

T.C.
FIRAT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ

TABAKALI KOMPOZİT LEVHALARDA BURKULMA ANALİZİ

Merve GENÇOĞLU

Tez Yöneticisi
Prof. Dr. Aydın TURGUT

YÜKSEK LİSANS TEZİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

ELAZIĞ-2011

T.C.
FIRAT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

TABAKALI KOMPOZİT LEVHALARDA BURKULMA ANALİZİ

Merve GENÇOĞLU

YÜKSEK LİSANS TEZİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ ANA BİLİM DALI

Bu tez.../...../..... tarihinde aşağıda belirtilen jüri tarafından oy birliği/ oy çokluğu/ başarılı/ başarısız olarak değerlendirilmiştir.

Danışman	: Prof. Dr. Aydın TURGUT
Üye	: Prof. Dr. Aydın TURGUT
Üye	: Yrd. Doç. Dr. Mustafa GÜR
Üye	: Yrd. Doç. Dr. Muhammet KARATON

TEŞEKKÜR

Bu tez ödevimin hazırlanmasında her türlü desteği sağlayan danışman hocam Sayın Prof. Dr. Aydın TURGUT'a, Yrd. Doç. Mustafa GÜR'e, Yrd. Doç. Dr. Muhammed KARATON'a ve çalışmalarım boyunca bana yol gösterip yardımcı olan Arş. Gör. Dr. Murat Yavuz SOLMAZ'a teşekkürü bir borç bilirim.

Ayrıca bu ödevimin hazırlanması sırasında yardımıyla destek olan arkadaşım Tuba DOĞAN'a ve sabrından dolayı eşime teşekkür ederim.

Merve GENÇOĞLU

ELAZIĞ–2011

ÖNSÖZ

Hazırlamış olduğum tezde tabakalı kompozit malzemelerin burkulma analizini sayısal olarak incelemiş bulunmaktayım. Bu incelemeyi altı bölüm halinde izah etmekteyim. İlk bölümde genel olarak kompozit ve tabakalı kompozitler hakkında teorik bilgi sunulmuştur. İkinci bölümde burkulma konusu izah edilmiştir. Üçüncü bölümde kullanılan materyaller ve yöntemler hakkında bilgi verilmiştir. Dördüncü bölümde ANYSY 11.0 paket programı kullanılarak modeller oluşturulmuştur. Beşinci bölümde hesaplanan gerilme değerleri ile meydana gelen kritik burkulma yükleri tablo halinde sunulmuştur. Bulunan bu değerler bulgular ve tartışma bölümünde grafik halinde sunulmuş ve yorumlanmıştır. Son olarak da sonuçlar kısmında bütün tez genel olarak değerlendirilmiş, elde edilen sonuçlar paylaşılmıştır.

ÖZET

Bu çalışmada, karbon fiber, grafit fiber ve karbon/grafit fiber çapraz takviyeli polyester matristen üretilmiş tabakalı kompozit levhaların simetrik ve anti simetrik tabaka dizilimde farklı oryantasyon açıları ve farklı delik geometri ve boyutları için sayısal olarak burkulma analizleri gerçekleştirilmiştir. Modelleme ve analizlerde ANSYS 11.0 sonlu elamanlar paket programı kullanılmıştır. Gerçekleştirilen analizler neticesinde elde edilen sonuçlar birbirleriyle karşılaştırılarak grafikler halinde sunulmuştur. Tabaka dizilimi göz önüne alındığında simetrik tabaka dizilimine sahip kompozit levhaların burkulma yükleri anti simetrik tabaka dizilimli levhalara göre daha düşük olarak bulunmuştur.

Anahtar Kelimeler: Hibrit kompozit, Delaminasyon, Oryantasyon açısı, Burkulma, ANSYS.

SUMMARY

BUCKLING ANALYSIS OF LAMINATED COMPOSITE PANELS

In this study, the numeric buckling analysis for the dimensions and different orientation angles and different hole geometry on the symmetric and anti-symmetric layer range of fiber, graphite fiber and carbon/graphite fiber produced from the cross reinforced polyester are realized . In modeling and analysis ANSYS 11.0 elements packet program has been used. The results realized as a result of the analysis have been compared and presented as graphics. When taking the layer range into consideration, it is found out that the composite plates which have symmetric layer range have much lower buckling load than the anti-symmetric layer range plates

Key Words: Hybrid composite, delamination, orientation angle, buckling, ANSYS.

İÇİNDEKİLER

TEŞEKKÜR	III
ÖNSÖZ	IV
ÖZET	V
SUMMARY	VI
İÇİNDEKİLER	VII
TABLolar LİSTESİ	X
ŞEKİLLER LİSTESİ	XI
SEMBOLLER LİSTESİ	XX
1. GİRİŞ	1
1.1. Kompozit Malzemeler ve Uygulama Alanları	1
1.2. Modern Kompozit Malzemeler ve Sınıflandırılması.....	2
1.3. Kompozit Malzemenin Sınıflandırılması ve Başlıca Kompozit Malzeme Türleri.....	2
1.3.1. Taneciklerle Güçlendirilmiş Kompozit Malzeme (TKM).....	2
1.3.2. Tanelerle Donatılı Kompozit Malzeme	3
1.3.3. Liflerle Donatılı Kompozit Malzeme	3
1.3.4. Tabakalı Kompozit Malzeme.....	3
1.4. Tabakalı Kompozitler	3
1.5. Tabakalı Kompozit Malzemenin Üretiminde Kullanılan Malzeme ve Tabakalı Kompozit Ürünler	4
1.5.1. Metal Tabakalı Kompozit Malzeme.....	4
1.5.2. Cam Tabakalı Kompozit Malzeme	5
1.5.3. Polimer Esaslı Tabakalı Kompozit Malzeme	6
1.5.4. Ahşap Tabakalı Kompozit Malzeme	7
1.5.5. Tabakalı Lifli Kompozit Malzeme Kompozitleri	8
1.5.6. Diğer Tabakalı Kompozit Malzemeler	9
1.6. Tabakalı Kompozitlerin Yük Altındaki Davranışları.....	11
1.7. Tabakalı Kompozit Malzeme Olarak Kontrplak.....	14
1.8. Tabakalı Kompozitlerin Yapıda Kullanımı	14
1.8.1. Yüzey Kaplama ve Bölme Elemanları Yapımı.....	15

1.8.2.	Doğrama Yapımı	15
1.8.3	Cephe ve Çatı Uygulamaları.....	15
1.8.4.	Yalıtım ve Korunumla İlgili Uygulamalar	16
1.8.5.	Taşıyıcı Eleman Üretimindeki Kullanımı.....	18
1.8.6.	Tabakalı Kompozit Malzemenin Diğer Kullanım Alanları	18
1.9.	Kompozit Malzemelerin Tasarımı	19
1.10.	Elastik ve Visko-Elastik Malzemeler	20
1.11.	Kompozitlerde Takviye Elemanı, Matriks ve Arayüzey Mekanizması	22
1.12.	Kompozitlerde Elyaf Düzenlemesi	23
1.13.	Kompozit Tabakaların Makromekanik Analizi	24
1.13.1.	İzotropik Tabaka	25
1.13.2.	Ortotropik Tabaka	27
1.13.2.1.	Ortotropik Tabakada Keyfi Doğrultu	28
1.13.2.2.	Gerilim Bağlılıkları	29
1.13.2.3.	Uzama Bağlılıkları	30
1.13.2.4.	Gerilme-Uzama Bağlılıkları.....	33
1.13.2.5.	Mühendislik Sabitleri Bağlılığı	37
1.14.	Kompozit Tabakalarda Dayanım Karakteristikleri	37
1.14.1.	İzotropik Malzemelerde Dayanım Teorileri	38
1.14.1.1.	Maksimum Esas Gerilme Teorisi.....	38
1.14.1.2.	Maksimum Esas Uzama Teorisi.....	39
1.14.1.3.	Maksimum Kayma Gerilmesi Teorisi	40
1.14.1.4.	Toplam Gerilme Enerji Teorisi.....	40
1.14.1.5.	Gerilme Enerjisi Teoreminden Sapma	42
1.14.2.	Ortotropik Tabakanın Dayanımı	45
1.14.2.1.	Maksimum Kayma Teoremi	46
1.14.2.2.	Maksimum Uzama Teorisi.....	47
1.14.2.3.	Tsai-Hill Teorisi	47
2.	BURKULMA.....	51
2.1.	Denge Durumu	51
2.2.	Stabilitede Metot	53
2.3.	İlkel Kusurlar Ve Kritik Yük	60

2.4.	Stabilite Problemlerinin Çeşitleri	62
2.5.	Elastik Çubukların Burkulması	65
2.6.	Kesme Kuvvetinin Kritik Yüke Etkisi	70
2.7.	Çubuklar İçin Genel Burkulma Kuramı	71
2.8.	Diferansiyel Denklemler Yöntemi	73
2.9.	Euler Halleri.....	76
2.9.1.	Burkulma Doğrusu	80
2.9.2.	Burkulma Boyu	81
2.10.	Burkulma Çarpanı	82
2.11.	Dikdörtgen Levhaların (Plakların) Burkulması	83
3.	MATERYAL VE YÖNTEM.....	89
3.1.	Materyal.....	89
3.2.	Yöntem	90
3.2.1.	Sonlu Elemanlar Metodu	90
4.	ANSYS İLE MODELLEME.....	91
4.1.	Numunelerin Oluşturulması.....	91
4.2.	Malzeme Bilgilerinin Girilmesi	92
4.3.	Sınır Şartlarının Uygulanması.....	98
4.4.	Numunelerin Düğüm ve Eleman Sayıları.....	99
5.	BULGULAR VE TARTIŞMA.....	100
6.	SONUÇLAR.....	147
7.	KAYNAKLAR.....	149

TABLÖLAR LİSTESİ

Tablo 2.1. Bazı kesit geometrileri için k'_a , ($a = x, y$), sayısal çarpanı	71
Tablo 2.2. ST37 ve ST52 için ω değerleri.	83
Tablo 2.3. Basit mesnetli dikdörtgen plaklara ait kritik basınç gerilmesini hesap etmeye yarayan sabitler	84
Tablo 2.4 Üç kenarından basit mesnetli ve dördüncü kenarı ($y=b$) boşta olan dikdörtgen bir plaka ait kritik basınç gerilmesini hesap etmeye yarayan β sabiti	85
Tablo 2.5. İki karşılıklı kenarın basit mesnetli, üçüncü kenarın ankastre, dördüncü kenarı ($y=b$) boşta olan dikdörtgen bir plaka ait kritik basınç gerilmesini hesap etmeye yarayan β sabiti	86
Tablo 2.6. İki karşılıklı kenar basit mesnetli ve diğer kenarları ankastre olan dikdörtgen bir plaka ait kritik gerilmeyi hesap yapmaya yarayan β sabiti.	86
Tablo 2.7. Dört kenarından basit mesnetli ve üniform kaymaya maruz dikdörtgen bir plaka ait kritik gerilmeyi hesaplamaya yarayan β sabiti.	87
Tablo 2.8. Kalınlığı h ve derinliği b olan kirişe ait kritik gerilme değerleri	87
Tablo 3.1. Karbon fiber takviyeli malzemenin mekanik özellikleri	89
Tablo 3.2. Grafit fiber takviyeli malzemenin mekanik özellikleri	89
Tablo 4.1. Numunelerin ölçüleri	91
Tablo 4.2. Numunelerin düğüm ve eleman sayıları	99
Tablo 5.1. Kompozit numunelerin kritik burkulma yükleri (MPa)	100

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1.1.	Tabakalı camlar darbe etkisiyle kırılırlar da kolay dağılmazlar	6
Şekil 1.2.	Tabakalı güvenlik camları silahlı saldırılara karşı kullanılmak üzere de üretilmektedir.....	6
Şekil 1.3.	Polimer esaslı tabakalı bir kompozitle kaplı yatay ahşap bir malzemenin kesiti	7
Şekil 1.4.	Ahşap malzemelerin yapıştırılmasıyla yapılan çeşitli taşıyıcı elemanlar.....	8
Şekil 1.5.	Çeşitli ahşap tabakalı malzemeler;(1-3) değişik kontrplak malzemeler, (3-6) farklı yapıda tabakalı levha malzemeler	8
Şekil 1.6.	Deniz taşıtları üretiminde cam lifleriyle donatılı plastik reçineli katmanlar üst üste birkaç kez uygulanmaktadır.....	9
Şekil 1.7.	Alçı karton plaklarla tasarlanmış metal konstrüksiyonlu ve çift kat kaplamalı bölme duvarı kuruluş şeması, (1) tavan, (2) döşeme, (3)duvar, (4) metal profiller, (5) mineral lifli yalıtım malzemesi, (6,7) alçı karton plaklar.....	10
Şekil 1.8.	Çeşitli tabakalı malzemelerin kesitlerinin şematik gösterimi. (a) Çimento asbest tabakalar arasında poliüretan köpük tabakası. (b) Alüminyum tabakalar arasında poliüretan köpük tabakası.	10
Şekil 1.9.	İzotrop, ortotrop ve anizotrop malzemelerde gerilmeye bağlı davranışlar...	12
Şekil 1.10.	Tabakalı kompozitlerde farklı tabaka düzenleri, (a) 90° (b) 45°	13
Şekil 1.11.	Çeşitli şekillerde üretilmiş, farklı yapıya sahip ahşap tabakalı malzeme örnekleri.....	14
Şekil 1.12.	Metal yüzeyli, yalıtımlı cephe malzemesi kesidi ve köşe detayı. Bu türden farklı biçimde birçok malzeme üretilmektedir. Ortadaki tabaka poliüretan köpüktür.	16
Şekil 1.13.	Ses emicilik özelliği kazandırılmış bir alçı asma tavan elemanı kesiti ve üreticisi tarafından verilen frekansa bağlı ses emicilik değerleri	17
Şekil 1.14.	Yapılarda su yalıtım malzemesi olarak kullanılan, polyester keçe taşıyıcılı ve polimerik bitümlü, tabakalı yalıtım örtüsü	17
Şekil 1.15.	Yangın güvenliği açısından iki yüzeyine yakın olarak alçı tabakalar bulunan yapay ahşaptan üretilmiş kapı bir kesiti şeması	17

Şekil 1.16. Şişme bot yapımında kullanılan kompozit malzemenin tabaka yapısının şematik gösterimi	18
Şekil 1.17. Yumuşak bir metalde tipik gerilme/uzama eğrisi (a), Üç tip polimer için tipik bir gerilme/uzama eğrisi(b).....	20
Şekil 1.18. Elastik ve visko-elastik malzemeler için gerilme/uzama eğrisi.....	22
Şekil 1.19. Genel gerilme sistemleri. a) Üç boyutlu gerilme sistemi, b) Ordinant eksenler, c) Düzlem gerilmeye maruz kalan bir eleman	25
Şekil 1.20. Referans eksenleri hakkında ortotropik tabaka doğrultusu. (a) Referans eksenleri (x,y) θ doğrultusunda tabakanın esas eksenleri (1, $\rightarrow$, (b) (1, 2) ve (x,y) eksenlerinde gerilim altındaki bir eleman	29
Şekil 1.21. Normal ve kayma uzamaları altında deformasyona uğrayan bir eleman.....	31
Şekil 1.22. Normal gerilme altında izotropik ve ortotropik malzemeler. (a) Üç temel gerilme altında izotropik malzeme elemanları, $\sigma_{xx} > \sigma_{yy} > \sigma_{zz}$, (b) Normal kuvvet altında ortotropik malzeme	38
Şekil 1.23. Hacim ve gerilimden sapma. (a) Esas gerilmeler, (b) Hacim gerilme sistemi, (c) Gerilme sapması veya burulma sapması	43
Şekil 1.24. Esas malzeme eksenlerinde kritik gerilme gerilme değerleri.....	45
Şekil 2.1. Yarım küre içindeki topun denge durumu.....	52
Şekil 2.2. Kirişin denge konumu	53
Şekil 2.3. Rijit çubuğun kararlılık durumu.....	54
Şekil 2.4. Rijit çubuğun hareket denklemi.....	55
Şekil 2.5. Rijit çubuğun eğrisi	58
Şekil 2.6. Rijit çubuğun kararlılık durumu.....	58
Şekil 2.7. Elastik mafsallı rijit çubuk.....	61
Şekil 2.8. Elastik mafsallı rijit çubuğun grafiği.....	62
Şekil 2.9. Vurgu stabilitesi	63
Şekil 2.10. Vurgu stabilitesinin eğrisi.....	64
Şekil 2.11. Denge konumları.....	65
Şekil 2.12. Elastik çubukların burkulması	66
Şekil 2.13. Euler kritik yükleri	69
Şekil 2.14. Çubuklar için burkulma.....	72
Şekil 2.15. Değişken kesitli çubukta eğilme rijitliği	74

Şekil 2.16. Euler hali için dört basit durum	76
Şekil 2.17. Eğrilerin grafiği.....	79
Şekil 2.18. Burkulma doğrultusu.....	80
Şekil 2.19. Yan plakların burkulması	84
Şekil 2.20. Plakın boylamasına burkulması	83
Şekil 2.21. Dörtkenarından mesnetli ve kenarları boyunca üniform olarak yayılmış kayma gerilmelerinin tesirine maruz dikdörtgen plak.....	86
Şekil 4.1. Daire ve kare delikli ve delaminasyonlu model geometrileri.....	92
Şekil 4.2. Delaminasyonun bulunmadığı daire delikli numunenin sonlu eleman modeli.....	93
Şekil 4.3. 80 mm çaplı delaminasyon bulunan daire delikli malzemenin sonlu eleman modeli.....	93
Şekil 4.4. 120 mm çaplı daire delikli malzemenin sonlu eleman modeli	94
Şekil 4.5. 160 mm çaplı daire delikli numunenin sonlu eleman modeli.....	94
Şekil 4.6. Delaminasyonun bulunmadığı kare delikli kompozitin sonlu eleman modeli.....	95
Şekil 4.7. 70.89 mm uzunluklu kare delaminasyonlu kare delikli numunenin sonlu eleman modeli.....	95
Şekil 4.8. 106.34 mm uzunluklu kare delaminasyonlu kare delikli malzemenin sonlu eleman modeli	96
Şekil 4.9. 141.79 mm uzunluklu kare delaminasyonlu kare delikli numunenin sonlu eleman modeli	96
Şekil 4.10. Set 1 in fiber açılarının gösterilmesi	97
Şekil 4.11. Set 2 nin simetrik diziliimli fiber açılarının görünümü	97
Şekil 4.12. Set 2 deki anti simetrik diziliimli fiber açılarının gösterimi.....	98
Şekil 4.13. Daire ve kare delikli modeller için sonlu elemanlar ağ yapısı, sınır şartları ve yükleme durumu.	98
Şekil 5.1. Simetrik diziliimli daire delikli karbon fiberin delaminasyon çapına göre grafığı	101
Şekil 5.2. Anti simetrik diziliimli karbon fiberde dairesel delaminasyon çapına göre kritik burkulma yükleri.....	102

Şekil 5.3.	Simetrik diziliimli kare delikli kare delaminasyonlu karbon fiberin kritik burkulma yükleri.....	103
Şekil 5.4.	Anti simetrik dizilmiş kare delikli kare delaminasyonlu karbon fiberin burkulma değerleri	103
Şekil 5.5.	Grafit fiber malzemeli daire delikli numunenin dairesel delaminasyon çaplarına göre kritik burkulma yükleri.....	104
Şekil 5.6.	Grafit fiberden oluşmuş anti simetrik diziliimli daire delikli dairesel delaminasyonlu numunenin kritik burkulma yükü	105
Şekil 5.7.	Grafit fiberden yapılmış olan kare delikli simetrik diziliimli kare delaminasyonlu numunenin kritik burkulma yükü	106
Şekil 5.8.	Grafit fiberden yapılmış olan kare delikli numunenin kare delaminasyon uzunluklarının değişimine göre kritik burkulma yükleri.....	106
Şekil 5.9.	Daire delikli simetrik diziliimli karma (hibrit) kompozitin dairesel delaminasyon çaplarının değişimine göre kritik burkulma yükü grafiği ..	107
Şekil 5.10.	Daire delikli anti simetrik diziliimli karma (hibrit) kompozitin daire geometrili delaminasyon çaplarının değişimine göre kritik burkulma yükleri.....	108
Şekil 5.11.	Simetrik diziliimli kare delikli karma (hibrit) kompozitin karesel delaminasyon uzunluklarının değişimine göre kritik burkulma yükünün grafiği	109
Şekil 5.12.	Anti simetrik diziliimli kare delikli karma (hibrit) kompozitin karesel delaminasyonun uzunluklarının değişimine göre kritik burkulma yükü grafiği	109
Şekil 5.13.	Daire delikli simetrik diziliimli delaminasyonsuz numunenin farklı malzemelere göre kritik burkulma yükleri	110
Şekil 5.14.	Karbon fiberden oluşan delaminasyonsuz daire delikli simetrik numunenin Von Misses gerilme dağılımı.....	111
Şekil 5.15.	Grafit fiberden oluşmuş delaminasyonsuz daire delikli simetrik numunenin Von Misses gerilme dağılımı.....	111
Şekil 5.16.	Karma (hibrit) kompozitli delaminasyonsuz simetrik diziliimli daire delikli numunenin Von Misses gerilme dağılımı.....	112

Şekil 5.17. Farklı fiber takviyelerin kullanımıyla oluşmuş anti simetrik diziliimli daire delikli delaminasyonsuz numunelerin kritik burkulma yükleri	112
Şekil 5.18. Karbon fiberden oluşan anti simetrik diziliimli delaminasyonsuz numunenin Von Misses gerilme dağılımı.....	113
Şekil 5.19. Grafit fiberden oluşan anti simetrik diziliimli delaminasyonsuz numunenin Von Misses gerilme dağılımı.....	113
Şekil 5.20. Karma (hibrit) kompozitli anti simetrik diziliimli delaminasyonsuz daire delikli numunenin Von Misses gerilme dağılımı.....	114
Şekil 5.21. Simetrik dizilmiş kare delikli farklı fiber takviyelerin delaminasyonsuz kritik burkulma yükleri.....	114
Şekil 5.22. Karbon fiberden oluşan simetrik diziliimli delaminasyonsuz numunenin Von Misses gerilme dağılımı.....	115
Şekil 5.23. Grafit fiberden oluşan simetrik delaminasyonun olmadığı numunenin Von Misses gerilme dağılımı.....	115
Şekil 5.24. Karma (hibrit) kompozitten oluşan simetrik diziliimli delaminasyonsuz numunenin Von Misses gerilme dağılımı.....	116
Şekil 5.25. Anti simetrik olarak dizilmiş kare delikli farklı fiber takviyelerinden oluşan delaminasyonsuz kritik burkulma yükleri	116
Şekil 5.26. Karbon fiberden oluşan anti simetrik diziliimli delaminasyonsuz numunenin Von Misses gerilme dağılımı.....	117
Şekil 5.27. Grafit fiberden oluşan anti simetrik diziliimli delaminasyonsuz numunenin Von Misses gerilme dağılımı.....	117
Şekil 5.28. Karma (hibrit) kompozitten oluşan kare delikli anti simetrik diziliimli delaminasyon bulunmayan numunenin Von Misses gerilme dağılımı	118
Şekil 5.29. Simetrik diziliimli daire delikli 80 mm çaplı delaminasyonlu farklı fiber takviyeli numunelerin kritik burkulma yükleri.....	118
Şekil 5.30. Karbon fiberden oluşturulmuş simetrik 80 mm çaplı delaminasyonlu numunenin Von Misses gerilme dağılımı.....	119
Şekil 5.31. Grafit fiberden oluşturulmuş simetrik 80 mm çaplı delaminasyonlu numunenin Von Misses gerilme dağılımı.....	119
Şekil 5.32. Karma (hibrit) kompozitli simetrik 80 mm çaplı daire delikli delaminasyonlu numunenin Von Misses gerilme dağılımı	120

Şekil 5.33. Anti simetrik diziliimli daire delikli 80 mm çaplı delaminasyonlu farklı fiber takviyelerine göre kritik burkulma yükleri.....	120
Şekil 5.34. Karbon fiberden oluşan anti simetrik 80 mm çaplı delaminasyonlu numunenin Von Misses gerilme dağılımı.....	121
Şekil 5.35. Grafit fiberden oluşan anti simetrik 80 mm çaplı delaminasyonlu numunenin Von Misses gerilme dağılımı.....	121
Şekil 5.36. Karma (hibrit) kompozitli anti simetrik 80mm çaplı delaminasyonlu numunenin Von Misses gerilme dağılımı.....	122
Şekil 5.37. Simetrik diziliimli kare delikli 70.89 mm uzunluklu kare delaminasyonlu farklı fiber takviyelerin kritik burkulma yükü grafiği.....	122
Şekil 5.38. Karbon fiberden oluşmuş simetrik 70.89 mm uzunluklu kare delaminasyonlu kare delikli numunenin Von Misses gerilme dağılımı.....	123
Şekil 5.39. Grafit fiberden meydana gelen simetrik diziliimli 70.89 mm uzunluklu kare delaminasyonlu numunenin Von Misses gerilme dağılımı.....	123
Şekil 5.40. Karma (hibrit) kompozitten oluşan simetrik 70.89 mm uzunluklu kare delaminasyonlu kare delikli numunenin Von Misses gerilme dağılımı.....	124
Şekil 5.41. Anti simetrik diziliimli kare delikli 70.89 mm uzunluklu kare delaminasyonlu numunenin farklı fiber takviyelerine göre kritik burkulma yükünün değişimi	124
Şekil 5.42. Karbon fiberden oluşan anti simetrik diziliimli 70.89 mm uzunluklu kare delaminasyonlu kare delikli numunenin Von Misses gerilme dağılımı.....	125
Şekil 5.43. Grafit fiberden oluşmuş anti simetrik 70.89 mm uzunluklu kare delaminasyonlu modelin Von Misses gerilme dağılımı.....	125
Şekil 5.44. Karma (hibrit) kompozitten oluşan anti simetrik 70.89 mm uzunluklu kare delaminasyonlu modelin Von Misses gerilme dağılımı	126
Şekil 5.45. Simetrik diziliimli daire delikli 120 mm çaplı daire delaminasyonun farklı fiber takviyelerine göre kritik burkulma yükü.....	126
Şekil 5.46. Karbon fiberden oluşan simetrik 120 mm çaplı delaminasyonlu modelin Von Misses gerilme dağılımı.....	127
Şekil 5.47. Grafit fiberden oluşan simetrik 120 mm çaplı delaminasyonlu modelin Von Misses gerilme dağılımı.....	127

Şekil 5.48. Karma (hibrit) kompozitli simetrik dizilimli 120 mm çaplı delaminasyonlu modelin Von Misses gerilme dağılımı.....	128
Şekil 5.49. Anti simetrik dizilimli daire delikli 120 mm çaplı delaminasyonlu farklı fiber takviyelerin kritik burkulma yükü	128
Şekil 5.50. Karbon fiberden meydana gelmiş anti simetrik dizilimli 120 mm çaplı delaminasyonlu numunenin Von Misses gerilme dağılımı	129
Şekil 5.51. Grafit fiberden oluşan anti simetrik 120 mm çaplı delaminasyonlu modelin Von Misses gerilme dağılımı	129
Şekil 5.52. Karma (hibrit) kompozitten oluşan anti simetrik 120 mm çaplı delaminasyonlu modelin Von Misses gerilme dağılımı.....	130
Şekil 5.53. Simetrik dizilimli kare delikli 106.34 mm uzunluklu kare delaminasyonlu farklı fiber takviyeli malzemelerin kritik burkulma yükleri.....	130
Şekil 5.54. Karbon fiberden oluşan simetrik 106.34 mm uzunluklu kare delaminasyonlu modelin Von Misses gerilme dağılımı.....	131
Şekil 5.55. Grafit fiberden oluşmuş simetrik 106.34 mm uzunluklu kare delaminasyonlu modelin Von Misses gerilme dağılımı.....	131
Şekil 5.56. Karma (hibrit) kompozitli simetrik 106.34 mm uzunluklu kare delaminasyonlu numunenin Von Misses gerilme dağılımı	132
Şekil 5.57. Anti simetrik dizilimli kare delikli 106.34 mm uzunluklu kare delaminasyonların farklı fiber takviyelerine göre kritik burkulma yükleri.....	132
Şekil 5.58. Karbon fiberden oluşmuş anti simetrik dizilimli 106.34 mm uzunluklu kare delaminasyonlu modelin Von Misses gerilme dağılımı	133
Şekil 5.59. Grafit fiberden oluşmuş anti simetrik 106.34 mm uzunluklu kare delaminasyonlu modelin Von Misses gerilme analizi	133
Şekil 5.60. Karma (hibrit) kompozitli anti simetrik dizilimli 106.34 mm uzunluklu kare delaminasyonlu modelin Von Misses gerilme analizi.....	134
Şekil 5.61. Simetrik dizilimli daire delikli 160 mm çaplı delaminasyonlu farklı fiber takviyelerine göre kritik burkulma yükleri.....	134
Şekil 5.62. Karbon fiberli simetrik dizilimli 160 mm çaplı delaminasyonlu numunenin Von Misses gerilme dağılımı.....	135

Şekil 5.63. Grafit fiberli simetrik 160 mm çaplı delaminasyonun bulunduğu numunenin Von Misses gerilme dağılımı.....	135
Şekil 5.64. Karma (hibrit) kompozitli simetrik diziliimli 160 mm çaplı delaminasyonlu modelin Von Misses gerilme dağılımı.....	136
Şekil 5.65. Anti simetrik olarak dizilmiş daire delikli 160 mm çaplı delaminasyonun fiber takviyelerinin değişimine göre kritik burkulma yükleri.....	136
Şekil 5.66. Karbon fiberli anti simetrik diziliimli 160 mm çaplı delaminasyona sahip numunenin Von Misses gerilme dağılımı	137
Şekil 5.67. Grafit fiberli anti simetrik diziliimli 160 mm çaplı daire delaminasyonlu numunenin Von Misses gerilme dağılımı.....	137
Şekil 5.68. Karma (hibrit) kompozitli anti simetrik 160 mm çaplı delaminasyonlu modelin Von Misses gerilme dağılımı	138
Şekil 5.69. Simetrik diziliimli kare delikli 141.79 mm uzunluklu kare delaminasyonlu farklı fiber takviyelerine göre kritik burkulma yükleri....	138
Şekil 5.70. Karbon fiberli simetrik diziliimli 141.79 mm uzunluklu kare delaminasyonlu modelin Von Misses gerilme dağılımı.....	139
Şekil 5.71. Grafit fiberli simetrik 141.79 mm uzunluklu kare delaminasyonlu numunenin Von Misses gerilme dağılımı.....	139
Şekil 5.72. Karma (hibrit) kompozitli simetrik dizilmiş 141.79 mm uzunluklu kare delaminasyona sahip modelin Von Misses gerilme dağılımı	140
Şekil 5.73. Anti simetrik diziliimli kare delikli 141.79 mm uzunluklu kare delaminasyonlu numunenin farklı fiber takviyelerine göre kritik burkulma yükleri.....	140
Şekil 5.74. Karbon fiberli anti simetrik şeklinde dizilmiş olan 141.79 mm uzunluklu kare delaminasyonlu modelin Von Misses gerilme dağılımı	141
Şekil 5.75. Grafit fiberli anti simetrik diziliimli 141.79 mm uzunluklu kare delaminasyonlu numunenin Von Misses gerilme dağılımı	141
Şekil 5.76. Karma (hibrit) kompozitli anti simetrik şeklinde dizilmiş olan 141.79 mm uzunluklu kare delaminasyonlu numunenin Von Misses gerilme dağılımı.....	142

Şekil 5.77. Karbon fibere ait simetrik dizilimli numunelerin eşdeğer daire ve kare alanlarına göre kritik burkulma yükleri.....	142
Şekil 5.78. Karbon fiberden yapılmış anti simetrik dizilimli numunelerin eşdeğer alanlara göre kıyaslanması.....	143
Şekil 5.79. Grafit fiber takviyeli simetrik dizilimli numunenin eşdeğer alanlara göre kritik burkulma yüklerinin kıyaslanması.....	144
Şekil 5.80. Grafit fiber takviyeli anti simetrik şeklinde dizilmiş olan numunelerin eşdeğer alanlara göre kritik burkulma yükleri	144
Şekil 5.81. Karma (hibrit) kompozitin simetrik olarak dizilmesiyle oluşmuş numunelerin eşdeğer alanlara göre kritik burkulma yükleri.....	145
Şekil 5.82. Karma (hibrit) kompozitli anti simetrik olarak dizilmiş olan numunenin eşdeğer alanlara göre kritik burkulma yükleri	146

SEMBOLLER LİSTESİ

ϑ	: Poisson Sayısı
Q	:Kare Matris
Q_{33}	: Uyum matrisi, matris malzemesi
ε	: Uzama miktarı
$\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{xy}$	: Normal ve Kayma Uzamaları
ε_{xx}	: x-x Ekseninde Uzama Miktarı
S	: Ters Matris
σ	: Gerilme
σ_{11}	: 1-1 Doğrultusunda Oluşan Gerilme, MPa
σ_{12}	: 1-2 Doğrultusunda Oluşan Gerilme, MPa
τ	: Kayma Gerilmesi
T	: Matris Dönüşümü
σ^*	: Kırılma Gerilmesi
ε^*	: Kırılmada Çekme Uzaması
U	: Uzama Gerilmesi
A	: Çekilen Parça Uzunluğu
ℓ	: Parça Uzunluğu
U_T	: Toplam Gerilme Enerjisi
U_V	: Hacimde Değişme Nedeniyle Gerilme Enerjisi
U_D	: Değişme Sebebiyle Oluşan Gerilme
Q	: Yük
P	: Basınç Kuvveti
φ	: Dönme Açısı
φ_0	: İlkel Kusur
$\varphi(f)$	: $\varphi=0$ Konumundaki Sistemin Hareket Fonksiyonu

a	: Başlangıçtaki Açısal Hız
P_K	: Kritik Yük
P_E	: Euler yükü
c	: Elastik Mafsallın Sabiti
Π_i	: İç Kuvvetlerin Potansiyel Enerjisi
Π_d	: Dış Kuvvetlerin Potansiyel Enerjisi
ψ	: Sapma
δ	: Şekil Değiştirme
α, β, γ	: Denge Durumlarındaki Açılar
M	: Moment
EI	: Eğilme Rijitliği
E	: Elastik Modülü
G	: Kayma Modülü
I	: Atalet momenti
N, T	: İç Kuvvetler
L_B	: Çubuğun Burkulma Uzunluğu
L	: Çubuğun Boyu
$v(z)$	: Elastik Eğri
N	: Normal Kuvvet
T	: Kesme Kuvveti
$\psi(z)$	: Kesit Değişiminin Boyutsuz Fonksiyonu
c_1, c_2, c_3, c_4	: İntegral Sabitleri
g_{ij}, g_{ji}	: İntegral Çarpanları
$\Delta(\lambda)$	: Burkulma Determinantı

λ_i	: Burkulma Denkleminin Kökleri
$v_i(z)$	: Elastik Eğri Öz Fonksiyonu
σ_{Kr}	: Kritik Normal Gerilme
$i_{\min}$	: Eylemsizlik Yarıçapı
λ	: Narinlik Derecesi
θ	: Teğetin Eğim Açısı
θ_o	: Başlangıçtaki Eğim Açısı
s	: Eğri Uzunluğu
z, v	: Elastik Eğri Koordinatları
l'	: Kiriş Uzunluğu
f	: Sapma
e	: Dışmerkezlilik
$\overline{M}$	: Kuvvet Çifti
n	: Emniyet Katsayısı
ω	: Burkulma Çarpanı
σ_G	: Göçme Gerilmesi
σ_A	: Akma Gerilmesi
E_t	: Teğet Modülü
E_K	: Küçültülmüş Modül
σ_N	: Normal Gerilme
P_t	: Teğet Modülü Yüğü
σ_T	: Teğet Kritik Gerilmesi
σ_K	: Küçültülmüş Kritik Gerilmesi

P_K : Küçültülmüş Modül Yüğü

W_x : Mukavemet Momenti

P : Ton

F : cm^2

ℓ_b : Metre

E : $2,1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$

G : 800000 kg/cm^2

1. GİRİŞ

1.1. Kompozit Malzemeler ve Uygulama Alanları

Kompozit malzemeler nisbeten yeni bir alan olup II. Dünya Savaşı esnasında mevcut konvensiyonel malzemeler tek başlarına teknoloji karşısında belli ihtiyaçlara cevap veremez hale gelmesi ile başlamış ve o zamandan beri de bu malzemelerin üretimi ve mekanik özellikleri üzerine araştırma ve geliştirme faaliyetleri genişleyerek devam etmektedir. Bu gelişmeler için tahrik edici güç malzemelerde yüksek dayanım/yoğunluk ve yüksek elastik modülü/yoğunluk oranı elde etmek olmuştur.

Kompozit malzeme, iki ya da daha fazla sayıdaki, aynı veya farklı gruptaki malzemelerin en iyi özelliklerini, yeni ve tek bir malzemedede toplamak amacıyla, makro-düzeyde birleştirilmesiyle oluşturulan malzemeler olarak adlandırılırlar. Karbon elyafı plastikler, otomobil lastikleri ve sermetler bunlara örnek olarak gösterilebilir. Bir kompozit malzeme genelde düşük modül ve dayanıma sahip reçine veya metalik matriks ana fazı ile bunun içinde dağılmış daha az oranda kullanılan tali fazı olan takviye elemanından oluşmaktadır. Ancak molekül ve atomsal düzeyde birleştirilen malzemeler alaşımlar mikroskopik olarak homojen olduklarından kompozit malzeme olarak sınıflandırılmaz. Örnek; çelikteki krom ve vanadyum bir karışım oluşturur ve bir kompozit değildir. Çünkü yapı bir mikroskopik olarak homojendir. Fakat karbür uçlu takımlar, yumuşak kobalt metal matriks içine sert karbürlerin yerleştirilmesi parçacıklı bir kompozit oluşturur. Bir kompozit malzeme bünyesinde, çekirdek olarak adlandırılan takviye elemanı ve bunun etrafını çevreleyen matriks malzemesinin bulunduğu bilinmektedir. Takviye elemanı olarak değişik morfolojiye sahip kısa ve uzun elyaflar, whiskerler (kılcal kristaller), kırılmış veya parçacıklı seramikler kullanılmaktadır. Bunların temel fonksiyonu gelen yükü taşımak ve matriksin rijitlik ve dayanımını artırmaktır. Matriksin fonksiyonu ise elyaflara yük ve gerilim transferi sağlayabilmek için elyaf-matriksi bir arada tutmak yanında çoğu takviye elemanları çok gevrek ve kırılgan olduğundan onların yüzeylerini dış ve çevresel etkilere karşı korumaktır. Ayrıca plastiklik ve süneklik üstünlüğü ile elyaflarda kırılgan çatlakların yayılmasını önler. Plastik deformasyonlar ve çatlaklar varsa elyaflara paralel olarak yönlerini değiştirir. Keza kompozit çatlaklar varsa elyaflara paralel olarak yönlerini değiştirir. Keza kompozit malzemeler genellikle matriks malzemesine göre plastik, metal veya seramik matriksli kompozitler olmak üzere de üç ana gruba ayrılırlar. Kompozit malzeme ince

tek bir tabaka oluşturan matriks malzemesi içine elyaflar, whiskerler veya parçacıklardan veya değişik tabaka katmanlarından oluşan tabakalı kompozitler de oluşabilir.

1.2. Modern Kompozit Malzemeler ve Sınıflandırılması

Yeni gelişen bir malzemeyi modern kompozit olarak adlandırmak için aşağıdaki kriterleri taşınmalıdır.

- a) İnsan yapısı olmalı,
- b) En az iki veya daha fazla fiziksel veya mekaniksel özelliği ayrı olan malzemelerin birleştirilmesi ve farklı ara yüzeye sahip olmaları,
- c) Herhangi bir ferdi bileşenle elde edilemeyen mekanik özelliklerin gerçekleştirilmesi,
- d) Optimum özellikler elde etmek için bir malzemenin diğer malzeme içine kontrollü şekilde dağıtılmasıyla iki ayrı malzeme karıştırılarak KOMPOZİT (KARMA) bir malzeme oluşturulmalı,
- e) Özellikler mükemmel olup kompoziti oluşturan elemanların en iyi özelliklerin bir arada toplanması gereklidir.

1.3. Kompozit Malzemenin Sınıflandırılması ve Başlıca Kompozit Malzeme Türleri

Buraya kadar sözü edilen ve açıklanan hususlar dikkate alınarak, kompozit malzemeyi dört alt grupta toplamak mümkündür:

- Taneciklerle Güçlendirilmiş Kompozit Malzeme
- Tanelerle Donatılı Kompozit Malzeme
- Liflerle Donatılı Kompozit Malzeme
- Tabakalı Kompozit Malzeme

1.3.1. Taneciklerle Güçlendirilmiş Kompozit Malzeme (TKM)

Özellikle makine mühendisliğini ilgilendiren alanlarda kullanılan bir kompozit malzeme türüdür. Yapı alanında kullanımı son derece sınırlıdır.

1.3.2. Tanelerle Donatılı Kompozit Malzeme

Bir matris içinde milimetre ve üzerindeki boyutlarda tanelerin yer aldığı bir kompozit malzeme türüdür. Bu gruba örnek olarak beton malzeme verilebilir.

1.3.3. Liflerle Donatılı Kompozit Malzeme

Genellikle yeterli basınç dayanımına oranla çekme, eğilme, çarpma dayanımları çok düşük düzeyde kalan veya zayıf yapılı, kırılğan malzemenin zayıf olan yönlerinin iyileştirilmesi, kırılğanlığın giderilmesi, malzemenin sünekleştirilmesi gibi amaçlarla bu özellikleri iyileştirecek nitelikte liflerle donatılmasıyla üretilen kompozitlerdir. Bu tür kompozitler, matris fazlasını oluşturan malzeme ile fazın özelliklerine bağlı olarak, “kırılğan matris ve sünek lifli kompozitler” ile “sünek matris ve kırılğan lifli kompozitler” olarak iki grupta toplanmaktadır. Bu gruba giren malzemeler endüstrinin çeşitli alanlarındaki üretimin yanı sıra, özellikle son yirmi beş yıldan beri yapı alanında da gitgide artan uygulanma olanağı bulmaktadır.

1.3.4. Tabakalı Kompozit Malzeme

Tabakalı Kompozit Malzeme diye adlandırılan gruba giren kompozitler, yapısal yönden taneli ve liflerle donatılı kompozit malzemedan farklılık göstermektedir. Bu tür malzemede en az iki adet olan farklı fazlar tabakalar şeklinde kompozitin yapısı içinde yer almaktadır. Genelde, bu fazlardan biri, kompozite özelliklerini kazandıran sürekli faz, diğeri ise bu sürekli fazı oluşturan tabakaları bir arada tutan bağlayıcı fazdır.

1.4. Tabakalı Kompozitler

Tabakalı kompozit malzemeler, değişik özelliklere sahip birden çok malzemenin bir yapıştırıcıyla birleştirilmesiyle oluşturulurlar. Bu tür kompozitler, “Lamine Kompozit Malzeme” diye de adlandırılmaktadır.

Tabakalı kompozitler genelde levha malzeme niteliğindedir. Lamine kirişler veya direkler gibi elemanlar, parçaların üst üste yapıştırılması yoluyla, laminat tekniğiyle üretilmektedir. Ancak bu malzemeler, son derece sınırlı bir grubu oluşturmaktadır. Üretimin büyük bir kısmı, boyutlardan biri diğeri ikisine oranla çok daha küçük olan

levha şeklindedir. Bu levhalar, değişik nitelik gösteren tabakaların birleştirilmesiyle meydana getirilirler.

Tabakalı kompozit malzemeler, çeşitli yönlerden farklılıklar gösteren tabakaların bir araya getirilmesiyle üretilmektedir. Bu farklılık, mukavemet, ısı iletimi, gözeneklilik, ağırlık, yüzey sertliği, suya veya diğer dış etkilere karşı direnç gösterme gibi çok çeşitli yönlerden olabilmektedir. Tabakalı kompozitlerde genelde kompoziti oluşturan farklı özelliklere sahip tabakalardan her biri, kompoziti iki yönde katetmektedir. Bu tabakalar, herhangi bir teknikle veya yapıştırıcıyla bir araya getirilmektedir.

Tabakalı kompozitler en az iki tabakadan oluşurlar. Ancak dayanım ve mekanik özelliklerin özellikle önem taşıdığı ve kompozitin tabakaların düzlemindeki birbirine dik iki ayrı doğrultusunda birbirine yakın özelliklerin beklendiği hallerde, malzemenin hedeflenen bu özelliklere sahip olabilmesi için en az üç veya daha fazla tabaka kullanılmaktadır. Bu tabakaları oluşturan malzemeler farklı olabileceği gibi, aynı tür malzemelerden de yapılabilmektedir.

1.5. Tabakalı Kompozit Malzemenin Üretiminde Kullanılan Malzeme ve Tabakalı Kompozit Ürünler

Tabakalı kompozitlerin üretiminde farklı türden veya tek bir tür malzeme kullanılabilir. Tabakalı kompozitleri, üretimde kullanılan malzemelerin türlerinden hareketle,

- Farklı malzemelerden oluşan tabakalı kompozit malzemeler
- Tek tür malzemedan oluşan tabakalı kompozit malzemeler

şeklinde iki grupta toplamak mümkündür. Her iki grupta da tabakalar da tek tek kompozit malzeme olabilmektedir.

1.5.1. Metal Tabakalı Kompozit Malzeme

Bir metalin diğer bir metal tabaka ile örtülmesi, bir zarf içine alınması sonucunda da her iki malzemenin özelliklerinden birlikte yararlanılabilmektedir. Örneğin, saf alüminyum ve bazı alüminyum alaşımları korozyona karşı çok dirençli olmalarına

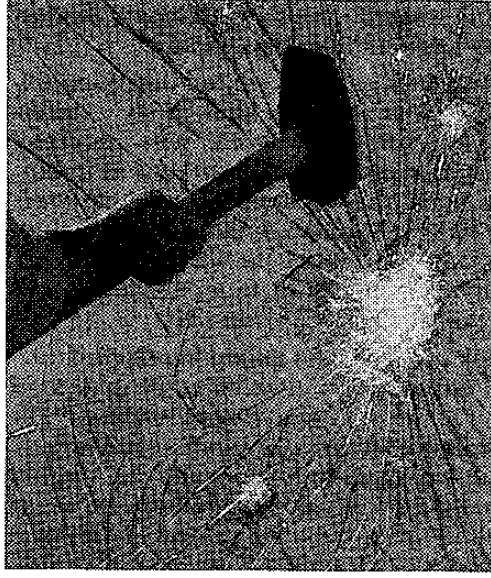
karşın, yüksek mukavemetli alüminyum alaşımları korozyon yönünden çok hassastırlar. Bu malzemeleri korozyona karşı koruyabilmek için, malzeme korozyona dirençli bir alüminyum alaşımı veya saf alüminyum ile kaplanmakta, böylelikle korozyona dayanıklı ve yüksek mukavemetli bir alüminyum malzeme elde edilmektedir.

1.5.2. Cam Tabakalı Kompozit Malzeme

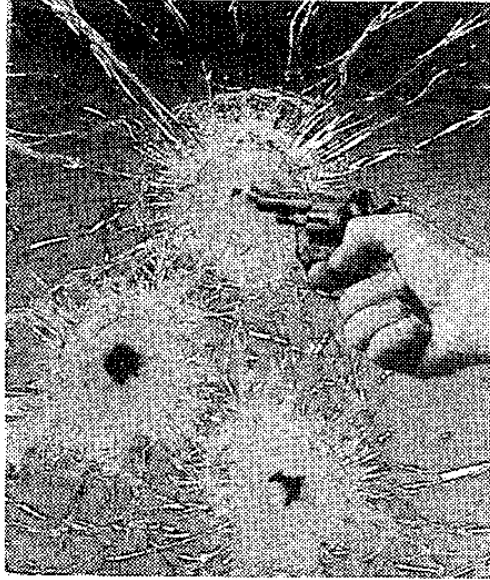
Tabakalı kompozit malzemeler içinde cam tabakalarla üretilen kompozitler önemli bir grubu oluşturur. Konunun başında da değindiğimiz gibi, tabakalı kompozitler, lamine kompozitler diye de adlandırılmaktadır. Günlük kullanımda, tabakalı cam malzeme için genelde Lamine Cam ifadesi kullanılmaktadır.

Bilindiği gibi cam, saydam olmasının yanı sıra, dış ve iç ortam koşullarına çok iyi dayanım gösteren bir malzemedir. Ancak, kırılğan yapısı, özellikle darbe ve kırılma riski yüksek olan yerlerdeki uygulamalarda sorun yaratmakta ve çeşitli açılardan tehlike yaratabilecek olan bu özelliğin giderilmesi gerekmektedir. Cam tabakalı kompozit malzeme, en basit biçimiyle, iki cam tabakası arasına bir PVB (polivinilbüteral) tabaka konularak, tabakaların belirli sıcaklıkta ve basınç altında yapıştırılmalarıyla elde edilmektedir.

PVB, kırılmaksızın çok yüksek oranda şekil değişikliği gösterebilen esnek bir malzemedir. Üretimin öncesinde yarı saydam plastik bir film halinde olan PVB tabakası, uygulama sırasında sıcaklığın etkisiyle saydamlaşmakta ve her iki yanındaki cam tabakalarının yüzeylerine yapışmaktadır. Böylelikle, ortada PVB katmanı olan ve bu katmanla birbirine yapışmış, her iki yüzeyi cam olan lamine cam malzeme elde edilmektedir.



Şekil 1.1. Tabakalı camlar darbe etkisiyle kırılırlar da kolay dağılmazlar

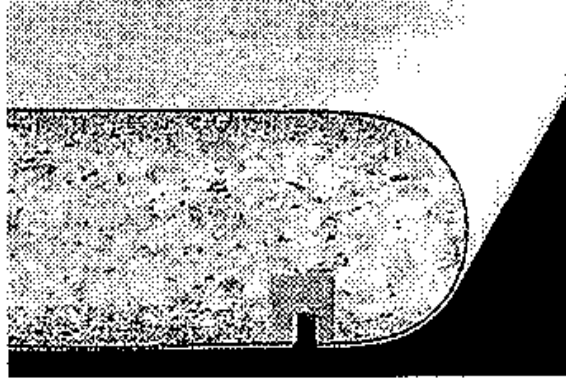


Şekil 1.2. Tabakalı güvenlik camları silahlı saldırılara karşı kullanılmak üzere de üretilmektedir

1.5.3. Polimer Esaslı Tabakalı Kompozit Malzeme

Çeşitli polimer malzeme katmanlarının bir arada kullanılmasıyla çeşitli kompozit malzemeler üretilmektedir. Bu tür kompozitler ülkemize özellikle 1960'lı yıllardan itibaren ithal edilmeye başlanmış ve çok değişik alanlarda kullanılmıştır. Bunlardan, ülkemize ilk ithal edilen malzemelerden olan “Formica” patent isimli lamine ürün en tanınmış olanıdır. Hatta, benzer malzemeler, piyasada başlangıçta “formika” adıyla anılmışlardır ve bu adlandırma hala kullanılmaktadır.

Fenolik reçine emprenye edilmiş kalın kraft kağıdı tabakalarının lamine plastik reçine (melamin reçinesi) ile doyurulması, dekoratif baskılı bir üst kağıt tabaka veya tabakaların bir araya getirilmesiyle üretilen bu tabakalı kompozit malzeme, çok değişik renk, desen ve dokuya sahiptir. Kraft kağıdı tabakasıyla dekoratif tabaka arasına alüminyum bir ince tabaka daha eklenmesiyle, yanan sigara, kibrit teması gibi tahrip edici unsurlara da dayanıklı türler üretilmektedir.

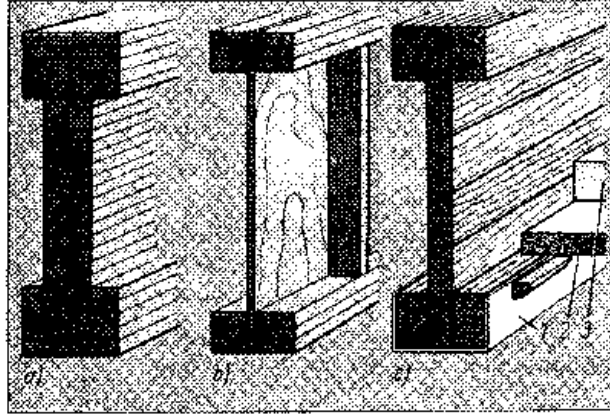


Şekil 1.3. Polimer esaslı tabakalı bir kompozitle kaplı yatay ahşap bir malzemenin kesiti

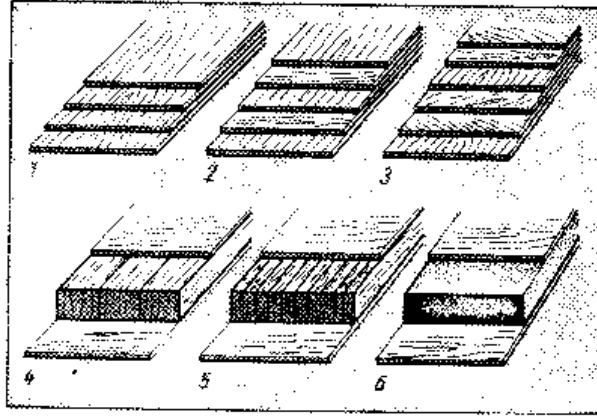
1.5.4. Ahşap Tabakalı Kompozit Malzeme

Ahşap, tabakalı malzeme üretiminde kullanılan en eski malzemelerden biridir. Günümüzde de bu alanda yaygın olarak kullanılan ahşap malzemenin, tabakalar halinde Eski Mısır'da bile kullanıldığı konuyla ilgili yayınlarda yer almaktadır.

Bilindiği gibi, ahşap organik bir malzeme olarak, lifli yapısıyla çeşitli yönlerden gelen mekanik etkilere değişik seviyede direnç göstermekte, genellikle su ve nemden aşırı ölçüde etkilenmektedir. Ayrıca, türüne göre masif ahşap malzeme ancak belirli boyutlarda kullanılabilmekte, doğal ahşaptan büyük boyutlu levhalar, panolar üretilmemektedir. Ayrıca, genel olarak doğal ahşap günümüzde artık pahalı bir malzeme niteliğindedir ve giderek masif ahşabın kullanım alanı mobilya üretimiyle sınırlanmakta, diğer alanlarda alternatif malzemeler ve yapay ahşap her geçen gün daha fazla oranda kullanılmaktadır.



Şekil 1.4. Ahşap malzemelerin yapıştırılmasıyla yapılan çeşitli taşıyıcı elemanlar



Şekil 1.5. Çeşitli ahşap tabakalı malzemeler;(1-3) değişik kontrplak malzemeler, (3-6) farklı yapıda tabakalı levha malzemeler

1.5.5. Tabakalı Lifli Kompozit Malzeme Kompozitleri

Tabakalı lifli kompozit malzemeler, liflerle donatılı kompozit malzeme ile tabakalı kompozit malzeme üretiminin karma bir uygulaması olarak kabul edilebilir. Bu tür kompozitlere, liflerle donatılı tabakalı kompozitler de denmektedir.

Tabakalı lifli kompozitlerde, liflerle donatılı malzeme tabakaları, farklı yönlerde yer alan ve böylelikle çeşitli yönlerde kompozite farklı dayanım özellikleri kazandıran lif donatıyı da içermektedir. Bu tabakalar genelde, lifli kompozit malzeme tabakasının matris malzemesi olan reçineyle veya daha farklı maddeler ve yöntemlerle özel şekillerde bir araya getirilmektedir. Tabakalı liflerle donatılı kompozit malzemeye örnek olarak, CTP deniz tekneleri, çeşitli taşıtların kaporta bölümleri, su tankları, uçakların kanat panelleri ve gövde kısımları gösterilebilir.

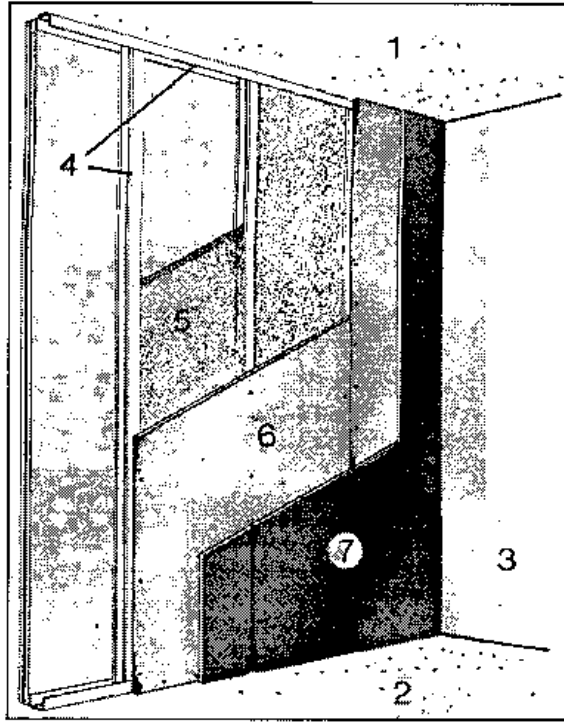


Şekil 1.6. Deniz taşıtları üretiminde cam lifleriyle donatılı plastik reçineli katmanlar üst üste birkaç kez uygulanmaktadır.

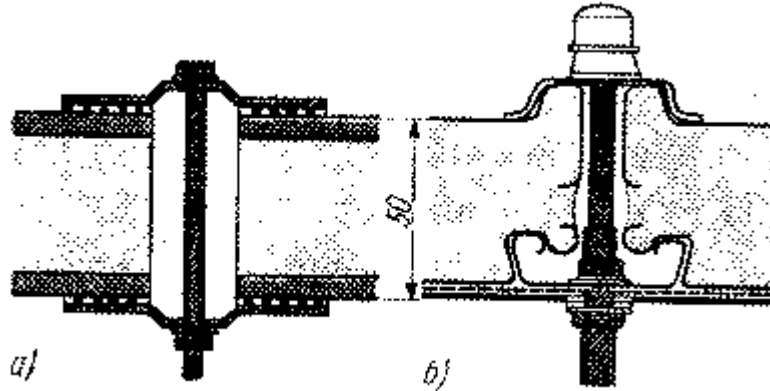
1.5.6. Diğer Tabakalı Kompozit Malzemeler

Tabakalı kompozit malzemenin ele alındığı bölümün girişinde, bu tür kompozitlerle ilgili temel konuların, kullanılan malzeme ve elde edilen kompozitle ilgili hususların üzerinde dururken, bazı özel tabakalı malzemelere de örnek olarak değinmiştik. Bu ayrımda, üretimde kullanılan malzemeye göre yapılan sınıflandırmaya girmeyen bazı tabakalı kompozitler üzerinde, ana hatlarıyla durulmaktadır.

Alçı karton plaklar, uygulamada yaygın kullanımı olan bir tabakalı kompozit malzeme türüdür. Bu plaklar üç tabakadan oluşmaktadır. Orta tabaka genellikle 10 mm ile 15 mm kalınlığında alçı plaktır. Bu plağın her iki yüzü kraft kağıdı, karton, mukavva gibi ince bir tabakayla kaplanmaktadır. Dolayısıyla, dış yüzeyi birçok farklı uygulamaya uygun özelliklere sahip, çekme dayanımı oldukça yüksek bir malzemeyle kaplı olduğundan, alçı karton plakların her iki yönde de eğilme dayanımı uygulamada kullanımına olanak verecek düzeye ulaşmaktadır.



Şekil 1.7. Alçı karton plaklarla tasarımlanmış metal konstrüksiyonlu ve çift kat kaplamalı bölme duvarı kuruluş şeması, (1) tavan, (2) döşeme, (3)duvar, (4) metal profiller, (5) mineral lifli yalıtım malzemesi, (6,7) alçı karton plaklar



Şekil 1.8. Çeşitli tabakalı malzemelerin kesitlerinin şematik gösterimi. (a) Çimento asbest tabakalar arasında poliüretan köpük tabakası. (b) Alüminyum tabakalar arasında poliüretan köpük tabakası.

