

134821

T.C.
FIRAT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**AYRIK ZAMAN KAYMA KIPLI KONTROL YÖNTEMİNİN
SERVO SİSTEMLERE UYGULANMASI**

T.C. YÖRSEKÖÇRETİM KURUMU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ

Mehmet İlyas BAYINDIR

DOKTORA TEZİ
ELEKTRİK – ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

ELAZIĞ, 2003

134821

T.C.
FIRAT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**AYRIK ZAMAN KAYMA KIPLI KONTROL YÖNTEMİNİN
SERVO SİSTEMLERE UYGULANMASI**

Mehmet İlyas BAYINDIR

DOKTORA TEZİ
ELEKTRİK – ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

Bu tez, 28.02.2003 tarihinde aşağıda belirtilen jüri tarafından oybirliği / ~~oyçokluğu~~ ile başarılı / ~~başarısız~~ olarak değerlendirilmiştir.

Danışman: Yrd.Doç.Dr. Mehmet ÖZDEMİR

Üye : Doç. Dr. Yakup DEMİR

Üye : Yrd. Doç. Dr. Hasan ALLİ

Üye : Doç.Dr. Erhan AKIN

Üye : Doç.Dr. Saadettin HERDEM

Bu tezin kabulü, Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 12.07.2003 tarih ve 10/5 sayılı kararıyla onaylanmıştır.

TEŞEKKÜR

Bu tez çalışmamı yürütmemde gösterdikleri desteklerden dolayı birinci Danışmanım Sayın Y. Doç. Dr. Mehmet ÖZDEMİR'e ve özellikle bilgi ve tecrübelerini esirgemeyerek destek veren ikinci Danışmanım Sayın Doç. Dr. Z.Hakan AKPOLAT'a teşekkür ederim.

Ayrıca deneysel gerçekleştirmelerimi yapmak konusundaki yardımlarından dolayı Sayın Doç.Dr. Erhan AKIN'a ve özellikle Arş. Gör. Hayrettin CAN'a teşekkür ederim.

Bu sayfaya kadar olan eğitimimi tüm gücüyle destekleyen aileme teşekkür ederim.

Bana emeği geçmiş tüm hocalarıma saygılarımı ve teşekkürlerimi sunarım.

İş hayatım süresince akademik çalışmalarımı desteklemiş olan Şanlıurfa ve Elazığ Meslek Yüksekokullarındaki iş arkadaşlarıma da teşekkür ederim.



İÇİNDEKİLER

TEŞEKKÜR

İÇİNDEKİLER	I
ŞEKİLLER LİSTESİ	IV
TABLolar LİSTESİ	VIII
EKLER LİSTESİ	IX
SİMGELER LİSTESİ	X
KISALTMALAR LİSTESİ	XIII
ÖZET	XIV
ABSTRACT	XV
1. GİRİŞ	1
1.1. Amaç	1
1.2. Belirsiz Sistemler ve Dayanıklı Kontrol	1
1.3 Konum Kontrolü	3
1.4. Yönelim Gerekçeleri	5
1.5. Tezin Organizasyonu ve Orijinal Katkıları	5
2. KAYMA KİPLİ KONTROL YÖNTEMİ	7
2.1 Temel Değişken Yapılı Kontrol Yöntemi	8
2.2 Genel DYK Probleminin Tanımı	12
2.3 DYK Tasarımında Erişme Şartları ve Erişme Kipi	13
2.3.1 Lyapunov Fonksiyonu Yaklaşımı	13
2.3.2 Erişim Kuralı Yaklaşımı	14
2.4. Kayma Kipli Kontrolün Özellikleri	14
2.4.1 Kayma Kipinin Özellikleri	15
2.4.2. Kayma ve Sürekli Durum Kiplerinde Çatırtı Problemi	16
2.4.2.1 Çatırtıya karşı süreklileştirme yaklaşımı	17
2.4.2.2 Çatırtıya karşı erişim kuralının ayarlanması	19
2.5 Ayırık-zaman Kayma Kipli Kontrol	19
2.5.1 Yarı-Kayma Kipi ve Erişim Şartları	21
2.5.2 Ayırık-Zaman Bir KKK Sisteminin Özellikleri	22
2.5.3 Ayırık-Zamanlı Erişim Kuralı Yaklaşımı	22
3. KAYMA KİPLİ DAYANIKLI KONUM KONTROLÜ	24

3.1. Bir Servomotor Sisteminin Sürekli-Zaman Durum Uzayı Modeli	24
3.2. Servomotor Sisteminde Bozucu ve Parametre Belirsizliği İfadeleri	24
3.3. Sürekli zamandaki durum denklemlerinin ayrıklaştırılması	26
3.4. Erişim Kuralı Yaklaşımıyla Kayma Kipli Konum Kontrol Sistemi Tasarımı.....	27
3.5. Benzetim ve Deney Sonuçları	33
3.5.1 Benzetim ve Deney Sonuçların Karşılaştırılması	34
3.5.2 Karşılaştırmalı Deneysel Sonuçlar	36
3.5.3 Sabit Yük Momenti için Benzetim Sonuçları.....	46
4. BİR SERVO-MOTOR SİSTEMİNDE MİNİMUM-ZAMAN KONUM KONTROLÜ .	48
4.1. Minimum-Zaman (bang-bang) Kontrolün Anahtarlama Denklemleri.....	49
4.1.1. Sürtünmesiz (Çift İntegratör) Sistemin Anahtarlama Denklemi	49
4.1.2. Sürtünmeli Sistemin Anahtarlama Denklemi	51
4.2. Sayısal Yöntemle Bang-Bang Kontrolün Anahtarlama Zamanlarının Hesaplanması	53
4.3. Minimum-Zaman Kontrol İşaretinin Üretilmesi	55
4.4. Bang-Bang Kontrolün Uygulanabilirliği ve PTOS yöntemi	56
4.4.1. İdeal Bang-Bang kontrolün Gerçeklenebilirliği	56
4.4.2. Yaklaşık Minimum-Zaman Kontrolü (PTOS).....	57
4.4.3. PTOS Yönteminde Kontrol İşaretinin Üretilmesi	57
4.4.4. PTOS ile Geleneksel Minimum-Zaman Kontrolünün Karşılaştırılması	58
5. KAYMA KIPLI YAKLAŞIK MİNİMUM-ZAMAN KONUM KONTROLÜ	60
5.1. Yüksek Performanslı Dayanıklı Kontrol İçin Zamanla Değişen Kayma Yüzeyi Tasarımı	60
5.2. Minimum Zaman Kontrol Yörüngesinden Kayma Yüzeyi Eğiminin Hesaplanması	62
5.2.1. Sürtünmesiz Servo-Sistemin Optimal Yörüngesinin Eğiminin Bulunması	63
5.2.2. Sürtünmeli Servo-Sistemin Optimal Yörüngesi Eğiminin Bulunması	63
5.3. Konum Referansının Küçülmesiyle Kayma Yüzeyi Eğiminin Aşmasız Cevap İçin Düşürülmesi	65
5.4 Dayanıklı Kontrol Kapsamında En Küçük Parametrelere ait Maksimum İvmelenme Süresinin korunması (Optimal Süreye Yaklaşılması)	67
5.5. Ayrık-zaman Kayma Kipli Kontrolör Tasarımı	68
5.5.1. Sürekli zamandaki durum denklemlerinin ayrıklaştırılması.....	69
5.6. Benzetim ve Deney Sonuçları	71
5.6.1. Benzetim ve Deney Sonuçlarının Karşılaştırılması	72
5.6.2 Karşılaştırmalı Deneysel Sonuçlar	74
5.6.3 Sabit Yük Momenti için Benzetim Sonuçları.....	80
6. SONUÇ	84

6.1 Sonuçlar	84
6.2 Öneriler	86
KAYNAKLAR	88
ÖZGEÇMİŞ	94
EK-1 VEKTÖR KONTROLLÜ ASENKRON MOTOR SİSTEMİ	95
EK-1.1 Sistem Donanımı	95
EK-1.2 Vektör Kontrollü Asenkron Motor Dinamik Modeli	96
EK-1.3 Deney Setinde Kullanılan Test Motorunun Parametreleri	100
EK-1.4 Deney Setinin Genel Görünümü	100
EK-1.5 Servo Sistem Modelleme Yaklaşımı	101



ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 2.1 Denklem (2.1) sisteminin blok diyagramı.....	9
Şekil 2.2 Denklem (2.1) sistemi için anahtarlama mantığıyla tanımlanan bölgeler.....	9
Şekil 2.3 (a) (2.5) sistemi için, (b) (2.6) sistemi için faz düzlemleri.....	10
Şekil 2.4 Değişken yapılı sistemin faz portresi.....	11
Şekil 2.5 Kayma ve yarı-kayma kipleri.....	17
Şekil 2.6 Anahtarlama fonksiyonları.....	18
Şekil 2.7 Ayırık-zaman KKK yörüngeleri.....	21
Şekil 3.1 Atalet katsayısının değişimine karşı $\tilde{E}$ teriminin değişimi.....	26
Şekil 3.2 $\theta_{ref}=180^\circ$, $\lambda=10$, iken I., II. ve III. durumlarında belirsizliğe karşı giderici bileşenler varken benzetim sonuçları konum, hız, moment akımı, anahtarlama fonksiyonu büyüklükleri, faz düzlemi.....	34
Şekil 3.3 $\theta_{ref}=180^\circ$, $\lambda=10$, iken I., II. ve III. durumlarında belirsizliğe karşı giderici bileşenlerin dikkate alınmadığı benzetim sonuçları, konum, hız, moment akımı, faz düzlemi.....	35
Şekil 3.4 $\theta_{ref}=180^\circ$, $\lambda=10$, iken I., II. ve III. durumlarında belirsizliğe karşı giderici bileşenlerin dikkate alındığı deney sonuçları konum, hız, moment akımı, faz düzlemi.....	35
Şekil 3.5 $\theta_{ref}=180^\circ$, $\lambda=10$, iken I., II. ve III. durumlarında belirsizliğe karşı giderici bileşenlerin dikkate alınmadığında deney sonuçları konum, hız, moment akımı, anahtarlama fonksiyonu, faz düzlemi.....	36
Şekil 3.6 $\theta_{ref}=50^\circ$, I. durumda ($i_d=1$ A.) $\lambda=5, 10, 25$ değerleri için deney sonuçları, konum, hız ve moment akımının değişimi, faz düzleminde sistemin yörüngeleri.....	37
Şekil 3.7 $\theta_{ref}=50^\circ$, II. durumda ($i_d=1$ A.) $\lambda=5, 10, 25$ değerleri için deney sonuçları.....	37
Şekil 3.8 $\theta_{ref}=50^\circ$, III. durumda ($i_d=1$ A.) $\lambda=5, 10, 25$ değerleri için deney sonuçları.....	38
Şekil 3.9 $\theta_{ref}=360^\circ$, I. durumda ($i_d=1$ A.) $\lambda=5, 10, 25$ değerleri için deney sonuçları.....	38
Şekil 3.10 $\theta_{ref}=360^\circ$, II. durumda ($i_d=1$ A.) $\lambda=5, 10, 25$ değerleri için deney sonuçları.....	39
Şekil 3.11 $\theta_{ref}=360^\circ$, III. durumda ($i_d=1$ A.) $\lambda=5, 10, 25$ değerleri için deney sonuçları.....	39
Şekil 3.12 I. durumda, $i_d=1$ A., $\theta_{ref}=10^\circ, 360^\circ, 1800^\circ$ değerleri için $\lambda=5$ iken deney sonuçları.....	40
Şekil 3.13 $\lambda=5$ ve II. durumda ($i_d=1$ A.) $\theta_{ref}=10^\circ, 180^\circ, 360^\circ$ değerleri için deney sonuçları.....	41
Şekil 3.14 $\lambda=5$ ve III. durumda ($i_d=1$ A.) $\theta_{ref}=10^\circ, 360^\circ, 1800^\circ$ değerleri için konum cevapları.....	41
Şekil 3.15 $\theta_{ref}=1^\circ$, $\lambda=25$, I. durumda (a) $q=100$, (b) $q=50$ iken deney sonuçları, q parametresinin etkisi.....	42

Şekil 3.16 $\theta_{ref}=180^\circ$, $\lambda=5$, II. durumda (a) $q=100$, (b) $q=300$ iken deney sonuçları, q parametresinin	42
Şekil 3.17 $\theta_{ref}=10^\circ$, $\lambda=25$, I. durumda (a) $\varepsilon=25$, (b) $\varepsilon=100$ iken deney sonuçları, ε parametresinin etkisi.....	43
Şekil 3.18 $\theta_{ref}=50^\circ$, $\lambda=10$, III. durumda (a) $\varepsilon=50$, (b) $\varepsilon=0$ iken deney sonuçları, ε parametresinin etkisi.....	43
Şekil 3.19 $\theta_{ref}=360^\circ$, II. durumda yük momentinin (bozucu) etkisi (a) $T_L=0$, (b) $T_L=\%100$	44
Şekil 3.20 $\theta_{ref}=10\pi$, III. durumda yük momentinin (bozucu) etkisi (a) $T_L=0$, (b) $T_L=\%100$	44
Şekil 3.21 $\theta_{ref}=50^\circ$, I. durumda (a) $\delta=2$, (b) $\delta=0$, iken konum, hız bilgileri ve kontrol işaretinin değişimi.....	45
Şekil 3.22 $\theta_{ref}=50^\circ$, III. durumda (a) $\delta=2$, (b) $\delta=0$, iken konum, hız bilgileri ve kontrol işaretinin değişimi.....	45
Şekil 3.23 I. durumda, $\lambda=5$, $t=2$ sn.'de $T_L=0.4u_{max}$ iken $\theta_{ref}=10^\circ$, 50° , 180° değerleri için konum cevapları.....	46
Şekil 3.24 II. durumda, $\lambda=5$, $t=2$ sn.'de $T_L=0.4u_{max}$ iken, $\theta_{ref}=10^\circ$, 50° , 180° için konum cevapları.....	47
Şekil 3.25 III. durumda, $\lambda=5$, $t=2$ sn.'de $T_L=0.4u_{max}$ iken, $\theta_{ref}=10^\circ$, 50° , 180° için konum cevapları.....	47
Şekil 4.1. Sürtünmesiz servo-motor sisteminde minimum-zaman konum kontrolüne ait blok diyagramı	50
Şekil 4.2. Sürtünlü servo-motor sisteminde minimum-zaman konum kontrolünün blok d iyagramı	51
Şekil 4.3 Değişik başlangıç şartları için faz düzlemindeki durum yörüngeleri ve anahtarlama eğrileri.....	52
Şekil 4.4 Sürtünlü servo-sistemde iki farklı referans için bang-bang kontrol ile konum ve hız cevapları.....	53
Şekil 4.5 Bang-bang kontrol profilinin zaman-gecikme süzgeciyle modellenmesi	54
Şekil 4.6. Bang-bang işareti belirlenecek süreler	55
Şekil 4.7. Anahtarlama denkleminin işaretinin değişmesiyle bang-bang kontrolün yapılması ve faz düzleminde oluşan durum yörüngesi	55
Şekil 4.8 PTOS yöntemine ait blok diyagramı.....	58
Şekil 5.1 Optimal yörüngenin referansa gittikçe artan eğimi	62
Şekil 5.2. Sürtünlü servo-sistem modeline ait optimal yörüngenin eğiminin ikili arama ile bulunup kayma yüzeyinin belirlenmesi	64

Şekil 5.3. Benzetimlerle elde edilen, aşma oluşturmeyan çarpan değerleri ve (5.6) eğrisi. (konum referansına karşı)	66
Şekil 5.4 $\inf(J,B)$ durumu için matlab optimizasyon araç kutusu yardımıyla bulunmuş bang bang- kontrol anahtarlama zamanları ve 5. dereceden uydurulmuş eğriler.....	68
Şekil 5.5 $\theta_{ref}=360^\circ$, I. durum için (a)benzetim, (b) deney sonuçları (sürtünmeli sistem, $J_h=4J_n$) Gerçekleşen konum ve ideal minimum-zaman konum cevabı, hız, moment akımı, anahtarlama fonksiyonu, ve geçerli kayma yüzeyi eğimi (λ)'nın değişimi, faz düzlemi	72
Şekil 5.6 $\theta_{ref}=180^\circ$, II. durum için (a)benzetim, (b) deney sonuçları (sürtünmeli sistem, $J_h=4J_n$).	73
Şekil 5.7 $\theta_{ref}=50^\circ$, I. durum için (a)benzetim, (b) deney sonuçları (sürtünmesiz sistem, $J_h=11J_n$)	73
Şekil 5.8 $\theta_{ref}=1800^\circ$, III. durum için (a)benzetim, (b) deney sonuçları (sürtünmesiz sistem, $J_h=11J_n$)	74
Şekil 5.9 I. durumda, $\theta_{ref}=10^\circ, 360^\circ, 1800^\circ$ normalize edilmiş deneysel konum cevapları (sürtünmeli sistem, $J_h=4J_n$).....	75
Şekil 5.10 II. durumda, $\theta_{ref}=10^\circ, 360^\circ, 1800^\circ$ normalize konum cevapları (sürtünmeli sistem, $J_h=4J_n$).....	75
Şekil 5.11 III. durumda, $\theta_{ref}=10^\circ, 360^\circ, 1800^\circ$ normalize konum cevapları (sürtünmesiz sistem, $J_h=11J_n$).....	75
Şekil 5.12 $\theta_{ref}=50^\circ$, I. durumda q parametresinin etkisi ($J_h=11J_n$) (a) $q=0$, (b) $q=0.4/T$	76
Şekil 5.13 $\theta_{ref}=50^\circ$, III. durumda q parametresinin etkisi ($J_h=11J_n$) (a) $q=0$, (b) $q=0.4/T$	76
Şekil 5.14 $\theta_{ref}=180^\circ$, I. durumda ε parametresinin etkisi ($J_h=11J_n$) (a) $\varepsilon=0$, (b) $\varepsilon=0.25/T$	77
Şekil 5.15 $\theta_{ref}=180^\circ$, II. durumda ε parametresinin etkisi ($J_h=4J_n$) (a) $\varepsilon=0$, (b) $\varepsilon=0.25/T$	77
Şekil 5.16 II. durumda T_L 'nin etkisi (a) $\theta_{ref}=10^\circ$, (b) $\theta_{ref}=360^\circ$, (c) $\theta_{ref}=1800^\circ$	78
Şekil 5.17 III. durumda T_L 'nin etkisi (a) $\theta_{ref}=10^\circ$, (b) $\theta_{ref}=360^\circ$, (c) $\theta_{ref}=1800^\circ$	78
Şekil 5.18 I. durumda ($J_h=11J_n$) $T_L=\%100$ iken δ 'nın etkisi (a) $\delta=0$, (b) $\delta=1.5$	79
Şekil 5.19 III. durumda ($J_h=11J_n$) $T_L=\%100$ iken δ 'nın etkisi (a) $\delta=0$, (b) $\delta=1.5$	79
Şekil 5.20 I. durumda $t=1\text{sn.}$ 'de $T_L=0.4u_{\max}$ iken, $\theta_{ref}=10^\circ, 50^\circ, 180^\circ$ için konum cevapları, ($J_h=4J_n$)	80
Şekil 5.21 II. durumda $t=1\text{sn.}$ 'de $T_L=0.4u_{\max}$ iken $\theta_{ref}=10^\circ, 50^\circ, 180^\circ$ için konum cevapları, ($J_h=4J_n$)	81
Şekil 5.22 III. durumda $t=1\text{sn.}$ 'de $T_L=0.4u_{\max}$ iken, $\theta_{ref}=10^\circ, 50^\circ, 180^\circ$ için konum cevapları, ($J_h=11J_n$)	81

Şekil 5.23 III. durumda $t=1\text{sn.}$ 'de $T_L=0.4u_{\max}$ iken, $\theta_{ref}=10^\circ, 50^\circ, 360^\circ$ için $\delta=0.35$ alındığında konum cevapları, $(J_n=11J_n)$	82
Şekil 5.24 III. durumda $t=1\text{sn.}$ 'de $T_L=0.4u_{\max}$ iken, $\theta_{ref}=10^\circ, 50^\circ, 360^\circ$ için $\delta=0.35$ alındığında konum cevapları	82
Şekil EK-1.1 Vektör kontrollü asenkron motor sisteminde kullanılan donanımın blok şeması.	95
Şekil EK-1.2 Asenkron motorda dolaylı alan yönlendirme uygulaması üzerine kurulan kayma kipli konum kontrolü	98
Şekil EK-1.3 Deney setinin genel görünümü.....	100
Şekil EK-1.4 Deneylerde kullanılan fren makinesi.....	100
Şekil EK-1.5 Deneysel sistemin basitleştirilmiş blok diyagramı	101



TABLÖLAR LİSTESİ

Tablo 3.1 ΔJ ve ΔB parametre belirsizliklerinin alabileceği değerlere karşı s_k dinamiğine eklenen yeni terimlerin s_{k+1} ifadesinin kararlı azalmasına etkisi.....	32
Tablo 3.2 İncelemelerdeki parametre belirsizliği durumları.....	33
Tablo 3.3 Benzetimlerde ve deneysel çalışmalarda kullanılan kontrolör parametreleri.....	33
Tablo 4.1 Kontrol işaretinin maksimum ve minimum değerleri için durum değişkenlerinin çözümü	49
Tablo 5.1 Benzetim ve deneysel çalışmalarda kullanılan kontrolör parametreleri	71

