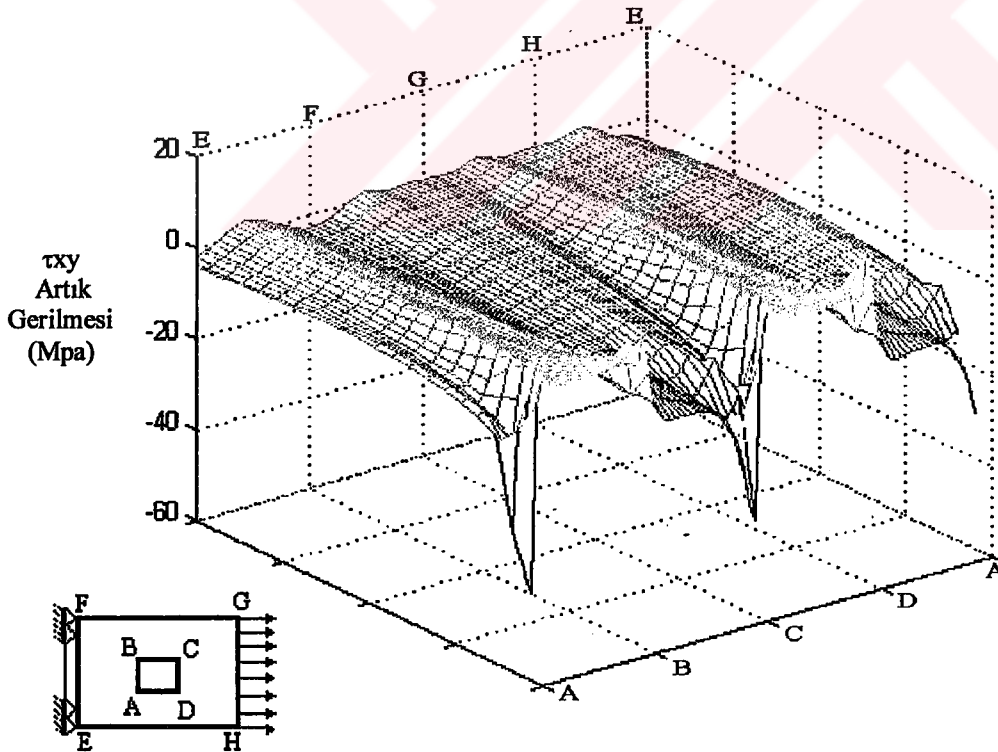


Şekil 9.94. Düzlem levha üzerinde τ_{xy} artık gerilmesinin dağılımı

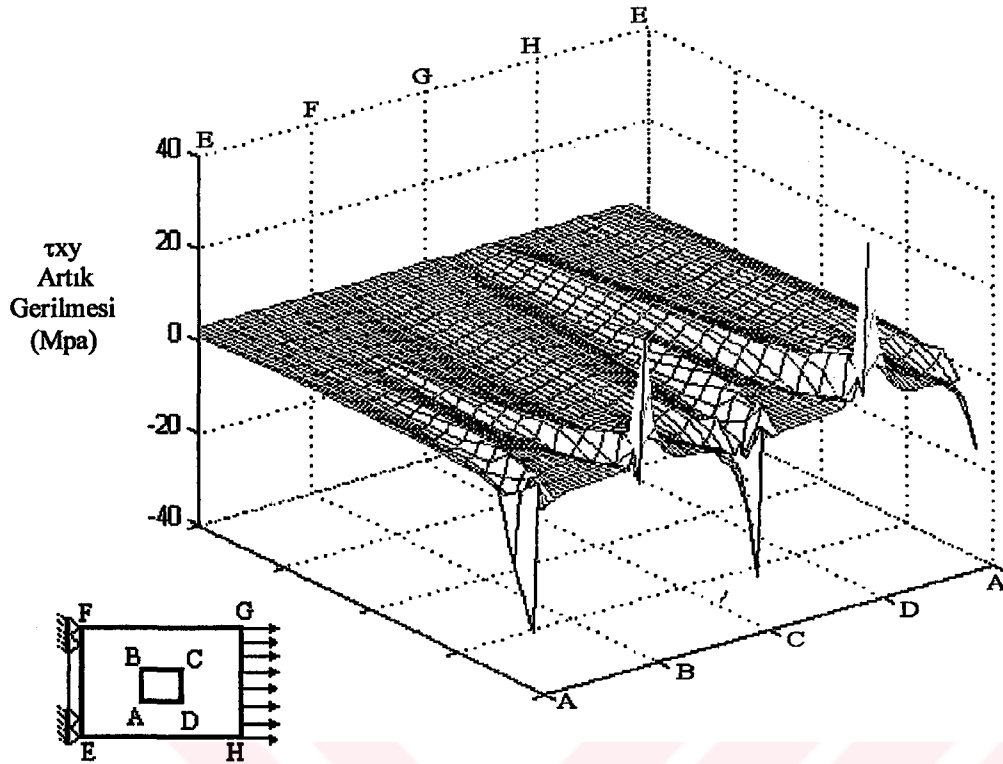
($P=35$ Mpa, $b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=45^\circ$)



Şekil 9.95. Düzlem levha üzerinde τ_{xy} artık gerilmesinin dağılımı
($P=35$ Mpa, $b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=60^\circ$)



Şekil 9.96. Düzlem levha üzerinde τ_{xy} artık gerilmesinin dağılımı
($P=35$ Mpa, $b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=75^\circ$)



Şekil 9.97. Düzlem levha üzerinde τ_{xy} artık gerilmesinin dağılımı

($P=35$ Mpa, $b=20$ mm, $h=30$ mm, $\theta=90^\circ$)

10. SONUÇLARIN DEĞERLENDİRİLMESİ VE ÖNERİLER

9. Bölümde delik kenarları boyunca elde edilen iç gerilme dağılımları ve plastik bölge yayılışlarından elde edilen sonuçlara göre şu değerlendirmeler yapılabilir;

1. Şekil 9.3 ile Şekil 9.23 arasındaki grafiklerde, delik yüksekliği sabit tutulup $h=20$ mm, delik genişliği değiştirilerek, $b=20, 30$ ve 40 mm değerlerinde, aynı yükleme durumu için, delik kenarları boyunca artık gerilmelerin dağılımı incelenmiştir. Şekil 9.24 ile Şekil 9.44 arasındaki grafiklerde ise delik genişliği sabit tutulup $b=20$ mm, delik yüksekliği değiştirilerek, $h=20, 30$ ve 40 mm değerlerinde, aynı yükleme durumu için, delik kenarları boyunca artık gerilmelerin dağılımı incelenmiştir. Artık gerilmeler σ_x , σ_y ve τ_{xy} bileşenleri cinsinden ayrı ayrı analiz edilmiştir.

- Akma meydana gelen düğümlerde negatif σ_x artık gerilmeleri, diğer düğümlerde ise küçük değerlerde pozitif σ_x artık gerilmeleri elde edilmiştir. σ_x artık gerilmesi $\theta=45^\circ$ ye kadar artış gösterirken, takviye açısının artmasıyla azalma göstermiştir. σ_y artık gerilmesi σ_x ile aynı karakterde olmasına rağmen değerleri $\theta=45^\circ$ ye kadar σ_x ' e göre küçüktür. Fakat takviye açısının artmasıyla σ_y değeri artmıştır. τ_{xy} artık gerilme bileşeni, takviye açısı $\theta = 0^\circ$ ve 90° konumlarında tarafsız eksenin altında kalan düğümlerde negatif, üstünde kalan düğümlerde pozitif olup, diğer düğümlerde sıfırdır. Tarafsız eksene göre simetrik olan düşey kenarlar boyunca kayma artık gerilmeleri mutlak değerce eşittirler.

- Takviye açısı $\theta = 0^\circ$ ve 90° konumlarında artık gerilme dağılımları delik kenarları boyunca aynıdır ve bu açı değerlerinde gerilmeler, delik kenarları boyunca simetrikler.

- Takviye doğrultusuna dik doğrultuda levha mukavemeti düşük olduğundan, takviye açısının artmasıyla, artık gerilme değerlerinde artış elde edilmiştir. Dolayısıyla $\theta = 0^\circ$ fiber takviyeli plağın mukavemeti en fazladır.

- Dikdörtgen delikte en kritik düğümler, köşelerdeki düğümlerdir ve maksimum gerilmeler bu köşelerde oluşmuştur. $\theta = 0^\circ$ ve 90° takviye açıları dışındaki açı değerlerinde maksimum gerilmelerin olduğu köşelerin takviye doğrultusundaki

köşeler olduğu görülmüştür. Bu köşelerde diğer iki köşeye oranla daha fazla artık gerilme değerleri elde edilmiştir.

- $\theta = 0^\circ$ takviye açısında σ_x ve σ_y gerilme dağılımları delik kenarları boyunca köşeler hariç sıfırdır. $\theta = 90^\circ$ takviye açısında σ_x artık gerilme değeri düşey kenarlar boyunca maksimum iken, yatay kenarlar boyunca sıfırdır. Bunun sebebi; takviye doğrultusunun dik olması sonucu takviye doğrultusundaki düşey kenarlar boyunca levha mukavemetinin azalmasıdır. σ_y artık gerilmesi ise $\theta = 90^\circ$ takviye açısında σ_x artık gerilmesinin tam tersi bir dağılım göstermiştir.

- Delik yüksekliğinin $h=20$ mm sabit tutulup, delik genişliğinin artırılmasıyla, $b=20, 30$ ve 40 mm değerleri için, ankastre uca yakın deliğin düşey kenarlarındaki köşelerde gerilmeler azalırken, yükün uygulandığı köşelerde gerilmelerde artış elde edilmiştir. Delik genişliğinin artışıyla, gerilmelerdeki artış farkı köşeler için küçük değerlerde kalmıştır.

- Delik genişliğinin $b=20$ mm sabit tutulup, delik yüksekliğinin artırılmasıyla delik kenar ve köşelerinde elde edilen gerilmeler, delik genişliğinin artmasıyla elde edilen gerilmelere oranla daha fazladır. Yükün uygulandığı levha ucuna yakın düşey kenarlardaki delik köşelerinde, diğer iki köşeye oranla daha büyük artık gerilme değerleri elde edilmiştir. h delik yüksekliğinin artmasıyla gerilmelerde de artış olmuştur.

- Delik genişliğinin artırılmasıyla birlikte artık gerilmelerdeki artış farkı, delik yüksekliğinin artırılmasıyla elde edilen artık gerilme farkından daha küçüktür. Dolayısıyla delik yüksekliğinin artırılmasıyla elde edilen levhaların mukavemeti, delik genişliğinin artırılmasıyla elde edilen levhaların mukavemetinden daha düşük olacaktır. Dikdörtgen deliğin yüksekliğinin artması, delik boyunca levha dik kesitinin daralmasına, ve gerilme yığılmalarının artmasına sebep olur. Sonuçta daha büyük gerilmeler elde edilir.