1.6. Tabakalı Kompozitlerin Yük Altındaki Davranışları

Kompozit malzemelerin mekanik davranışları diğer birçok malzemeye uymamaktadır. Uygulamada kullanılan malzemelerin birçoğu homojen⁺ ve izotrop^δ özellikler göstermektedir. Buna karşılık kompozit malzemeler genelde heterojen ve anizotrop yapıya sahiptirler.

Heterojen malzemede, malzemenin özellikleri bir noktadan başka bir noktaya geçildiğinde değişir. Buna benzer şekilde, anizotrop bir malzemede de özellikler, bir noktada değişen doğrultuya göre farklılık gösterir. Bu değişim, birbirine dik üç düzlemde yer alan veya üç doğrultudaki özellikler olarak ele alınabilir.

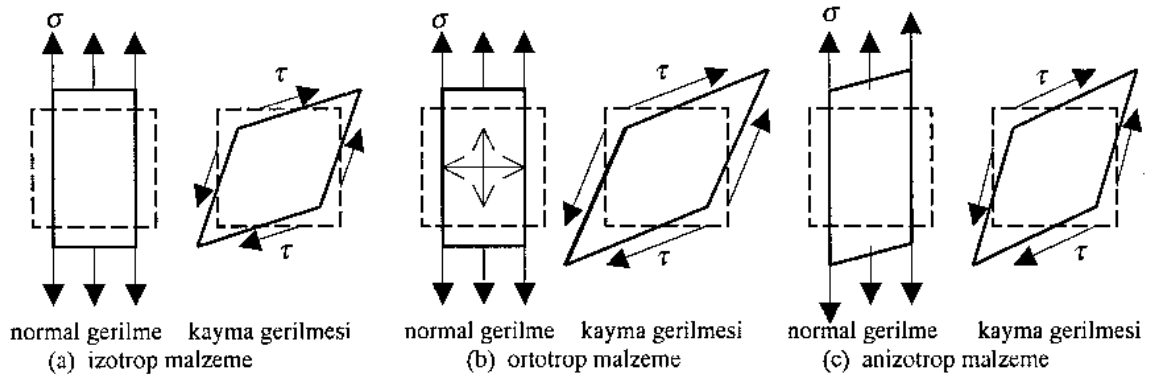
Uygulamada kullanılan birçok kompozit malzeme, yapıları bakımından heterojen niteliğe sahiptirler. Bu özellikteki bir kompozit malzemeye örnek olarak, tabakalı güvenlik camları gösterilebilir. İki cam tabakasının aradaki polivinilbutiral (PVB) tabakasıyla birleştirilerek üç tabakalı tek bir levha elde edilmesi yoluyla üretilen tabakalı camlarda (lamine camlar), kompoziti oluşturan cam ve polimer tabakalarından her biri homojen ve izotrop özelliğe sahipken, bunların birleştirilmesiyle elde edilen kompozit malzeme, tümüyle heterojen yapıdadır. Bu nedenle, kompozit malzemelerin mekanik davranışları genelde,

- Kompoziti oluşturan malzemelerin ve bunların birbirleriyle ilişkilerinin mikroskobik düzeyde ele alındığı mikro mekanik davranışlar,
- Kompozit malzemeden kaynaklanan ortalama özelliklerin bir bütün olarak ele alınarak değerlendirildiği makro mekanik davranışlar olarak iki ayrı başlık altında ele alınarak irdelenir.

Malzemelerin izotrop ve anizotrop oluşuna göre mekanik davranışları farklı özellikler gösterir. Uygulamada, anizotrop malzemelerin birçoğu genel olarak ortotrop özellikler göstermektedir. İzotrop malzemeler, yapılarında herhangi bir yöne göre değişiklik olmayan malzemelerdir. Normal gerilme altında, Hooke Yasası sınırları içinde, ilgili şekildeki gibi şekil değişikliği gösterirler. Bu malzemelerin bünyelerinde kayma gerilmeleri meydana gelmesi halinde, malzemede açı değişikliği görülmektedir.

Ortotrop malzemelerde, birbirine dik doğrultulardaki malzeme özellikleri farklılıklar gösterir. Yüklemenin asıl malzeme doğrultusunda olması halinde, malzeme üzerinde etkili olan kuvvetin yönüne bağlı olarak uzaman veya kısalma şeklinde kendini gösteren, izotrop hale benzer bir şekil değişikliği meydana gelir. Kayma halinde ise, malzemenin yönlerine göre zaten farklı olan Poisson oranlarından (V_1, V_2) ve elastisite modüllerinden (E_1, E_2) bağımsız bir açı değişikliği görülebilir.

Anizotrop malzemelerde, normal gerilme doğrultusu, asal malzeme doğrultularıyla çakışmamaktadır. Bu durumda, normal gerilme altında hem boyutsal deformasyon, hem de açısal değişiklik meydana gelir. Aynı durum, basit kayma etkisi altında da görülmektedir.



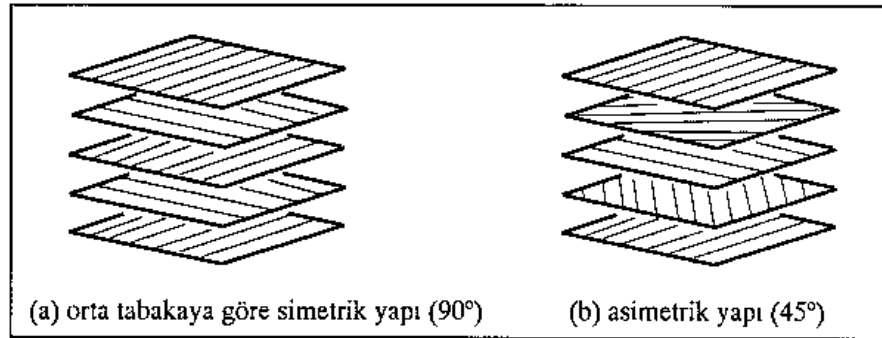
Şekil 1.9. İzotrop, ortotrop ve anizotrop malzemelerde gerilmeye bağlı davranışlar

Tabakalı bir kompozit malzeme, çeşitli tabakaların bir araya gelmesiyle oluşmaktadır. Bu tabakalar farklı malzemelerden yapılmış olabileceği gibi, aynı malzemeden elde edilmiş de olabilmektedir. Ancak, aynı malzemenin tabakalarının bir araya getirilmesi halinde, genelde bu malzeme ahşap gibi yönler için farklı özellikler gösteren bir malzeme olmaktadır.

Kompoziti oluşturacak tabakaların bir araya getirilmesi işlemi sırasında, tabakaların farklı özellikler gösteren yönleri istendiği gibi düzenlenebilir. Örneğin, tek sayıda, beş adet tabaka içeren bir kompozitte tabakalar, genellikle yapıldığı gibi, özelliklerine göre birbirleriyle 90° açı yapacak şekilde, orta tabakaya göre simetrik olarak düzenlenebileceği gibi, gereksinime göre asimetrik olarak da düzenlenebilir.

Tabakalı kompozit malzeme üretiminde, her bir tabakanın mekanik özellikleri dikkate alınarak, kompozitin maruz kalacağı öngörülen etkiye göre tabaka düzenlemesi yapılabilir. Bu durumda, gereksinim görülen yönlerde tabakalar yerleştirilmektedir. Örneğin bir yönden daha fazla dayanım gerektiren beş tabakalı bir kompozit malzemenin üretiminde, beş tabakadan üçü daha fazla gerilme doğacak olan yöne, diğer ikisi de buna dik yöne getirilebilir.

Tabakalı kompozit malzemelerle ilgili bir diğer konu, tabakalar arasında meydana gelebilen kesme gerilmeleridir. Özellikle farklı özelliklere sahip tabakaların bir araya getirilmesi yoluyla üretilen kompozitlerde bu konu önem taşımaktadır. Ancak, bu durum sadece farklı özelliklere sahip katmanların bir araya getirilmesi sonucunda meydana gelmez. Örneğin ahşap gibi yönlere göre farklı özellikler gösteren malzemelerden yapılan tabakalı kompozitlerde de, bir yöndeki gerilme altında farklı yönlerdeki tabakaların farklı davranış göstermeleri nedeniyle benzeri durumlar ortaya çıkabilmektedir.



Şekil 1.10. Tabakalı kompozitlerde farklı tabaka düzenleri, (a) 90° (b) 45°

Tabakalı kompozitlerde, yukarıda belirtilen nedenlerle ortaya çıkan tabakalar arası kesme gerilmesi, kompozitin kenarında en yüksek düzeyine ulaşmaktadır. Bunun sonucu olarak, aslında zaten kompozitin görece zayıf bir bölgesi olan bu kısımda tabakaların birbirlerinden ayrıldıkları görülmektedir. Öte yandan, tabakalı kompozitlerde, dış etkiler sonucunda ortaya çıkan enine doğrultudaki normal gerilmeler de, belirli bir düzeyden sonra tabakalar arası ayrışmaya neden olabilmektedir.

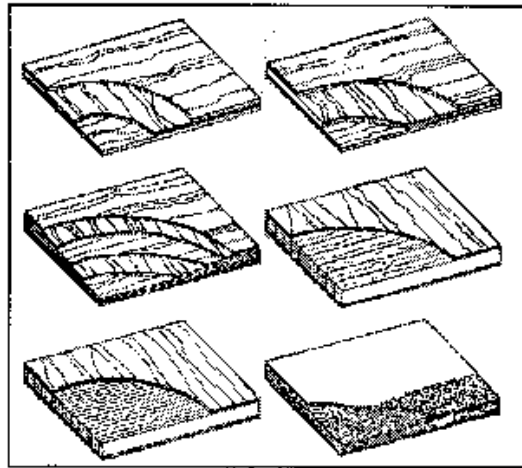
Yukarıda da değinildiği gibi, tabakalı kompozit malzemelerde mekanik davranışlar ve dayanım, bir tabakanın mikro mekanik davranışları ve bu tabakalardan meydana gelen kompozitin makro mekanik davranışları olarak ele alınarak irdelenmektedir.

Burada, mekanik davranışlarla ilgili daha fazla ayrıntıya girmiyoruz. Bu konu, belirtilen kaynaklarda ve diğer yayınlarda ayrıntılı olarak ele alınmaktadır.

1.7. Tabakalı Kompozit Malzeme Olarak Kontrplak

Kontrplak malzeme, yaygın kullanım alanı olan önemli bir tabakalı kompozit malzemedir. Kontrplak adı Fransızcadan dilimize geçmiş olup, bu malzeme, ince ahşap tabakaların, lifleri birbirine dik gelecek biçimde üst üste yapıştırılarak preslenmesiyle elde edilmektedir. Günümüzde, önemli bir yapay ahşap malzeme türü olarak değişik alanlarda kullanılan bu malzemenin üretimi ve kullanımı, konuyla ilgili çeşitli kaynaklarda yer aldığına göre çok eskilere dayanmaktadır. Örneğin, Eski Mısır'da, bu türden tabakalı malzemelerin yapıldığı ve kullanıldığı belirtilmektedir.

Kontrplak, eğer özel bir uygulamada değilse, genellikle birbirlerine dik yönde sıralanmış, tek sayıda tabakadan üretilmektedir. Böylelikle, malzemenin yöne bağlı olarak farklı dayanıma sahip olması ve farklı deformasyon göstermesi gibi olumsuzluklar en aza indirilmeye çalışılmaktadır. Tabaka sayısının yediyi aşmasıyla yönlerle bağlı mukavemet değerleri arasındaki fark artık ortadan kalkmaktadır.



Şekil 1.11. Çeşitli şekillerde üretilmiş, farklı yapıya sahip ahşap tabakalı malzeme örnekleri

1.8. Tabakalı Kompozitlerin Yapıda Kullanımı

Tabakalı kompozit malzemeler, önceki alt bölümlerde de değindiğimiz gibi, diğer birçok alanın yanı sıra yapılarda da çeşitli uygulamalarda yararlanılan bir malzeme türüdür. Tabakalı malzemelerin yapıdaki başlıca kullanım alanları, yüzeylerin

kaplanması ve hacimlerin bölünmesiyle ilgili çalışmalar, yalıtım ve korunum çalışmaları, taşıyıcı eleman yapımı ve iç mekân düzenleme çalışmaları olarak gruplandırılabilir. Bu alanların dışında, yine tasarımın değişik alanlardaki uygulamalarda, örneğin, donatım öğelerinin üretiminde, endüstri ürünleri tasarımı ve şehircilik alanındaki uygulamalarda, denizcilikte, ambalaj sektöründe ve daha birçok alanda bu tür malzemenin olanaklarından yararlanılmaktadır.

1.8.1. Yüzey Kaplama ve Bölme Elemanları Yapımı

Tabakalı kompozit malzemelerin yapıda başlıca kullanım alanlarından biri yüzey kaplama ve bölme uygulamalarıdır. Tabakalı kompozit malzemeler, yapıları bakımından bu alanda kullanıma son derece elverişli özelliklere sahiptirler. Yapılarda, duvar döşeme ve tavan yüzeylerinin kaplanması, başta ahşap olmak üzere alçı, çimento gibi inorganik bağlayıcılar, metal ve polimer esaslı levhalar, kağıt, karton gibi tabakalarla veya çeşitli liflele donatılı tabakalarla güçlendirilmiş levhalar gibi, değişik malzemelerin birleştirilmesiyle üretilen levhalar kullanılmaktadır.

1.8.2. Doğrama Yapımı

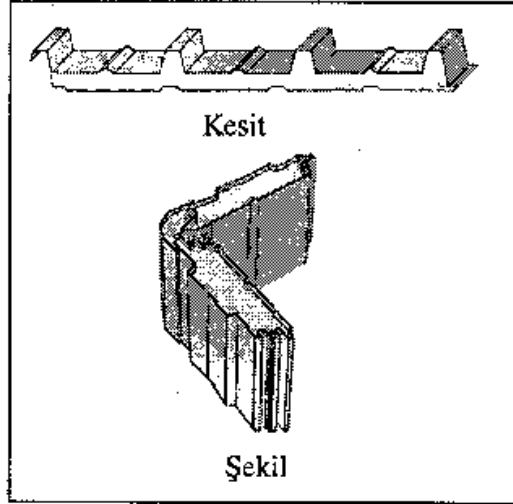
Yapılarda kapı, pencere gibi doğrama elemanların yapımında da ahşap tabakalı malzemedan yararlanılmaktadır. Doğal ahşapta bulunan çürük, çatlak, budak gibi kısımlar ayıklanarak yapılan lamine ahşap, kapı, pencere gibi elemanların yapımında kullanılmaktadır. Ancak ülkemizde bu şekilde bir ara işlemden geçirildikten sonra elde edilen ara ürünle yapılan uygulamalar henüz yaygınlık kazanmamıştır.

1.8.3 Cephe ve Çatı Uygulamaları

Yapılarda, dış kabuk oluşumunda, cephe ve çatı kullanımında kullanılan tabakalı kompozit malzemeler dış ortam koşullarına dirençli olup dış etkilere açık olan tabaka genellikle metaldir.

Metal dış cephe panoları, genelde alüminyum tabaka esaslı kompozitlerdir. Üç tabakalı bir kompozit olan bu malzemenin metal iki yüzey tabakası arasında polikarbonat veya yoğun köpük dolgu bulunmaktadır. Dışa gelen tabaka, dış atmosfer koşullarına direnci nedeniyle genelde alüminyum tabaka olmakta, iç tabaka olarak alüminyumun dışında diğer metaller de kullanılabilir. Isıl dirence sahip aradaki polimer tabakası aracılığıyla bu cephe elemanları yapı dış kabuğunun toplam ısı geçirgenlik değerini de düşürmektedir. Ayrıca gerek alüminyum, gerek diğer

malzemelerden üretilen tabakalı cephe elemanları, giydirme ve havalandırılmalı cephe oluşturmaya olanak vermektedir. Dış yüzey malzemesinin arkasından cephenin havalanmasına olanak veren uygulamalar, yapı fiziği açısından da son derece olumlu özellikler taşımakta ve tercih edilmektedir.

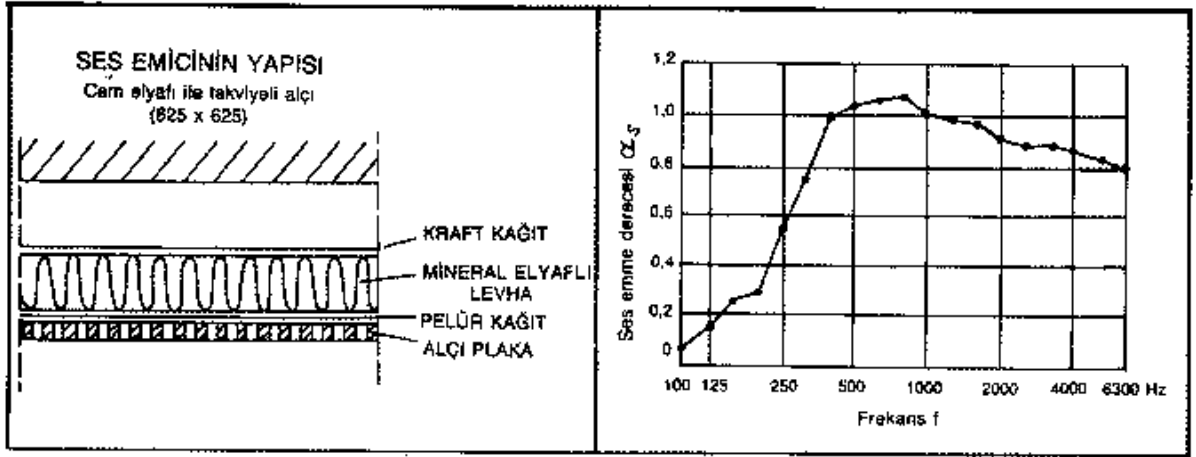


Şekil 1.12. Metal yüzeyli, yalıtımlı cephe malzemesi kesidi ve köşe detayı. Bu türden farklı biçimde birçok malzeme üretilmektedir. Ortadaki tabaka poliüretan köpüktür.

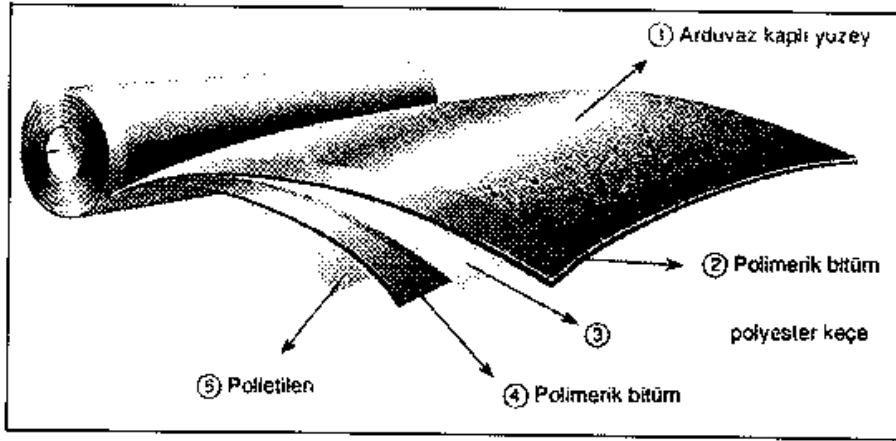
1.8.4. Yalıtım ve Korunumla İlgili Uygulamalar

Tabakalı kompozit malzemelerin yapıda kullanıldığı bir diğer önemli alan yalıtım uygulamalarıdır. Çeşitli fiziksel etkilerden korunma ile ilgili çalışmalar da bu ayrım kapsamında ele alınmaktadır.

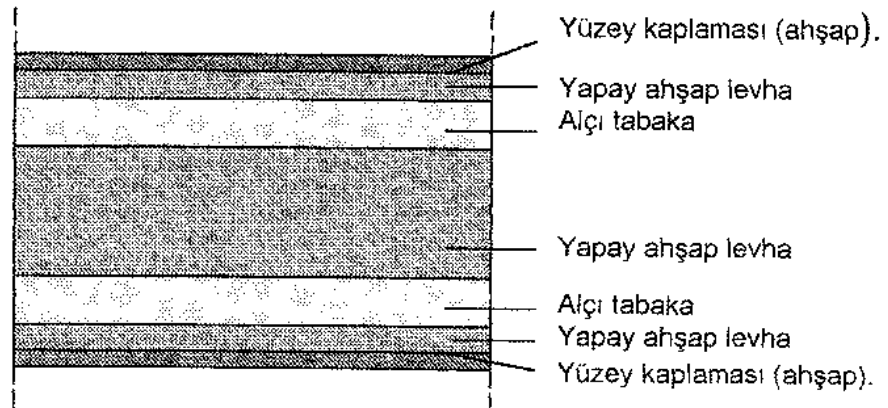
Yapılarda yalıtım uygulamalarını, ısı, su ve ses yalıtımı olarak üç ana grupta toplamak mümkündür. Yapılarda ısı yalıtım malzemesi olarak genelde bu amaçla hazırlanmış, yapısında hafif ve boşluklu malzemeler bulunan kompozitler kullanılmaktadır. Önceki ayrımlarda da değindiğimiz gibi, ince kesitli alüminyum tabakalı cephe elemanları, ısı yalıtım özelliği olan metal çatı kaplama malzemeleri yapılarda, dış kabukta kullanılmaktadır. Ayrıca, yapılarda özellikle ısı yalıtımında kullanılmak üzere özel, çok tabakalı levhalar da üretilmektedir. Yapılarında, bilinen lifli veya köpük yalıtım malzemesi tabakaları da bulunan bu kompozitler, özellikle yapı kesitinde yer alan ısı yalıtım malzemelerinin diğer malzemelerle uyumunu sağlamak, sıva gibi bilinen uygulamalara olanak vermek üzere üretilmektedir.



Şekil 1.13. Ses emicilik özelliği kazandırılmış bir alçı asma tavan elemanı kesiti ve üreticisi tarafından verilen frekansa bağlı ses emicilik değerleri



Şekil 1.14. Yapılarda su yalıtım malzemesi olarak kullanılan, polyester keçe taşıyıcılı ve polimerik bitümlü, tabakalı yalıtım örtüsü



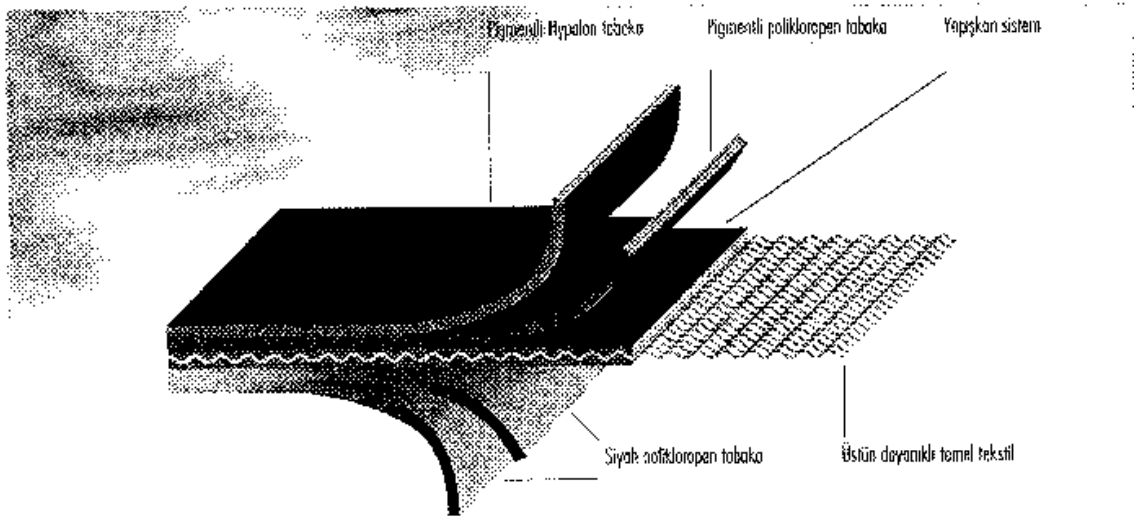
Şekil 1.15. Yangın güvenliği açısından iki yüzeyine yakın olarak alçı tabakalar bulunan yapay ahşaptan üretilmiş kapı bir kesiti şeması

1.8.5. Taşıyıcı Eleman Üretimindeki Kullanımı

Tabakalı kompozit malzemeler yapıların taşıyıcı sisteminin kuruluşunda, birbirinden nitelikçe farklı iki değişik kullanım alanına sahiptirler. Yapıda taşıyıcı ve kabuk örtü doğrudan doğruya tabakalı, lamine malzemeden yapılabilmekte, öte yandan, yine tabakalı malzeme taşıyıcı betonarme strüktürün yapımında yardımcı bir malzeme, kalıp olarak kullanılabilir.

1.8.6. Tabakalı Kompozit Malzemenin Diğer Kullanım Alanları

Yukarıdaki ayrımlarda da belirttiğimiz gibi, tabakalı kompozit malzemeler, üretiminde kullanılan malzemenin çeşitliliği ve bunun ürünün özelliklerine olumlu katkısı sonucu, yapıda birçok alanda kullanılmaktadır. Tabakalı kompozitlerin, bundan önceki bölümlerde değinilmiş olanlarının dışında kalan, yapıyla çeşitli nedenlerle ilgili diğer kullanım alanlarına örnek olarak, iç mekân düzenleme çalışmalarını, iç mimari uygulamalarını, iç mekân donatım öğeleri üretimini, endüstri ürünleri tasarımını ve şehircilik alanındaki uygulamaları verilebilir.



Şekil 1.16. Şişme bot yapımında kullanılan kompozit malzemenin tabaka yapısının şematik gösterimi

Sonuç olarak tabakalı bir kompozit malzeme, çeşitli tabakaların bir araya gelmesiyle oluşmaktadır. Tabakayı oluşturan malzemede olmayan bir özelliğin bir araya getirmeyle elde edilmesini amaçlayan bu üretimde; kullanılan tabakalar farklı malzemelerden yapılmış olabileceği gibi, aynı malzemeden elde edilmiş de olabilmektedir. Ancak, aynı malzemeden tabakaların bir araya getirilmesi halinde, genelde bu malzeme ahşap gibi, yönler göre farklı özellikler gösteren bir malzeme olmakta, dolayısıyla birbirinden

farklı doğrultularda yerleştirilen bu tabakalar da belirli yönden gelen bir etki karşısında farklı davranışlar göstermektedir.

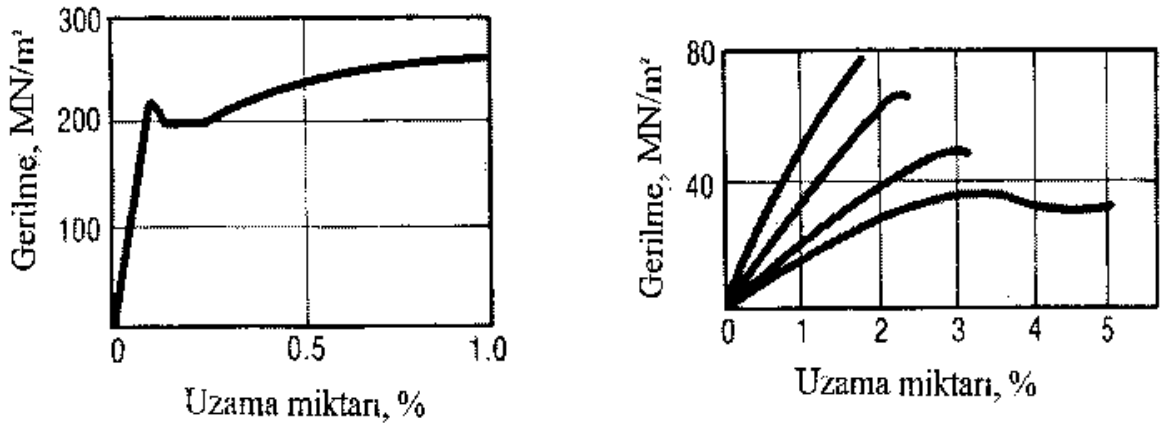
1.9. Kompozit Malzemelerin Tasarımı

Kompozit malzemelerden yapılan tanklar, sütunlar, basınçlı kaplar ve tüp gibi yapı elemanları ve bunların tasarımı; öncelikle kompozit için uygun üretim metodu, elyaf doğrultusu ve en uygun malzemelerin seçimini gerektirir. Bunlardan her birinin, malzemenin mekanik özellikleri ve son ürünün dayanımı ve elastikliği üzerine belirli etkisi vardır. Belirli uygulamalar için metal ve plastik esaslı kompozitlerin tasarımı arasındaki fark kompozit parçayı meydana getiren bileşenlerin fabrikasyon zamanında olmasıdır. Bu nedenle, tasarım aşaması üretim tekniğinin seçimiyle birlikte düşünülmelidir. İlk önce kompozitin tasarım işlemleri için elyaf ve matriks malzemeleri seçimi yapılır. Ancak bu seçimler doğru olmayabilir ve yeni kompozit teorisi kullanılabılır. Bu noktada polimer malzemeler ve sünek malzemeler arasında farkı belirtmekte fayda vardır. Sünek bir malzemede tipik bir gerilme/uzama eğrisi Şekil 1.17’de gösterilmiştir. Bu şekilde görüldüğü gibi % 0,2’den daha küçük uzamalara da elastik davranış adı verilir ve bunu akma ve plastik akma takip eder.

Metallerin tasarımı doğrusal esaslı olup küçük elastik uzamalar parçanın içinde gerilme ve uzama dağılımları hesaplandığında izotropik özellik gösterir. Eğilme, rijitlik ve yer değiştirme parametreleri malzemenin elastik sabitlerine, örneğin, elastik modülü, kayma modülü ve poison’s oranına bağlıdır. Bu malzemeler genellikle izotropik özellik sergiler. Fakat zamana, sıcaklığa ve yükselme miktarına bağlı değildir. Kırılma mekanizması muhtemelen akma ile meydana gelir. Standartlar metalik malzemelerin yapısının homojen ve sünekliği nedeniyle mekanik özellikleri arasında farkların az olduğunu göstermiştir. Bu da gerilme yığılmalarının etkisini azaltır. Genellikle metallerin elastik modülleri yüksek bunun sonucunda uzamalar, deformasyonlar küçük ve tasarımlar da akma gerilmesi sınırına bağlıdır. Buna ilaveten, bir metal parçanın sınırlanmış bölgesi içinde gerilme yığınları malzemelerde oluşan bölgesel akma ile giderilebilir.

Polimer malzemelerin özellikleri çok farklıdır. Çünkü bunların mekanik davranışları visko-elastiktir. Bunun sonucu olarak da rijitlik ve dayanım özellikleri, frekans ve yükleme miktarı bunların hepsi zamana bağlıdır. Kompozit malzeme içindeki elyaf bileşeninin mekanik özellikler üzerine etkisi mevcut ancak yine zamana

bağımlıdır. Fakat bu bağımlılık; elyaf hacim oranı ve elyaf doğrultusuna göre değişir. Üç tip polimerin tipik gerilme/uzama eğrisi Şekil 1.17b’de gösterilmiştir. Bu grafikten de, kırılma gerilmelerinin metallerden çok değişik olduğu gözlenmektedir. Bununla beraber, polimerlerin davranışları anizotropiktir. Bu anizotropiklik malzemenin üretimi sırasında polimer molekülleri yönlendiği zaman ortaya çıkmaktadır. Kompozit malzemelerde elyaf düzenlemesi rastgele değilse elyaflar düzenli yönlenmişse malzeme anizotropik özellikler verecektir.



Şekil 1.17. Yumuşak bir metalde tipik gerilme/uzama eğrisi (a), Üç tip polimer için tipik bir gerilme/uzama eğrisi(b)

Bu bölümde; kompozit malzemelerin tasarımında elastik malzemeler, visko-elastik malzemeler, matriks ve arayüzeyin önemi, elyaf düzenlemesi, kompozit tabakalarda izotropik ve ortotropik tabakalarda makro-analiz üzerinde durulmuştur. Buna ilaveten, gerilme-uzama bağıntıları, mühendislik sabitleri, izotropik ve ortotropik malzemelerde maksimum kayma gerilmesi teorisi, maksimum uzama teorisi, ve Tsai-Hill enerji teoremi gibi dayanım kriterleri açıklanmıştır.

1.10. Elastik ve Visko-Elastik Malzemeler

Polimer ve kompozit malzemeler, metallerle karşılaştırıldığında daha az süneklik gösterir. Bu nedenle bileşenlerin gerilme ve uzama analizi önemlidir. Genelde kompozit malzemenin polimer bileşenleri gevrek tarzda kırılır. Özellikle düşük sıcaklık veya yüksek yükleme miktarında akma bazen malzemenin yüzeyinin “beyazlaması” ile birleşebilir. Bu olay genellikle termoplastik polimerlerde oluşur. Bunun sonucu olarak

da polimerlerde süneklik metaller kadar kabul edilebilir değildir. Kompozitin deformasyon ve gerilme değerleri ile ilgili ayrıntılı bilgiye sahip olmak gerekir. Bundan dolayı, kompozit malzeme içinde özellikle mekanik birleştirmeler ve bağlamalar etrafında gerilme yığılmalarından kaçınılmalı ve uygun bileşenler tasarlanmalıdır. Polimerler visko-elastik olduğu için de deformasyon; sıcaklık, yük altında zaman gibi faktörlere bağlıdır. Visko-elastik malzemelerin temel karakteristik özellikleri; sabit gerilmeye karşılık zamana-bağımlı uzama eğrisini göstermesidir. Bu malzemenin “sürünmesi” olarak bilinir ve sabit uzamaya karşılık zamana-bağımlı gerilme ise “gevşeme” olarak bilinir. Bundan dolayı gerilme (σ); uzama (ε) ve zaman (t)’nin fonksiyonu olarak şu şekilde gösterilebilir:

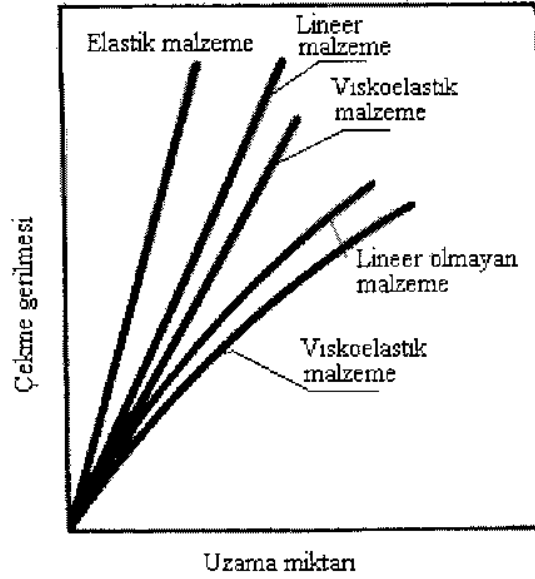
$$\sigma = f(\varepsilon, t) \quad (1.1)$$

Bu denklem doğrusal olmayan bir visko-elastik bir sistemi ve tasarım için hep doğrusal visko-elastik tür olarak aşağıdaki şekilde gösterilebilir.

$$\sigma = \varepsilon \cdot f(t) \quad (1.2)$$

Bu eşitlik, verilen zaman aralığı için gerilmenin doğrudan zamanla orantılı olacağını ifade eder. Şekil 1.18’de elastik ve visko-elastik malzemelerin gerilme/uzama davranışları gösterilmektedir. Tasarım hesaplamalarında her zaman elastik analizleri kullanmak faydalı olmakla beraber daha karmaşık doğal malzeme davranışları dikkate alındığında gerekli değişiklikler yapmak gerekir. Bu durumda tasarımcı, elastik malzemeler için mümkün olan küçük uzama ve defleksiyon özelliklerine sahip bir tasarımın kullanılmasını gerektirir. Polimer malzemeler düşük rijitliğe sahiptir. Fakat dayanım özellikleri iyi olup genellikle kompozit ince tabaka şeklinde üretilir ve muhtemel tasarım kriteri elastiklik olacaktır. Bunun için de; ilk önce tasarıma etki eden sınır değerleri ile maksimum defleksiyonu karşılaştırma genel yapılan bir yaklaşımdır. Daha sonra muhtemel kırılma gerilmelerini değerlendirmek için kompozitin dayanımını hesaplamak gerekir. Tasarım sırasında en önemli kriterlerden birisi; kompozitin kendisi ve bileşenlerinin mekanik özelliklerinin dikkate alınmasıdır. Bu özellikler plastik üreticilerden sağlanırsa sadece çekme, eğilme, elastik modülü, kırılma uzaması ve

çekme-akma gerilmesi ile birlikte temin edilir. Bazen de poisson's oranı, kayma ve elastik modülü anisotropik özellikleri ve yükleme miktarı nadiren verilir.



Şekil 1.18. Elastik ve visko-elastik malzemeler için gerilme/uzama eğrisi

Ancak polimer ve kompozit malzemelerde tasarım işlemlerinin en az kullanılan malzeme özellikleri kadar hassas olduğu anlaşılmalıdır. Son zamanlarda temel özelliklerin belirlenmesi için kullanılan değişik deneysel metodlar mevcut bulunmaktadır. Bazı deneysel metodların doğrudan malzeme özellikleri ile ilgili olmadığına dair göstergeler vardır. Malzeme verilerinin elde edilmesinde gerçek özelliklere daha yakın özelliklerin sağlanması için büyük boyutlu birimlerin test edilmesi tavsiye edilir. Sonuçta bu da değişik işlemlerin etkisini ortaya çıkaracaktır.

1.11. Kompozitlerde Takviye Elemanı, Matriks ve Arayüzey Mekanizması

Düşük elastik modüle sahip matriks malzemesi yüksek modüllü elyaflarla takviyelendirildiğinde, gerilme altında matriksin plastik akmasıyla yük elyafa transfer edilerek yüksek dayanım ve yüksek modüllü kompozit oluşturulur. Bu birleştirmenin amacı, tek bir malzeme içinde iki fazlı bir malzeme üretmek olup bu da yüksek boy/çap oranı şeklinde rijitliği belirler. Kompozitlerin dayanım ve rijitliğine etki eden esas bileşenler ise takviye elemanı olan elyaflar, matriks ve arayüzeyidir. Bunların her biri mekanik özelliklerine bağlı olarak belirli fonksiyonel gereksinimleri yerine getirmektedir. Takviyeli kompozitlerde elyaflar aşağıdaki özelliklere sahip olmalıdır.

- a) Yüksek elastik modülü,
- b) Yüksek çekme dayanımı,
- c) Her bir elyaf arasında düşük dayanım değişikliği,
- d) Uniform çap,
- e) Fabrikasyon esnasında dayanım ve kararlılığı sağlama özelliği vb.dir.

Matriksin ise aşağıdaki fonksiyonları yerine getirmesi gerekir. Bunları özetlemek gerekirse;

- a) Elyafı bir arada tutmak, üretim ve hazırlanması sırasında yüzeyleri hasardan korumak,
- b) Elyafı eşit aralıklı olarak dağıtmak,
- c) Sürtünme veya yapışma bağıyla yükleri elyafı taşımak,
- d) Elyafı termal ve kimyasal olarak uyum sağlamaktır.

Elyaf ve matriks arasında ara yüzey de son özellikleri gösteren izotropik geçiş bölgesidir. Bu yüzey elyaf-matriks arasında kimyasal ve fiziksel olarak yeterli ve kararlı bir bağ temin etmelidir. Bunun da fonksiyonel ihtiyaçları kullanma esnasında değişik aşamalarda kompozitin performansına çok etkisi vardır.

1.12. Kompozitlerde Elyaf Düzenlemesi

Kompozit malzemelerde takviye elemanı olan elyafı 7-100 μm arasında değişen çaplara sahip olup bunlar; sürekli, parçacıklı veya rastgele yönlendirilmiş şekilde bulunabilir. İkinci haldeki uzunluğu 3 μm ile 50 μm arasında değişir. Kısa elyaf takviyeli kompozitlerin özellikleri elyafın boy/çap oranına bağlıdır. Bu oranın yüksek olması daha büyük dayanımlı ve elastik modüllü kompozitin elde edilmesi demektir.

Elyaf takviyeli kompozit malzemelerin analizinde temel amaç; bileşenlerin özelliklerinden yararlanarak ortalama kompozit davranışının elde edilmesidir. Kompozitin mekanik özellikleri bakımından tasarımıyla ilgisi, rijitlik ve dayanım olup bunu etkileyen faktörler şunlardır:

- a) Elyaf ve matriksin mekanik özellikleri,
- b) Kompozitin elyaf hacim oranı,
- c) Elyaf çapı veya kesiti,
- d) Matriks içinde elyaf doğrultusu,

e) Kompozite uygulanan üretim metodu'dur.

1.13. Kompozit Tabakaların Makromekanik Analizi

Elyaf/matriks takviyeli bir kompozitin üretimi esnasında, istenilen kompozit kalınlığını sağlamak için çok katlı, düz veya değişik yönlü ve doğrultulu elyafların düzenlenmesi gerekir. Bu yapılacak parçaya bağlı olarak takviye elemanı tasarımında aşağıdaki formlardan biri gibi olacaktır:

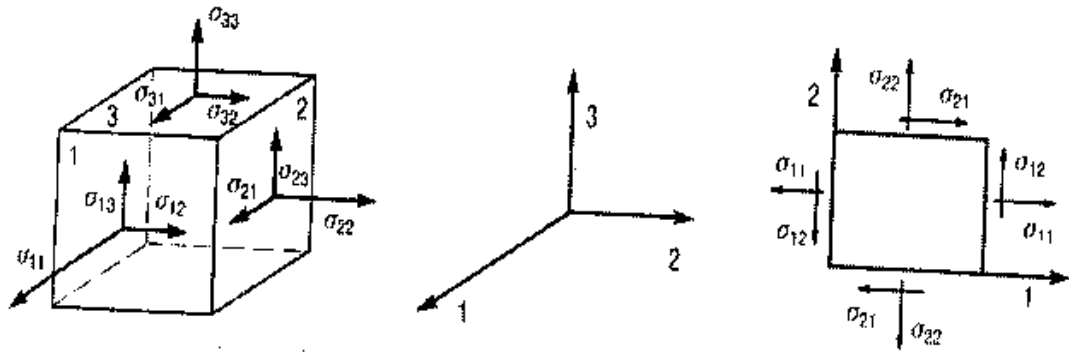
- a) İzotropik özellik istendiğinde, elyaflar rastgele yönlenmiş,
- b) Ortotropik özellik olması isteniyorsa, ortogonal yönlü,
- c) Ortotropik özellik olması isteniyorsa tek yönlü olarak takviyelendirilmelidir.

Bu nedenle, kompozit tabakanın özellikleri, lamine, malzemede tek bir kompozit tabakası; elemanların özelliklerine, elyafların düzenlenmesine ve kompozitin üretim tekniğine bağlı olacaktır. Reçinenin düşük gerilme bölgesinde doğrusal olmasına rağmen genellikle elyafların doğrusal elastik olarak kırıldığı varsayılır. Bu elyaflar kırılma bölgesinde doğrusal olmayan özellikler gösterir. Ancak, kırılma elyafların maksimum uzaması sünek matristen daha az değişmez ve sonunda matriksin doğrusal elastiklik varsayımını doğrulamada sonraki gerilme kompozitin kırılmasında oldukça düşük olacaktır. Lamina kompozit analizinde bir diğer varsayım da elyaf ve matriks arasında tam bağın mevcut olmasıdır. Kompozitin elastik karakteristikleri üzerine polimer matriks içinde gerilim dağılımı üzerine sürünmenin etkisi, elyafların en uygun şekilde konumlanmasının sağlanması ile minimize edilebilir. Bu eksenel kuvvetler uygulanan kuvvetin doğrultusu boyunca olacaktır. Bununla beraber, kompozitte cam elyafların oranının artırılması, yükün büyük kısmının elyaflar tarafından taşındığını ve bunun sonucu olarak da yükün daha az kısmı matriks tarafından taşınacağını gösterir. Diğer taraftan, elyaf içeriği az ise fazla yüklerde matriks üzerine etkiyen sürünme etkisi oldukça fazla olabilir. Ancak bu kompozitler için genellikle uygulanan yük sürünme sağlayamayacak kadar yeterli düşüklükte olabilecektir. Kompozitlerde gerilmeler ve bunlara karşılık gelen uzama miktarları arasındaki bağıntıların gelişmesinde malzeme özellikleri, aşağıdaki varsayımlara göre yapılacaktır. Bunlar;

- a) Kompozit malzemelerin lineer elatik özelliklere sahip olması,
- b) Kompozitlerin çekme ve basma özellikleri aynı olması şeklindedir.

1.13.1. İzotropik Tabaka

Tasarımın geliştirilmesi için polimer matris içindeki yüksek dayanım ve elastikliğe sahip elyaflar ile takviyeli kompozitlerin anlaşılması sağlanmalıdır. Kompozitlerin mekaniksel özellikleri, bunları oluşturan bileşenlerin özellikleri ve mikro-yapısal şekilleri ile kesin olarak kontrol edilir. Bu nedenle değişik şartlar altında bu özelliklerin belirlenmesi gereklidir. Bir kompozit malzeme içinde elyaflar rastgele yönelmişse bunlar makroskobik ölçek olarak düşünülür. Tabaka düzleminde malzeme özellikleri bütün doğrultularda aynı olur ve böylece kompozit Şekil 1.19'da gösterildiği gibi, bir gerilme durumuna maruz kalabilir.



Şekil 1.19. Genel gerilme sistemleri. a) Üç boyutlu gerilme sistemi, b) Ordinant eksenler, c) Düzlem gerilmeye maruz kalan bir eleman

Hooke kanunu bağıntıları;

$$\begin{aligned}
 \sigma_{11} &= \left\{ E / (1 - \nu^2) \right\} [\varepsilon_{11} + \nu \varepsilon_{22}] \\
 \sigma_{22} &= \left\{ E / (1 - \nu^2) \right\} [\varepsilon_{22} + \nu \varepsilon_{11}] \\
 \sigma_{12} &= \left\{ E / (1 + \nu) 2 \right\} [\varepsilon_{12}]
 \end{aligned} \tag{1.2 a}$$

yazılabilir. Matriks formunda ise;

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{23} \\ Q_{31} & Q_{32} & Q_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \end{bmatrix} \quad (1.2 \text{ b})$$

$$[\sigma] = [Q] [\varepsilon]$$

şeklinde yazılır. Burada da;

$$Q_{11} = Q_{22} = E / (1 - \nu^2) \quad Q_{13} = Q_{23} = Q_{31} = Q_{32} = 0$$

$$Q_{12} = Q_{21} = E\nu / (1 - \nu^2)$$

$$Q_{33} = E / 2(1 + \nu) = G$$

eşitlikleri yazılabilir. Bu eşitlikte; G: kayma modülü, E: elastik modülü ve ν : poisson's oranını göstermektedir. Fakat izotropik malzemelerde kayma modülü, Q_{33} denkleminde verildiği gibi, diğer iki elastik özelliklerin fonksiyonu olarak ifade edilebilir. Yukarıdaki denklemler, düzlem gerilme altında izotropik bir malzemeyi karakterize etmek için sadece 2 elastik sabitlerinin gerekli olduğunu göstermektedir.

Eşitlik 1.2a'ya karşılık gelen uzama ve gerilme eşitlik grupları olarak;

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

$[\varepsilon] = [S] [\sigma]$ yazılabilir. Burada;

$$S_{11} = S_{22} = 1 / E$$

$$S_{12} = S_{21} = -\nu / E$$

$$S_{33} = 1 / G$$

olur. Eşitlik 1.2b'de verilen kare matriks, Q, gerilme ve uzama vektörleri arasında bağıntıyı açıklamaktadır. Bu matriks malzemesi olarak bilinir ve bunun bileşenleri malzemenin elastik özelliklerinin bir fonksiyonudur. 1.3 denkleminde verilen S kare matris ise ters matriks, Q, olup uyum matriksi olarak bilinir.

1.13.2. Ortotropik Tabaka

Bir kompozit malzemede; elyaflar tek yönlü sürekli veya iki yönlü takviyeli olarak düzenlenirse elyaf doğrultusunda yüksek dayanım ve rijitlik elde edilebilir. Bu mekanik özellikler gayet tabiidir ki kullanılan elyaf içeriği ile değişecektir. Bunun sonucunda tek yönlü doğrultuda yapılan elyaf düzenlenmesinde yüksek dayanım ve elastik modülü değeri elyafa dik doğrultudaki düzenleme ile karşılaştırıldığında elyaf eksenine paralel doğrultuda elde edilecektir. İki yönlü doğrultuda ise, yani elyaflar hem eksene paralel hem de dik yönde takviyelendirilen kompozitte ise iki ortogonal yönde dayanım ve elastik modülü eşit olur. Böyle kompozitler, birbirlerine dik doğrultuda iki eksenle simetrik malzeme özelliği gösterir ve “ortotropik” olarak adlandırılır. Bunların özellikleri diğer izotropik malzemelerden daha fazla karmaşıktır.

Hooke kanunu bağıntıları;

$$\begin{aligned}\sigma_{11} &= Q_{11}\varepsilon_{11} + Q_{12}\varepsilon_{22} \\ \sigma_{22} &= Q_{12}\varepsilon_{11} + Q_{22}\varepsilon_{22} \\ \sigma_{12} &= Q_{33}\varepsilon_{12}\end{aligned}\tag{1.4 a}$$

yazılabilir. Veya matriks şeklinde;

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{23} \\ Q_{31} & Q_{32} & Q_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \end{bmatrix}\tag{1.4 b}$$

$$[\sigma] = [Q] [\varepsilon]$$

şeklinde yazılabilir. Burada Q_{11} ;

$$\begin{aligned}Q_{11} &= E_{11} / (1 - \nu_{12} \nu_{21}) \\ Q_{22} &= E_{22} / (1 - \nu_{12} \nu_{21}) \\ Q_{12} = Q_{21} &= \nu_{21} E_{11} / (1 - \nu_{21} \nu_{12}) = \nu_{12} E_{22} / (1 - \nu_{12} \nu_{21}) \\ Q_{33} &= G_{12}\end{aligned}$$

olur. Ortotropik durumda kayma modülü ve gerilmeler, burulmaların olduğu doğrultulara göre tanımlanır. Bu durumda G, E ve ν değerlerinden bağımsızdır. Ortotropik özelliklere sahip kompozit ise tamamen dört bağımsız elastik sabitleri (E_{11}, E_{22}, ν_{12} ve G_{12}) ile ifade edilir.

Uzamalar ve gerilmelerle ilgili olarak 1.4b'deki eşitliklere karşılık gelen eşitlik takımları;

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix}$$

$$[\epsilon] = [S] [\sigma]$$

şeklindedir. Burada;

$$S_{11} = 1/E \quad S_{22} = 1/E_{22} \quad S_{33} = 1/G_{12}$$

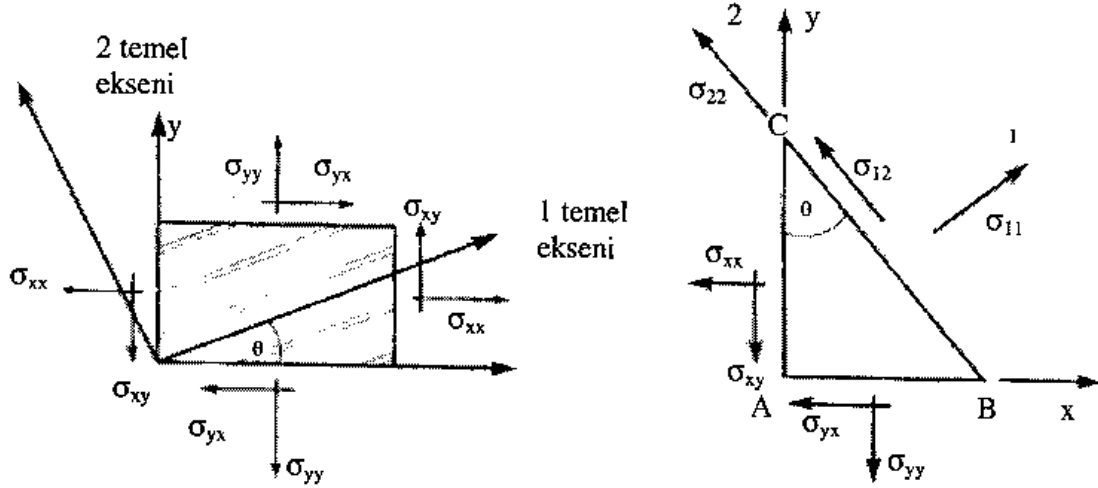
$$S_{12} = -\nu_{21}/E_{22} = -\nu_{12}/E_{11}$$

Şeklinde yazılır. Bu eşitlikte; poisson's oranın gösterimi biraz açıklama gerektirebilir. Çünkü; ν_{12} ; kuvvet 1 doğrultusuna uygulandığında 2 doğrultusunda ortaya çıkan uzamayı ifade eder (Şekil 1.20'ye bakın). Ortotropik malzemeler için poisson's oranının izotropik malzemelerde olan maksimum 0.5'ten daha büyük olabileceği hatırlanmalıdır. Keyfi seçilen eksenlere göre gerilmeler ve uzamalar arasındaki ilişkileri oluşturabilmek için malzemenin temel eksenine, θ açısı ile yönlendirme yapılır. Bu iki eksen tanımı ile belirlenen gerilemeler arasındaki bağıntıları ortaya çıkarmak gerekir. Daha sonra da benzer bağıntılar bunlara karşılık gelen uzamalar ile elde edilebilir.

1.13.2.1. Ortotropik Tabakada Keyfi Doğrultu

Eşitlik 1.4'te tanımlanan bağıntılar malzemenin esas eksenleri ile ilgili olduğundan malzeme simetrisi nedeniyle normal gerilemelerin etkileri kayma gerilmelerinden bağımsız olduğu için toplam etkiler süperpozisyon metodu ile belirlenir. Tabakanın esas eksenleri (1, 2) bazı keyfi seçilen doğrultuda O referans noktaları ile aynı değilse Şekil

1.20’de gösterildiği gibi, her bir tabaka için yukarıda oluşan bağıntı referans eksenlerine dönüştürülür. Bu nedenle, önce bir tabakada 2 eksen takımına bağlı olarak tanımlanan gerilmeler arasındaki ilişki bulunur. Sonra ise benzer ilişki uzamalar arasında da sağlanır.



Şekil 1.20. Referans eksenleri hakkında ortotropik tabaka doğrultusu. (a) Referans eksenleri (x,y) θ doğrultusunda tabakanın esas eksenleri (1, 2) ve (x,y) eksenlerinde gerilim altındaki bir eleman

1.13.2.2. Gerilim Bağıntıları

Şekil 1.20’deki 1 yönündeki kuvvetler çözülerek denge denklemi;

$$\sigma_{11} \cdot BC - \sigma_{xx} \cdot \cos \theta = -\sigma_{yy} \cdot AB \sin \theta = -\sigma_{xy} \cdot AC \cdot \sin \theta - \sigma_{yx} \cdot AB \cdot \cos \theta = 0$$

yazılabilir. Şimdi, $AC = AB \cdot \cos \theta$ ve $AB = \sin \theta$ ve $\sigma_{xy} = \sigma_{yx}$ olduğundan dolayı;

$$\sigma_{11} = \sigma_{xx} \cdot \cos 2\theta + \sigma_{yy} \cdot \sin 2\theta + \sigma_{xy} \cdot 2 \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta$$

elde edilir. 2 doğrultusunda çözülürse;

$$\sigma_{12} = -\sigma_{xx} \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta + \sigma_{yy} \cdot \cos 2\theta + \sigma_{xy} \cdot (\cos 2\theta - \sin \theta)$$

halini alır. Benzer olarak;

$$\sigma_{22} = \sigma_{xx} \cdot \sin 2\theta + \sigma_{yy} \cdot \cos 2\theta - \sigma_{xy} \cdot (2 \sin \theta \cdot \cos \theta)$$

yazılabilir. Böylece, matriks formunda aşağıdaki bağıntılar referans eksenleri x,y ve temel eksenlerde 1, 2 gerilmeler;

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = [T]^{-1} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} \quad (1.6) \text{ ve } (1.7)$$

şeklinde yazılabilir. Matriks dönüşümü (T) ise;

$$[T] = \begin{bmatrix} m^2 n^2 2mn \\ n^2 m^2 - 2mn \\ -mnmn m^2 - n^2 \end{bmatrix} \quad (1.8 a)$$

$$[T]^{-1} = \begin{bmatrix} m^2 n^2 2mn \\ n^2 m^2 - 2mn \\ nm - nm(m^2 - n^2) \end{bmatrix} = \text{inverse}[T] \quad (1.8 b)$$

şeklinde yazılabilir. Bu eşitliklerde; $m = \cos \theta$ ve $n = \sin \theta$ 'yı göstermektedir.

1.13.2.3. Uzama Bağıntıları

0-1 doğrusu, 0-x ile θ açısı yaptığı zaman ϵ_{xx} , ϵ_{yy} , ϵ_{xy} uzamaları altında olan OFAE elemanı düşünelim (Şekil 1.21). x-y eksenleri ve 1-2 eksenleri arasında meydana gelen bağıntıyı elde etmek gerekir. x ve y doğrularında normal kayma uzamaları;

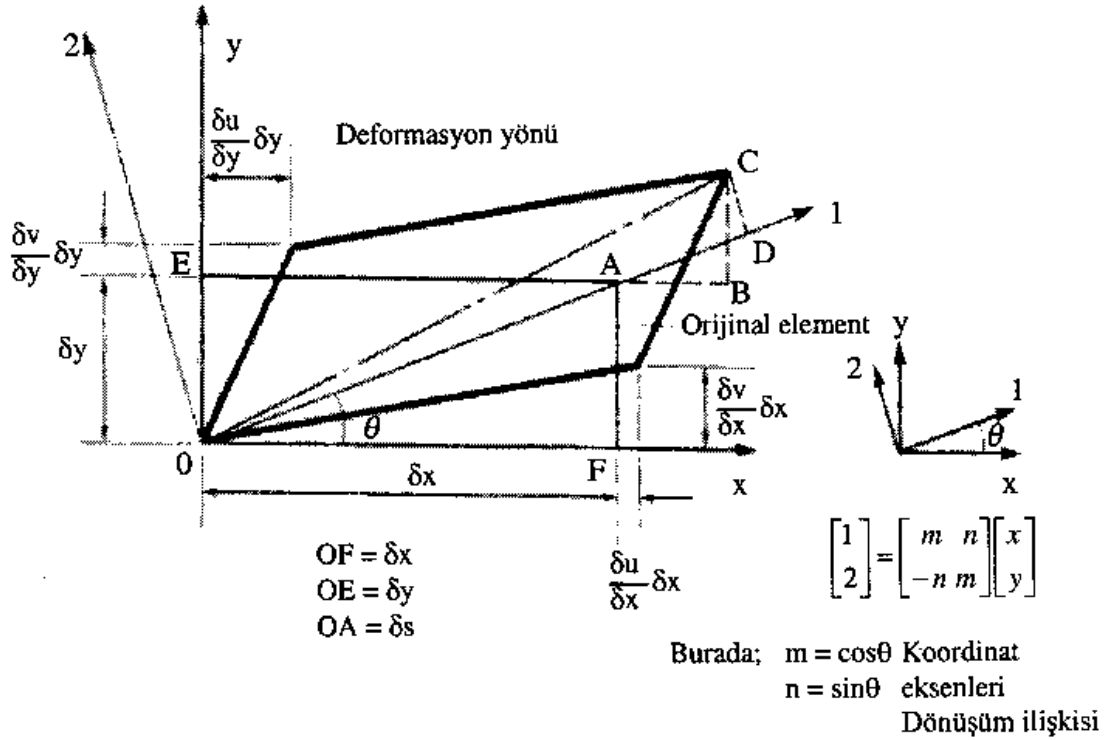
$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} \quad \epsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad \epsilon_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (1.9)$$

yazılabilir. Şekil 1.21'den keza gerilme altında OFAE elemanının OA doğrusu OC doğrusu olarak deformasyon'a uğrar. Bu nedenle, yer değiştirmenin ya x-y veya 1-2

koordinat yönlerinde olduğu ifade edilebilir. A'ya göre C'nin koordinat durumu x, y ekseninde AB, BC ve 1, 2 koordinat ekseninde AD, DC olur. Böylece;

$$AB = \frac{\partial u}{\partial x} \delta x + \frac{\partial u}{\partial y} \delta y \quad BC = \frac{\partial v}{\partial x} \delta x + \frac{\partial v}{\partial y} \delta y \quad (1.10)$$

yazılabilir.