EKLER LİSTESİ

EK-1 VEKTÖR KONTROLLÜ ASENKRON MOTOR SİSTEMİ



SEMBOLLER LİSTESİ

- $\mathbf{X}, \mathbf{X}_k$: sürekli-zaman ve ayrık-zamanda durum değişken vektörü
- $\dot{\mathbf{X}}$: durum değişken vektörünün türevi
- x_1, x_2 : durum değişkenleri (servomotorda konum ve hız büyüklükleri)
- θ, θ_{ref} : konum açısı, konum referansı
- ω : açısal hız
- $\mathbf{A}$: durum değişken matrisi, gerçek parametrelerle
- $\mathbf{A}_n$: durum değişken matrisi, bilinen (nominal) parametrelerle
- $\mathbf{B}$: kontrol giriş matrisi, gerçek parametrelerle
- $\mathbf{B}_n$: kontrol giriş matrisi, bilinen (nominal) parametrelerle
- u, u_{max} : kontrol işareti, maksimum değeri
- u_e : eşdeğer kontrol değeri,
- $\Delta \mathbf{A}$: durum değişken matrisinin belirsiz kısmı
- $\Delta \mathbf{B}$: kontrol giriş matrisinin belirsiz kısmı
- $\mathbf{f}(t)$: genel bozucu girişi
- $\tilde{\Delta \mathbf{A}}$: $\Delta \mathbf{A}$ belirsizliğinin karşılama şartıyla dönüştürülmüş karşılığı
- $\tilde{\Delta \mathbf{B}}$: $\Delta \mathbf{B}$ belirsizliğinin karşılama şartıyla dönüştürülmüş karşılığı
- $\tilde{\mathbf{f}}(t)$: $\mathbf{f}(t)$ bozucu girişinin karşılama şartıyla dönüştürülmüş karşılığı
- $\mathbf{C}$: kayma kipli kontrolün anahtarlama fonksiyonu kazanç vektörü
- $s(t), s_k$: sürekli-zaman ve ayrık-zamanda kayma kipli kontrol anahtarlama fonksiyonu
- q : erişim kuralının erişme kipindeki dinamiğini belirleyen parametre
- ε : erişim kuralının kayma kipindeki dinamiğini belirleyen parametre
- δ : süreklileştirme yaklaşımının parametresi
- $V(\mathbf{X}, t), v_k$: sürekli-zaman ve ayrık-zamanda aday Lyapunov fonksiyonu

- T : örnekleme periyodu
- J, J_n : gerçek ve nominal atalet katsayısı
- B, B_n : gerçek ve nominal sürtünme katsayısı
- $\Delta J, \Delta B$: atalet ve sürtünme katsayılarının belirsiz kısımları
- T_e : üretilen (elektriksel) moment (kontrol işareti)
- $T_L, \tilde{T}_L$: yük momenti (bozucu girişi)
- $\tilde{D}, \tilde{D}$: ΔA belirsizlik matrisinin karşılama şartını sağlayan karşılığı ve skalar elemanı
- $\tilde{E}$: ΔB belirsizliğinin karşılama şartını sağlayan karşılığı
- $\tilde{L}$: karşılama şartına uyan tüm belirsizlik ve bozucu ifadelerinin toplamı
- $\Delta J_0, \Delta B_0$: atalet ve sürtünme katsayılarının belirsizliklerinin nominal değerlerine oranı
- sup : değişim aralığının üst limiti
- inf : değişim aralığının alt limiti
- D_c, E_c, T_{Lc} : $\tilde{D}, \tilde{E}$ belirsizliklerine ve $\tilde{T}_L$ bozucu girişine karşı eklenen giderici terimler
- D_1, D_2 : D_c 'nin bileşenleri
- E_1, E_2 : E_c 'nin bileşenleri
- $\tilde{K}$: $\tilde{E}$ ile E_c değerlerine bağlı belirsizlik terimi
- K_c, K_1, K_2 : $\tilde{K}$ teriminin etkisini gidermek için eklenen yeni terim ve bileşenleri
- $\tilde{M}, M_c$: $\tilde{D}$ ve D_c terimlerinin yer aldığı kısaltılmış çarpım ifadeleri
- $\tilde{N}, N_c$: $\tilde{E}, E_c$ ve $\tilde{T}_L, T_{Lc}$ terimlerinin yer aldığı kısaltılmış çarpım ifadeleri
- Γ : durum geçiş matrisi
- I : birim matris
- G : ayrık-zamanlı sistemde durum değişken matrisi
- H : ayrık-zamanlı sistemde kontrol giriş matrisi
- ref_{1k}, ref_{2k} : ayrık-zamanlı konum ve hız referans değerleri
- R_k : ayrık-zamanlı durum referans vektörü
- $\lambda, \lambda_{\max}$: kayma yüzeyi eğimi, maksimum ivmelenme için maksimum değeri
- α : optimal yörüngenin eğimini düşürme çarpanı

- β : maksimum ivmelenmenin kesileceği hata oranı
- T_{inf} : maksimum ivmelenmeyi kesme süresi
- T_1, T_2 : bang-bang kontrolde ilk anahtarlama zamanı ve son zaman
- t_f : optimal kontrolünde son zaman
- a : mekanik zaman sabiti
- J_1 : amaç fonksiyonu
- H : Hamilton fonksiyonu
- $\lambda_1(t), \lambda_2(t), \lambda$: yardımcı durum değişkenleri, vektörü
- $\Phi(X, u, t)$: genel amaç fonksiyonu
- $S_{opt}(X(t))$: optimal anahtarlama fonksiyonu
- x_{2opt} : optimal yörüngenin gerektirdiği hız
- $d-q$: senkron olarak dönen referans çatı
- v_{sd}, v_{sq} : d-q ekseninde stator gerilimleri
- i_{sd}, i_{sq} : d-q ekseninde stator akımları
- ϕ_{rd}, ϕ_{rq} : d-q ekseninde rotor akıları
- R_s, R_R : stator ve rotor dirençleri
- L_s, L_R : stator ve rotor öz indüktansları
- M : mıknatıslanma indüktansı
- σ : toplam kaçak çarpanı
- ω_e : stator açısal hızı
- ω_{sl} : kayma açısal hızı
- τ'_r : rotor zaman sabiti
- p : kutup sayısı

KISALTMALAR LİSTESİ

KKK	kayma kipli kontrol
DYK	değişken yapılı kontrol
DYKS	değişken yapılı kontrol sistemleri
KKYMKK	kayma kipli yaklaşık minimum-zaman konum kontrolü
SMC	sliding mode control
RLC	reaching law control
VSC	variable structure control
PTOS	Proximate time-optimal servomechanism



ÖZET

DOKTORA TEZİ

AYRIK ZAMAN KAYMA KIPLİ KONTROL YÖNTEMİNİN SERVO SİSTEMLERE UYGULANMASI

Mehmet İlyas BAYINDIR

Fırat Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Elektrik – Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı
2003, Sayfa: 101

Bu tezde, elektrik sürücü sistemleri için, atalet ve sürtünme parametre değişimlerine ve harici bozulalara karşı dayanıklı yeni bir konum kontrol yöntemi geliştirilmiştir. Sunulan kontrol algoritması, Kayma Kipli Kontrol (KKK) tasarımına yönelik bir yaklaşım olan erişim kuralı ve zaman-optimal ('minimum-zaman' olarak da bilinir) kontrol yöntemlerine dayalıdır. KKK, iyi bilinen bir dayanıklı kontrol yöntemidir. Diğer taraftan, konum kontrol sistemlerinde zaman-optimal kontrolün teorik olarak mükemmel bir performans sağladığı da iyi bilinmektedir.

Pratik uygulama bir mikroişlemci sistemiyle gerçekleştirildiğinden, konum kontrol sisteminin tasarımı ve analizi ayrık zamanda yapılmıştır. Ayrık-zaman KKK uygulaması söz konusu olduğunda, örneklemenin etkilerinin hesaba katılması gerektiği gösterilmiştir. Sisteme büyük konum referansı uygulandığı zaman ve/veya yüksek bir performans (anahtarlama çizgisinin yüksek eğimli olması) istendiği zaman, KKK yönteminin, özellikle büyük atalet değişimlerinde, arzu edilmeyen aşmalar şeklinde sonuç verdiği de tezde gösterilmiştir. Böylece, büyük konum referansları ve parametre değişimleri altında özellikle istenmeyen aşmaları önlemek ve dayanıklı bir kontrol sağlamak için, zamanla değişen kayma yüzeyine sahip olan yeni bir kontrol yöntemi sunulmuştur. Sunulan yöntem, vektör kontrollü bir asenkron motor konum kontrol sistemine uygulanmıştır. Geliştirilen kontrol yaklaşımının başarısını gösteren benzetim ve deney sonuçları tezde sunulmuştur.

Anahtar Kelimeler : Kayma kipli kontrol, erişim kuralı yaklaşımı, konum kontrolü, zaman-optimal kontrol, minimum-zaman kontrol.

ABSTRACT

PhD Thesis

APPLICATION of DISCRETE-TIME SLIDING MODE CONTROL METHOD to THE SERVO SYSTEMS

Mehmet İlyas BAYINDIR

Firat University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Electrical - Electronics Engineering
2003, Page: 101

In this thesis, a new position control method is developed for the electrical drive systems in order to provide a robust position control under inertial and frictional variations and external disturbances. The proposed control algorithm is based on the Reaching Law Control (RLC), which is an approach to the Sliding Mode Control (SMC) design, and the time-optimal (also known as ‘minimum-time’) control methods. SMC is a well known robust control method. On the other hand, it is also well known that the time-optimal control provides a theoretical perfect performance in position control systems.

The analysis and design of the position control system is done in discrete-time since the practical implementation is realized using a microprocessor system. It is shown that the sampling effects should be taken in to account when the discrete-time implementation of the SMC is considered. It is also shown in the thesis that when the large position references are applied to the system and/or a high performance (high slope of the switching line) is desired, the discrete-time implementation of the SMC method results in undesirable overshoots especially under large inertial variations. Thus, a new control method having a time-varying sliding surface is proposed to avoid especially the undesired overshoots and to provide a robust control under large parameter variations and high position reference demands. The proposed method is applied to a vector controlled induction motor position control system. The experimental and simulation results showing the effectiveness of the developed control approach is presented in the thesis.

Keywords: Sliding mode control, reaching law approach, position control, time-optimal control, minimum-time control.

1. GİRİŞ

1.1. Amaç

Elektrikli sürücü sistemleri, günümüz endüstrisinin vazgeçilmez bir parçasıdır. Konum kontrolü, elektrikli sürücü sistemlerinde çok çeşitli ve yaygın uygulama alanlarına sahip olan önemli bir konudur. Konum kontrolü uygulamalarının bir çoğunda, belirsizlikler ve harici bozucular gibi performansı kötüleştiren etkenler kaçınılmazdır. Kontrol edilen sistemdeki parametre değişimleri, modellenmemiş dinamikler ve harici bozucu girişlere karşı istenen kontrol performansını muhafaza eden veya kabul edilebilir sınırlar içinde tutan kontrol sistemine “dayanıklı kontrol sistemi” ve bu sistemdeki kontrolöre de “dayanıklı kontrolör” denir [1]. Endüstride kullanılan klasik doğrusal kontrolörler (PD, faz ileri kontrolör gibi) genellikle parametre değişimlerine, modellenmemiş dinamiklere ve bozucu girişlere karşı tatminkar sonuçlar vermezler. Bu nedenle pek çok araştırmacı çeşitli dayanıklı kontrol yöntemleri üzerinde çalışmıştır ve bu çalışmalar devam etmektedir [1-5]. Son yıllarda, kayma kipli kontrol (KKK) yöntemi basitliği ve etkinliğinden dolayı dikkat çekmiş ve bu konuda çalışmalar yapılmıştır [6-24]. Kayma kipli kontrol, uygulandığı sistemlere teorik olarak değişmezlik özelliği kazandırdığından, ideal bir dayanıklı kontrol yöntemidir [25-26].

Ayrıca, genel performans ölçütlerine göre minimum-zaman (bang-bang) kontrol yöntemi yüksek performans özelliklerine sahip olan bir kontrol yöntemidir. Bu yöntem, başarılı sabit disk uygulamalarından [27-28] sonra dikkat çekmiş ve genel endüstriyel sistemlerdeki konum kontrol problemlerine de rahatlıkla uygulanabileceği gösterilmiştir.

Bu tezde, pratik gerçeklere uygun olarak, yüksek performanslı ve dayanıklı olan, minimum-zaman kontrol yönteminin performansı esas alınarak tasarlanmış ayırk-zaman kayma kipli bir konum kontrol yönteminin geliştirilmesi ve deneysel uygulaması amaçlanmıştır.

1.2. Belirsiz Sistemler ve Dayanıklı Kontrol

Sistemlerin modellenmesinde, sistem parametrelerinin bilinmemesinden veya sistem dinamiklerinin gösteriminde yapılan basitleştirmelerden kaynaklanan birtakım belirsizlikler görülmektedir. Modelleme hataları iki kısımda toplanabilir:

- Yapılandırılmış (parametrik) belirsizlikler
- Yapılandırılmamış (modellenmemiş dinamikler) belirsizlikler

Birincisi, modelin içinde yer alan terimlerdeki hatalara karşılık gelir. İkincisi ise sistem mertebesiyle ilgili, tahmin edilemeyen hatalara karşılık gelir [4].

Bir fiziksel sistemin dinamik modellenmesinde, çoğu zaman mevcut bilgiler gerçek sistemi ifade etme yönünden tam anlamıyla doyurucu veya mükemmel olamamaktadır. Sistemler incelenirken, matematiksel modeller yoluyla gerçek sistemlerin baskın özelliklerinin modele dahil edilmesi, diğer davranış özelliklerinin çözümün kolaylığı açısından ihmal edilmesi genellikle tercih edilen bir yoldur. Başka bir deyişle, bir fiziksel sistemin dinamik modellenmesi, o sistem hakkında bilinenlerin yansıtıldığı bir yaklaşım olmaktadır. Çoğu durumlarda mevcut bilgiler sistemi temsilde ya yetersiz ya da eksik kalmaktadır. Sabit veya zamanla değişen parametreler hakkında bilgi yayıflığı, matematiksel modelin hassas olmayışı gibi sebeplerden bir modelde belirsizlikler bulunabilmektedir. Bu açıdan, belirsizliklerin modellenmemiş ve modellenmiş olmak üzere iki çeşidi bulunmaktadır.

Model parametrelerinde bilgi eksikliği, modellenmiş belirsizlik demektir. Örneğin sistem parametrelerinin tam bir doğrulukla ve çalışma esnasındaki değişimleri dikkate alınarak ölçülebilmesi çok zordur. Buna örnek olarak, farklı cisimleri tutan bir robot kolunun toplam atalet katsayısı gösterilebilir. Modellenmemiş belirsizlik ise gerçek sistemin dinamiğinin modelin gösterdiği dinamik ile birebir örtüşmediği veya onu doğru olarak yansıtamadığı anlamına gelir. Bir modelin kurulmasında kolaylık gereği sistem mertebesinin olması gerekenin altında kalması bu tür belirsizliklerin başlıca sebebidir. Uygulama yerine göre bazı davranışlar, ya tolerans sınırları içine alınıp ihmal edilebilir görüldüğünden ya da fiziksel tabiatı hakkında bilgi yayıflığından modellenemeyebilir. Örneğin, sürtünmenin doğrusal kabul edilmesi veya oldukça rijit mekanik sistemlerde yapısal kiplerin ihmal edilmesi gibi.

Ayrıca pratikte birçok bilinmeyen unsurlar, çevre ile etkileşimler sonucunda meydana çıkabilmektedir. Bunlara genel olarak harici bozucular denilmektedir. Modelleme hataları ve bozucuların, kontrol sistemlerine kötü etkileri olabileceğinden tüm pratik tasarımlarda mutlaka dikkate alınması gerekir. Belirsiz sistemlerin kontrolünde iki ana yaklaşım bulunmaktadır: Adaptif ve dayanıklı kontrol. Her iki kontrol yönteminin bir diğerine göre avantajları ve dezavantajları bulunmaktadır [29]. Bu nedenle, iki yaklaşımın karışımı olan yöntemler de yapılabilmektedir [8, 29-31].

Dayanıklı kontrolörler bir nominal modelin yanında model belirsizliklerini karşılayabilecek bazı tanımlamalar da dikkate alınarak tasarlanır. Genel olarak bir dayanıklı kontrolörün yapısında bir nominal kısım ve bir de model belirsizliklerini gidermeye yönelik ilave terimlerin olduğu kısım bulunur [4]. Dayanıklı kontrol yaklaşımının özünde, sistemde karşılaşılabilecek belirsizliklerden, tanımlanmış bir aralıkta kalması kaydıyla etkilenmeksizin tutarlı bir performansı sürdürecektir sabit bir kontrol yapısının kurulması vardır.

Belirsizliklerle baş etmek için başlıca diğer bir yöntem olan adaptif kontrolörler ise, sabit belirsizliklere ya da yavaş değişen parametrelere karşı uyarılama yaparak sistem

performansını düzeltmekte başarılı olabilmektedirler. Kontrol parametrelerini uyarlama yoluyla performansı düzeltme esasına dayalı olan adaptif kontrol, bu yönüyle, tutarlı performansın sürmesini garanti etme esasına dayalı olan dayanıklı kontrolden farklılık arz etmektedir.

Dayanıklı kontrol yönteminde kontrolörün yapısı değişmeyip sabit kaldığı için daha basit bir çözüm yöntemidir. Ayrıca adaptif kontrolün uygulamada başarılı olabilmesi için bilinmeyen parametreler hakkında az da olsa bir ön bilgiye gerek duyulur. Oysa dayanıklı kontrol için buna gerek duyulmazken, sadece parametre sınırları hakkında mantıklı tahminler çoğu zaman yeterlidir [4]. Ayrıca dayanıklı kontrol yönteminde hızlı değişen parametrelerin yanında, harici bozuculara ve modellenmemiş dinamiklerle baş edilebilmesi gibi cazip üstünlükler de vardır. Dayanıklı kontrolörlerin genel olarak gerçekleştirilmesi daha kolaydır ve sistemdeki değişikliklere kontrolün uyarlanması için zamana gerek duyulması gibi bir problem de bulunmamaktadır.

Mevcut adaptif yöntemlerle, doğrusal olmayan sistemlerde sistemin dinamiğinin genellikle doğrusal parametrelerle ifade edilmesine gerek duyulur. Bazı durumlarda bu mümkün olmayınca, adaptif kontrol başarısız olsa da dayanıklı kontrol başarılı olabilmektedir [29].

Kayma kipli (değişken yapılı) kontrol, dayanıklı kontrol sistemleri içinde çok önemli bir yere sahiptir [25-26]. Kayma kipinin oluşmasıyla, sistemin mertebesi düşürülür ve dinamik davranışı düşük mertebeli bir “eşdeğer sistem” ortaya çıkarılır. Değişken yapılı kontrol sistemlerinin tasarım prosedürü; anahtarlama yüzeyinin seçimini, süreksiz anahtarlama fonksiyonlarının ve süreksizlik yüzeyiyle ilgili anahtarlama mantığının belirlenmesini kapsar. Anahtarlama yüzeyleri, genellikle sabit olup durum uzayında orijinden geçerler. Birden fazla anahtarlama yüzeyi varsa bunların kesişimi kayma yüzeyini oluşturur. Amaç ise, sistemin durum yörüngesinin herhangi bir başlangıç şartından kayma yüzeyine sürülmesidir. Kayma kipi başladıktan sonra, sadece kayma yüzeyinde kalmak üzere kontrol işareti üretilir [32].

1.3. Konum Kontrolü

Elektrikli sürücülerin kullanıldığı endüstriyel sistemlerde; ya doğrudan motor milinin ya da bir yükün, sabit veya hareketli bir referans açısı kadar döndürülmesini sağlayan konum kontrol sistemlerine sık sık ihtiyaç duyulur [33]. Konum kontrolü yapılan parçanın hareketi, dairesel veya öteleme hareketi türünde olabilirken çok boyutlu bir hareketin bir bileşeni de olabilmektedir. Örneğin, genel olarak altı ya da daha fazla eksenle konum kontrollü elektriksel sürücüye sahip olan bir robot; tuttuğu bir cisim, herhangi bir konum veya noktaya istenen doğrultuda götürebilir. Düşük güçlü (genellikle <10 kW) konum kontrollü servomotor sistemlerinin, hassas işleme tezgahları ve robotlar için çok özel bir önemi vardır. Servomotor

tahrik sistemlerine, üretim veya taşıma gibi işlemleri yaparken kontrol edilebilmesi için mekanik harekete gerek duyulan tüm sistemlerde sıkça rastlanabilir. Bunlara örnek olarak, kimyasal üretimde veya enerji santrallerinde kullanılan servomotor tahrikli valflerdeki konumlandırma, radar veya uydu antenlerinin çevrilmesi, bir uçaktaki kontrol yüzeylerinin saptırılması gösterilebilir [33]. Konum kontrolünün, asansörler veya otomatik tren gibi yüksek güçlü uygulamaları da pratikte yer almaktadır. Tüm bu uygulama alanlarının kendi aralarında hassasiyet ve dinamik cevap özellikleri açısından farklılıkları bulunur.