2. Şekil 9.45 ile Şekil 9.51 arasındaki grafiklerde, $P= 30, 35$ ve 40 MPa'lık yükleme değerlerinde, $h=30$ mm ve $b=20$ mm boyutlarında bir dikdörtgen deliğe sahip kompozit levhada çekme doğrultusundaki σ_x artık gerilme dağılımları incelenmiştir.

- Uygulanan üniform çekme yükünün artırılmasıyla gerilmelerde artış elde edilmiştir. Delik kenarlarındaki gerilme dağılımları, yatay ve düşey kenarlar boyunca kendi aralarında aynı karakteristiğe sahiptir. $\theta = 0^\circ$ takviye açısında bütün delik kenarları boyunca sıfır olan σ_x artık gerilmesi, deliğin köşelerinde maksimumdur. Tüm takviye açılarında maksimum gerilmeler köşelerde oluşmuştur. $\theta = 0^\circ$ takviye açısında yatay delik kenarları boyunca gerilmeler sıfır iken, düşey kenarlarda gerilme değerleri negatif olup, yüklemenin artışına bağlı olarak artmıştır.

- İç gerilmelerle geometrik süreksizliğin bulunduğu delik köşelerinde gerilme yığılmaları azaltıldığından, levhalar çekme yüküne karşı daha mukavimdirler. Dolayısıyla daha fazla çekme yükleri taşıyabilirler

3. Şekil 9.52 ile Şekil 9.59 arasındaki grafiklerde, delik yüksekliği $h=20$ mm sabit tutulup, delik genişliği değiştirilerek, $b=20, 30$ ve 40 mm değerlerinde, aynı yükleme durumu için, levha üzerinde plastik bölgelerin dağılımı incelenmiştir. Şekil 9.60 ile Şekil 9.67 arasındaki grafiklerde ise delik genişliği $b=20$ mm sabit tutulup, delik yüksekliği değiştirilerek, $h=20, 30$ ve 40 mm değerlerinde, aynı yükleme durumu için, levha üzerinde plastik bölgelerin dağılımı incelenmiştir.

- Levha ortasındaki dikdörtgen deliğin boyutunun artmasına bağlı olarak gerilmelerde artış elde edilmiştir. Buna bağlı olarak delik genişliği ve yüksekliğinin artmasıyla, akmaya katılan düğümlerin sayısı da artmıştır. Çünkü delik boyutunun artmasıyla, geometrik süreksizlik artmış, büyük gerilme yığılmaları elde edilmiştir. Dolayısıyla akan düğümlerin komşu düğümlere etkisiyle, plastik bölgeler yayılmıştır.

- Takviye açısının artmasıyla, plastik bölgelerde artış sağlanmıştır. $\theta = 0^\circ$ takviye açısında simetrik olan plastik bölgeler, takviye açısının artmasıyla çekme doğrultusunda genişlemiş ve deliğin alt ve üst bölgelerinde yayılmıştır.

- Delik yüksekliğinin artmasıyla elde edilen plastik bölgelerdeki artış, delik genişliğinin artırılmasıyla elde edilen plastik bölgeye göre daha fazladır. Bu durum da çekme doğrultusundaki levha dik kesitinin daralması ve dolayısıyla gerilme yığılmalarının artması şeklinde açıklanabilir. Takviyeye dik doğrultuda levha mukavemeti düşük olduğundan, takviye açısı arttıkça daha küçük yüklerde plastik bölgeler incelenmiştir. $\theta = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ$ ve 45° takviye açılarında $P=30$ MPa yükleme değerinde plastik bölgeler incelenirken, $\theta = 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ ve 90° takviye açılarında

$P=15$ MPa yükleme değeri için plastik bölgeler incelenmiştir. $\theta =45^\circ$ takviye açısında, $P=30$ MPa yükleme değeri için elde edilen plastik bölgeler, $P=15$ MPa yükleme değerinde elde edilen plastik bölgelere göre daha geniştir. $\theta =30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ ve 75° takviye açılarında sahip kompozit levhalarda plastik bölgeler, dikdörtgen deliğin üst kısımlarında daha fazla yayılmıştır.

- $\theta = 0^\circ$ konumundan itibaren takviye açısı arttıkça, plastik bölgeler genişlemekte ve yayılı yükün uygulandığı istikamette, deliğin üst kenarında yayılmaktadır.

4. Şekil 9.68 ile Şekil 9.74 arasındaki grafiklerde $b=20$ mm ve $h=30$ mm delik boyutlarına sahip bir kompozit levhada , farklı üniform yayılı çekme yükleri için plastik bölgelerin yayılışı incelenmiştir.

- Uygulanan yükün artmasıyla birlikte plastik bölgelerde genişleme elde edilmiştir. Akmaya iştirak eden düğümlerin levha üzerindeki koordinatlarından yararlanılarak çizilen plastik bölgeler, açının artmasıyla, takviye doğrultusunda genişlemiştir. $\theta =30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ ve 75° takviye açılarında, levha üst bölgesinde daha fazla yayılan plastik bölge $\theta =0^\circ$ ve 90° takviye açılarında, simetrik özelliğe sahiptir.

- Elemanların $\theta =0^\circ$ ve 90° takviye açılarında malzeme özellikleri x eksenine göre simetrik olduklarından plastik bölgeye giren düğümler de simetrik ve meydana gelen artık gerilme değerleri, simetrik düğümlerde eşittirler. Diğer açılarda ise üstte alttakinden fazladır. Dolayısıyla oluşan plastik bölge üst kısımda daha fazladır.

- Şekil 9.75 ile Şekil 9.76 arasındaki grafiklerde aynı yük değerinde takviye açısının değişimine göre plastik bölgelerin, levha üzerindeki dağılımı incelenmiştir. Plastik bölgeler takviye açısının artışıyla yayılma gösterirken, levhanın en kritik bölgeleri levha alt ve üst bölgelerinde genişlemiştir.

5. Şekil 9.77 ile Şekil 9.97 arasındaki grafiklerde tüm levha üzerinde gerilme dağılımlarının yayılışı incelenmiştir. Üç boyutlu verilen grafiklerde, x-y düzlemi levha koordinatlarını belirtirken, levhaya dik koordinat artık gerilmeleri göstermektedir. Artık gerilmeler σ_x , σ_y ve τ_{xy} bileşenleri cinsinden ayrı ayrı analiz edilmiştir.

- Takviye açısının her değerinde, tüm levha boyunca en kritik düğümlerin levha köşeleri olduğu görülmüştür. $\theta =0^\circ$ takviye açısında, köşeler hariç tüm levha

boyunca σ_x artık gerilme bileşeni sıfırdır. Takviye açısının artışına bağlı olarak, artık gerilmeler tüm levha üzerine yayılmaktadır.

- σ_y ve τ_{xy} artık gerilme bileşenleri levha üzerinde $\theta = 0^\circ$ takviye açısında küçük değerlerde kalmakta iken takviye açısının artışına bağlı olarak artmaktadır. $\theta = 90^\circ$ takviye açısında τ_{xy} artık gerilme bileşeni tüm levha boyunca delik köşeleri hariç tekrar sıfır değerini almaktadır.

- Çekme doğrultusuna dik kesitin daralmasıyla gerilmelerdeki artış fazla olacağından, bu kesitteki daralmanın az tutulması gerekir

- Bu çalışmada kullanılan bilgisayar programı ortasında dikdörtgen ve kare delik bulunan levhalar için kullanılabildiği gibi, aynı program ortasında daire ve elips delik bulunan düzlem kompozit levhalar için de kullanılabilir.

- Bu çalışmada, ortasında dikdörtgen delik bulunan, bir ucu ankastre üniform yayılı çekme yüküne maruz, alüminyum matriks ve çelik fiber takviyesinden oluşmuş düzlem kompozit levhalarda, elasto-plastik gerilme analizi yapılmıştır. Levha boyutları, levhadaki delik biçimi ve kullanılan malzemeler değiştirilerek analizler yapılabilir. Çekme yükü yerine, moment oluşturacak şekilde levha eksenine dik doğrultuda yükleme yapılarak gerilme analizleri yapılabilir. Bu çalışmada tek plak için yapılan analiz, çok tabakalı kompozit plaklar için de ayrıca incelenebilir.

- Chouchaoui, B., and Shirazi-Adl, A.,1992, **A mixed finite element formulation for the stress analysis of composite structures**. Computers and Structures, printed Great Britain, U.K., vol. 43, no. 4, 687-698.
- Corten, H.T.,1967,**Micromeshanics and fracture behavior of composite materials**. Modern composite materials, Addions-Wesley, New York, U.S.A.
- Feng, Z., and Rowlands, R. E., 1991, **Smoothing finite element and experimental hybrid technique for stress analysis composites**. Computer and Structures, printed Great Britain, U.K., vol. 39, no.6 , 631-639.
- Foster, S., 1990, **A two - dimensional mesh generator for generation about axes of symmetry, incorporating line element overlays**. Computer and Structures, printed Great Britain, U.K., vol. 36, no.5 , 933-962.
- Ghamedy, H. N., and Willam, K. J. 1990, **Layered nonhomogeneous curved beam elements for inelastic analysis**. Computer and Structures, printed Great Britain, U.K., vol. 37, no.4 , 521-534.
- Gür, M.,1994, **Kompozit malzemeli faturalı kirişlerde takviye açısına bağlı olarak gerilme analizi**. Doktora tezi, F.Ü. Fen Bil. Enst., Elazığ, 146 s.
- Hwang, W. C. And Sun, C. T.,1989, **A finite element iterative approach for analysis of laminated composite structural elements**. Computer and Structures, printed Great Britain, U.K., vol. 31, no.1 , 55-62.
- Jones, M.R., 1975, **Mechanics of composite materials**. Hemisphere publishing,U.S.A.
- Karakuzu, R., Akbulut, H., ve Sayman, O.,1993 **Eksenel yüklü ankastre plaklarda elasto-plastik gerilme analizi**. 8. Ulusal Mekanik Kongresi, Antalya, 361-370.

- Karakuzu, R., Orhan, A., ve Sayman, O., 1992, **Yarı dairesel kompozit levhaların elasto-plastik zorlamalar altında mukavemetlerinin artırılması**. 5. Ulusal Mak.Tas.ve İm. Kongresi, ODTÜ Ankara, 449-458.
- Karakuzu, R., Özel, A.,ve Sayman, O., 1997, **Elastic-plastic finite element analysis of metal matrix plates whit edge notches**. Computers&Structures, v. 63, 3, 551-558.
- Karakuzu, R., Sayman, O, 1991, **Increasing the limit of angular velocity by resudial stresses on rotating discs whit holes** .Proceeding Intern Amse Conference 'modelling and simulation'. Amse press,New Orleans, vol.3, 3-10.
- Kassım, A. M., and Topping, B. H. V., 1987, **The theorems of geometric variation for nonlinear finite element analysis**. Computer and Structures, printed Great Britain, U.K., vol. 25, no.6 , 877-893.
- Martnez, R., and Samartin, A.,1991, **Two dimensional mesh optimization in the finite element method**. Computer and Structures, printed Great Britain, U.K., vol. 40, no.5 , 1169-1175.
- Mendelson, A., 1968, **Plasticity: Theory and application**. The Macmillan company, New York, U.S.A.
- Nath, B., 1974, **Fundamentals of finite element method for engineers**. University of London, London, U.K.
- Okumuş, F., 1998, **Ortasında dairesel delik bulunan kompozit düzlem levhalarda elasto-plastik gerilme analizi**. Doktora tezi, F.Ü. Fen Bil. Enst., Elazığ, 247 s.
- Owen,D.R.J., 1983, **Anizotropic elasto-plastic finite element analysis of thick and thin plates and shells**. Int. Journal for Numerical Methods in Eng, vol.19,541-566.