Şekil 1.21. Normal ve kayma uzamaları altında deformasyona uğrayan bir eleman

Keza Şekil 1.21'deki transformasyon bağıntısından;

$$\begin{bmatrix} AD \\ CD \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} mn \\ -nm \end{bmatrix} \begin{bmatrix} AB \\ BC \end{bmatrix}$$

yazılabilir. Bu nedenle de;

$$AD = \cos \theta \left[\frac{\partial u}{\partial x} \delta x + \frac{\partial u}{\partial y} \delta y \right] + \sin \theta \left[\frac{\partial v}{\partial x} \delta x + \frac{\partial v}{\partial y} \delta y \right]$$

olur.

$$CD = -\sin \theta \left[\frac{\partial u}{\partial x} \delta x + \frac{\partial u}{\partial y} \delta y \right] + \cos \theta \left[\frac{\partial v}{\partial x} \delta x + \frac{\partial v}{\partial y} \delta y \right]$$

yazılabilir. Şimdi;

$$\varepsilon_{11} = \frac{AD}{OA} = \cos \theta \left[\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\delta x}{\delta s} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\delta y}{\delta s} \right] + \sin \theta \left[\frac{\partial v}{\partial x} \frac{\delta x}{\delta s} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\delta y}{\delta s} \right]$$

yazılır. Burada; $OA = \delta s$ ve $\frac{\delta x}{\delta s} = \cos \theta$ $\frac{\delta y}{\delta s} = \sin \theta$ olduğundan dolayı;

$$\varepsilon_{11} = \frac{\partial u}{\partial x} \cos^2 \theta + \frac{\partial v}{\partial y} \sin^2 \theta + \left[\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right] \sin \theta \cos \theta \quad (1.11a)$$

elde edilir. Eşitlik 1.9'un uzama değerleri 1.11 eşitliğinde yerine konularak aşağıdaki hali alır.

$$\varepsilon_{11} = \varepsilon_{xx} m^2 + \varepsilon_{yy} n^2 + \frac{\varepsilon_{xy}}{2} 2mn \quad (1.11b)$$

Benzer şekilde ε_{22} de şöyle yazılabilir.

$$\varepsilon_{22} = \varepsilon_{xx} n^2 + \varepsilon_{yy} m^2 - \frac{\varepsilon_{xy}}{2} 2nm \quad (1.12)$$

ve

$$\frac{\varepsilon_{12}}{2} = -\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} nm + \frac{\varepsilon_{xy}}{2} (m^2 - n^2) \quad (1.13)$$

halini alır. Bundan dolayı matris şeklindeki aşağıdaki bağıntılar referans eksenleri x,y ve esas eksenleri 1,2 de gerilimlerle birleşir.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} / 2 \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} / 2 \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

Burada; T: 1.8 denkleminde verilen matriksin dönüşümüdür.

Veya;

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} / 2 \end{bmatrix} = [T]^{-1} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} / 2 \end{bmatrix} \quad (1.15)$$

şeklinde yazılabilir. Böylece, gerilme ve uzama dönüşüm denklemleri denklem 1.6 ve 1.7 sırasıyla denklem 1.14 ve 1.15 ile karşılaştırılırsa, benzer olduğu görülebilir.

1.13.2.4. Gerilme-Uzama Bağlılıkları

Esas eksenler 1-2'ye göre malzeme özelliklerine bağlı olarak x-y ekseninde gerilme ve uzama arasında bağıntılar aşağıdaki gibi belirlenebilir.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \end{bmatrix} = [S] \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} \quad (1.16)$$

ve

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = [Q] \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \end{bmatrix} \quad (1.17)$$

1.7 ve 1.17 eşitliklerinden;

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = [T]^{-1} [Q] \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \end{bmatrix} \quad (1.18)$$

yazılır. 1.6 ve 1.16 eşitliklerinden;

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \end{bmatrix} = [S] [T] \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} \quad (1.19)$$

elde edilir. Yarı-kayma uzamadan tam kayma uzamasına 1.14 ve 1.15 denklemlerine dönüştürmek için, ön ve son çarpım (T) matriks, matriks ® ve ters matriks R ile sırasıyla çarpılır. Burada R aşağıdaki;

$$\begin{bmatrix} 100 \\ 010 \\ 002 \end{bmatrix}$$

eşit olur. Bu nedenle, 1.14 ve 1.15 eşitlikleri şu hale gelir.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \end{bmatrix} = [R] [T] [R]^{-1} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix} \quad (1.20a)$$

ve

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix} = [R] [T]^{-1} [R]^{-1} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \end{bmatrix} \quad (1.20b)$$

$$[R] [T] [R]^{-1} = \llbracket T^{-1} \rrbracket^T$$

$$[R] [T]^{-1} [R]^{-1} = [T^T]$$

ve

$$\llbracket T^{-1} \rrbracket^T = \begin{bmatrix} m^2 n^2 nm \\ n^2 m^2 - nm \\ -2mn 2mn(m^2 - n^2) \end{bmatrix} \quad (1.21 a)$$

$$[T]^T = \begin{bmatrix} m^2 n^2 - nm \\ n^2 - mn \\ 2nm - 2nm(m^2 - n^2) \end{bmatrix} \quad (1.21b)$$

elde edilir. Böylece 1.20a ve 1.20b eşitlikleri;

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \end{bmatrix} = [[T]^{-1}]^T \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix} \quad (1.22)$$

ve

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix} = [T^T] \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \end{bmatrix} \quad (1.23)$$

şeklinde yazılabilir. 1.18 eşitliğinde 1.22 eşitliğini koyarak eksenlerdeki uzama bileşenlerine göre x-y referans eksenlerinde gerilme bileşenleri elde edilebilir.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = [T]^{-1} [Q] [[T]^{-1}]^T \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix} \quad (1.24)$$

veya

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = [Q] \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix} \quad (1.25)$$

$[Q]$ matriksi 3x3 matriks olup burada bileşenler;

$$Q_{11} = Q_{11}m^4 + Q_{22}n^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{33})n^2m^2$$

$$Q_{12} = Q_{21} = (Q_{11} + Q_{22} + 4Q_{33})n^2m^2 + Q_{12}(n^4 + m^4)$$

$$Q_{13} = Q_{31} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{33})nm^3 + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{33})n^3m$$

$$Q_{22} = Q_{11}n^4 + Q_{22}m^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{33})n^2m^2$$

$$Q_{23} = Q_{32} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{33})n^3m + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{33})nm^3$$

$$Q_{33} = (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{33})n^2m^2 + Q_{33}(n^4 + m^4)$$

yazılabilir. Bu eşitlikte; m ve n 1.8 denkleminde tanımlanmış olup ve Q_{11} , Q_{22} , Q_{12} , Q_{21} ve Q_{33} denklem 1.4'te tanımlanmıştır. x-y referans eksenlerinde uzama bileşenleri için benzer ifade bu eksenlerdeki gerilme bileşenlerine göre eşitlik 1.19'u eşitlik 1.23'te yerine koyarak elde edilebilecektir. Daha sonra bu uyum matrisi bu iki eleman arasındaki bağıntı;

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix} = [S] \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} \quad (1.25)$$

şeklinde açıklanabilir. $[S]$ matrisi 3x3 uyum matrisi olup bileşenleri şunlardır:

$$S_{11} = S_{11}m^4 + S_{22}n^4 + (2S_{12} + S_{33})n^2m^2$$

$$S_{12} = S_{21} = S_{12}(n^4 + m^4) + (S_{11} + S_{22} - S_{33})n^2m^2$$

$$S_{13} = S_{31} = (2S_{11} - 2S_{12} - S_{33})nm^3 - (2S_{22} - S_{12} - S_{33})n^3m$$

$$S_{23} = S_{32} = (2S_{11} - 2S_{12} - S_{11})n^3m - (2S_{22} - 2S_{12} - S_{33})nm^3$$

$$S_{22} = S_{11}n^4 + S_{22}m^4 + (2S_{12} + S_{33})n^2m^2$$

$$S_{33} = 2(2S_{11} + 2S_{22} - 4S_{12} - S_{33})n^2m^2 + S_{33}(n^4 + m^4)$$

Bu eşitlikte; m-n denklem 1.8'de tanımlanmış ve S_{11} , S_{22} , S_{12} , S_{21} ve S_{33} denklem 1.5'te tanımlanmıştır.

1.13.2.5. Mühendislik Sabitleri Bağıntısı

Yukarıda tasarlanan yaklaşım kullanılarak 1-2 eksenlerinde elastik sabitlerine dayanarak x-y eksenine karşılık gelen E_{xx} , E_{yy} , G_{xy} ve ν_{xy} elastik özellikleri için ifadeler elde etmek mümkündür. Bu denklemler;

$$\frac{1}{E_{xx}} = \frac{1}{E_{11}} m^4 + \left(\frac{1}{G_{12}} - \frac{2\nu_{12}}{E_{11}} \right) n^2 m^2 + \frac{1}{E_{22}} n^4 \quad (1.26a)$$

$$\frac{1}{E_{yy}} = \frac{1}{E_{11}} n^4 + \left(\frac{1}{G_{12}} - \frac{2\nu_{12}}{E_{11}} \right) n^2 m^2 + \frac{1}{E_{22}} m^4 \quad (1.26b)$$

$$\frac{1}{G_{xy}} = 2 \left(\frac{2}{E_{11}} + \frac{2}{E_{22}} + \frac{4\nu_{12}}{E_{11}} - \frac{1}{G_{12}} \right) n^2 m^2 + \frac{1}{G_{12}} (n^4 + m^4) \quad (1.26cd)$$

$$\nu_{xy} = E_{xx} \left[\frac{\nu_{12}}{E_{11}} (n^4 + m^4) - \frac{1}{E_{11}} + \frac{1}{E_{22}} - \frac{1}{G_{12}} \right] n^2 m^2$$

şeklinde yazılabilir. Bu nedenle E_{11} , E_{22} , G_{12} ve ν_{12} bilinirse x-y eksenine herhangi bir açıdaki elastik özellikler hesaplanabilir.

1.14. Kompozit Tabakalarda Dayanım Karakteristikleri

Önceki bölümde; izotropik ve ortotropik malzemeler için gerilme ve uzamalara dayanarak elastiklik bağıntıları gösterilmiştir. Yapılacak kompozit malzemenin tam karakterize edilebilmesi için tabakanın çekme dayanımlarının da anlaşılması gerekir. Kompozit sistemlerin çekme ve basma dayanımlarında farklılıklar olabilir ve kırılma karakteristikleri kullanılan bileşen malzemelere oldukça fazla bağımlıdır. Bu nedenle, elastiklik bağıntılarında olduğu gibi dayanım karakteristikleri için şematik bir gelişme yapmak mümkün değildir. Bunun için kompozit malzemelerde bir seri kırılma kriteri verilecektir. İzotropik malzemelerde eksenel çekme veya basma deneyinden elde edilen esas dayanımı birleştirilmiş gerilme durumuna eşitlemek genel olarak yapılan bir işlemdir. Benzer olarak da ortotropik malzemelerde de dayanım değerleri temel malzeme eksenleri ile ilgilidir.

1.14.1. İzotropik Malzemelerde Dayanım Teorileri

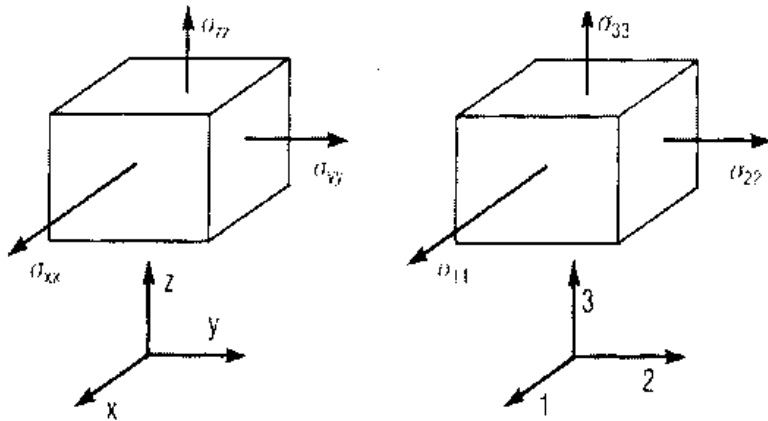
İş parçasına aksenal olarak bir çekme kuvveti uygulandığı zaman iş parçasında kırılmanın; ya maksimum çekme gerilmesiyle veya kayma gerilmesi ile başlaması mümkündür. Çünkü böyle bir iş parçasında maksimum çekme gerilmesi parça üzerinde çekme gerilmesi, $\tau = \sigma / 2$ değerinde bir maksimum kayma gerilmesi oluşturur. Bu nedenle kırılma doğrusal gerilme/uzama bağıntısından ayrılması, örneğin, malzemenin akma gerilmesi veya iş parçasının gerçek kırılması olarak tanımlanır. Böylece kırılma teorileri uygulanan çekme veya basma gerilmeleriyle ilgili olduğundan normal kayma gerilmesi kırılmaya bağlı olmadan çekme ile ekseninde kırılmaya sebep olur.

1.14.1.1. Maksimum Esas Gerilme Teorisi

Şekil 1.22’de gösterildiği gibi, bir eleman üzerine etki eden esas gerilmeler; σ_{xx} , σ_{yy} ve σ_{zz} olan izotropik bir malzemede ise kırılma;

$$\sigma_{xx} = \sigma^* \quad (1.27a)$$

olduğu zaman meydana gelir. Bu eşitlikte; σ^* : eksen boyunca çekme deneyinde kırılma gerilmesini göstermektedir.



Şekil 1.22. Normal gerilme altında izotropik ve ortotropik malzemeler. (a) Üç temel gerilme altında izotropik malzeme elemanları, $\sigma_{xx} > \sigma_{yy} > \sigma_{zz}$, (b) Normal kuvvet altında ortotropik malzeme

1.27a eşitliğinde σ_{zz} ise minimum temel gerilme olup ve basma deneyi durumunda ise bu gerilme;

$$\sigma_{zz} = \sigma^*$$

olur. 1.27b'deki eşitlikte; σ^* : - eksenine ile yapılan basma deneyindeki kırılma gerilmesini göstermektedir.

1.14.1.2. Maksimum Esas Uzama Teorisi

Bu teori St Venant tarafından ileri sürülmüş ve uzamanın onun maksimum değerine ulaştığı zaman kırılmanın olduğu var sayılır. Bu nedenle E_{xx} , maksimum çekme uzaması durumunda;

$$E_{xx} = \varepsilon^* \quad (1.28a)$$

olur. Burada; ε^* : çekilen iş parçasında kırılmada çekme, uzama veya gerilmeye bağlı olarak;

$$\frac{1}{E}(\sigma_{xx} - \nu \cdot \sigma_{yy} - \nu \cdot \sigma_{zz}) = \frac{\sigma^*}{E}$$

şeklinde yazılabilir. Bu eşitlikte; ν_{12} : poisson's oranını gösterir ve aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$\sigma_{xx} - \nu \cdot \sigma_{yy} - \nu \cdot \sigma_{zz} = \sigma^* \quad (1.28b)$$

Basma uzaması için de benzer şekilde;

$$E_{zz} = \varepsilon^*$$

yazılabilir veya aşağıdaki formada gösterilebilir.

$$\sigma_{zz} - \nu \cdot \sigma_{yy} - \nu \cdot \sigma_{zz} = \sigma^* \quad (1.28c)$$

Yukarıda açıklanan iki teori kırılmanın normal gerilmelerden dolayı olduğunu, büyüklüğüne bağlı olmaksızın kayma gerilmelerinin ihmal edildiğini varsayar. Bu nedenle, bu teoriler çekme altında sadece gevrek malzemelerin kırılmaları ile ilgili davranışlarını açıklar.

1.14.1.3. Maksimum Kayma Gerilmesi Teorisi

Bu teori, tabakada maksimum kayma gerilmesinin çekme dayanımı deneyinde maksimum kayma gerilmesine eşit olduğu zaman kırılmanın ortaya çıktığını belirtir. Şekil 1.6a dikkate alındığında, maksimum ve minimum gerilmeler σ_{xx} ve σ_{zz} maksimum kayma gerilmesini $(\sigma_{xx} - \sigma_{zz})/2$, ve bu $\sigma^*/2$ 'ye olur. Böylece;

$$\sigma_{xx} - \sigma_{zz} = \sigma^* \quad (1.29)$$

yazılır.

1.14.1.4. Toplam Gerilme Enerji Teorisi

Yukarıdaki teoriler; ya gerilme veya uzama sınırları olarak kırılma kriterlerini ifade ederler. Toplam enerji teorisi ise bu iki teoriyi birleştirmeyi amaçlar.

Dış kuvvetle parça ekseninde doğrusal elastik olarak yapılan iş (U) miktarı kadar depolanır.

Yapılan iş $= \frac{1}{2} P \cdot U$ olup parçada depo edilen gerilme enerjisine eşittir.

$$\text{Uzama gerilme enerjisi, } U = \frac{1}{2} \left(\frac{P}{A} \right) \cdot \left(\frac{U}{l} \right) = \frac{1}{2} \sigma \cdot \varepsilon$$

şeklinde yazılabilir. Bu eşitlikle; A: çekilen parça kesiti, l: parça uzunluğu, σ : parçada oluşan gerilmeyi, ε : iş parçasında uzama miktarını göstermektedir. Böylece;

$$\begin{aligned}
U &= \left(\frac{1}{2}E\right)\sigma^2 \\
U^* &= \left(\frac{1}{2}E\right)\sigma^{2*}
\end{aligned} \tag{1.30}$$

olur. Kırılma miktarı da Şekil 1.22a'dan;

$$\begin{aligned}
U &= \frac{1}{2}\sigma_{xx} \cdot \varepsilon_{xx} + \frac{1}{2}\sigma_{yy} \cdot \varepsilon_{yy} + \frac{1}{2}\sigma_{zz} \cdot \varepsilon_{zz} \\
\varepsilon_{xx} &= \frac{1}{E}(\sigma_{xx} - \sigma_{yy} \cdot \nu - \sigma_{zz} \cdot \nu) \\
\varepsilon_{yy} &= \frac{1}{E}(\sigma_{yy} - \sigma_{xx} \cdot \nu - \sigma_{zz} \cdot \nu) \\
\varepsilon_{zz} &= \frac{1}{E}(\sigma_{zz} - \sigma_{xx} \cdot \nu - \sigma_{yy} \cdot \nu)
\end{aligned} \tag{1.31}$$

elde edilir. Eşitlik 1.31 aşağıdaki hali alır:

$$U = \frac{1}{2}E(\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 + \sigma_{zz}^2) - \frac{\nu}{2E}(2\sigma_{xx} \cdot \sigma_{yy} + 2\sigma_{yy} \cdot \sigma_{zz} + \sigma_{zz} \cdot \sigma_{xx}) \tag{1.32}$$

Eşitlik 1.30 ve 1.32 eşitlenerek;

$$\sigma^{*2} = \sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 + \sigma_{zz}^2 - 2\nu(\sigma_{xx} \cdot \sigma_{yy} + \sigma_{yy} \cdot \sigma_{zz} + \sigma_{zz} \cdot \sigma_{xx}) \tag{1.33}$$

şeklinde yazılır. Levha teorisini varsayarak 1.33 eşitliği;

$$\sigma^{*2} = \sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 - 2\sigma_{xx} \cdot \sigma_{yy} \cdot \nu \tag{1.34}$$

haline dönüşür. Bu teori maksimum çekme dayanımının maksimum kayma gerilmesinden az olduğu yerlerde, özellikle, gevrek malzemelere uygulanır.

1.14.1.5. Gerilme Enerjisi Teoreminden Sapma

Bu teori Von Misses kriteri olarak bilinir ve temel eksenler σ_{xx} , σ_{yy} ve σ_{zz} , Şekil 1.23'te şematik olarak gösterildiği gibi, iki bileşenlerin toplamı olarak ifade edilebilir.

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= \sigma_{vv} + \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} &= \sigma_{vv} + \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} &= \sigma_{vv} + \sigma_{zz}\end{aligned}\tag{1.35}$$

Bu eşitlikte; σ_{vv} : hidrostatik gerilme ve sadece hacimdeki değişmeye sebep olur. σ_{xx} , σ_{yy} ve σ_{zz} parçanın bozulmasına, burulmasına yol açan gerilmelerdir. Her iki gerilme elemanları parça içindeki bir noktaya etki ederler. Meydana gelen hidrostatik gerilme bileşeni büyüklük olarak eşit ve üç doğrultuda aynıdır. Bu nedenle üç yönde de eşit uzama miktarı oluşur. Bunun sonucu olarak, malzeme şekilde değil hacimde bir değişmeye maruz kalır. Gerilim bileşenlerinden sapma ise malzemenin hacimce değil fakat onun şeklini değiştirmeye sebep olacaktır. Hidrostatik gerilme bileşeni yalnız başına malzeme içinde کافی derecede deformasyon oluşturmadığı zaman ve akma için kriter oluştuğunda gerçek gerilmelerden çıkartılması normal olup geri kalan gerilme sapmalarının akma meydana getirdikleri varsayılır. Sapmanın 0 hacim değişikliği oluşturduğu varsayılırsa o zaman bu bileşenleri yüzünden uzamaların toplamı da 0 olmalıdır. Bu nedenle;

$$\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz} = 0\tag{1.36}$$

yazılabilir. Gerilmeye bağlı olarak;

$$\frac{1-2\nu}{E}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}) = 0\tag{1.37}$$

şeklini alır. Örneğin;

$$\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz} = 0 ;$$

$(1 - 2\nu)/E = 0$ olmadığı için, eşitlik 1.35'ten;

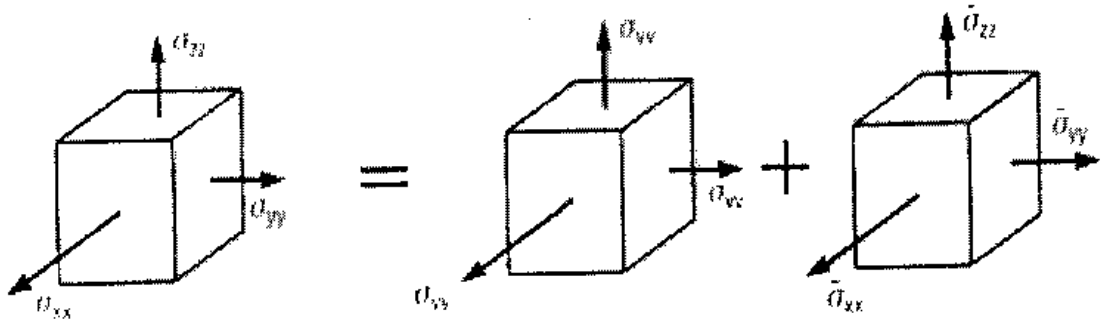
$$\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz} = 3.\sigma_{vv}$$

yazılır veya;

$$\sigma_{vv} = \frac{1}{3}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}) \quad (1.38)$$

olur. Bu gerilme aşağıdaki uzama miktarını verir.

$$\varepsilon_{vv} = \left(\frac{1 - 2\nu}{E}\right)\sigma_{vv} \quad (1.39)$$



Şekil 1.23. Hacim ve gerilmiden sapma. (a) Esas gerilmeler, (b) Hacim gerilme sistemi, (c) Gerilme sapması veya burulma sapması

Kompozitte her bir hacimde toplam gerilme enerjisi (U_T), hacimde (U_V) değişme nedeniyle gerilme enerjisi ile burulmada (U_d) değişme sebebi ile oluşan gerilme enerjisinin toplamına eşittir.

$$U_T = U_V + U_d$$

$$U_V = \frac{1}{2}\sigma_{vv}.\varepsilon_{vv} + \frac{1}{2}\sigma_{vv}.\varepsilon_{vv} + \frac{1}{2}\sigma_{vv}.\varepsilon_{vv}$$

$$U_V = \frac{3(1 - 2\nu)}{2E}\sigma_{vv}^2 \quad (1.40)$$

Eşitlik 1.32'den;

$$U_T = \frac{1}{2}E[\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 + \sigma_{zz}^2] - \frac{\nu}{2e}(2\sigma_{xx}\cdot\sigma_{yy} + 2\sigma_{yy}\cdot\sigma_{zz} + 2\sigma_{zz}\cdot\sigma_{xx})$$

$$U_D = U_T - U_V \quad (1.41)$$

yazılabilir. Bu nedenle 1.40 ve 1.41 eşitliklerinden ve 1.38 eşitliği 1.40 eşitliğinden yerine konulursa;

$$U_D = \frac{1}{2}E[\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 + \sigma_{zz}^2] - \frac{\nu}{2e}(2\sigma_{xx}\cdot\sigma_{yy} + 2\sigma_{yy}\cdot\sigma_{zz} + 2\sigma_{zz}\cdot\sigma_{xx})$$

$$- \frac{1-2\nu}{6E}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz})^2 \quad (1.42)$$

$$U_D = \frac{1+\nu}{6E}[(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2] \quad (1.43)$$

eşitliği elde edilir. Eksenel çekme dayanımında bir levhanın her bir hacim için burulma, gerilme enerjisi 1.43 eşitliğinden çıkartılarak;

$$\sigma_{zz} = \sigma_{yy} = 0$$

$$U_D = \left(\frac{1+\nu}{6E}\right)2\sigma_{xx}^2 \quad (1.44)$$

şeklinde yazılabilir. 1.43 ve 1.44 eşitliklerinden ve laminasyon teoremi için $\sigma_{zz} = 0$ olduğu yerde 1.45 eşitliği;

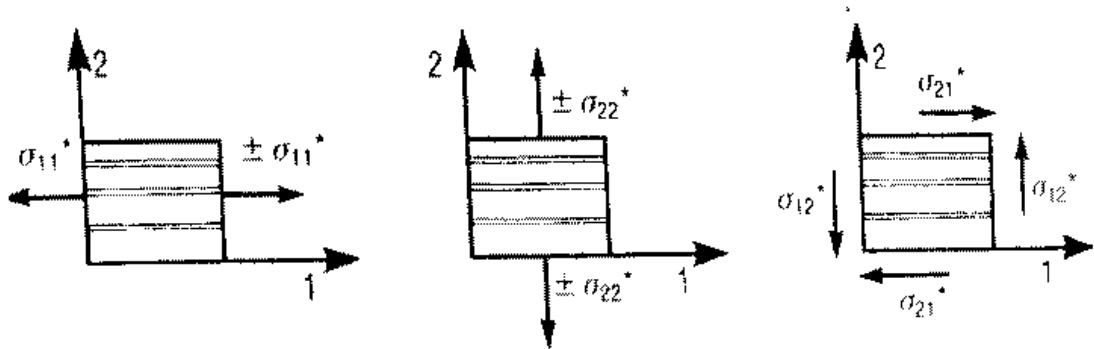
$$\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 - \sigma_{xx}\cdot\sigma_{yy} = \sigma^2 \quad (1.45)$$

haline dönüşür. Maksimum kayma gerilmesi teorisi gibi yukarıdaki varsayımlar daha çok sünek malzemeler için gereklidir.

Polymer içindeki elyaf doğrultusu ve elyaf hacim oranı; bunların dayanım ve süneklik özelliğine etki edeceğinden yukarıdaki kırılma kriterlerinin kompozitlere çok uygun olduğu net değildir. Ancak son teori sonuçlarının sadece basit temel deneylere dayanmasına rağmen yarı-izotropik kompozitlere kısmen başarılı olarak uygulanmaktadır.

1.14.2. Ortotropik Tabakanın Dayanımı

Ortotropik malzemelerin dayanım karakterlerine bağlı olan teoriler, izotropik olanlardan daha karmaşıktır. Ortotropik malzemelerin analiz sonuçları üç temel eksen eksenel dayanım özelliklerine bağlıdır. Bu testler; elastik modülü, poisson's oranı ve dayanım karakteristiklerini esas eksen doğrultusunda belirleyecektir. Daha önce ifade edildiği gibi, levha herhangi bir yön ve doğrultuda test edilirse oluşan kayma normal uzamaların etkisini elimine edebilecektir. İzotropik malzemelerin aksine, kayma dayanımı eksenel çekme deneylerinden de sağlanabilir. Ortogonal malzemelerin özellikleri esas eksen doğrultularından aynı deneylerle belirlenmelidir. Bunun anlamı; bağımsız maksimum çekme dayanımları 1, 2 ve 3 doğrultularında hesaplanmalı ve bu doğrultularda kayma dayanımlarını belirlemek için ayrı bir deney yapılmalıdır. Bu tür yapılan deneyler şematik olarak Şekil 1.24'te gösterilmiştir. Temel malzeme eksenlerinde kritik gerilme deneyleri çekme şeklinde ise + basma şeklinde ise – alınır.



Şekil 1.24. Esas malzeme eksenlerinde kritik gerilme gerilme değerleri

Sonuç olarak, ortotropik malzemelerde gerilme durumları esas eksenlere göre normal ve kayma bileşenleri ile ilgili olarak düşünülmelidir.

1.14.2.1. Maksimum Kayma Teoremi

Maksimum kayma teoremine göre kırılma; esas malzeme eksenindeki gerilmeler kritik bir değere ulaştığında oluşur. Üç adet kırılma türü mevcut olup bunlar için şartlar;

$$\sigma_{11} = \sigma_{11}^*$$

$$\sigma_{22} = \sigma_{22}^*$$

$$\sigma_{12} = \sigma_{12}^*$$

olmasıdır. Bu eşitlikte; σ_{11}^* : 1 doğrultusunda basma gerilimi veya maksimum çekme gerilmesi, σ_{22}^* : 2 doğrultusunda basma gerilimi veya maksimum çekme gerilmesini ve σ_{12}^* ise 2 doğrultusunda 1 düzlemine etkiyen maksimum kayma gerilmesini göstermektedir.

Esas 1 eksenine göre herhangi bir θ açısı ile levhaya yük uygulanırsa Şekil 1.20a'da gösterildiği gibi, gerekli dönüşüm yapılır;

$$\sigma_{11} = \sigma_{xx} \cdot \cos^2 \theta = \sigma_{\theta} \cdot \cos^2 \theta$$

$$\sigma_{22} = \sigma_{xx} \cdot \sin^2 \theta = \sigma_{\theta} \cdot \sin^2 \theta$$

$$\sigma_{12} = -\sigma_{xx} \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta = \sigma_{\theta} \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta$$

eşitlikleri elde edilir. Maksimum gerilme teorisi ile belirlenen kayma dayanımı σ_{11}, σ_{22} ve σ_{12} değerlerine bağlı olacaktır. Bu nedenle de aşağıdakilerden küçük olacaktır.

$$\sigma_{\theta} = \frac{\sigma_{11}^*}{\cos^2 \theta}$$

$$\sigma_{\theta} = \frac{\sigma_{12}^*}{\sin^2 \theta}$$

$$\sigma_{\theta} = \frac{\sigma_{12}^*}{\sin \theta \cdot \cos \theta} \quad (1.46)$$

1.14.2.2. Maksimum Uzama Teorisi

Maksimum uzama teorisine göre kırılmanın; esas malzeme eksenindeki gerilmelerin kritik bir değere ulaştığında oluştuğunu varsayar. Burada yine mümkün olan 3 kırılma modu vardır. Bunlar;

$$\varepsilon_{11} = \varepsilon_{11}^*$$

$$\varepsilon_{22} = \varepsilon_{22}^*$$

$$\varepsilon_{12} = \varepsilon_{12}^*$$

Bu eşitlikte; ε_{11}^* : 1 doğrultusunda basma uzaması veya maksimum çekme uzaması, ε_{22}^* : 2 doğrultusunda basma veya maksimum çekme uzaması ve ε_{12}^* ise 2 doğrultusunda 1 düzlemi üzerinde maksimum kayma uzamasını göstermektedir.

1.14.2.3. Tsai-Hill Teorisi

Bu teorem orijinal olarak homojen izotropik parçalara uygulanmış olan Von Misses kriterine dayanır. Daha sonra anizotropik malzemelere adapte etmek için Hill tarafından modifiye edilmiş olup kompozit malzemelere uygulanmıştır. İzotropik malzemeler için uzama/gerilme enerjisinden sapmanın oluşmasında (denklem 1.10) kırılmaya sebep olan normal gerilmenin esas eksenlerde olduğu varsayılır. Eğer kırılma gerilmeleri esas eksenlerde oluşmamışsa levhanın kırılma düzlemi normal gerilmelerle beraber kayma gerilmelerine maruz kalacaktır. Bu da ekstra kayma uzamalarının doğmasına yol açacaktır. Bu nedenlerden dolayı ekstra sapma gerilme/uzama enerjisi;

$$\frac{1}{2}\sigma_{xy} \cdot \varepsilon_{xy} + \frac{1}{2}\sigma_{yz} \cdot \varepsilon_{yz} + \frac{1}{2}\sigma_{zx} \cdot \varepsilon_{zx}$$

şeklinde olacaktır. Malzeme değerlerine ve gerilme bileşenlerine bağlı olarak da kayma uzama enerjisi;

$$\left[\left(\frac{1+\nu}{E} \right) \right] \left[\sigma_{xy}^2 + \sigma_{yx}^2 + \sigma_{zx}^2 \right]$$

olur. Böylece toplam gerilme sapma enerjisi normal uzamadaki bileşenlerin toplamı olup ve kayma uzama enerjisi (U_D);

$$U_D = \{(1+\nu)/6E\}[(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2] + \{(1+\nu)E\}[\sigma_{xy}^2 + \sigma_{yz}^2 + \sigma_{zx}^2] \quad (1.47)$$

yazılabilir. Denklem 1.47'yi uzama enerjisinde sapmaya bağlı olarak eksenel çekme deneyinde kırılmaya eşitlenirse;

$$(1+\nu)/6E2\sigma^{*2} = \{(1+\nu)/6E\}[2\sigma^{*2}] = \left\{ \begin{aligned} &[(1+\nu)/6E\{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2\}] + \\ &\{(1+\nu)E\}[\sigma_{xy}^2 + \sigma_{yz}^2 + \sigma_{zx}^2] \end{aligned} \right\}$$

bağıntısı elde edilir. Böylece de;

$$1 = 1/2\sigma^{*2}[(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2] + \{3/\sigma^{*2}\}[\sigma_{xy}^2 + \sigma_{yz}^2 + \sigma_{zx}^2] \quad (1.48)$$

ifadesi bulunur. Ortotropik malzemeler için sapma depolama enerjisi denkleminin tabakanın esas eksenleri ile ilgili olduğu yerde Hill tarafından verilen akma kriteri aşağıdaki gibidir .

$$H(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + G(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + F(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 2N\sigma_{12}^2 + 2M\sigma_{23}^2 + 2L\sigma_{31}^2 = 1$$

Bu eşitlik 1.48'e benzerdir. F, G, H, C, M ve N parametreleri Hill'in akma dayanımı ve tabakanın kırılma dayanımı olarak tasarlanır. Tabaka üzerine sadece σ_{12} etki ederse o zaman kırılma;

$$N = \frac{1}{\sigma_{12}^{*2}} \quad (1.49)$$

şeklinde olur. Aynı zamanda tabaka üzerine sadece σ_{11} etki ederse;

$$F + H = \frac{1}{\sigma_{11}^*} \quad (1.50)$$

olur. Tabakaya sadece σ_{22} etki ederse bu durumda;

$$G + H = \frac{1}{\sigma_{22}^*} \quad (1.51)$$

yazılabilir. Benzer olarak;

$$G + F = \frac{1}{\sigma_{33}^{*2}} \quad (1.52)$$

yazılır. 1.50, 1.51 ve 1.52 eşitlikleri birleştirilirse;

$$\begin{aligned} 2H &= \frac{1}{\sigma_{11}^{*2}} + \frac{1}{\sigma_{22}^{*2}} + \frac{1}{\sigma_{33}^{*2}} \\ 2G &= \frac{1}{\sigma_{22}^{*2}} + \frac{1}{\sigma_{33}^{*2}} + \frac{1}{\sigma_{11}^{*2}} \\ 2F &= \frac{1}{\sigma_{11}^{*2}} + \frac{1}{\sigma_{33}^{*2}} + \frac{1}{\sigma_{22}^{*2}} \end{aligned} \quad (1.53)$$

takımı elde edilir. Düzlem gerilme altında tek tönü tabakada elyaflar 1 doğrultusunda düzenlendiğinde, $\sigma_{33} = \sigma_{13} = \sigma_{23} = 0$. Buna ilaveten, geometrik simetriklikten de, $\sigma_{22}^* = \sigma_{33}^*$ yazılabilir. Böylece tabaka dayanımları, σ_{11}^* , σ_{22}^* ve σ_{33}^* 'e dayanarak kırılma kriteri;

$$\frac{\sigma_{11}^2}{\sigma_{11}^{*2}} - \frac{\sigma_{11}\sigma_{22}}{\sigma_{11}^{*2}} + \frac{\sigma_{22}^2}{\sigma_{22}^{*2}} + \frac{\sigma_{12}^2}{\sigma_{12}^{*2}} = 1 \quad (1.54)$$

olur. Bu denklem bir kırılma zarfını açıklar. Sonuç olarak, tabaka kırılması σ_{11} , σ_{22} ve σ_{12} 'nin hepsi kırılma zarfı içinde olmadıkça gerçekleşmez. Çoğu kompozit malzemeler için σ_{11}^* , σ_{22} 1.54 eşitliğinde 2.terim 0'a yaklaşır ve basitleştirilmiş eşitlik ise;

$$\frac{\sigma_{11}^2}{\sigma_{11}^{*2}} + \frac{\sigma_{22}^2}{\sigma_{22}^{*2}} + \frac{\sigma_{12}^2}{\sigma_{12}^{*2}} = 1 \quad (1.55)$$

halini alır. Tek yönlü takviyeli tabakalı bir kompozitin esas eksenlerine θ doğrultusunda kırılma dayanımını hesaplayabilmek için eşitlik 1.54 yeniden düzenlenirse;

$$\sigma_{xx} = \sigma_{\theta} = \left[\frac{\cos^4 \theta}{\sigma_{11}^{*2}} + \left(\frac{1}{\sigma_{12}^{*2}} - \frac{1}{\sigma_{11}^{*2}} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \frac{\sin^4 \theta}{\sigma_{22}^{*2}} \right]^{-1/2}$$

elde edilir. Cam/epoksi kompozit için deneysel ve teorik sonuçlar arasında iyi bir uyumun olduğu anlaşılmaktadır. Daha sonraları yapılan başka bir çalışmada da karbon/epoksi tabakalı kompozit arasında bu değerlerin çok yakın olduğunu ortaya çıkarmıştır. Her iki çalışmada da kırılma kriterlerinin değişik doğrultu, yönlerde ve açıda tek yönlü takviyeli kompozit için uyumlu olduğu sonucu göstermiştir. Bu nedenle, Tsai-Hill kriteri önceki iki teoriye göre kompozit malzemelerin kırılması için daha gerçekçi kriteri göstermektedir. İkinci çalışmada keza karbon elyaf/epoksi tabakası için $8^\circ < \theta < 12^\circ$ olduğu zaman boyuna gerilmesi kayma gerilmesi veya enine gerilme ile kayma gerilmesi arasında oldukça az etkileşim var olduğunu göstermiştir. Sonuç olarak yapılan deneylerde eşitlik 1.46'dan görülebileceği gibi İntralaminer kayma dayanımlarını belirlemek için kullanılır.

$$\sigma_{12}^* = \sigma_{\theta}^* \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta$$

Elastik modülü ve kayma modülü için benzer bağntılar denklem 1.26'da gösterilmiştir.

2. BURKULMA

Mukavemet ve yapı elemanlarının boyutlandırılmasında üç temel karakteristik bulunmaktadır. Bunlar, mukavemet (akma veya kırılma), rijitlik ve buna bağlı olarak deformasyon ve stabilitedir. Stabilitede kritik parametreler diğerlerinden çok daha farklıdır. Akma ve kopmada sistemdeki gerilmeler belirli bir değeri aşmışsa sistemde emniyet kalmamıştır denir. Bu tip problemlere gerilme problemi denir. Burkulmada ise bir denge problemi söz konusudur. Eğer denge konumu kararlı değilse sistemde doğabilecek en küçük bir farklılık sistemde çok büyük şekil değiştirmelere sebep olur ve sistemin tekrar ilk konumuna gelmesi imkansızlaşır. Bu tip problemlere kısaca denge (stabilite) problemleri ismi verilir. Burkulmada karşılaştırma kriteri kritik burkulma yüküdür.

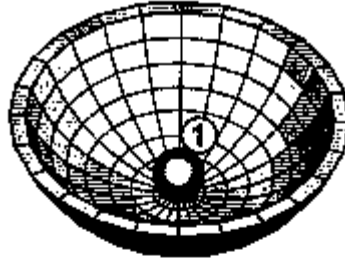
2.1. Denge Durumu

Dış yüklerle zorlanan bir taşıyıcının dengesi araştırılıyorsa iki durumdan biri gerilme, diğeri stabilite problemidir.

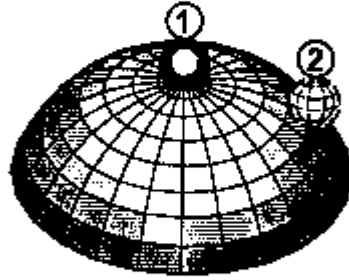
- *Gerilme problemi:* Güvenlik koşulu gereği en büyük gerilme emniyet gerilmesini aşmamalıdır.
- *Stabilite problemi:* Varolan dengenin kararlılığını inceler. Eğer denge durumu kararlı değilse, sistemin bu aşamada yapacağı en ufak sapma onda engellenemez bir biçimde daha büyük yer değiştirmeler yapmasına neden olur ve devamında taşıyıcılık özelliğini yitirerek göçer.

Gerilme problemlerinde denge durumunun kendisi araştırılırken, stabilite problemlerinde belli olan denge durumunun kararlılığı araştırılır. Denge konumunun kararlılığını daha iyi anlayabilmek için Şekil (2.1)'deki topu inceleyelim. Eğer top Şekil (2.1a)'daki yarım kürenin içinde durduğu denge noktası ① 'den herhangi bir tarafa doğru hafifçe itilirse, top birtakım salınım hareketlerinin sonunda tekrar ilk denge konumu ①'e geri döner. O nedenle ① noktası kararlı denge konumudur. Eğer top Şekil (2.1b)'deki yarım kürenin tepesinde durduğu denge noktası ①'den herhangi bir tarafa doğru hafifçe itilirse, top bir daha ① konumuna geri dönemediği gibi sürekli ① konumundan uzaklaşır. O nedenle ① noktası *kararsız denge* konumudur. Eğer Şekil

(2.1c)'deki plağın üstünde ① konumunda dengede duran top bir tarafa doğru itilirse ② gibi bir başka yere gider ve orada tekrar dengede durur. O nedenle ① ve ② noktaları *farksız denge* konumlarıdır.



(a) Kararlı denge



(b) Kararsız denge

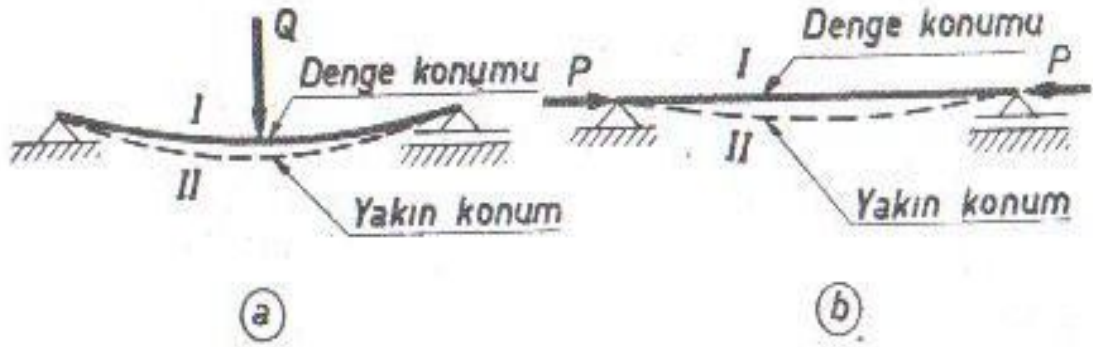


(c) Farksız denge

Şekil 2.1. Yarım küre içindeki topun denge durumu

Bu noktalar basit misaller üzerinde de açıklanabilir. Mesela Şekil 2.2a da Q yükü ile eğilen bir kirişin durumu ele alınsın. Burada sistemin hangi formda dengede duracağı ve bu durumda en büyük gerilmenin ne kadar olacağı sorulur. Şekilde I ile gösterilen denge konumunun kararlılığı hakkında bir endişe söz konusu olmaz. Çünkü kiriş geçici etkilerle I konumundan saptırılarak II ye getirecek olursa, geçici sebepler ortadan

kalkınca sistem tekrar I haline geri döner, yani I konumu karardır. O halde burada esas endişe kirişin eğilmeden doğan gerilmelerle kırılıp kırılmayacağıdır.



Şekil 2.2. Kirişin denge konumu

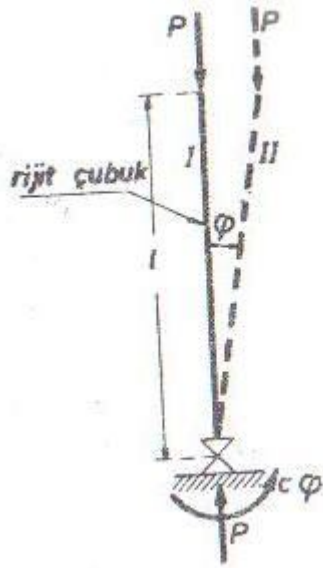
Şekil 2.2 b deki hale gelince, eksenel P basınç kuvveti altında I ile gösterilen denge konumu daima kararlı değildir; geçici sebeplerle çubuk I konumundan saptırılarak II durumuna getirilecek olursa, arıza etkiler ortadan kalksa bile çubuk daima ilk duruma geri dönmeyebilir. Mesela P yükü çok büyük veya çubuk çok narin olursa I durumunun kararlılığı üzerinde daima endişe edilebilir ve araştırması gerekir. Yukarıda söz konusu edilen mukavemetin iki problemi arasında ilgi çekici diğer bir fark da şudur: Gerilme probleminde denge konumu arandığı halde stabilite problemlerinde çok defa denge konumu aşikârdır, yalnız önemli nokta onun kararlı olup olmadığıdır.

2.2. Stabiltede Metot

Bir denge konumunun kararlılığı hakkında hüküm verebilmek için belli başlı şu üç metot kullanılır: a) Dinamik metod. b) Statik metod. c) Enerji metodu. Diğer metotların hepsi bu üç esas metodun, küçük farklarla, değiştirilmesinden doğmuştur. Bunlardan dinamik metod her çeşit sistemle uygulanabilecek tek genel metoddur. Dinamik metoda bozulmuş konumun zamanla değişimi incelenirken, statik metod problemi çok farklı bir açıdan ele alır. Burada stabilitesi incelenecek bir denge konumunun çok yakınında daha başka bir denge konumlarının bulunup bulunmadığı araştırılır; diğer bir deyimle, söz konusu durumun farksız bir denge konumu olması için icap edilen şartlar incelenir. Bu

limit kararsız durum yardımıyla da kararlılık kriterine geçilir. Statik metod en çok uygulanan bir metoddur fakat genel değildir. Enerji metoduna gelince, ancak konservatif sistemlere uygulanabilir ve sistemin sahip olduğu toplam potansiyel enerjinin minimum oluşu konumun kararlılığı için kriterdir.

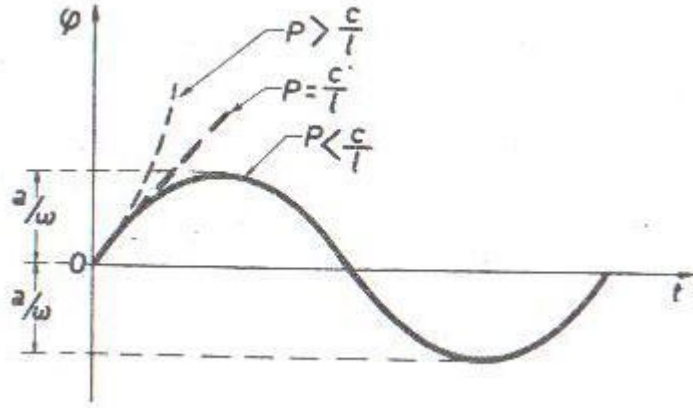
Bu metotlar çok basit bir örnek üzerinde birer birer incelenirse;



Şekil 2.3. Rijit çubuğun kararlılık durumu

Şekil 2.3’de verilen l uzunluğunda bir rijit çubuk yere elastik bir mafsalla bağlanmıştır. c ile elastik mafsala sabiti gösterilmektedir; bu mafsalda eğer dönme φ kadar olursa, tepki moment zıt yönde $c\varphi$ kadar olacak demektir. Sisteme I durumunda düşey P yükü etkimektedir. Stabilitesi araştırılacak konum işte bu I konumudur. Daha açık söylemek gerekirse, sisteme ait c ve l değerleri verildiğine göre P yükü hangi şartı gerçekleştirmelidir ki I konumu kararlı olabilsin? Bu sorunun cevabı dinamik metotla şöyledir.

a) Dinamik metod: Konum yalnız φ açısıyla belirli olduğundan sistem bir serbestlik derecelidir. Sistemin $\varphi = 0$ konumu etrafındaki hareketleri, yani $\varphi(f)$ fonksiyonu aranmalıdır. Harekete katılan tek kitlenin çubuğun ucunda olduğunu ve değerinin P/g ettiği kabul edilsin.



Şekil 2.4. Rijit çubuğun hareket denklemi

Buna göre hareket denklemi

$$\frac{P}{g} l^2 \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -c\varphi + Pl \sin \varphi \quad \text{veya} \quad \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \frac{g}{Pl^2} (c\varphi - Pl \sin \varphi) = 0$$

olur. $\varphi = 0$ civarında küçük sapmalı hareketler bahis konusu olacağına göre yukarıdaki denklemi, $\sin \varphi \cong \varphi$ olarak linearize edersek;

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \frac{g}{Pl^2} (c - Pl) \varphi = 0 \quad (2.1)$$

elde edilir. Hareketin tipi ikinci terimin işaretine bağlıdır. Eğer bu terim pozitif olursa denklem;

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \omega^2 \varphi = 0 \quad \omega^2 \equiv \frac{g}{Pl^2} (c - Pl) > 0 \quad (2.2)$$

gibi, $\varphi = 0$ etrafında basit bir harmonik hareketi gösterir ve çözümü

$$\varphi = A \sin \omega t + B \cos \omega t$$

olur. Burada A ve B başlangıç şartlarına, diğer bir deyimle, istenildiği kadar küçük alınabilecek bozucu etkilere bağlıdır. Mesela, $t = 0$ için $\varphi = 0$ ve $\varphi' = a$ seçilecek olursa $A = a/\omega$ ve $B = 0$ ederek

$$\varphi(t) = a \sin \omega t / \omega \quad (2.3)$$

bulunur. Burada a istenildiği kadar küçük seçilebilen başlangıçtaki açısal hızı gösterir. (2.3) denkleminin grafik temsili şekil 2.4'de gösterilmiştir. Kararlılığın yukarıda yapılan tarifine göre, hareketin hep $\varphi = 0$ etrafında kalabilmesi için (2.2) şartının sağlanması kafi gelir. O halde I konumu için kararlılık şartı

$$P < c/l \quad (2.4)$$

olarak bulunur. Yükün şiddeti c/l 'ye ulaşır veya onu aşarsa o takdirde hareket artık periyodik olmaktan çıkar ve denge konumu kararsız olur. Şekil 2.4'te $\varphi(t)$ fonksiyonu $P = c/l$ ve $P > c/l$ halleri için de ayrıca çizilmiştir; her üç durumda da başlangıçtaki bozucu hız aynı olduğu halde hareket tipleri başka başkadır. Kararlılığa ait (2.4) kriterinde başlangıç şartının olmadığına dikkat etmelidir.

b) Statik metod: Aynı problem bir de statik metodla incelenirse ve şu sorunun cevabı aranmalıdır: I denge konumu yakınlarda II gibi bir denge konumu daha var mıdır? Şekil 2.3. Bu soruya cevap verebilmek için kabul edelim ki II de yine bir denge konumu olsun. II denge şartı olarak

$$Pl \sin \varphi - c\varphi = 0 \quad (2.5)$$

yazılabilir ki bu şartı gerçekleyen P değeri

$$P = \frac{c}{l} \frac{\varphi}{\sin \varphi} \quad (2.6)$$

eder. Yalnız I konumuna çok yakın ikinci bir denge konumu aranıyor; bu da ancak (2.6)'da $\varphi \rightarrow 0$ almakla:

$$P = \frac{c}{l} \left(\frac{\varphi}{\sin \varphi} \right)_{\varphi \rightarrow 0}$$

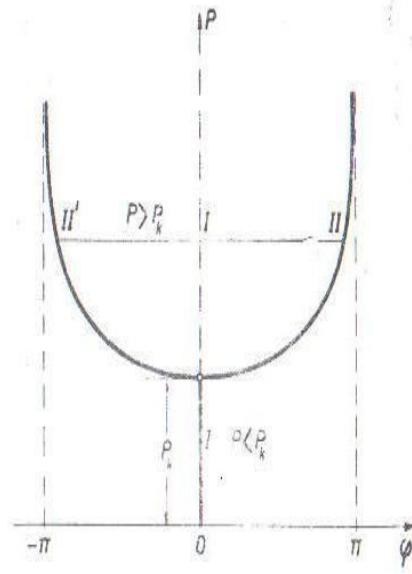
mümkün olur. O halde I konumunun farksız denge konumu olabilmesi için yükün

$$P_k = c/l \quad (2.7)$$

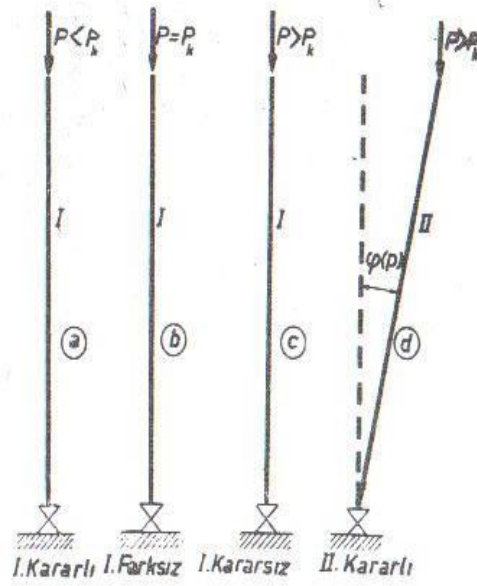
ile gösterilen bir değere ulaşması gerekir. Bu değere *kritik yük* denir. Artık P yükü

$$P < c/l = P_k \quad (2.8)$$

şartını gerçeklerse civarda, ne yakın ve ne de uzak, hiçbir denge konumu bulunmaz. Tek denge konumu I 'dir. O halde (2.8) kararlılık kriteri şartından başka bir şey değildir ve (2.4)'te bulunanın aynıdır. Şu noktayı önemle belirtelim ki $\varphi/\sin \varphi$ oranının değeri $\varphi = 0$ civarında birden az farklıdır; bu fark ancak ikinci mertebeden olduğundan farksız denge konumu ile yakınları arasında yük bakımından fark olmayacak diğer bir deyimle, $P = P_k = \text{sabit}$ kalarak sistem yakın denge durumlarına geçebilecektir. Problemi daha iyi kavramak için denge konumlarını tarif eden (2.6) fonksiyonu (P, φ) düzleminde grafik olarak temsil edilsin (şekil 2.3). $P < P_k = cl$ halinde denge ancak $\varphi = 0$ için mümkün olduğundan $P = P(\varphi)$ eğrisi P ekseninde bulunur.



Şekil 2.5. Rijit çubuğun eğrisi



Şekil 2.6. Rijit çubuğun kararlılık durumu

$P < P_k$ kaldıkça kararlı denge konumuna tekabül eden eğrinin bu kolu, şekilde sürekli koyu bir çizgi ile gösterilmiştir. $P < P_k$ olunca I denge konumu farksız olur. Bu noktada $P = P(\varphi)$ eğrisi dallanmaya başlar. Dallarda biri $\varphi = 0$ doğrusu olarak P eksenini boyunca devam eder ve I konumunun kararsız hallerine tekabül eder – bu çizgi şekilde

nokta nokta çizilmiştir - . $P = P(\varphi)$ eğrisinin $P = P_k$ 'da dallanan diğer iki kolu da $P > P_k$ için $\varphi = 0$ olan denge konumlarını gösterir. II ve II' ile işaretlenen bu konumlar eğrinin simetrik iki kolu üzerinde yer alırlar. Sapmış denge durumlarına tekabül eden bu kolların, $P = P_k$ noktasındaki teğetleri yataydır, o halde farksız dengeden civar denge konumlarına yük artmadan geçmek mümkündür. $P > P_k$ için $\varphi = 0$ olan II, II' denge konumlarının tekrar stabilitesi incelenecek olursa görülür ki bunlar kararlıdır, onun için $P = P(\varphi)$ eğrisi *çok değerlilik* yönünden şu ilgi çekici durumdadır: $P < P_k$ için mümkün olan tek denge konumu I 'dir ve o da kararlıdır. c halinde ise üç konum mümkündür. Bir tanesi kararsız olan I konumu, diğer iki tanesi de $\pm \varphi$ 'ye karşı gelen II ve II' konumlarıdır ve ikisi de kararlıdır. Yük – sapma eğrilerindeki bu çok değerlilik $P = P_k$ 'deki dallanmadan doğmuştur ve stabilitenin bu çeşidine dallanma tipi denir ve ileride başka tip çok değerlilikten de bahsedilecektir. Son olarak şekil 2.6'da bütün bu anlatılan denge konumları toplu bir tarzda özetlenmiştir.

c)Enerji metodu: Şekil 2.6'daki sistemin toplam potansiyel enerjisi hesap edilsin. Sistemde iç kuvvetlerin potansiyel enerjisi yalnız elastik mesnetteki yayda olup tarifen

$$\Pi_i = \frac{1}{2} c \varphi^2$$

değerini alır. Düşey P dış kuvveti için potansiyel ise

$$\Pi_d = Pl \cos \varphi$$

değerindedir; burada mesnet seviyesinde potansiyel sıfır kabul edilmiştir. Toplam potansiyel enerji ise

$$\pi(\varphi) = \Pi_i + \Pi_d = \frac{1}{2} c \varphi^2 + Pl \cos \varphi \quad (2.9)$$

eder. Sistemlerin denge konumuna ait potansiyel enerjinin ekstrem olduğu mekaniğin genel bir prensibidir. Dirichlet'ye göre ekstrem değer bir minimum ise o denge konumu kararlı olur – bu kararlılığın enerjetik tarifidir -. O halde problem (2.9) ifadesi, $\varphi = 0$ 'da bir minimuma sahip midir, sorusuna indirgeniyor. Bu da ancak $\varphi = 0$ için

$$\frac{d \Pi}{d \varphi} = 0 \text{ ve } \frac{d^2 \Pi}{d \varphi^2} > 0 \quad (2.10)$$

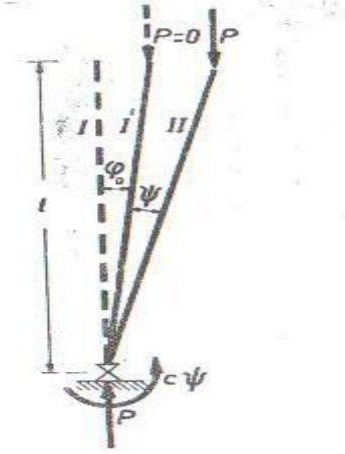
şartlarının gerçekleşmesiyle mümkündür. (2.9)'dan $d \Pi / d \varphi = c \varphi - Pl \sin \varphi = 0$ eder ki bu şart $\varphi = 0$ için daima gerçekleşir, yani I hali daima bir denge konumudur. Fakat I ne vakit kararlıdır sorusuna cevap (2.10)'daki ikinci şarttan bulunabilir.

$$\left(\frac{d^2 \Pi}{d \varphi^2} \right)_{\varphi=0} = (c - Pl \cos \varphi)_{\varphi=0} > 0 \quad \text{veya} \quad c - Pl > 0 \quad (2.11)$$

Bu da yukarıda diğer metodlarla varılan kararlılık şartlarından başka bir şey değildir. Toplam potansiyelin maksimum haline tekabül eden denge konumlarının kararsız olduğu ayrıca işaret edilir. Şu noktayı önemle belirtmek gerekir ki, üç metodun daima aynı sonucu verebilmesi için sistemin *konservatif* olması lazımdır. Eğer dış kuvvetler bir potansiyele sahip değilse, enerji metodu aslında bahis konusu olamayacağı için ortada dinamik ve statik metodlar kalır; bunların verdiği değerler de farklı olur. Bu durumda kararlılık için doğru çözümü ancak *dinamik* metod verir.