Bazı tahrik uygulamalarında, bir makine parçasının bir kararlı durum konumundan diğerine gitmesi şeklinde kesintili hareketler yapması istenebilmektedir. Örnek olarak, delme işlemlerinin yapıldığı bir tezgahta ya bir sonraki delme işlemine geçmek üzere başlığın yeniden konumlanması; ya da delinecek cisim delme çizgisine getirilip durarak matkap başlığının inip çıkması gerektiği için kesintili olarak sükunetten sükunete konum kontrolü gerekir. Bu örnekte, başlık yükten bağımsız gezerken tanımlanmış bir $X(t)$ yörüngesi söz konusu olmayıp tahrikin tek amacı, mevcut anma değerlerinin izin verdiği minimum zamanda konum referansına aşma oluşmayacak şekilde ulaşılmasıdır. Böylesi uygulamalara çözüm olarak, moment kontrol çevriminin cevap gecikmesi ihmal edilerek kontrol girişinin motor momenti olduğu ve sürtünme katsayısının ihmal edilerek sistemin çift integratör olarak modellenmesiyle yapılan çözümler yaygın olarak bilinmektedir [33]. Uygulamaların ayrıntısına inildikçe küçük farklılaşmalar da görülecektir. Bazı sistemlerde, kontrol edilen parça hedef konuma getirildikten sonra mekanik bir frenin devreye alınması istenebilir. İvmelenmede oluşacak ani değişimler veya moment sıçramalarına karşı momentin yükselme oranına bir sınırlama getirilmesine gerek görülebilir, sönümün çok zayıf olduğu yapılar veya içinde ayakta yolcu bulunan otomatik tren örnek verilebilir. Ayrıca asansörler, otomatik trenler gibi uygulamalarda özellikle kontrollü yavaşlama profilleri önem kazanır. Tanımlanmış bir yavaşlama profilinin neresinde bulunduğu hesaplanabilirse sistem bu yörünge üzerinden hedef konuma ulaşılacaktır. Bazı uygulamalarda konum referansı, hareket halindeki bir nokta olabilmektedir. Bu tür bir uygulamada sükunetten sükunete bir gidiş yerine hedef noktaya ulaşıldığında hızın sıfır olmayıp belirli bir değerde sürmesi istenir. Yani devam etmekte olan bir harekete, sükunet halindeki bir bileşenin katılması şeklindeki bir uygulamaya örnek olarak; haddeleme ile şerit (levha) veya boru haline getirilen malzemenin haddelemeden çıkarken belirli boylara gelince kesilmesini sağlayacak hızın konum kontrolü gösterilebilir.

1.4. Yönelim Gerekçeleri

Yüksek teknolojiye sahip pahalı sistemlerde ve birçok uygulama yeri olan yüksek performanslı konum kontrol sistemlerinde; pratik gereği olarak parametre değişiklikleri ve bozucular gibi belirsizlik problemleriyle sıkça karşılaşılır. Bu problemlerin üstesinden gelecek dayanıklı bir kontrol sistemini yüksek performans özelliklerine sahip şekilde gerçekleştirmek hem bilimsel açıdan hem de mühendislik açısından önemli bir araştırma konusudur [33].

Teorik olarak çok güçlü bir dayanıklı kontrol yöntemi olan kayma kipli kontrolün pratik başarısının yani dayanıklılığının sınırlarını incelemek, ayrık-zaman gerçeklemelerdeki sorunları belirleyip bunlara çözüm üretmek için yapılan çalışmalar halen aktif olarak devam etmektedir. Diğer taraftan, sadece dayanıklılıkla kalmayıp minimum-zaman kontrol yönteminin teorik yüksek performans başarısını pratik ölçülerde incelemek ve uygulamak çekici bir konu olarak görülmüştür. Ancak güncel bilimsel literatürde kayma kipli kontrol ve minimum-zaman kontrol yöntemlerinin avantajlarını birleştirerek yapılan çalışma sayısı oldukça azdır [34-35].

Sayısal işlemciler ve güç elektroniği devrelerindeki ilerlemelerin vektör kontrol uygulamalarını kolaylaştırmasıyla, ucuzluğu ve sağlamlığı sebebiyle endüstrinin en yaygın motor çeşidi olmuş asenkron motorlarla yüksek performanslı sürücülerin kurulması tercih edilir hale gelmiştir. Bu açıdan vektör kontrollü bir asenkron motor sisteminin pratik büyüklüklerine uygun olarak, konum referans aralığı ve parametre değişim aralığı geniş olan, ayrık-zamanlı bir kayma kipli konum kontrol yöntemini tasarlamak, incelemek ve başarısını göstermek için bu tez çalışması yapılmıştır.

1.5. Tezin Organizasyonu ve Orijinal Katkıları

Tezin 2. bölümünde, sürekli ve ayrık zamanlı kayma kipli kontrolün gelişimi, temel özellikleri ve tasarım adımları verilmiştir.

3. bölümde bir servomotor sisteminde ayrık-zaman erişim kurallı kayma kipli bir konum kontrol yönteminin tasarlanması, teorik ve deneysel incelemesi sunulmaktadır. Tasarlanan kontrolörde erişim kuralı yaklaşımı sayesinde, erişim ve kayma kiplerinin dinamiğinin belirlenebildiği gösterilmiştir. Kayma kipinin dinamiğini yöneten anahtarlama fonksiyonunun dinamiğinin kararlı şekilde azalması için, gerekli kriterleri sağlayan parametre belirsizliği ve bozucuya karşı yeni bileşenler eklenmiştir. Ancak bu yeni bileşenlerden parametre belirsizliğini gidermesi için eklenen kısmın, konum kontrol sisteminin yapısı gereği genel davranışı üzerinde çok da etkili olamadığı gösterilmiştir. Konum referansı ve/veya parametre değişikliği arttıkça konum cevabında aşma, hatta salınımların doğduğu gösterilmiştir. Dayanıklı kontrol özelliği olarak, kayma kipinin başarısı oranında, aynı kayma yüzeyi için farklı

parametrelerde ve değişik referans değerlerinde aynı davranışı gösterdiği belirlenmiştir. Çatırtı problemi giderilmiş olup, ayrıca birlikte parametre değişim aralığı çok geniş tutulunca yüksek değerli bozucu veya yük momentine karşı dayanıklılığın küçük referans değerlerinde kaybolacağı tespit edilmiştir. Bu sistemin performansı, büyük ölçüde kayma yüzeyi eğimine bağımlı olurken, çatırtı söndürme yaklaşımının bir noktadan sonra bozucu giriş karşısında sistem performansında düşüşe sebep olduğu tespit edilmiştir. Bölüm sonunda karşılaştırmalı olarak sunulan benzetim ve deney sonuçlarıyla yöntemin hem avantaj hem de dezavantajları ortaya çıkarılmıştır. Moment cevabındaki gecikmeler ihmal edilerek modellenen vektör kontrol sisteminin benzetim sonuçları ile deneysel sonuçların oldukça yakın olduğu gözlenmiştir.

4. bölümde klasik bang-bang veya minimum-zaman (time-optimal) kontrolün teorisi anlatılmıştır. Bir servo-sistemde sürtünme katsayısının mevcut olduğu ve ihmal edildiği durumlara ait denklemler, ilgili kaynakların taranması sonucu bu bölümde sunulmuştur. İdeal olarak çok yüksek bir performans sunan bu yöntemin uygulanabilirliği, teorik başarısının hangi şartlarda ne ölçüde gerçekleşebileceği tartışılmıştır. Yaklaşık minimum-zaman (PTOS) yaklaşımıyla, pratik zorlukları aşmak için bu yöntemin ideal davranışının kısmen yumuşatılması gerektiği gösterilmiştir.

5. bölümde ise, 3. bölümün benzetim ve deneysel sonuçlarında görülen eksiklikleri gidermek ve performansı düzeltmek için konum referansına ve zamana bağlı olarak değişen yeni bir kayma yüzeyi tasarımı yapılmıştır. Ortaya konulan yeni yönteme Kayma Kipli Yaklaşık Minimum-zaman Konum Kontrolü (KKYMKK) adı verilmiştir. Bu yöntemde, öncelikle hem referans değerinin geniş bir aralığı, hem de parametre belirsizliğinin geniş bir aralığı için aşmasız konum cevabı garanti edilmiştir. Aynı zamanda, minimum-zaman yörüngesi referans alınarak yerleşme zamanı düşürülmüştür. Bu amaçla erişim kipi, bang-bang kontrolün maksimum ivmelenme safhasına; kayma kipi ise bang-bang kontrolün maksimum frenleme safhasına benzetilmiştir. Erişim kipinde sistem en düşük parametre değerlerinin ideal süresi kadar maksimum ivmelenmeyi; kayma kipinde en yüksek parametre değerlerin yetişebileceği kadar yavaşlamayı esas alarak kontrol sistemi tasarlanmıştır. Sayısal yöntemlerle hesaplanan optimal anahtarlama zamanı ve benzetim sonuçlarından elde edilen hata oranlarına ulaşılıncaya kadar maksimum ivmelenme veya erişim kipinin sürmesi kayma yüzeyi eğimi büyük tutularak yapılmıştır. Kayma kipinde sistem, en büyük parametre değişimi olduğu durumun optimal yörüngesine veya bir alt yörüngesine yönlendirilmiştir. Maksimum ivmelenmeyi kesme oranı ve optimal yörüngenin eğimini düşürme çarpanı, konum referansına bağımlı olarak benzetim sonuçları yardımıyla belirlenmiştir. Sürtünme katsayısı dikkate alınarak bulunan ve analitik çözümü olmayan optimal yörüngenin denklemini çözmek için, başarılı bir ikili arama yaklaşımı sunulmuştur.

2. KAYMA KIPLİ KONTROL YÖNTEMİ

Kayma kipli kontrolün temelinde, dayanıklı kontrol sistemlerini kurmak için iyi bir tasarım yöntemi olarak kabul gören değişken yapılı kontrol sistemleri (DYKS) bulunmaktadır [25, 36-39]. Kayma kipli kontrol (KKK) ise DYKS'nin özel bir uygulaması olmaktadır. DYKS, Sovyetler Birliğinde Emelyanov [40] ve diğer bazı araştırmacıların 1960'lar ve öncesinde yaptığı çalışmaların ışığında gelişmeye başlamıştır [26]. Bu fikirler, Itkis'in 1976'da bir kitabının [36] ve Utkin'in 1977'de bir tarama makalesinin [37] İngilizce olarak çıktığı 1970'lerin ortalarına kadar Rusya dışında pek duyulmadı. DYKS kavramları izleyen yıllar içinde dayanıklı regülatörlerin, model referanslı sistemlerin, uyarlamalı şemaların, izleme sistemlerinin durum gözleyicileri ve arıza tespiti şemalarının tasarımında kullanılmıştır. Bu yaklaşımlar, otomatik uçuş kontrolü, elektrik motorlarının kontrolü, kimyasal süreçler, helikopter kararlılığını artırma sistemleri, uzay ve robot sistemlerinde başarıyla uygulanmıştır [26].

Kayma kipli kontrolün en çok üzerinde durulan özelliği, çok dayanıklı ve hatta değişmezlik özelliğine sahip kontrol sistemlerine götürebilmesidir. Kabaca söylenecek olursa "değişmezlik" terimi, sistemin harici bozuculara ve parametre belirsizliklerine karşı bütünüyle duyarsız olması demektir.

Bir değişken yapılı sistem, süreksiz bir kontrol yoluyla yapı adı verilen sürekli alt sistemler arasında anahtarlanarak kurulur [32]. Adından da anlaşılacağı gibi değişken yapılı sistemler birden fazla yapı adı verilen alt sistemin birleştirildiği sistemlerdir. Alt sistemlerin birleştirilmesiyle sistem belirli şartlarda ve sürede bunların birisi şeklinde davranır. Bu şartlar değiştiğinde sistemin davranışı diğer bir yapıya geçecektir. Değişken yapılı sistemleri arzu edilir hale getiren özellik ise, birleştirilen alt sistemlerin istenen kısımlarının kullanılabilmesidir. Yani alt sistem yörüngeleri arasında uygun bir geçiş kuralı kullanılarak her bir alt sistemin yörüngesinin istenen kısımlarından oluşan bir sistem davranışı elde edilir. DYKS nin başlıca çalışma şekli olan kayma kipli kontrol (KKK) ise yapılardan seçilen belirli yörüngelere sistemi zorlamakla ortaya çıkar.

KKK, durum uzayında tanımlanmış anahtarlama yüzeyinde hareketi sağlamak için yüksek frekanslı anahtarlamanın kullanıldığı bir DYKS uygulamasıdır. Gerçekte bu anahtarlama yüzeyi alt sistemleri ayırır. KKK'un çalışma mantığı, sistemin davranışının istenen performansta olmasını sağlayan anahtarlama yüzeyine erişmesini, istenen referansa ulaşmaya kadar bu yüzey üzerinde kaymasını sağlamaktır. Kontrol işareti, frekansı ideal şartlarda sonsuz olan yüksek frekanslı bir anahtarlama şeklinde oluşur. Sonsuz frekansta anahtarlama sayesinde

sistem yörüngesi kayma yüzeyine mükemmel oturacak ve böylece sistem, tasarımda arzulanan davranışı gösterecektir. Yönteme adını veren kayma kelimesi de buradan gelmektedir.

Kayma kipinin var olabilmesi için üzerinde kayma olması istenen bir anahtarlama yüzeyi ve buna ait bir denklem olmalıdır. Bu yüzey ve denklem istenen davranışı temsil eder. Bu yüzeyin tasarlanması, arzulanan sistem performansı hakkında karar verilmesi demektir. Kayma yüzeyi tasarlanırken, kontrol girişi öyle düzenlenmelidir ki sistemin bu belirlenmiş yüzeye erişme ve üzerinde kayma yeteneği olmalıdır. Erişme şartı, göz önünde bulundurulacak önemli bir noktadır. Eğer mevcut kontrol işareti ile kayma yüzeyine erişilemezse sistem bu strateji ile kontrol edilemez demektir.

Kayma yüzeyine erişme sonrasında, sistemin bu yüzey boyunca kayma yeteneği de olmalıdır. Kontrol işareti veya bir anlamda geribesleme kazançları anahtarlanıp durum yörüngesi yüzeyin bir tarafından diğerine yönlendirilerek bu kayma meydana getirilir. Anahtarlama mantığı, tam kayma yüzeyindeyken sıfıra eşit ve sistem durumlarının fonksiyonu olan anahtarlama denkleminden elde edilir. Kontrol işareti genel olarak bu fonksiyonun işaretine bağlı olarak anahtarlanırken yeterince hızlı anahtarlanamazsa sistem yörüngesi tam olarak kayma yüzeyine oturamayacaktır. Bu problemin oluşmaması yani kayma şartının yüzey boyunca sağlanması için anahtarlama frekansının yüksek tutulması gerekir.

Kayma kipinde yüzey denklemiyle belirlenen performans özellikleri korunurken şu üstünlükler elde edilir:

- a. Sistem sınırlı bir anlamda parametre belirsizliklerine duyarsız hale gelir.
- b. Sistem sınırlı bir anlamda harici bozuculara duyarsız hale gelir.
- c. Sistemin istenmeyen dinamikleri ve doğrusal olmayan yönlerinden kurtulunabilir.

KKK'un bu avantajları bir çok dinamik sistemin kontrolünde kullanılmasına yol açmıştır. Birçok sahada karşılaşılan problemler, KKK'un bahsedilen üstün özelliklerini bir gereklilik haline getirebilir. Parametre belirsizliklerine ve bozuculara karşı duyarsızlık özelliğine, hatta ideal şartlarda değişmezlik özelliğine, sahip olan kayma kipli kontrol yöntemi, yüksek mertebeli diferansiyel denklemlerle yönetilen ve belirsizlikler hakkında sınırlı bilgiye sahip olunabilen karmaşık elektriksel ve mekanik süreçlerin kontrolü için etkili bir araç olarak ilgi çekmektedir [41].

2.1. Temel Değişken Yapılı Kontrol Yöntemi

Değişken yapılı kontrolün temel kavramları Denklem 2.1'deki ikinci dereceden bir sistem üzerinde açıklanabilir [26, 40].

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= y \\
 \dot{y} &= 2y - x + u \\
 u &= -\psi x
 \end{aligned}
 \tag{2.1}$$

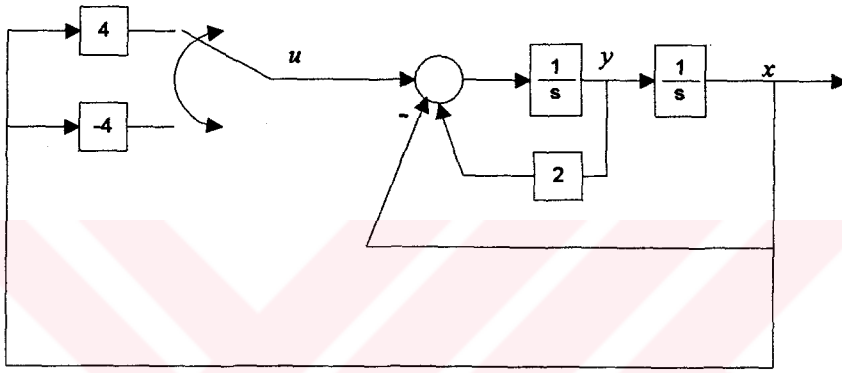
Burada,

$$\begin{aligned}
 s(x, y) &> 0 \quad \text{ise} \quad \psi = 4 \\
 s(x, y) &< 0 \quad \text{ise} \quad \psi = -4
 \end{aligned}
 \tag{2.2}$$

ve

$$s(x, y) = x\sigma, \quad \sigma = 0.5x + y = 0
 \tag{2.3}$$

olmaktadır. Sistemin blok diyagramı Şekil 2.1’de görülmektedir.

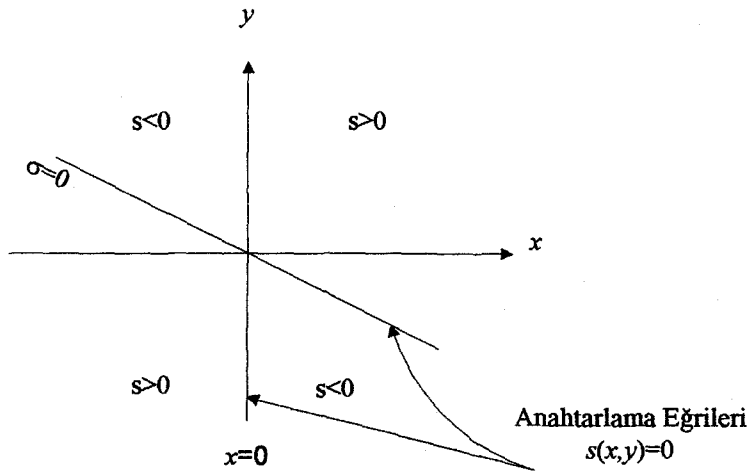


Şekil 2.1 Denklem (2.1) sisteminin blok diyagramı

(2.3)’deki ifadede $s(x, y)$ değişkeni aşağıdaki iki fonksiyonun çarpımı olmaktadır.

$$x = 0, \quad \sigma = 0.5x + y = 0
 \tag{2.4}$$

Bu fonksiyonlar faz düzleminde (x - y düzlemi), Şekil 2.2’de görüldüğü gibi $s(x, y)$ fonksiyonunun işaretinin değiştiği bölgeleri ayıran doğruları ifade etmektedir.



Şekil 2.2 Denklem (2.1) sistemi için anahtarlama mantığıyla tanımlanan bölgeler

Bu yüzden bu doğrulara anahtarlama çizgileri daha genel adıyla (farklı iki yapının kesişme-ayırışma gösterdiği) anahtarlama yüzeyleri, $s(x,y)$ denkleminde de anahtarlama fonksiyonu adı verilmektedir. Bu doğrular üzerinde $s(x,y)=0$ olmaktadır. Dar anlamda, bu doğrulara yüzey denilemese de bu terimler dikkatlice seçilmiş olup yaygın olarak kullanılmaktadır [25].

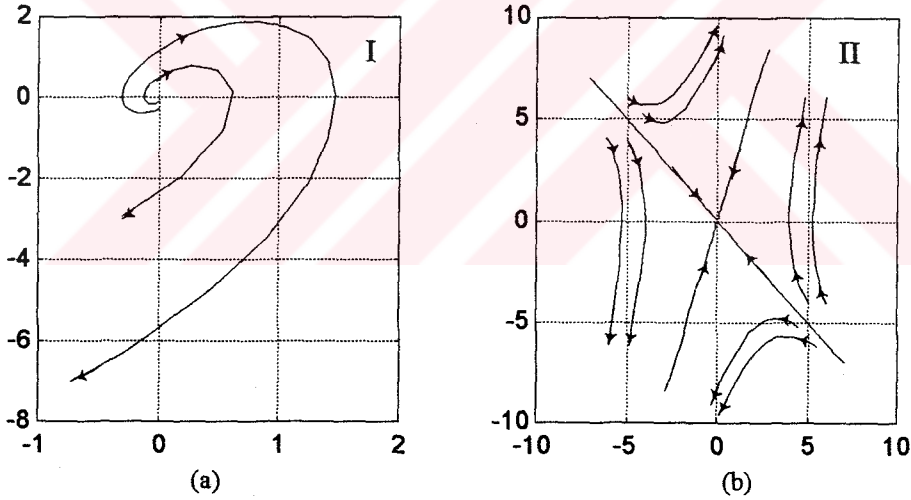
Geribesleme kazancı ψ , (2.2) denkleminde göre yani $s(x,y)$ 'nin işaretine göre anahtarlanır. Dolayısıyla (2.1) sistemi, analitik olarak faz düzleminde iki farklı bölgede iki farklı matematiksel modelle tanımlanır. $s(x,y)>0$ olan I. bölgede,

$$\begin{aligned}\dot{x} &= y \\ \dot{y} &= 2y - x - 4x = 2y - 5x\end{aligned}\quad (2.5)$$

denklemleriyle; $s(x,y)<0$ olan II. bölgede ise,

$$\begin{aligned}\dot{x} &= y \\ \dot{y} &= 2y - x + 4x = 2y + 3x\end{aligned}\quad (2.6)$$

denklemleriyle tanımlanır. Şekil 2.3(a) ve (b)'de bu yapıların faz portreleri görülmektedir. (2.5) Sisteminin denge noktası orijinde kararsız bir odaktır. Denklem (2.6) için ise orijinde bir semer noktası denge noktasını oluştururken, bu semer noktası da kararsızdır.