- Özel, A., Sayman, O., ve Karaca, H., 1993, **U çentikli kompozit levhalarda elasto-plastik gerilme analizi**. 5. Denizli Malzeme Sempozyumu, Denizli, 681-691.
- Rao, S.S., 1982, **The finite element method in engineering**. Pergamon press, printed in Great Britain, U.K., 258s.
- Rosa, M.A., and Franciosi, C., 1990, **Plat bending analysis by the cell method, numerical comparisons with finite element methods**. Computer and Structures, printed Great Britain, U.K., vol. 37, no. 37, 731-735.
- Sayman, O., 1988, **Üzerinde yarı dairesel çentik açılmış düzlem kompozit plaklarda oryantasyon açısına bağlı olarak gerilme yığılmasının bulunması**. Dokuz Eylül Üniversitesi Müh. Fak. Makine Müh. Böl. araştırma raporları, İzmir, 17s.
- Sayman, O., ve Aksoy S., 1988, **Kompozit malzemeler**. Dokuz Eylül Üniversitesi Müh. Fak. Makine Müh. Böl. araştırma raporları, İzmir, 71s.
- Schwartz, M. M., 1984, **Composite materials handbook**. Mc Graw Hill Book Company, U.S.A.
- Spencer, A. J. M., 1972, **Deformations of fiber reinforced materials**. Oxford University Press, Oxford, U.K.
- Stasa, L. F., 1985, **Applied finite element analysis for engineers**. Collage Publishing, U.S.A., 457s.
- Tian, S. Z., 1990, **A study of stress concentrations in solids with circular holes by three-dimensional special hybrid stress finite elements**. Journal of strain analysis, vol. 25, no. 1, 29-35.

Turgut, A., 1996., **Sonlu elemanlar metodunun temelleri**. Fırat. Ü. Müh. Fak. Makine Müh.Böl. yüksek lisans programı ders notları, Elazığ.

Zienkiewicz, O .C., 1979, **Finite Element Method**. McGraw_Hill Book Company, USA.

Zienkiewicz, O .C., and Valliappan, S., King, I.P., 1969, **Elasto-plastic solutions of engineering problems 'initial stress', finite element approach**. International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol.1, 75-100.



EK-1
ELASTO-PLASTİK GERİLME ANALİZİ YAPAN
FORTRAN 77
BİLGİSAYAR PROGRAMI

```

C*****
C
C BU PROGRAM 30 AGUSTOS 1999 DA DUZENLENMIS OLUP 9 DUGUMLU
C ISOPARAMETRIC ELEMENLAR KULLANILARAK BIR PLAKTAKI
C ELASTO-PLASTIK GERILMELERI
C HESAPLAMAKTADIR.
C FIRAT UNIVERSITESI MUH.FAK.MAKINE MUH.BOLUMU-ELAZIG
C
C*****
C
C MERKEZINDE BIR DELIK (DIKDORTGEN VEYA ELIPTİK)
C BULUNAN VEYA BULUNMAYAN
C BIR PLAGIN ELASTO-PLASTIK GERILME HESABI
C
C*****
C 2*LX : YATAY UZUNLUK
C 2*LY : GENISLIK
C SD : SERBESTLIK DERECESEI
C E : ELASTISITE MODULU
C NU : POISSON ORANI
C N1 : Y YONUNDEKI SINIR DUGUMLER
C N2 : X " " "
C N3 : Y " " "
C N4 : Y " " "
C U : KUVVET-YERDEGISTIRME VEKTORU
C D : DUGUMLER
C B : KOORDINATLAR
C GG :DUGUMLERDE OLUSAN GERILMELER
C PV :UYGULANAN KONSANTRE KUVVET
C BA :AKMA GERILMESI
C So : SIGMAO GERILMESI ,AKMA DIYAGRAMINDA ,So=SIGO
C K : AKMA KATSAYISI
C NN : USTEL KATSAYI ,NN=n

C*****
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION BK(7000,3500),BK1(7000,3500),PV(6500),U(6599),UU(6500),
*IT(6500),VV(6500),GP(6500,3),G(6500,3),GE(6500,3),C(3,3),r(3),
*al(3),
*GD(6500),S1(6999),S2(6999),S3(6999),S4(6999),D(6999,9),B(3000,2),
*SZ(6999,2),
*S0(6999),SS3(6999),SS4(6999),TG(8500,3),TGE(8500,3),TGP(8500,3)
C*****
INTEGER S0,S1,S2,S3,S4,SS3,SS4,D,SD,SZ
REAL*8 LX,LY,NU,NU12
C*****
DATA rr/-.77459 66692 41483, 0, .77459 66692 41483/ SD/2/
DATA al/ .55555 55555 55556,.88888 88888 88889,.55555 55555 55556/

```

```

DATA LX,LY/50,50/T/1.0/
DATA NU12,E1,E2,G12/.3,85000,74000,30000/
C DATA NU12,E1,E2/.25,181000,10300/
C DATA NU12,E1,E2/.23,204000,18500/
C DATA NU12,E1,E2/.2601,159160,21880/G12/15270/
C DATA NU12,E1,E2,G12/.2466,49580,18160,9120/
C DATA NU12,E1/.25,200000/
C DATA BA/240/SO/200/K/861/NN/0.568/
C DATA BA/250/SO/193/K/1126/NN/0.65/
DATA E,NU/2E5,.3/ PI/3.141592654/
C*****
PRINT*, 'IZOTROPIK MALZEME GİRMEK İSTİYORSANIZ..... 0 '
PRINT*, 'KOMPOZIT MALZEME GİRMEK İSTİYORSANIZ..... 1 '
PRINT*, 'GİRİNİZ '
READ*, IK
C IK=1
C*****
C IZOTROPIK MALZEME İCİN ELASTİSİTE MATRİSİ
C*****
IF(IK.EQ.0)THEN
CALL IZOTROP(T,NU,E,C)
PRINT*, 'DELİK BULUNMAYAN 1/4 PLAK İCİN DATALARI GİRİNİZ.....'
LE=2
LT=0
GOTO 200
C*****
ELSE
PRINT*, 'TAKVİYE ACISINI "TETA " Yİ GİRİNİZ'
READ*, TETA
CALL ELAST(TETA,PI,NU12,E1,E2,G12,C)
ENDIF

C*****
PRINT*, '"1/4" PLAKA GİRMEK İSTİYORSANIZ..... 0 '
PRINT*, '"TAM" PLAKA GİRMEK İSTİYORSANIZ..... 1 '
READ*, LT
C LT=1
PRINT*, 'ELİPTİK DELİKLİ PLAKA GİRMEK İSTİYORSANIZ..... 0 '
PRINT*, 'DİKDÖRTGEN DELİKLİ PLAKA GİRMEK İSTİYORSANIZ..... 1 '
IF(LT.NE.0)GOTO 110
PRINT*, 'DELİK BULUNMAYAN PLAKA GİRMEK İSTİYORSANIZ..... 2 '
110 PRINT*, 'GİRİNİZ '
READ*, LE
C LE=1
C*****
200 IF(LT.EQ.0)THEN
IF(LE.LT.2)THEN
PRINT*, 'DELİKTEKİ BÖLÜM SAYISI (İDBS) Yİ GİRİNİZ '

```

```
PRINT*,IDBS CIFT SAYI OLACAK (IDBS=2,4,6.....) '  
READ*,IDBS  
PRINT*,RADYAL BOLUM SAYISI (NY) YI GIRINIZ '
```

```
READ*,NY  
NDS=(2*IDBS+1)*(2*NY+1)+6  
IES=IDBS*NY+1  
N1=2*NY+1  
N2=N1  
N3=2*(1+IDBS/2)+1  
N4=N3  
N=(2*N1)+(2*N1)+(2*N3-1)+(2*N4-2)  
NYY=1+IDBS/2
```

```
ELSE  
PRINT*,YATAY VE DUSEY BOLUM SAYILARI (NX , NY) YI GIRINIZ '
```

```
READ*,NX,NY  
IES=NX*NY  
NDS=(2*NX+1)*(2*NY+1)  
N1=2*NY+1  
N3=N1  
N2=2*NX+1  
N4=N2  
N=(2*N1)+(2*N1)+(2*N1-1)+(2*N1-2)  
NYY=NY  
GOTO 201  
ENDIF
```

```
ELSE  
PRINT*,RADYAL BOLUM SAYISI " NR " Y~ GIRINIZ '  
READ*,NR
```

```
C NR=2  
PRINT*,KENARDAKI BOLUM SAYISI " NT " Y~ GIRINIZ '  
READ*,NT
```

```
C NT=4  
MM=4*(2*NT)  
IES=NR*4*NT  
NDS=(2*NR+1)*MM  
M=2*NT+1  
N4=M  
N3=M  
N2=MM  
N1=2*M  
N0=2*M  
NYY=NT  
LX=2*LX  
LY=2*LY  
N=N4+N3+N2+N1+N0  
ENDIF
```

```
C*****  
PRINT*,DELIGIN GENISLIKLERI (AX VE BY) YI GIRINIZ '
```

```

    READ*,AX,BY
201 IDS=2*NDS
    PRINT*,BILESKE KUVVETI GIRINIZ .....
    READ*,FK1
    FK=-FK1*LY*T
    XY=0
C*****
    IF(LT.EQ.0)THEN
    CALL MESH0(LE,AX,BY,NX,NY,IDBS,LX,LY,D,B,N1,N2,N3,N4,S1,S2,S3,
* S4,IES,NDS)
    CALL PMAT0(NYY,LE,S3,S4,N3,N4,FK,NDS,XY,PV)
    ELSE
    PRINT*, IES,NDS
    CALL MESH1(LE,NR,NT,MM,AX,BY,LX,LY,IES,NDS,SZ,D,B,S4,S3,S2,S1,S0,
* N4,N3,N2,N1,N0,SS4,SS3,BD,AX,BY)
    CALL PMAT1(NYY,SS4,SS3,M,FK,NDS,XY,PV)
    ENDIF
C*****
C          ELASTO - PLASTIK GERILME HESABI
C*****
    CALL BANDGEN(D,IES,KBG,SD)
    CALL KMAT(IDS,T,BK,SD,IES,NDS,rr,al,C,D,B,KBG,ALAN)
    IF(LT.EQ.1)THEN
    CALL GERSIN1(XY,SD,BK,NDS,KBG,S4,S3,M)
    ELSE
    CALL GERSIN0(SD,BK,NDS,KBG,S1,S2,N1,N2)
    ENDIF
    CALL EPLAS(SD,D,B,T,BK,KBG,rr,al,NDS,IES,IDS,PV,UU,IT,VV,GP,G,
* GE,U,C,E,S1,S2,S3,S4,M,N1,N2,GD,BK1,TETA,IK,LT,XY,TG,TGE,TGP,BD,
* AX,BY)
C*****
    WRITE(*,*)'*****'
    IF(IK.EQ.0)GOTO 5
    WRITE(*,*)'***      E1=',E1,          '***'
    WRITE(*,*)'***      E2=',E2,          '***'
    WRITE(*,*)'***      G12=',G12,        '***'
    WRITE(*,*)'***      NU12=',NU12,      '***'
    WRITE(*,*)'***      TETA=',TETA,      '***'
5  WRITE(*,*)'***      FK=',FK,          '***'
    WRITE(*,*)'***      AX=',AX,          '***'
    WRITE(*,*)'***      BY=',BY,          '***'
    WRITE(*,*)'*****'
    WRITE(*,*)'PROGRAM NETICELENMISTIR'
    OPEN(UNIT=99,FILE='GG99.OUT')
    WRITE(99,*)'***      TETA=',TETA,      '***'
    WRITE(99,*)'***      FK=',FK,          '***'
    WRITE(99,*)'***      AX=',AX,          '***'
    WRITE(99,*)'***      BY=',BY,          '***'