2.3. İlkel Kusurlar Ve Kritik Yük

Kritik yük kavramına büsbütün başka yoldan da varmak kabildir; kabul edelim ki kararlılığı incelenen konumun herhangi bir ilkel kusuru bulunsun. Mesela şekil 2.7'de yine altından elastik olarak mafsallı bir rijit çubuk göz önüne alınsın.



Şekil 2.7. Elastik mafsallı rijit çubuk

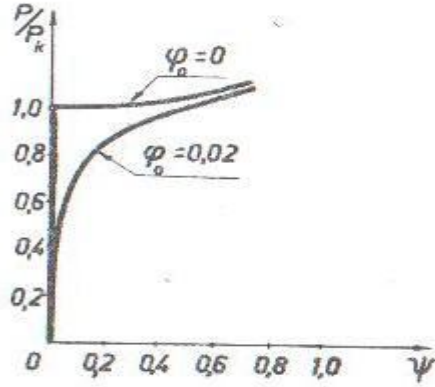
Yalnız $P = 0$ gibi yüksüz halde çubukta $\varphi = \varphi_0$ ile gösterilen küçük bir ilkel sapma veya *ilkel kusur* mevcut olsun; bu konum şekilde I' ile gösterilmiştir. Sistemi P ile yükleyelim ve doğacak ψ sapmasını hesap edelim, II konumu için denge şartından

$$Pl \sin(\varphi_0 + \psi) - c\psi = 0 \quad \text{veya} \quad Pl/c = \psi / \sin(\varphi_0 + \psi) \text{ bulunur.}$$

Eğer $c/l = P_k$ ile gösterilecek olursa yukarıdaki denklem

$$P/P_k = \psi / \sin(\varphi_0 + \psi) \quad (2.12)$$

gibi boyutsuz bir şekilde yazılabilir. Şimdi verilen herhangi bir φ_0 ilkel kusuruna bağlı olarak $P = P(\psi)$ bağıntısını grafik olarak temsil edelim.



Şekil 2.8. Elastik mafsallı rijit çubuğun grafiği

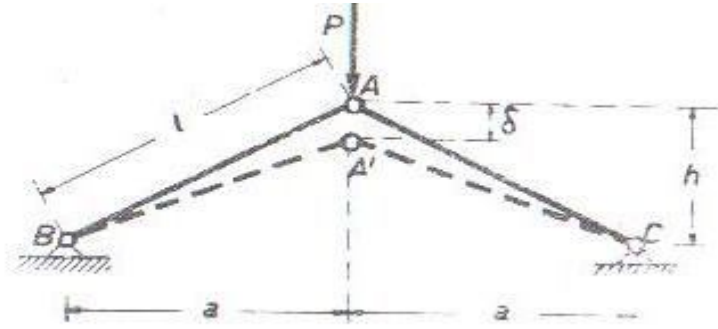
Şekil 2.8’de $\varphi_0 = 0,02$ gibi küçük bir ilkel kusur için $P = P(\psi)$ eğrisi çizilmiştir. Eğriden derhal görüleceği üzere, küçük yüklerde sapmalar da küçük kaldığı halde, P yükü P_k ’ya yaklaşacak olursa sapmalar süratle artmaya başlar. Bu durum ilkel kusur ne kadar küçük alınırsa alınsın, daima kendisini göstermektedir. Sonunda limit bir hal olarak $\varphi_0 = 0$ alındığı takdirde (ilkel kusursuz I denge konumu) yükün $P < P_k$ değerleri için eğri, yük eksenini boyunca gitmekte ve nihayet $P = P_k$ için birdenbire büyük sapmalar göstermektedir. Bu hususta bir fikir edinmek için şu değerleri vermek yeter: $\varphi_0 = 0$ halinde $P = 1,615 P_k$ alınırsa, ψ sapması derhal 17 dereceye yükselmektedir. Bu örnek yük kritik değeri, az da olsa, aştığı takdirde sistemin büyük sapmalar yapacağını ve dolayısıyla tehlikeli duruma gireceğini açıkça göstermektedir.

Bu kontrüksiyonda ilkel sapma, ilkel merkezkaçlık gibi daima bir ilkel kusur olabileceğinden, sistemin hiçbir zaman kritik yüke yakın değerlere kadar yüklenmesine, emniyet yönünden, müsaade etmemek gerekir.

2.4. Stabilité Problemlerinin Çeşitleri

Stabilité problemlerini kuvvetle sapma arasındaki bağıntılarda mevcut olan çok değerlilik yönünden sınıflara ayırmak mümkündür. Bunlardan birinci grup problemlere a) *dallanma tipi stabilité problemleri* adı verilir. Bu tipe şekil 2.3’deki basınca maruz bir

çubukta rastlanmıştı. Orada $P = P_k$ noktasında dallanmakta ve aynı yüke üç ayrı denge konuma karşı gelmekteydi (çok değerlilik) şekil 2.5'e bakınız. Bundan başka bir diğer grup stabilite problemi daha vardır ki adına b) *vurgu stabilitesi problemi* denir. Buradaki çok değerliliğin sebebi, yük sapma eğrisindeki dallanma değildir. Bu tipte bahis konusu eğri *ekstrem* noktaları kapsadığı için, aynı bir yüke karşılık, çeşitli denge konumları bulunabilir ve bunların bazıları kararlı bazıları da kararsız olur.



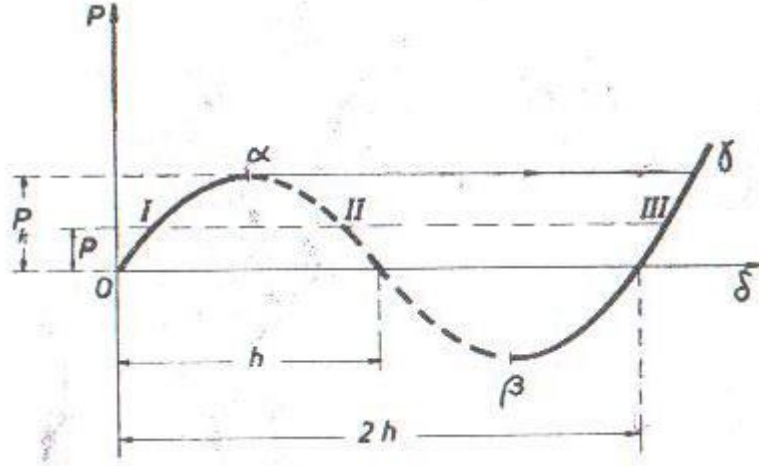
Şekil 2.9. Vurgu stabilitesi

Bu hale basit bir örnek olarak şekil 2.9'daki iki elastik basınç çubuğunun durumunu inceleyelim. $P=0$ olduğu zaman konum BAC iken sistem yüklenince, denge formu BA'C olsun. Ayrıca kabul edelim ki $AB = AC = l$ çubukları yalnız basınca maruz kalsın, şimdi $P = P(\delta)$ bağıntısını arayalım. Şekil değiştirmiş durum üzerindeki denge denklemi yardımıyla bu bağıntı

$$P = 2 E F \left(\frac{h - \delta}{l} \right) \left(\frac{l}{\sqrt{l^2 - 2h\delta + \delta^2}} - 1 \right) \quad (2.13)$$

olarak elde olunur. Burada E, F ile çubukların rijitlikleri gösterilmiştir. (2.13) fonksiyonu (p, δ) düzleminde grafik olarak temsil edilirse şekil 2.10'daki eğri elde olunur. Bu eğri α ve β noktalarında maksimum ve minimumdan geçmekle beraber δ eksenini de $\delta = 0$, $\delta = h$ ve $\delta = 2h$ gibi üç noktada keser; bunlardan ilki $P = 0$, $\delta = 0$ gibi sistemin gerilmesi durumudur. İkinci noktada $P = 0$ için $\delta = h$ etmektedir.

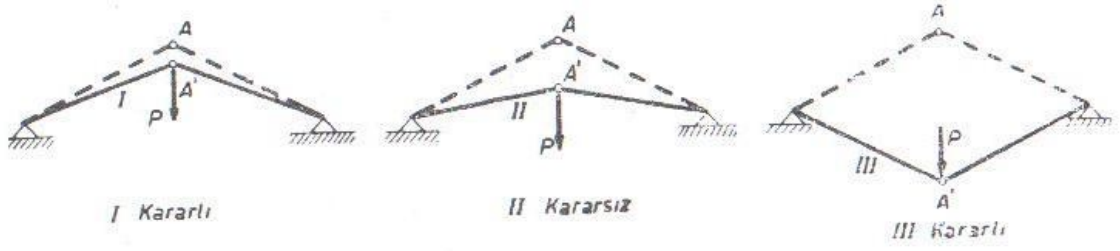
Bu durumda iki basınç çubuğu da aynı bir doğru üzerinde bulunmakta ve iç kuvvetler yalnız kendi aralarında denge yapmaktadır. $\delta > h$ çökmeleri için $P < 0$ olmakta yani dengeyi temin için yükün yukarı doğru etkimesi gerekmektedir; nihayet $\delta = 2h$ ’da sistem yine bir gerilmesiz hale ulaşmaktadır. Bu durumdan itibaren yük arttıkça monoton bir şekilde çökmenin de artışı devam etmektedir.



Şekil 2.10. Vurgu stabilitesinin eğrisi

Eğer eğrinin çeşitli noktalarına tekabül eden denge konumlarının kararlılık sorunu incelenirse görülür ki, $o\hat{\alpha}$ arasındaki konumlar hep kararlı olduğu halde, $\hat{\alpha}\beta$ arası tamamen kararsızdır. $\hat{\beta}\gamma$ kolu tekrar kararlı denge durumlarına karşı gelir. Pratik olarak, eğrinin $\hat{\alpha}\beta$ kararsız kolu üzerinde bir denge konumu gerçekleştirmek kabil değildir; durum α ’ya ulaştıktan sonra sistem ani bir şekilde vurgu yaparak γ konumuna geçer. $P_a = P_k$ değerine kritik vurgu yükü denir ve bu tip bir stabilite yöntemine de *vurgu stabilitesi* adı verilir. $P < P_k$ için, şekil 2.10’dan görüleceği üzere I, II ve III gibi üç tane ayrı denge konumu bahis konusudur. Bunlardan I ve III kararlı konumlar olduğu halde II kararsızdır. Şekil 2.11’de bu üç konum şematik olarak gösterilmiştir.

$P = P_k$ vurgu yükü civarındaki büyük sapmalar sistemin harap olmasına sebep olacağından, P_k değeri sistemin taşıyabileceği sınır yükten ibarettir. Yukarıdaki sistem için kritik değer



Şekil 2.11. Denge konumları

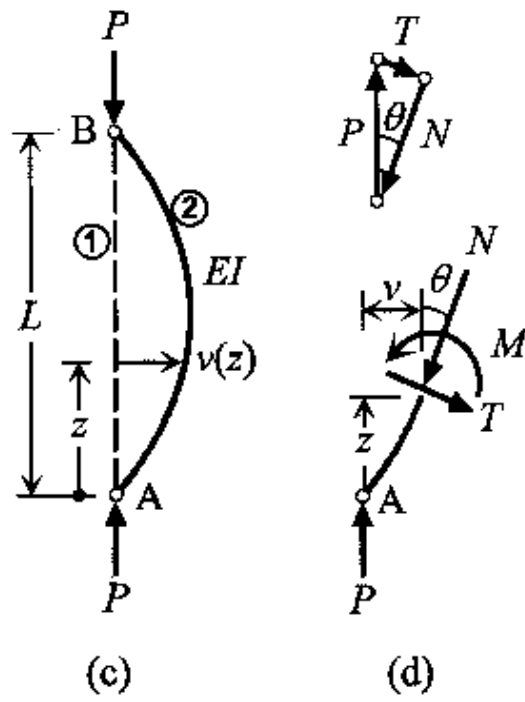
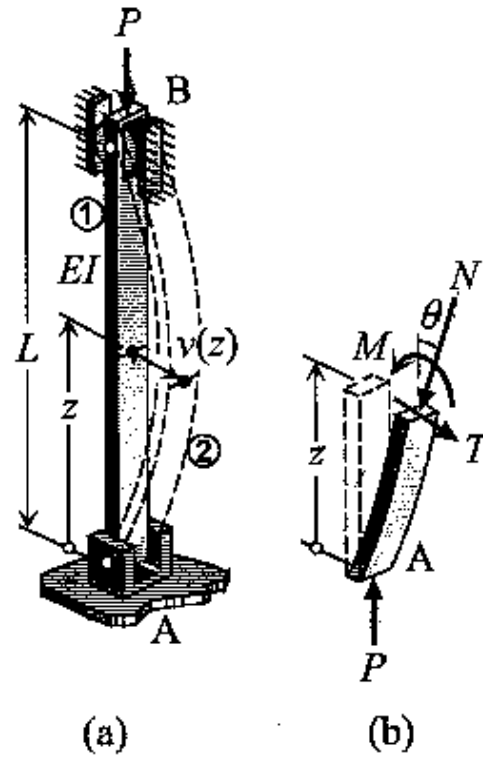
$$P_k = 2 E F \left[1 - \left(\frac{a}{l} \right)^{2/3} \right]^{3/2} \quad (2.14)$$

Tatbikatta rastlanan problemlerin önemli bir kısmı dallanma tipinden olan stabiliteye aittir, onun için biz özellikle bu çeşit stabilite problemleriyle ilgileneceğiz.

Buraya kadar olan maddelerde çok basit bir misal üzerinde stabilite kavramını açıkladık ve onun çözüm yollarını ana hatlarıyla gösterdik. Varılan bazı önemli sonuçları şöyle özetlemek kabildir: 1) Denge denklemleri hep şekil değiştirmiş durum üzerinde kurulduğu için elastik stabilite lineer olmayan bir teoridir, bu sebeple yük – yer değiştirme arasında artık bir orantılılık bulunmaz. 2) Teori lineer olmayınca, artık lineer özelliğe dayanan, birçok teorem veya prensipler burada geçmez, mesela süperpozisyon kanunu, Betti karşılıklı teoremi vs gibi.

2.5. Elastik Çubukların Burkulması

Burkulma problemi basınca taşıyan taşıyıcı elemanlarda karşımıza çıkar. Bu paragrafta yalnız doğru eksenli elastik çubuklar ele alınacaktır.



Şekil 2.12. Elastik çubukların burkulması

Şekil (2.12a)'daki eğilme rijitliği EI , boyu L olan bir elastik çubukta A ucu sabit B ucu kayıcı mafsallı mesnet olup, çubuk P kuvveti ile sıkıştırılmaktadır. Şimdi; açıkça bir denge durumu olan ①'in hangi koşullar altında kararlı olduğunu araştıralım. Bu problem ilk kez EULER tarafından 1757 yılında denge yöntemiyle incelenmiştir. Bir an için ① konumunun farksız denge konumu olduğunu düşünelim ve bunun hemen yakınında ② ile gösterilen bir başka denge konumu daha olsun. Şimdi akla gelen soru "Acaba her zaman bu durum gerçekleşir mi?" dir. Bunu cevaplayabilmek için ② konumunu tanımlayan sapma fonksiyonu $v(z)$ bilinmelidir. (Bakınız Şekil 2.12c,d). Şekil (2.12b,d)'deki keyfi kesitte, kesit zorları,

$$N = -P \cos \theta, \quad T = P \sin \theta, \quad M = Pv \quad (2.15)$$

dır. ① ve ② konumları birbirlerine çok yakın ise, $\theta \cong \tan \theta = v'$, $\sin \theta \cong \theta$, $\cos \theta \cong 1$ olur ve (2.15) bağıntıları,

$$N = -P, \quad T = Pv', \quad M = Pv \quad (2.16)$$

biçiminde yazılır. Eğilme momenti ② konumunun diferansiyel denge denklemi $Elv'' + M = 0$ 'da yerleştirilirse,

$$v'' + \frac{P}{EI}v = 0 \Rightarrow v'' + \lambda^2 v = 0 \quad (2.17)$$

elde edilir. Burada,

$$\lambda^2 = \frac{P}{EI} \quad (2.18)$$

dır. İki ucu mafsallı çubuğun sınır koşulları,

$$v(z)\big|_{z=0} = v(z)\big|_{z=L} = 0 \quad (2.19)$$

dır. (Bakınız Şekil 2.12a,c). (2.17)'deki homojen diferansiyel denklemin iki temel çözümü vardır. Bunlar,

- *Trivial çözüm* : $v(z) \equiv 0$ (① durumu),
- *Trivial olmayan çözüm* : $v(z) \neq 0$ (② durumu).

Aranan çözüm trivial olmayandır ve bu ancak diferansiyel denklemin katsayılarının bazı özel değerleri için mümkündür. Çubukta farksız denge konumu arandığından, P kuvvetinin ulaşması gereken sınırlar bu özel değerleri verir. (2.17)'in çözümü,

$$v(z) = A \sin(\lambda z) + B \cos(\lambda z)$$

dir. (2.19)'teki sınır koşulu $v(z)|_{z=0} = 0$ 'dan $B = 0$ bulunur. Böylece elastik eğri,

$$v(z) = A \sin(\lambda z)$$

olmalıdır. (2.19)'teki $v(z)|_{z=L} = 0$ koşulundan $0 = A \sin(\lambda L)$ elde edilir. Trivial olmayan çözüm için $A \neq 0$ olmalıdır. O zaman da,

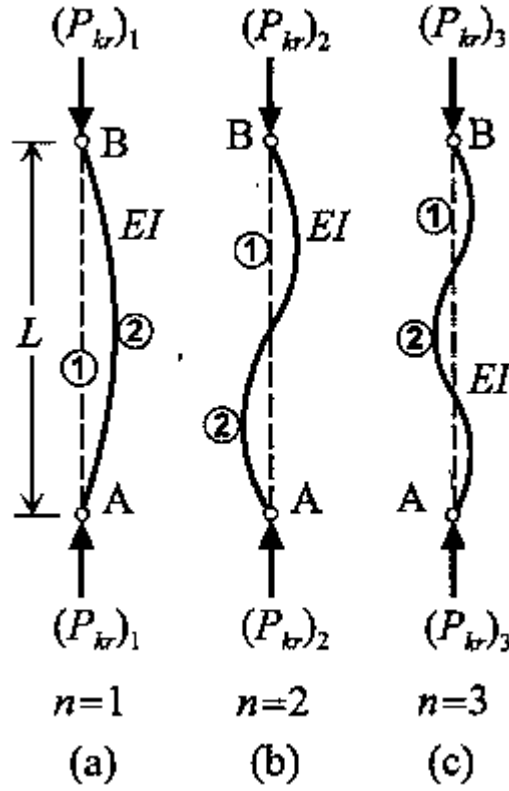
$$\sin(\lambda L) = 0 \Rightarrow \lambda L = n\pi \quad (2.20)$$

sonucuna ulaşılır. Burada $n = 1, 2, \dots$ biçiminde tam sayılardır. Böylece (2.18) ile (2.20)'ten

λ^2 'ler eşitlenirse,

$$\frac{n^2 \pi^2}{L^2} = \frac{P}{EI} \Rightarrow P = n^2 \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

bulunur. Burada $n = 1, 2, \dots$ için hesaplanan P değerleri, gerçekte kritik yükler $(P_{kr})_n$ 'dir ve bunlara EULER *kritik yükleri* denir.



Şekil 2.13. Euler kritik yükleri

Şekil (2.13)'da $n=1,2,3$ sayılarına karşı gelen ② denge konumları görülmektedir. $n \geq 2$ için hesaplanacak kritik değerlere *yüksek kritik yükler* denir. Burada teknik anlamı olan durum, $n=1$ için, en küçük kritik yük,

$$\triangleright P_{kr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (2.21)$$

dir. Yukarıdaki sonuç, sabit kesitli ve iki ucu mafsallı doğru eksenli çubuklar için elde edilmiştir. Çubuğun ① konumu için,

$$\begin{aligned} P < P_{kr} &\Rightarrow \text{kararlı denge} \\ P = P_{kr} &\Rightarrow \text{farksız denge} \\ P > P_{kr} &\Rightarrow \text{kararsız denge} \end{aligned}$$

olur. Elastik çubuğun kararlılık problemi *dallanma tipi* olup, bu olay kritik noktada meydana gelir.

2.6. Kesme Kuvvetinin Kritik Yüke Etkisi

İki ucu mafsallı çubukta kritik yük hesabı (2.21)'e ulaşmak için kullanılan (2.17)'de sadece moment etkisi göz önüne alınmıştır. Eğer (2.16)'daki kesit tesirleri incelenirse, $M = P_v$ 'nin yanı sıra kesme kuvveti $T = P_v'$ 'nün de elastik eğride katkısının olduğu görülür. O halde çubukta elastik eğri ifadesi $v = v_M + v_T$ biçiminde eğilme momenti ile kesme kuvveti etkilerinin toplanması sonucu hesaplanır. Aşağıda, kayma gerilmesinin kesit üstünde düzgün yayılı olmaması nedeniyle hesapları düzeltmek amacıyla kullanılan k' sabitinin, türev kısaltmasını işaret eden $d(...)/dz = (...)'$ gösterimiyle karışmaması için, $\bar{k} = k'$ anlamında yazılacaktır. Şimdi $v = v_M + v_T$ iki kez z 'ye göre türetilirse,

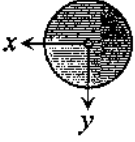
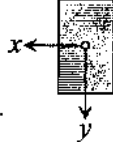
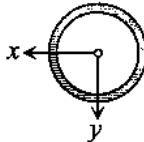
$$\begin{aligned} v'' &= v_M'' + v_T'' \\ &= -\frac{M}{EI} + \frac{\bar{k}}{GA} \frac{dT}{dz} \\ &= -\frac{P}{EI} v + \frac{\bar{k}P}{GA} v'' \end{aligned}$$

yazılır ve bu ifade biraz düzenlenirse, diferansiyel ilişki,

$$v'' + \frac{P}{EI \left(1 - \frac{\bar{k}P}{GA} \right)} v = 0 \quad (2.22)$$

elde edilir. Sabit bir değer olan $\bar{k} = k'$ çarpanı, bazı kesit geometrileri için Tablo (2.1)'de verilmiştir.

Tablo 2.1. Bazı kesit geometrileri için k'_a , ($a = x, y$), sayısal çarpanı

Daire	Dikdörtgen	İnce Halka
 $k'_a=1.18$	 $k'_a=1.2$	 $k'_a=2.03$

İki ucu mafsallı çubukta (2.19) sınır koşulları altında, (2.22) integre edilirse,

$$\Rightarrow P_{kr} = \frac{\frac{\pi^2 EI}{L^2}}{1 + \frac{\pi^2 EI}{L^2} \frac{\bar{k}}{GA}} \Rightarrow \frac{P_{kr}}{P_E} = \frac{1}{1 + \frac{\bar{k} P_E}{GA}} < 1 \quad (2.23)$$

bulunur. Burada $P_E = \pi^2 EI / L^2$, sadece eğilme göz önüne alınarak hesaplanmış olan EULER burkulma yüküdür. Görüldüğü gibi kesme etkisi hesaba katıldığında bulunacak kritik yük (2.21)'e göre azalacağından, sonuç daha güvenli tarafta kalır. Fakat kesmenin burkulma yüküne etkisi gerçekte ihmal edilebilecek mertebededir. Bunu ufak bir örnekle gösterelim. Boyutları $b = 8 \text{ cm}$, $h = 12 \text{ cm}$ olan dikdörtgen kesitli, $L = 2 \text{ m}$ boyutundaki çubuğun malzeme sabitleri $E = 200 \text{ GPa}$, $\nu = 0.25$, $G = 80 \text{ GPa}$ ise, $\bar{k} = k' = 1.2$, $A = 96 \text{ cm}^2$, $I = 512 \text{ cm}^4$, $P_E = 2530 \text{ kN}$ olur ve burkulma yükü oranı,

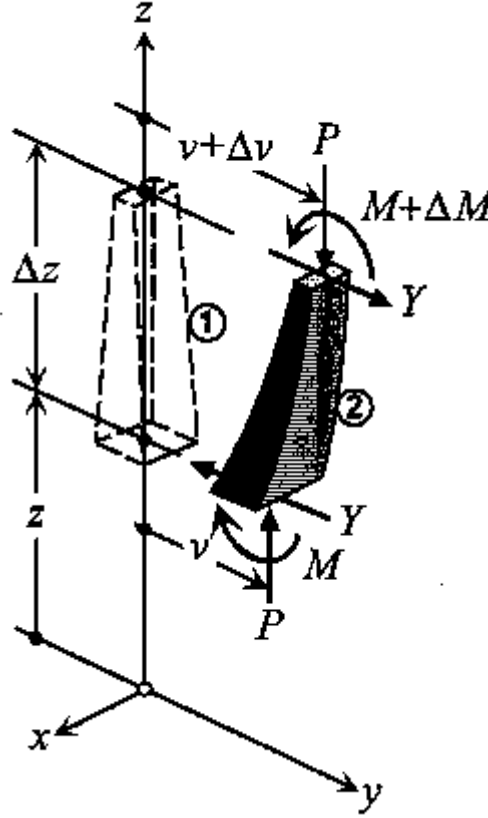
$$\frac{P_{kr}}{P_E} = 0.996$$

bulunur. Yalnız bu durum çok parçalı (bileşik) kolonlarda geçerli değildir ve kesme etkisi hesaplara katılır.

2.7. Çubuklar İçin Genel Burkulma Kuramı

Burkulma probleminin çözümü kesit değişimini ve çeşitli mesnet koşullarını gözeterek biçimde genişletilebilir. Yine ① ile denge konumu gösterilsin. Eğer problem denge yöntemiyle çözülecekse, o zaman ① in bir farksız denge konumu olduğu varsayıp, onun yakın komşuluğundaki denge konumunun ② olduğu düşünülebilir.

Daha sonra Şekil (2.14) da ② konumunda görülmekte olan arada dış yüklerin etkimeği Δz boyundaki küçük bir elemanın dengesini araştıralım.



Şekil 2.14. Çubuklar için burkulma

Eğer z kesitindeki kesit zorları P , Y , M ise $z + \Delta z$ kesitindekiler P , Y ve $M + \Delta M$ olur. Burada P iç kuvveti çubuk eksenine z ye paralel olup, $Y \perp P$ dir ve Y ile P iç kuvvetleri kesit tesirleri T ile N den şiddetçe farklıdır. Şekil değiştirmiş geometri üzerinde (② konumunda) yazılacak moment denge denkleminde,

$$(M + \Delta M) - M - P\Delta v - Y\Delta z = 0$$

bulunur. İfade sadeleştirilip, Δz ye bölünüp, limite geçilirse,

$$\frac{dM}{dz} = Y + P \frac{dv}{dz} \Rightarrow M' = Y + Pv' \quad (2.24)$$

elde edilir. Buna ilave olarak elimizde bir de moment-eğrilik ilişkisi,

$$M = -Elv'' \quad (2.25)$$

var. Eğer (2.24) ile (2.25) dan sabit değerli kesme etkisi Y çözülürse,

$$Y = -[(Elv'')' + Pv'] \quad (2.26)$$

sonucuna ulaşılır. İfadenin türevi alınırsa,

$$Y = 0 \Rightarrow (Elv'')'' + Pv'' = 0 \quad (2.27)$$

elde edilir. (2.27)'de eğer $EI = \text{sabit}$ ise, bağıntı daha da sadeleşerek $Elv^{iv} + Pv'' = 0$ biçiminde yazılır. Düşey P kuvveti çubuk eksenı boyunca sabitse, (2.27) her mesnet koşulu için çözülebilir. Bunlardan en basit iki tanesi,

- Mafsallı uç : $v = v'' = 0$
- Ankastre uç : $v = v' = 0$

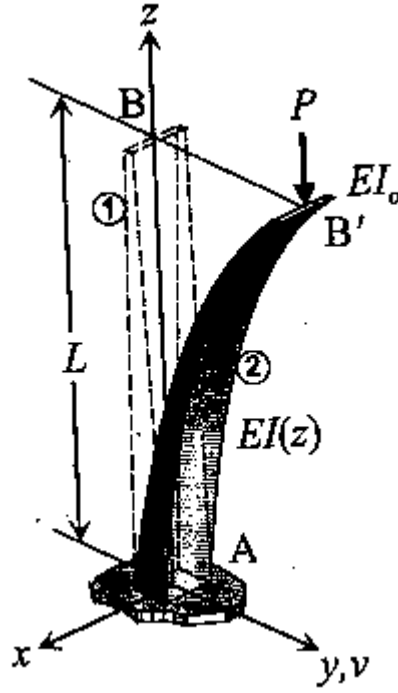
dır. Şekil (2.15) deki gibi serbest uçta tek dış yük düşey P kuvveti ise, $M = Y = 0$ olur. Buna göre (2.25) ile (2.26)'den

- Serbest uç : $v'' = 0$ ve $(Elv'')' + Pv' = 0$

bulunur. Böylece (2.27)'deki dördüncü dereceden lineer ve homojen diferansiyel denklem, homojen sınır koşulları altında çözülebilir.

2.8. Diferansiyel Denklem Yöntemi

Şekil (2.15) deki gibi değişken kesitli bir çubukta, eğilme rijitliği fonksiyonu $EI(z)$ eğer EI_0 gibi sabit bir rijitliğe bölünürse, kesit değişimini gösteren boyutsuz fonksiyon,



Şekil 2.15. Değişken kesitli çubukta eğilme rijitliği

$$\psi(z) = \frac{EI(z)}{EI_0}$$

biçiminde elde edilir. Buna göre, (2.27) EI_0 a bölünüp $\lambda^2 = P / EI_0$ ve $\psi(z)$ yerleştirmesiyle düzenlenirse,

$$(\psi v'')'' + \lambda^2 \psi v'' = 0$$

olur. Yukarıdaki değişken katsayılı lineer homojen diferansiyel denklemin genel çözümü,

$$v(z) = c_1 \varphi_1(z, \lambda) + c_2 \varphi_2(z, \lambda) + c_3 \frac{z}{L} + c_4 \quad (2.28)$$

dür. (2.28) de çözüm fonksiyonları $\varphi_1(z, \lambda)$ ile $\varphi_2(z, \lambda)$ transandant olup, integral sabitleri c_1, c_2, c_3, c_4 çubuğun iki ucunda yazılacak ikişer sınır koşulundan belirlenir. Bu yolla yazılacak dört denklem,

$$\left. \begin{aligned} g_{11}c_1 + g_{12}c_2 + g_{13}c_3 + g_{14}c_4 &= 0 \\ g_{21}c_1 + g_{22}c_2 + g_{23}c_3 + g_{24}c_4 &= 0 \\ g_{31}c_1 + g_{32}c_2 + g_{33}c_3 + g_{34}c_4 &= 0 \\ g_{41}c_1 + g_{42}c_2 + g_{43}c_3 + g_{44}c_4 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.29)$$

bir homojen denklem takımıdır. (2.29)'deki dört integral sabiti c_i ($i=1, \dots, 4$)'nin çarpanları $g_{ij} = g_{ij}(\lambda)$ dır. (2.29) nin trivial çözümü $c_1 = c_2 = c_3 = c_4 = 0$ aslında ① konumu olup, $c_i \neq 0$ ($i=1, \dots, 4$) olacak biçimde bir başka denge konumu ② nin araştırılması (Bakınız Şekil 2.15), bizi diferansiyel denklem kuramında kullanılan özdeğer problemine götürür. Eğer sabitler $c_i \neq 0$, ($i=1, \dots, 4$), olacak biçimde (2.29) sağlatılmak istenirse, katsayılar determinantı,

$$\begin{vmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} & g_{14} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} & g_{24} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} & g_{34} \\ g_{41} & g_{42} & g_{43} & g_{44} \end{vmatrix} = \Delta(\lambda) = 0 \quad (2.30)$$

olmalıdır. $\Delta(\lambda) = 0$ denkleminde burkulma şartı ve (2.30) deki determinanta *burkulma determinanti* denir. $\Delta(\lambda) = 0$ bir transandant denklem olduğu için, bunun sonsuz sayıdaki kökü λ_i , ($i=1, 2, \dots, \infty$), aynı zamanda özdeğerler olup, $\lambda_i^2 = P_i / EI_o$ dan kritik yükler hesaplanır. Eğer özdeğerler küçükten büyüğe,

$$\lambda_1 < \lambda_2 < \dots < \lambda_\infty$$

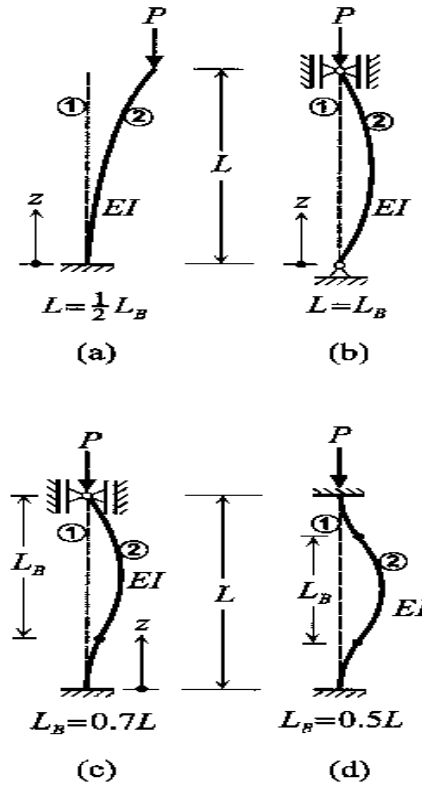
biçiminde sıraya dizildikten sonra en küçük köke göre hesap yapılırsa, mühendis uygulamalarında anlamlı bir büyüklük olan kritik yük,

$$P_{kr} = \lambda_1^2 EI_o$$

elde edilir. Her biri λ_i için (2.29) den bir takım $c_j(\lambda_i)$, ($j=1,\dots,4$ ve $i=1,\dots,\infty$), katsayıları hesaplanır ve bunlar (2.28) de yerleştirilirse, çubuğun elastik eğrisini veren $v_i(z)$ öz fonksiyonları elde edilir.

2.9. Euler Halleri

Eğilme rijitliği $EI = \text{sabit}$ olması durumunda EULER hali olarak da bilinen Şekil (2.16) deki dört basit durum için kritik yük hesabımı yapalım.



Şekil 2.16. Euler hali için dört basit durum

Sabit katsayılı (2.27) diferansiyel denklemi eğer $\lambda^2 = P/EI$ olacak biçimde yeniden düzenlenirse $v^{iv} + \lambda^2 v'' = 0$ elde edilir ve (2.28) genel çözümü yerine,

$$v(z) = C_1 \sin(\lambda z) + C_2 \cos(\lambda z) + C_3 \frac{z}{L} + C_4 \quad (2.31)$$

yazılır.

- Bir ucu ankastre diğer ucu serbest : Şekil (2.16a) daki çubukta sınır koşulları,

$$\begin{aligned} v(z)|_{z=0} &= 0, & v'(z)|_{z=0} &= 0 \\ v''(z)|_{z=L} &= 0, & v'''(z)|_{z=L} + \lambda^2 v'(z)|_{z=L} &= 0 \end{aligned}$$

dir. Bu koşulların (2.31) de kullanılması ile, burkulma determinanı,

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ \lambda & 0 & \frac{1}{L} & 0 \\ -\lambda^2 \sin(\lambda L) & -\lambda^2 \cos(\lambda L) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\lambda^2}{L} & 0 \end{vmatrix} = \frac{\lambda^5}{L} \cos(\lambda L) = 0$$

dır. Bunu sağlayacak $\lambda_n L = (2n+1)(\frac{1}{2}\pi)$, ($n = 0,1,2,\dots$) kökleri özel değerlerdir.

$\lambda_n^2 = P_n / EI$ olduğuna göre $n = 0$ için en küçük köke göre, kritik yük,

$$\blacktriangleright \quad P_{kr} = \frac{\pi^2 EI}{4L^2} \quad (2.32)$$

olur.

- İki ucu mafsallı: Şekil (2.16b) daki çubukta sınır koşulları,

$$\begin{aligned} v(z)|_{z=0} &= 0 & v''(z)|_{z=0} &= 0 \\ v(z)|_{z=L} &= 0 & v''(z)|_{z=L} &= 0 \end{aligned}$$

dır. Buna göre burkulma determinanı,

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -\lambda^2 & 0 & 0 \\ \sin(\lambda L) & \cos(\lambda L) & 1 & 1 \\ -\lambda^2 \sin(\lambda L) & -\lambda^2 \cos(\lambda L) & 0 & 0 \end{vmatrix} = -\lambda^4 \sin(\lambda L) = 0$$

olur. Bunun kökleri $\lambda_n L = n\pi$, ($n = 0, 1, 2, \dots$), özel değeri olur. $\lambda_n^2 = P_n / EI$ olduğuna göre $n = 0$ için en küçük köke göre, kritik yük,

$$\blacktriangleright \quad P_{kr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (2.33)$$

biçiminde elde edilir.

- Bir ucu ankastre diğeri ucu mafsallı: Şekil (2.16c) deki çubukta sınır koşulları,

$$v(z)|_{z=0} = 0 \quad v'(z)|_{z=0} = 0$$

$$v(z)|_{z=L} = 0 \quad v''(z)|_{z=L} = 0$$

dır. Buna göre burkulma determinanı

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ \lambda & 0 & \frac{1}{\lambda} & 0 \\ \sin(\lambda L) & \cos(\lambda L) & 1 & 1 \\ -\lambda^2 \sin(\lambda L) & -\lambda^2 \cos(\lambda L) & 0 & 0 \end{vmatrix} = -\frac{\lambda^2}{L} [\sin(\lambda L) - \lambda L \cos(\lambda L)] = 0$$

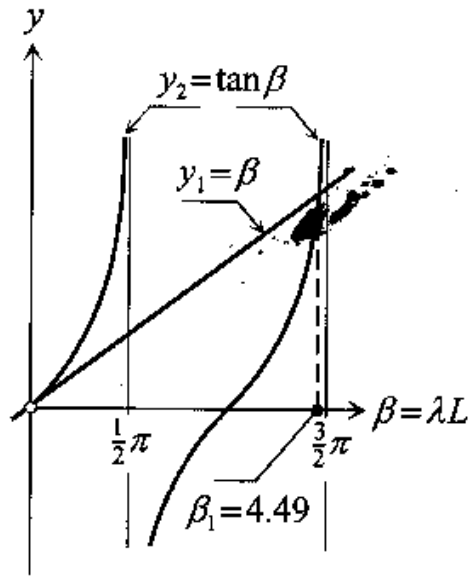
olur. Bu transadant denklem düzenlenirse,

$$\tan(\lambda L) = \lambda L$$

sonucuna ulaşılır ve denklemin sıfır olmayan en küçük kökü, grafik yolla bulunur. Eğer $\beta = \lambda L$ denirse,

$$y_1 = \beta \quad \text{ve} \quad y_2 = \tan \beta$$

eğrilerinin ara kesitine bakılarak, Şekil (2.17) de görüldüğü gibi $\beta_1 = \lambda_1 L \cong 4.49$ biçiminde elde edilir.



Şekil 2.17. Eğrilerin grafiği

Buna göre $\lambda_1^2 = P_{kr} / EI$ dan, kritik yük,

$$\blacktriangleright \quad P_{kr} = \lambda_1^2 EI = \frac{20.19EI}{L^2} = 2.05 \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (2.34)$$

olur.

- İki ucu ankastre: Şekil (2.16d) deki çubukta sınır koşulları,

$$v(z)\big|_{z=0} = 0$$

$$v'(z)\big|_{z=0} = 0$$

$$v(z)\big|_{z=L} = 0$$

$$v'(z)\big|_{z=L} = 0$$

dır. Burkulma determinanı $\sin(\frac{1}{2}\lambda L) = 0$ olur ve bunun sıfır olmayan en küçük kökü

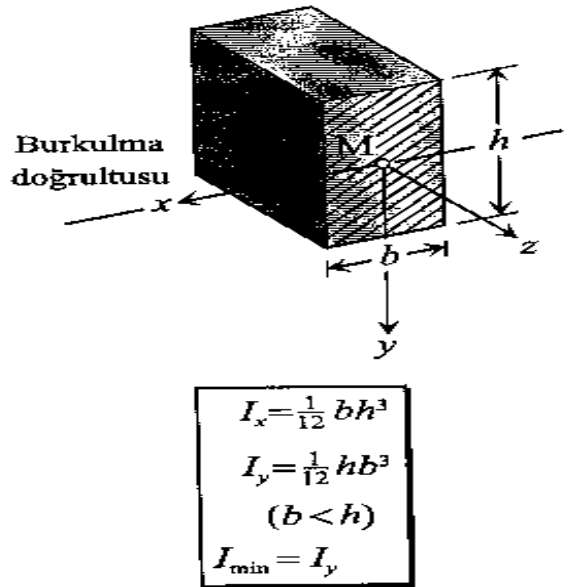
$\frac{1}{2}\lambda L = \pi$ için burkulma yükü,

$$\blacktriangleright P_{kr} = 4 \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (2.35)$$

olur.

2.9.1. Burkulma Doğrusu

(2.32), (2.33), (2.34), (2.35) daki kritik yük hesaplarında kullanılan eylemsizlik momenti $I = \min(I_1, I_2)$ dir. Kesitin iki asal ekseninden en büyük eylemsizlik momentini veren eksen, çubuğun *burkulma doğrusunu* da gösterir.



Şekil 2.18. Burkulma doğrultusu

Örneğin Şekil (2.18)'teki dikdörtgen kesitte $h > b$ ise, burkulma hesabında kullanılacak eylemsizlik momenti $I_{\min} = I_y = \frac{1}{12}hb^3$ olacağından bu kesitte burkulma doğrusu x ekseni olur.

2.9.2. Burkulma Boyu

Şekil (2.16) de verilmiş olan dört EULER haline ait burkulma yükü formülleri (2.32), (2.33), (2.34) ile (2.35) tek bir yapı altına toparlanabilir. İki ucu mafsallı çubukta (2.33) den hareketle, EULER kritik yükü denilen genel denklem;

$$\blacktriangleright \quad P_{kr} = \frac{\pi^2 EI}{L_B^2} \quad (2.36)$$

biçiminde yazılır. Burada L_B burkulma boyu denilen bir büyüklüktür. Şekil (2.16) deki doğru eksenli çubukların mesnet koşullarına bağlı olarak burkulma boyu;

- bir uç ankastre diğer uç serbest $\Rightarrow L_B = 2L$: (2.32) için,
- iki uç da mafsallı $\Rightarrow L_B = L$: (2.33) için,
- bir uç ankastre diğer uç kayıcı mafsallı $\Rightarrow L_B = 0.7L$: (2.34) için,
- iki uç da ankastre $\Rightarrow L_B = 0.5L$: (2.35) içindir.

Kritik yük bulunduktan sonra, çubuk, yükün bu şiddetine kadar yüklenmesn isteniyorsa, kritik yük $n > 1$ olacak biçimde bir emniyet katsayısına bölünerek güvenle taşınacak servis yükü,

$$P_{em} = \frac{P_{kr}}{n} \quad (2.37)$$

belirlenir.

2.10. Burkulma arpanı

Yöntem, burkulma problemini bir eğilme problemi gibi ele alır. Hesaplarda kullanılacak ω sayısal değeri narinlik oranına bağlı olarak tablodan okunur. Buna göre, servis yükü P 'yi aktaracak, kesit alanı A olan çubukta en büyük normal gerilme $\sigma_{\max} = P / A$ nın sağlaması gereken koşul,

$$\omega \sigma_{\max} \leq \sigma_{em} \Rightarrow \omega \frac{P}{A} \leq \sigma_{em} \quad (2.38)$$

biçiminde ifade edilir. Eğer (2.38) sağlanmaz ise, ya kesit alanı arttırılmalı, ya da yük azaltılmalıdır. ω tablosu hazırlanırken,

- σ_{em} belli olmalı,
- emniyet katsayısı n seçilmeli,
- elastik olmayan bölge için σ_{kr} bağıntısı belirlenmelidir.

Servis yükü P nin hem gerilme hem de stabilite problemi olarak sağlaması gereken koşullar, sırasıyla,

$$\sigma_{em} = \omega \frac{P}{A} \quad \text{ve} \quad P = \frac{P_{kr}}{n} = \frac{\sigma_{kr} A}{n}$$

dır. Bu iki denklemden P yok edilirse, *burkulma çarpanı*,

$$\blacktriangleright \quad \omega = n \frac{\sigma_{em}}{\sigma_{kr}} \quad (2.39)$$

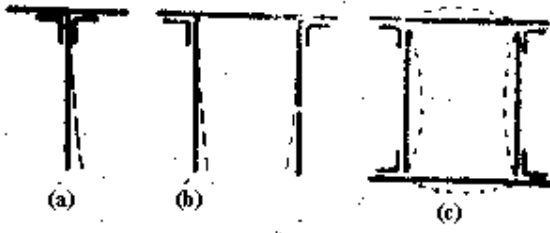
bulunur. Burada $\sigma_{kr}(\lambda)$ olduğundan $\omega(\lambda)$ dır. Örneğin yapı çeliği ST37 ve ST52 nin ω değerleri için Tablo (2.2)'ten yararlanılabilir. Daha kapsamlı açıklama için çelik kitapları önerilir.

Tablo 2.2. ST37 ve ST52 için ω değerleri.

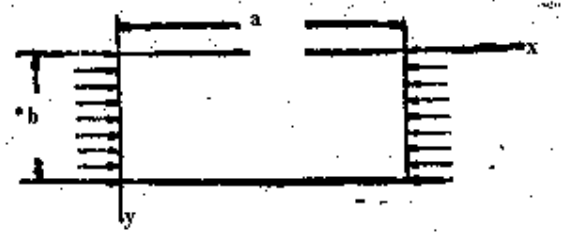
λ	20	30	40	50	100	150	200	250
ω_{ST37}	1.04	1.08	1.14	1.21	1.90	3.80	6.75	10.55
ω_{ST52}	1.06	1.11	1.19	1.28	2.53	5.70	10.13	15.83

2.11. Dikdörtgen Levhaların (Plakların) Burkulması

Tatbikatta basınca maruz olan dikdörtgen levhaların burkulması problemi, çelik inşaatta ekseriye rastlandığı üzere, levhalardan mürekkep basınca maruz elemanların (şekil 2.19) elastik stabilitelerinin incelenmesinde önemlidir. Böyle bir elemanın kırılması bütün elemanın burkulmasından ziyade gövdenin veya yan plakların burkulması ile meydana gelir. Mesela (şekil 2.19) de gösterilen hallerde levhalar yeter derecede kalın seçilmişse bunlar kesik çizgi ile gösterildiği gibi burkulabilir. Basınca maruz bir elemanın uzunluğu her zaman kesit boyutlarına göre büyük olduğundan bu problem basınca maruz uzun bir levhanın burkulması problemine irca edilebilir (şekil 2.20). Plakın kısa kenarı basit mesnetli gibi göz önüne alınabilir. Diğer iki kenar boyunca şartlar kesit biçimine bağlıdır. Mesela kutu kesiti şekil 2.19c deki gibi kare biçiminde ise ve kenar levhalarının hepsi aynı kalınlıkta iseler hepsi birden aynı zamanda burkulmamaya meylederler ve her bir kenar, bütün kenarlarından basit olarak mesnetlenmiş basınca maruz dikdörtgen bir plak gibi göz önüne alınabilir. Şekil 2.19a ve 2.19b de görülen hallerde düşey gövde levhalarının alt kenarları serbest üst kenarları ise elastik olarak ankastredir.



Şekil 2.19. Yan plakların burkulması



Şekil 2.20. Plakın boylamasına burkulması

Şekil 2.20 deki gibi bir plağın boylamasına kenarlarındaki çeşitli şartlara ait burkulma probleminin esaslı çözümleri elde edilmiştir. Burada yalnız bu çözümlerden elde edilen kritik gerilmelerin değerlerini veriyoruz.

Dört kenarından basit mesnetli dikdörtgen plakta x doğrultusundaki üniform basınç tesiri ile (şekil 2.20) karelere veya kareye yakın dikdörtgenlere bölünecek şekilde burkulur.

Basınç gerilmesinin kritik değeri bu denklemle verilir.

$$\sigma_{cr} = \beta \sigma_o \quad (2.40)$$

Burada

$$\sigma_o = \frac{\pi^2 E h^2}{12 b^2 (1 - \mu^2)} \quad (2.41)$$

dir. h_1 plakın kalınlığı, b ise genişliğidir.

$$\beta = \left(\frac{a}{mb} + \frac{mb}{a} \right)^2 \quad (a)$$

ifadesi a/b oranına ve plakın burkulmada bölündüğü m dalga sayısına bağlı bir faktördür. m tam sayıdır. m yi öyle seçmelidir ki β minimum olsun. Tablo 2.3 de faktörün çeşitli değerleri verilmiştir.

Tablo 2.3. Basit mesnetli dikdörtgen plaklara ait kritik basınç gerilmesini hesap etmeye yarayan sabitler

a/b	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,7	3
β	8,41	5,14	4,20	4,0	4,13	4,47	4,20	4,04	4,00	4,04	4,13	4,04	4,00
σ_{cr}	1600	980	798	763	784	847	798	770	763	770	784	770	763

Uzun plaklar için ($a/b > 3$) daima $\beta = 4$ almak kafidir. Yukarıdaki tablodaki σ_{cr} değerleri hesap edilirken $E = 2,1 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^2$, $\mu = 0,3$ ve $h/b = 0,01$ farzedilmiştir. h/b oranının herhangi bir değerine ait kritik gerilmeyi elde etmek için tablodaki değeri $10^4 (h^2/b^2)$ ile çarpmalıdır. Bunu açıklamak için akma gerilmesi 2800 kg/cm^2 olan uzun bir çelik plak alalım ve kritik gerilmeyi akma gerilmesine eşit kılan b/h oranını tayin etmek istediğimizi farz edelim. $\beta = 4$ farzedip tablo 2.3'ü kullanırsak

$$\sigma_{er} = 763 \times 10^4 \times \frac{h^2}{b^2} = 2800 \text{ kg/cm}$$

elde ederiz. Buradan

$$\frac{h}{b} = 52,2 \quad (b)$$

olur. b/h oranının büyük değerleri için burkulma tehlikesi malzemenin akma gerilmesinden daha küçük bir basınç gerilmesinde vaki olur. Bu gibi hallerde emniyet gerilmesini tayin ederken malzemenin akma gerilmesini değil, kritik gerilmeyi esas almak icap eder.

a) Plakın uç kenarının basit mesnetli ve dördüncü kenarının boşta olması hali:

$y = b$ gibi uzun kenarlardan biri (şekil 2.20 bakınız) boşta ise kritik gerilmeyi hesap etmek için evvelki (2.40) denklemi kullanılabilir. Yalnız bu halde β faktörünün değerlerini tablo 2.4'ten almak icap eder.

Tablo 2.4 Üç kenarından basit mesnetli ve dördüncü kenarı ($y=b$) boşta olan dikdörtgen bir plaka ait kritik basınç gerilmesini hesap etmeye yarayan β sabiti

$a/b =$	0.5	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.5	3.0	4.0	5.0
$\beta =$	4.40	1.440	1.135	0.952	0.835	0.755	0.698	0.610	0.564	0.516	0.506

b) İki karşılıklı kenarın basit mesnetli, üçüncü kenarın ankastre, dördüncü kenarın boşta olması hali: Şekil 2.20'deki $x = 0$, $x = a$ kenarlarını basit mesnetli ve $y = 0$ kenarını ankastre alalım. Burada da aynı (2.40) denklemi kullanılabilir. β faktörünün değerleri tablo 2.5'te verilmiştir.

Tablo 2.5. İki karşılıklı kenarın basit mesnetli, üçüncü kenarın ankastre, dördüncü kenarı ($y=b$) boşta olan dikdörtgen bir plaka ait kritik basınç gerilmesini hesap etmeye yarayan β sabiti

$a/b =$	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0	2.2	2.4	2.6	2.8	3
$\beta =$	1.70	1.56	1.47	1.41	1.36	1.34	1.33	1.33	1.34	1.36	1.38	1.45	1.47	1.41	1.36	1.34

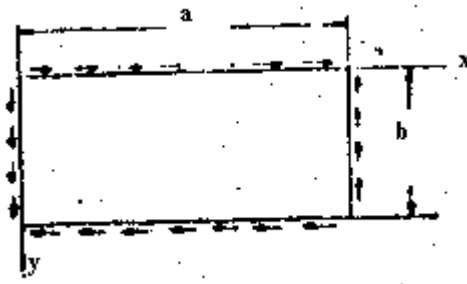
a/b oranının büyük değerleri için $\beta = 1,33$ almak yeter bir yaklaşıklık temin eder.

c) İki karşılıklı kenar basit mesnetli ve diğer iki kenar ankastre hali: $x = 0$ ve $x = a$ kenarları basit mesnetli olsun. (2.40) denklemindeki β faktörüne tekabül eden değerler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 2.6. İki karşılıklı kenar basit mesnetli ve diğer kenarları ankastre olan dikdörtgen bir plaka ait kritik gerilmeyi hesap yapmaya yarayan β sabiti

$a/b =$	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.1
$\beta =$	9.44	7.69	7.05	7.00	7.29	7.83	7.69	7.05	7.00	7.29	7.05	7.00

d) Dörtkenarından mesnetli ve kenarları boyunca üniform olarak yayılmış kayma gerilmelerinin tesirine maruz dikdörtgen plak hali: Şekil 2.21' de görüldüğü gibi



Şekil 2.21. Dörtkenarından mesnetli ve kenarları boyunca üniform olarak yayılmış kayma gerilmelerinin tesirine maruz dikdörtgen plak

kayma gerilmesinin, plakın burkulmasını hasıl eden kritik değeri şudur:

$$\sigma_{cr} = \beta \sigma_o \quad (2.42)$$

Nümerik β faktörünün değerleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 2.7. Dört kenarından basit mesnetli ve üniform kaymaya maruz dikdörtgen bir plaka ait kritik gerilmeyi hesaplamaya yarayan β sabiti.

$a/b =$	1	1.2	1.4	1.5	1.6	1.8	2.0	2.5	3	∞
$\beta =$	9.42	8.0	7.3	7.1	7.0	6.8	6.6	6.3	6.1	5.4

Bu tablo bir mürekkep kirişin gövde kalınlığını geçerken kullanılabilir. Mesnetler civarında en büyük faktör kesme kuvvetidir. Onun için gövdenin iki takviye kirişi arasındaki kısmı, yalnız kayma gerilmelerinin tesirine maruz ve kenarlarından basit mesnetli dikdörtgen bir levha gibi göz önüne alınabilir. Mesela iki takviye kirişi arasındaki uzaklık 1,5 mm, $E = 2,1 \times 10^8 \text{ kg/cm}^2$ ve $\mu = 0,3$ ise kalınlığı h ve derinliği b olan kirişe ait kritik gerilme için şu değerler elde edilir.

Tablo 2.8. Kalınlığı h ve derinliği b olan kirişe ait kritik gerilme değerleri

b	$h = 9 \text{ m/m}$	$h = 11 \text{ m/m}$	$h = 13 \text{ m/m}$	$h = 15 \text{ m/m}$
1.5 m	680	960	1330	1700
2.1 m	528	472	1030	1380
3 m	478	671	932	1242

Mürekkep basınç elemanlarında kullanılan ve kesitleri, şekil 2.19 da gösterilen çelik plakların gerekli kalınlıkları 2.3-2.8 tablolarından elde edilebilir. Kutu kesitin (şekil 19, c) kenarları, basit mesnetli uzun dikdörtgen plakları gibi göz önüne alınırsa kritik basınç gerilmesi,

$$\sigma_{er} = 4\sigma_e = \frac{\pi^2 h^2}{3b^2} \frac{E}{1 - \mu^2} \quad (c)$$

olur. Misal olarak $h/b = 0,01$ alırsak

$$\sigma_{er} = 763 \text{ kg/cm}^2$$

buluruz. Bu gerilme yapı çeliğine ait ornatı sınırının çok altındadır. Aynı plakın kenarlarının ankastre olduğu farz edilirse

$$\sigma_{er} = 7\sigma_e = \frac{7}{4} 763 = 1345 \text{ kg/cm}^2$$

bulunur.

Şekil 2.19 (a) ve (b) hallerindeki basınca maruz düşey çelik çubuklar üst kenarı boyunca ankastre, alt kenarı boyunca serbestmiş gibi göz önüne alınabilir. Bu yüzden kritik gerilme şuna eşit olur:

$$\sigma_{er} = 1,33\sigma_e = \frac{1,33\pi^2}{12} \cdot \frac{h^2}{b^2} - \frac{E}{1-\mu^2} \quad (d)$$

plakın stabilitesi yine b/h oranına bağlıdır. Yapı çeliğinin akma gerilmesinin 2100 kg/cm^2 olduğunu farz edersek σ_{er} yi bu gerilmeye eşit kılan b/h oranının değeri (d) denkleminde

$$\frac{b}{h} = \sqrt{\frac{1,33\pi^2}{12 \times 2100} \times \frac{2,1 \times 10^8}{0,91}} = 35$$

bulunur. Netice olarak $b/h > 35$ olduğu zaman kritik gerilme malzemenin akma gerilmesinden küçük olur. Emniyet gerilmesini seçerken bu olayın göz önünde tutulması icap eder. Levhanın serbest kenarını takviye etmek suretiyle levhanın stabilitesi büyütülebilir.

Bütün yukarıdaki hallerde kritik gerilmenin orantı sınırından aşağıda olduğu farz edildi; orantı sınırından büyük gerilmelerde denklemlerimiz kritik gerilmeler için mübalağalı değer verirler.

3. MATERYAL VE YÖNTEM

3.1. Materyal

Tabakalı kompozit malzemelerde burkulma analizini incelerken numunelerde farklı fiber takviye malzemeleri kullanılmıştır. Sekiz tabakadan oluşan modelde karbon fiber, grafit fiber ve ikisinin kullanımıyla oluşmuş karma (hibrit) kompozit kullanılmıştır. Karma (hibrit) numuneler ise karbon+grafit şeklinde oluşturulmuştur. Bu materyallerin mekanik özellikleri aşağıdaki gibidir.

Tablo 3.1. Karbon fiber takviyeli malzemenin mekanik özellikleri [56]

E_1	165000 MPa
$E_2 = E_3$	8400 MPa
$G_{12} = G_{13}$	5600 MPa
G_{23}	2800 MPa
$\nu_{12} = \nu_{13}$	0.34
ν_{23}	0.5

Tablo 3.2. Grafit fiber takviyeli malzemenin mekanik özellikleri [68]

E_1	132500 MPa
$E_2 = E_3$	10800 MPa
$G_{12} = G_{13}$	5700 MPa
G_{23}	3400 MPa
$\nu_{12} = \nu_{13}$	0.24
ν_{23}	0.49

Numunede yedi farklı oryantasyon açısı simetrik ve anti simetrik olarak uygulanmıştır. Bu açılar $(0^\circ/0^\circ)$, $(0^\circ/15^\circ)$, $(0^\circ/30^\circ)$, $(0^\circ/45^\circ)$, $(0^\circ/60^\circ)$, $(0^\circ/75^\circ)$, $(0^\circ/90^\circ)$ şeklindedir. Numunelerde delaminasyon ve delik çapları daire ve kare olarak ayrı ayrı modellenmiştir. Toplamda sekiz adet delaminasyon incelenmiştir. Bunlardan dördü 0, 80 mm, 120 mm ve 160 mm çaplı daireden geri kalanı da bunlara eşdeğer alanda

oluşturulmuş 0, 70.89 mm, 106.34 mm ve 141.79 mm uzunluklu kareden meydana gelmiştir. Yine bu modellerde daire delaminasyonlarda 40 mm çaplı delik oluşturulurken kare delaminasyonlarda 35.44 mm uzunluklu kare delik yapılmıştır.

3.2. Yöntem

Burkulma analizini yaparken sonlu elemanlar metodu uygulanmıştır. Bunun için de ANSYS 11.0 paket programı kullanılmıştır.