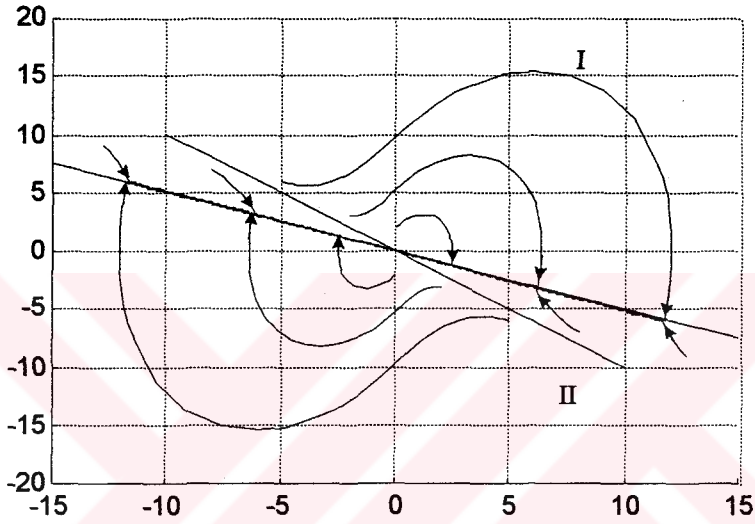


Şekil 2.3 (a) (2.5) sistemi için, (b) (2.6) sistemi için faz düzlemleri

(2.1) ve (2.2) denklemlerinin oluşturduğu sisteminin faz portresi, I. bölgede (2.5) sisteminin; II. bölgede ise (2.6) sisteminin yörüngelerinin birleştirilmesiyle oluşacaktır. Bileşke faz portresi Şekil 2.4'te görülmektedir. Faz portresini tam olarak elde etmek için, sistemin $s(x,y)=0$ kümesi üzerindeki yörüngesi de tanımlanmalıdır. $x=0$ doğrusu üzerinde I. ve II. bölge üzerindeki yörüngeler herhangi bir belirsizlik olmadan zaten birleşmektedir. $\sigma=0$ ifadesi ise (2.7) dinamik denklemini tanımlanmakta olup, bu denklemin Şekil 2.4'te faz portresinin, anahtarlama çizgisi üzerinde bir yörünge olduğu görülmektedir.

$$\sigma = 0.5x + y = 0.5x + \dot{x} = 0 \quad (2.7)$$

$\sigma=0$ doğrusu üzerinde birleşerek I ve II yörüngelerinin sonlandığı noktalardan oluşan özel yörünge “kayma kipi” adı verilen hareketi temsil etmektedir. Böylece bu sistemin bir faz yörüngesi genellikle sistemin iki kipini temsil eden iki kısımdan oluşmaktadır. İlk kısım erişim kipidir. Bu kipte yörünge, faz düzleminde herhangi bir yerden başlayarak anahtarlama düzlemine doğru hareket eder ve sınırlı bir zamanda ona ulaşır. İkinci kısım ise kayma kipidir. Kayma kipinde, (2.7) denkleminde tanımlandığı gibi sistem yörüngesi asimptotik olarak orijine yönelir.



Şekil 2.4 Değişken yapılı sistemin faz portresi

Bu örnek üzerinde yapılacak gözlemlerle DYKS hakkında dört temel fikre ulaşılabılır:

1. Faz düzleminin orijini sistemin denge noktasını gösterdiğinden dolayı kayma kipi, sistemin geçici rejimdeki davranışını temsil etmektedir. Bir başka deyişle, $\sigma=0$ doğrusu, kayma kipi boyunca sistemin geçici cevabını tanımlar.
2. Kayma kipi boyunca yörünge dinamiği (2.7) denkleminin mertebesi, orijinal sistem dinamiği (2.1) denkleminin mertebesinden bir mertebe daha düşüktür.
3. Kayma kipi boyunca, sistem dinamiği yalnızca $\sigma=0$ doğrusunu tanımlayan parametreler ile yönetilir.
4. Kayma kipinin yörüngesi ne (2.5) yapısının ne de (2.6) yapısının doğasında olmayan bir yörünge dir.

Kontrol süreci boyunca, kontrol sisteminin yapısı (2.5) yapısından (2.6) yapısına değişecektir. Bu yüzden de değişken yapılı kontrol adını almaktadır. Kayma kipinin önemli rolünü vurgulamak amacıyla bu kontrol yöntemine çoğu zaman Kayma Kipli Kontrol adı

verilemektedir. Değişken yapılı bir sistem, kayma kipi olmadan da kurulabilir. Ancak yukarıda sayılan önemli avantajları bulunduramayacağına dikkat edilmelidir.

2.2. Genel DYK Probleminin Tanımı

Genel olarak DYK problemi,

$$\dot{X} = A(X, t) + B(X, t)u \quad (2.8)$$

olarak tanımlanan bir sistem için boyut(X)= n ve boyut(u)= m olmak üzere,

1. $s(X)$ gibi bir vektör formunda temsil edilen m tane anahtarlama fonksiyonu bulmak ve
2. Aşağıdaki gibi,

$$s(X) > 0 \text{ ise } u(X, t) = u^+(X, t)$$

$$s(X) < 0 \text{ ise } u(X, t) = u^-(X, t)$$

değişken yapılı bir kontrolü erişim şartını yani sınırlı zamanda anahtarlama yüzeyine erişmeyi sağlayacak biçimde bulmak olarak tanımlanabilir [25].

Yukarıdaki adımlar fiziksel olarak şöyle anlaşılabilir:

1. Burada amaç, $s(X)=0$ 'ın arzulanan sistem dinamiğini tanımladığı bir anahtarlama yüzeyini tasarlamaktır. $s(X)=0$ olunca kontrol edilecek sistemden daha düşük mertebeli bir davranış elde edilir. Buna mertebe düşürme özelliği de denilir.
2. Bir değişken yapılı kontrolü, $u(X, t)$, tasarlayarak anahtarlama yüzeyi dışında herhangi bir durumun sınırlı bir zamanda bu yüzeye erişecek şekilde sürülmesinin sağlanması hedeflenmektedir. Anahtarlama yüzeyi üzerinde kayma kipi meydana gelecek ve sistem arzulanan dinamiği izleyecektir. Bu yöntemle, oluşturulan DYK sistemi global olarak asimptotik kararlı olacaktır.

Kayma yüzeylerinin tasarlanması için literatürde farklı yöntemler geliştirilmiştir. Bunlardan en yaygın olarak bilinen iki tane başlıca yöntem vardır. İlk yöntem, kökdeğeri atamasıdır. Bu yöntemin esası, kayma kipi süresindeki kök yapısının anahtarlama yüzeyi üzerinden atanmasıdır. Diğer önemli bir yöntem ise performans endeksi minimizasyonudur. Bu yöntemde anahtarlama yüzeyi bir performans endeksini minimize edecek değişkenlere bağımlı olarak tasarlanır. Böylece sistemin performansı, seçilen endekse göre optimize edilir [42].

KKK sistemlerinin incelenmesi ve tasarımında, ikinci derece dinamik sistemlerin incelemesinde çok güçlü bir grafiksel araç olan "faz düzlemi" yöntemi önemli yer tutar. Bunun yanında KKK sistemlerinin matematiksel modellerinde sağ tarafının analitik çözümü olmayan diferansiyel denklemler ile karşılaşılır. Bunun sebebi kontrol büyüklüğü içinde röle tipi (sign fonksiyonu) bileşenlerin getirdiği süreksizlik durumlarının ortaya çıktığı kayma kipinde analitik

kipinde analitik çözüme imkan bulunamamasıdır. Bu problemin çözümü için değişik yaklaşımlar bulunmaktadır. Bunlardan en çok kullanılanı “eşdeğer kontrol” yöntemidir.

Eşdeğer kontrol yönteminde, sistemin kayma yüzeyine oturduğu zaman geçerli olacak bir $u_e(\mathbf{X})$ değeri bulunarak (2.8) denkleminde yerine konulmaktadır. Sistemin kayma yüzeyine oturmasının yeter şartı $\dot{s}(\mathbf{X}) = 0$ olmasıdır:

$$\dot{s}(\mathbf{X}) = \frac{\partial s}{\partial \mathbf{X}} \mathbf{A}\mathbf{X} + \frac{\partial s}{\partial \mathbf{X}} \mathbf{B}u = 0 \quad (2.9)$$

Yukarıdaki eşitlikten u teriminin çekilmesi ile eşdeğer kontrol büyüklüğü bulunacaktır:

$$u_e(\mathbf{X}) = -\left(\frac{\partial s}{\partial \mathbf{X}} \mathbf{B}\right)^{-1} \frac{\partial s}{\partial \mathbf{X}} \mathbf{A}\mathbf{X} \quad (2.10)$$

Yukarıdaki ifadede matris tersinin bulunmasının gerekli şart olduğuna dikkat edilmelidir.

Eşdeğer kontrol kavramının fiziksel bir anlamı vardır. Pratik kontrol sistemlerinin doğası gereği barındırdığı her ne eksiklikten kaynaklarsa kaynaklansın, gerçek bir kontrol sisteminde, üzerine yüksek oranda değişen bir bileşenin de eklenebildiği, yavaş değişen bir bileşen bulunur. Kontrol edilen sistem dinamik bir yapı olduğu için, yavaş değişen bileşen davranışı belirlerken, yüksek oranlı bileşene verdiği cevap ihmal edilebilir. Gerçek kontrol büyüklüğü süzülüp, yüksek oranlı bileşeni elenerek elde edilebilen ortalama değeri, diğer adıyla yavaş değişen bileşen, eşdeğer kontrole karşılık gelmektedir [32].

2.3. DYK Tasarımında Erişme Şartları ve Erişme Kipi

Erişme şartı, durum yörüngelerinin kayma yüzeyine doğru hareket etmesi ve erişmesi için sağlanması gereken şarttır. Erişme şartı altında iken sistemin yörüngesi erişme kipinde veya erişme safhasındadır denilir. Erişme şartını belirlemek için iki yaklaşım burada kısaca açıklanacaktır.

2.3.1. Lyapunov Fonksiyonu Yaklaşımı

Lyapunov aday fonksiyonu,

$$V(\mathbf{X}, t) = \mathbf{s}^T \mathbf{s} \quad (2.11)$$

olarak seçilirse, global erişme şartı,

$$\mathbf{s} \neq 0 \text{ iken } \dot{V}(\mathbf{X}, t) < 0 \quad (2.12)$$

olur [36]. Bu ifadenin ilerletilmesiyle sınırlı erişme zamanı,

$$\mathbf{s} \neq 0 \text{ iken } \dot{V}(\mathbf{X}, t) < -\eta, \quad \eta > 0 \quad (2.13)$$

olarak garanti edilir.

2.3.2. Erişim Kuralı Yaklaşımı

Bu yaklaşım daha yeni bir yaklaşım olup, doğrudan anahtarlama fonksiyonunun dinamiğini belirleme özelliğine sahiptir. Anahtarlama fonksiyonunun dinamiği,

$$\dot{s} = -qs - \varepsilon \operatorname{sgn}(s) \quad (2.14)$$

şeklinde bir diferansiyel denklem olarak atandığı zaman, oransal artı sabit oranlı erişim kuralı;

$$\dot{s} = -\varepsilon \operatorname{sgn}(s) \quad (2.15)$$

denklemlerle de sabit oranlı erişim kuralı seçilmiş olur.

$$\dot{s} = -\varepsilon |s|^\alpha \operatorname{sgn}(s) \quad 0 < \alpha < 1 \quad (2.16)$$

Denklem 2.16 ise üssel oranlı erişim kuralı olmaktadır.

Erişim kuralı yaklaşımı sadece erişim şartını kurmakla kalmaz, diğer yandan erişme safhası boyunca sistemin dinamik karakteristiklerini de belirler. Bu yaklaşımın ilave üstünlükleri arasında KKK'un çözümünü basitleştirmesi ve çatırtının düşürülmesi için bir ölçek olması sayılabilir [43].

2.4. Kayma Kipli Kontrolün Özellikleri

Bir KKK sisteminin tüm cevabı farklı kiplerden oluşan üç safhadan ibarettir:

1. Erişme kipi
2. Kayma kipi
3. Sürekli durum kipi

Burada bir sistemin sürekli durumu, özel bir durum olarak sabit durum değerinde sistemin son periyodik durumu olarak tanımlanmaktadır. Sürekli durumun; sıfır-hata durumu, sabit-hata (offset) durumu ve limit-çevrim gibi farklı şekilleri de vardır.

Tüm fiziksel aktüatörlerde sınırlı gecikmeler doğal olduğundan kayma ve sürekli durum kipleri, daima dikkati çekebilecek çatırtıyla meydana gelmektedir [44]. Bu nedenle bir KKK sisteminin performansı değerlendirilirken cevap karakteristiklerine, dayanıklılığına ve çatırtının şiddetine bakılır.

Erişme kipinin karakteristiklerinin tam olarak bilinebilmesi erişim kuralı sayesinde mümkün olabilmektedir. Öyle ki anahtarlama fonksiyonunun dinamiğini ifade eden diferansiyel denklem üzerinden izlenecek yörünge ve bir başlangıç değerinden kayma yüzeyine ne kadar sürede erişileceği bulunabilmektedir [43].

Doğrusal sistemler için kayma kipinin davranışı Bölüm 2.1'de tartışılmıştır. Ortaya çıkan sonuçlardan birisi, arzulanan kayma kipi dinamiğinin, anahtarlama fonksiyonunun uygun

tasarımıyla başarılabilceğı olmuştur. Burada, özellikle kayma kipinin bir diğcr önemli karakteristiğı olan modelleme hatalarına ve bozululara dayanıklı veya duyarsız olması üzerinde durulmalıdır.

2.4.1. Kayma Kipinin Özellikleri

Dayanıklılık, KKK sistemlerinin en ayırt edici özelliğidir. Doğrusal veya doğrusal olmayan yüksek mertebeli bir diferansiyel denklemle gösterilen bir sistem için, kayma kipinin diferansiyel denklemi, modelleme hataları ve harici bozucuların etkisinden tümüyle bağımsız olabilir. Böylece, kayma kipi için, parametre belirsizliğine ve bozululara karşı “değişmez” (dayanıklılıktan daha iyi) olduğu söylenebilmektedir [25]. Değişmezlik özelliğinin oluşması için bazı karşılama şartlarının sağlanması gerekmektedir.

Denklem 2.17’deki genel bir doğrusal sistemi göz önüne alalım:

$$\dot{\mathbf{X}} = (\mathbf{A} + \Delta\mathbf{A})\mathbf{X} + \mathbf{B}u + \mathbf{f}(t) \quad (2.17)$$

Burada, $\Delta\mathbf{A}$ modelleme hatası veya parametre belirsizliğini, $\mathbf{f}(t)$ harici bozucuyu göstermektedir. Eğer aşağıdaki karşılama şartlarını sağlayan $\tilde{\Delta\mathbf{A}}$, $\tilde{\mathbf{f}}(t)$ mevcut ise,

$$\Delta\mathbf{A} = \mathbf{B}\tilde{\Delta\mathbf{A}} \text{ ve } \mathbf{f}(t) = \mathbf{B}\tilde{\mathbf{f}} \quad (2.18)$$

kayma kipinin değişmez olduğu söylenir. Burada üzerinde $\sim$ işareti bulunan değişkenler, belirsizlik veya bozucu büyüklüklerinin karşılama şartını sağlayan eşdeğerlerini göstermektedir. (2.18) ifadesinden, fiziksel olarak, tüm modelleme hataları ve bozucuların sisteme kontrol kanalından geldiğı anlamı çıkmaktadır.

Aynı sonuç doğrusal olmayan sistemler için genişletilecek olursa,

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}(\mathbf{X}) + \Delta\mathbf{A}(\mathbf{X}) + \mathbf{B}(\mathbf{X})u + \mathbf{f}(\mathbf{X}, t) \quad (2.19)$$

ifadesi yazılabilir [45]. Gerçekte karşılaşılabilen $\mathbf{B}$ matrisinde oluşan sapmalar da göz önüne alınarak,

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}(\mathbf{X}, t) + \Delta\mathbf{A}(\mathbf{X}, \mathbf{p}, t) + \mathbf{B}(\mathbf{X})u + \Delta\mathbf{B}(\mathbf{X}, \mathbf{p}, t)u + \mathbf{f}(\mathbf{X}, \mathbf{p}, t) \quad (2.20)$$

denklemini yazılır. Burada $\mathbf{p}$, bir belirsiz parametre vektörüdür. Eğer $\tilde{\Delta\mathbf{A}}$, $\tilde{\Delta\mathbf{B}}$ ve $\tilde{\mathbf{f}}$ için aşağıdaki karşılama şartları,

$$\begin{aligned} \Delta\mathbf{A}(\mathbf{X}, \mathbf{p}, t) &= \mathbf{B}(\mathbf{X}, t)\tilde{\Delta\mathbf{A}}(\mathbf{X}, \mathbf{p}, t) \\ \Delta\mathbf{B}(\mathbf{X}, \mathbf{p}, t) &= \mathbf{B}(\mathbf{X}, t)\tilde{\Delta\mathbf{B}}(\mathbf{X}, \mathbf{p}, t) \\ \mathbf{f}(\mathbf{X}, \mathbf{p}, t) &= \mathbf{B}(\mathbf{X}, t)\tilde{\mathbf{f}}(\mathbf{X}, \mathbf{p}, t) \end{aligned} \quad (2.21)$$

sağlanıyorsa değişmezliğin devam edeceği kaynak [43]’de gösterilmiştir.

2.4.2. Kayma ve Sürekli Durum Kiplerinde Çatırtı Problemi

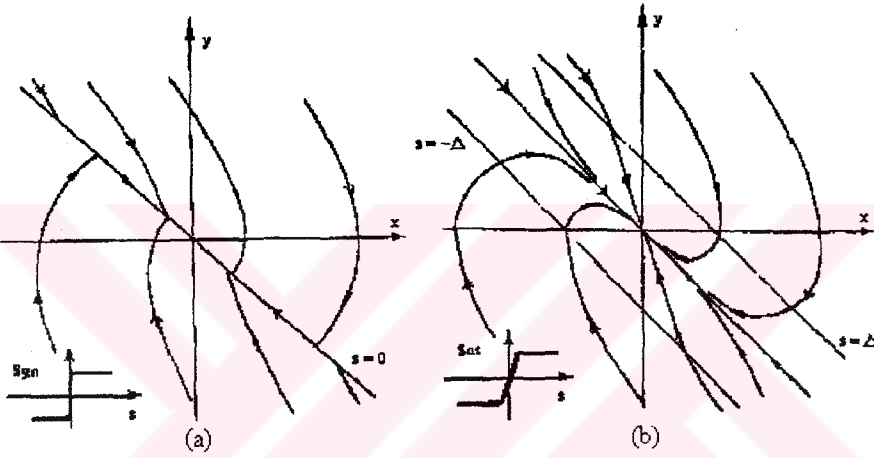
KKK sistemlerinin analiz ve tasarımının altında yatan kabullerden biri de kontrol işaretinin sonsuz hızda bir değerden diğerine anahtarlanabileceğidir. Ancak pratik sistemlerde, çoğu KKK tasarımında gerekli olan bu yüksek anahtarlama özelliğine sahip kontrol işaretini üretmek imkansızdır [25]. Gerçekleştirilen ilk uygulamalarından bu yana, bazı kayma kipli kontrolörlerin işitilebilir gürültüler doğurması, kontrol mühendislerini rahatsız etmiştir. Bu gürültülerin kaynağı, iyi bilinen ve çözümü için önemli araştırmalar yapılan çatırtı problemidir. Ancak burada önemli bir tanımlamaya vurgu yapmak gereklidir. Anahtarlamanın kendisi doğal bir olay olarak görülür, öyle ki ideal KKK tasarımında frekansı sonsuza giden bir anahtarlama arzu edilir. Çatırtı probleminden kastedilen, sistem durumlarında meydana gelen, frekansı ve genliği sınırlı salınımlardır [44]. Bu da gerçek fiziksel sistemlerin özelliklerinden kaynaklanmaktadır.

Çatırtı sebeplerinden birincisi, kontrol büyüklüğünün hesaplanması için sınırlı gecikmelerin araya girmesidir. Sayısal gerçeklemelerde örnekleme oranlarının sınırlı olması ayırıklaştırma çatırtısını doğurur. İkinci bir sebep ise algılayıcılar ve aktüatörlerdeki fiziksel sınırlamalar veya modellenmemiş dinamiklerdir. Aslında bu bileşenler, ana sistemin dinamiğine oranla genel olarak oldukça hızlı olduğundan modelleme sürecinde ihmal edilirler. İdeal KKK, sonsuz hızda olduğundan tüm dinamiklerin modellenmesi daha mantıklı olabilirdi. Yine de, çatırtı probleminin önemli bir kaynağı olan bu dinamiklerin modellenmesi, çatırtının çözümü için bir ön şart oluşturmamaktadır [44].