```

```

CLOSE(99)
WRITE(*,*)'SONUCLARI GORMEK ICIN "X.NEC.OUT" YAZINIZ'
END
C*****
C          SINIR SARTLARI
C*****
SUBROUTINE SIN(IXYZ,ISD,BK,IDS,KBG,S,N)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
INTEGER S
DIMENSION BK(ISD*IDS,KBG),S(N)
C*****
DO 1 I=1,N
DO 1 J=1,KBG
IF(J.EQ.1)THEN
BK(ISD*S(I)-(IXYZ-1),J)=1
ELSE
BK(ISD*S(I)-(IXYZ-1),J)=0
END IF
1 CONTINUE
C*****
DO 2 I=1,N
JJ=2
II=ISD*S(I)-IXYZ
DO 2 J=1,ISD*S(I)-IXYZ
IF(JJ.GT.KBG)GOTO 2
BK(II,JJ)=0
II=II-1
JJ=JJ+1
2 CONTINUE
C*****
RETURN
END
C*****
C  TAM PLAKTA GERILME HESABI ICIN SINIR SARTLARI
C*****
SUBROUTINE GERSIN1(XY,ISD,BK,IDS,KBG,S4,S3,N)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
INTEGER S4,S3
DIMENSION BK(ISD*IDS,KBG),S4(N),S3(N)
DATA IX,IY/2,1/
C***** U(S4(I))=0,I=1,N *****
CALL SIN(IX,ISD,BK,IDS,KBG,S4,N)
IF(XY.EQ.0)GOTO 1
C***** V(S3(I))=0,I=1,N *****
CALL SIN(IY,ISD,BK,IDS,KBG,S3,N)
1 RETURN
END

```

```

C*****
C  1/4 PLAKTA GERILME HESABI ICIN SINIR SARTLARI
C*****
SUBROUTINE GERSIN0(ISD,BK,IDS,KBG,S1,S2,N1,N2)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
INTEGER S1,S2
DIMENSION BK(ISD*IDS,KBG),S1(N1),S2(N2)
DATA IX,IY/2,1/
C***** U(S1(I))=0,I=1,N1 *****
CALL SIN(IX,ISD,BK,IDS,KBG,S1,N1)
C***** U(S2(I))=0,I=1,N2 *****
CALL SIN(IY,ISD,BK,IDS,KBG,S2,N2)
RETURN
END
C*****
C  ORTASINDA DELIK BULUNAN TAM PLAKANIN MESH GENERATIONI
C*****
SUBROUTINE
MESH1(LL,NR,NT,NN,A1,B1,HX,HY,IES,NDS,S,D,HB,S4,S3,S2,
* S1,S0,N4,N3,N2,N1,N0,SS4,SS3,BD,AX,BY)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION D(IES,9),HB(NDS,2),S(2*NT+1,NN+1),S4(N4),S3(N3),S2(N2),
* S1(N1),S0(N0),SS4(N4),SS3(N3),BD(NDS,2)
INTEGER S,D,S4,S3,S2,S1,S0,SS4,SS3
DATA PI/3.141592654/
I1=100
OPEN(UNIT=I1,FILE='GG1.OUT')
PRINT*, '1.geciş'
C*****
C      HX VE HY= PLAGIN EBATLARI
C      A1 VE B1 = ELIPSIN YARICAPLARI
C*****
C  IES=16
C  NDS=80
PRINT*, IES,NDS
C*****
C      DUGUM NUMARALARININ BELIRLENMESI
C*****
JJ=1
KK=1
DO 2 I=1,2*NR+1
DO 1 J=1,NN
S(I,J)=JJ
1 JJ=JJ+1
S(I,NN+1)=KK
2 KK=KK+NN
C*****
NO=1

```

```

K2=1
DO 35 K=1,NR
M1=1
M2=3
    DO 33 I=1,4*NT
        K1=1
        DO 3 J=M1,M2
            D(NO,K1)=S(K2,J)
3         K1=K1+1
            DO 34 L=1,3
                D(NO,L+3)=D(NO,L)+NN
34         D(NO,L+6)=D(NO,L+3)+NN
        M1=M1+2
        M2=M2+2
33     NO=NO+1
35     K2=K2+2
C*****
WRITE(*,*)'SINIR SARTLARINA MARUZ DUGUMLER'
C*****
    II=2*NR+1
    JJ=2*NT
    DO 20 I=1,N4
        S4(I)=S(II,I)
20     S3(I)=S(II,I+3*JJ)
        DO 21 I=1,NN
21     S2(I)=S(II,I)
        DO 22 I=1,2*NT+1
            S1(I) =S(II,I+JJ)
            SS3(I)=S(II,I+JJ)
            S1(1+JJ+I)=S(II,I+3*JJ)
            S0(I)=S(II,I)
            S0(I+JJ+1)=S(II,I+2*JJ)
22     SS4(I) =S(II,I+2*JJ)
C*****
    DO 17 I=1,IES
C WRITE(*, 15)I,(D(I,J),J=1,9)
17 WRITE(II,15)I,(D(I,J),J=1,9)
C*****
C ELIPTIK DELIKLI PLAGIN DUGUM KOORDINATLARI
C*****
    IF(LL.EQ.0)THEN
        C=B1/A1
        A=A1
        B=B1
        NO=1
        DO 6 J=1,2*NR+1
            TET=225
            DO 5 I=1,NN

```

```

TETA=PI*TET/180
PAYDA=SQRT((SIN(TETA))**2+(C*COS(TETA))**2)
X=B*COS(TETA)/PAYDA
Y=X*TAN(TETA)
C   Y=B*A*SIN(TETA)/PAYDA
    HB(NO,1)=X
    HB(NO,2)=Y
    NO=NO+1
5   TET=TET-360./NN
    A=A+(.5*HX-A1)/(2*NR)
6   B=B+(.5*HY-B1)/(2*NR)
C*****
    Y=HY/2
    DO 7 I=2*NR*NN+1,(2*NR*NN+1)+2*NT
    HB(I,1)=-HX/2
    HB(I,2)=-Y
    HB(I+2*NT*2,1)=HX/2
    HB(I+2*NT*2,2)=Y
7   Y=Y-HY/(2*NT)
C*****
    X=HX/2
    DO 8 I=2*NR*NN+2*NT+1,2*NR*NN+2*NT*2
    HB(I,1)=-X
    HB(I,2)=HY/2
    HB(I+2*NT*2,1)=X
    HB(I+2*NT*2,2)=-HY/2
8   X=X-HX/(2*NT)
C*****
C   DIKDORTGEN DELIKLI PLAGIN DUGUM KOORDINATLARI
C*****
    ELSE
    A=A1
    B=B1
    NO=1
    DO 10 J=1,2*NR+1
    Y=B
    DO 9 I=1,2*NT+1
    HB(NO,1)=-A
    HB(NO,2)=-Y
    HB(NO+2*NT*2,1)=A
    HB(NO+2*NT*2,2)=Y
    Y=Y-(2*B)/(2*NT)
9   NO=NO+1
    A=A+(.5*HX-A1)/(2*NR)
    B=B+(.5*HY-B1)/(2*NR)
10  NO=NO+3*NT*2-1
C*****
    A=A1

```

```

B=B1
NO=2*NT+1
DO 12 J=1,2*NR+1
X=A
  DO 11 I=1,2*NT
    HB(NO,2)=B
    HB(NO,1)=-X
    HB(NO+2*NT*2,2)=-B
    HB(NO+2*NT*2,1)=X
    X=X-(2*A)/(2*NT)
11  NO=NO+1
    A=A+(.5*HX-A1)/(2*NR)
    B=B+(.5*HY-B1)/(2*NR)
12  NO=NO+3*NT*2
C*****
  ENDIF
  DO 16 NO=1,NDS
    BD(NO,1)=HB(NO,1)
    BD(NO,2)=HB(NO,2)
    WRITE(*,13)NO,(HB(NO,J),J=1,2)
16  WRITE(I1,13)NO,(HB(NO,J),J=1,2)
    CLOSE(I1)
13  FORMAT(I4,5X,2(F10.5,1X))
15  FORMAT(I4,5X,9(I4,1X))
    RETURN
  END
C*****
C    1/4 PLAK ICIN KUVVET VEKTORU
C*****
  SUBROUTINE PMAT1(NY,S4,S3,N,PP,NDS,XY,P)
  IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
  INTEGER S3,S4
  DIMENSION P(2*NDS),S4(N),S3(N)
  DO 1 I=1,2*NDS
1  P(I)=0
    A=-2./NY
    DO 2 I=2,N,2
      P(2*S4(I-1)-1)=A*PP/6
      P(2*S3(I-1)-0)=XY*A*PP/6
      P(2*S4(I)-1)=A*PP/3
2    P(2*S3(I)-0)=XY*A*PP/3
    P(2*S4(1)-1)= A*PP/12
    P(2*S4(N)-1)= A*PP/12
    P(2*S3(1)) =XY*A*PP/12
    P(2*S3(N)) =XY*A*PP/12
C*****
  OPEN(UNIT=66,FILE='GG.OUT')
  DO 3 I=1,2*NDS