3.2.1. Sonlu Elemanlar Metodu

Mühendisler uğraştıkları kompleks problemlere doğrudan yaklaşamadıkları zaman ya da doğrudan yaklaşımla çözümün daha zor olduğu durumlarda ana problemi daha kolay anlaşılabilen alt problemlere ayırıp, sonra bu alt problemlerin çözümünden orijinal problemin çözümünü elde etmeleri çoğu zaman kullanılan tabii metottur. Problemin çözümünde, iyi tanımlanmış sonlu sayıda eleman kullanarak yeterli bir model elde edilebilir. Böyle problemler sonlu olarak adlandırılır. Bazı problemler matematiksel sonsuz küçük kurgusuyla tanımlanabilir. Bu tanım diferansiyel denklemlere veya sonsuz sayıda eleman kullanımına götürür. Bu sistemler sürekli olarak vasıl adlandırılır. Gerçekte elastik sürekli ortamda elemanlar arası bağlantı noktalarının sayısı sonsuzdur.

Sonlu elemanlar metodunda eleman özellikleri değişik yollardan formüle edilir. Genelde uygulanan çözüm metotları;

- 1- Direkt yaklaşım
- 2- Varyasyon el yaklaşım
- 3- Ölçülmüş kalıcı yaklaşım
- 4- Enerji dengesi yaklaşımı

Bu yöntemle incelenmek istenen cisim, sonlu sayıda küçük elemana bölünerek inceleme yapıldığı için yöntem bu adı almıştır. Bir boyutlu yapılar düğümlerle sonlu sayıda bölünür; doğrular ve düzlemler ise iki ve üç boyutlu cisimleri bölmek için kullanılır, iki ve üç boyutta eşit olmayan uzunluklar meydana gelebilir.

4. ANSYS İLE MODELLEME

İki tip modelleme yapılacaktır. İlki daire delaminasyonlu ve daire delikli olacaktır. Diğeri ise kare delaminasyonlu ve kare deliklidir. Numunemiz 200*200*0.2 boyutlarında olup iki hacimli olarak modellenmiştir [66]. Set 1 ve 2 olmak üzere toplamda sekiz tabaka içermektedir. Adım adım numunelerimizin oluşumunu incelersek;

4.1. Numunelerin Oluşturulması

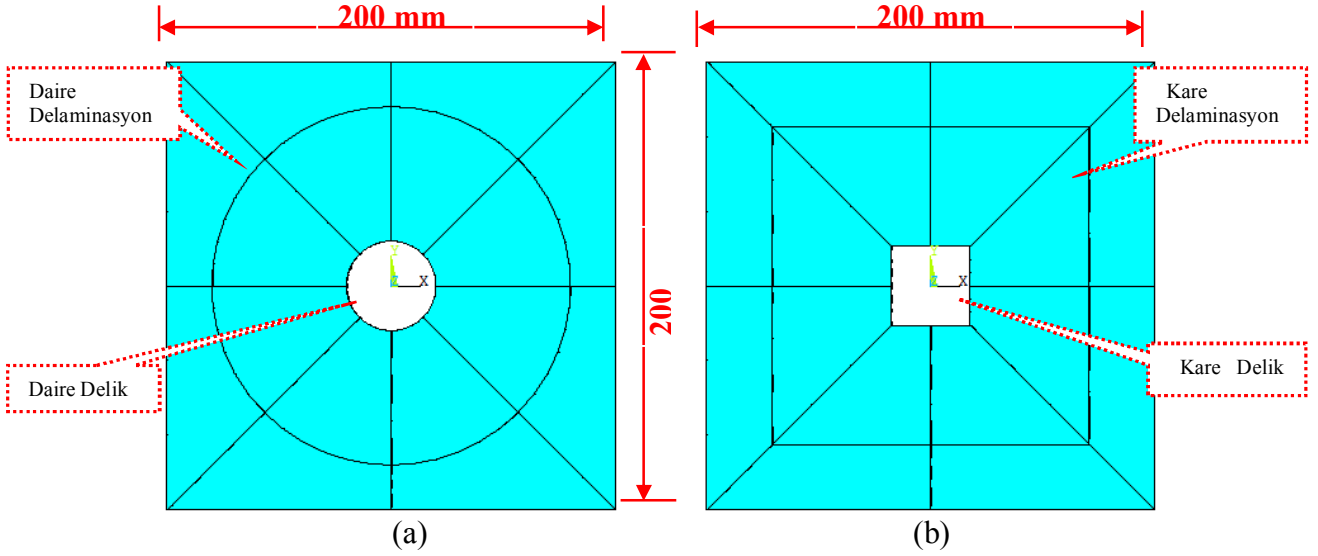
Seçilen eşdeğer oranda olan delik ve delaminasyon uzunlukları tabloda verilmiştir.

Tablo 4.1. Numunelerin ölçüleri

GERİLME DEĞERLERİ (MPa)		ORYANTASYON AÇISI (°)	DAİRE DELİKLİ NUMUNEDE DAİRE DELAMİNASYON ÇAPLARI (mm)				KARE DELİKLİ NUMUNEDE KARE DELAMİNASYON UZUNLUKLARI (mm)				Toplam
			0	80	120	160	0	70.89	106.34	141.79	
KARBON FİBER GRAFİT FİBER KARMA(HİBRİT)	SİMETRİK	(0/0)	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	24
		(0/15)	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	24
		(0/30)	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	24
		(0/45)	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	24
		(0/60)	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	24
		(0/75)	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	24
		(0/90)	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	24
	ANTI SİMETRİK	(0/0)	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	24
		(0/15)	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	24
		(0/30)	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	24
		(0/45)	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	24
		(0/60)	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	24
		(0/75)	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	24
		(0/90)	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	1x3	24
Toplam											336

Tablodan da anlaşılaçağı üzere 3 tip malzemeden toplam 336 tane gerilme değeri elde edilmiştir. Şekil 4.1’ de, burkulma analizlerinde oryantasyon açısı, delik geometrisi, delaminasyon geometrisi ve delaminasyon boyutunun etkisini tespit edebilmek için oluşturulan modellerden ikisi gösterilmiştir.

Levha alt kenarlarından ankastre mesnetlenip kenar boyunca tüm yer değıştirmeler ve dönmeler sıfır kabul edilmiştir. Levhanın üst kenarlarına birim basınç uygulanarak burkulma analizi yapılmıştır.



Şekil 4.1. Daire ve kare delikli ve delaminasyonlu model geometrileri.

Levhalar 0.2 mm toplam kalınlığa sahiptir. Analizler neticesinde kritik burkulma gerilmeleri elde edilmiş bu değerler kuvvet uygulanan alan ($200 \times 0.2 = 40 \text{ mm}^2$) ile çarpılarak kritik burkulma yükleri tespit edilmiştir.

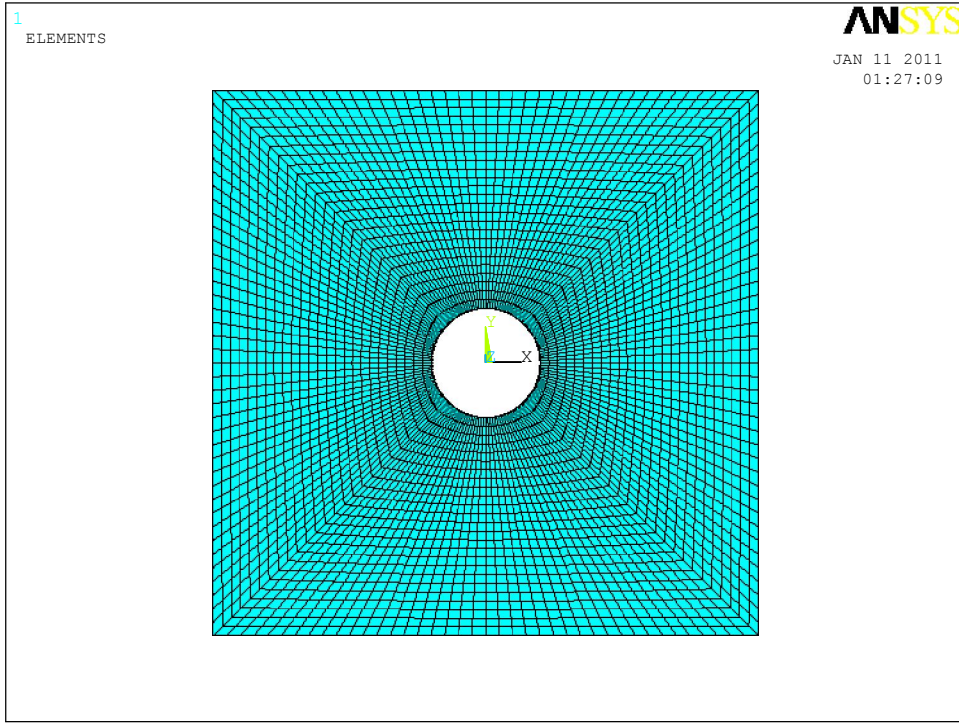
4.2. Malzeme Bilgilerinin Girilmesi

Bu kısımda oluşturulan modellerin eleman tipleri, tabaka bilgileri ve kullanılan kompozit malzemelerin mekanik özellikleri girilmiştir. Bütün numunelerde eleman tipi SOLİD 46 olarak seçilmiştir.

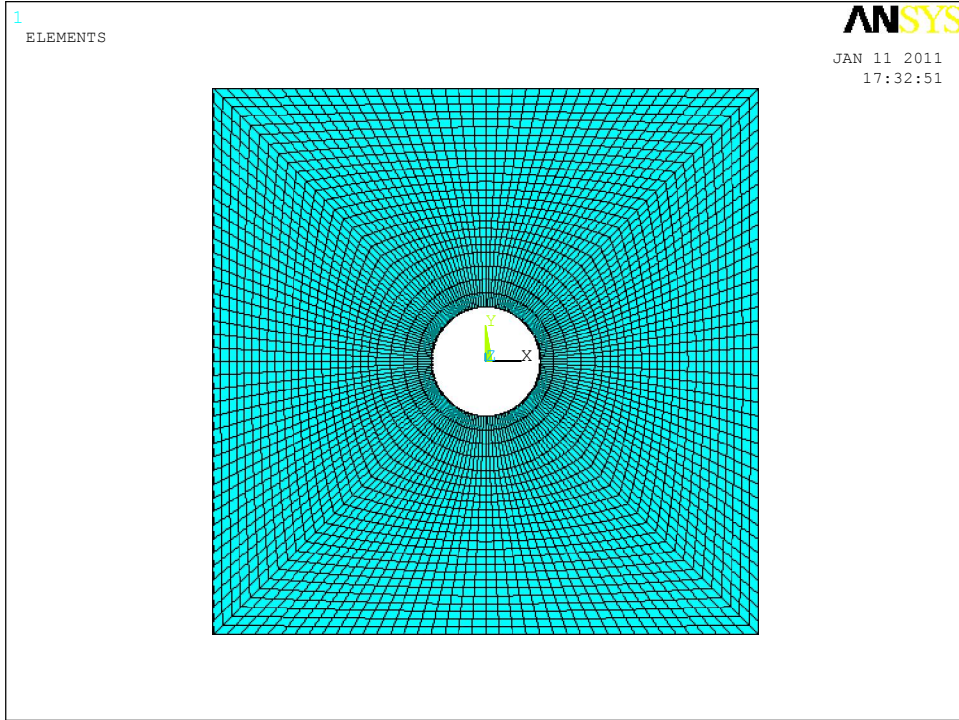
Tabaka bilgileri olarak ise yedi farklı oryantasyon açısı grubu kullanılmıştır. Bunlar simetrik ve anti simetrik olarak dizilmiştir.

Numunenin kalınlığı 0.2 mm olup toplamda sekiz tabaka ihtiva ettiği için her bir tabakanın kalınlığı 0.025 mm olmuştur.

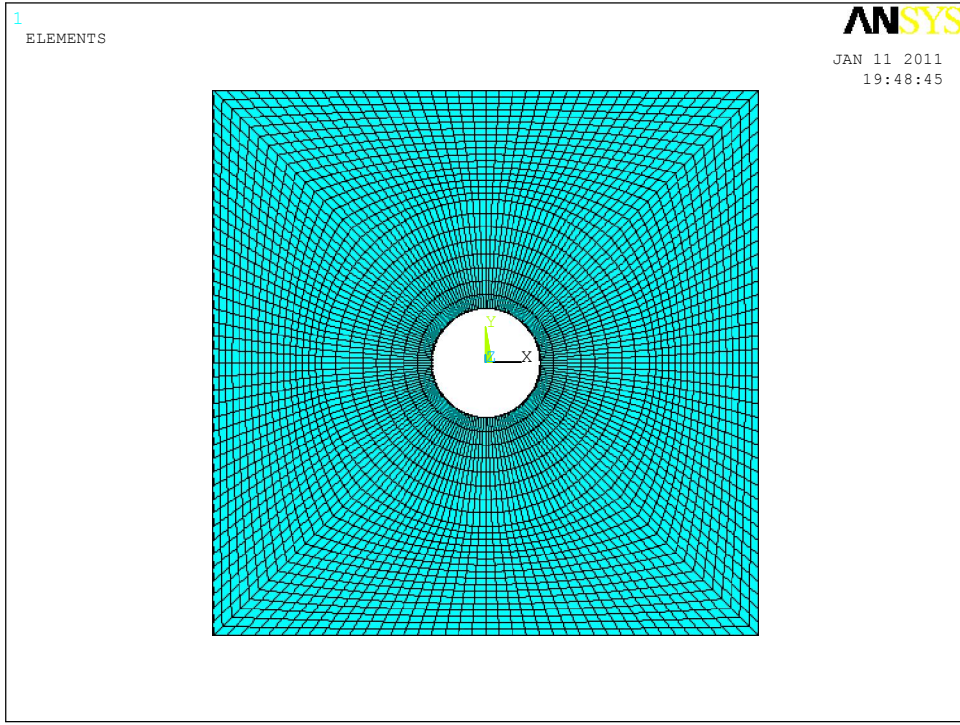
Malzemenin mekanik özellikleri bölüm üçte verilmiştir. Burada karma (hibrit) kompozit için 1 numaralı malzeme karbon fiber, 2 numaralı malzeme ise grafit fiberdir. Aşağıdaki resimlerde modellerin sonlu elemalar ağ yapısı verilmiştir.



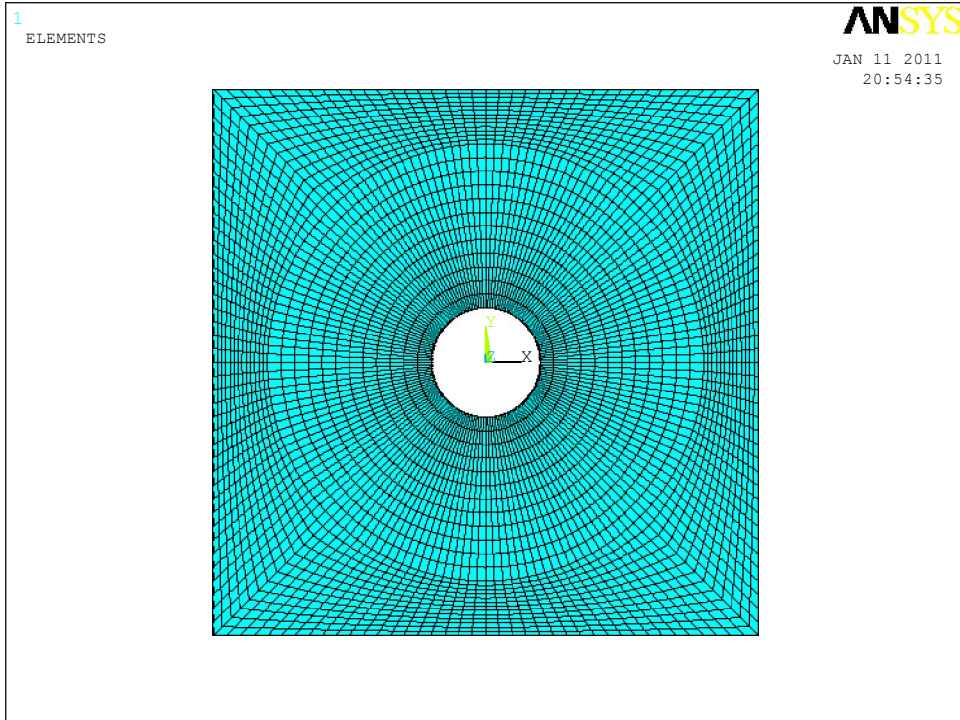
Şekil 4.2. Delaminasyonun bulunmadığı daire delikli numunenin sonlu eleman modeli



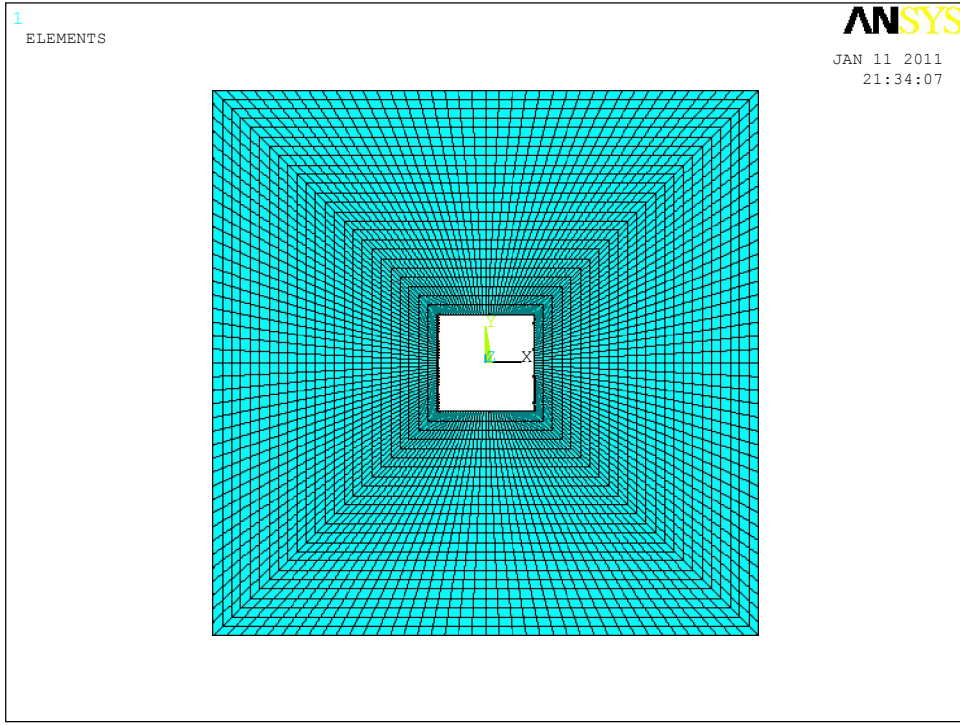
Şekil 4.3. 80 mm çaplı delaminasyon bulunan daire delikli malzemenin sonlu eleman modeli



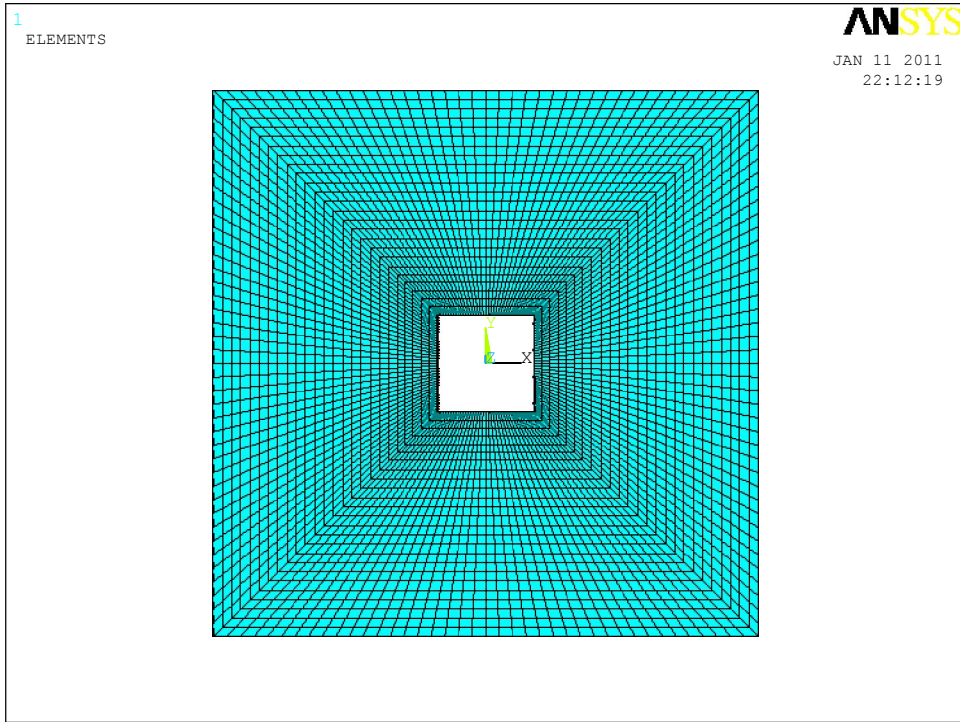
Şekil 4.4. 120 mm çaplı daire delikli malzemenin sonlu eleman modeli



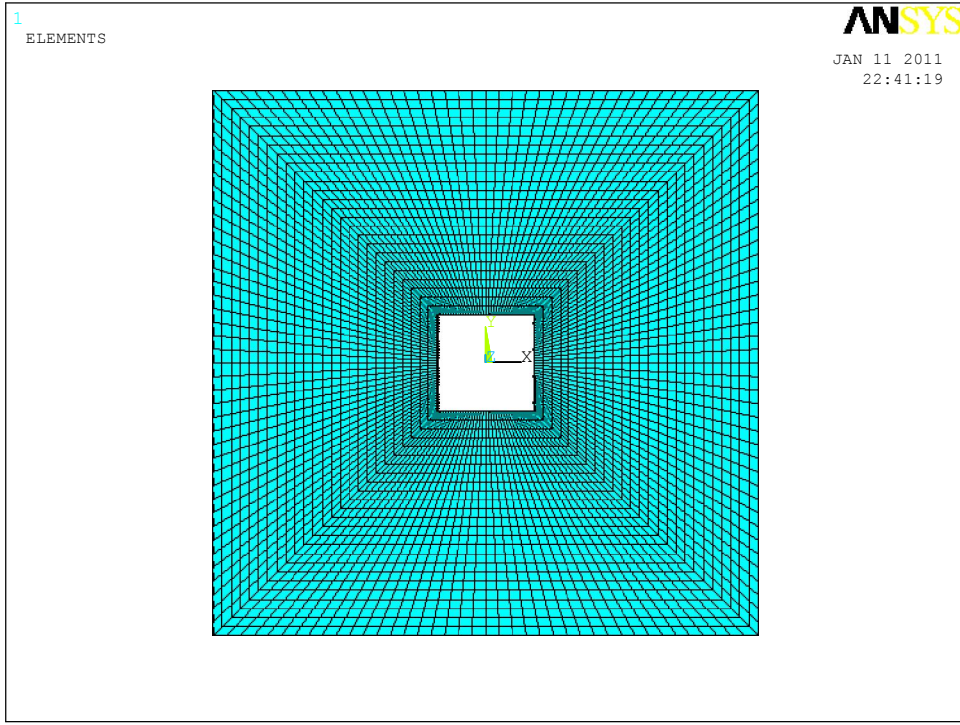
Şekil 4.5. 160 mm çaplı daire delikli numunenin sonlu eleman modeli



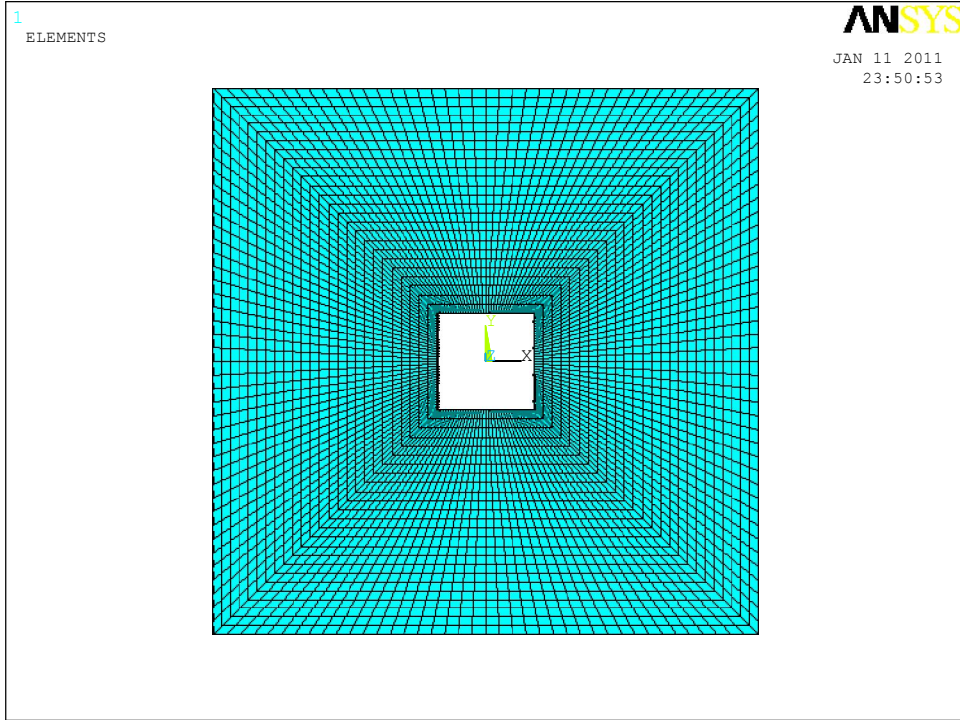
Şekil 4.6. Delaminasyonun bulunmadığı kare delikli kompozitin sonlu eleman modeli



Şekil 4.7. 70.89 mm uzunluklu kare delaminasyonlu kare delikli numunenin sonlu eleman modeli

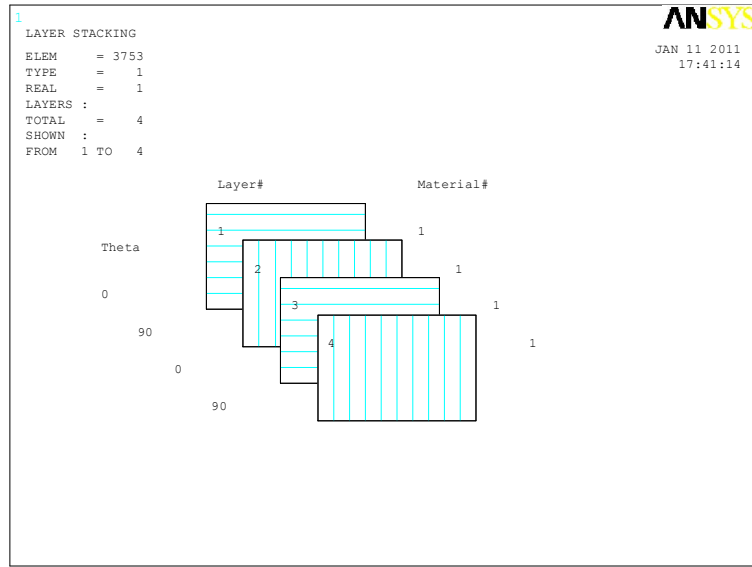


Şekil 4.8. 106.34 mm uzunluklu kare delaminasyonlu kare delikli malzemenin sonlu eleman modeli

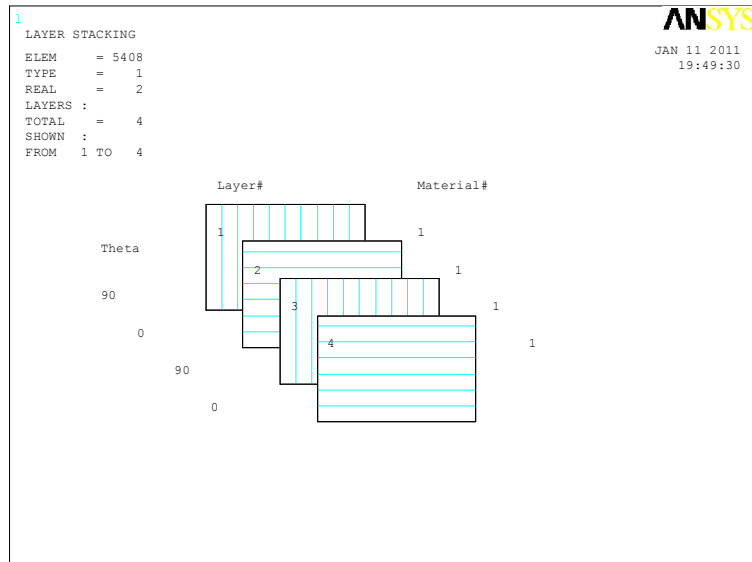


Şekil 4.9. 141.79 mm uzunluklu kare delaminasyonlu kare delikli numunenin sonlu eleman modeli

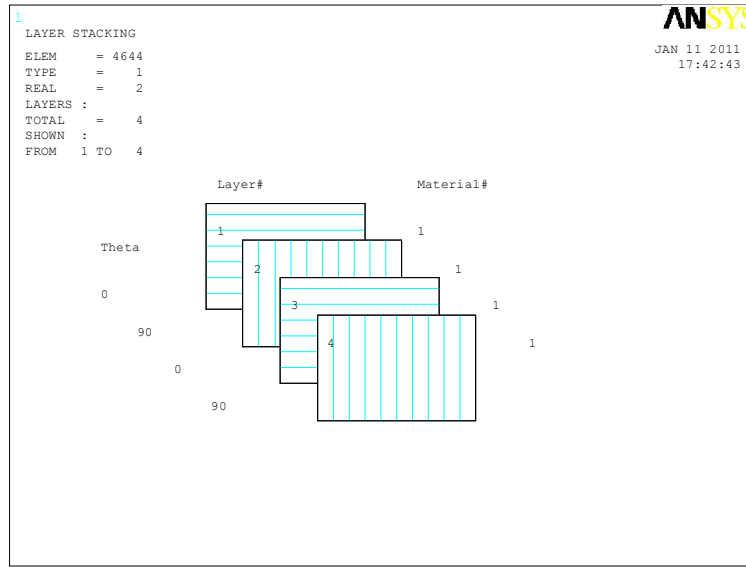
Mesh işlemi uygulandıktan sonra Set 1 ve 2 nin tabakalı hallerini görebiliriz.



Şekil 4.10. Set 1 in fiber açılarının gösterilmesi



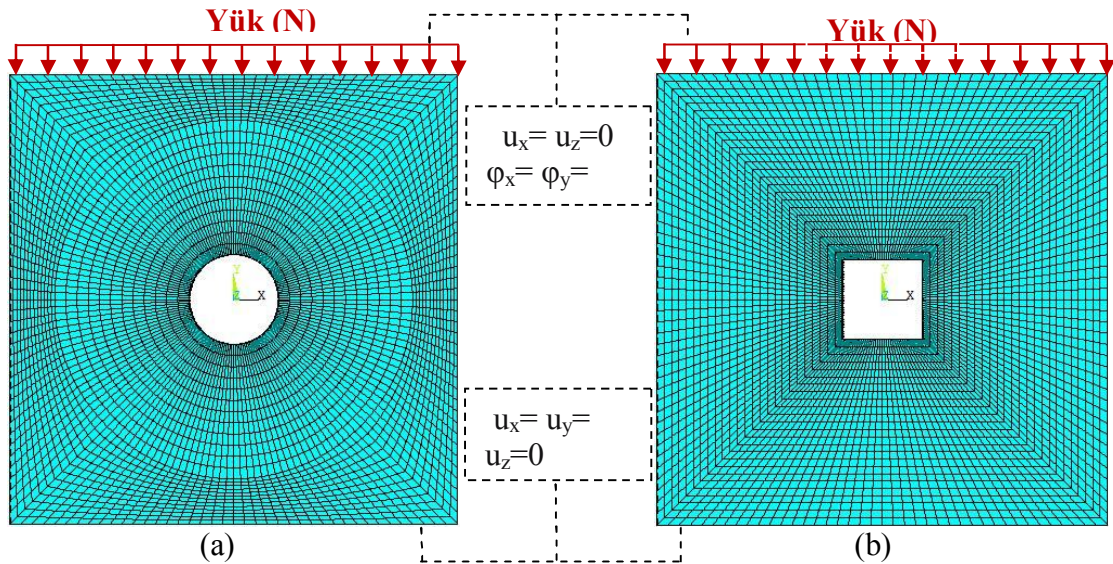
Şekil 4.11. Set 2 nin simetrik dizilimli fiber açılarının görünümü



Şekil 4.12. Set 2 deki anti simetrik diziliimli fiber açılarının gösterimi

4.3. Sınır Şartlarının Uygulanması

Levha alt kenarlarından ankastre mesnetlenip kenar boyunca tüm yer değiştirmeler ve dönmeler sıfır kabul edilmiştir. Levhanın üst kenarlarına birim basınç uygulanarak burkulma analizi yapılmıştır. 8 tabakalı olarak oluşturulan modellerin sonlu elemanlar ağ yapısı, sınır şartları ve yükleme durumu Şekil 4.13’ te gösterilmiştir.



Şekil 4.13. Daire ve kare delikli modeller için sonlu elemanlar ağ yapısı, sınır şartları ve yükleme durumu.

Sınır şartları uygulandıktan sonra statik çözüm, onun ardından da öz burkulma çözümü yapılarak modelin analizi tamamlanır.

4.4. Numunelerin Düğüm ve Eleman Sayıları

Tablo 4.2. Numunelerin düğüm ve eleman sayıları

		DAİRE				KARE			
		0	80	120	160	0	70.89	106.34	141.79
KARBON FİBER	DÜĞÜM SAYISI	12480	12480	12480	12480	12000	12480	12480	12480
	ELEMAN SAYISI	8000	8000	8000	8000	7680	8000	8000	8000
GRAFİT FİBER	DÜĞÜM SAYISI	12480	12480	12480	12480	12000	12480	12480	12480
	ELEMAN SAYISI	8000	8000	8000	8000	7680	8000	8000	8000
HİBRİT	DÜĞÜM SAYISI	20800	20480	20480	20480	22-20000	20480	20480	20480
	ELEMAN SAYISI	16000	16000	16000	16000	15360	16000	16000	16000

5. BULGULAR VE TARTIŞMA

Tezin kapsamında 200*200*0.2 ebatlarında numune kullanılmış olup alt kenarlarından ankastre mesnetlenmiştir. Üst kenarlarından basınç uygulanan modelde kritik burkulma yükü elde edilmiştir. Bunun için önce modelin ANSYS 11.0 da çözümü yapılmıştır. Burada elde edilen sonuç kritik burkulma gerilmesidir. Bu sonuç, gerilmenin uygulandığı alanla ($200*0.2=40 \text{ mm}^2$) çarpıldığında kritik burkulma yükü elde edilmiş olur. Hesaplanan sonuçlar tablo halinde sunulmuştur.

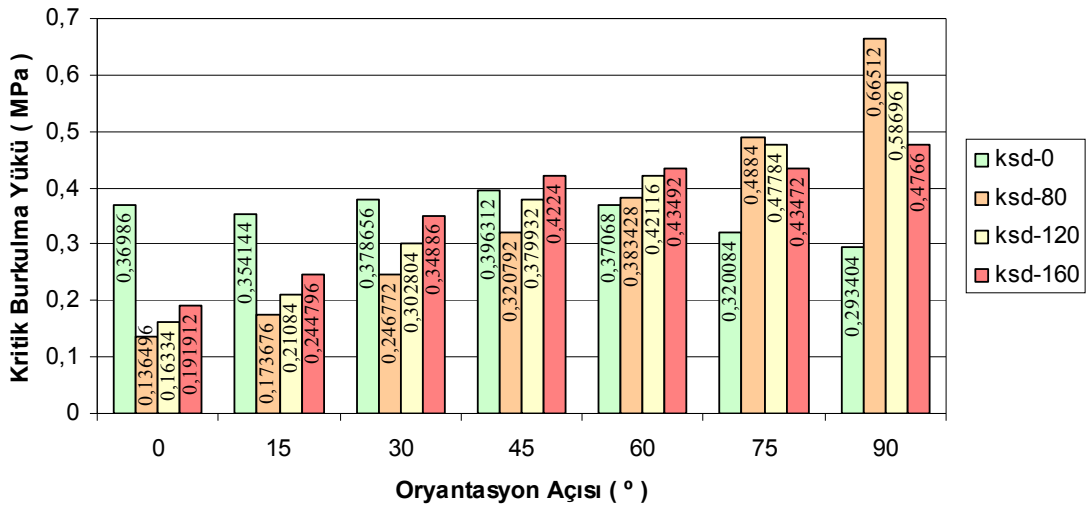
Tablo 5.1. Kompozit numunelerin kritik burkulma yükleri (MPa)

GERİLME DEĞERLERİ (MPa)		ORYANTASYON AÇISI (°)	DAİRE DELİKLİ NUMUNEDE DAİRE DELAMİNASYON ÇAPLARI (mm)				KARE DELİKLİ NUMUNEDE KARE DELAMİNASYON UZUNLUKLARI (mm)			
			0	80	120	160	0	70.89	106.34	141.79
KARBON FİBER	SİMETRİK	(0/0)	0,0092465	0,0034124	0,0040835	0,0047978	0,0094474	0,0025376	0,0033097	0,0043323
		(0/15)	0,0088536	0,0043419	0,0052710	0,0061199	0,0089874	0,0028063	0,0037157	0,0047514
		(0/30)	0,0094664	0,0061693	0,0075701	0,0087215	0,0095252	0,0036089	0,0048284	0,0059888
		(0/45)	0,0099078	0,0080198	0,0094983	0,010560	0,0099484	0,0048779	0,0062172	0,0073454
		(0/60)	0,0092670	0,0095857	0,010529	0,010873	0,0093451	0,0067633	0,0077354	0,0083660
		(0/75)	0,0080021	0,012210	0,011946	0,010868	0,0081477	0,010474	0,010391	0,0097443
		(0/90)	0,0073351	0,016628	0,014674	0,011915	0,0075232	0,015587	0,013913	0,011604
	ANTİ SİMETRİK	(0/0)	0,0092465	0,0034124	0,0040835	0,0047978	0,0094474	0,0025376	0,0033097	0,0043323
		(0/15)	0,0091247	0,0044127	0,0053573	0,0062218	0,0092894	0,0028353	0,0037583	0,0048162
		(0/30)	0,010459	0,0064752	0,0079267	0,0091391	0,010635	0,0037472	0,0050228	0,0062806
		(0/45)	0,011296	0,0086950	0,010220	0,011332	0,011499	0,0052687	0,0066966	0,0079738
		(0/60)	0,010291	0,010819	0,011675	0,011861	0,010486	0,0077608	0,0087024	0,0093016
		(0/75)	0,0082796	0,015017	0,014169	0,012318	0,0084534	0,013148	0,012476	0,011111
		(0/90)	0,0072394	0,021792	0,018293	0,014008	0,0074291	0,020657	0,017415	0,013578

GERİLME DEĞERLERİ (MPa)		ORYANTASYON AÇISI (°)	DAİRE DELİKLİ NUMUNEDE DAİRE DELAMİNASYON ÇAPLARI (mm)				KARE DELİKLİ NUMUNEDE KARE DELAMİNASYON UZUNLUKLARI (mm)			
			0	80	120	160	0	70.89	106.34	141.79
GRAFİT FİBER	SİMETRİK	(0/0)	0,0090957	0,0039558	0,0046388	0,0053571	0,0093132	0,0030738	0,0039018	0,0049639
		(0/15)	0,0087072	0,0047078	0,0055766	0,0063728	0,0088647	0,0032597	0,0041769	0,0052156
		(0/30)	0,0090190	0,0062339	0,0074570	0,0084363	0,0091026	0,0038775	0,0050102	0,0060936
		(0/45)	0,0093007	0,0077343	0,0090198	0,0099177	0,0093610	0,0049122	0,0061112	0,0071270
		(0/60)	0,0088047	0,0090257	0,0098733	0,010201	0,0088983	0,0065177	0,0074023	0,0079918
		(0/75)	0,0078739	0,011189	0,011065	0,010249	0,0080269	0,0095866	0,0096344	0,0092107
		(0/90)	0,0073997	0,014269	0,012988	0,010969	0,0075835	0,013218	0,012192	0,010608
	ANTİ SİMETRİK	(0/0)	0,0090957	0,0039558	0,0046388	0,0053571	0,0093132	0,0030738	0,0039018	0,0049639
		(0/15)	0,0089636	0,0047632	0,0056472	0,0064605	0,0091474	0,0032815	0,0042135	0,0052785
		(0/30)	0,0099203	0,0064812	0,0077537	0,0087960	0,010104	0,0039946	0,0051858	0,0063739
		(0/45)	0,010558	0,0082964	0,0096285	0,010583	0,010757	0,0052576	0,0065423	0,0077059
		(0/60)	0,0097416	0,010102	0,010875	0,011073	0,0099344	0,0074094	0,0082715	0,0088415
		(0/75)	0,0081363	0,013584	0,012971	0,011502	0,0083185	0,011870	0,011436	0,010411
		(0/90)	0,0073217	0,018330	0,015910	0,012678	0,0074971	0,017192	0,015016	0,012230

GERİLME DEĞERLERİ (MPa)		ORYANTASYON AÇISI (°)	DAİRE DELİKLİ NUMUNEDE DAİRE DELAMİNASYON ÇAPLARI (mm)				KARE DELİKLİ NUMUNEDE KARE DELAMİNASYON UZUNLUKLARI (mm)			
			0	80	120	160	0	70.89	106.34	141.79
HİBRİT(KARMA) KOMPOZİT	SİMETRİK	(0/0)	0,0091636	0,0036855	0,0043630	0,0050807	0,0093724	0,0028077	0,0036097	0,0046579
		(0/15)	0,0088890	0,0044393	0,0053167	0,0061311	0,0090423	0,0030089	0,0039152	0,0049636
		(0/30)	0,0093223	0,0059699	0,0072263	0,0082626	0,0094065	0,0036502	0,0047975	0,0059287
		(0/45)	0,0096550	0,0074957	0,0088319	0,0098154	0,0097166	0,0047069	0,0059517	0,0070521
		(0/60)	0,0091472	0,0088146	0,0097236	0,010150	0,0092372	0,0063316	0,0072914	0,0079974
		(0/75)	0,0081589	0,011002	0,010952	0,010240	0,0083061	0,0094301	0,0095726	0,0092669
	ANTI SİMETRİK	(0/90)	0,0076441	0,014124	0,012920	0,011000	0,0078235	0,013112	0,012180	0,010690
		(0/0)	0,0091468	0,0037798	0,0044536	0,0051622	0,0093536	0,0029047	0,0037130	0,0047641
		(0/15)	0,0091039	0,0045908	0,0054750	0,0062915	0,0092800	0,0031258	0,0040489	0,0051178
		(0/30)	0,010120	0,0063144	0,0075996	0,0086663	0,010297	0,0038612	0,0050571	0,0062658
		(0/45)	0,010771	0,0081490	0,0095028	0,010498	0,010960	0,0051464	0,0064541	0,0076571
		(0/60)	0,0099662	0,0099792	0,010786	0,011041	0,010147	0,0073196	0,0082289	0,0088686
		(0/75)	0,0083697	0,013498	0,012939	0,011544	0,0083587	0,011820	0,011457	0,010509
		(0/90)	0,0075529	0,018313	0,015953	0,012795	0,0077132	0,017219	0,015107	0,012367

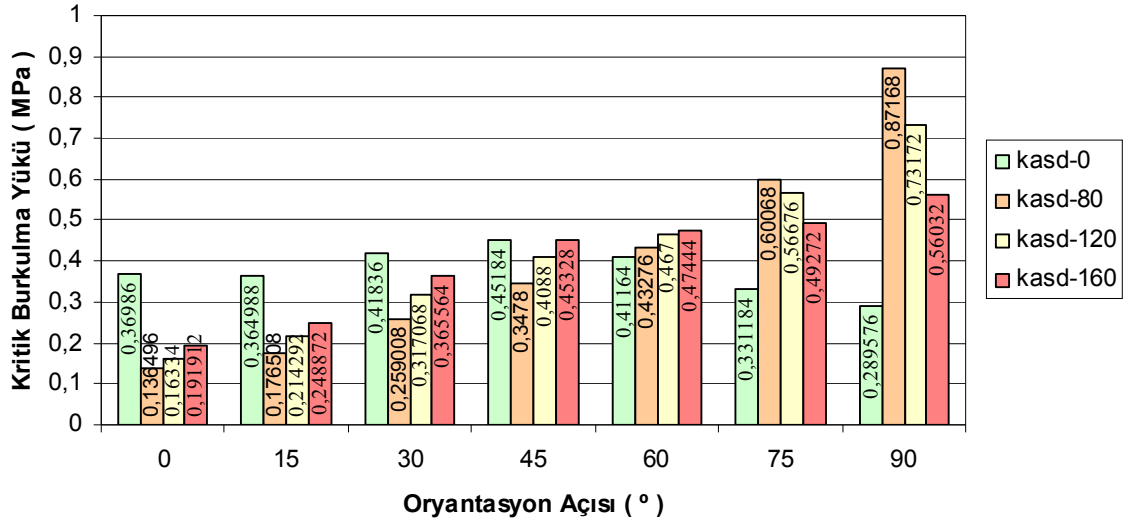
Tablo değerleri göz önüne alınarak grafikler oluşturulmuştur. İlk önce simetrik ve anti simetrik olmak üzere delaminasyon uzunluklarının değişimine göre kritik burkulma yükleri incelenmiştir. Bu grafikler ise şöyledir.



Şekil 5.1. Simetrik dizilimli daire delikli karbon fiberin delaminasyon çapına göre grafiği

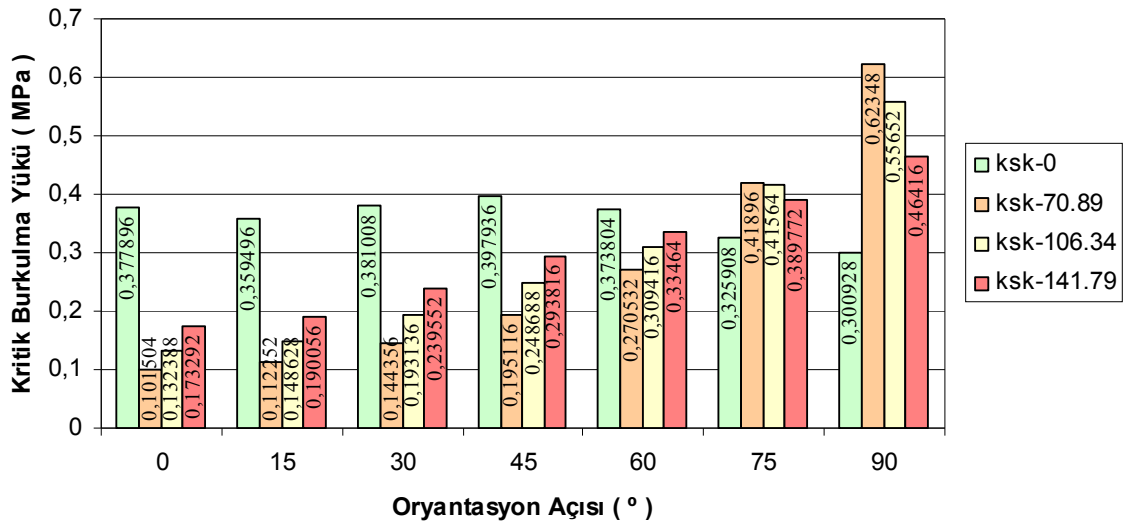
Grafiğe göre en yüksek kritik burkulma yükü (0°/90°) dizilimde 80 mm çaplı daire delaminasyonda 0,665 MPa olarak bulunmuştur. En düşük ise (0°/0°) açılı 80 mm çaplı dairesel delaminasyonda 0,136 MPa çıkmıştır. (0°/30°) oryantasyon gurubuna kadar

delaminasyonsuzlar yüksek çıkarken, ($0^\circ/45^\circ$) ve ($0^\circ/60^\circ$) da 160 mm çaplı delaminasyon diğerlerinde ise 80 mm çaplı delaminasyon yüksek çıkmıştır.



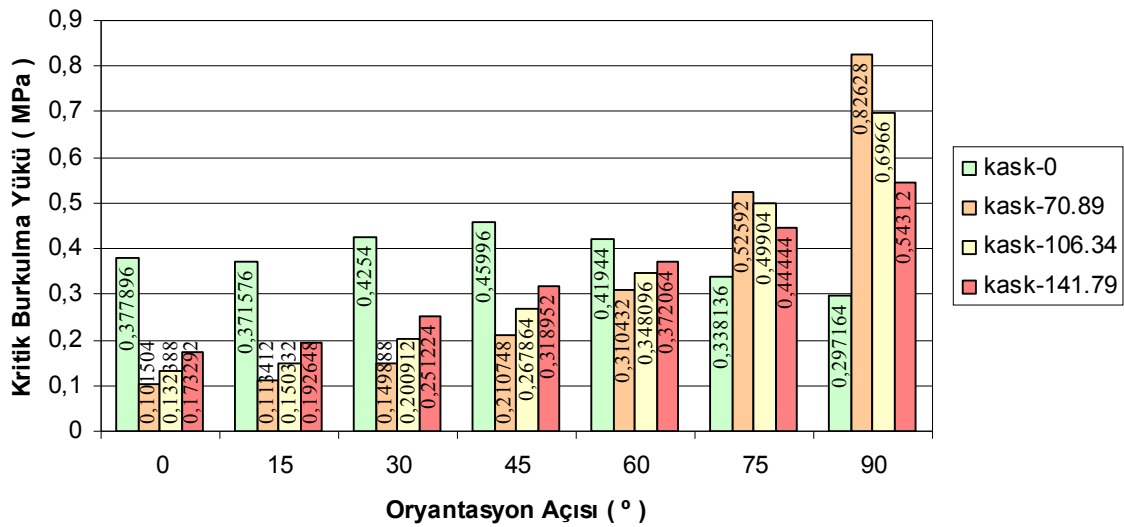
Şekil 5.2. Anti simetrik diziliimli karbon fiberde dairesel delaminasyon çapına göre kritik burkulma yükleri

Değerler göz önüne alındığında en yüksek kritik burkulma yükü 0,871 MPa olarak ($0^\circ/90^\circ$) açı grubunda 80 mm çaplı dairesel delaminasyonda hesaplanmıştır. En düşük ise yine 80 mm çaplı delaminasyonda ($0^\circ/0^\circ$) takviye açılarında 0,136 MPa olarak ölçülmüştür. ($0^\circ/30^\circ$) açılara kadar delaminasyonsuzlar yüksekken, ($0^\circ/45^\circ$) ve ($0^\circ/60^\circ$) da 160 mm çaplı delaminasyon diğerlerinde ise 80 mm çaplı delaminasyon yüksek bulunmuştur. ($0^\circ/0^\circ$) açı grubunda simetrikler ve anti simetrikler aynı çıkarken, ($0^\circ/90^\circ$) de bulunan delaminasyonsuz numune dışındakilerde anti simetrik dizilimlerin kritik burkulma yükleri simetrik dizilimlilere göre daha yüksek çıkmıştır.



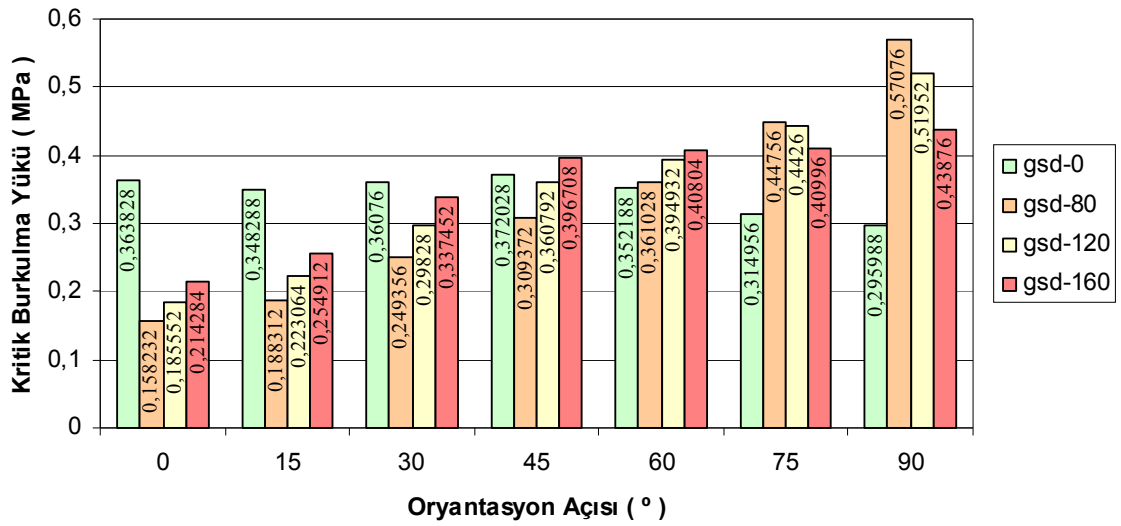
Şekil 5.3. Simetrik diziliimli kare delikli kare delaminasyonlu karbon fiberin kritik burkulma yükleri

Değerleri incelediğimizde en yüksek kritik burkulma yükü ($0^\circ/90^\circ$) diziliimli oryantasyon açısında 70.89 mm uzunluklu kare delaminasyonda 0,623 MPa olarak bulunmuştur. En düşük ise yine 70.89 mm uzunluklu kare delaminasyonda ($0^\circ/0^\circ$) açı diziliiminde 0,101 MPa çıkmıştır. ($0^\circ/60^\circ$) ye kadar delaminasyonsuzlar yüksek çıkarken diğerlerinde 70.89 mm uzunluklu olanlar yüksek bulunmuştur.



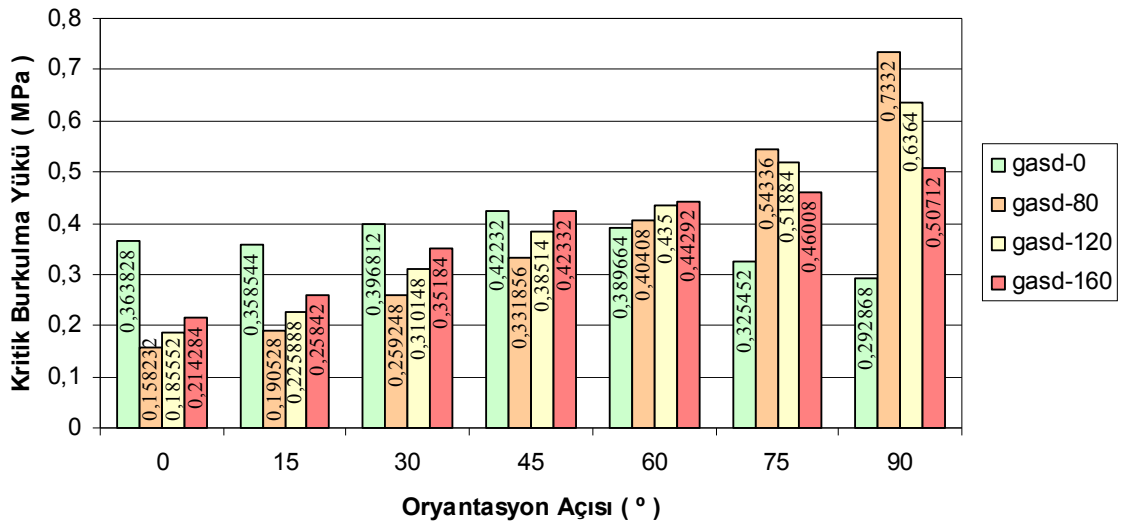
Şekil 5.4. Anti simetrik dizilmiş kare delikli kare delaminasyonlu karbon fiberin burkulma değerleri

Grafik göz önüne alındığında en yüksek kritik burkulma yükü ($0^\circ/90^\circ$) oryantasyon açısı diziliminde 70.89 mm uzunluklu kare delaminasyonda 0,826 MPa çıkmıştır. En düşük değer ise ($0^\circ/0^\circ$) açısı grubunda 70.89 mm uzunluklu kare delaminasyonda 0,101 MPa olarak bulunmuştur. ($0^\circ/60^\circ$) dizilimli açılara kadar delaminasyonsuzlar yüksek çıkarken diğerlerinde 70.89 mm uzunluklu kare delaminasyonun değerleri daha yüksek çıkmıştır. Dizilim değişimine göre irdelenirse ($0^\circ/0^\circ$) de anti simetrikler ve simetrikler aynı çıkmıştır. ($0^\circ/90^\circ$) de bulunan delaminasyonsuz numunede simetrik diziliminin kritik burkulma yükü yüksek çıkarken, geriye kalan tüm açılarda anti simetrikler, simetriklere göre daha yüksek kritik burkulma yüküne sahiptir.



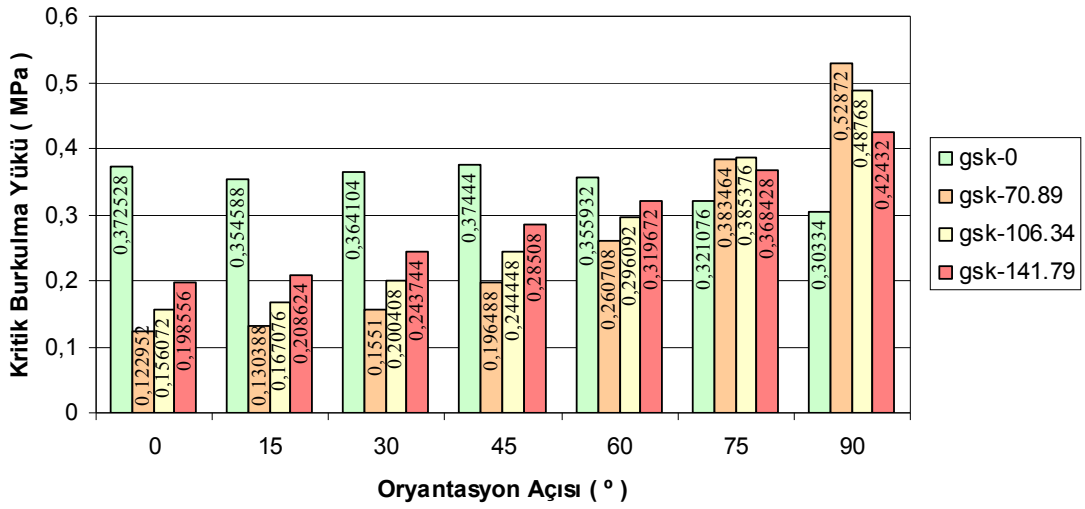
Şekil 5.5. Grafit fiber malzemeli daire delikli numunenin dairesel delaminasyon çaplarına göre kritik burkulma yükleri

Değerler göz önüne alındığında en yüksek olarak ($0^\circ/90^\circ$) oryantasyon açısı diziliminde 80 mm çaplı dairesel delaminasyonda 0,570 MPa bulunmuştur. En düşük ise ($0^\circ/0^\circ$) diziliminde 80 mm çaplı daire delaminasyonda 0,158 MPa olarak çıkmıştır. ($0^\circ/30^\circ$) açısı grubuna göre delaminasyonsuzlar, ($0^\circ/45^\circ$) ve ($0^\circ/60^\circ$) açılarında 160 mm çaplı delaminasyon, diğerlerinde de 80 mm çaplı delaminasyonlar da kritik burkulma yükü yüksek çıkmıştır.