Çatırtı probleminin oluşmasına bir örnek olarak, genellikle sistem girişinin akım olarak kabul edildiği DA servo-motor kontrol tasarımı verilebilir. Sargı indüktansları nedeniyle akımı sonsuz hızda anahtarlama mümkün değildir. Kontrol işaretini sonsuz hızda anahtarlama mümkün olmadığı için, KKK sistemlerinin kayma ve sürekli durum kiplerinde çatırtı daima ortaya çıkacaktır. Sürekli durumda çatırtı, arzulanan denge noktası etrafında yüksek frekanslı salınımlar şeklinde ortaya çıkar. Ayrıca, sistemin modellenmemiş yüksek frekanslı dinamiklerini uyaran bir kaynak olarak görev yapabilir [45-48]. Çatırtı istenirse de hemen her zaman oluşan ve tasarımda tedbiri alınması gerektiğinden, üzerinde önemli araştırmalar yapılmış, kaldırılmasına veya düşürülmesine çalışılmıştır [49-51]. Burada, bunlardan en yaygın ve bilinen bir çözüm olan süreklileştirme yaklaşımına, ayrıca diğer yeni ve etkin bir yaklaşıma değinilecektir.

2.4.2.1. Çatırtıya karşı süreklileştirme yaklaşımı

Çoğu KKK sisteminin tasarımında kontrol büyüklüğünün hesaplanması için sisteme etkisi Şekil 2.5.(a)'daki gibi olan röle tipi bileşenler bulunmaktadır. İdeal röle karakteristiğinin pratik gerçekleştirilmesi imkansız olunca çatırtıyı düşüren bir yaklaşım olarak, Şekil 5.(b)'de etkisi görülen doymalı tipte bir röle veya süreklileştirilmiş bir yaklaşımı yerine konulabilir [51, 52]. Bu takdirde durum uzayında, anahtarlama yüzeyi etrafında bir sınırlayıcı tabaka oluşacaktır. Sistem yörüngesi sınırlayıcı tabaka içinde bulunduğu zaman kontrol büyüklüğü, anahtarlama fonksiyonunun süreklileştirilmiş bir yaklaşımı olmaktadır. Bu durum, kayma yüzeyi civarında yüksek kazançlı kontrol oluşması diye yorumlanabilir.



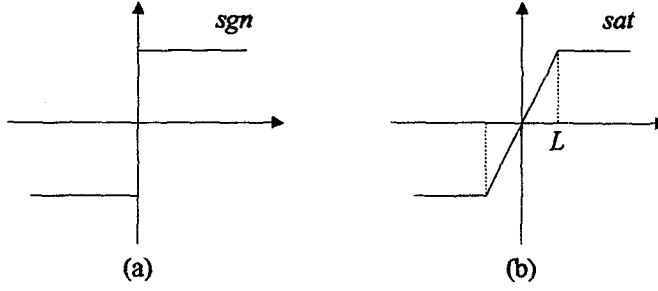
Şekil 2.5 (a) Kayma ve (b) yarı-kayma kipleri

Süreklileştirme yönteminin bir sonucu değişmezliğin kaybedilmesidir. Sistem, sınırlayıcı tabakanın kalınlığının bir fonksiyonu olan bir dayanıklılığa sahip olacaktır.

Diğer bir süreklileştirme yöntemi ise, minimum-maksimum (sgn fonksiyonu) türü yerine,

$$u = \frac{C^T X}{|C^T X|} \text{ yerine } u = \frac{C^T X}{|C^T X| + \delta}$$

şeklinde bir değişikliği yapmaktır. Burada δ , kontrol işaretini süreklileştiren pozitif sabit bir sayıdır. Şekil 2.6'da gösterilen anahtarlama karakteristiklerinin kayma kipli kontrolün gerçek uygulamasındaki genel etkileri karşılaştırmalı olarak incelenmeli ve süreklileştirmenin etkisi açıklanmalıdır.



Şekil 2.6 Anahtarlama fonksiyonları

İdeal röle kontrolü

Şekil 2.6 (a)'da görülen bu kontrol karakteristiği aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$u(s) = \text{sgn}(s) = \begin{cases} s > 0 & \text{ise } +1 \\ s < 0 & \text{ise } -1 \end{cases}$$

Bu şekildeki kontrol işareti ideal olup $s=0$ anında anahtarlama yapmaktadır. Bu durum için kesin çözümün bulunmasıyla elde edilen faz portresi Şekil 2.5 (a) da verilmiştir. Bu durumun incelenmesinden aşağıdaki sonuçlar çıkarılabilir:

- $s=0$ çizgisi üzerinde ideal yani çatırtısız bir kayma kipi mevcuttur. Çünkü $s=0$ yakınlığında kontrol işareti, sonsuz hızda anahtarlanabilmektedir.
- Sürekli durum hatası bulunmamaktadır.
- Kontrol büyüklüğü, sistemi $s=0$ çizgisinde tutabildiği için değişmezlik özelliği sağlanmaktadır.

İdeal doymalı kontrol

En basit doymalı kontrol işareti aşağıdaki şekilde tanımlanır.

$$u(s) = \text{sat}(s) = \begin{cases} s > L & \text{ise } +1 \\ |s| \leq L & \text{ise } \frac{s}{L} \\ s < -L & \text{ise } -1 \end{cases} \quad (2.22)$$

Burada $L>0$ olup $\pm L$ sınırlayıcı tabakaya giriş için eşik değerleri olmaktadır. Sınırlayıcı tabakanın dışında kontrol işareti ideal röleyle özdeş karakteristik göstermektedir. Sınırlayıcı tabaka içinde ise yüksek kazançlı doğrusal bir kontrol halini almaktadır. Sonuç olarak sistemin yörüngesi sınırlayıcı tabakanın içine sürülecektir fakat $s=0$ çizgisini izlemeye zorlanamayacaktır. Bu durumda da sistemin tam faz portresi elde edilirse (Şekil 2.5 (b)) çıkarılacak sonuçlar şöyle sıralanabilir:

- Tam anlamıyla bir kayma kipi mevcut değildir. Çünkü sistem yörüngesi, $s=0$ yüzeyinde kalmak üzere zorlanmamaktadır.
- Sınırlayıcı tabaka içinde sürekli bir kontrol kullanıldığı için çatırtı oluşmaz.
- Bozucular bulunmaması kaydıyla, sürekli durum hatası yoktur.
- Değişmezlik özelliği mevcut değildir.

Sistem dinamiğindeki belirsizlik derecesini karşılamak için sınırlayıcı tabaka kalınlığının uyarlamalı şekilde ayarlanması tarzında sınırlayıcı tabaka yaklaşımının daha geliştirildiği başka çalışmalar da yapılmıştır [4, 53].

2.4.2.2. Çatırtıya karşı erişim kuralının ayarlanması

Erişim kuralının (2.14) içinde yer alan q ve ε parametreleri ayarlanarak çatırtı düşürülebilir.

$$\dot{s} = -qs - \varepsilon \operatorname{sgn}(s)$$

Anahtarlama yüzeyinin yakınlarında, $s \approx 0$ olduğundan $|\dot{s}| \approx \varepsilon$ olur. ε kazancının küçük seçilmesiyle, sistem yörüngesi anahtarlama yüzeyine yaklaşırken hareketin momentumu düşürülecektir. Sonuçta çatırtının genliği de düşürülecektir, ancak $\varepsilon=0$ seçilemez. Çünkü erişme zamanı sonsuz olacak ve kayma kipi aksayacaktır. Büyük bir q değeri anahtarlama yüzeyinden uzaktayken erişme oranını artırır. Bir taraftan sınırlı erişme zamanı korunurken, diğer taraftan da anahtarlama yüzeyinde sıfır erişme oranı, üssel oranlı erişim kuralı (2.16) kullanılarak başarılabilir. Böylece çatırtı da bastırılabilir [43]. Çatırtının giderilmesine veya düşürülmesine yönelik çalışmalar halen devam etmektedir [54-57].

2.5. Ayırık-zaman Kayma Kipli Kontrol

Önceleri daha çok sürekli-zaman KKK üzerinde çalışmalar sürdürülürken pratik sebeplerin de zorlamasıyla ayırık-zaman KKK günümüzde incelenmeye ve uygulanmaya başlamıştır. Çünkü, bir sistem üzerinde pratik olarak KKK yöntemini gerçekleştirmek için uğraşacak bir mühendisin önünde iki seçenek bulunacaktır [44]:

- Doğrudan, çok hızlı bir anahtarlama elemanı yardımıyla süreksiz bir kontrol kuralının analog olarak gerçekleştirilmesi, (örneğin, güç transistörleri ile).
- Ayırık-zaman KKK gerçekleştirilmesi, (sayısal işlemciler ile).

İlk seçenek, sadece, analog anahtarlama elemanlarının kullanımına izin veren gerilim girişi olan sistemlere uygun düşmektedir. Diğer birçok sistem ise, genellikle, ayırık-zaman mikrokontrolör tabanlı gerçeklemlere dayalı olarak kurulabilmektedir. KKK'ün doğru

gerçeklemesi sonsuz anahtarlama frekansını gerektirirken, anahtarlama frekansının örnekleme oranıyla sınırlı olduğu gerçeği, sayısal KKK gerçeklemelerinde bir ayrıklaştırma çatırtısını oluşturur. Örnekleme periyodunun uzaması oranında kontrol sistemi artık sürekli-zaman olmaktan uzaklaşır. Teorik olarak, ayrık-zaman KKK, sürekli-zaman karşılığının basit bir eşdeğeri olarak elde edilemez [58,59].

Ayrık-zaman KKK sistemlerini, ilk olarak Dote ve Hoft inceleyerek ayrık bir erişim şartını bulmak için sürekli olan erişim şartından faydalanmıştır [60]:

$$(s_{k+1} - s_k) \cdot s_k < 0 \quad (2.23)$$

Milosavljevic [61], yarı-kayma kipi kavramını ortaya atmış ve (2.23) şartının yeterli olmadığına işaret ederek,

$$\lim_{s_k \rightarrow 0^+} \Delta s_k \leq 0 \text{ ve } \lim_{s_k \rightarrow 0^-} \Delta s_k \geq 0, \Delta s_k = s_{k+1} - s_k \quad (2.24)$$

şartını ortaya atmış fakat daha ileriye gidememiştir. Daha sonra, Sira-Ramirez [62] ve Yu [63] (2.24) şartının yarı kayma kipini tam yansıtmadığını, bu şartın sadece kayma yüzeyinin kesilmesini ve/veya ona yaklaşılmasını garanti ettiğini ancak kararsızlık oluşmayacağı anlamına gelmediğini göstermişlerdir.

Sarptürk ve arkadaşları [64] ayrık-zaman KKK'ün kararlılığını incelerken, önemli bir yaklaşım olan

$$|s_{k+1}| < |s_k| \quad (2.25)$$

şartını ortaya koymuş ve bu şartın eşdeğeri olarak aşağıdaki ifadeleri de kullanmıştır:

$$\begin{aligned} (s_{k+1} - s_k) \cdot \text{sgn}(s_k) &< 0 \\ (s_{k+1} + s_k) \cdot \text{sgn}(s_k) &\geq 0 \end{aligned} \quad (2.26)$$

Furuta [65], sürekli zamandaki Lyapunov türündeki $v = \frac{1}{2}s^2$ için $\dot{v} < 0$ olan erişim şartının ayrık sürümü olan bir eşdeğerini sunmuştur:

$$v_k = \frac{1}{2}s_k^2 \text{ ile } v_{k+1} - v_k < 0 \quad (2.27)$$

Furuta'nın sunduğu yöntemin avantajı, kayma yüzeyinin her iki yüzündeki dar bölgede, KKK'yı durum geribeslemeli kontrole çevirerek çatırtıya önlem alınmasıdır. Ancak bu yöntemle elde edilen kontrol işareti karmaşık olup çok girişli sistemlere genelleştirilmesi de zordur. Bartolini [31] ayrık-zaman eşdeğer kontrol yöntemini kullanarak KKK ile adaptif kontrolü belirsizliklere karşı bir kontrol işaret üretmek için birleştirmiştir. Gao ve arkadaşları [58] daha önceki araştırmaların, çok girişli sistemler yönüyle eksik olduğuna, özellikle ayrık-zaman KKK'ün kararlılığını incelemede yetersiz kaldığına vurgu yapmıştır. Ayrıca, erişim kuralı yaklaşımının ayrık-zaman KKK sistemine arzulanan özellikleri sağladığını göstermiştir [58]. Bartoszewicz

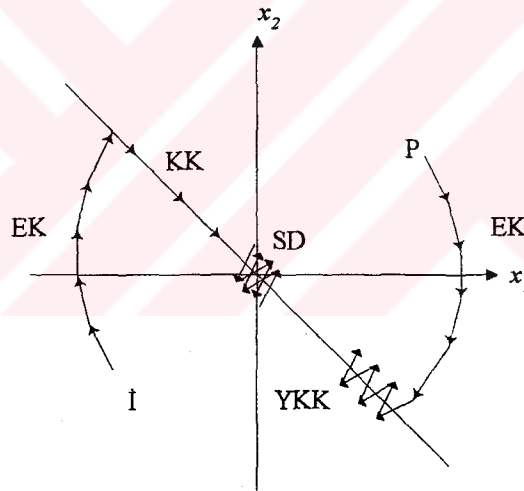
[67] çalışmasında Gao'nun notasyonunu yeniden tanımlayarak, çatırtıya karşı önlemi de içeren iki yeni erişim kuralı sunmuştur. Furuta ve Pan [68] sürekli ve ayrık-zaman sistemler için kontrolörleriyle birlikte kayma sektörünü tanımlamıştır. Yu [69], ayrık-zaman KKK tasarımı için değişmez kayma sektörü kavramını sunarak, ikinci mertebe ayrık-zaman KKK sistemleri için birinci mertebeden değişmez kayma sektörlerini yapılandırmıştır.

2.5.1. Yarı-Kayma Kipi ve Erişim Şartları

Aşağıdaki gibi tek girişli ayrık-zamanlı bir sistemi göz önüne alalım.

$$\mathbf{X}_{k+1} = \mathbf{G}\mathbf{X}_k + \mathbf{H}u_k \quad (2.27)$$

Burada $\dim(\mathbf{X})=n$, u_k bir skalar ve $\mathbf{G}$, $\mathbf{H}$ de uygun boyutlu matrislerdir. Ayrık-zaman sisteme KKK uygulandığında da sistemin durum cevabı, erişme, kayma ve sürekli-durum olarak yine üç ayrı kip olarak görülecektir. Bununla birlikte, buradaki kayma kipinin esasları sürekli zamandakinden farklılık gösterir. Ayrık-zaman KKK için kabul edilebilen iki ayrı durum yörüngesi ikinci derece bir sistem için Şekil 2.7'de çizilmiştir.



Şekil 2.7 Ayrık-zaman KKK yörüngeleri

(İ) tipinde bir yörünge ideal bir yörüngedir. Bunun gerçekleşebilmesi için iki ideal şartın sağlanması gerekir. Birincisi, durum yörüngesi anahtarlama yüzeyine tam olarak anahtarlama zamanında varmalıdır. İkincisi, durum yörüngesinin anahtarlama yüzeyinde kayabilmesi için KKK uygulanmış sistemin doğal dinamikleri, ideal anahtarlama düzleminin dinamiğini karşılamalıdır [58]. Bu iki ideal şartın pratikte sağlanması çok zor olduğundan bu tür bir yörünge nadiren ortaya çıkabilmektedir. (P) tipi bir yörünge ise, pratik ayrık-zaman KKK sisteminin davranışını göstermektedir. Bu yörüngede, anahtarlamanın, tam olarak anahtarlama yüzeyinde gerçekleşmediğine ve durum yörüngesinin yüzey etrafında zikzak yaptığına dikkat edilmelidir. (P) tipi yörünge, bir özel durum olarak (İ) tipi yörüngeyi de kapsamaktadır.

2.5.2. Ayırık-Zaman Bir KKK Sisteminin Özellikleri

Yukarıda bahsedildiği üzere, ayırık-zaman bir KKK sisteminin arzulanan yörüngesinde aşağıdaki özellikler bulunmalıdır [58]:

- Ö-1) Herhangi bir başlangıç şartından başlayarak, sistem yörüngesi monoton olarak anahtarlama yüzeyine gitmeli ve sınırlı bir zamanda onu kesmelidir.
- Ö-2) Sistem yörüngesi anahtarlama yüzeyini bir defa kesince, takip eden her örnekleme periyodunda düzlemi tekrar kesmelidir. Sonuçta, yüzey etrafında zikzak hareketi oluşacaktır.
- Ö-3) Takip eden zikzak hareketlerinin boyutu artmamalı ve sistem yörüngesi tanımlanan bir bant içinde kalmalıdır.

Bu özellikler ayırık-zaman KKK sistemlerinin erişim şartlarının ve kayma kipinin tanımlanması için temel esaslar olarak alınmalıdır. Sürekli-zaman KKK ile farklılık gösterdiği için ayırık-zaman KKK sistemlerinin davranışı hakkında aşağıdaki tanımlamaları da yapmakta fayda vardır.

Tanım 1: Ö-2 ve Ö-3 özelliklerini sağlayan ayırık-zaman KKK sisteminin hareketine yarı-kayma kipi (YKK) denilir. Yarı-kayma kipinin bandı,

$$\{x | -\Delta < s(X) < +\Delta\} \quad (2.28)$$

olarak tanımlanır. Bandın genişliği ise 2Δ olmaktadır.

Tanım 2: $\Delta=0$ olan bir YKK sistemi, ideal bir YKK özelliği gösterecektir.

Tanım 3: Eğer Ö-1, Ö-2 ve Ö-3 özelliklerinin üçüne birden bir sistem sahip oluyorsa bu sistemin bir “erişim şartını” sağladığı söylenir. İlk ayırık-zaman KKK araştırmalarında sunulan erişim şartları incelendiğinde bazı eksiklerinin bulunduğu anlaşılabılır. (2.23) şartı Ö-3 özelliğini yansıtmamaktadır. Çünkü (2.23) sağlandığı halde zikzak hareketinin boyutu artabilir. (2.24) ve (2.26) şartlarının her ikisi de Ö-1 ve Ö-3 özelliklerini yansıtmaz. Çünkü durum yörüngesi ideal anahtarlama yüzeyini kesmeyebilir ya da tanımlanan bant dışında zikzak yapabilir. Dolayısıyla bu şartlar Tanım-1’de belirtilen türden bir yarı-kayma kipini garanti etmez.

2.5.3. Ayırık-Zamanlı Erişim Kuralı Yaklaşımı

Burada, bir erişim şartının önce analitik bir ifadesini kurmak sonra onu sağlayacak kontrol büyüklüğünü tasarlamak yerine, farklı ve çok daha uygun bir yaklaşım olan erişim kuralı yaklaşımı sunulacaktır. Sürekli-zaman KKK için [25,39,43] çalışmalarında sunulduğu

üzere erişim kuralı yaklaşımında Ö1-Ö3 özelliklerinin tümünü daima sağlayacak şekilde bir erişim kuralı öncelikle belirlenir. Bu kural doğrudan anahtarlama fonksiyonunun dinamiğini yönetecektir. Sonra, bilinen sistem modeli ve belirsizlik sınırları ile bu kural arasında uyumlu olan bir kontrol kuralı sentezlenmelidir.

Sürekli bir sistemde KKK için uygun bir erişim kuralı aşağıdaki gibi verilir (2.14):

$$\dot{s}(t) = -qs(t) - \varepsilon \operatorname{sgn}(s(t)), \quad \varepsilon > 0, \quad q > 0$$

Ayrık-zaman KKK için, bu erişim kuralının eşdeğer ifadesi ise

$$s_{k+1} - s_k = -qTs_k - \varepsilon T \operatorname{sgn}(s_k), \quad \varepsilon > 0, \quad q > 0, \quad (1 - qT) > 0 \quad (2.29)$$

olur. Burada $T > 0$ örnekleme periyodunu göstermektedir. Ö-1 özelliğinin sağlanması için T hakkında (2.29) denkleminde yer alan eşitsizlik sağlanmalıdır. İşaret fonksiyonun varlığı sayesinde Ö-2 ve Ö-3 özellikleri garanti edilir. (2.29) denklemi ile verilen erişim kuralı yaklaşımından yola çıkarak ayrık-zaman KKK tasarımının üstünlükleri aşağıdaki gibi sıralanabilir:

1. Ö-1, Ö-2, Ö-3 özelliklerinin üçü de sağlanır.
2. q ve ε parametrelerinin uygun seçilmesiyle arzulanan bir erişim kipi cevabı başarılabılır.
3. YKK bandının genişliği, bu kurala göre hesaplanabilmektedir.
4. (2.29) denklemi T 'yi bir parametre olarak içerdüğinden, örnekleme periyodu T 'nin KKK üzerindeki etkisi incelenebilir.
5. (2.29) denkleminin dayalı bir kontrol büyüklüğü basitçe belirlenebilir. Çok girişli sistemler için kontrol kuralının tasarımında bunun önemi büyüktür.
6. Eşitlik şeklindeki (2.29) erişim kuralı, yine eşitlik şeklinde bir kontrol kuralına götürür.