```

```

3  WRITE(66,*)I,P(I)
   CLOSE(66)
   RETURN
   END
C*****
C  ORTASINDA DELIK BULUNAN TAM PLAKANIN MESH GENERATIONI
C*****
   SUBROUTINE MESH0(LL,AX,BY,NX,NY,IEBS,L,H,D,B,N1,N2,N3,N4,S1,S2,
* S3,S4,IES,NDS)
   IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
   INTEGER D,S1,S2,S3,S4
   REAL*8 L
   DIMENSION D(IES,9),B(NDS,2),S1(N1),S2(N2),S3(N3),S4(N4)
   IF(LL.EQ.2)GOTO 77
C*****
C  DELIK BULUNAN ELEMAN DUGUMLERININ BELIRLENMESI
C*****
   PI=3.141592654
   IA=1
   II=1
   DO 2 J=1,NY
   DO 1 I=1,IEBS
      D(II,1)=IA
      D(II,2)=D(II,1)+1
      D(II,3)=D(II,1)+2
      D(II,4)=D(II,1)+2*IEBS+1
      D(II,5)=D(II,2)+2*IEBS+1
      D(II,6)=D(II,3)+2*IEBS+1
      D(II,7)=D(II,4)+2*IEBS+1
      D(II,8)=D(II,5)+2*IEBS+1
      D(II,9)=D(II,6)+2*IEBS+1
   IF(J.EQ.NY)THEN
      D(II,7)=D(II,4)+2*IEBS+3
      D(II,8)=D(II,5)+2*IEBS+3
      D(II,9)=D(II,6)+2*IEBS+3
   ENDIF
   II=II+1
1  IA=IA+2
2  IA=IA+2*IEBS+2
C*****
   II=IES
   IA=NDS
   DO 9 I=1,IEBS/2+1
      D(II,9)=IA
      D(II,8)=D(II,9)-1
      D(II,7)=D(II,9)-2
      D(II,6)=D(II,9)-(2*IEBS+5)
      D(II,5)=D(II,8)-(2*IEBS+5)

```

```

D(II,4)=D(II,7)-(2*IEBS+5)
D(II,3)=D(II,6)-(2*IEBS+3)
D(II,2)=D(II,5)-(2*IEBS+3)
D(II,1)=D(II,4)-(2*IEBS+3)
II=II-1
9   IA=IA-2
    D(IES-IEBS/2,1)=(2*IEBS+1)*(2*NY)+(1+IEBS)+2
    D(IES-IEBS/2,4)=(2*IEBS+1)*(2*NY)+(1+IEBS)+3
    D(IES-IEBS/2,2)=(2*IEBS+1)*(2*NY-1)+(1+IEBS)
C*****
C   SINIR SARTLARI
C*****
    IA=1
    DO 71 I=1,2*NY+1
    S1(I)=IA
    S2(I)=IA+2*IEBS
71  IA=IA+2*IEBS+1
    S1(2*NY+1)=S1(2*NY+1)+2
    S2(2*NY)=S2(2*NY)+2
    S2(2*NY+1)=NDS
    IA=S1(2*NY+1)
    IB=NDS
    DO 73 I=1,2*(IEBS/2+1)+1
    S3(I)=IB
    S4(I)=IA
    IB=IB-1
73  IA=IA+1
C*****
C   ELIPS DELIK BULUNAN PLAKANIN KOORDINATLARI
C*****
77  CONTINUE
    IF(LL.EQ.0)THEN
    A1=AX
    B1=BY
    NO=1
    DO 5 J=1,2*NY-1
    ACI=90
    TETA=ACI
    DO 6 I=1,2*IEBS+1
    TET=PI*TETA/180
    R=A1*B1/SQRT((B1*COS(TET))**2+(A1*SIN(TET))**2)
    B(NO,1)=R*COS(TET)
    B(NO,2)=R*SIN(TET)
    TETA=TETA-ACI/(2*IEBS)
6   NO=NO+1
    A1=A1+(L-AX)/(2*NY)
5   B1=B1+(H-BY)/(2*NY)

```

```

C*****
C  DIKDORTGEN DELIK BULUNAN PLAKANIN KOORDINATLARI
C*****
    ELSE IF(LL.EQ.1)THEN
      B1=BY
      A1=AX
      NO=1
      DO 24 J=1,2*NY-1
        X=0
        Y=B1
        DO 23 I=1,2*IEBS/2+1
          B(NO,1)=X
          B(NO,2)=B1
          B(NO+2*IEBS/2,1)=A1
          B(NO+2*IEBS/2,2)=Y
          X=X+A1/(2*IEBS/2)
          Y=Y-B1/(2*IEBS/2)
23      NO=NO+1
          A1=A1+(H-AX)/(2*NY)
          B1=B1+(L-BY)/(2*NY)
24      NO=NO+2*IEBS/2
C*****
C  DELIKSIZ PLAKANIN MODELLENMESI
C*****
    ELSE
C*****
C  DUGUMLERININ BELIRLENMESI
C*****
      IA=1
      NO=1
      DO 42 J=1,NY
        DO 41 I=1,NX
          D(NO,1)=IA
          D(NO,2)=D(NO,1)+1
          D(NO,3)=D(NO,2)+1
          D(NO,4)=D(NO,1)+2*NX+1
          D(NO,5)=D(NO,2)+2*NX+1
          D(NO,6)=D(NO,3)+2*NX+1
          D(NO,7)=D(NO,4)+2*NX+1
          D(NO,8)=D(NO,5)+2*NX+1
          D(NO,9)=D(NO,6)+2*NX+1
          NO=NO+1
41      IA=IA+2
42      IA=IA+2*NX+2
C*****
C  SINIR SARTLARI
C*****

```

```

      DO 74 I=1,2*NX+1
      S2(I)=I
74   S4(I)=I+(2*NY)*(2*NX+1)
      IA=1
      DO 75 I=1,2*NY+1
      S1(I)=IA
      S3(I)=IA+2*NX
75   IA=IA+2*NX+1
C*****
      Y=0
      NO=1
      DO 44 J=1,2*NY+1
      X=0
      DO 43 I=1,2*NX+1
      B(NO,1)=X
      B(NO,2)=Y
      NO=NO+1
43   X=X+L/(2*NX)
44   Y=Y+H/(2*NY)
C*****
      ENDIF
C*****
      IF(LL.LT.2)THEN
      IB=0
      IA=2
      XX=A1
      YY=B1
      DO 53 K=1,2
      A1=0
      DO 3 I=1,2*IEBS/2+IA
      B(NO,1)=A1
      B(NO,2)=YY
      B(NO+2*IEBS/2+1+IB,1)=XX
      B(NO+2*IEBS/2+1+IB,2)=B1
      A1=A1+XX/(1+2*IEBS/2+IB)
      B1=B1-YY/(1+2*IEBS/2+IB)
C*****
3    NO=NO+1
      IA=3
      IB=1
      YY=H
      XX=L
      B1=H
53   NO=NO+2*IEBS/2+1
      ENDIF
C*****
      OPEN(88,FILE='MET.OUT')
      DO 10 I=1,NDS

```

```

    WRITE(*,*)I,(B(I,J),J=1,2)
10  WRITE(88,*)I,(B(I,J),J=1,2)
    DO 11 I=1,IES
11  WRITE(88,45)I,(D(I,J),J=1,9)
    CLOSE(88)
45  FORMAT(I3,4X,9(I3,2X))
    RETURN
    END
C*****
C    DELIKLI PLAK ICIN KUVVET VEKTORU
C*****
    SUBROUTINE PMAT0(NY,LE,S3,S4,N3,N4,PP,NDS,XY,P)
    IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
    INTEGER S3,S4
    DIMENSION P(2*NDS),S3(N3),S4(N4)
    DO 1 I=1,2*NDS
1  P(I)=0
    A=-2./NY
    IF(LE.LT.2)THEN
        DO 2 I=2,N3,2
            P(2*S3(I-1)-1)=A*PP/6
            P(2*S4(I-1)-0)=XY*A*PP/6
            P(2*S3(I)-1)=A*PP/3
2        P(2*S4(I)-0)=XY*A*PP/3
    ELSE
        DO 3 I=2,N3,2
            P(2*S3(I-1)-1)=A*PP/6
3        P(2*S3(I)-1)=A*PP/3
        DO 4 I=2,N4,2
            P(2*S4(I-1)-0)=XY*A*PP/6
4        P(2*S4(I)-0)=XY*A*PP/3
    ENDIF
    P(2*S3(1)-1)=A*PP/12
    P(2*S3(N3)-1)=A*PP/12
    P(2*S4(1)-0)=XY*A*PP/12
    P(2*S4(N4)-0)=XY*A*PP/12
C*****
    OPEN(UNIT=66,FILE='GG.OUT')
    WRITE(66,*)I,P(I)
    CLOSE(66)
    RETURN
    END
C*****
C    BAND GENISLIGININ HESAPLANMASI
C*****
    SUBROUTINE BANDGEN(ID,IES,KBG,ISD)
    DIMENSION ID(IES,9)
    M=1

```

```

DO 1 I=1,IES
DO 1 J=1,9
DO 1 K=1,9
L=ABS(ID(I,J)-ID(I,K))
IF(L.GT.M) M=L
1 CONTINUE
KBG=ISD*M+ISD
WRITE(*,*)'BANDGEN *** M,KBG *** ',M,KBG
RETURN
END
C*****
C      ELEMENLARIN DIRENGENLIK MATRISLERININ TOPLAM
C      DIRENGENLIK MATRISINDE (BAND MATRISTE) YERLESTRILMESI
C*****
      SUBROUTINE BAND(N,ISD,NUM,IES,KBG,ID,AKLI,D)
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      DIMENSION D(ISD*NUM,KBG),AKLI(9*ISD,9*ISD),ID(IES,9)
      DO 140 II=1,9
      NRT=ISD*(ID(N,II)-1)
      DO 140 IT=1,ISD
      NR=NRT+IT
      I=ISD*(II-1)+IT
      DO 140 JJ=1,9
      NCT=ISD*(ID(N,JJ)-1)
      DO 140 JT=1,ISD
      J=ISD*(JJ-1)+JT
      NC=NCT+JT-NR+1
      IF(NC.LE.0) GOTO 140
      D(NR,NC)=D(NR,NC)+AKLI(I,J)
140 CONTINUE
      RETURN
      END
C*****
C      BAND MATRISIN COZUMU
C*****
      SUBROUTINE BNDCZM(ISD,NM1,NBW,D,TDP)
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      REAL*8 D,TDP
      DIMENSION D(ISD*NM1,NBW),TDP(ISD*NM1)
C      OPEN(61,FILE='YER.OUT')
C*****
      PRINT*, '*** FORWARD ELIMINATION ***'
C*****
      N=ISD*NM1
      DO 1 K=1,N-1
      NK=N-K+1
      IF(NK.GT.NBW)NK=NBW
      DO 1 I=K+1,NK+K-1