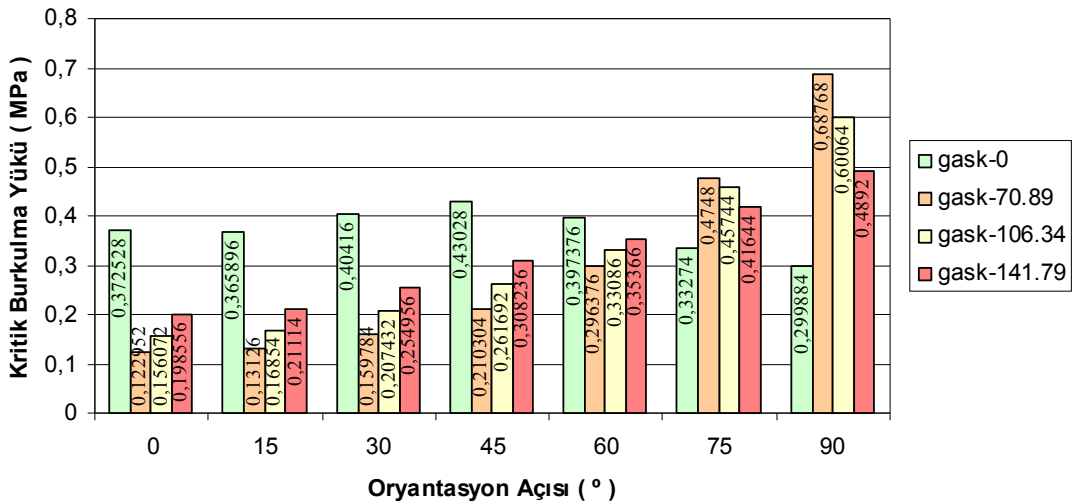
Şekil 5.6. Grafit fiberden oluşmuş anti simetrik dizilimli daire delikli dairesel delaminasyonlu numunenin kritik burkulma yükü

Grafik değerlendirildiğinde en yüksek kritik burkulma yükü ($0^\circ/90^\circ$) dizilimli oryantasyon grubunda 80 mm çaplı dairesel delaminasyonda 0,733 MPa olarak bulunmuştur. En düşük ise ($0^\circ/0^\circ$) açılarında yine 80 mm çaplı dairesel delaminasyonda 0,158 MPa olarak ölçülmüştür. ($0^\circ/30^\circ$) kadarki açılarda delaminasyonsuzlar, ($0^\circ/45^\circ$) ve ($0^\circ/60^\circ$) açılarında 160 mm çaplı delaminasyon, son olarak da son iki açı grubunda ise 80 mm çaplı dairesel delaminasyonlar yüksek çıkmıştır. ($0^\circ/0^\circ$) açı grubunda açılar aynı olduğundan simetrik ve anti simetrik değerler aynıdır. ($0^\circ/90^\circ$) de bulunan delaminasyonsuz numunede simetrik, anti simetriğe göre yüksek çıkarken, diğer açılar da ise anti simetrik olanlar simetriklerle göre daha yüksek çıkmıştır.



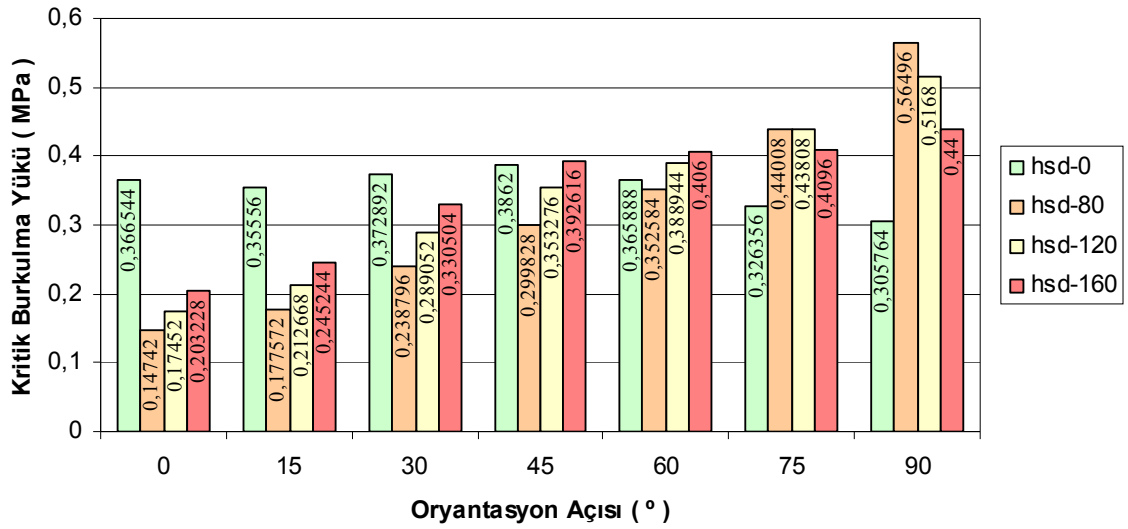
Şekil 5.7. Grafit fiberden yapılmış olan kare delikli simetrik dizilimli kare delaminasyonlu numunenin kritik burkulma yükü

Grafik irdelendiğinde en yüksek değeri (0°/90°) açıyla dizilmiş olan tabakaların 70.89 mm uzunluklu kare delaminasyonlarında 0,528 MPa olarak tespit edilmiştir. En düşük değer ise 0,122 MPa olarak (0°/0°) açı dizilimde 70.89 mm uzunluğundaki kare delaminasyonda elde edilmiştir. (0°/60°) açısına kadar delaminasyonsuzlar, (0°/75°) de 106.34 mm uzunluğundaki ve (0°/90°) de ise 70.89 mm uzunluğundaki kare delaminasyonlar yüksek çıkmıştır.



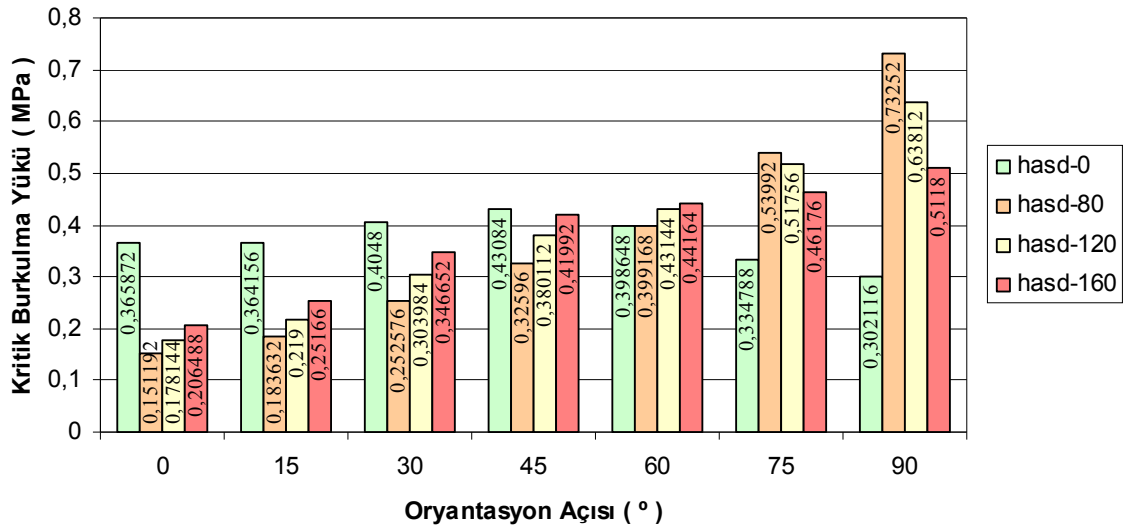
Şekil 5.8. Grafit fiberden yapılmış olan kare delikli numunenin kare delaminasyon uzunluklarının değişimine göre kritik burkulma yükleri

Şekilde görüldüğü gibi en yüksek kritik burkulma yükü ($0^\circ/90^\circ$) dizilimli 70.89 mm uzunluklu kare delaminasyonda 0,687 MPa olarak ölçülmüştür. En düşük ise ($0^\circ/0^\circ$) açılı dizilimli olan 70.89 mm uzunluklu kare delaminasyonlu burkulmada 0,122 MPa olarak bulunmuştur. ($0^\circ/60^\circ$) ye kadar delaminasyonsuzlar büyük çıkarken diğerlerinde 70.89 mm uzunluklu kare delaminasyonlular büyük çıkmıştır. Dizilimlere göre irdelenirse ($0^\circ/0^\circ$) de simetrik ile anti simetriklerin kritik burkulma yükleri aynıdır. ($0^\circ/90^\circ$) ise delaminasyonsuz modelin simetrik kritik burkulma yükü daha yüksek bulunmuştur. Geriye kalan diğer açılarda ise anti simetrik şeklinde dizilmiş olan tabakaların kritik burkulma yükleri, simetrik dizilmiş olanlara göre daha yüksek çıkmıştır.



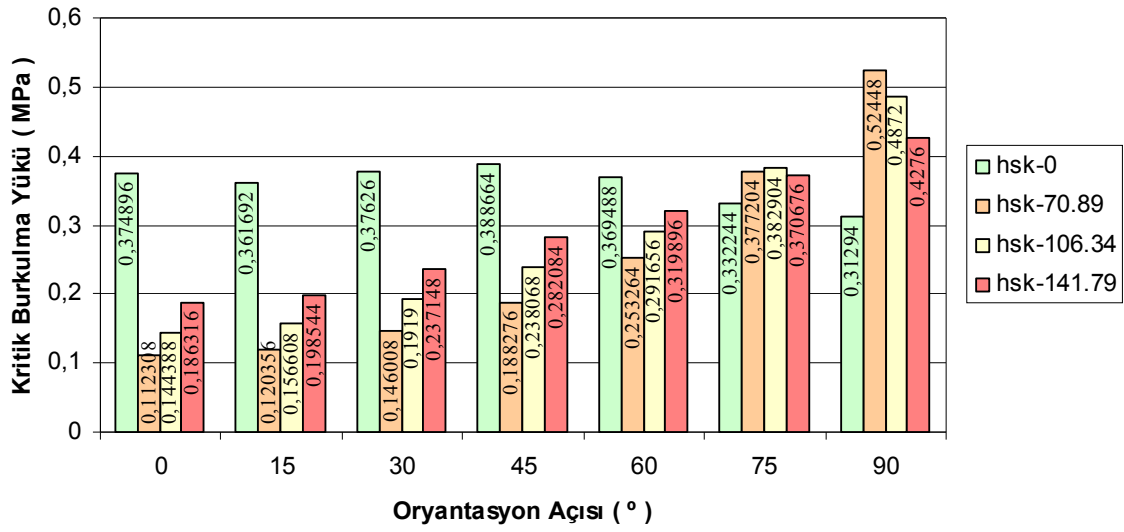
Şekil 5.9. Daire delikli simetrik dizilimli karma (hibrit) kompozitin dairesel delaminasyon çaplarının değişimine göre kritik burkulma yükü grafiği

Değerler göz önüne alındığında en yüksek kritik burkulma yükü ($0^\circ/90^\circ$) açılı diziliminde 80 mm çaplı delaminasyonda 0,564 MPa olarak elde edilmiştir. Bunun yanı sıra en düşük ise yine 80 mm çaplı delaminasyonda ($0^\circ/0^\circ$) de 0,147 MPa bulunmuştur. ($0^\circ/30^\circ$) açılarına kadar delaminasyonsuzlar, ($0^\circ/45^\circ$) ve ($0^\circ/60^\circ$) açılarında 160 mm çaplı delaminasyonlar ve son ikisinde ise 80 mm çaplı delaminasyonlar yüksek çıkmıştır.



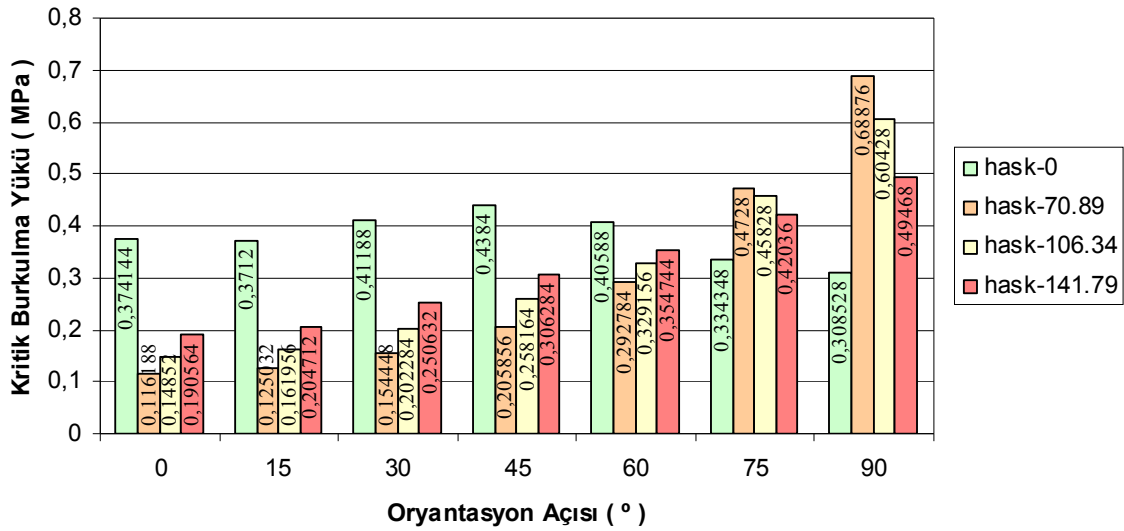
Şekil 5.10. Daire delikli anti simetrik diziliimli karma (hibrit) kompozitin daire geometrili delaminasyon çaplarının değişimine göre kritik burkulma yükleri

Grafik incelendiğinde en yüksek kritik burkulma yükünün ($0^\circ/90^\circ$) diziliimli 80 mm çaplı daire delaminasyona sahip numunede 0,732 MPa olarak hesaplandığı görülmüştür. Bunun yanında en düşük kritik burkulma yükü ($0^\circ/0^\circ$) diziliimli 80 mm çaplı delaminasyonda 0,151 MPa çıkmıştır. Değerler kıyaslandığında ($0^\circ/45^\circ$) diziliimine kadar delaminasyonsuzlar, ($0^\circ/60^\circ$) açısında 160 mm çaplı delaminasyonun, son olarak geriye kalan açılarda ise 80 mm çaplı delaminasyonların yüksek olduğu görülmüştür. ($0^\circ/0^\circ$) diziliiminde açılar aynı olduğundan simetrik ve anti simetrikler aynı kritik burkulma yüklerine sahiptir. Ancak diğer açılarda anti simetrik dizilimler simetriklere göre daha yüksek kritik burkulma yüklerine sahiptirler.



Şekil 5.11. Simetrik dizimli kare delikli karma (hibrit) kompozitin karesel delaminasyon uzunluklarının değişimine göre kritik burkulma yükünün grafiği

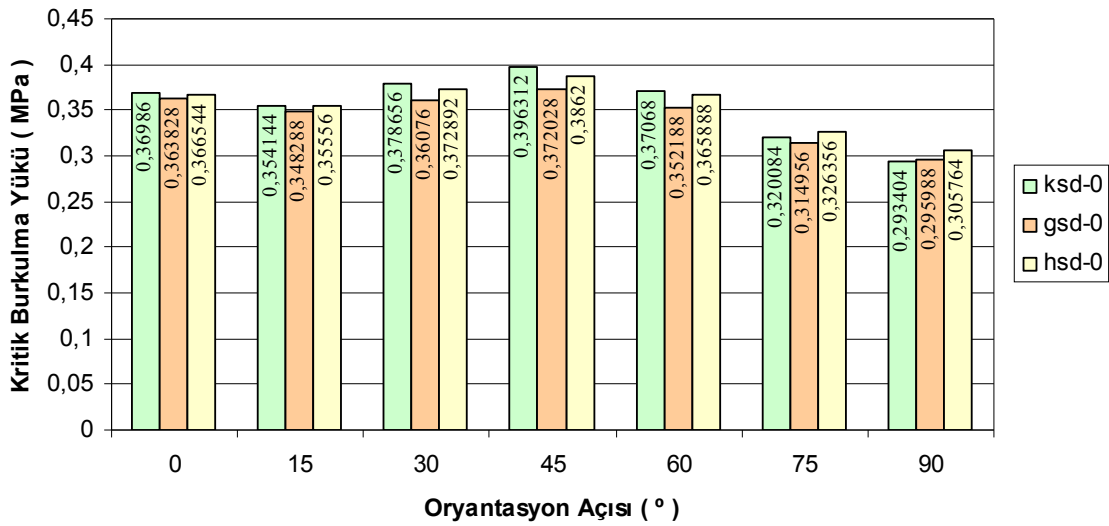
Grafik değerlendirildiğinde en yüksek kritik burkulma yükü ($0^\circ/90^\circ$) diziliminde 70.89 mm uzunluklu kare delaminasyonda 0,524 MPa olarak kaydedilmiştir. En düşük ise ($0^\circ/0^\circ$) şeklinde dizilmiş numunenin 70.89 mm uzunluklu delaminasyonunda 0.112 MPa olarak bulunmuştur. ($0^\circ/60^\circ$) ye kadar dizilmiş olan açılarda en yüksek kritik burkulma yükü delaminasyonsuzlarda çıkarken, ($0^\circ/75^\circ$) de 106.34 mm uzunluklu delaminasyon, ($0^\circ/90^\circ$) de ise 70.89 mm uzunluklu kare delaminasyon da bulunmuştur.



Şekil 5.12. Anti simetrik dizimli kare delikli karma (hibrit) kompozitin karesel delaminasyonun uzunluklarının değişimine göre kritik burkulma yükü grafiği

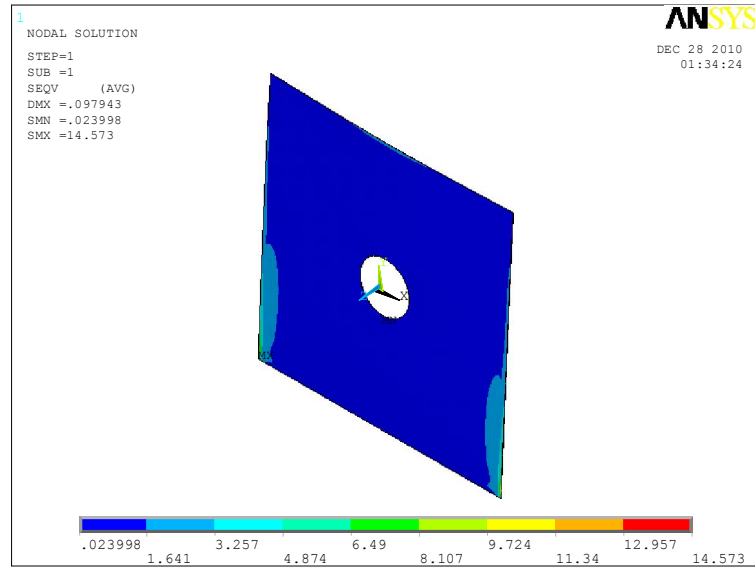
Şekle göre en yüksek kritik burkulma yükü ($0^\circ/90^\circ$) dizilimli 70.89 mm uzunluklu kare delaminasyonda 0,688 MPa olarak ölçülmüştür. En düşük ise ($0^\circ/0^\circ$) açılarıyla dizilmiş 70.89 mm uzunluklu kare delaminasyonlu karma (hibrit) kompozitte 0,116 MPa olarak hesaplanmıştır. Delaminasyon uzunluklarına göre kritik burkulma yüklerini incelersek ($0^\circ/60^\circ$) açılara kadar dizilmiş kompozitlerde delaminasyonsuzlar, diğerlerinde ise 70.89 mm uzunluklu kare delaminasyonlar yüksek bulunmuştur. Delaminasyonsuzlar ve ($0^\circ/90^\circ$) dizilimin delaminasyonsuzu hariç diğer tüm değerlerde anti simetrikler simetriklerden daha yüksek kritik burkulma yüküne sahiptir.

İkinci olarak da malzemenin değişimine göre kritik burkulma yükler incelenmiştir. Grafikler ise şöyledir.

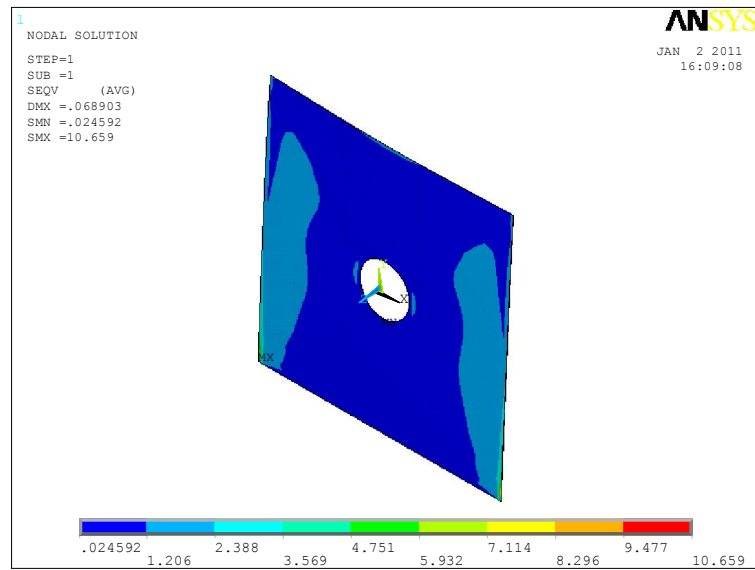


Şekil 5.13. Daire delikli simetrik dizilimli delaminasyonsuz numunenin farklı malzemelere göre kritik burkulma yükleri

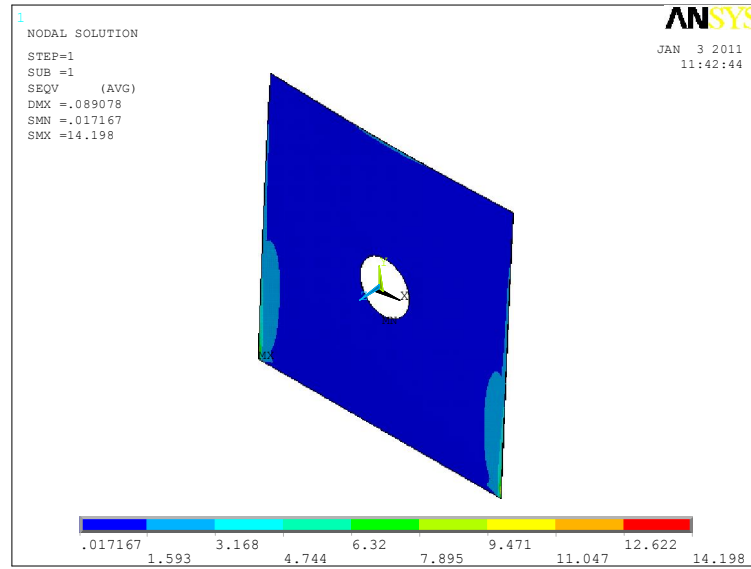
Karbon ve grafit takviyeli ve de ikisinin birlikte karma (hibrit) olarak kullanıldığı simetrik delaminasyonun olmadığı daire delikli numunelerde kritik burkulma yükünün en yüksek değeri karbon takviyede bulunmuştur. Bu değer 0,396 MPa olarak ($0^\circ/45^\circ$) oryantasyon açısı diziliminde elde edilmiştir. En düşük ise yine karbon grubunda 0,293 MPa ile ($0^\circ/90^\circ$) diziliminde bulunmuştur. Değerler göz önüne alındığında ($0^\circ/90^\circ$) açı gurubu haricinde karbon takviyeli numunelerin daha yüksek yani daha dayanıklı olduğu görülmüştür. Oryantasyon açıları dikkate alındığında 45° ye kadar burkulma yükü yükselirken daha sonra düştüğü gözlemlenmiştir.



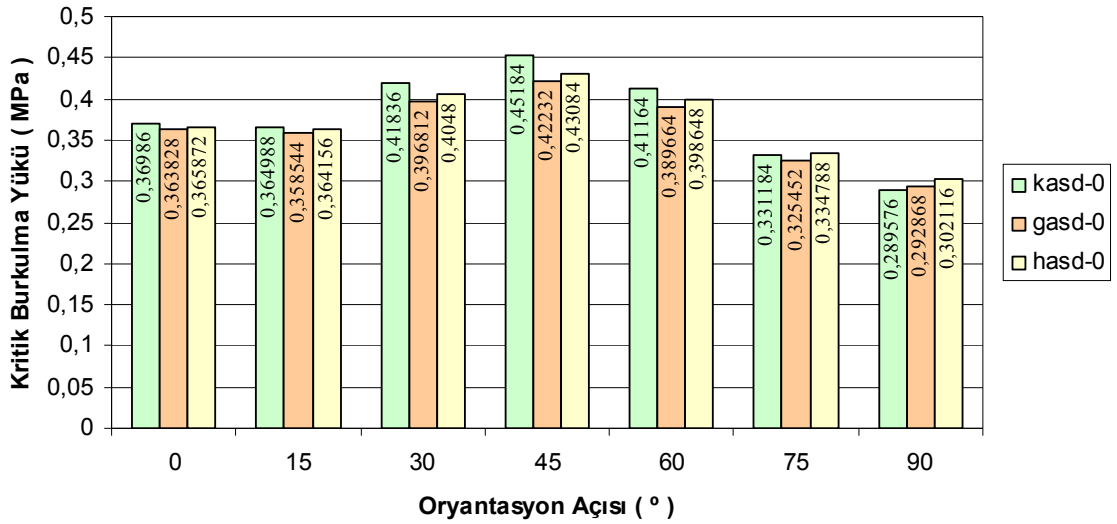
Şekil 5.14. Karbon fiberden oluşan delaminasyonsuz daire delikli simetrik numunenin Von Misses gerilme dağılımı



Şekil 5.15. Grafit fiberden oluşmuş delaminasyonsuz daire delikli simetrik numunenin Von Misses gerilme dağılımı



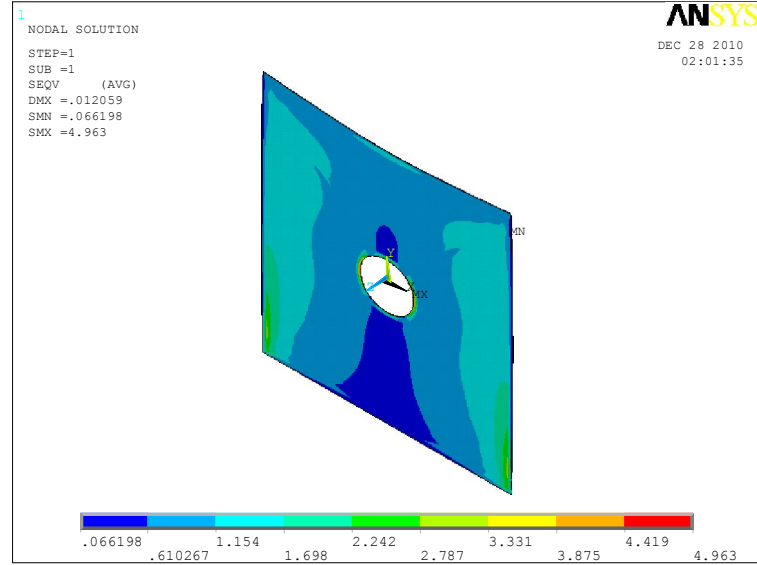
Şekil 5.16. Karma (hibrit) kompozitli delaminasyonsuz simetrik dizimli daire delikli numunenin Von Misses gerilme dağılımı



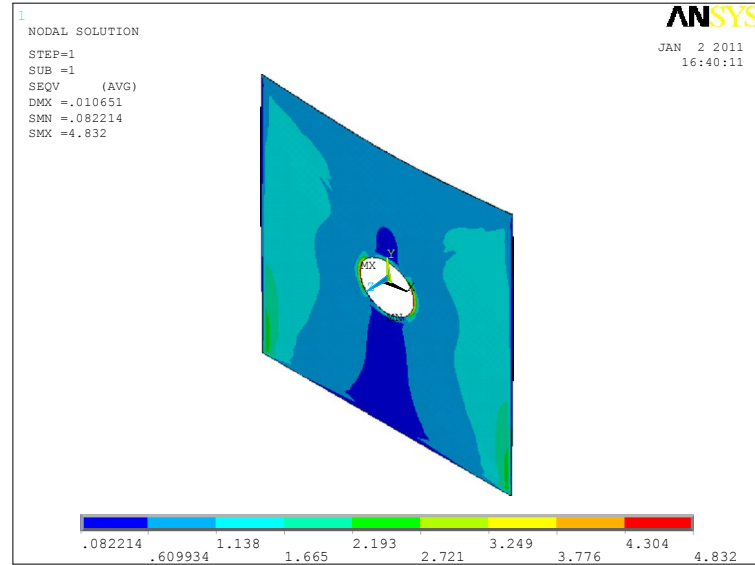
Şekil 5.17. Farklı fiber takviyelerin kullanımıyla oluşmuş anti simetrik dizimli daire delikli delaminasyonsuz numunelerin kritik burkulma yükleri

Karbon, grafit ve bu malzemelerin kullanıldığı karma (hibrit) takviyeli anti simetrik delaminasyonsuz daire delikli numunelerde en yüksek kritik burkulma yükü 0,451 MPa ile karbon (0°/ 45°) oryantasyon açısı grubunda hesaplanmıştır. En düşük ise yine karbonun (0°/90°) oryantasyon açısı diziliminde 0,289 MPa olarak bulunmuştur. Kritik burkulma yükleri 45° ye kadar orantılı olarak yükselirken 60° den sonra orantılı olarak azalmıştır. Genel itibariyle anti simetrik dizilimler simetriklerle göre daha yüksek

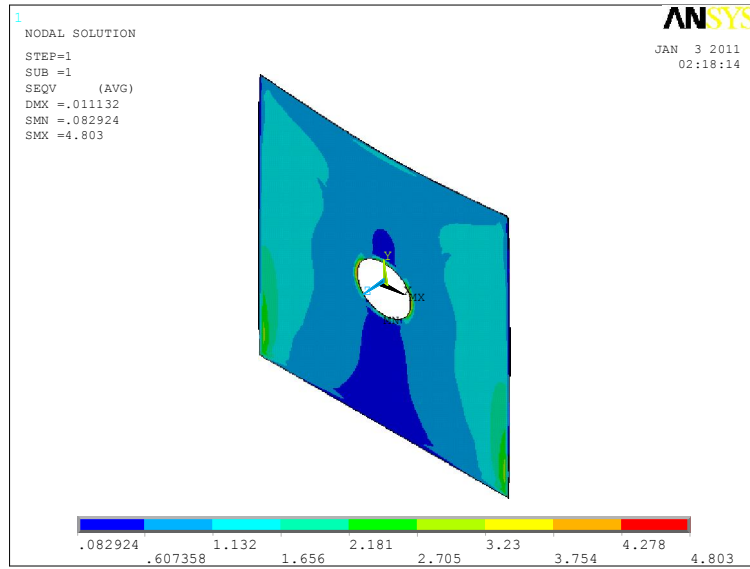
çıkmiştir. Ayrıca ($0^\circ/90^\circ$) dışındakilerde karbon grafitten daha yüksek çıkmış karma (hibrit) ise ara değerlerde elde edilmiştir.



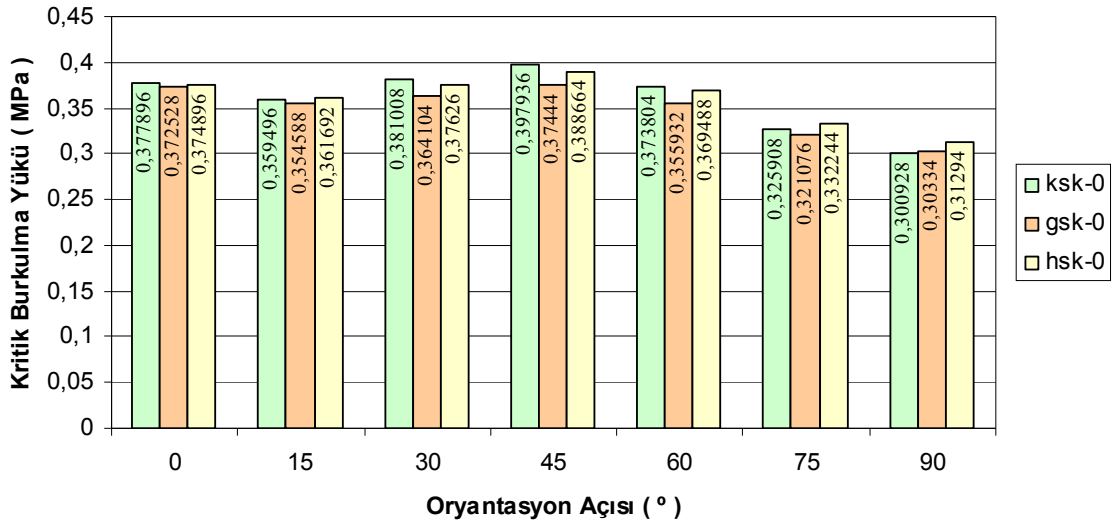
Şekil 5.18. Karbon fiberden oluşan anti simetrik diziliimli delaminasyonsuz numunenin Von Misses gerilme dağılımı



Şekil 5.19. Grafit fiberden oluşan anti simetrik diziliimli delaminasyonsuz numunenin Von Misses gerilme dağılımı

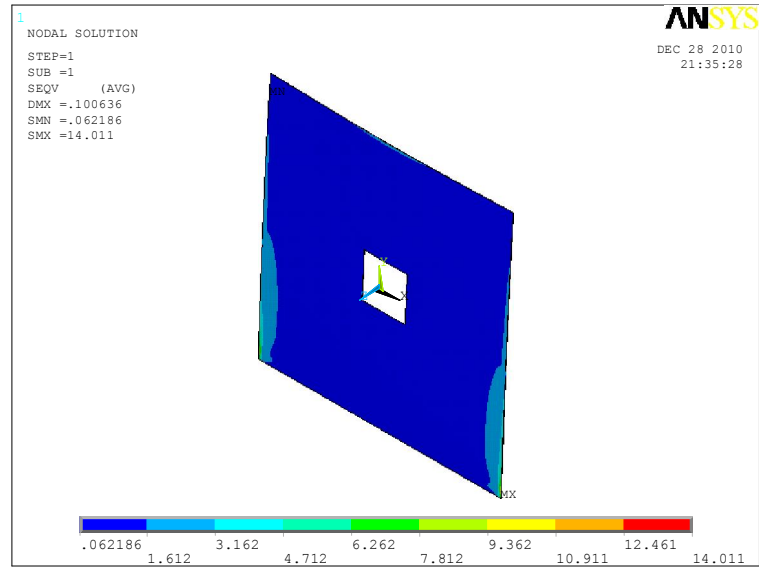


Şekil 5.20. Karma (hibrit) kompozitli anti simetrik dizimli delaminasyonsuz daire delikli numunenin Von Misses gerilme dağılımı

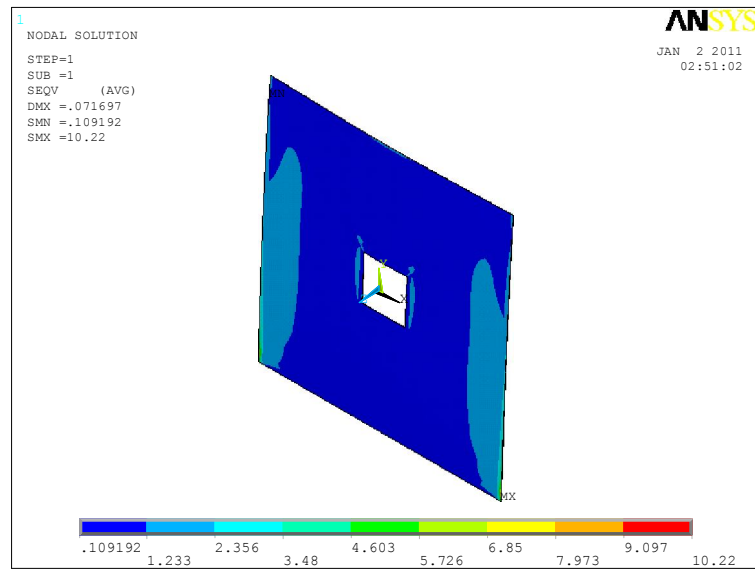


Şekil 5.21. Simetrik dizilmiş kare delikli farklı fiber takviyelerin delaminasyonsuz kritik burkulma yükleri

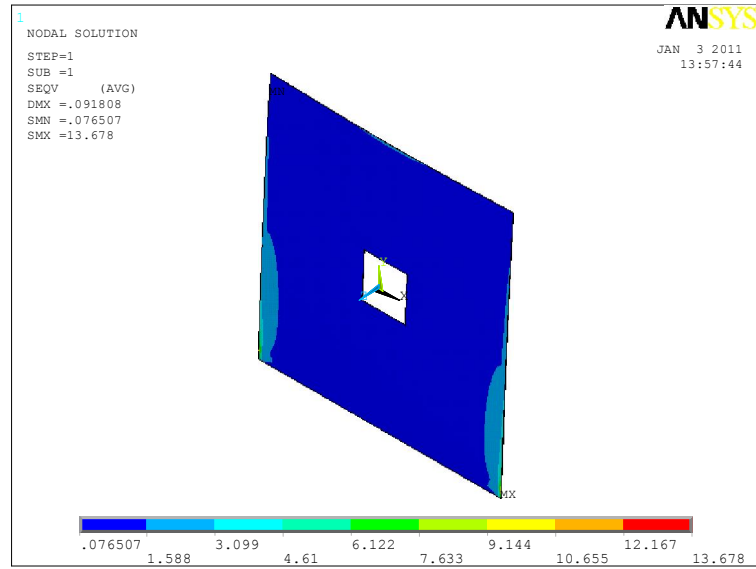
Karbon, grafit ve karma (hibrit) fiber takviyeli malzemelerin olduğu simetrik dizimli kare delikli delaminasyonun olmadığı numunelerde en yüksek değer 0,397 MPa ile (0°/45°) dizimli karbon malzemede bulunmuştur. En düşük kritik burkulma yükü ise 0,300 MPa olarak (0°/90°) diziliminde karbon fiberde çıkmıştır. Veriler orantılı olarak artıp azalmaktadır. Genel itibariyle (0°/90°) haricinde karbon fiber grafit fiberden daha büyük, karma (hibrit) ise aralarında yer almıştır.



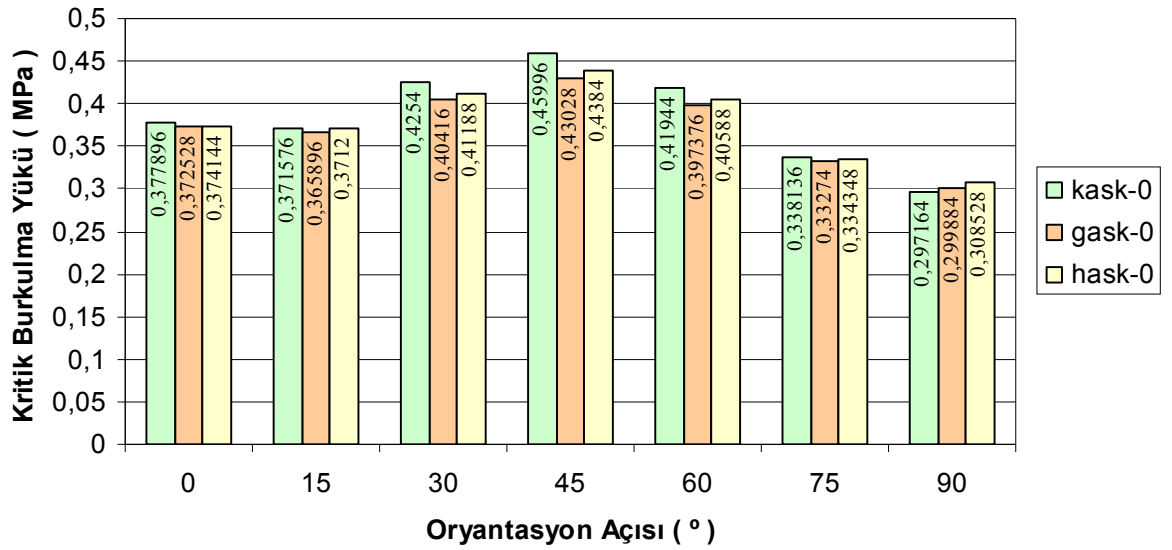
Şekil 5.22. Karbon fiberden oluşan simetrik dizilimli delaminasyonsuz numunenin Von Misses gerilme dağılımı



Şekil 5.23. Grafit fiberden oluşan simetrik delaminasyonun olmadığı numunenin Von Misses gerilme dağılımı



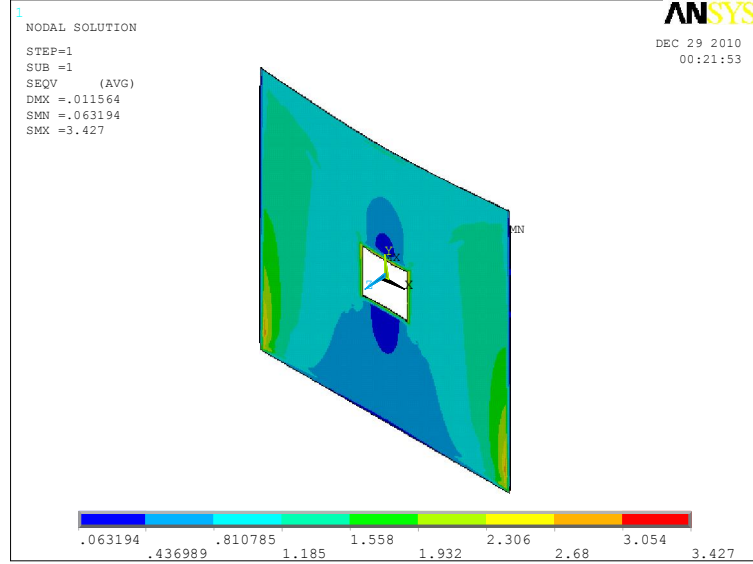
Şekil 5.24. Karma (hibrit) kompozitten oluşan simetrik dizilimli delaminasyonsuz numunenin Von Misses gerilme dağılımı



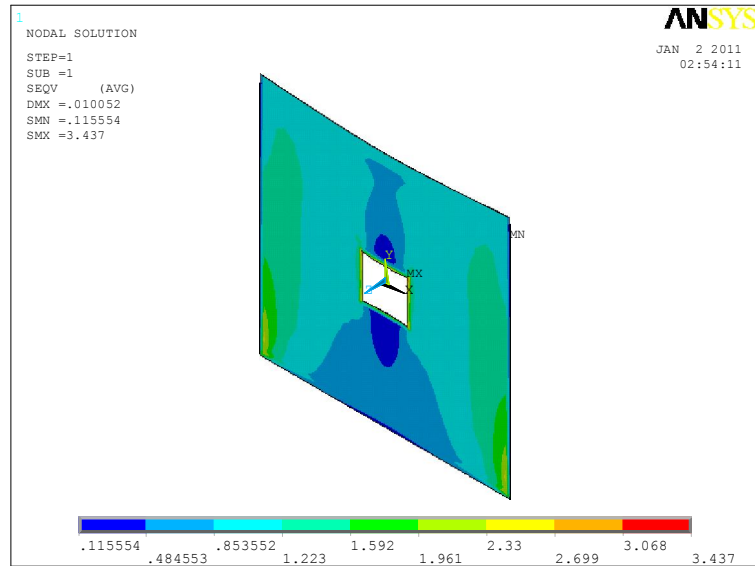
Şekil 5.25. Anti simetrik olarak dizilmiş kare delikli farklı fiber takviyelerinden oluşan delaminasyonsuz kritik burkulma yükleri

Anti simetrik olarak dizilmiş kare delikli delaminasyonsuz tabakalı kompozit malzemelerde en yüksek değer 0,459 MPa ile (0°/45°) oryantasyon açısında bulunmuştur. Orantılı olarak değerlerin artıp 45° den sonraki açılarda ise orantılı olarak azalmıştır.(0°/90°) haricinde karbon fiber daha yüksek çıkarak daha dayanıklı olduğunu göstermiştir. Grafit değerleri de karbona yakındır. Bunun sebebi de mekanik özelliklerinin yakın olmasından dolayıdır. Karma (hibrit) ise bu iki fiber malzemenin

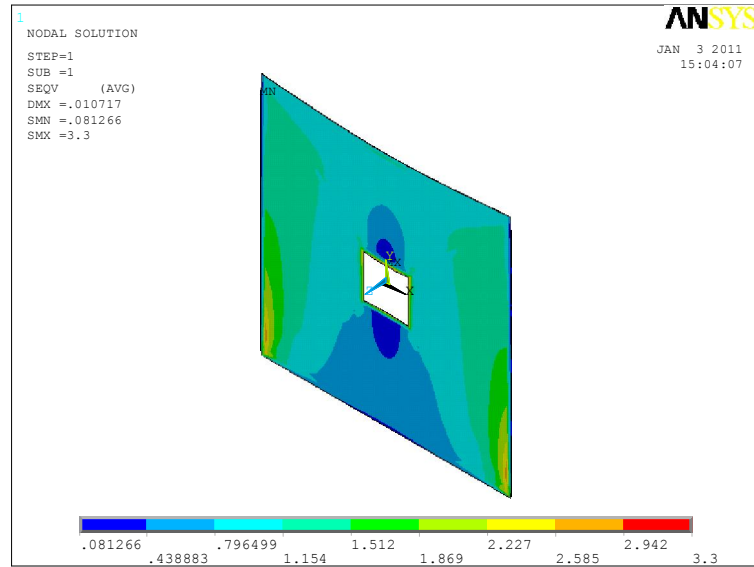
arasında kalmıştır. En düşük değerler 90° de görülmüştür. ($0^\circ/90^\circ$) oryantasyon grubunda değerler hepsinden daha düşüktür. Özellikle karbon fiberden oluşan numune 0,297 MPa ile en düşük kritik burkulma yükünü meydana getirmiştir.



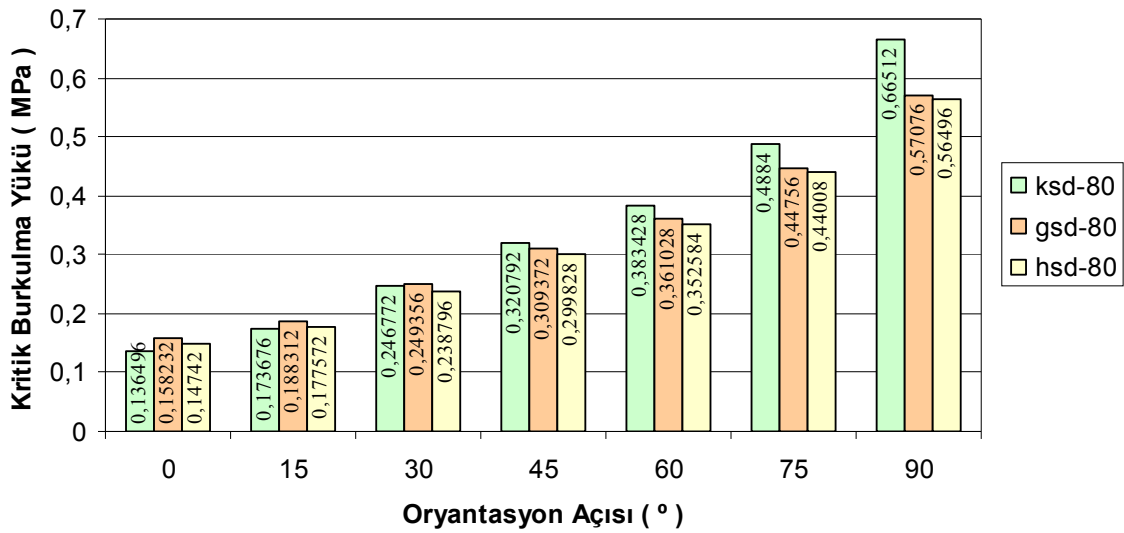
Şekil 5.26. Karbon fiberden oluşan anti simetrik dizimli delaminasyonsuz numunenin Von Misses gerilme dağılımı



Şekil 5.27. Grafit fiberden oluşan anti simetrik dizimli delaminasyonsuz numunenin Von Misses gerilme dağılımı



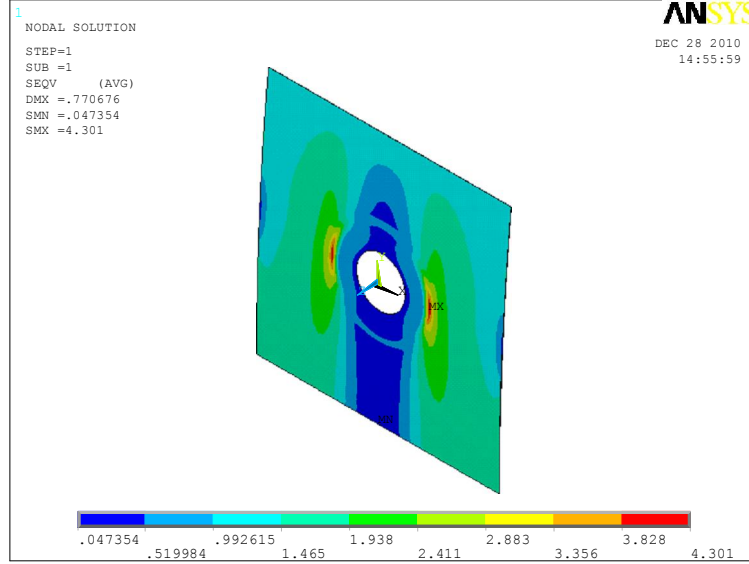
Şekil 5.28. Karma (hibrit) kompozitten oluşan kare delikli anti simetrik dizilişli delaminasyon bulunmayan numunenin Von Misses gerilme dağılımı



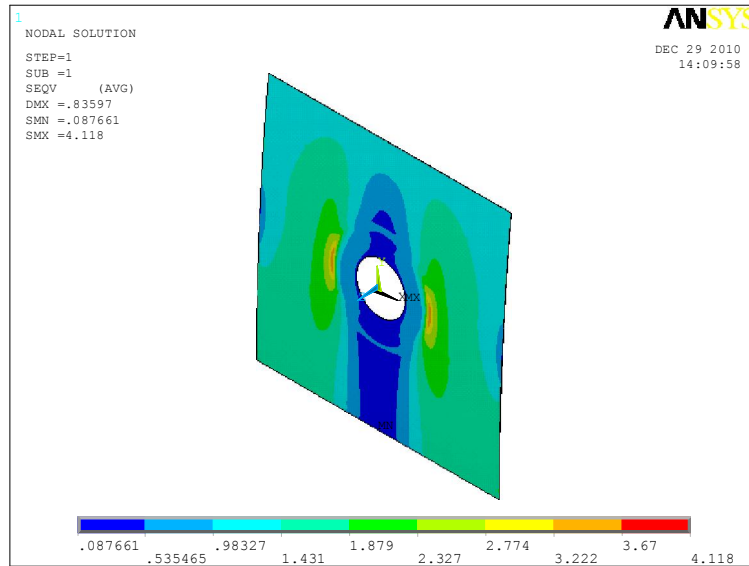
Şekil 5.29. Simetrik dizilişli daire delikli 80 mm çaplı delaminasyonlu farklı fiber takviyeli numunelerin kritik burkulma yükleri

Grafığe göre en yüksek kritik burkulma yükü 0,665 MPa olarak (0°/90°) şeklinde dizilmiş olan karbon fiber takviyeli numunede bulunmuştur. En düşük ise yine karbon fiberde (0°/0°) dizilişli oryantasyon açısında 0,136 MPa olarak elde edilmiştir. (0°/30°) açısına kadar grafit fiberler, geri kalanında ise karbon fiberler yüksek bulunmuştur. (0°/30°) dizilişine kadar grafit fiber karbondan büyük, karma (hibrit) kompozit ise

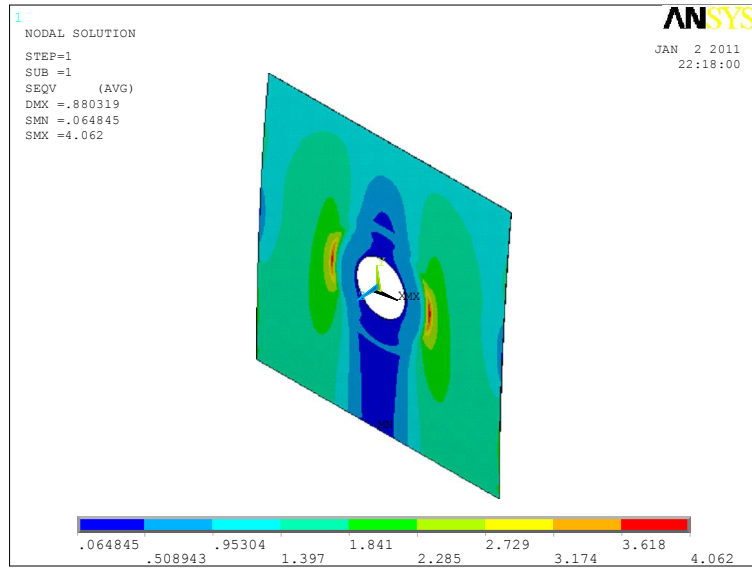
aralarında yer almıştır. Geri kalan açılarda ise karbon fiber grafitten büyük, grafit fiber ise karma (hibrit) kompozitten büyük çıkmıştır.



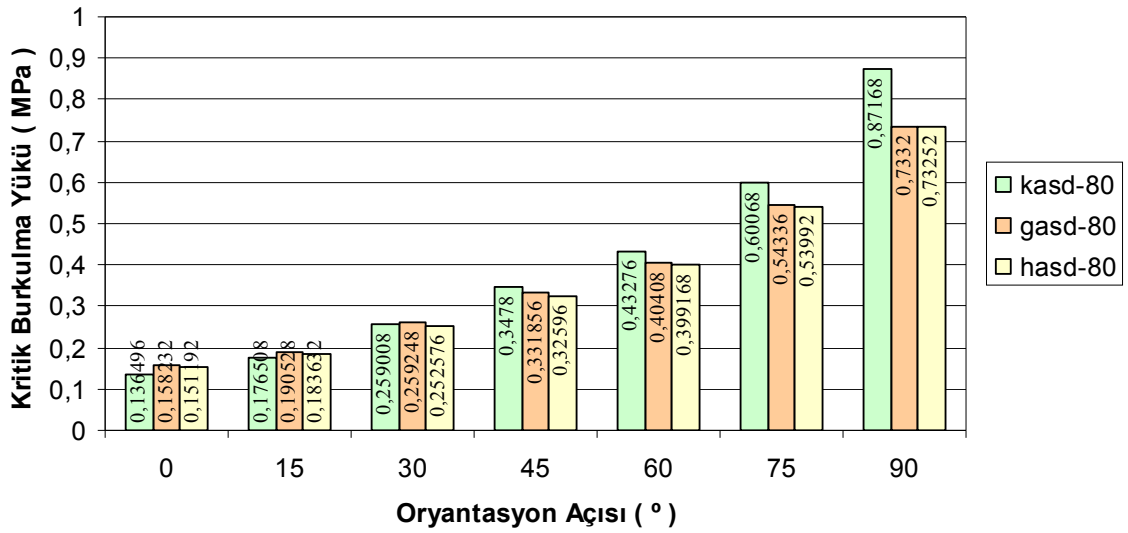
Şekil 5.30. Karbon fiberden oluşturulmuş simetrik 80 mm çaplı delaminasyonlu numunenin Von Misses gerilme dağılımı



Şekil 5.31. Grafit fiberden oluşturulmuş simetrik 80 mm çaplı delaminasyonlu numunenin Von Misses gerilme dağılımı



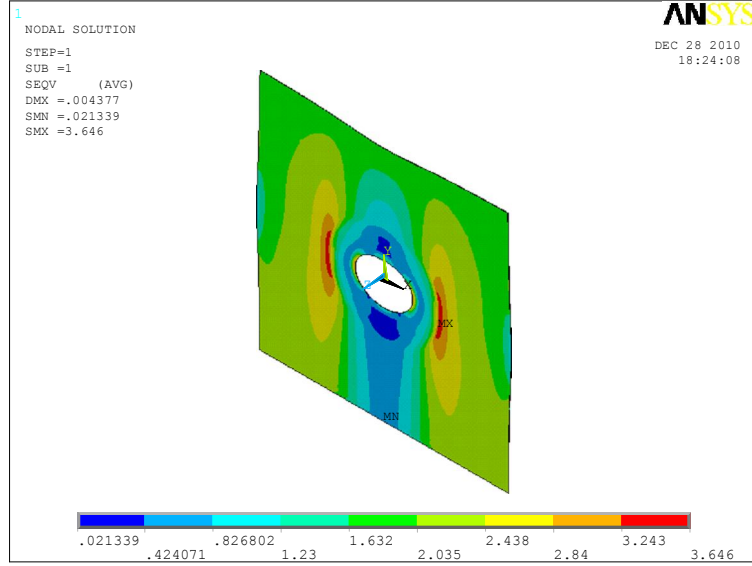
Şekil 5.32. Karma (hibrit) kompozitli simetrik 80 mm çaplı daire delikli delaminasyonlu numunenin Von Misses gerilme dağılımı



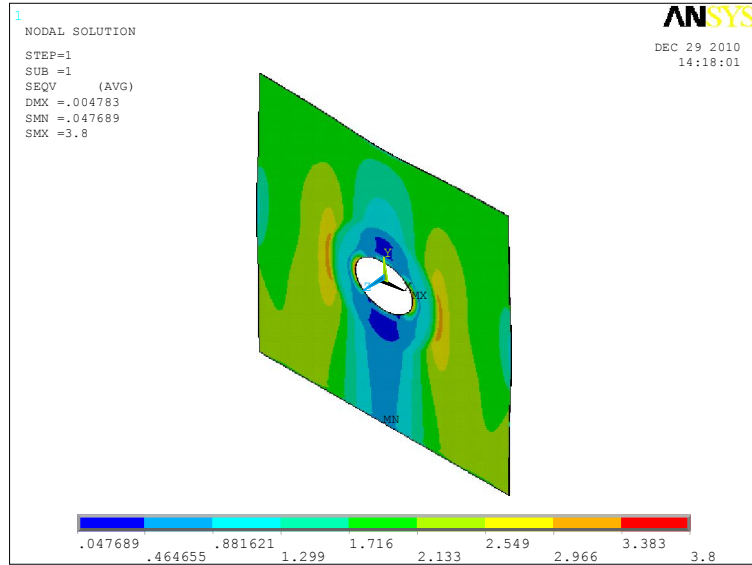
Şekil 5.33. Anti simetrik dizimli daire delikli 80 mm çaplı delaminasyonlu farklı fiber takviyelerine göre kritik burkulma yükleri

Şekle göre en yüksek kritik burkulma yükü ($0^\circ/90^\circ$) dizimli karbon fiber takviyeli numunede 0,871 MPa olarak çıkmıştır. En düşük ise ($0^\circ/0^\circ$) oryantasyon açılı karbon fiberde 0,136 MPa olarak bulunmuştur. ($0^\circ/30^\circ$) açılarına kadar grafit fiberler yüksek çıkarken, diğerlerinde karbon fiberler yüksek çıkmıştır. ($0^\circ/0^\circ$) ve ($0^\circ/15^\circ$) de grafit fiber karma (hibrit) kompozitten, karma (hibrit) ise karbon fiberden büyük çıkmıştır. ($0^\circ/30^\circ$) dizilimde ise büyüklük sırası grafit, karbon ve karma (hibrit) şeklindedir.

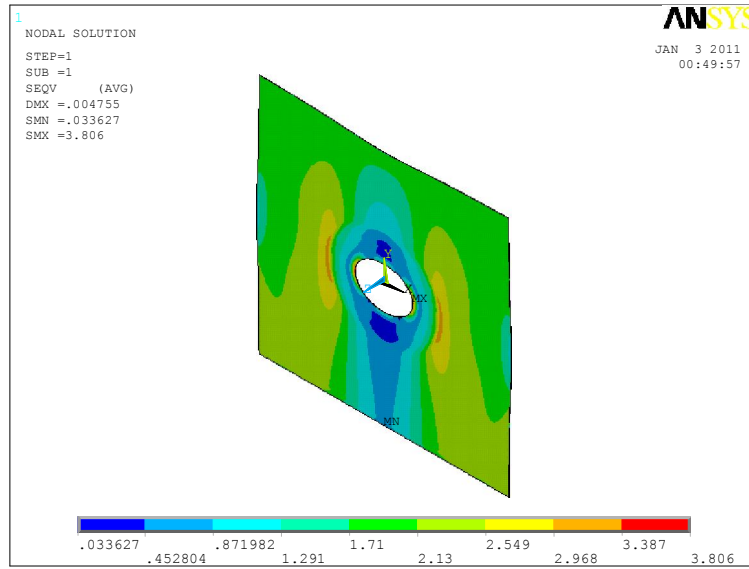
Diğerlerinde ise sırasıyla kritik burkulma yükleri karbon fiber, grafit fiber ve karma (hibrit) kompozit şeklindedir. Açılar dizilimine göre ise ($0^\circ/0^\circ$) de karbon ve grafit fiberin haricindekilerde, anti simetrik diziliimli açılar kritik burkulma yükü simetrik dizilimlilere göre daha yüksek çıkmıştır.