3. KAYMA KIPLİ DAYANIKLI KONUM KONTROLÜ

3.1. Bir Servomotor Sisteminin Sürekli-Zaman Durum Uzayı Modeli

Servo sistemin iyi bilinen dinamik denklemi aşağıdaki gibidir [33].

$$J \frac{d\omega}{dt} + B \omega = T_e - T_L \quad (3.1)$$

Burada J sistemin toplam atalet katsayısını, B sürtünme katsayısını, T_e , T_L sırasıyla üretilen moment ile yük momentini göstermektedir. Durum değişkenleri türünden ifade için motorun konumu $x_1 = \theta$ ve hızı da $x_2 = \dot{x}_1 = \dot{\theta} = \omega$ olarak alınabilir. Ayrıca sistemin kontrol işareti olan elektromekanik moment, yaygın olduğu şekilde u olarak alınacaktır. Böylece servomotor sisteminin dinamik denklemi,

$$J\ddot{x}_1 + B\dot{x}_1 = u - T_L \quad (3.2)$$

olur. Sistemin durum denklemleri de aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{B}{J}x_2 + \frac{1}{J}(u - T_L) \end{aligned} \quad (3.3)$$

Durum uzayı modelinin matris gösterimi için,

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{B}{J} \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

matrisleri tanımlanarak aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}(u - \tilde{T}_L) \quad (3.5)$$

Burada üzerinde $\sim$ işareti bulunan değişkenler, Bölüm 2.4.1'de anlatılan karşılama şartını sağlayan belirsizlik veya bozucu terimlerini göstermektedir.

3.2. Servomotor Sisteminde Bozucu ve Parametre Belirsizliği İfadeleri

Denklem (3.5)'de gerçek parametreler esas alınmış olup pratikte bu parametrelerin bir nominal bir de belirsiz olarak iki bileşeni olacağı açıktır. Parametre belirsizliklerini de içeren atalet ve sürtünme katsayısı ifadeleri,

$$J = J_n + \Delta J, \quad B = B_n + \Delta B \quad (3.6)$$

ve bozucu girişi temsil eden terimler sistem ifadesi denklem (3.5)'de yerine yazılırsa,

$$\dot{\mathbf{X}} = (\mathbf{A}_n + \Delta\mathbf{A})\mathbf{X} + (\mathbf{B}_n + \Delta\mathbf{B})(u - \tilde{T}_L) \quad (3.7)$$

denklemleri elde edilir. Burada,

$$\Delta \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{J_n \Delta B - B_n \Delta J}{J_n(J_n + \Delta J)} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

ve

$$\Delta \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\Delta J \\ J_n(J_n + \Delta J) \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

olur. Bu ifadelerin Bölüm 2.4.1’de anlatıldığı üzere karşılama şartı gereği, matris formda $\mathbf{B}_n$ parantezine alınarak düzenlenebilmesi için karşılama şartı,

$$\Delta \mathbf{A} = \mathbf{B}_n \tilde{\mathbf{D}}, \quad \Delta \mathbf{B} = \mathbf{B}_n \tilde{\mathbf{E}} \quad (3.10)$$

olur. Bu şarta göre oluşacak yeni belirsizlik terimlerinden biri,

$$\tilde{\mathbf{D}} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{J_n \Delta B - B_n \Delta J}{J_n + \Delta J} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \tilde{D} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

bir satır vektörü şeklinde, diğeri ise

$$\tilde{\mathbf{E}} = -\frac{\Delta J}{J_n + \Delta J} \quad (3.12)$$

bir skalar şeklinde olmaktadır.

Parametre belirsizlikleri ve bozucu terimleri $\mathbf{B}_n$ parantezinde bir araya getirilirse,

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}_n \mathbf{X} + \mathbf{B}_n \left((1 + \tilde{\mathbf{E}})(u - \tilde{T}_L) + \tilde{\mathbf{D}} \mathbf{X} \right) \quad (3.13)$$

durum denkleminin yeni oluşan ifadesinde, nominal terimler haricindeki tüm terimler tek bir terim ile temsil edilebilir.

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}_n \mathbf{X} + \mathbf{B}_n (u - \tilde{L}) \quad (3.14)$$

Belirsizlik ve bozucu ifadeleri toplamını birlikte kısaltan $\tilde{L}$ terimi,

$$\tilde{L} = \tilde{\mathbf{D}} \mathbf{X} + \tilde{\mathbf{E}} u - (1 + \tilde{\mathbf{E}}) \tilde{T}_L \quad (3.15)$$

şeklinde bir skalar olduğuna ve u ve $\mathbf{X}$ terimlerine bağımlı olduğuna dikkat edilmelidir.

Sistemin J_n , B_n parametrelerindeki belirsizliklerinin $\tilde{D}$ ve $\tilde{E}$ terimlerinde nasıl bir değişime yol açacağı şöyle incelenebilir. Belirsizlik içeren gerçek parametrelerin, nominal

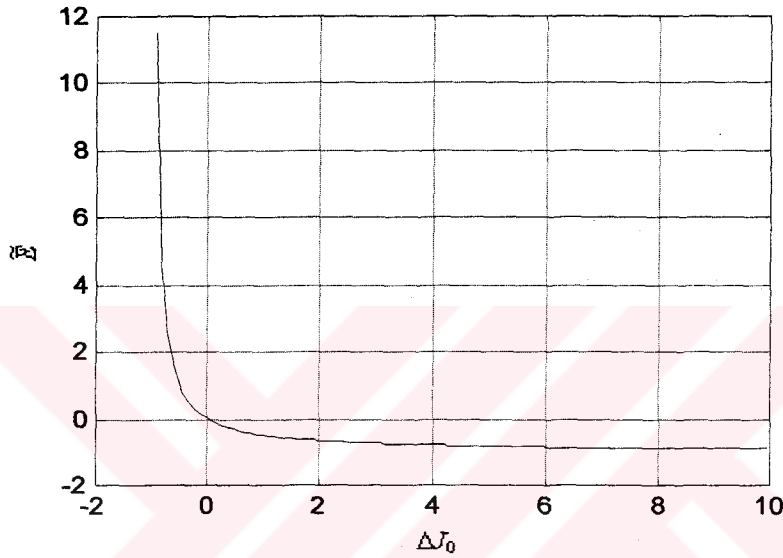
parametrelere göre değişme oranlarına $\Delta J_0 = \frac{\Delta J}{J_n}$, $\Delta B_0 = \frac{\Delta B}{B_n}$ kısaltmaları yapılırsa,

$$\tilde{\mathbf{D}} = \begin{bmatrix} 0 & B_n \frac{\Delta J_0 - \Delta B_0}{1 + \Delta J_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \tilde{D} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

$$\tilde{\mathbf{E}} = -\frac{\Delta J_0}{1 + \Delta J_0} \quad (3.17)$$

ifadeleri elde edilir. Tanımlanan değişme oranlarına bağlı olarak $\tilde{D}$ ve $\tilde{E}$ ifadelerinin gerçek bir sistemde alabileceği değerler hakkında fikir elde edilebilir.

Genellikle değeri çok küçük olan B_n katsayısına bağlı olan ve $\Delta J_0 = \Delta B_0$ olduğunda yani atalet ve sürtünme katsayısının eşit oranlarda değişmesi halinde sıfıra düşen $\tilde{D}$ terimi sistemin geneli üzerinde pek etkili değerlere erişmez. Sistemin cevabında en etkili belirsizlik olan, atalet katsayısının değişim oranına bağlı olan $\tilde{E}$ belirsizlik ifadesinin alabileceği değerler Şekil 3.1'deki grafikte görülmektedir.



Şekil 3.1 Atalet katsayısının değişimine karşı $\tilde{E}$ teriminin değişimi

3.3. Sürekli zamandaki durum denklemlerinin ayrıklaştırılması

Örnekleme periyodu yeterince küçük seçilmek şartıyla, sürekli zamandaki belirsizlik ifadelerini ayırık-zamanda da kullanabilmek için ileri fark denklemleri kullanılabilir [44,70].

$$\frac{\mathbf{X}_{k+1} - \mathbf{X}_k}{T} = \dot{\mathbf{X}}, \quad \mathbf{X}_{k+1} = \mathbf{X}_k + \dot{\mathbf{X}}T \quad (3.18)$$

Sürekli-zaman durum denklemi yerine konulursa, parametre belirsizliği ve bozucu terimlerinin ifade edildiği ayırık-zaman servo-sistem durum denklemi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\mathbf{X}_{k+1} = (\mathbf{I} + \mathbf{A}_n T) \mathbf{X}_k + T \mathbf{B}_n \left((1 + \tilde{E})(u_k - \tilde{T}_L) + \tilde{D} \mathbf{X}_k \right) \quad (3.19)$$

Ayrık-zaman sistem modelini sadeleştirmek için kullanılacak yeni matrisler,

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 - T \frac{B_n}{J_n} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H} = T \mathbf{B}_n \quad (3.20)$$

olarak tanımlanırsa, elde edilen model gösterimi aşağıdaki gibi oluşturulur:

$$\mathbf{X}_{k+1} = \mathbf{G}\mathbf{X}_k + \mathbf{H}((1 + \tilde{E})(u_k - \tilde{T}_L) + \tilde{\mathbf{D}}\mathbf{X}_k) \quad (3.21)$$

3.4. Erişim Kuralı Yaklaşımıyla Kayma Kipli Konum Kontrol Sistemi Tasarımı

Konum kontrolü için referans matrisi,

$$\mathbf{R}_k = \begin{bmatrix} ref_{1k} \\ ref_{2k} \end{bmatrix}, \quad ref_{1k} = \theta_{ref} \quad (3.22)$$

olarak tanımlandıktan sonra, kayma kipli kontrolün anahtarlama fonksiyonu

$$s_k = \mathbf{C}^T [\mathbf{R}_k - \mathbf{X}_k], \quad \mathbf{C}^T = [\lambda \quad 1] \quad (3.23)$$

olarak seçilir. Konum kontrolünde hız referansı $ref_{2k}=0$ alınmaktadır. Buradaki λ parametresi ikinci mertebeden sistem için seçilen anahtarlama yüzeyinin eğimi olup sistemin kayma kipindeki davranışını, dolayısıyla sistemin performansını belirlediğinden önemli bir tasarım kriteri olmaktadır.

Kayma kipinin karakterinin tasarlandığı gibi oluşabilmesi ve sistemin davranışına hakim olabilmesi için anahtarlama fonksiyonu kararlı şekilde azalmalı ve hızla sıfır değerine ulaşmalıdır. İdeal olarak anahtarlama fonksiyonu sıfıra düştüğünde sistemin yörüngesi kayma yüzeyine oturmuş böylece sistem mükemmel olarak kayma kipine girmiştir denilir. Erişim kuralına göre anahtarlama fonksiyonunun uyması istenilen dinamik kısım 2.3.2’de anlatıldığı şekilde, genellikle aşağıdaki gibi seçilir:

$$s_{k+1} - s_k = -qTs_k - \varepsilon T \operatorname{sgn}(s_k) \quad (3.24)$$

Bu erişim kuralını sağlayacak kontrol işaretine ulaşmak için s_{k+1} ’in açık ifadesi yazılmalıdır:

$$s_{k+1} = \mathbf{C}^T [\mathbf{R}_{k+1} - \mathbf{X}_{k+1}] \quad (3.25)$$

Erişim kuralıyla tanımlanan dinamiğe göre s_k dizisinin değişmesini sağlamak için (3.24) ve (3.25) denklemleri eşitlenmeli ve $\mathbf{X}_{k+1}$ ’in açık ifadesi (3.21) yerine yazılmalıdır.

$$\begin{aligned} s_{k+1} &= (1 - qT)s_k - \varepsilon T \operatorname{sgn}(s_k) \\ &= \mathbf{C}^T \mathbf{R}_{k+1} - \mathbf{C}^T \mathbf{G}\mathbf{X}_k - \mathbf{C}^T \mathbf{H}(1 + \tilde{E})(u_k - \tilde{T}_L) - \mathbf{C}^T \mathbf{H}\tilde{\mathbf{D}}\mathbf{X}_k \end{aligned} \quad (3.26)$$

Erişim kuralının gerektirdiği dinamik davranışın erişme ve kayma kiplerinde gerçekleşmesini sağlayacak u_k ifadesi yukarıdaki eşitliği sağlayan değerlerden oluşacaktır.

$$\begin{aligned} \mathbf{C}^T \mathbf{H}(1 + \tilde{E})u_k &= -(1 - qT)s_k + \varepsilon T \operatorname{sgn}(s_k) + \mathbf{C}^T (\mathbf{R}_{k+1} - \mathbf{G}\mathbf{X}_k) \\ &\quad - \mathbf{C}^T \mathbf{H}\tilde{\mathbf{D}}\mathbf{X}_k + \mathbf{C}^T \mathbf{H}(1 + \tilde{E})\tilde{T}_L \end{aligned} \quad (3.27)$$

Denklem (3.27)’den u_k çekilirse belirsizliklere bağlı olarak aşağıdaki gibi bulunacaktır:

$$u_k = \frac{1}{\mathbf{C}^T \mathbf{H}(1 + \tilde{E})} \left(-(1 - qT)s_k + \varepsilon T \operatorname{sgn}(s_k) + \mathbf{C}^T (\mathbf{R}_{k+1} - \mathbf{G}\mathbf{X}_k) - \mathbf{C}^T \mathbf{H} \tilde{\mathbf{D}} \mathbf{X}_k + \mathbf{C}^T \mathbf{H}(1 + \tilde{E})\tilde{T}_L \right) \quad (3.28)$$

u_k 'nın içindeki belirsizlik içeren $\tilde{\mathbf{D}}$, $\tilde{E}$ ve $\tilde{T}_L$, terimlerinin yerine, dayanıklı kontrol amacıyla belirli sınırlar içinde bu belirsizlikleri giderecek makul $\mathbf{D}_c$, E_c ve T_{Lc} değerleri alınmalıdır.

$$u_k = \frac{1}{\mathbf{C}^T \mathbf{H}(1 + E_c)} \left(-(1 - qT)s_k + \varepsilon T \operatorname{sgn}(s_k) + \mathbf{C}^T (\mathbf{R}_{k+1} - \mathbf{G}\mathbf{X}_k) - \mathbf{C}^T \mathbf{H} \mathbf{D}_c \mathbf{X}_k + \mathbf{C}^T \mathbf{H}(1 + E_c)T_{Lc} \right) \quad (3.29)$$

Burada sadeleştirme amacıyla aşağıdaki kısaltmalar yapılabilir.

$$\begin{aligned} \tilde{M} &= \mathbf{C}^T \mathbf{H} \tilde{\mathbf{D}} \mathbf{X}_k & M_c &= \mathbf{C}^T \mathbf{H} \mathbf{D}_c \mathbf{X}_k \\ \tilde{N} &= \mathbf{C}^T \mathbf{H}(1 + \tilde{E})\tilde{T}_L & N_c &= \mathbf{C}^T \mathbf{H}(1 + E_c)T_{Lc} \end{aligned} \quad (3.30)$$

u_k 'nın son halinin (3.29), $s_{k+1} - s_k$ dinamiğinde yerine konularak nasıl etki ettiği incelenmelidir. s_k dizisinin kararlılığı sistemin veya kayma kipinin davranışının esasını oluşturacaktır. s_k dizisinin tam sıfıra yakınsaması bu açıdan çok önemlidir. Mevcut u_k ile s_k 'nın dinamiği tekrar yazılacak olursa,

$$s_{k+1} - s_k = \mathbf{C}^T \mathbf{R}_{k+1} - \mathbf{C}^T \mathbf{X}_{k+1} - s_k \quad (3.31)$$

$\mathbf{X}_{k+1}$ denkleminde yer alan u_k , yeni tanımlanan bileşenleriyle bu dinamiğe yansıtılacaktır. Buna göre

$$\begin{aligned} s_{k+1} - s_k &= \mathbf{C}^T \mathbf{R}_{k+1} - \mathbf{C}^T \mathbf{G}\mathbf{X}_k - \mathbf{C}^T \mathbf{H}(1 + \tilde{E})u_k + \mathbf{C}^T \mathbf{H}(1 + \tilde{E})\tilde{T}_L - \mathbf{C}^T \mathbf{H} \tilde{\mathbf{D}} \mathbf{X}_k - s_k \\ &= \mathbf{C}^T \mathbf{R}_{k+1} - \mathbf{C}^T \mathbf{G}\mathbf{X}_k - \mathbf{C}^T \mathbf{H}(1 + \tilde{E})u_k + \tilde{N} - \tilde{M} - s_k \end{aligned} \quad (3.32)$$

olacaktır. Kabul edilen belirsizlik sınırları içinde dayanıklılığı sağlamak için oluşturulan terimler de açık halde yazılınca s_k 'nın dinamiğinde yer alan tüm bileşenler görülür:

$$\begin{aligned} s_{k+1} - s_k &= \mathbf{C}^T \mathbf{R}_{k+1} - \mathbf{C}^T \mathbf{G}\mathbf{X}_k + \tilde{N} - \tilde{M} - s_k \\ &\quad - \frac{1 + \tilde{E}}{1 + E_c} (\varepsilon T \operatorname{sgn}(s_k) - (1 - qT)s_k + \mathbf{C}^T (\mathbf{R}_{k+1} - \mathbf{G}\mathbf{X}_k) - M_c + N_c) \end{aligned} \quad (3.33)$$

Gösterim kolaylığı için,

$$\tilde{K} = \frac{1 + \tilde{E}}{1 + E_c} \quad (3.34)$$

yazılırsa s_k dinamiği aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\begin{aligned} s_{k+1} - s_k &= \tilde{K}(1 - qT)s_k - \tilde{K}\varepsilon T \operatorname{sgn}(s_k) \\ &\quad + (1 - \tilde{K})\mathbf{C}^T (\mathbf{R}_{k+1} - \mathbf{G}\mathbf{X}_k) + \tilde{N} - \tilde{K}N_c - \tilde{M} + \tilde{K}M_c - s_k \end{aligned} \quad (3.35)$$

Benzer şekilde s_{k+1} dizisinin ifadesi de aşağıdaki şekilde yazılır:

$$s_{k+1} = \tilde{K}(1 - qT)s_k - \tilde{K}\varepsilon T \operatorname{sgn}(s_k) + (1 - \tilde{K})\mathbf{C}^T(\mathbf{R}_{k+1} - \mathbf{G}\mathbf{X}_k) + \tilde{N} - \tilde{K}N_c - \tilde{M} + \tilde{K}M_c \quad (3.36)$$

M_c ve N_c değerleri öyle tasarlanmalıdır ki belirsizliklerin en kötü değerleri aldığı durumlarda bile $s_{k+1} - s_k$ dinamiği kararlı olarak azalsın. Genel olarak s_{k+1} dizisinin, mutlak değer olarak kararlı şekilde azalması için;

Kural 1: $(s_{k+1} - s_k)$ in işareti s_k ya zıt işaretli olmalıdır.

Kural 2: s_k dizisindeki terimlerin katsayılarının mutlak değeri birden küçük olmalıdır.

Bu kriterlere uygun olacak $\mathbf{D}_c$, E_c ve T_{Lc} ifadelerinin seçimi için son bulunan s_{k+1} denkleminde bakılmalıdır. $\mathbf{D}_c = [0 \quad D_c]$ terimi öyle tasarlanmalıdır ki,

$$\tilde{K}M_c - \tilde{M} = \mathbf{C}^T \mathbf{H}(\tilde{K}\mathbf{D}_c - \mathbf{D})\mathbf{X}_k \quad (3.37)$$

ifadesi s_{k+1} dizisinin kararlı biçimde azalmasını sağlamak amacıyla s_k 'ya zıt işaretli çıksın. Buna uygun olacak D_c terimi aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$D_c = D_1 - D_2 \operatorname{sign}(s_k) \operatorname{sign}(x_{2k}) \quad (3.38)$$

Burada,

$$D_1 = \frac{\sup(\tilde{D}) + \inf(\tilde{D})}{2} \quad D_2 = \frac{\sup(\tilde{D}) - \inf(\tilde{D})}{2} \quad (3.39)$$

şeklinde seçilir. Burada sup ve inf kısaltmalarının açılımı supremum ve infimum şeklinde olup sırasıyla bir dizinin alabileceği en yüksek ve en düşük değerlerin limitlerini ifade etmek için kullanılırlar. Açık bir aralıkta sadece eşitsizlik olduğu durumlarda maksimum ve minimum terimlerinin yerine kullanılan bu terimler ile buradaki parametre belirsizliklerin tahmin edilmiş sınırları ifade edilmektedir.

E_c terimi de D_c terimi gibi ΔJ , ΔB 'ye tedbir anlamı taşıdığından (3.38) ile uyumlu olması için aşağıdaki gibi seçilir:

$$E_c = E_1 + E_2 \operatorname{sign}(s_k) \operatorname{sign}(x_{2k}) \quad (3.40)$$

$$E_1 = \frac{\sup(\tilde{E}) + \inf(\tilde{E})}{2} \quad E_2 = \frac{\sup(\tilde{E}) - \inf(\tilde{E})}{2} \quad (3.41)$$

Yük momenti veya bozucu terimlerinin s_k dinamiğindeki etkileri (3.35) denkleminin bileşenlerinden olan aşağıdaki ifade üzerinden belirlenebilir.

$$\begin{aligned} \tilde{N} - \tilde{K}N_c &= \mathbf{C}^T \mathbf{H}(1 + \tilde{E})\tilde{T}_L - \frac{1 + \tilde{E}}{1 + E_c} \mathbf{C}^T \mathbf{H}(1 + E_c)T_{Lc} \\ &= \mathbf{C}^T \mathbf{H}(1 + \tilde{E})(\tilde{T}_L - T_{Lc}) \end{aligned} \quad (3.42)$$

Sistemin bozucu girişi olan $\tilde{T}_L$ 'ye karşı tedbir olarak tasarlanan T_{Lc} bileşeni $\sup(\tilde{T}_L) < u_{\max}$ olmak kaydıyla s_k dizisinin kararlı olarak azalması için genellikle,

$$T_{Lc} = u_{\max} \operatorname{sgn}(s_k) \quad (3.43)$$

olarak alınır [58]. Fakat sonsuz kazançlı işaret fonksiyonunun oluşturacağı çatırtıdan dolayı yerine, Bölüm 2.4.2.1'de anlatıldığı üzere,

$$T_{Lc} = u_{\max} \frac{s_k}{|s_k| + \delta} \quad (3.44)$$

şeklinde yumuşatılmış bir fonksiyon yazılması, uygulama için tercih edilir. Pratikte yük momentinin sadece fren yönünde gerçekleşebileceği, $\operatorname{sgn}(\tilde{T}_L) = \operatorname{sgn}(\theta_{ref})$ kabul edilirse çatırtının azalması için

$$T_{Lc} = u_{\max} \frac{(\operatorname{sgn}(\theta_{ref}) + \operatorname{sgn}(s_k))}{2} \frac{s_k}{|s_k| + \delta} \quad (3.45)$$

seçilebilir. T_{Lc} 'nin böyle seçilmesi yukarıdaki ifadenin s_k ya zıt işaretle çıkmasını sağlarken bu bileşenden kaynaklanarak fren yönünde moment üretilmesini engelleyecektir.