```

```

      I1=I-K+1
      C1=D(K,I1)/D(K,1)
      DO 2 J=I,NK+K-1
      J1=J-I+1
      J2=J-K+1
2      D(I,J1)=D(I,J1)-C1*D(K,J2)
1      TDP(I)=TDP(I)-C1*TDP(K)
C      DO 930 I=1,NM1
C      KTT = 2*I-1
C      MTT = 2*I
C      WRITE(61,886) I, TDP(KTT), TDP(MTT)
C886  FORMAT(I6,2F15.10)
C930  CONTINUE
C*****
      PRINT*, '*** BACK SUBSTITUTION ***'
C*****
      TDP(N)=TDP(N)/D(N,1)
      DO 4 KK=1,N-1
      K=N-KK
      NK=N-K+1
      IF(NK.GT.NBW)NK=NBW
      SM=0
      DO 5 J=2,NK
5      SM=SM+D(K,J)*TDP(K+J-1)
4      TDP(K)=(TDP(K)-SM)/D(K,1)
      CLOSE(61)
      RETURN
      END
C*****
      SUBROUTINE MESH99 (IES,NDS,D,B,N1,N2,S1,S2,S3,S4)
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      INTEGER D,S1,S2,S3,S4
      DIMENSION D(IES,9),B(NDS,2),S1(N1),S2(N1),S3(N1),S4(N1)
C*****
C      ELEMAN DUGUMLERININ BELIRLENMESI
C*****
      D(1,1)=1
      D(1,2)=2
      D(1,3)=3
      D(1,4)=6
      D(1,5)=7
      D(1,6)=8
      D(1,7)=11
      D(1,8)=12
      D(1,9)=13
      DO 1 J=1,9
      D(2,J)=D(1,J)+2
      D(3,J)=D(1,J)+10

```

```

1      D(4,J)=D(1,J)+12
C*****
C      ELIPS DELİK BULUNAN PLAKANIN KOORDİNATLARI
C*****
      NO=1
      Y=0
      DO 5 J=1,5
      X=0
      DO 6 I=1,5
      B(NO,1)=X
      B(NO,2)=Y
      X=X+30
6      NO=NO+1
5      Y=Y+30
C*****
C      SINIR SARTLARININ UYGULANDIĞI DUGUMLER
C*****
      JJ=1
      DO 15 I=1,5
      S1(I)=JJ
      S2(I)=I
      S3(I)=JJ+4
      S4(I)=I+20
15     JJ=JJ+5
C*****
C      DUGUMLERIN VE KOORDİNATLARIN YAZDIRILMASI
C*****
      OPEN(66,FILE='GG.OUT')
      DO 11 I=1,IES
      WRITE(*,*)I,')',(D(I,J),J=1,9)
11     WRITE(66,18)I,(D(I,J),J=1,9)
      WRITE(66,*)'-----'
      DO 10 I=1,NDS
      WRITE(*,*)I,')',(B(I,J),J=1,2)
10     WRITE(66,*)İ-ç'I,')',(B(I,J),J=1,2)
18     FORMAT(I3,2X,9(I3,1X))
      WRITE(66,*)'-----'
      DO 70 I=1,5
70     WRITE(66,*)I,')',S1(I),S2(I),S3(I),S4(I)
      CLOSE(66)
      RETURN
      END
C*****
C
C*****
      SUBROUTINE MESH9(LL,AX,BY,NX,NY,IEBS,L,H,D,B,N1,N2,N3,N4,S1,S2,
* S3,S4,IES,NDS)
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)

```

```

INTEGER D,S1,S2,S3,S4
REAL*8 L
DIMENSION D(IES,9),B(NDS,2),S1(N1),S2(N2),S3(N3),S4(N4)
IF(LL.EQ.2)GOTO 77

```

C*****

C DELIK BULUNAN ELEMAN DUGUMLERININ BELIRLENMESI

C*****

```

PI=3.141592654
IA=1
II=1
DO 2 J=1,NY
DO 1 I=1,IEBS
D(II,1)=IA
D(II,2)=D(II,1)+1
D(II,3)=D(II,1)+2
D(II,4)=D(II,1)+2*IEBS+1
D(II,5)=D(II,2)+2*IEBS+1
D(II,6)=D(II,3)+2*IEBS+1
D(II,7)=D(II,4)+2*IEBS+1
D(II,8)=D(II,5)+2*IEBS+1
D(II,9)=D(II,6)+2*IEBS+1
IF(J.EQ.NY)THEN
D(II,7)=D(II,4)+2*IEBS+3
D(II,8)=D(II,5)+2*IEBS+3
D(II,9)=D(II,6)+2*IEBS+3
ENDIF
II=II+1

```

1 IA=IA+2

2 IA=IA+2*IEBS+2

C*****

```

II=IES
IA=NDS
DO 9 I=1,IEBS/2+1
D(II,9)=IA
D(II,8)=D(II,9)-1
D(II,7)=D(II,9)-2
D(II,6)=D(II,9)-(2*IEBS+5)
D(II,5)=D(II,8)-(2*IEBS+5)
D(II,4)=D(II,7)-(2*IEBS+5)
D(II,3)=D(II,6)-(2*IEBS+3)
D(II,2)=D(II,5)-(2*IEBS+3)
D(II,1)=D(II,4)-(2*IEBS+3)
II=II-1

```

9 IA=IA-2

D(IES-IEBS/2,1)=(2*IEBS+1)*(2*NY)+(1+IEBS)+2

D(IES-IEBS/2,4)=(2*IEBS+1)*(2*NY)+(1+IEBS)+3

D(IES-IEBS/2,2)=(2*IEBS+1)*(2*NY-1)+(1+IEBS)

```

C*****
C                               SINIR SARTLARI
C*****

```

```

      IA=1
      DO 71 I=1,2*NY+1
        S1(I)=IA
        S2(I)=IA+2*IEBS
71    IA=IA+2*IEBS+1
        S1(2*NY+1)=S1(2*NY+1)+2
        S2(2*NY)=S2(2*NY)+2
        S2(2*NY+1)=NDS
        IA=S1(2*NY+1)
        IB=NDS
        DO 73 I=1,2*(IEBS/2+1)+1
          S3(I)=IB
          S4(I)=IA
          IB=IB-1
73    IA=IA+1

```

```

C*****
C                               ELIPS DELIK BULUNAN PLAKANIN KOORDINATLARI
C*****

```

```

77    CONTINUE
      IF(LL.EQ.0)THEN
        A1=AX
        B1=BY
        NO=1
        DO 5 J=1,2*NY-1
          ACI=90
          TETA=ACI
          DO 6 I=1,2*IEBS+1
            TET=PI*TETA/180
            R=A1*B1/SQRT((B1*COS(TET))**2+(A1*SIN(TET))**2)
            B(NO,1)=R*COS(TET)
            B(NO,2)=R*SIN(TET)
            TETA=TETA-ACI/(2*IEBS)
6        NO=NO+1
          A1=A1+(L-AX)/(2*NY)
5        B1=B1+(H-BY)/(2*NY)

```

```

C*****
C                               DIKDORTGEN DELIK BULUNAN PLAKANIN KOORDINATLARI
C*****

```

```

      ELSE IF(LL.EQ.1)THEN
        B1=BY
        A1=AX
        NO=1
        DO 24 J=1,2*NY-1
          X=0
          Y=B1

```

```

DO 23 I=1,2*IEBS/2+1
B(NO,1)=X
B(NO,2)=B1
B(NO+2*IEBS/2,1)=A1
B(NO+2*IEBS/2,2)=Y
X=X+A1/(2*IEBS/2)
Y=Y-B1/(2*IEBS/2)
23 NO=NO+1
A1=A1+(H-AX)/(2*NY)
B1=B1+(L-BY)/(2*NY)
24 NO=NO+2*IEBS/2
C*****
C DELIKSIZ PLAKANIN MODELLENMESI
C*****
ELSE
C*****
C DUGUMLERININ BELIRLENMESI
C*****
IA=1
NO=1
DO 42 J=1,NY
DO 41 I=1,NX
D(NO,1)=IA
D(NO,2)=D(NO,1)+1
D(NO,3)=D(NO,2)+1
D(NO,4)=D(NO,1)+2*NX+1
D(NO,5)=D(NO,2)+2*NX+1
D(NO,6)=D(NO,3)+2*NX+1
D(NO,7)=D(NO,4)+2*NX+1
D(NO,8)=D(NO,5)+2*NX+1
D(NO,9)=D(NO,6)+2*NX+1
NO=NO+1
41 IA=IA+2
42 IA=IA+2*NX+2
C*****
C SINIR SARTLARI
C*****
DO 74 I=1,2*NX+1
S2(I)=I
74 S4(I)=I+(2*NY)*(2*NX+1)
IA=1
DO 75 I=1,2*NY+1
S1(I)=IA
S3(I)=IA+2*NX
75 IA=IA+2*NX+1
C*****
Y=0
NO=1

```

```

DO 44 J=1,2*NY+1
X=0
DO 43 I=1,2*NX+1
B(NO,1)=X
B(NO,2)=Y
NO=NO+1
43 X=X+L/(2*NX)
44 Y=Y+H/(2*NY)
C*****
ENDIF
C*****
IF(LL.LT.2)THEN
IB=0
IA=2
XX=A1
YY=B1
DO 53 K=1,2
A1=0
DO 3 I=1,2*IEBS/2+IA
B(NO,1)=A1
B(NO,2)=YY
B(NO+2*IEBS/2+1+IB,1)=XX
B(NO+2*IEBS/2+1+IB,2)=B1
A1=A1+XX/(1+2*IEBS/2+IB)
B1=B1-YY/(1+2*IEBS/2+IB)
C*****
3 NO=NO+1
IA=3
IB=1
YY=H
XX=L
B1=H
53 NO=NO+2*IEBS/2+1
ENDIF
C*****
OPEN(66,FILE='GG.OUT')
DO 10 I=1,NDS
WRITE(*,*)I,(B(I,J),J=1,2)
10 WRITE(66,*)I,(B(I,J),J=1,2)
DO 11 I=1,IES
11 WRITE(66,45)I,(D(I,J),J=1,9)
CLOSE(66)
45 FORMAT(I3,4X,9(I3,2X))
RETURN
END
C*****
C TABAKALI KOMPOZIT PLAKADA ELASTISITE MATRISI
C*****