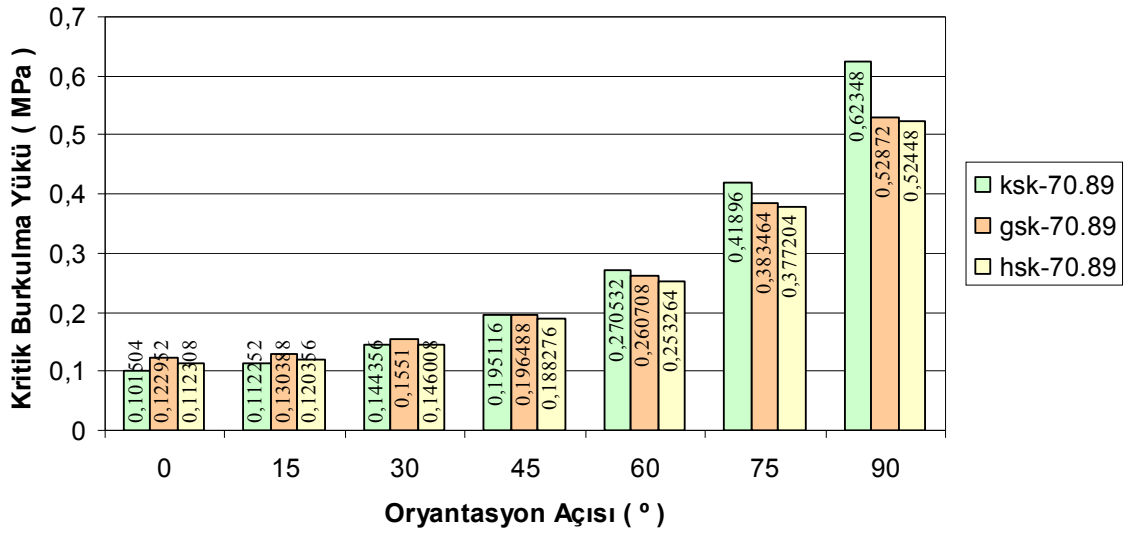
Şekil 5.34. Karbon fiberden oluşan anti simetrik 80 mm çaplı delaminasyonlu numunenin Von Misses gerilme dağılımı



Şekil 5.35. Grafit fiberden oluşan anti simetrik 80 mm çaplı delaminasyonlu numunenin Von Misses gerilme dağılımı



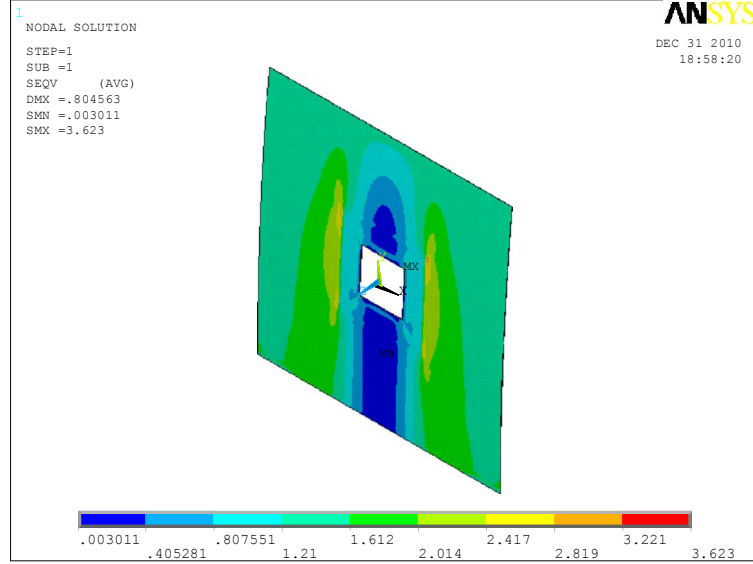
Şekil 5.36. Karma (hibrit) kompozitli anti simetrik 80mm çaplı delaminasyonlu numunenin Von Misses gerilme dağılımı



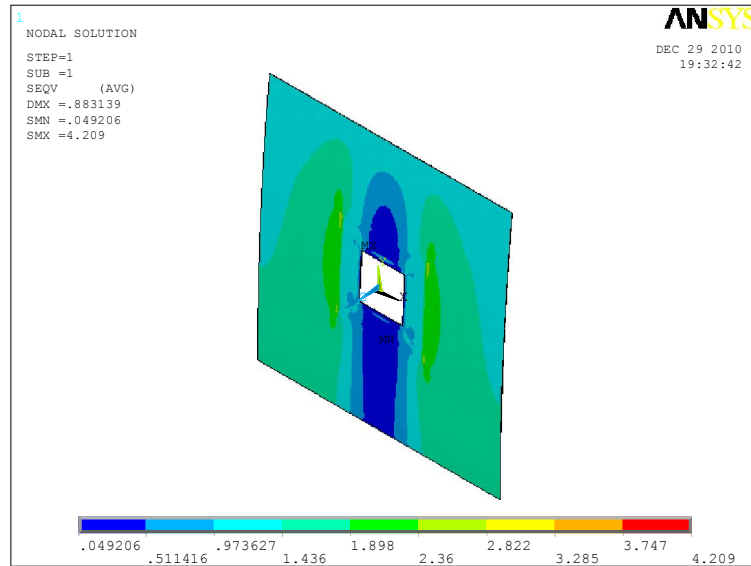
Şekil 5.37. Simetrik dizimli kare delikli 70.89 mm uzunluklu kare delaminasyonlu farklı fiber takviyelerin kritik burkulma yükü grafiği

Grafiğe göre en yüksek kritik burkulma yükü karbon fiber takviyeli (0°/90°) diziliminde 0,623 MPa olarak elde edilmiştir. En düşük değer ise (0°/0°) açılı dizilimde karbon fiberde 0,101 MPa olarak bulunmuştur. Açılar tek tek değerlendirildiğinde (0°/45°) ye kadar grafit fiber büyük çıkarken, diğerlerinde ise karbon fiber büyük çıkmıştır. (0°/30°) ye kadar kritik burkulma yükleri büyüklüğüne göre sırasıyla grafit fiber, karma (hibrit) kompozit ve karbon fiber şeklindedir. (0°/45°) ise grafit fiberi,

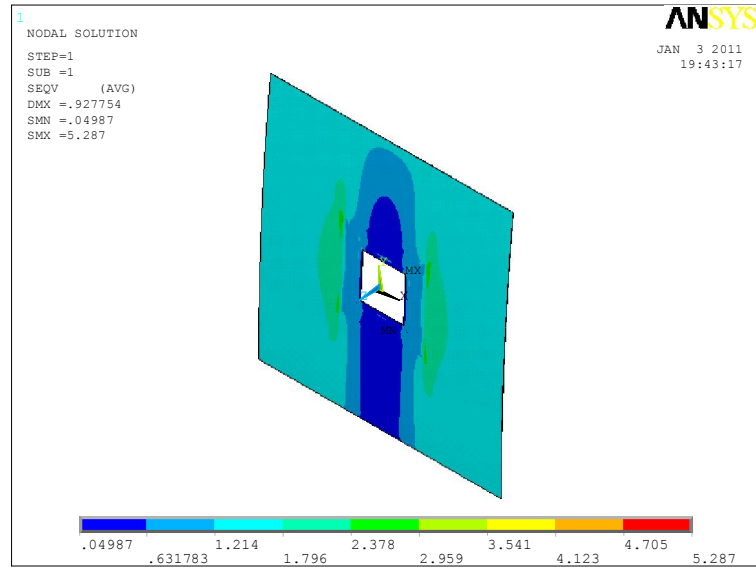
karbon fiber ardından da karma (hibrit) kompozit izlemektedir. Diğerlerinde ise büyüklüğüne göre sırasıyla karbon fiber, grafit fiber ve karma (hibrit) kompozit olarak gözlemlenmiştir.



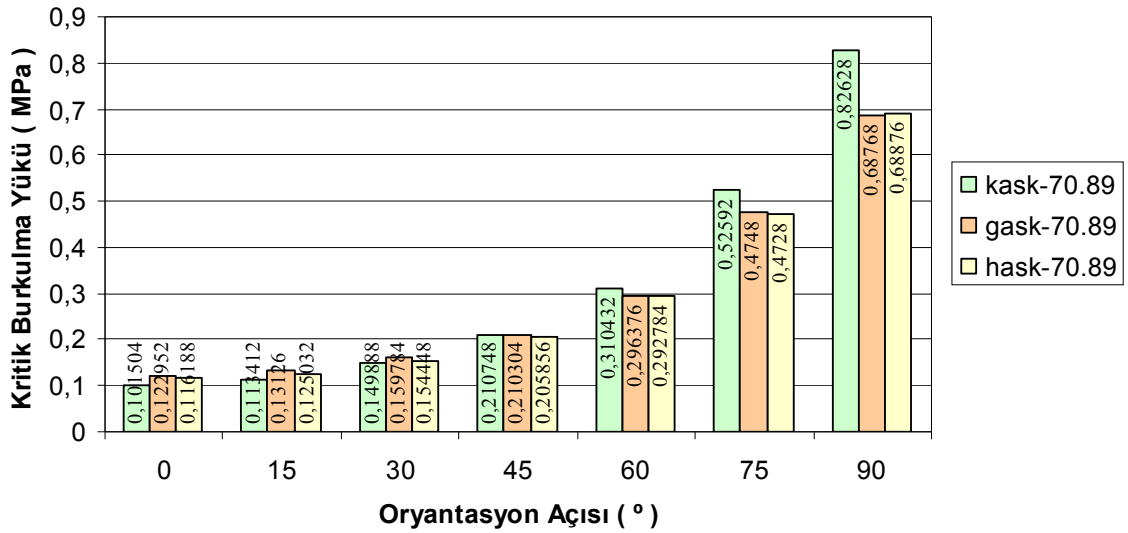
Şekil 5.38. Karbon fiberden oluşmuş simetrik 70.89 mm uzunluklu kare delaminasyonlu kare delikli numunenin Von Misses gerilme dağılımı



Şekil 5.39. Grafit fiberden meydana gelen simetrik dizilimli 70.89 mm uzunluklu kare delaminasyonlu numunenin Von Misses gerilme dağılımı



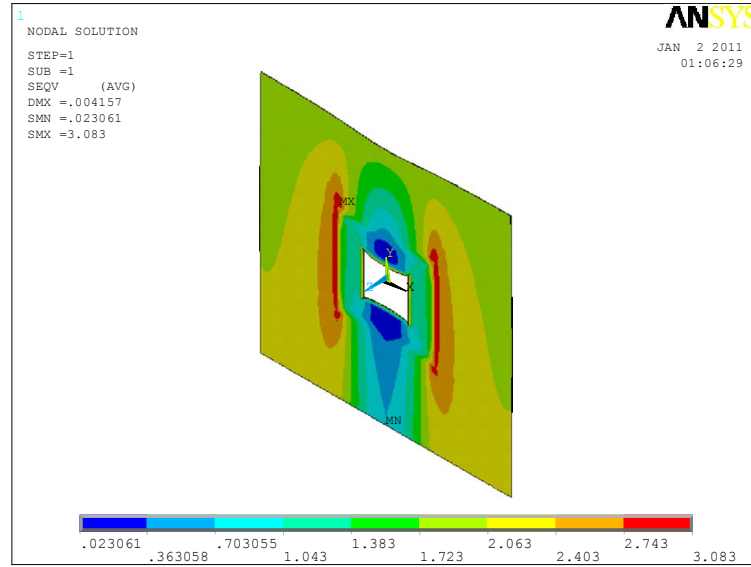
Şekil 5.40. Karma (hibrit) kompozitten oluşan simetrik 70.89 mm uzunluklu kare delaminasyonlu kare delikli numunenin Von Misses gerilme dağılımı



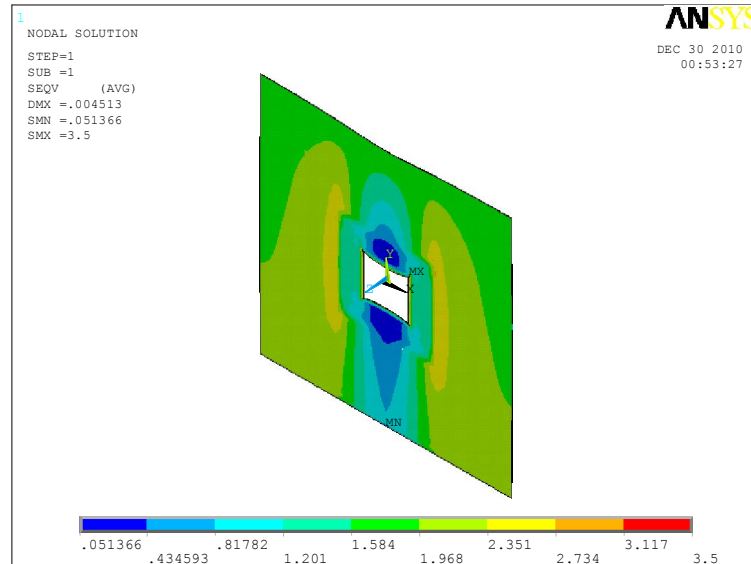
Şekil 5.41. Anti simetrik diziliimli kare delikli 70.89 mm uzunluklu kare delaminasyonlu numunenin farklı fiber takviyelerine göre kritik burkulma yükünün değişimi

Grafik irdelendiğinde en yüksek değeri ($0^\circ/90^\circ$) diziliimli karbon fiberde 0,826 MPa olarak ölçülmüştür. Bunun yanında en düşük kritik burkulma yükü ise yine karbon fiberde ($0^\circ/0^\circ$) şeklinde dizilmiş olan numunede 0,101 MPa olarak elde edilmiştir. Açılara göre kritik burkulma yüklerini incelersek, ($0^\circ/30^\circ$) açısına kadar grafit fiberler, diğerlerinde ise karbon fiberler büyük çıkmıştır. ($0^\circ/30^\circ$) kadar dizilmiş olan açılarda grafit fiber karma (hibrit)ten, karma (hibrit) ise karbon fiberden büyüktür. ($0^\circ/45^\circ$),

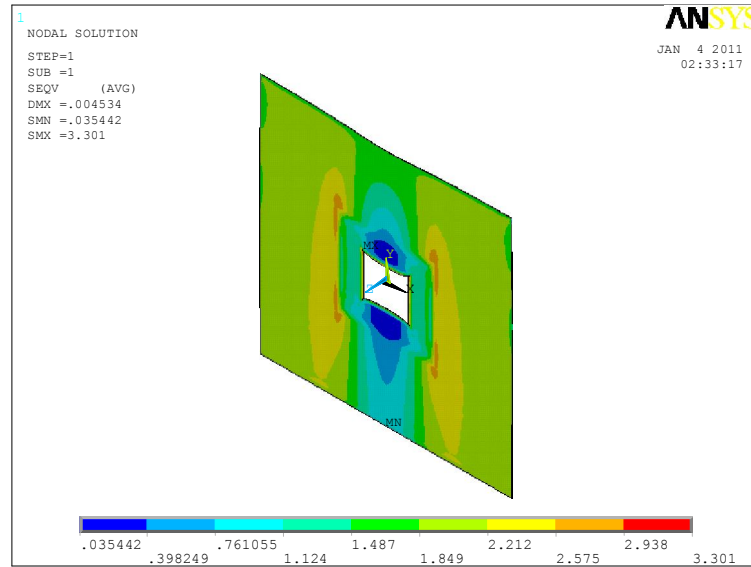
(0°/60°) ve (0°/75°) de karbon fiberden sonra grafit fiber, ondan sonrada karma (hibrit) kompozit gelmektedir. (0°/90°) de ise kritik burkulma yükleri sırasıyla karbon fiber, karma (hibrit) ve grafit fiber şeklindedir. Dizilimlere göre de incelersek, (0°/0°) deki karbon ve grafit fiberlerin dışındakilerde anti simetrik dizilimli olanların kritik burkulma yükleri simetrik olanlara göre daha yüksek çıkmıştır.



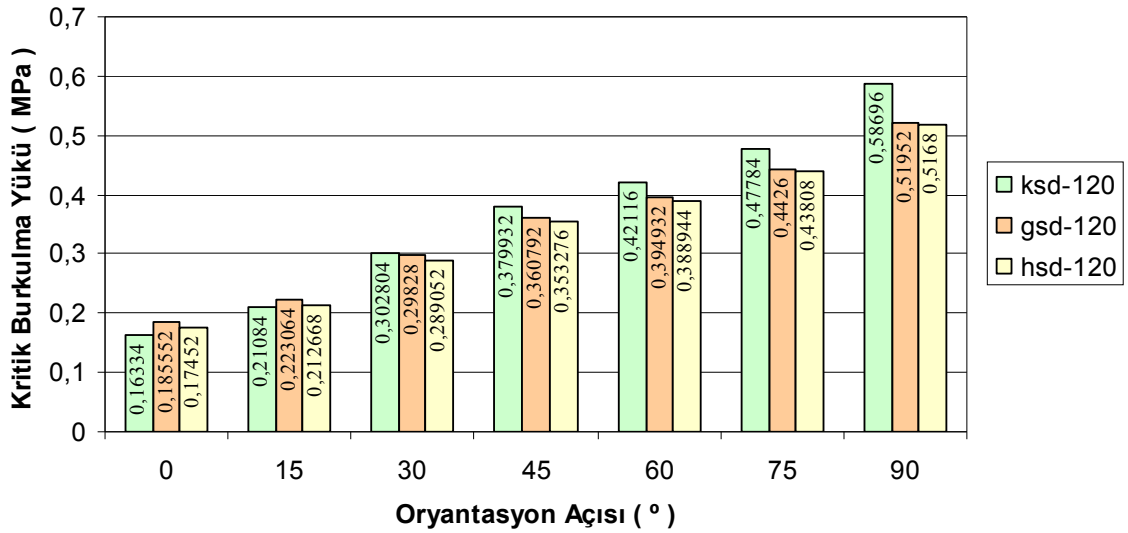
Şekil 5.42. Karbon fiberden oluşan anti simetrik dizilimli 70.89 mm uzunluklu kare delaminasyonlu kare delikli numunenin Von Misses gerilme dağılımı



Şekil 5.43. Grafit fiberden oluşmuş anti simetrik 70.89 mm uzunluklu kare delaminasyonlu modelin Von Misses gerilme dağılımı



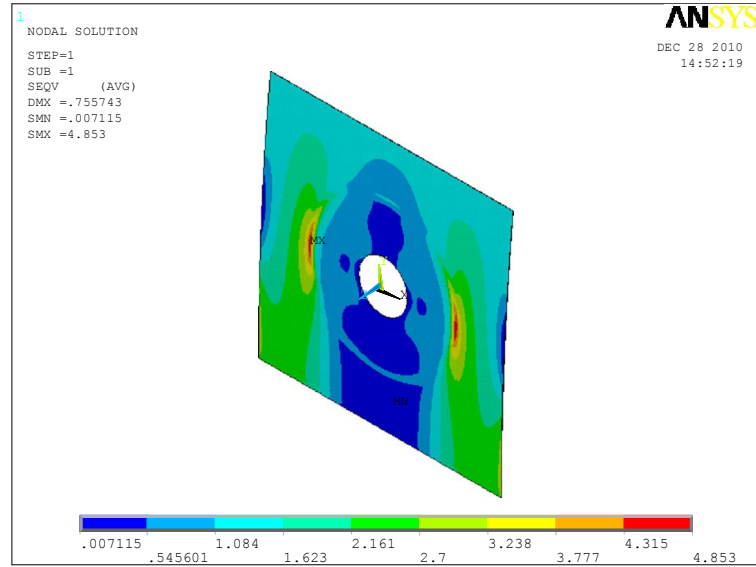
Şekil 5.44. Karma (hibrit) kompozitten oluşan anti simetrik 70.89 mm uzunluklu kare delaminasyonlu modelin Von Misses gerilme dağılımı



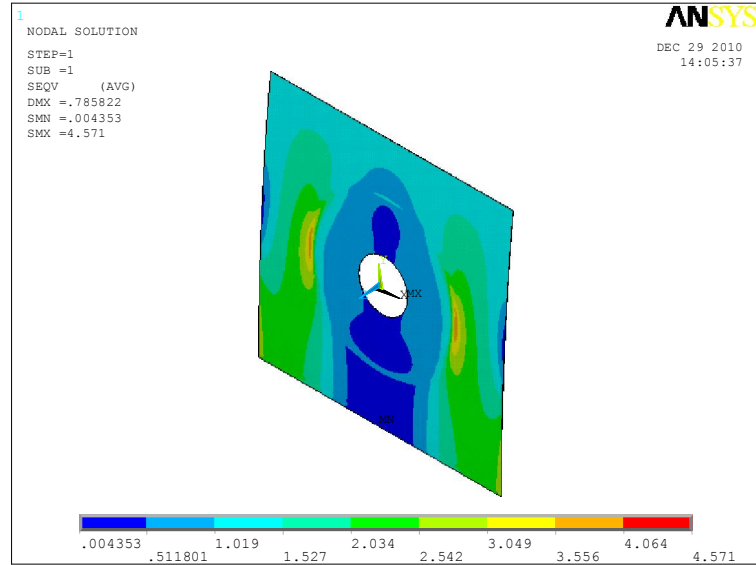
Şekil 5.45. Simetrik diziliimli daire delikli 120 mm çaplı daire delaminasyonun farklı fiber takviyelerine göre kritik burkulma yükü

Grafik değerleri göz önüne alındığında en yüksek kritik burkulma yükünün karbon fiber takviyeli, (0°/90°) oryantasyon diziliimli numunede 0,586 MPa olarak tespit edilmiştir. Bunun yanı sıra en düşük değer ise (0°/0°) diziliimli karbon fiberde 0,163 MPa olarak bulunmuştur. Açılara göre incelersek, (0°/0°) ve (0°/15°) de grafit fiber, diğerlerinde ise karbon fiber daha yüksek çıkmıştır. (0°/0°) ve (0°/15°) de grafit fiber karma (hibrit)ten, karma (hibrit) ise karbon fiberden büyük çıkmıştır. Diğerlerinde ise

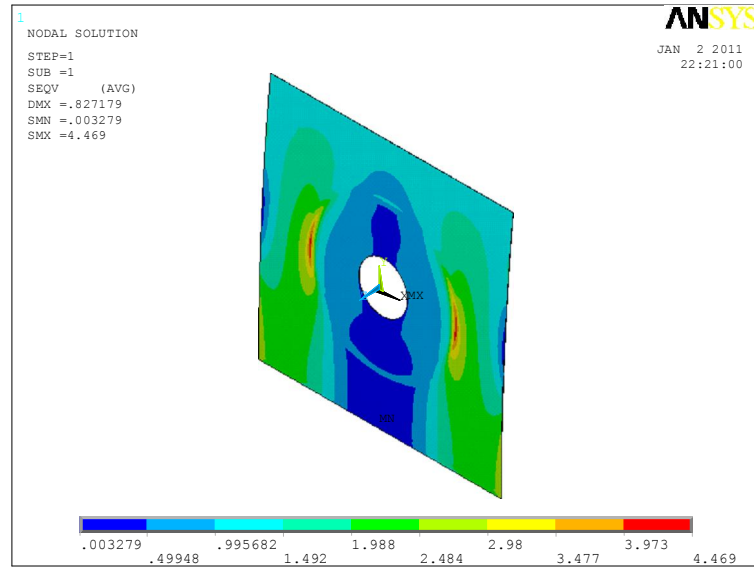
kritik burkulma yükleri sırasıyla karbon fiber, grafit fiber ve karma (hibrit) kompozit şeklindedir.



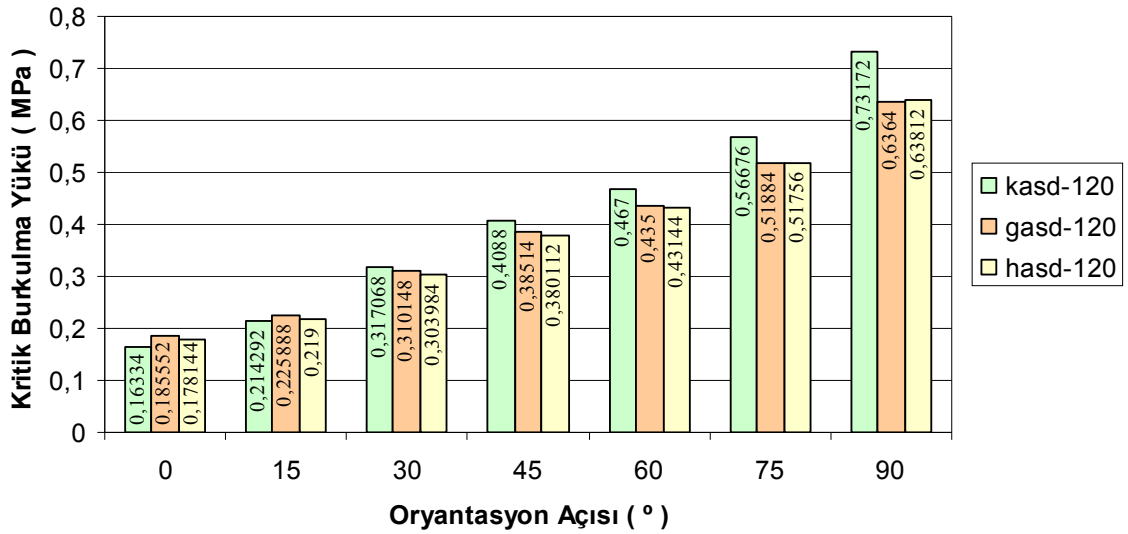
Şekil 5.46. Karbon fiberden oluşan simetrik 120 mm çaplı delaminasyonlu modelin Von Misses gerilme dağılımı



Şekil 5.47. Grafit fiberden oluşan simetrik 120 mm çaplı delaminasyonlu modelin Von Misses gerilme dağılımı



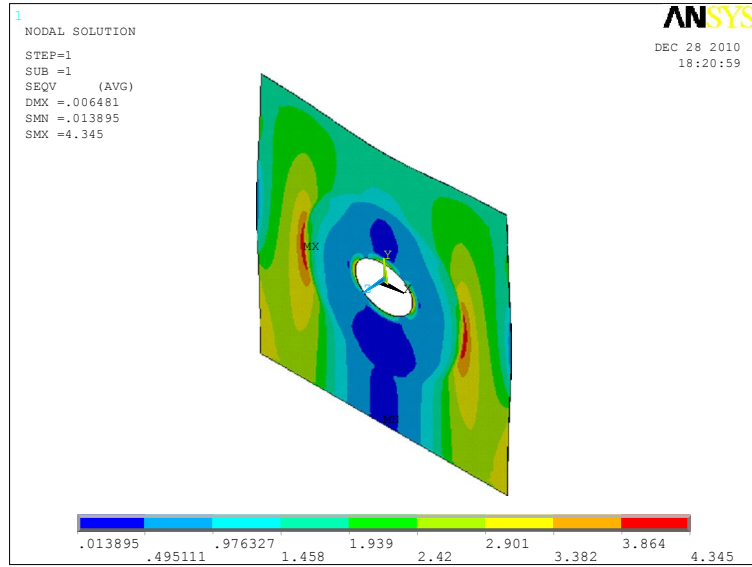
Şekil 5.48. Karma (hibrit) kompozitli simetrik dizimli 120 mm çaplı delaminasyonlu modelin Von Misses gerilme dağılımı



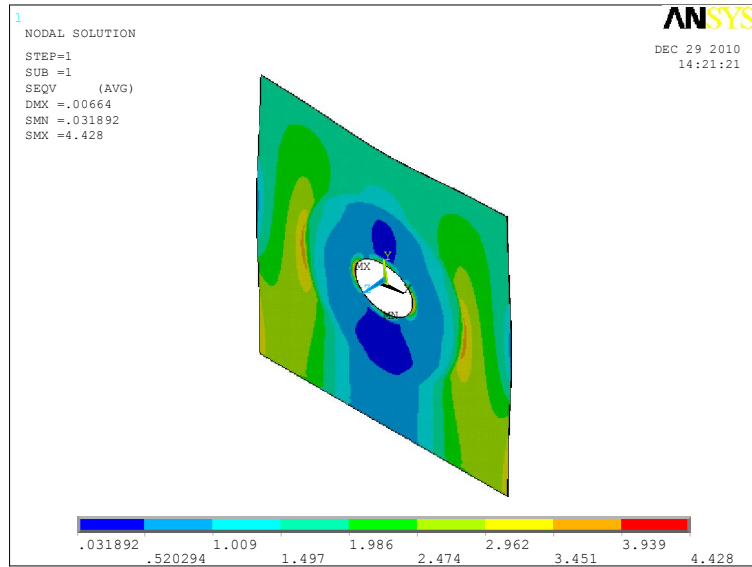
Şekil 5.49. Anti simetrik dizimli daire delikli 120 mm çaplı delaminasyonlu farklı fiber takviyelerin kritik burkulma yükü

Şekil göz önüne alındığında en büyük değer $(0^\circ/90^\circ)$ açılarıyla dizilmiş olan karbon fiberde 0,731 MPa olarak hesaplanmıştır. En küçük değer ise yine karbon fiberde $(0^\circ/0^\circ)$ açılarıyla dizilmiş olan numunede 0,163 MPa olarak bulunmuştur. $(0^\circ/0^\circ)$ ve $(0^\circ/15^\circ)$ de grafit fiber, diğerlerinde ise karbon fiber yüksek çıkmıştır. $(0^\circ/0^\circ)$ ve $(0^\circ/15^\circ)$ de kritik burkulma yükleri sırasıyla grafit fiber, karma (hibrit) kompozit ve karbon fiber şeklindedir. $(0^\circ/30^\circ)$, $(0^\circ/45^\circ)$, $(0^\circ/60^\circ)$ ve $(0^\circ/75^\circ)$ açılarında ise karbon

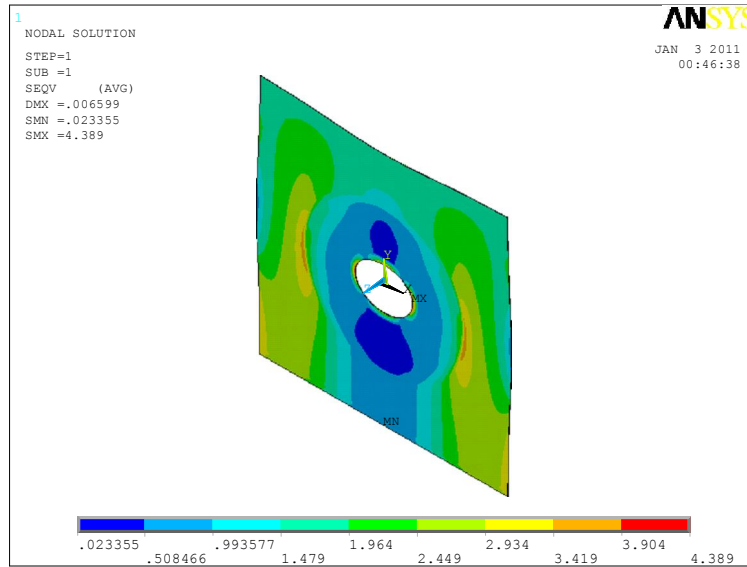
fiber grafitten, grafit ise karma (hibrit)ten büyük çıkmıştır. ($0^\circ/90^\circ$) ise kritik burkulma yükleri büyüklüğüne göre sırasıyla karbon fiber, karma (hibrit) kompozit ve grafit fiber şeklindedir. Dizilimlere göre ise ($0^\circ/0^\circ$) deki karbon ve grafit fiber haricindekilerde, anti simetrik dizimli numunelerin kritik burkulma yükleri simetrik dizimli numunelerden daha yüksek olduğu gözlemlenmiştir.



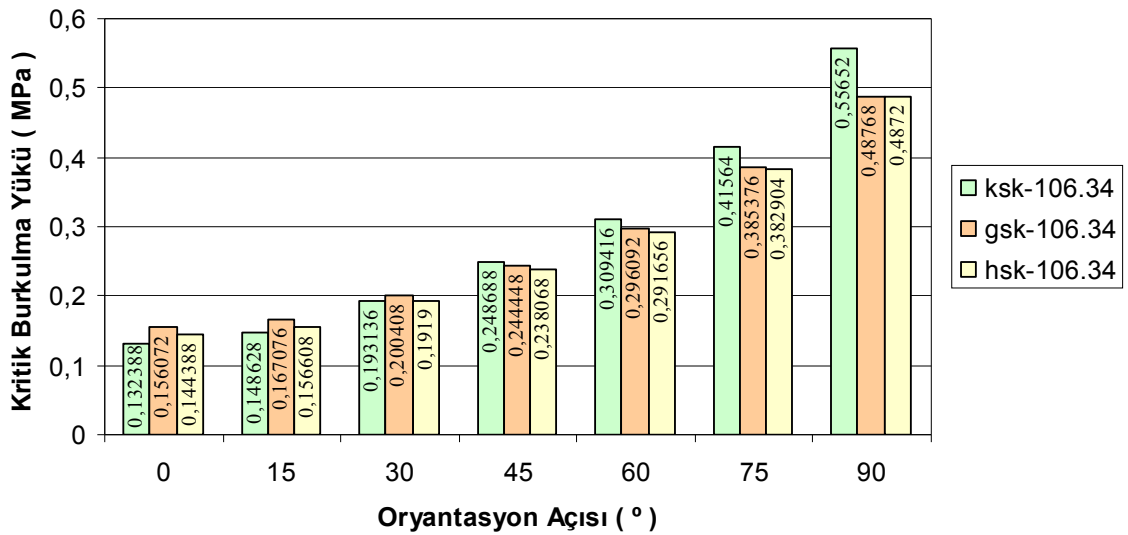
Şekil 5.50. Karbon fiberden meydana gelmiş anti simetrik dizimli 120 mm çaplı delaminasyonlu numunenin Von Misses gerilme dağılımı



Şekil 5.51. Grafit fiberden oluşan anti simetrik 120 mm çaplı delaminasyonlu modelin Von Misses gerilme dağılımı



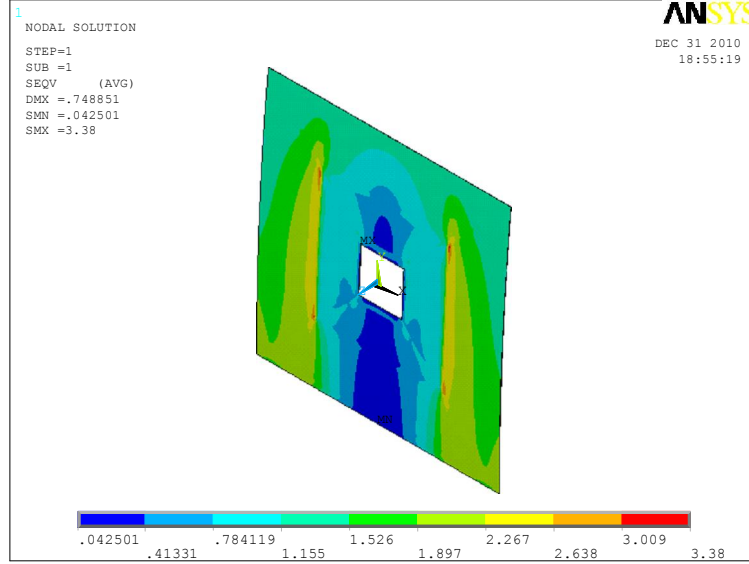
Şekil 5.52. Karma (hibrit) kompozitten oluşan anti simetrik 120 mm çaplı delaminasyonlu modelin Von Misses gerilme dağılımı



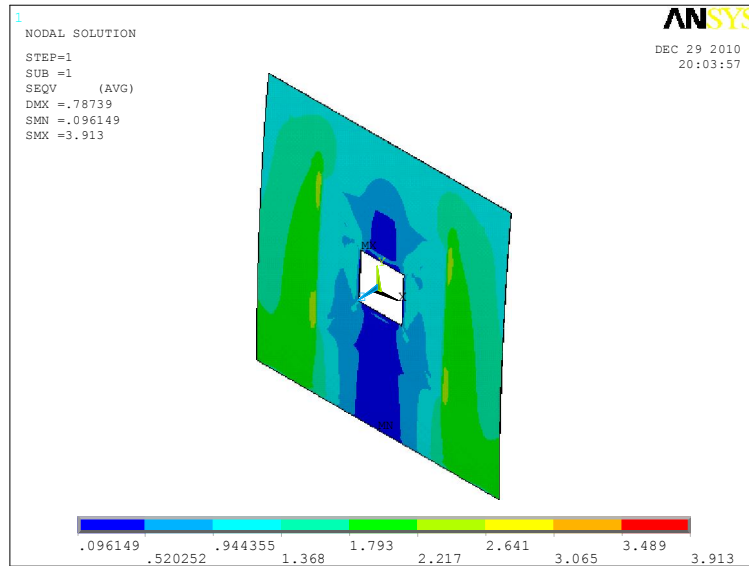
Şekil 5.53. Simetrik dizilimli kare delikli 106.34 mm uzunluklu kare delaminasyonlu farklı fiber takviyeli malzemelerin kritik burkulma yükleri

Şekil irdelendiğinde en yüksek kritik burkulma yükünün ($0^\circ/90^\circ$) oryantasyon grubuyla dizilmiş olan karbon fiberde 0,556 MPa olduğu görülür. En düşük ise 0,132 MPa değeriyle ($0^\circ/0^\circ$) açıyla dizilmiş karbon fiberde olduğu gözlemlenmiştir. ($0^\circ/30^\circ$) ye kadar grafit fiber yüksek çıkarken geri kalanında ise karbon fiber büyük çıkmıştır. ($0^\circ/0^\circ$) ve ($0^\circ/15^\circ$) açılarıyla dizilmiş tabakalarda kritik burkulma yükleri sırasıyla grafit fiber, karma (hibrit) kompozit ve karbon fiber şeklinde olurken ($0^\circ/30^\circ$) de ise grafit

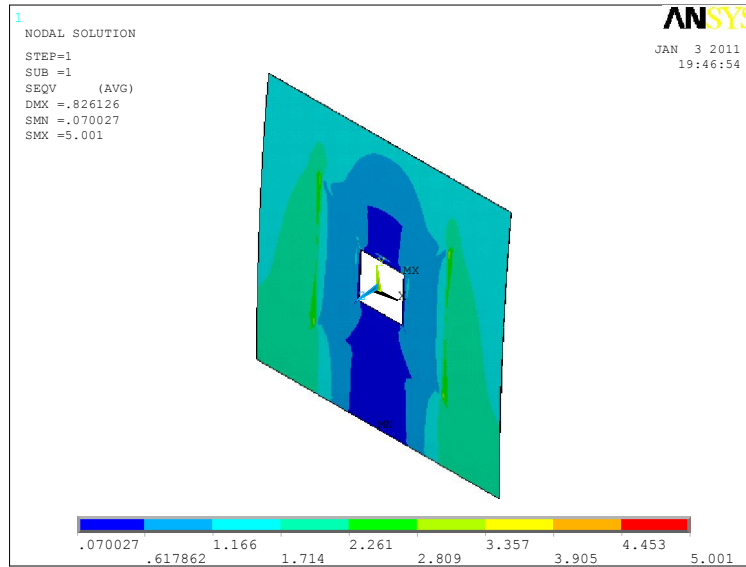
fiberi, karbon fiber ve karma (hibrit) kompozit takip etmiştir. Diğer oryantasyon açılarında ise kritik burkulma yükleri sırasıyla karbon fiber, grafit fiber ve karma (hibrit) kompozit şeklindedir.



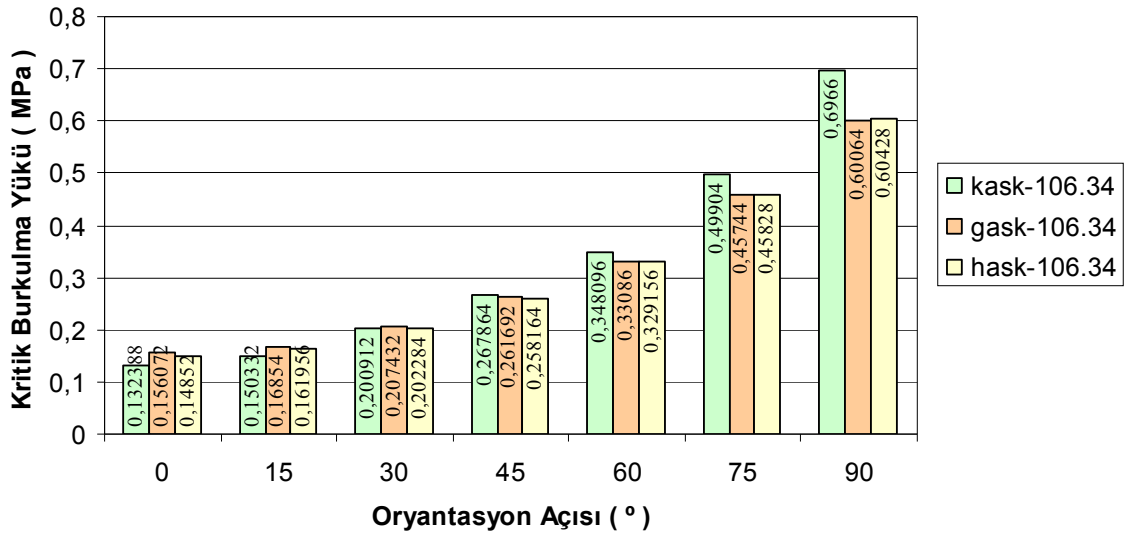
Şekil 5.54. Karbon fiberden oluşan simetrik 106.34 mm uzunluklu kare delaminasyonlu modelin Von Misses gerilme dağılımı



Şekil 5.55. Grafit fiberden oluşmuş simetrik 106.34 mm uzunluklu kare delaminasyonlu modelin Von Misses gerilme dağılımı



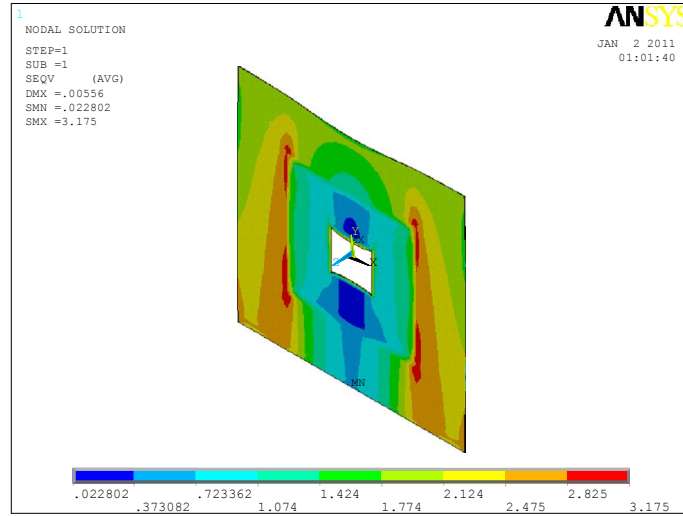
Şekil 5.56. Karma (hibrit) kompozitli simetrik 106.34 mm uzunluklu kare delaminasyonlu numunenin Von Misses gerilme dağılımı



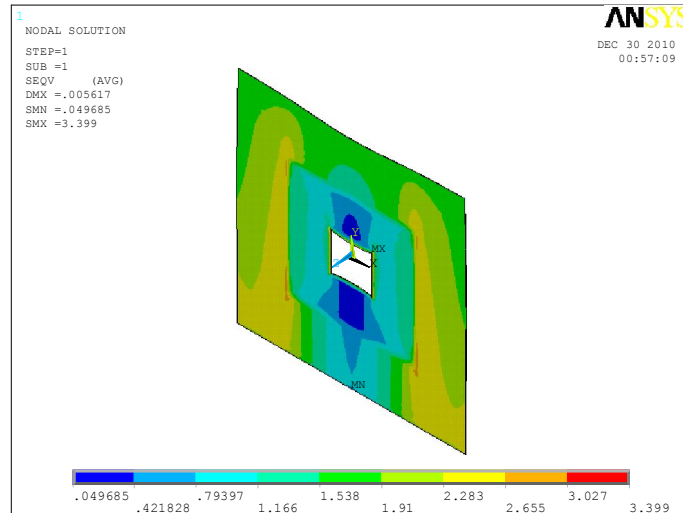
Şekil 5.57. Anti simetrik dizimli kare delikli 106.34 mm uzunluklu kare delaminasyonların farklı fiber takviyelerine göre kritik burkulma yükleri

Şekil incelendiğinde en büyük kritik burkulma yükünün ($0^\circ/90^\circ$) şeklinde dizilmiş olan karbon fiber takviyeli numunede 0,696 MPa olarak çıktığı görülmüştür. Bunun yanı sıra en küçük değer ise ($0^\circ/0^\circ$) dizimli karbon fiberde 0,132 MPa olarak tespit edilmiştir. Açılara göre bakıldığında ($0^\circ/30^\circ$) ye kadar grafit fiberin, ($0^\circ/30^\circ$) den sonra ise karbon fiberin kritik burkulma yükünün büyük olduğu görülür. ($0^\circ/30^\circ$) ye kadar büyüklük sırasıyla grafit fiber, karma (hibrit) kompozit ve karbon fiber şeklindedir.

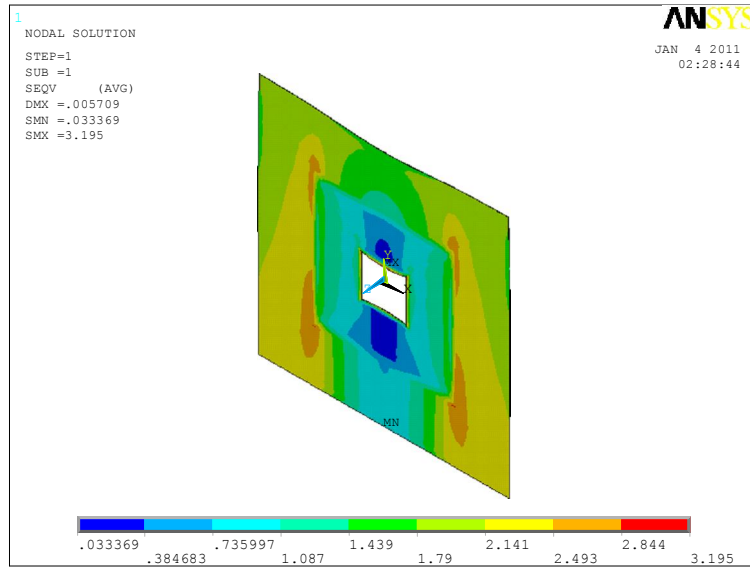
(0°/45°) ve (0°/60°) şeklinde dizilmiş tabakalarda kritik burkulma yükleri sırasıyla karbon fiber, grafit fiber ve karma (hibrit) kompozit olarak gözlemlenmiştir. Geriye kalan son iki açılı diziliminde ise karbon fiber karma (hibrit) kompozitten büyük, karma (hibrit) ise grafit fiberden büyük çıkmıştır. Son olarak da dizilimi göz önüne alınırsa (0°/0°) nin karbon ve grafit fiberin aynı açılı ve malzemeye aynı kritik burkulma yüküne sahip olduğunu görülür. Bunun dışındakilerde ise anti simetrik şeklinde dizilmiş olan tabakaların, simetrik dizilimlere göre daha yüksek kritik burkulma yüküne sahip olduğu gözlemlenmiştir.



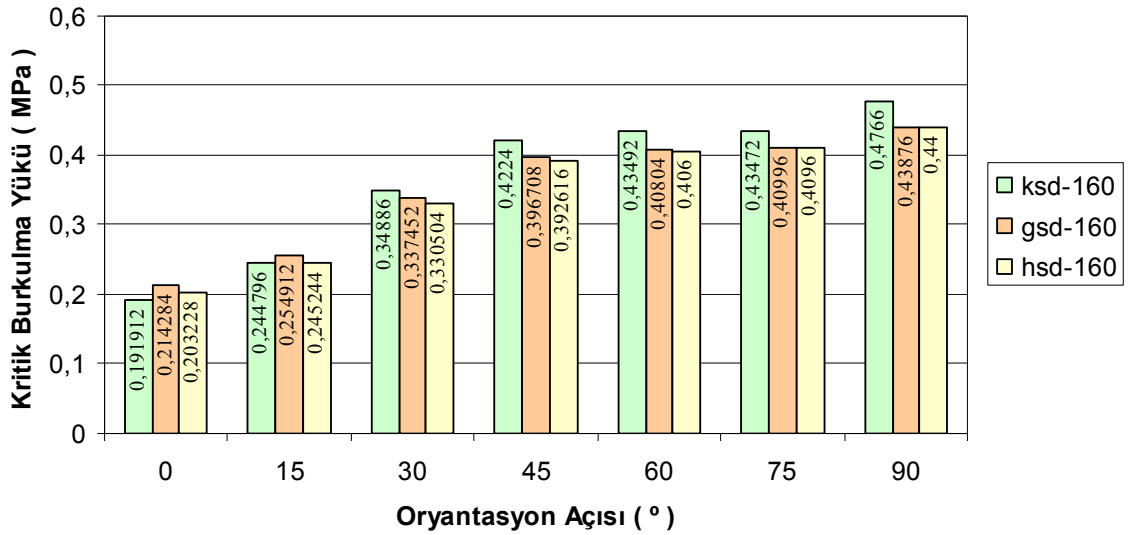
Şekil 5.58. Karbon fiberden oluşmuş anti simetrik dizilimli 106.34 mm uzunluklu kare delaminasyonlu modelin Von Misses gerilme dağılımı



Şekil 5.59. Grafit fiberden oluşmuş anti simetrik 106.34 mm uzunluklu kare delaminasyonlu modelin Von Misses gerilme analizi



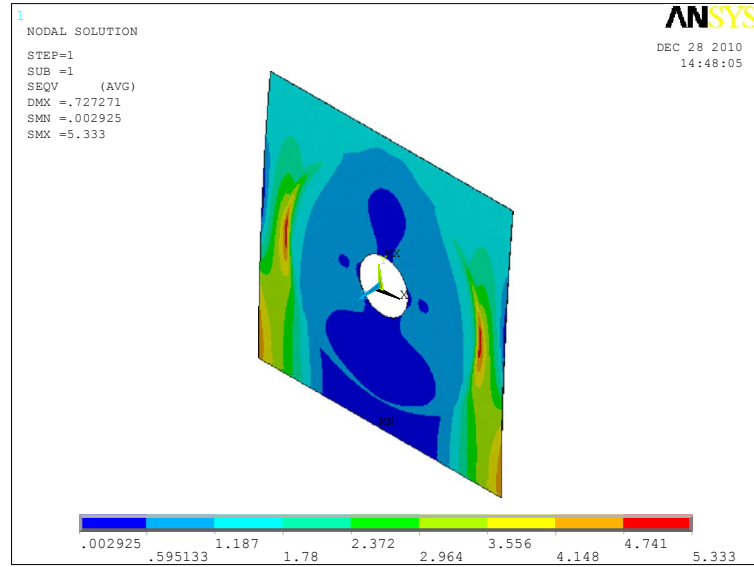
Şekil 5.60. Karma (hibrit) kompozitli anti simetrik dizilimli 106.34 mm uzunluklu kare delaminasyonlu modelin Von Misses gerilme analizi



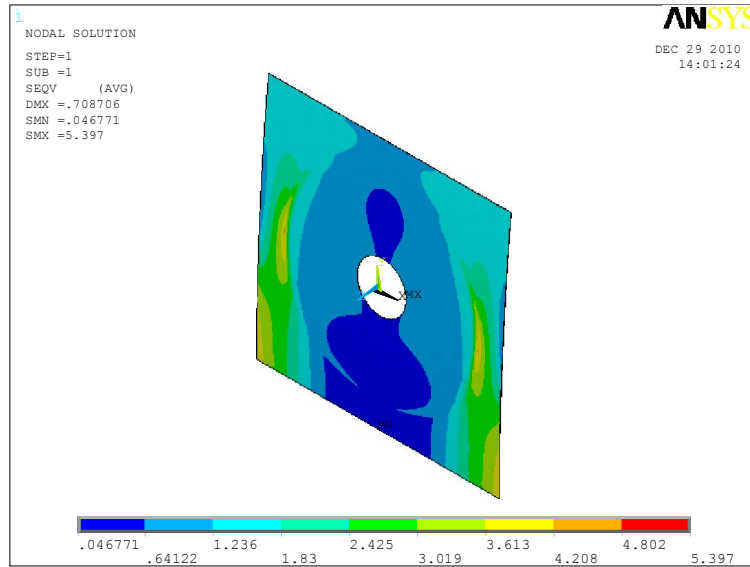
Şekil 5.61. Simetrik dizilimli daire delikli 160 mm çaplı delaminasyonlu farklı fiber takviyelerine göre kritik burkulma yükleri

Karbon, grafit ve karma (hibrit) fiber takviyeli, daire delikli, simetrik dizilimli, 160 mm çaplı delaminasyon içeren numunelerde açılara bağlı olarak artış görülmüştür. En yüksek kritik burkulma yükü 0,476 MPa ile (0°/90°) dizilimli karbon fiberde bulunmuştur. En düşük ise 0,191 MPa ile (0°/0°) dizilimli karbon fiberde hesaplanmıştır. Kritik burkulma değerlerinde 0° ve 15° ye kadar grafit değerleri yüksekken sonrasında karbon değerleri büyük çıkmıştır. Mekanik özellikleri yakın

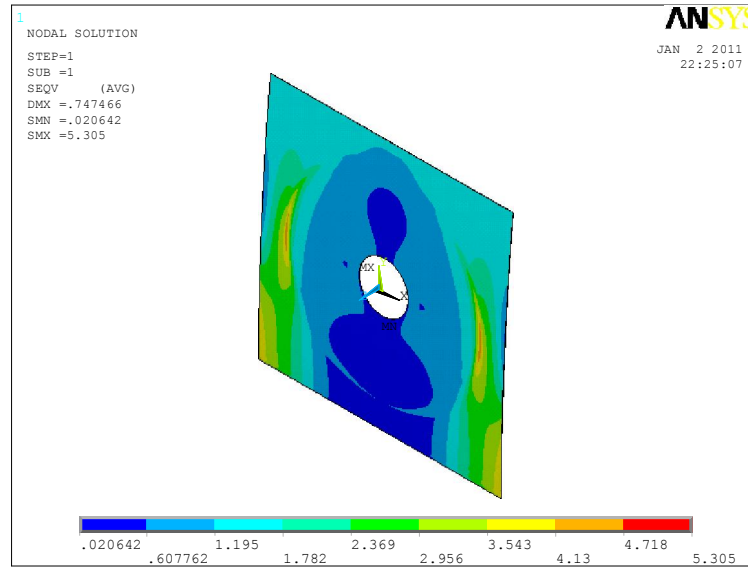
olduğundan değerlerde birbirine yakın çıkmıştır. ($0^\circ/0^\circ$) ve ($0^\circ/15^\circ$) açılarında kritik burkulma yükleri sırasıyla grafit fiber, karma (hibrit) kompozit ve karbon fiber şeklindedir. ($0^\circ/30^\circ$), ($0^\circ/45^\circ$), ($0^\circ/60^\circ$) ve ($0^\circ/75^\circ$) açılarında ise değerler karbon fiber, grafit fiber ve karma (hibrit) kompozit olarak sıralanmıştır. ($0^\circ/90^\circ$) de kritik burkulma yükleri karbon fiber, karma (hibrit) kompozit ve grafit fiber şeklinde olmuştur.



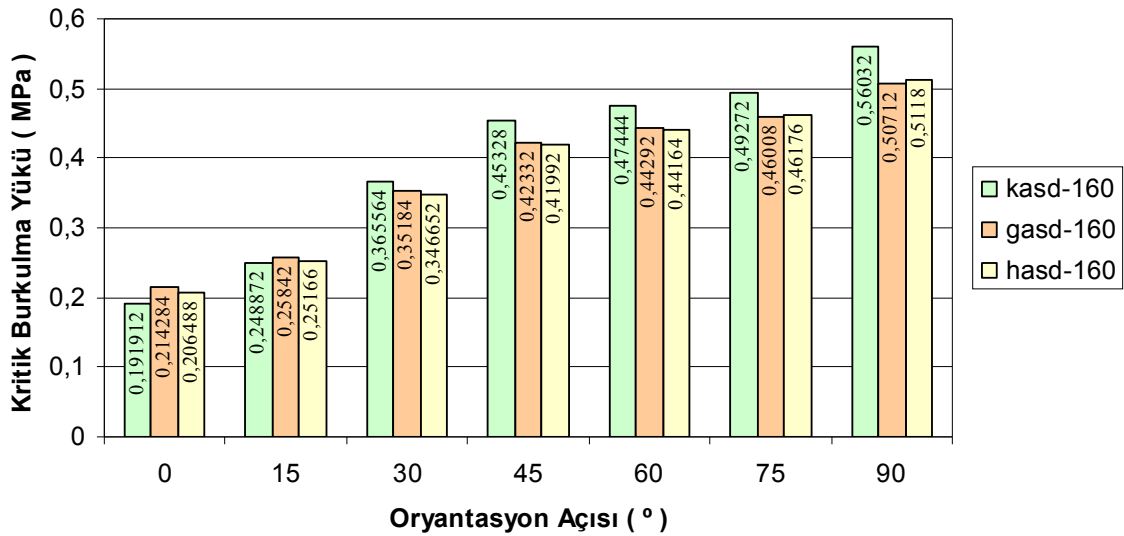
Şekil 5.62. Karbon fiberli simetrik dizilimli 160 mm çaplı delaminasyonlu numunenin Von Misses gerilme dağılımı



Şekil 5.63. Grafit fiberli simetrik 160 mm çaplı delaminasyonun bulunduğu numunenin Von Misses gerilme dağılımı



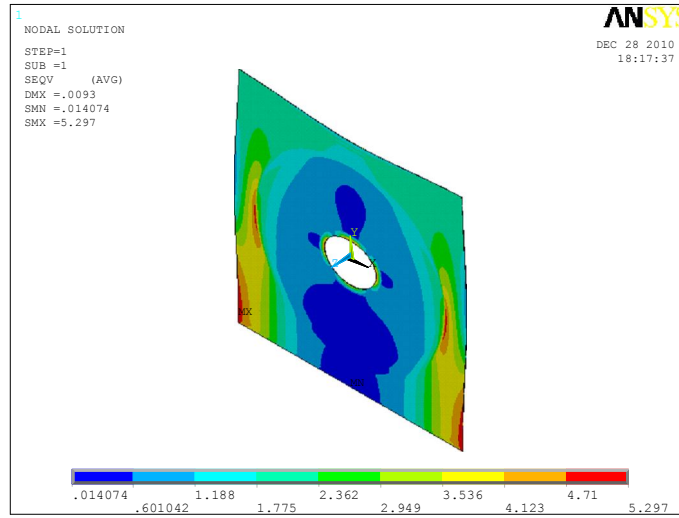
Şekil 5.64. Karma (hibrit) kompozitli simetrik dizimli 160 mm çaplı delaminasyonlu modelin Von Misses gerilme dağılımı



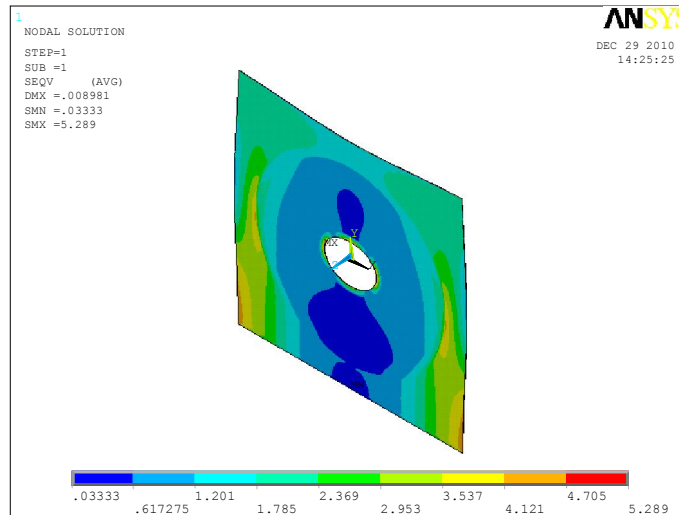
Şekil 5.65. Anti simetrik olarak dizilmiş daire delikli 160 mm çaplı delaminasyonun fiber takviyelerinin değişimine göre kritik burkulma yükleri

Anti simetrik, daire delikli, 160 mm çaplı daire delaminasyonlu tabakalı kompozit numunelerde en yüksek veri ($0^\circ/90^\circ$) dizimli karbon fiberde 0,560 MPa olarak bulunmuştur. En düşük kritik burkulma yükü ise ($0^\circ/0^\circ$) dizimli karbonda 0,191 MPa olarak hesaplanmıştır. ($0^\circ/0^\circ$) ve ($0^\circ/15^\circ$) açılarında grafit fiber yüksek çıkarken diğerlerinde karbon fiber yüksek çıkmıştır. Açılar ayrı ayrı irdelendiğinde ($0^\circ/0^\circ$) ve

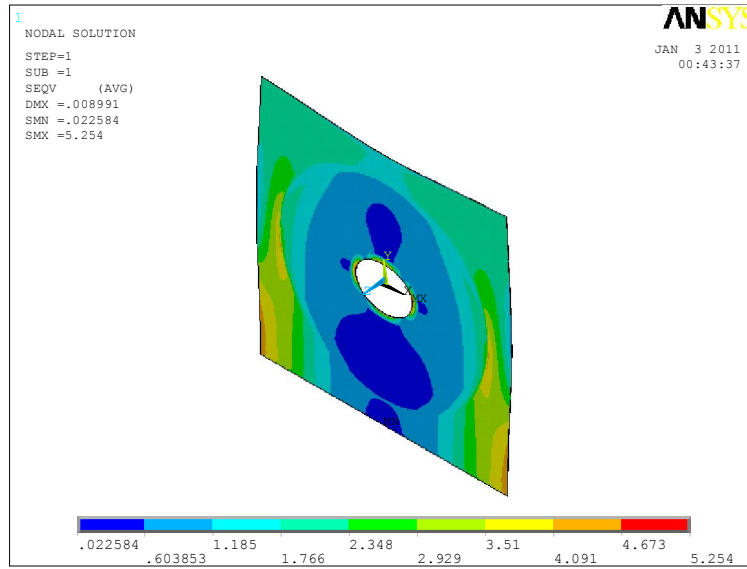
(0°/15°) de kritik burkulma yükü sırasıyla grafit fiber, karma (hibrit) kompozit ve karbon fiber şeklindedir. (0°/30°), (0°/45°) ve (0°/60°) açılarında ise sıralama karbon fiber, grafit fiber ve karma (hibrit) kompozit şeklindedir. Son olarak da (0°/75°) ve (0°/90°) ise karbon fiber, karma (hibrit) kompozit ve grafit fiber olarak görülmektedir. (0°/0°) şeklinde dizilmiş olan karbon ve grafit fiber haricindekilerde, anti simetrik dizilmiş olan numunelerin kritik burkulma yükü simetrik dizilmiş numunelere göre daha yüksek çıktığı gözlemlenmiştir.