$(s_{k+1} - s_k)$ dinamiğinin kararlı şekilde azalması için $\tilde{K}$ terimini içeren katsayılarla $0 < \tilde{K} < 1$ olması gerektiği açıktır. Bu amaçla gerekli yerlerde $\tilde{K}$ 'nın yanına düzeltici bir K_c çarpanı getirilmelidir:

$$K_c = K_1 + K_2 \operatorname{sgn}(s_k) \operatorname{sgn}(x_{2k}) \quad (3.46)$$

$$K_1 = \frac{1 + \inf(\tilde{K})}{2} \quad K_2 = \frac{1 - \inf(\tilde{K})}{2} \quad (3.47)$$

K_c teriminin $(s_{k+1} - s_k)$ dinamiğine girmesi için u_k denkleminde yazılması gerekir:

$$u_k = \frac{1}{\mathbf{C}^T \mathbf{H}(1 + E_c)} (-(1 - qT)K_c s_k + \varepsilon T K_c \operatorname{sgn}(s_k) + K_c \mathbf{C}^T (\mathbf{R}_{k+1} - \mathbf{G} \mathbf{X}_k) - M_c) + T_{Lc} \quad (3.48)$$

u_k 'nin en son şeklinden sonra s_{k+1} dizisinin son hali de

$$s_{k+1} = \tilde{K} K_c (1 - qT) s_k - \tilde{K} K_c \varepsilon T \operatorname{sign}(s_k) + (1 - \tilde{K} K_c) \mathbf{C}^T (\mathbf{R}_{k+1} - \mathbf{G} \mathbf{X}_k) - \tilde{M} + \tilde{K} M_c + \tilde{N} - \tilde{K} N_c \quad (3.49)$$

olarak yazılabilir. Yukarıdaki (3.29-3.45) denklemleriyle tasarımı yapılan kontrolöre eklenen yeni bileşenler yerine konulduğunda, amaçlandığı gibi, s_k dizisinin kararlı olarak kayma yüzeyine yaklaştığını göstermek için, en kötü belirsizlik de ihtimalleri göz önüne alınarak Tablo 3.1'de açıkça gösterilmiştir. Bu tabloda parametre belirsizliği sınırlarının tüm ihtimalleri,

$$\sup(\Delta J) > 0, \quad \sup(\Delta B) > 0 \quad (3.50)$$

$$\inf(\Delta J) < 0, \quad \inf(\Delta B) < 0 \quad (3.51)$$

ilk iki sütun içinde gösterilirken bu sütunlarda mevcut dört satırın her birine karşılık, sonraki iki sütunda s_k ve x_{2k} 'nın işaretlerinin olabilecek tüm ihtimalleri belirtilmiştir. Bu durumların her biri için bağımlı diğer terimlerin oluşumu sütunlar içinde izlenmektedir. Sütunlarda yer alan terimlerin ifadeleri göz önüne alınınca bu tabloda,

$$\sup(\tilde{K}) \cdot \sup(D_c) = -\inf(\tilde{D}) > 0 \quad (3.52)$$

$$\inf(\tilde{K}) \cdot \inf(D_c) = -\sup(\tilde{D}) < 0 \quad (3.53)$$

$$\sup(\tilde{K}) \cdot \inf(\tilde{K}) = 1 \quad (3.54)$$

eşitliklerinin bulunduğu da gözlenebilir. Sonuç olarak, s_k dinamiğinin kararlı ve azalan olması adına sağlanması gerektiği belirtilen iki kuralın garantili olarak yerine getirildiği Tablo 3.1'de görülebilmektedir.



Tablo 3.1 ΔJ ve ΔB parametre belirsizliklerinin alabileceği değerlere karşı s_k dinamiğine eklenen yeni terimlerin s_{k+1} ifadesinin kararlı azalmasına etkisi

ΔJ	ΔB	$\text{sgn}(s_k)$	$\text{sgn}(x_{2k})$	$\tilde{D}$	$\tilde{E}$	D_c	E_c	J_c	B_c	$\tilde{K}$	$(\tilde{K}D_c - \tilde{D})x_k$	$-\text{sgn}(s_k)?$	K_c	$\tilde{K} K_c \leq 1?$
sup	inf	+	+	Sup	inf	inf	sup	inf	sup	inf	$(\inf(\tilde{K})\inf(D_c) - \sup(\tilde{D}))(+)$	$<0\checkmark$	1	inf $\checkmark$
			-			sup	inf	sup	inf	1	$(\sup(D_c) - \sup(\tilde{D}))(-)$	$\leq 0\checkmark$	inf	inf $\checkmark$
		-	+			sup	inf	sup	inf	1	$(\sup(D_c) - \sup(\tilde{D}))(+)$	$\geq 0\checkmark$	inf	inf $\checkmark$
			-			inf	sup	inf	sup	inf	$(\inf(\tilde{K})\inf(D_c) - \sup(\tilde{D}))(-)$	$>0\checkmark$	1	inf $\checkmark$
inf	sup	+	+	Inf	sup	inf	sup	inf	sup	1	$(\inf(D_c) - \inf(\tilde{D}))(+)$	$\leq 0\checkmark$	1	1 $\checkmark$
			-			sup	inf	sup	inf	sup	$(\sup(\tilde{K})\sup(D_c) - \inf(\tilde{D}))(-)$	$<0\checkmark$	inf	1 $\checkmark$
		-	+			sup	inf	sup	inf	sup	$(\sup(\tilde{K})\sup(D_c) - \inf(\tilde{D}))(+)$	$>0\checkmark$	inf	1 $\checkmark$
			-			inf	sup	inf	sup	1	$(\inf(D_c) - \inf(\tilde{D}))(-)$	$\geq 0\checkmark$	1	1 $\checkmark$
sup	sup	+	+	0	inf	inf	sup	inf	sup	inf	$(\inf(\tilde{K})\inf(D_c) - 0)(+)$	$<0\checkmark$	1	inf $\checkmark$
			-			sup	inf	sup	inf	1	$(\sup(D_c) - 0)(-)$	$<0\checkmark$	inf	inf $\checkmark$
		-	+			sup	inf	sup	inf	1	$(\sup(D_c) - 0)(+)$	$>0\checkmark$	inf	inf $\checkmark$
			-			inf	sup	inf	sup	inf	$(\inf(\tilde{K})\inf(D_c) - 0)(-)$	$>0\checkmark$	1	inf $\checkmark$
inf	inf	+	+	0	sup	inf	sup	inf	sup	1	$(\inf(D_c) - 0)(+)$	$<0\checkmark$	1	1 $\checkmark$
			-			sup	inf	sup	inf	sup	$(\sup(\tilde{K})\sup(D_c) - 0)(-)$	$<0\checkmark$	inf	1 $\checkmark$
		-	+			sup	inf	sup	inf	sup	$(\sup(\tilde{K})\sup(D_c) - 0)(+)$	$>0\checkmark$	inf	1 $\checkmark$
			-			inf	sup	inf	sup	1	$(\inf(D_c) - 0)(-)$	$>0\checkmark$	1	1 $\checkmark$

3.5. Benzetim ve Deney Sonuçları

Yapılan incelemelerde parametre belirsizliklerine örnek oluşturmak için üç farklı durum seçilmiş ve uygulanmıştır. Bu durumlar; I, II ve III durumları diye tanımlanmış olup parametre değişim değerleri Tablo 3.2’de gösterilmiştir. Bu tanımlamalar sonuçların sunumunda kısaca belirtilecektir.

Tablo 3.2 İncelemelerdeki parametre belirsizliği durumları

Durum adı	ΔJ_0	ΔB_0
I.	-0.2 (inf(ΔJ))	-0.2
II.	3	2
III.	10 (sup(ΔJ))	2

Tablo 3.2’de yer alan II. ve III. durumlar deneysel sistemde motor miline ek ataletler ve fren makinesinin bağlanmasıyla elde edilirken, I. durum ölçülen (J, B) parametreleri daha büyük girilerek elde edilmiştir. Mekanik sistemin, motor milinden kaynaklanan nominal atalet değerinden daha düşük bir ataletle sahip olması söz konusu değildir. Dolayısıyla, motorun sürdüğü mekanik sistemin ataletindeki değişim ancak II ve III durumlarında olduğu gibi artma şeklinde olacaktır. I. durum ile muhtemel bir ölçme hatasına örnek olacak durumun oluşturulması amaçlanmıştır. Yapılan hem teorik hem de deneysel incelemelerde Tablo 3.3’deki verilen kontrolör parametreleri esas alınmıştır ve aksi belirtilmedikçe bu değerler geçerli olacaktır. Bölüm 3.4’te sunulduğu gibi, servomotor sisteminin referans kontrol işareti elektriksel moment olarak tasarlanmıştır. Bununla birlikte, vektör kontrollü asenkron motor sisteminde sabit katsayılar bir kenara bırakılırsa kontrolör çıkışı, referans moment akımı i_q olarak alınabileceği de bir gerçektir. Burada, u_k yerine esas kontrol değişkeni olarak i_q akımının çizdirilmesi tercih edilmiştir. Ayrıca Ek-1’de belirtildiği gibi deneysel çalışmalarda yük momenti veya bozucu olarak bir 1.1 kW. gücünde bir fuko freni uyarma gerilimi %100 konumunda tutularak kullanılmıştır.

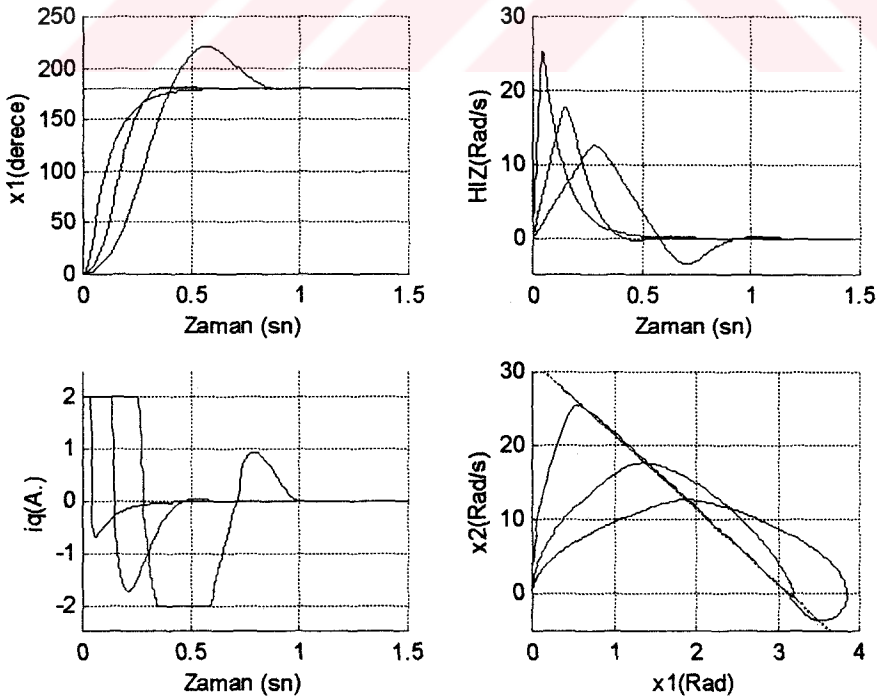
Tablo 3.3 Benzetimlerde ve deneysel çalışmalarda kullanılan kontrolör parametreleri

i_{sd}	i_{sqmax}	T	λ	q	ϵ	δ
2 A.	2 A.	2 ms.	5	0.25/T	0.08/T	0.7

3.5.1 Benzetim ve Deney Sonuçların Karşılaştırılması

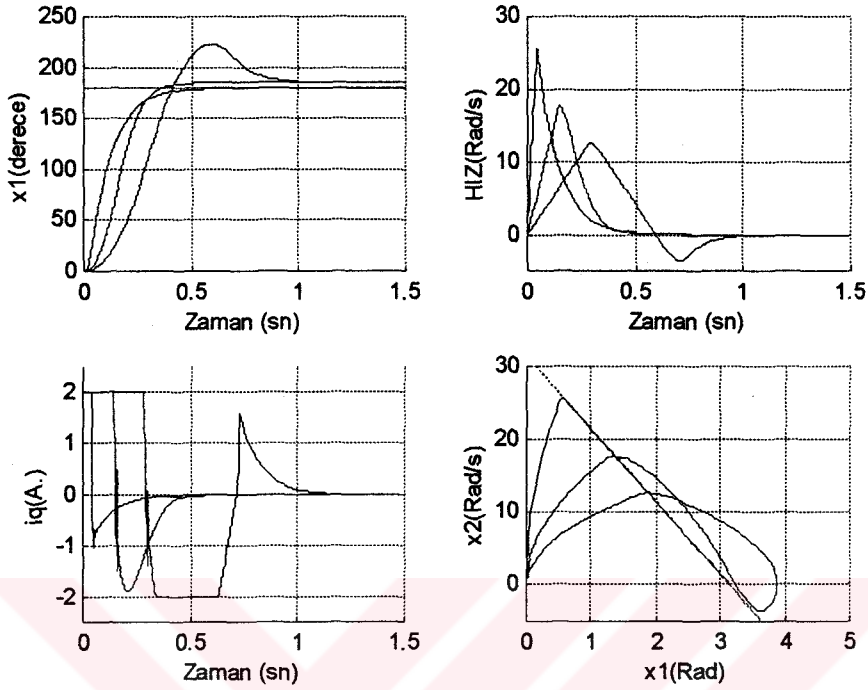
Bu Bölümde, hem sistemin genel davranışının tüm değişkenler üzerinden izlenmesi, hem de benzetim sonuçlarının başarımının ölçülebilmesi amaçlanarak deneysel ve teorik sonuçlar birlikte sunulmuştur. İlk olarak, konum referansı 180° , $\lambda=10$ iken I, II ve III durumları için benzetim sonuçları Şekil 3.2’de verilmiştir. Aynı durumlar için, kontrol büyüklüğünün hesaplandığı denklem (3.48)’de yer alan terimlerden $K_c=1$, $E_c=0$, $D_c=M_c=0$ alınarak Şekil 3.3’de tüm değişkenler tekrar çizdirilmiştir. Anahtarlama fonksiyonunun dinamiğinin kararlı olması için eklenmiş yeni bileşenlerin genel olarak etki derecesinin gözlenmesi amacıyla benzetim sonuçlarında s_k anahtarlama fonksiyonunun değişimi de verilmiştir. Şekil 3.2 ve Şekil 3.3’deki durumların deneysel karşılığı da Şekil 3.4 ve Şekil 3.5’de verilmiştir.

Giderici bileşenler var olduğunda, Şekil 3.2’de kayma kipinin ve bir anlamda sürekli durumun, Şekil 3.3’e göre az da olsa iyileştiği söylenebilir. Fakat, genel performans ölçütleri açısından pratik anlamda pek de değerli ve üzerinde durulabilecek bir değişiklik olmamaktadır. Faz düzlemi eğrilerinde, sistem yörüngesinin kayma yüzeyine ne derecede yerleştiğini açıkça görülmektedir. Benzetim sonuçları ile yaklaşık uyum içinde gerçekleşen deneysel davranış, gerekli büyüklüklerin değişimiyle Şekil 3.4 ve Şekil 3.5’de sunulmaktadır. Deneysel sonuçlar da benzetim sonuçları gibi, belirsizliğe karşı giderici bileşenlerin pek etkisi olmadığını göstermektedir.

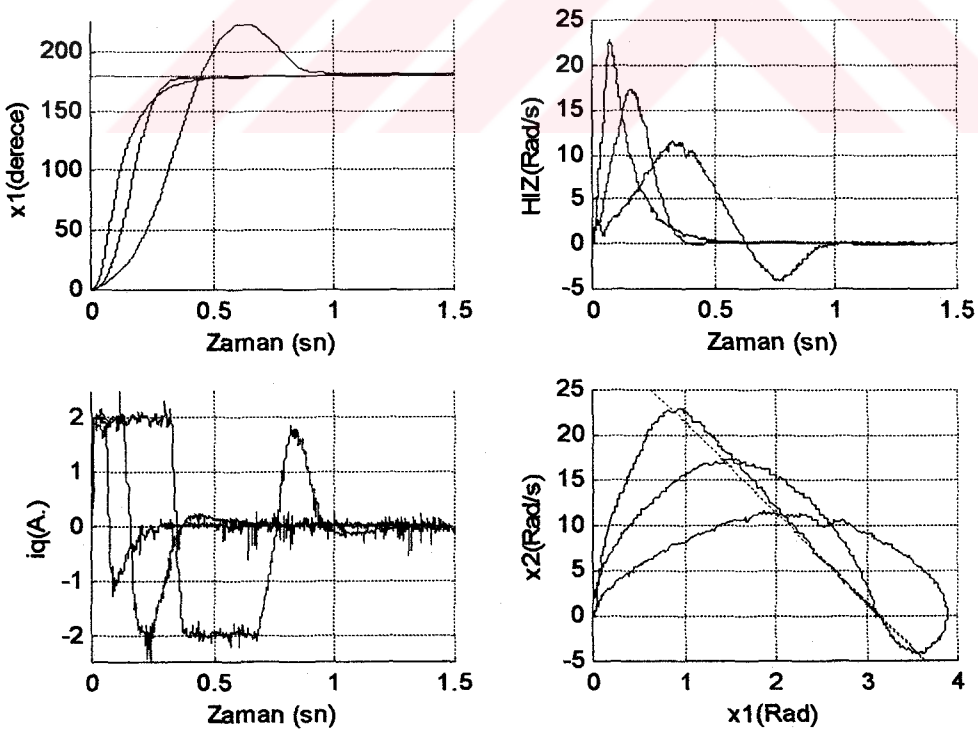


Şekil 3.2 $\theta_{ref}=180^\circ$, $\lambda=10$, iken I., II. ve III. durumlarında belirsizliğe karşı giderici bileşenler varken benzetim sonuçları konum, hız, moment akımı, faz düzlemi

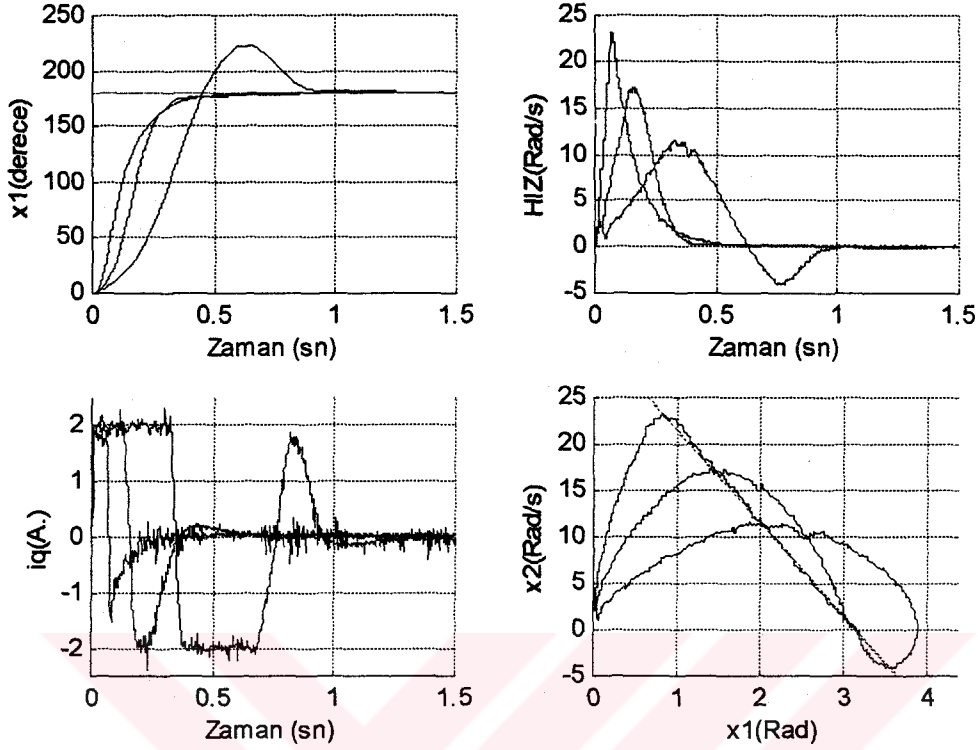
Bu kısımdaki grafiklerde, kontrolör değiştirilmeden parametre belirsizliklerinin üç farklı durumunda alınan benzetim ve deney sonuçları sunulmuştur.