```

```

SUBROUTINE ELAST(TETA,PI,NU12,E1,E2,Q66,Q)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
REAL*8 NU12,NU21,M,N
DIMENSION Q(3,3)
WRITE(*,*)'**** ELAST ****'
C*****
    NU21=NU12*E2/E1
    Q11=E1/(1-NU12*NU21)
    Q22=E2/(1-NU12*NU21)
    Q12=NU12*E2/(1-NU12*NU21)
C*****
    CALL SIFIR(Q,3,3)
    TE=TETA*PI/180
    M=COS(TE)
    N=SIN(TE)
    QQ11=Q11*M**4+2*(Q12+2*Q66)*(M*N)**2+Q22*N**4
    QQ22=Q22*M**4+2*(Q12+2*Q66)*(M*N)**2+Q11*N**4
    QQ12=(Q11+Q22-4*Q66)*(M*N)**2+Q12*(N**4+M**4)
    QQ16=(Q11-Q12-2*Q66)*N*M**3+(Q12-Q22+2*Q66)*N**3*M
    QQ26=(Q11-Q12-2*Q66)*M*N**3+(Q12-Q22+2*Q66)*N*M**3
    QQ66=(Q11+Q22-2*Q12-2*Q66)*(N*M)**2+Q66*(N**4+M**4)
C    QQ44=Q44*M**2+Q55*N**2
C    QQ55=Q44*N**2+Q55*M**2
C*****
    Q(1,1)=QQ11
    Q(2,2)=QQ22
    Q(1,2)=QQ12
    Q(1,3)=QQ16
    Q(3,1)=QQ16
    Q(2,3)=QQ26
    Q(3,2)=QQ26
    Q(2,1)=QQ12
    Q(3,3)=QQ66
    DO 10 I2=1,3
        WRITE(*,*)(Q(I2,J2),J2=1,3)
    RETURN
END
C*****
C
C
C          STIFFNESS MATRISININ HESAPLANMASI
C
C
C*****
SUBROUTINE KMAT(IDS,T,BK,SD,IES,NDS,rr,al,C,D,B,KBG,ALAN)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
INTEGER SD,D,DD
REAL*8 KK,KK1,JAK

```

```

    DIMENSION KK(18,18),KK1(18,18),C(3,3),rr(3),al(3),
* XX(9),YY(9),H(9),HR(9),HS(9),JAK(2,2),
* B3(3,18),BB2(18,3),BB3(18,3),DD(9),
* BK(IDS,KBG),D(IES,9),B(NDS,2)
C*****
    CALL SIFIR (BK,IDS,KBG)
C*****
    ALAN=0
    DO 1 I=1,IES
    DO 2 J2=1,9
2   DD(J2)=D(I,J2)
    CALL SIFIR (KK,18,18)
    CALL BOR9(I,NDS,IES,B,D,DD,XX,YY)
    DO 3 J =1,3
    DO 3 JJ=1,3
        r=rr(JJ)
        s=rr(J)
        al1=al(JJ)
        al2=al(J)
        CALL INTER9(R,S,HR,HS,H)
        CALL JAKOB9(XX,YY,HR,HS,DETJ,JAK)
        CALL DOR9(HR,HS,JAK,B3)
        CALL TRANSP0Z(B3,BB3,3,18)
        CALL CARPIM (BB3,C,BB2,18,3,3)
        CALL CARPIM (BB2,B3,KK1,18,3,18)
        SR=al1*al2*DETJ*T
        ALAN=ALAN+ABS(SR)/T
        CALL SKALER (KK1,18,18,SR,KK1)
        CALL TOPLAM (KK,KK1,KK,18,18)
3       CONTINUE
    CALL BAND (I,SD,NDS,IES,KBG,D,KK,BK)
1       CONTINUE
        RETURN
        END
C*****
C       "K" VE "M" MATRISLERININ INDIRGENMESI
C*****
    SUBROUTINE SIL(IDS,KBG,BK,S,N)
    IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
    INTEGER S
    DIMENSION BK(IDS,KBG),S(N)
    DO 1 I=1,N
1   BK(S(I),1)=BK(S(I),1)+1E10
    RETURN
    END
C*****
    SUBROUTINE CARPIM (A,B,C,M,N,L)
    IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)

```

*****C*****

*****C*****

*****C*****

*****C*****

TC. FİNANÇ VE DOKÜMANASYON MERKEZİ

```

SUBROUTINE SIFIR (A,M,N)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION A(M,N)
DO 1 I=1,M
DO 1 J=1,N
1 A(I,J)=0.
RETURN
END

C*****
SUBROUTINE SKALER (A,M,N,SR,B)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION A(M,N),B(M,N)
DO 1 I=1,M
DO 1 J=1,N
1 B(I,J)=SR*A(I,J)
RETURN
END

C*****
C SUBROUTINE INTER2 (R,S,HR,HS,H)
C IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C DIMENSION H(4),HR(4),HS(4),KR(4),KS(4)
C DATA KR/-1,1,-1,1/KS/-1,-1,1,1/
C DO 1 I=1,4
C H(I)=(1+KR(I)*R)*(1+KS(I)*S)/4
C HR(I)=KR(I)*(1+KS(I)*S)/4
C HS(I)=KS(I)*(1+KR(I)*R)/4
C RETURN
C END

C*****
SUBROUTINE INTER9 (R,S,HR,HS,H)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
REAL*8 LR,LS,NR,NS
DIMENSION NR(3),NS(3),LR(3),LS(3),H(9),HR(9),HS(9)

C*****
C GENERIC SHAPE FUNCTIONS
C*****
NR(1)=-R*(1-R)/2
NR(2)= 1-R**2
NR(3)= R*(1+R)/2
NS(1)=-S*(1-S)/2
NS(2)= 1-S**2
NS(3)= S*(1+S)/2

C*****
C TUREVLER
C*****
LR(1)=- (1-2*R)/2
LR(2)=-2*R
LR(3)= (1+2*R)/2

```

LS(1)=- (1-2*S)/2

LS(2)=-2*S

LS(3)= (1+2*S)/2

C*****

C SEKIL FONKSIYONLARI VE TUREVLERI

C*****

 L=1

 DO 1 I=1,3

 DO 1 J=1,3

 H (L)=NS(I)*NR(J)

 HR(L)=NS(I)*LR(J)

 HS(L)=LS(I)*NR(J)

1 L=L+1

 RETURN

 END

C*****

C JAKOBIEN MATRISI (JA), TERSI (JAK) VE DETERMINANTI (DETJ)

C*****

 SUBROUTINE JAKOB9(X,Y,HR,HS,DETJ,JAK)

 IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)

 REAL*8 JA,JAK

 DIMENSION HR(9),HS(9),JA(2,2),X(9),Y(9),JAK(2,2)

 CALL SIFIR(JA,2,2)

 DO 1 I=1,9

 JA(1,1)=JA(1,1)+(X(I)*HR(I))

 JA(1,2)=JA(1,2)+(Y(I)*HR(I))

 JA(2,1)=JA(2,1)+(X(I)*HS(I))

1 JA(2,2)=JA(2,2)+(Y(I)*HS(I))

C*****

 DETJ=JA(1,1)*JA(2,2)-JA(1,2)*JA(2,1)

C*****

 JAK(1,1)=JA(2,2)/DETJ

 JAK(1,2)=-JA(1,2)/DETJ

 JAK(2,1)=-JA(2,1)/DETJ

 JAK(2,2)=JA(1,1)/DETJ

 RETURN

 END

C*****

 SUBROUTINE BOR9(I,NDS,IES,B,D,DD,X,Y)

 IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)

 INTEGER D,DD

 DIMENSION B(NDS,2),D(IES,9),X(9),Y(9),DD(9)

 DO 1 J=1,9

 DD(J)=D(I,J)

 X(J)=B(DD(J),1)

1 Y(J)=B(D(I,J),2)

 RETURN

 END

```

C*****
C  SUBROUTINE DOR9(HR,HS,JAK,UU,B)
  SUBROUTINE DOR9(HR,HS,JAK,B)
  IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
  REAL*8 JAK
  DIMENSION B(3,18),U(2,18),UU(2,18),JAK(2,2),HR(9),HS(9),V(2,18),
* VV(2,18)
  CALL SIFIR(B,3,18)
  CALL SIFIR(U,2,18)
  CALL SIFIR(V,2,18)
  I=1
  DO 1 J=1,18,2
    U(1,J)=HR(I)
    U(2,J)=HS(I)
    V(1,J+1)=HR(I)
    V(2,J+1)=HS(I)
1    I=I+1
    CALL CARPIM(JAK,U,UU,2,2,18)
    CALL CARPIM(JAK,V,VV,2,2,18)
    DO 4 J=1,18
      B(1,J)=UU(1,J)
      B(2,J)=VV(2,J)
4    B(3,J)=VV(1,J)+UU(2,J)
  RETURN
  END
C*****
C  IZOTROPIK MALZEME ICIN ELASTISITE MATRISLERI
C*****
  SUBROUTINE IZOTROP(T,NU,E,C)
  IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
  REAL*8 NU
  DIMENSION C(3,3)
  CALL SIFIR(C,3,3)
  A=E/(1-NU**2)
  D=(1-NU)/2
  C(1,1)=A
  C(1,2)=NU*A
  C(2,2)=A
  C(2,1)=NU*A
  C(3,3)=A*(1-NU)/2
  RETURN
  END
C*****
C*****
C          ELASTO-PLASTIK GERILME HESABI
C*****
C*****
  SUBROUTINE EPLAS(SD,D,B,T,BK,KBG,rr,al,NDS,IES,IDS,PV,UU,IT,VV,

```

```

* GP,G,GE,U,C,E,S1,S2,S3,S4,M,N1,N2,GD,BK1,TETA,IK,LT,XY,TG,TGE,
* TGP,BD,AX,BY)
  IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
  INTEGER SD,D,DD,S1,S2,S3,S4
  REAL*8 N,JAK,K,NN
  DIMENSION IT(NDS),BK(IDS,KBG),HR(9),HS(9),N(9),GF(3),B(IDS,2),
* BD(NDS,2),
* D(IES,9),DD(9),X(9),Y(9),RR(3),JAK(2,2),C(3,3),BB1(3),BB(3,18),
* UK(18),GE(NDS,3),G(NDS,3),AL(3),GP(NDS,3),GG(3),BB2(18,3),GD(NDS),
* PP1(18),PP(18),UU(NDS),VV(NDS),U(IDS),PV(IDS),S1(N1),S2(N2),S3(M),
* BK1(IDS,KBG),TT(3,3),DG(3),S4(M),TG(NDS,3),TGE(NDS,3),TGP(NDS,3)
C*****
C      BIRIMLER MPA CINSINDENDIR
C*****
  DATA PI/3.141592654/
  DATA XZ/230/YZ/24/SZ/48.9/
  DATA K/1254/NN/0.7/BA/230/SO/230/
C  DATA K/1080/NN/0.62/BA/465.0/SO/330/
  CALL TRANSFOR(1,TETA,PI,TT)
  OPEN(UNIT=7,FILE='NEC.OUT')
  TOL=0.001
  CALL ESIT (BK,BK1,IDS,KBG)
  DO 93 I=1,NDS
    UU(I)=0
    VV(I)=0
    GD(I)=0
93  IT(I)=0
C*****
    II=1
10   DO 85 I=1,IDS
85   U(I)=PV(I)
    IF(LT.EQ.0)THEN
      DO 86 I=1,N1
        U(2*S1(I)-1)=0
86   U(2*S2(I))=0
      ELSE
        DO 87 I=1,M
          IF(XY.EQ.0)GOTO 87
          U(2*S3(I))=0
87   U(2*S4(I)-1)=0
        ENDIF
        CALL ESIT (BK1,BK,IDS,KBG)
        CALL BNDCZM(SD,NDS,KBG,BK,U)
C*****
        DO 1 I=1,IES
          DO 79 I6=1,18
79   PP(I6)=0
          CALL BOR9(I,NDS,IES,B,D,DD,X,Y)