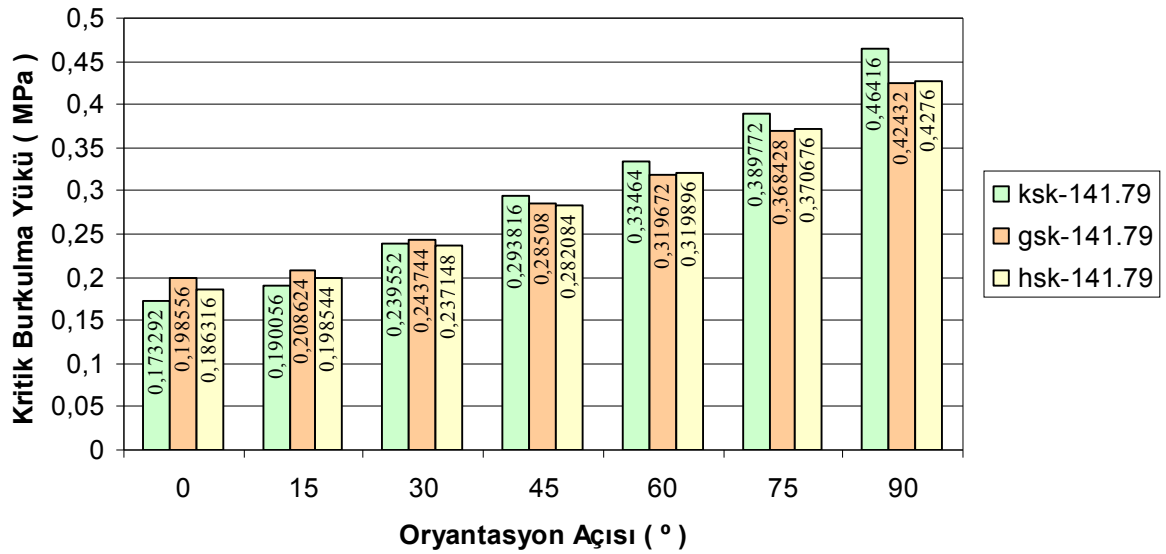
Şekil 5.66. Karbon fiberli anti simetrik diziliimli 160 mm çaplı delaminasyona sahip numunenin Von Misses gerilme dağılımı



Şekil 5.67. Grafit fiberli anti simetrik diziliimli 160 mm çaplı daire delaminasyonlu numunenin Von Misses gerilme dağılımı



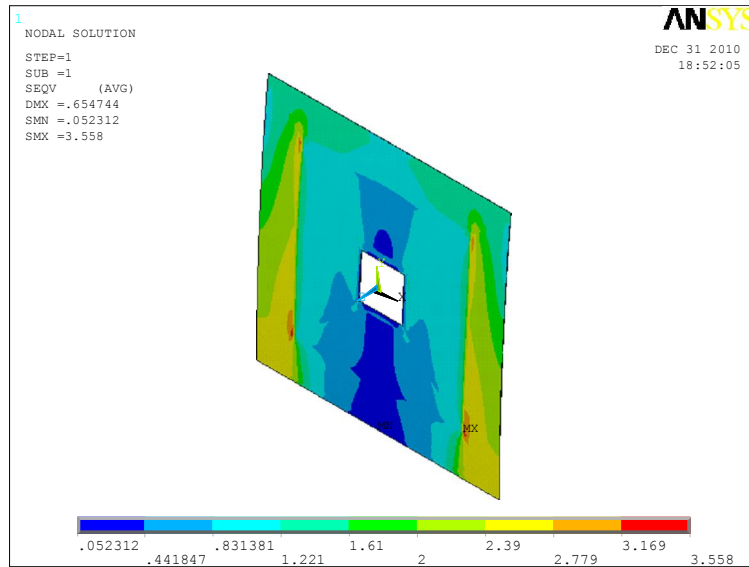
Şekil 5.68. Karma (hibrit) kompozitli anti simetrik 160 mm çaplı delaminasyonlu modelin Von Misses gerilme dağılımı



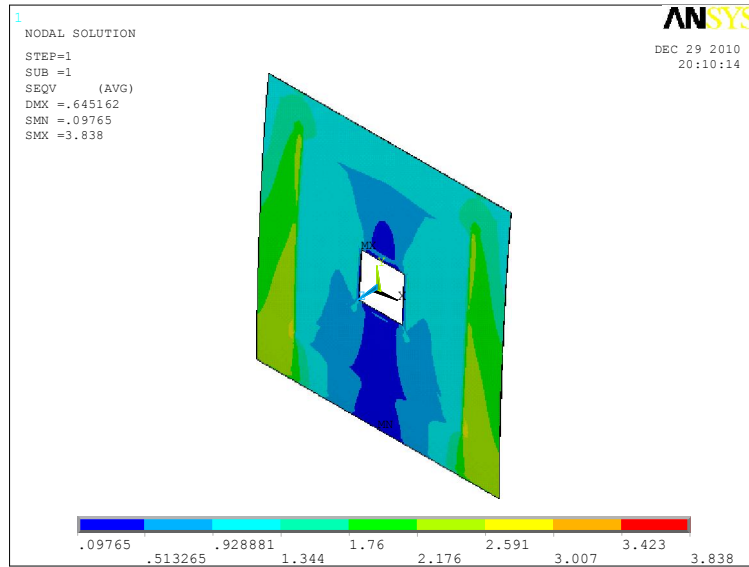
Şekil 5.69. Simetrik diziliimli kare delikli 141.79 mm uzunluklu kare delaminasyonlu farklı fiber takviyelerine göre kritik burkulma yükleri

Simetrik diziliimli, kare delikli, 141.79 mm uzunluğunda kare delaminasyonlu karbon, grafit ve karma (hibrit) takviyeli numunelerde en yüksek kritik burkulma yükü ($0^\circ/90^\circ$) diziliminde bulunmuştur. Karbon takviyeli numunelerde oryantasyon açısının büyümesiyle orantılı olarak kritik burkulma yükü artmıştır. 30° ye kadar grafit fiber değerleri yüksekken 30° den sonra karbon fiber değerleri yüksek çıkmıştır. En yüksek değer karbon fiberde ($0^\circ/90^\circ$) şeklindeki oryantasyon açısında 0,464 MPa, en düşük ise

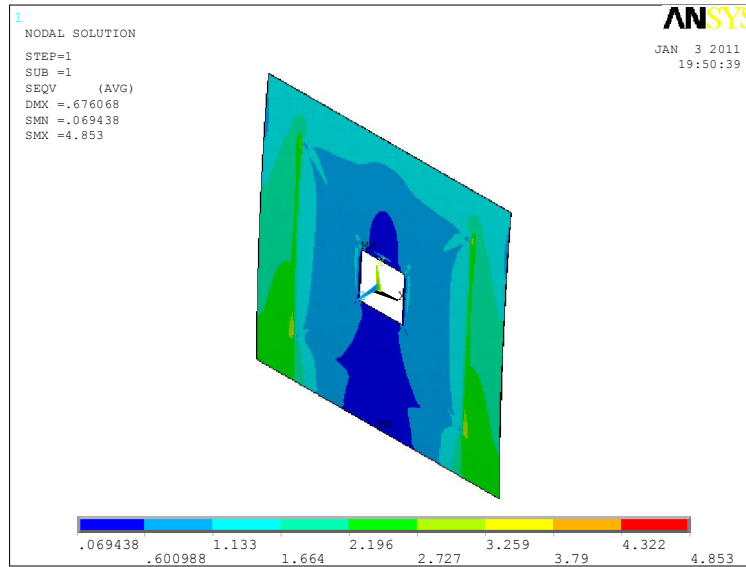
yine karbon fiberde ($0^\circ/0^\circ$) diziliminde 0,173 MPa olarak bulunmuştur. Oryantasyon açıları göz önüne alındığında ($0^\circ/0^\circ$) ve ($0^\circ/15^\circ$) de kritik burkulma yükleri sırasıyla grafit fiber, karma (hibrit) kompozit ve karbon fiber şeklindedir. ($0^\circ/30^\circ$) de ise grafit fiberi karbon fiber, onu da karma (hibrit) kompozit izlemiştir. ($0^\circ/45^\circ$) de ise karbon fiber en yüksek değeri gösterirken onu grafit fiber ve karma (hibrit) kompozit izlemiştir. Geriye kalan açılarda ise kritik burkulma yükleri karbon fiber, karma (hibrit) kompozit ve grafit fiber olarak sıralanmıştır.



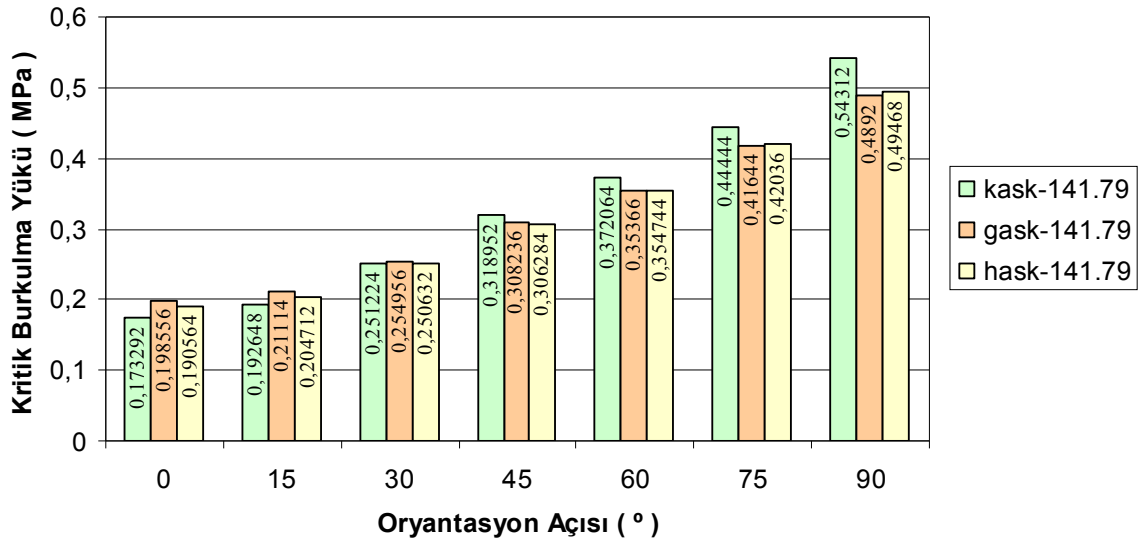
Şekil 5.70. Karbon fiberli simetrik dizimli 141.79 mm uzunluklu kare delaminasyonlu modelin Von Misses gerilme dağılımı



Şekil 5.71. Grafit fiberli simetrik 141.79 mm uzunluklu kare delaminasyonlu numunenin Von Misses gerilme dağılımı



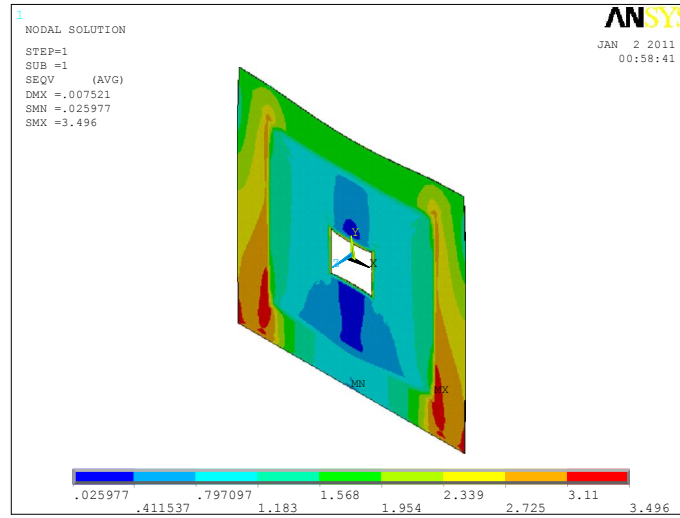
Şekil 5.72. Karma (hibrit) kompozitli simetrik dizilmiş 141.79 mm uzunluklu kare delaminasyona sahip modelin Von Misses gerilme dağılımı



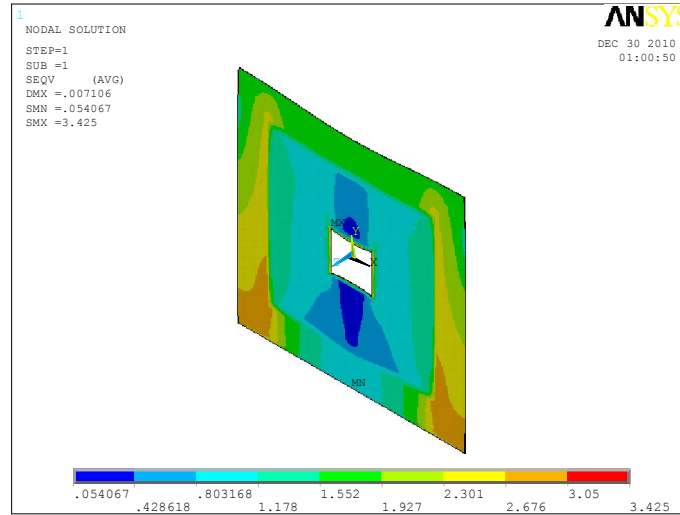
Şekil 5.73. Anti simetrik diziliimli kare delikli 141.79 mm uzunluklu kare delaminasyonlu numunenin farklı fiber takviyelerine göre kritik burkulma yükleri

Anti simetrik diziliimli, kare delikli, 141.79 mm uzunluklu kare delaminasyon içeren tabakalı kompozit malzemelerde ($0^\circ/90^\circ$) diziliimli karbon fiber takviyeli malzemelerde daha yüksek değerler elde edilmiştir. İncelenen üç farklı fiber malzeme de değerler kendi içinde açılara bağlı olarak giderek artmıştır. 30° ye kadar grafit değerleri yüksekken sonrasında karbon değerleri artmıştır. ($0^\circ/0^\circ$) ve ($0^\circ/15^\circ$) de kritik burkulma yükleri grafit fiber, karma (hibrit) kompozit ve karbon fiber şeklindedir. ($0^\circ/30^\circ$) de ise grafit

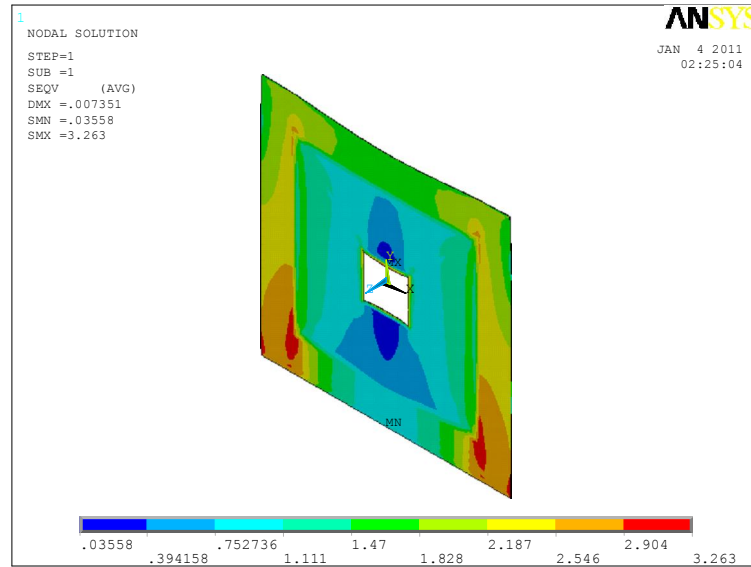
fiberi karbon fiber, onu da karma (hibrit) kompozit takip etmektedir. ($0^\circ/45^\circ$) de sıralama karbon fiber, grafit fiber ve karma (hibrit) kompozit şeklindedir. Geriye kalan açılarda ise karbon fiber, karma (hibrit) kompozit ve grafit fiber şeklinde sıralanmıştır. En yüksek kritik burkulma yükü ($0^\circ/90^\circ$) açılı karbon fiberde 0,543 MPa, en düşük ise ($0^\circ/0^\circ$) diziliimli ise yine karbon fiberde 0,173 MPa olarak hesaplanmıştır. ($0^\circ/0^\circ$) daki karbon ve grafit fiberin dışındakilerde anti simetrik diziliimli numuneler simetriklerle göre daha yüksek çıkarak daha dayanıklı olduğunu göstermiştir.



Şekil 5.74. Karbon fiberli anti simetrik şeklinde dizilmiş olan 141.79 mm uzunluklu kare delaminasyonlu modelin Von Misses gerilme dağılımı

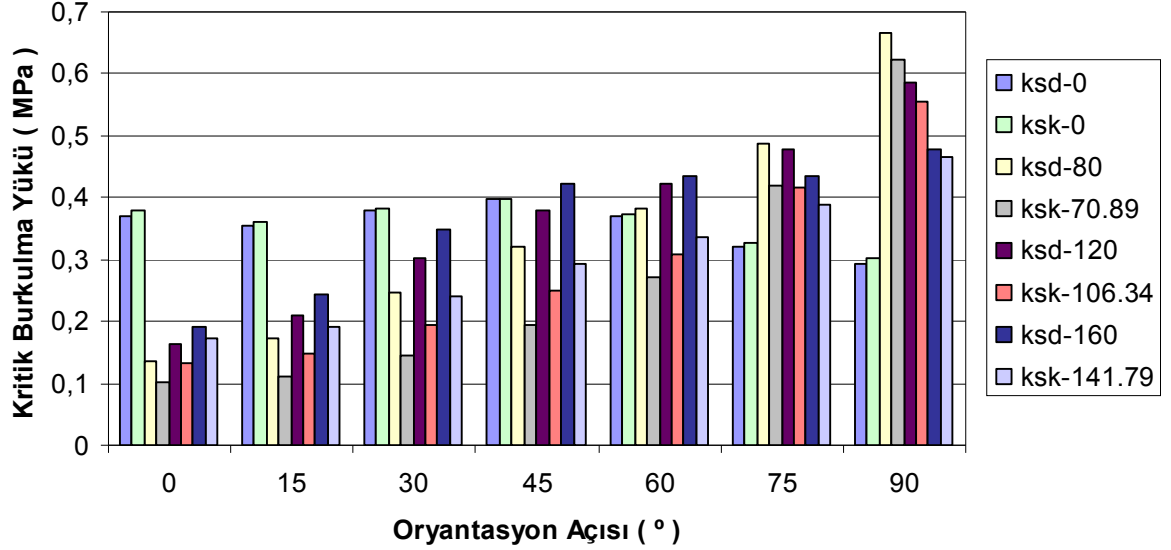


Şekil 5.75. Grafit fiberli anti simetrik diziliimli 141.79 mm uzunluklu kare delaminasyonlu numunenin Von Misses gerilme dağılımı



Şekil 5.76. Karma (hibrit) kompozitli anti simetrik şekilde dizilmiş olan 141.79 mm uzunluklu kare delaminasyonlu numunenin Von Misses gerilme dağılımı

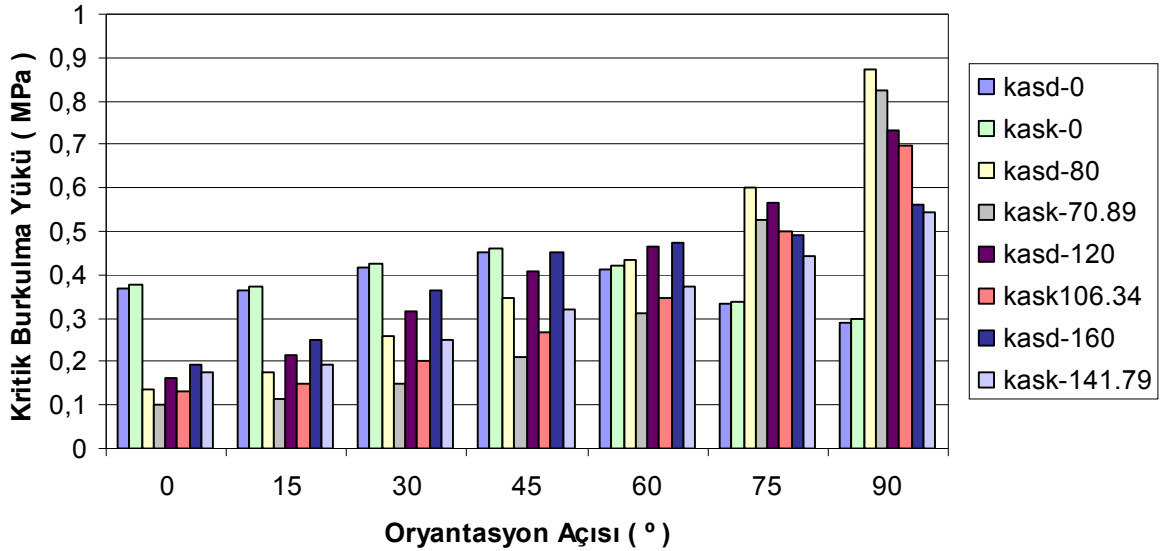
Son olarak da bulunan değerler eşdeğer alanlara göre seçilip, grafikler oluşturulmuştur.



Şekil 5.77. Karbon fibere ait simetrik dizimli numunelerin eşdeğer daire ve kare alanlarına göre kritik burkulma yükleri

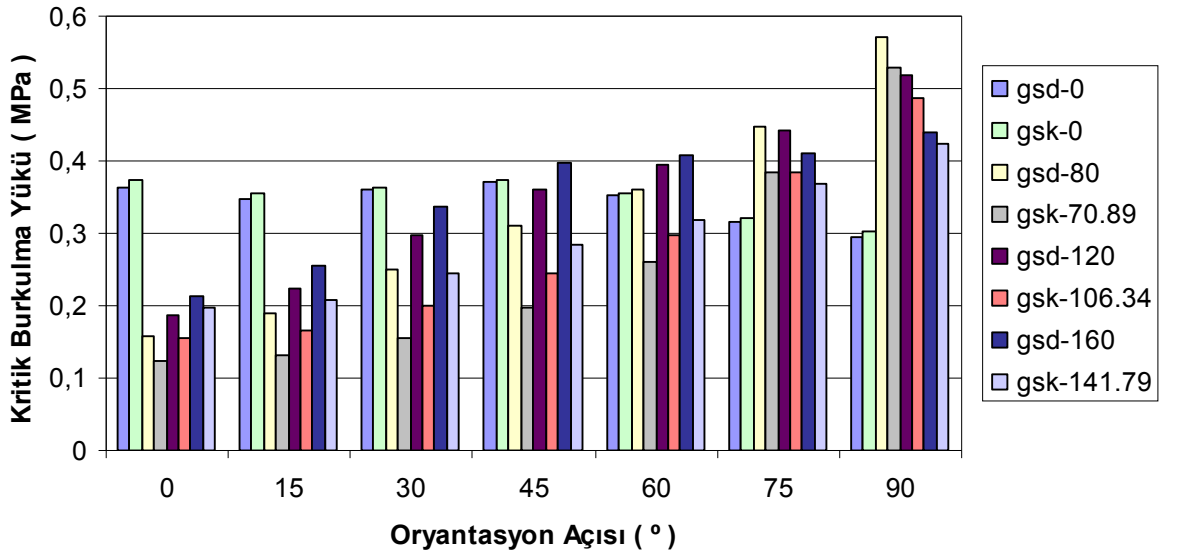
Karbon fiber takviyeli, simetrik dizimli tabakalı kompozitler incelenmiştir. Burada eş değer delaminasyon alanları kıyaslanmıştır. Delaminasyonsuzlarda kare delikli numunenin diğerlerinde ise daire delikli numunelerin kritik burkulma yükü daha yüksek

çıkıştır. Bu değerler içinde en yüksek veri ($0^\circ/90^\circ$) dizilimli 80 mm çaplı daire delaminasyonlu numunede 0,665 MPa olarak bulunmuştur. En düşük ise ($0^\circ/0^\circ$) oryantasyon açılı 70.89 mm uzunluğundaki kare delaminasyonda 0,101 MPa olarak elde edilmiştir.



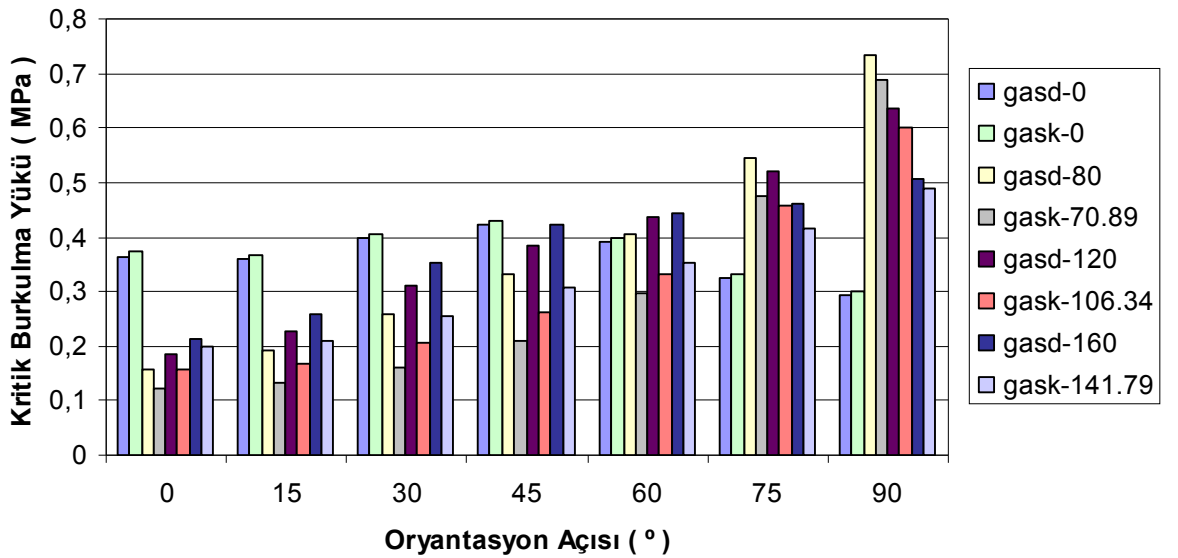
Şekil 5.78. Karbon fiberden yapılmış anti simetrik dizilimli numunelerin eşdeğer alanlara göre kıyaslanması

Anti simetrik dizilimli, karbon fiber takviyeli malzemeler delaminasyonlara göre kıyaslanmıştır. Burada hem daireye hem de kareye göre eşdeğer alanlar karşılaştırılmıştır. Delaminasyonun olmadığı kare deliklerde kritik burkulma değeri büyükken diğer delaminasyonlu materyallerde daire geometrililerin değeri daha yüksek çıkmıştır. En yüksek veri ($0^\circ/90^\circ$) diziliminde 80 mm çaplı daire delaminasyonlu ve daire delikli kompozitte 0,871 MPa olarak ölçülmüştür. En düşükte ($0^\circ/0^\circ$) dizilimli 70.89 mm uzunluklu kare delaminasyonlu da 0,101 MPa çıkmıştır.



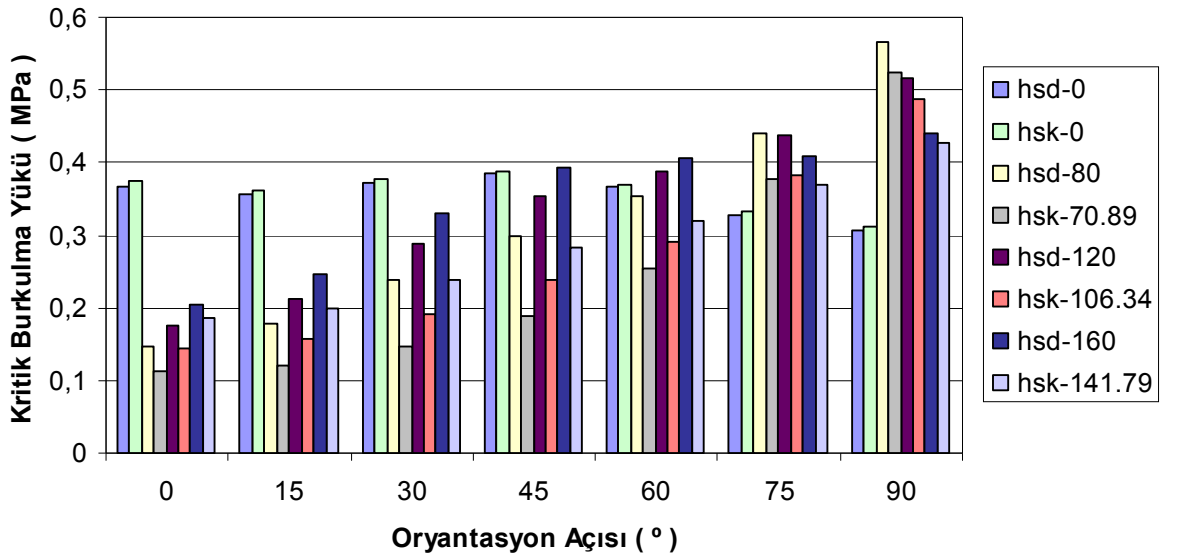
Şekil 5.79. Grafit fiber takviyeli simetrik dizimli numunenin eşdeğer alanlara göre kritik burkulma yüklerinin kıyaslanması

Grafit fiber takviyeli, simetrik dizimli malzemede daire ile kare arasında alanları eşdeğer olanlar kıyaslanmıştır. Bunlarda delaminasyon olmayanlarda kare geometrili olanlar, delaminasyonlularda ise daire delaminasyonlu, daire delikli numuneler de daha yüksek kritik burkulma yükü tespit edilmiştir. Burada (0°/90°) dizimli 80 mm çaplı delaminasyonlu 0,570 MPa en yüksek değer olarak elde edilirken, (0°/0°) açılı diziliminde 70.89 mm uzunluklu kare delaminasyonda en düşük değer 0,122 MPa olarak bulunmuştur.



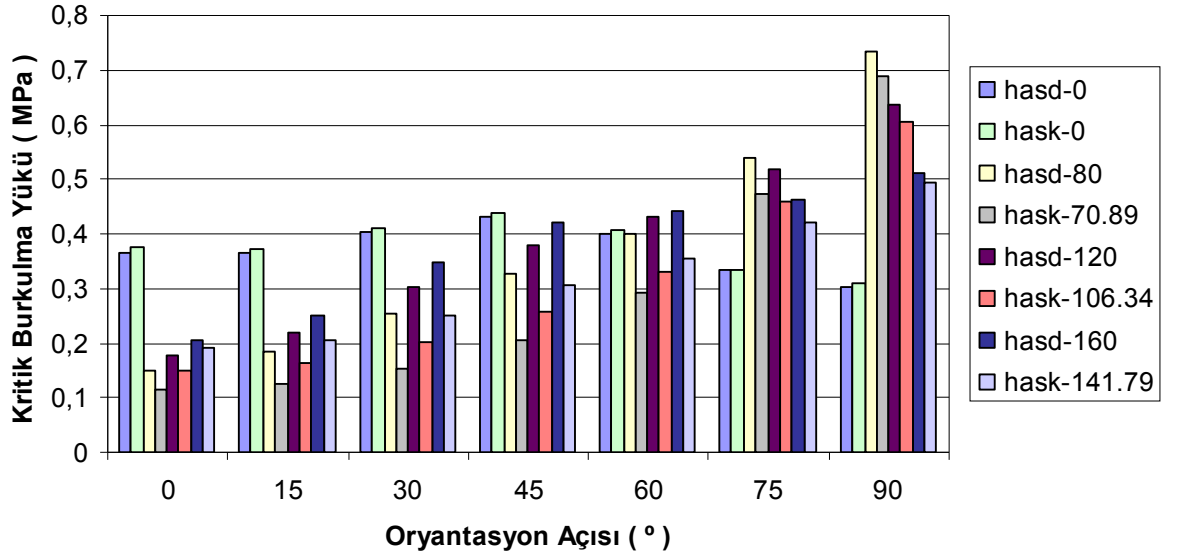
Şekil 5.80. Grafit fiber takviyeli anti simetrik şeklinde dizilmiş olan numunelerin eşdeğer alanlara göre kritik burkulma yükleri

Grafit fiber takviyeli anti simetrik dizilimli numunelerin alanlarına göre karşılaştırılma yapılmıştır. Burada delaminasyonsuzlarda kare geometrililer daha yüksek çıkarken delaminasyon içeren numunelerde daire olanlar daha yüksek elde edilmiştir. Parametre olarak seçtiğimiz delaminasyonda ($0^\circ/90^\circ$) açılı 80 mm çaplı dairede en yüksek kritik burkulma yükü 0,733 MPa olurken, ($0^\circ/0^\circ$) dizilimli 70.89 mm uzunluklu karede en düşük değer 0,122 MPa çıkmıştır.



Şekil 5.81. Karma (hibrit) kompozitin simetrik olarak dizilmesiyle oluşmuş numunelerin eşdeğer alanlara göre kritik burkulma yükleri

Karma (hibrit) takviyeli, simetrik dizilmiş tabakalı kompozitler incelenmiştir. Delaminasyonun bulunmadığı malzemelerde kare delikli olanların burkulma değeri yüksek çıkarken delamine edilmiş malzemelerde daire delikli ve delaminasyonlu olanların daha büyük olduğu hesaplanmıştır. Bu değerlerde en yüksek veri ($0^\circ/90^\circ$) açıyla dizilmiş tabakaların 80 mm çaplı daire delaminasyonlu halinde 0,654 MPa olarak bulunmuştur. En düşük olan ise ($0^\circ/0^\circ$) açıyla dizilmiş 70.89 mm uzunluklu kare delaminasyonda 0,112 MPa olarak elde edilmiştir.



Şekil 5.82. Karma (hibrit) kompozitli anti simetrik olarak dizilmiş olan numunenin eşdeğer alanlara göre kritik burkulma yükleri

Karma (hibrit) takviyeli, anti simetrik olarak dizilmiş numunelerde birbirine eşdeğer olan alanlar birbiriyle kıyaslanmıştır. Burada parametre olarak delaminasyonun olup olmaması kullanılmıştır. Delaminasyonun bulunmadığı tabakalı kompozitlerde kare delaminasyonlu ve delikli olanlar daha yüksek çıkarken delaminasyonun bulunduğu numunelerde daire geometrililer daha yüksek bulunmuştur. Değerler arasında en yüksek kritik burkulma yükü ($0^\circ/90^\circ$) oryantasyon açısıyla tabakalanmış 80 mm çaplı dairede 0,732 MPa olarak elde edilirken en düşük 70.89 mm uzunluklu ($0^\circ/0^\circ$) dizilimli karede 0,116 MPa olarak hesaplanmıştır.

6. SONUÇLAR

Son olarak çalışmada karbon, grafit ve hibrit fiber takviyeli 7 farklı oryantasyon açısına sahip simetrik ve antisimetrik diziliimli kompozit malzemelerde daire ve kare delaminasyon geometrileri için burkulma analizi gerçekleştirilmiş ve elde edilen sonuçlar aşağıda özetlenmiştir.

Tabaka dizilimi göz önüne alındığında antisimetrik diziliimli numunelerin kritik burkulma yükleri simetrik diziliimli numuneler göre daha yüksek olarak bulunmuştur.

Çalışmada kullanılan takviye malzemelerinin kritik burkulma yüküne etkisi kıyaslandığında seçilen tüm dizilimler, oryantasyon açıları ve delaminasyon geometrileri için karbon takviyeli numunelerde meydana gelen burkulma yükleri grafit takviyeli numunelerden daha yüksek olarak tespit edilmiştir. Hibrit (karbon+grafit) takviyeli numunelerde meydana gelen kritik burkulma gerilmeleri ise grafit takviyeli olanlardan yüksek karbon takviyeli olanlardan düşük olarak bulunmuştur.

Yine çalışmada kullanılan tüm parametreler için kare delikli delaminasyonsuz numunelerin kritik burkulma yükleri daire delikli delaminasyonsuz numunelerin kritik burkulma yükünden yüksek, delaminasyonlu numunelerde ise daire delikli numunelerin kritik burkulma yükleri kare delikli numunelerin kritik burkulma yüklerinden yüksek çıkmıştır.

Hem daire hemde kare delaminasyon için delaminasyon boyutu artıkça kritik burkulma yükleri de artmıştır.

Genel itibarıyla grafikler değerlendirildiğinde;

1. İlk grup grafiklerde; simetrik ve anti simetrik daire delikli ve delaminasyonlu karbon fiber, grafit fiber ve karma (hibrit) kompozitlerde en yüksek gerilme değeri ve buna bağlı olarak kritik burkulma yükü en yüksek ($0^\circ/90^\circ$) oryantasyon açılı diziliminde, en düşük ise ($0^\circ/0^\circ$) açılı dizilimde gözlemlenmiştir. Bu durum kare delikli ve delaminasyonlu numuneler içinde söz konusudur. Bu çıkarımlar hem 80 mm çaplı delaminasyonda hem de 80 mm çapa karşılık gelen 70.89 mm uzunluklu kare numunede gözlemlenmiştir.
2. Karbon fiber, grafit fiber ve karma (hibrit) kompozitin incelendiği ikinci grup grafiklerde; delaminasyonun olmadığı hem kare hemde daire numunelerde karbon fibere ait ($0^\circ/45^\circ$) diziliimli oryantasyon açısında en yüksek ve yine

karbonda ($0^\circ/90^\circ$) ise en düşük çıkmıştır. Ancak 80 mm-120 mm-160 mm ve 70.89 mm-106.34 mm-141.79mm uzunluklu delaminasyonlarda en yüksek değer karbon fiber numunenin ($0^\circ/90^\circ$) diziliminde, en düşük ise yine karbonda ($0^\circ/0^\circ$) oryantasyon açısında görülmüştür. Genel olarak da karbon fiber hepsinden daha dayanıklıdır. Sonrasında ise sırasıyla karma (hibrit) ve grafit fiber gelmektedir.

3. Son grup grafiklerde ise; hem simetrik hem de anti simetrik numunelerde delaminasyonun olmadığı hallerde kare delikli, diğerlerinde ise daire delikli ve delaminasyonlu numunelerin gerilme değeri ve dolayısıyla kritik burkulma yükü yüksek çıkmıştır. Bütün kompozit malzemelerde ($0^\circ/90^\circ$) açılı 80 mm çaplı daire delaminasyonlu numune en yüksek çıkarken, ($0^\circ/0^\circ$) açılı 70.89 mm uzunluklu kare delaminasyonlu numune ise en düşük çıkmıştır.

7. KAYNAKLAR

- [1] **Kurt, S.**, 2007. Euler kiriş teoremi ve burkulma analizi, Bitirme Projesi, Dokuz Eylül Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makine Bölümü, İzmir.
- [2] **İnan M.**, 1988. Cisimlerin Mukavemeti, İstanbul Teknik Üniversitesi Vakfı, Yayın No: 25.
- [3] **Önal, İ.E.**, 2006. İki hacimden oluşan ortası delik tabakalı kompozit plakanın burkulma analizi, Araştırma Projesi, Dokuz Eylül Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makine Bölümü, İzmir.
- [4] **Solmaz, M.Y., Gür, M.**, 2007. Tabakalı kompozit plaklarda takviye malzemesi ve ortanyasyon açısının gerilme analizine etkisi, Doğu Anadolu Bölgesi Araştırmaları, Fırat Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makine Mühendisliği Bölümü.
- [5] **Özbek, T.**, 1966. Eğri eksenli elastik çubukların genel burkulma teorisi hakkında, İstanbul Teknik Üniversitesi İnşaat Fakültesi Matbaası .
- [6] **Omurtag M. H.**, 2006. Mukavemet Cilt-2, Birsen Yayınevi Kod No: Y.0029 ISBN: 975-511-432-7.
- [7] **Avcı, A., Şahin, Ö.S. , Uyaner, M.**, 2005. Thermal buckling of hybrid laminated composite plates with a hole, Department of Mechanical Engineering, Selçuk University, Composite Structures 68, 247–254.
- [8] **Loughlan, J.**,2001. The shear buckling behaviour of thin composite plates with particular reference to the effects of bend twist coupling, Structures and Materials Technology Group, College of Aeronautics, Cranfield University, International Journal of Mechanical Sciences 43, 771-792.

- [9] **Vaziri, A.**, 2007. On the buckling of cracked composite cylindrical shells under axial compression, Division of Engineering and Applied Sciences, Harvard University, *Composite Structures* 80, 152–158.
- [10] **Şahin, Ö.S.** , 2005. Thermal buckling of hybrid angle-ply laminated composite plates with a hole, Selcuk University, *Composites Science and Technology* 65, 1780–1790.
- [11] **Hwang, S., Mao C.**, 1999. The delamination buckling of single-fibre system and interply hybrid composites , Department of Mechanical Engineering, National Yunlin University of Science and Technology , *Composite Structures* 46, 279-287.
- [12] **Zhang, Z., Taheri, F.**, 2002. Numerical studies on dynamic pulse buckling of FRP composite laminated beams subject to an axial impact, Department of Civil Engineering, Dalhousie University, *Composite Structures* 56, 269–277.
- [13] **Bisangi, C., Lanzi, L.**, 2002. Post-buckling optimisation of composite stiffened panels using neural networks, Department of Aerospace Engineering, Politecnico di Milano, *Composite Structures* 58, 237–247.
- [14] **Mittelstedt, C.**, 2009. Explicit local buckling analysis of stiffened composite plates accounting for periodic boundary conditions and stiffener–plate interaction, Private University of Applied Sciences Göttingen, *Composite Structures* 91, 249–265.
- [15] **Diaconu, C.G., Sato, M., Sekine H.**, 2002. Buckling characteristics and layup optimization of long laminated composite cylindrical shells subjected to combined loads using lamination parameters, Department of Aeronautics and Space Engineering, Tohoku University , *Composite Structures* 58, 423–433.

- [16] **Parlapalli, M. R., Soh, K.C., Shu, D.W., Ma, G., 2007.** Experimental investigation of delamination buckling of stitched composite laminates, Engineering Mechanics Division, School of Mechanical and Aerospace Engineering, Composites: Part A 38, 2024–2033.
- [17] **Lanzi, L., Giavotto, V., 2006.** Post-buckling optimization of composite stiffened panels: Computations and experiments, Dipartimento di Ingegneria Aerospaziale, Politecnico di Milano, Composite Structures 73, 208–220.
- [18] **Wee, Y.C., Boay, C.G., 2007.** Analytical and numerical studies on the buckling of delaminated composite beams, School of Mechanical and Aerospace Engineering, Nanyang Technological University, Composite Structures 80, 307–319.
- [19] **Setoodeh, A.R., Karami, G., 2003.** A solution for the vibration and buckling of composite laminates with elastically restrained edges, Department of Mechanical Engineering, School of Engineering, Shiraz University, Composite Structures 60, 245–253.
- [20] **Teter, A., Kolakowski, Z., 2005.** Buckling of thin-walled composite structures with intermediate stiffeners, Department of Applied Mechanics, Technical University of Lublin, Composite Structures 69, 421–428.
- [21] **Kuo, S., Shiau, L., Chen, K., 2009.** Buckling analysis of shape memory alloy reinforced composite laminates, Dept. of Aviation Service Management, Aletheia University, Tainan, Taiwan, ROC, Composite Structures 90, 188–195.
- [22] **Çakıroğlu, A., 1977.** Çubuk sistemlerin burkulma hesabı, İ.T.Ü. Kütüphanesi, Sayı: 1103, İstanbul.
- [23] **Ouvrier, E., 1974.** İki eksenli eğilmeye maruz kolların hesabı, Güven Kitapevi, Ankara.

- [24] **Çakıroğlu, A.**, 1962. Çok katlı çerçevelerin burkulma hesabı, Türkiye İnşaat Mühendisleri Teknik Kongresi, No : 42.
- [25] **Çakıroğlu, A.**, 1964. Bir katlı yapıların üç boyutlu burkulma hesabı, Türkiye İnşaat 2. Teknik Kongresi No : 3.
- [26] **Timoshenko, S.P., Gere, J.M.**, 1961. Theory of elastic stability, McGraw – Hill Book Company, Inc. Newyork Toronto London Kögakuska Company, Ltd. Tokyo.
- [27] **Tian, Z., Zhao, F., Yang, Q.**, 2004. Straight free-edge effects in laminated composites, Department of Mechanics, Graduate School, Chinese Academy of Sciences, Finite Elements in Analysis and Design 41, 1–14.
- [28] **Yang, B., Pan, E., Yuan, F.G.**, 2003. Three-dimensional stress analyses in composite laminates with an elastically pinned hole, Department of Mechanical and Aerospace Engineering, North Carolina State University, International Journal of Solids and Structures 40, 2017–2035.
- [29] **Tserpes, K.L., Labeas, G., Papanikos, P., Kermenidis, T.**, 2002. Strength prediction of bolted joints in graphite/epoxy composite laminates, aLaboratory of Technology and Strength of Materials, Department of Mechanical Engineering and Aeronautics, University of Patras , 2002. Composites: Part B 33 , 521–529.
- [30] **Tahani, M., Nosier, A.**, 2003. Three-dimensional interlaminar stress analysis at free edges of general cross-ply composite laminates, Department of Mechanical Engineering, Sharif University of Technology, Materials and Design 24, 121–130.
- [31] **Özeş, Ç., Demirsoy, M.**, 2005. Stress analysis of pin-loaded woven-glass fiber reinforced epoxy laminate conveying chain components, Department of Mechanical Engineering, DEU Faculty of Engineering, Composite Structures 69, 470–481.

- [32] **Ramamurthy, T.S.**, 1988. Analysis of interference fit pins in composite plates, Proceedings of the American Society for Composites, 623-632.
- [33] **Madenci, E., Shkarayev, S., Sergeev, B.**, 1998. Analysis of composite laminates with multiple fasteners, International Journal of Solids Structures, Vol:35, PP: 1793-1811.
- [34] **Crosky, A., Kely, D.**, 2006. Improvement of bearing strenght of laminated composites, Composite Structures , Vol : 76 , PP : 260-271.
- [35] **Whitvorth, H., Borton, O .**, 2002. Failure analysis of composite pin loaded, Composite Structures, Vol :59 ,PP :261-266.
- [36] **Kremer, T., Schürmann, H.**, 2008. Buckling of tension-loaded thin-walled composite plates with cut-outs, Darmstadt University of Technology, Department of Lightweight Design and Construction, Composites Science and Technology 68, 90–97.
- [37] **Avci, A., Şahin, Ö.S., Ataberk, N.**, 2006. Thermal buckling behavior of cross-ply hybrid composite laminates with inclined crack, Selcuk University, Department of Mechanical Engineering, Composites Science and Technology 66, 2965–2970.
- [38] **Hwang, S., Liu, G.**, 2001. Buckling behavior of composite laminates with multiple delaminations under uniaxial compression, Departmant of Mechanial Engineering, Natinaol Yunlin University of Science and Tecnology, Composite Structures 53, 235-243.
- [40] **Vinet, A., Gamby, D .**, 2008. Prediction of long-term mechanical behaviour of fibre composites from the observation of micro-buckling appearing during creep compression tests, EADS Innovation Works, Etablissement de Toulouse, Parc D'activite' s de Saint Martin du Touch, Composites Science and Technology 68, 526–536.

- [41] **Bisagni, C., Cordisco, P.,** 2006. Post-buckling and collapse experiments of stiffened composite cylindrical shells subjected to axial loading and torque, Dipartimento di Ingegneria Aerospaziale, Politecnico di Milano, Composite Structures 73, 138–149.
- [42] **Xu, D., Hoa, S.V., Ganesan, R.,** 2006. Buckling analysis of tri-axial woven fabric composite structures.Part II: parametric study—uni-directional loading, Department of Mechanical and Industrial Engineering, Concordia Center for Composites, Concordia University, Composite Structures 72, 236–253.
- [43] **Tafreshi, A.,** 2006. Delamination buckling and postbuckling in composite cylindrical shells under combined axial compression and external pressure, Aerospace Engineering, School of Mechanical, Aerospace and Civil Engineering (MACE), The University of Manchester, Composite Structures 72, 401–418.
- [44] **Kidane, S., Li, G., Jack Helms, J., Pang, S., Woldesenbet, E.,** 2003. Buckling load analysis of grid stiffened composite cylinders, Department of Mechanical Engineering, Louisiana State University, Baton Rouge, Composites: Part B 34, 1–9.
- [45] **Solmaz, M., Y., Kaman., M., O., Turan, K. ve Turgut, A.,** 2009. Fiber takviye açısının tabakalı kompozit levhaların kritik burkulma yüküne etkisi, XVI. Ulusal Mekanik Kongresi, 22-26 Haziran, Kayseri.
- [46] **Ersoy, H. Y.,** 2001. Kompozit Malzeme, Literatür Yayınları :66.
- [47] **Şahin, Y.,** 2000. Kompozit Malzemelere Giriş, Gazi Kitapevi 975-7313-73-4.
- [48] **Suemasu, H., Sasaki, W., Ishikawa, T., Aoki, Y.,** 2008. A numerical study on compressive behavior of composite plates with multiple circular delaminations considering delamination propagation, Composites Science and Technology 68, 2562-2567.

- [49] **Lee, S.Y., Park, D.Y.,** 2007. Buckling analysis of laminated composite plates containin delaminations using the enhanced assumed strain solid element, *International Journal of Solids and Structures* 44, 8006–8027.
- [50] **Chirica, I., Beznea, E. F.,** 2010. Buckling analysis of the composite plates with delaminations, *Computational Materials Science* 1-5.
- [51] **Aslan, Z., Şahin, M.,** 2009. Buckling behavior and compressive failure of composite laminates containing multiple large delaminations, *Composite Structures* 89, 382–390.
- [52] **Chai, H.,** 2001. Contact buckling and postbuckling of thin rectangular plates, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 49, 209–230.
- [53] **Tafreshi, A., Oswald, T.,** 2003. Global buckling behaviour and local damage propagation in composite plates with embedded delaminations, *International Journal of Pressure Vessels and Piping* 80, 9–20.
- [54] **Nilsson, K.F., Asp, L.E., Alpman, J.E., Neystedt, L.,** 2001. Delamination buckling and growth for delaminations at different in a slender composite panel, *International Journal of Solid and Structures* 38, 3039-3071.
- [55] **Moon, C.J., Kim,I.H., Choi, B.H., Kweon, J.H., Choi, J.H.,** 2010. Buckling of filament-wound composite cylinders subjected to hydrostatic pressure for underwater vehicle applications, *Composite Structures* 92, 2241–2251.
- [56] **Craven, R., Iannucci, L., Olsson, R.,** 2010. Delamination buckling: A finite element study with realistic delamination shapes, multiple delaminations and fibre fracture cracks, *Composites: Part A* 41, 684–692.
- [57] **Toudeshky, H.H., Hosseini, S., Mohammadi, B.,** 2010. Delamination buckling growth in laminated composites using layerwise-interface element, *Composite Structures* 92, 1846–1856.

- [58] **Short, G.J., Guild, F.J., Pavier, M.J.,** 2002. Delaminations in flat and curved composite laminates subjected to compressive load, *Composite Structures* 58, 249–258.
- [59] **Cui, Z., Bhattacharyya, D., Moltschaniwskyj, G.,** 2005. Experimental and numerical study of buckling response of composite shells compressed transversely between rigid platens, *Composites: Part B* 36, 478–486.
- [60] **Parlapalli, M.R., Soh, K.S., Shu, D.W., Ma, G.,** 2007. Experimental investigation of delamination buckling of stitched composite laminates, *Composites: Part A* 38, 2024–2033.
- [61] **Boyle, M.P., Roberts, J.C., Wienhold, P.D., Bao, G., White, G.J.,** 2001. Experimental, numerical and analytical results for buckling and post-buckling of orthotropic rectangular sandwich panels, *Composite Structures* 52, 375–380.
- [62] **Wang, R.G., Zhang, L., Zhang, J., Liu, W.B., He, X.D.,** 2010. Numerical analysis of delamination buckling and growth in slender laminated composite using cohesive element method, *Computational Materials Science*.
- [63] **Cappello, F., Tumino, D.,** 2006. Numerical analysis of composite plates with multiple delaminations subjected to uniaxial buckling load, *Composites Science and Technology* 66, 264–272.
- [64] **Gaudenzi, P., Perugini, P., Riccio, A.,** 2001. Post-buckling behavior of composite panels in the presence of unstable delaminations, *Composite Structures* 51, 301–309.
- [65] **Short, G.J., Guild, F.J., Pavier, M.J.,** 2001. The effect of delamination geometry on the compressive failure of composite laminates, *Composites Science and Technology* 61, 2075–2086.

- [66] **Arman, Y., Zor, M., Aksoy, S.,** 2006. Determination of critical delamination diameter of laminated composite plates under buckling loads, *Composites Science and Technology* 66, 2945–2953.
- [67] **Wang, S., Zhang, Y.,** Buckling, post-buckling and delamination propagation in debonded composite laminates Part 2: Numerical applications, *Composite Structures* 88, 131–146, 20.
- [68] **Onkar, A.K., Upadhyay, C.S., Yadav, D.,** 2007. Probabilistic failure of laminate composite plates using the stochastic finite element method, *Composite Structures* 77, 79–91.
- [69] **Dütücü, M.,** 2007. Dairesel Süreksizlik Bölgesine (Delaminasyon) Sahip Tabakalı Kompozit Plaklarda Delaminasyon Sayısının Kritik Burkulma Yüğü Üzerine Etkisinin Sonlu Elemanlar Metodu İle İncelenmesi, Tez Projesi, Dokuz Eylül Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makine Mühendisliği Bölümü, İzmir.
- [70] **Çam, Y., Özdemir, H. O.,** 2005. Yanal Delaminasyon Bölgesi İçeren Termoplastik Tabakalı Kompozitlerde Burkulma Analizi, Bitirme Projesi, Dokuz Eylül Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makine Mühendisliği Bölümü, İzmir.
- [71] **Aksakal M.,** 2005. Demet Boru Sistemlerinin Yanal Burkulması, Bitirme Projesi, Dokuz Eylül Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makine Mühendisliği Bölümü, İzmir.
- [72] **Bayar, B.,** 2006. Kare Delikli ve Delaminasyonlu Kompozit Plakanın Burkulma Analizi, Araştırma Projesi, Dokuz Eylül Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makine Mühendisliği Bölümü, İzmir.
- [73] **Anakök, C.,** 2009. Tabakalı Kompozit Çubuklarda Yanal Yük Etkisi İle Oluşan Burkulma Davranışı Üzerine Deneysel Çalışma, Bitirme Projesi, Dokuz Eylül Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makine Mühendisliği Bölümü, İzmir.

- [74] **Erdem, F. S.**, 2007. Timeshenko Kirişleri ve Timeshenko Kirişlerinde Burkulma Analizi, Bitirme Projesi, Dokuz Eylül Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makine Mühendisliği Bölümü, İzmir.
- [75] **Kinet, A.**, 2008. Tabakalı Kompozit Malzemelerin Serbest Titreşim Analizi, Araştırma Projesi, Dokuz Eylül Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makine Mühendisliği Bölümü, İzmir.
- [76] **Eryiğit E.**, 2006. Tabakalı Kompozit Çubuklarda Yanal Yük Etkisi İle Oluşan Burkulma Davranışlarının İncelenmesi, Dokuz Eylül Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yüksek Lisans Tezi Makina Mühendisliği Bölümü, Mekanik Anabilim Dalı, İzmir.
- [77] **Dursun, T., Özbay,M.**, 2008. Tabakalı Kompozit Levhalarda Hasar İlerleme Modellemesi, Gazi Üniv. Müh. Mim. Fak. Der. J. Fac. Eng. Arch. Gazi Univ. Cilt 23, No 1, 65-68.
- [78] **Güldemet, D.**, 2006. Kompozitlerin Darbe Davranışına, İmpektör Hızı, Plaka Boyutu ve Oryantasyon Açısının Etkisi, Bitirme Projesi, Dokuz Eylül Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makine Mühendisliği Bölümü, İzmir.
- [79] **Çalık, A.**, 2004. Ansys ve Uygulamaları, Zonguldak Karaelmas Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makine Mühendisliği Bölümü, Zonguldak.
- [80] **Güneş, B., Bilgen, Y., Çelik, T., Damcı, E., Özturun, N.K.**, 2005. İnce Cidarlı Yapı Elemanlarında Yanal Burkulma Kritik Yükü Hesabı İçin Farklı Bir Yöntem, II. Mühendislik Bilimleri Genç Araştırmacılar Kongresi MBGAK, İstanbul.
- [81] **Timoshenko, S.**, 1965. Cisimlerin Mukavemeti Kısım II. Elemanter Teori ve Problemler, Kipaş Dağıtımcılık, Çağaloğlu-İstanbul.

- [82] **Kremer, T., Schurmann, H.,** 2008. Buckling of tension-loaded thin-walled composite plates with cut-outs, *Composites Science and Technology* 68, 90–97.
- [83] **Hwang, S., Mao, C.,** 1999. The delamination buckling of single-fibre system and interply hybrid composites, *Composite Structures* 46 , 279-287.
- [84] **Mittelstedt, C.,** 2009. Explicit local buckling analysis of stiffened composite plates accounting for periodic boundary conditions and stiffener–plate interaction, *Composite Structures* 91, 249–265.
- [85] **Vinet, A., Gamby, D.,** 2008. Prediction of long-term mechanical behaviour of fibre composite from the observation of micro-buckling appearing during creep compression tests, *Composites Science and Technology* 68, 526–536.
- [86] **Diaconu, C.G., Sato, M., Sekine, H.,** 2002. Buckling characteristics and layup optimization of long laminated composite cylindrical shells subjected to combined loads using lamination parameters, *Composite Structures* 58, 423–433.