```

```

DO 7 J=1,9
LL=D(I,J)
UK(2*J-1)=U(2*LL-1)
7 UK(2*J)=U(2*LL)
L=1
DO 2 J=1,3
DO 2 JJ=1,3
R=RR(JJ)
S=RR(J)
CALL INTER9(R,S,HR,HS,N)
CALL JAKOB9(X,Y,HR,HS,DETJ,JAK)
CALL DOR9(HR,HS,JAK,BB)
CALL VEKCARP(BB,UK,BB1,3,18)
CALL VEKCARP(C,BB1,GG,3,3)
IF ( IK . EQ . 0 ) THEN
BG=DSQRT(GG(1)**2+GG(2)**2-GG(1)*GG(2)+3*GG(3)**2)
ELSE
C CALL TRANSFOR(1,TETA,PI,TT)
CALL VEKCARP(TT,GG,DG,3,3)
BG1=DG(1)**2-DG(1)*DG(2)
BG2=(DG(2)*XZ/YZ)**2+(DG(3)*XZ/SZ)**2
BG=DSQRT(DABS(BG1+BG2))
ENDIF
IF(IL.GT.1)GOTO 32
DO 30 J5=1,3
30 GE(D(I,L),J5)=GG(J5)
32 IF(BG.LE.BA)GO TO 3
GN=BG
CALL ETEM(BA,SO,K,NN,GN,E,SG)
L7=D(I,L)
IF(GD(L7).NE.0)THEN
GA=GD(L7)-SG
ELSE
GA=BG-SG
ENDIF
SM=SG/BG
IF(IL.GT.1)GOTO 34
L1=D(I,L)
IT(L1)=L1
34 IF(IT(D(I,L)).NE.L1)GOTO 35
UU(D(I,L))=DSQRT(U(2*L1-1)**2+U(2*L1)**2)
35 SY=GA/BG
DO 20 I5=1,3
20 GF(I5)=SY*GG(I5)
DO 22 I5=1,3
22 GG(I5)=SM*GG(I5)
AL1=AL(J)
AL2=AL(JJ)

```

```

      SR=AL1*AL2*DETJ*T
      CALL TRANSPOZ(BB,BB2,3,18)
      CALL VEKCARP(BB2,GF,PP1,18,3)
      DO 8 J5=1,18
8       PP1(J5)=SR*PP1(J5)
      DO 78 I7=1,18
78      PP(I7)=PP(I7)+PP1(I7)
      L2=D(I,L)
      IF(GD(L2).EQ.0) GD(L2)=BG
3       DO 23 J5=1,3
23      GP(D(I,L),J5)=GG(J5)
2       L=L+1
      DO 29 J=1,9
      MN=D(I,J)
      PV(2*MN-1)=PV(2*MN-1)+PP(2*J-1)
29      PV(2*MN)=PV(2*MN)+PP(2*J)
1       CONTINUE
C*****
      IF(II.EQ.1)GOTO 25
      HT1=0
      HT2=0
      DO 37 I=1,NDS
      HT1=HT1+VV(I)
37      HT2=HT2+UU(I)
      PAY= HT2-HT1
      IF(II.GT.500) GO TO 24
C      IF(PAY.EQ.0)GOTO 250
      HAT=DABS(PAY)/HT2
      IF(HAT.LT.TOL)GOTO 24
25      DO 58 J=1,NDS
58      VV(J)=UU(J)
      WRITE(*,*)'II=',II
      II=II+1
      GOTO 10
C*****
24      WRITE(7,*)'ITERASYON SAYISI=',II
      DO 57 I=1,IES
      DO 57 J=1,9
      DO 57 L=1,3
57      G(D(I,J),L)=-GE(D(I,J),L)+GP(D(I,J),L)
      IF ( IK . EQ . 0 ) GOTO 111
      CALL TRANSFOR(-1,TETA,PI,TT)
      DO 55 I=1,3
55      WRITE(*,*)I,(TT(I,J),J=1,3)
      DO 67 I=1,NDS
      DO 231 J=1,3
231     GG(J)=G(I,J)
      CALL VEKCARP(TT,GG,DG,3,3)

```

```

DO 67 J=1,3
67  TG(I,J)=DG(J)
    DO 68 I=1,NDS
    DO 241 J=1,3
241  GG(J)=GP(I,J)
    CALL VEKCARP(TT,GG,DG,3,3)
    DO 68 J=1,3
68   TGP(I,J)=DG(J)
    DO 69 I=1,NDS
    DO 251 J=1,3
251  GG(J)=GE(I,J)
    CALL VEKCARP(TT,GG,DG,3,3)
    DO 69 J=1,3
69   TGE(I,J)=DG(J)
111  IF(PAY.NE.0)GOTO 252
    WRITE(7,*)'PLASTIK GERILMELER OLUSMAMISTIR. YUKLEMEYI
* ARTIRINIZ..'
    WRITE(*,*)'PLASTIK GERILMELER OLUSMAMISTIR. YUKLEMEYI
* ARTIRINIZ..'
252  WRITE(7,*)'***** ELASTIK GERILMELER *****'
    DO 5 I=1,NDS
5    WRITE(7,6)I,(TGE(I,J),J=1,3),BD(I,1),BD(I,2)
C    IF(PAY.EQ.0)GOTO 251
    WRITE(7,*)'
    WRITE(7,*)'***** PLASTIK GERILMELER *****'
    DO 65 I=1,NDS
65   WRITE(7,6)I,(TGP(I,J),J=1,3),BD(I,1),BD(I,2)
    WRITE(7,*)'
    WRITE(7,*)'***** ARTIK GERILMELER *****'
    DO 66 I=1,NDS
66   WRITE(7,6)I,(TG(I,J),J=1,3),BD(I,1),BD(I,2)
    WRITE(7,*)'
    WRITE(7,*)'*** AKAN NOKTALAR ESLENIK GER *****'
    DO 70 I=1,NDS
70   WRITE(7,*)I,(IT(I)),GD(I)
    OPEN(UNIT=11,FILE='GG9.OUT')
    WRITE(11,*)' '
    WRITE(11,*)' *****AKAN DÜĞÜMLER***** '
    WRITE(11,*)' '
    WRITE(11,*)'DÜĞÜM***SİGMA(X)***SİGMA(Y)**TO(XY)***** X *****
* Y *****'
    WRITE(11,*)' '
    DO 8888 I=1,NDS
    IF(IT(I).NE.0)GO TO 7777
    GO TO 8888
7777 WRITE(11,6)I,(TG(I,J),J=1,3),BD(I,1),BD(I,2)
8888 CONTINUE

```

```

C*****
C          MATLAB DOSYASI OLUSTURUR
C*****
      OPEN(UNIT=199,FILE='A1.M')
      OPEN(UNIT=599,FILE='A2.M')
      OPEN(UNIT=699,FILE='A3.M')
      MIR=0
      LIR=1
499  MIR=MIR+1
      KIR=MIR*80
      WRITE(199,299)(TG(I,1),I=LIR,KIR)
      WRITE(599,299)(TG(I,2),I=LIR,KIR)
      WRITE(699,299)(TG(I,3),I=LIR,KIR)
      LIR=KIR
      IF(MIR.EQ.21)GOTO 399
      GOTO 499
299  FORMAT(80(F7.2,1X))
399  CLOSE(699)
      CLOSE(599)
      CLOSE(199)
C*****
      OPEN(UNIT=22,FILE='Y3.OUT')
      OPEN(UNIT=33,FILE='Y2.OUT')
      OPEN(UNIT=44,FILE='Y1.OUT')
      DO 429 I=1,NDS
      IF(BD(I,1).EQ.0)GO TO 425
      GO TO 424
425  WRITE(33,6)I,(TG(I,J),J=1,3),BD(I,1),BD(I,2)
424  IF(BD(I,1).EQ.AX)GO TO 426
      GO TO 427
426  WRITE(22,6)I,(TG(I,J),J=1,3),BD(I,1),BD(I,2)
427  IF(BD(I,1).EQ.-AX)GO TO 428
      GO TO 429
428  WRITE(44,6)I,(TG(I,J),J=1,3),BD(I,1),BD(I,2)
429  CONTINUE
      OPEN(UNIT=45,FILE='X3.OUT')
      OPEN(UNIT=46,FILE='X2.OUT')
      OPEN(UNIT=47,FILE='X1.OUT')
      DO 430 I=1,NDS
      IF(BD(I,2).EQ.0)GO TO 432
      GO TO 431
432  WRITE(46,6)I,(TG(I,J),J=1,3),BD(I,1),BD(I,2)
431  IF(BD(I,2).EQ.BY)GO TO 433
      GO TO 434
433  WRITE(45,6)I,(TG(I,J),J=1,3),BD(I,1),BD(I,2)
434  IF(BD(I,2).EQ.-BY)GO TO 435
      GO TO 430
435  WRITE(47,6)I,(TG(I,J),J=1,3),BD(I,1),BD(I,2)

```

```

430 CONTINUE
    CLOSE(47)
    CLOSE(46)
    CLOSE(45)
    CLOSE(44)
    CLOSE(33)
    CLOSE(22)
    CLOSE(11)
    CLOSE(7)
6   FORMAT(I5,5(F10.4))
    RETURN
    END
C*****
C           ETEM NEWTON RAPHSON ILE KOK HESAPLANIR
C*****
    SUBROUTINE TRANSFOR(K,TETA,PI,TT)
    IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
    DIMENSION TT(3,3)
    TET=TETA*PI/180
    RM=COS(TET)
    RN=SIN(TET)
    TT(1,1)=RM**2
    TT(1,2)=RN**2
    TT(1,3)=K*(2*RM*RN)
    TT(2,1)=RN**2
    TT(2,2)=RM**2
    TT(2,3)=K*(-2*RM*RN)
    TT(3,1)=K*(-RM*RN)
    TT(3,2)=K*(RM*RN)
    TT(3,3)=RM**2-RN**2
    RETURN
    END
C*****
C           ETEM NEWTON RAPHSON ILE KOK HESAPLANIR
C*****
    SUBROUTINE ETEM(BA,SO,K,NN,GN,E,SG)
    IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
    REAL*8 K,NN
    ET=GN/E
    L=1
    SG=SO
C   SG=BA
20  F=SG-(SO+K*(ET-SG/E)**NN)
    FF=1+(K*NN/E)*((ET-SG/E)**(NN-1))
    SG=SG-F/FF
    IF(L.EQ.1)THEN
    SD=SG
    L=L+1

```

```
GOTO 20
ELSE
HAT=(SG-SD)/SG
END IF
L=L+1
SD=SG
IF(HAT.GT.0.001)GO TO 20
RETURN
END
```

```
C*****
C
C
C
C
C
C
C
C
C
C
C*****
C
```

SON



EK-2
DÜZLEM LEVHANIN
OTOMATİK BÖLMELENDİRİLMESİYLE ELDE EDİLEN
SONLU ELEMAN AĞI

Levhanın Otomatik Bölmeleştirilmesiyle Elde Edilen Sonlu Eleman Ağı