Şekil 3.3 $\theta_{ref}=180^\circ$, $\lambda=10$, iken I., II. ve III. durumlarında belirsizliğe karşı giderici bileşenlerin dikkate alınmadığı benzetim sonuçları, konum, hız, moment akımı, faz düzlemi



Şekil 3.4 $\theta_{ref}=180^\circ$, $\lambda=10$, iken I., II. ve III. durumlarında belirsizliğe karşı giderici bileşenlerin dikkate alındığı deney sonuçları konum, hız, moment akımı, faz düzlemi



Şekil 3.5 $\theta_{ref}=180^\circ$, $\lambda=10$, iken I., II. ve III. durumlarında belirsizliğe karşı giderici bileşenlerin dikkate alınmadığında deney sonuçları konum, hız, moment akımı, faz düzlemi

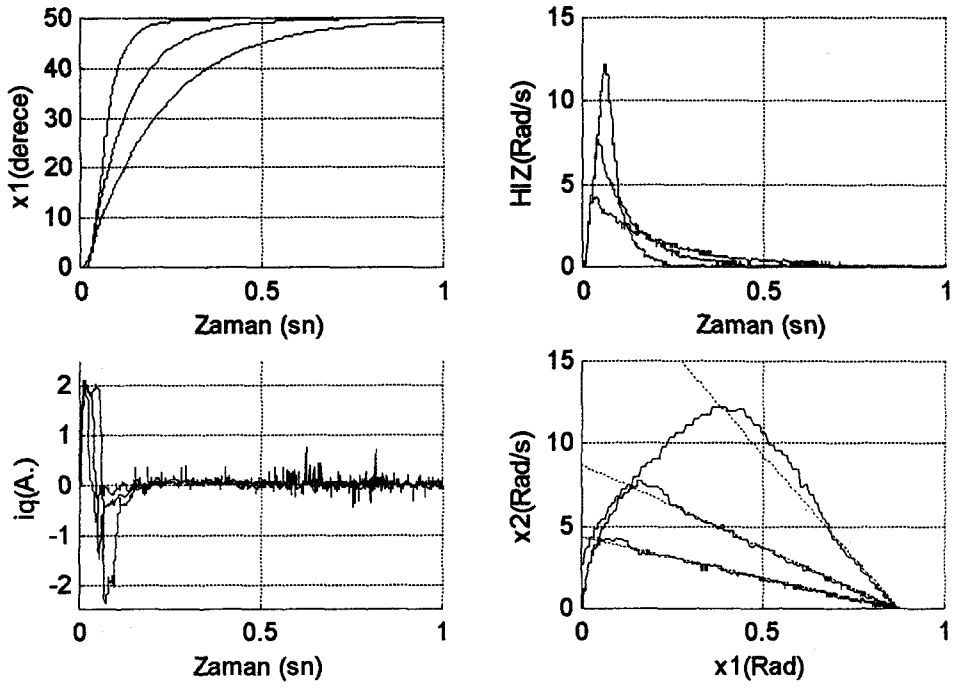
Yukarıdaki grafiklerde, genel olarak, belirsizlik arttıkça, konum cevabında aşmaların da arttığı gözlenmiştir. Bu arada kayma kipinin de gittikçe başarısız olduğuna dikkat edilmelidir.

3.5.2 Karşılaştırmalı Deneysel Sonuçlar

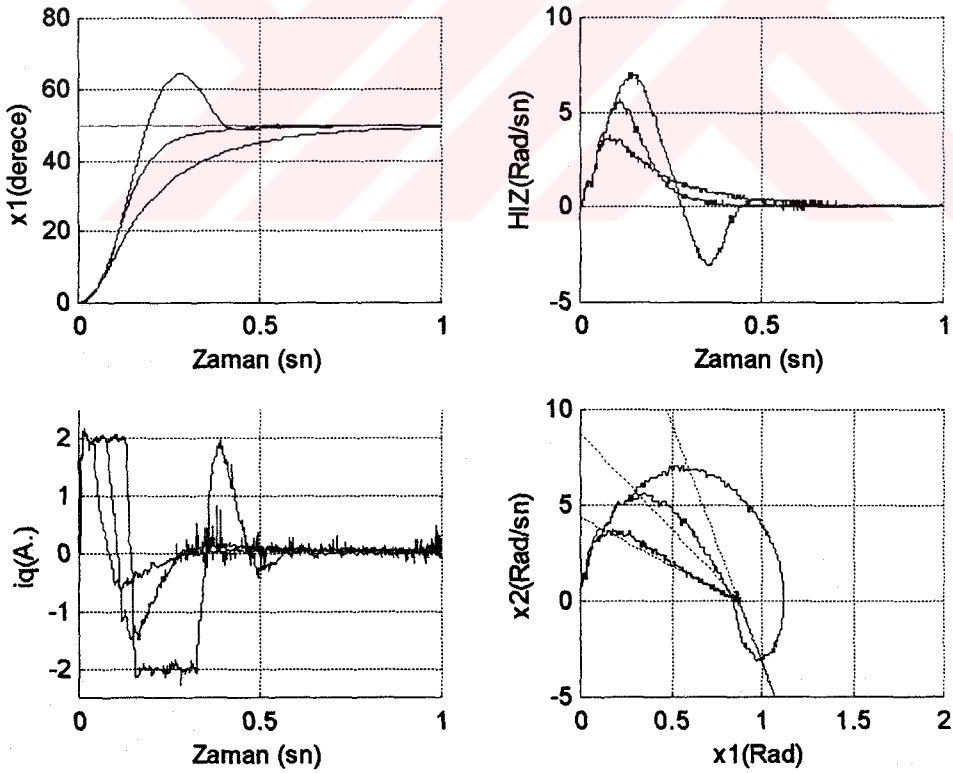
Bu Bölümde, tümüyle deneysel sonuçlar esas alınarak kontrolör parametrelerinin değişik durumlarından elde edilen sonuçlar karşılaştırmalı olarak sunulacaktır. İlk olarak aynı kontrolörde, kayma yüzeyinin eğimi olan λ 'nın farklı değerlerinin etkisini açığa çıkarmak için, konum referansı 50° iken $\lambda=5, 10, 25$ olarak üç farklı değeri için elde edilen sonuçlar I. durum için Şekil 3.6'da, II. durum için Şekil 3.7'de, III. durum için Şekil 3.8'de verilmiştir.

Benzer şekilde konum referansı 360° iken $\lambda=5, 10, 25$ değerleri için; I, II ve III durumlarında yapılmış deneysel sonuçlar sırasıyla Şekil 3.9, 3.10 ve 3.11'de verilmiştir.

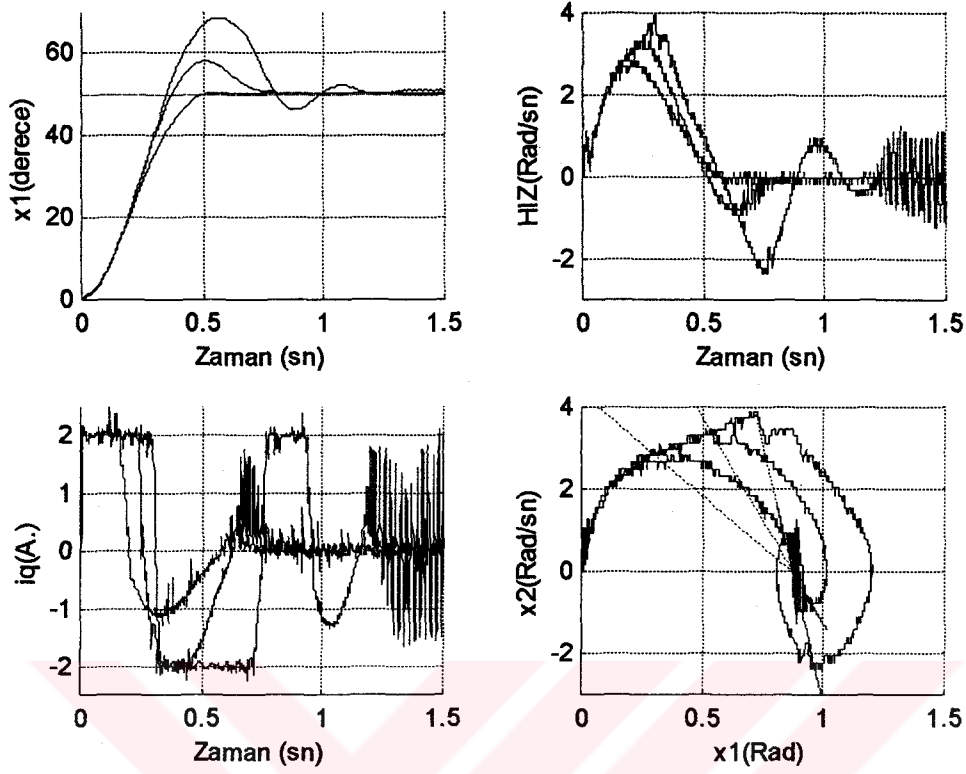
**E.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ**



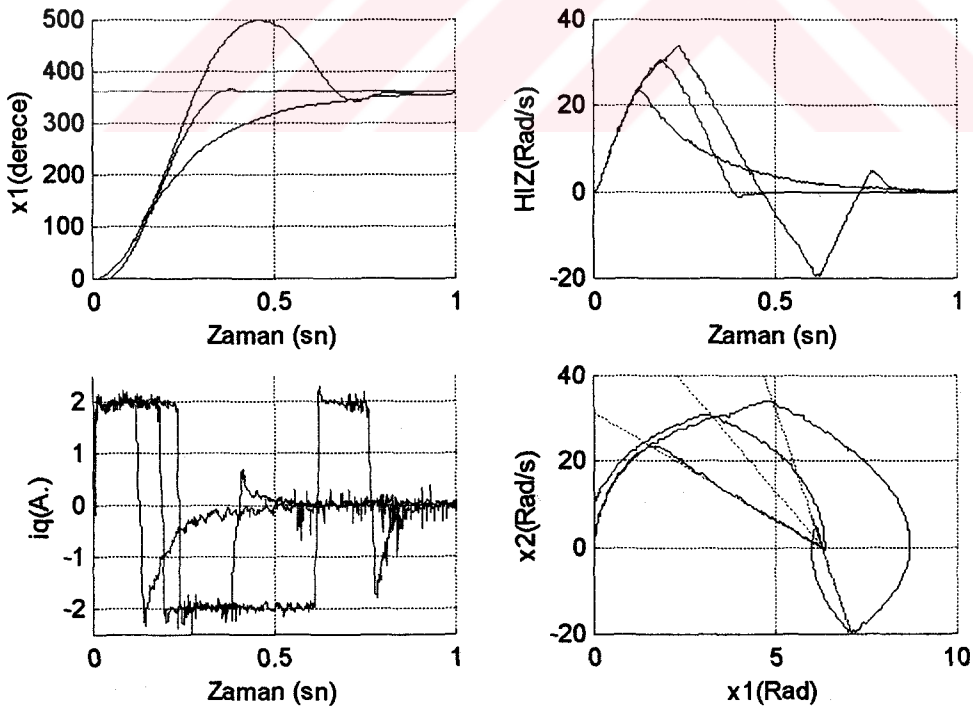
Şekil 3.6 $\theta_{ref}=50^\circ$, I. durumda ($i_d=1$ A.) $\lambda=5, 10, 25$ değerleri için deney sonuçları, konum, hız ve moment akımının değişimi, faz düzleminde sistemin yörüngeleri



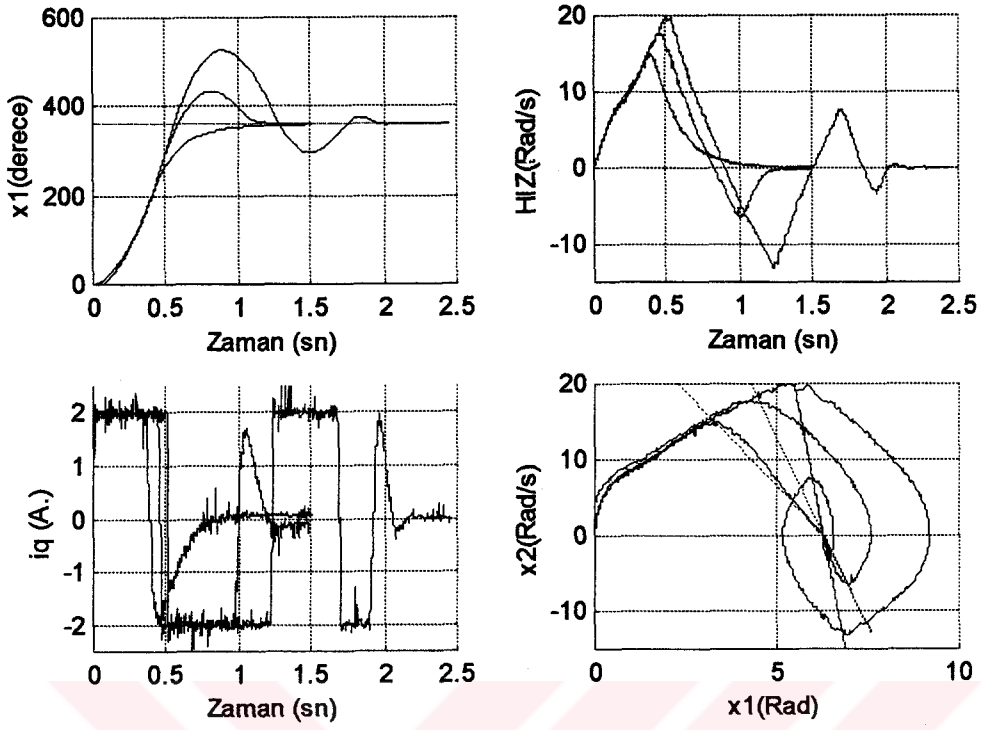
Şekil 3.7 $\theta_{ref}=50^\circ$, II. durumda ($i_d=1$ A.) $\lambda=5, 10, 25$ değerleri için deney sonuçları



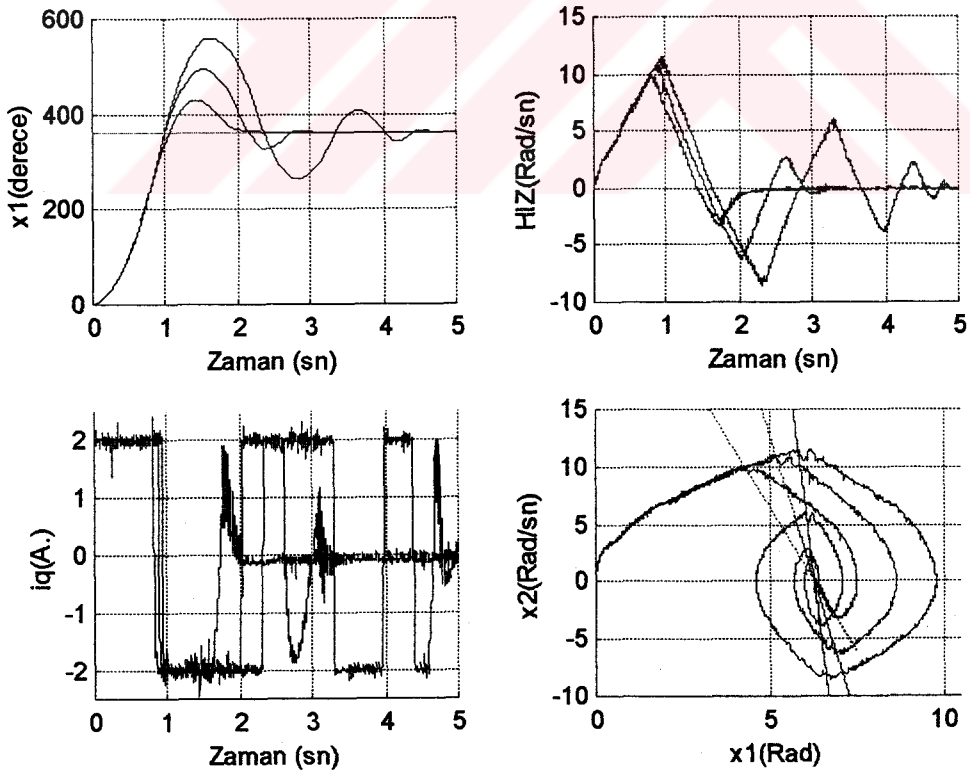
Şekil 3.8 $\theta_{ref} = 50^\circ$, III. durumda ($i_d = 1$ A.) $\lambda = 5, 10, 25$ değerleri için deney sonuçları



Şekil 3.9 $\theta_{ref} = 360^\circ$, I. durumda ($i_d = 1$ A.) $\lambda = 5, 10, 25$ değerleri için deney sonuçları



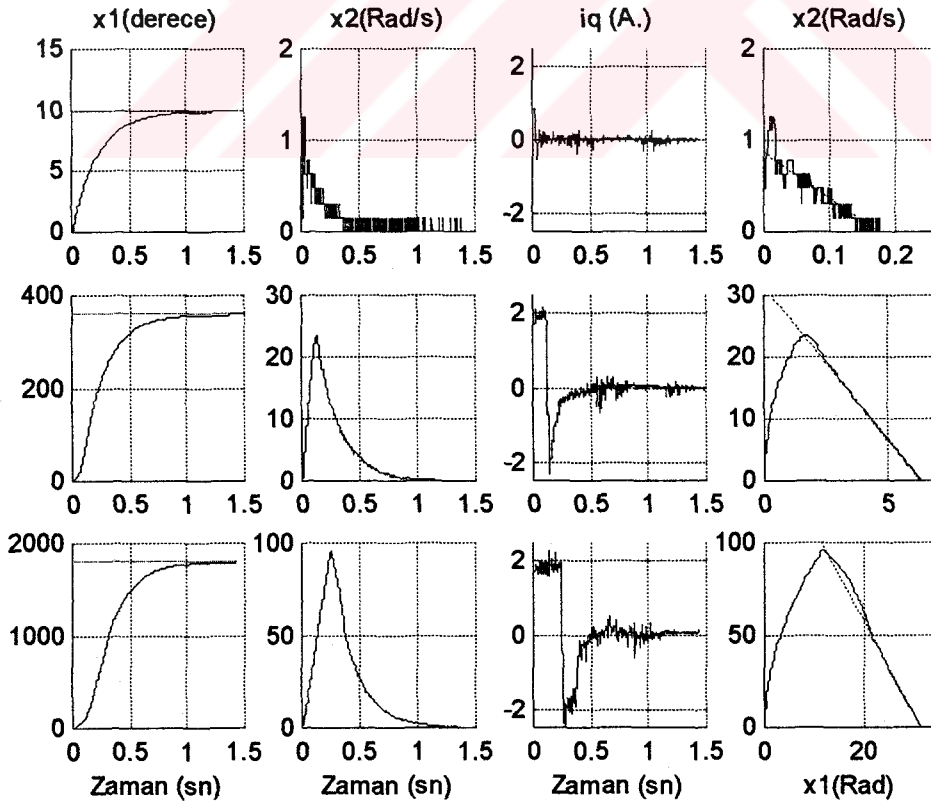
Şekil 3.10 $\theta_{ref}=360^\circ$, II. durumda ($i_d=1$ A.) $\lambda=5, 10, 25$ değerleri için deney sonuçları



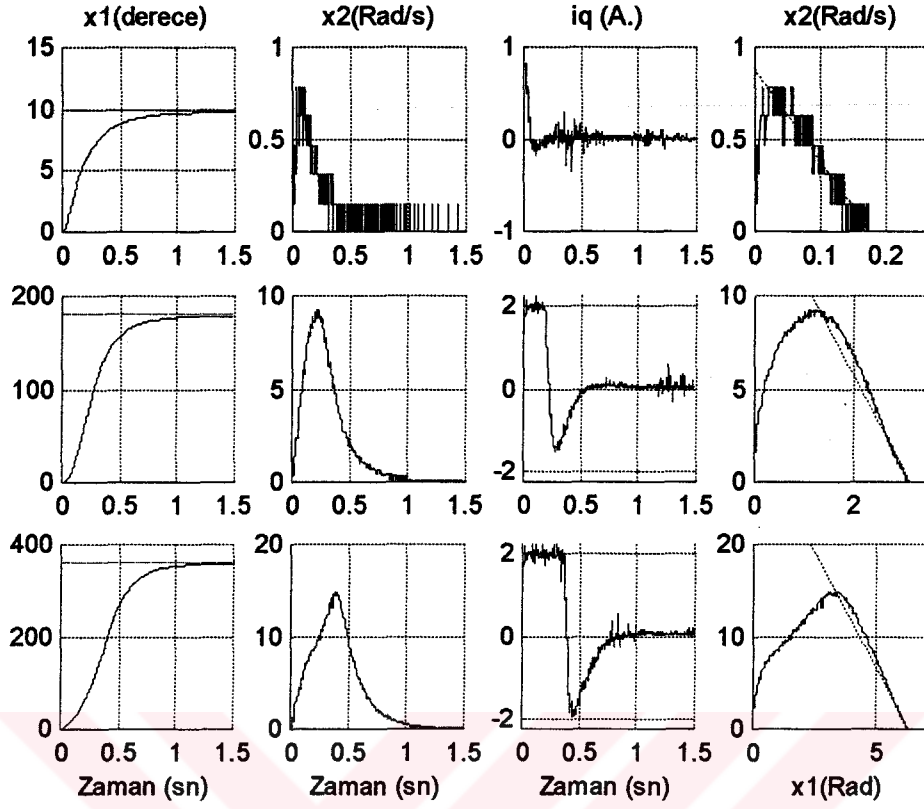
Şekil 3.11 $\theta_{ref}=360^\circ$, III. durumda ($i_d=1$ A.) $\lambda=5, 10, 25$ değerleri için deney sonuçları

Kayma yüzeyi eğimi, küçük bir değerde ($\lambda=5$) sabit kalırken, kayma kipinin başarısı oranında dayanıklı kontrol bağlamında, sistemin tutarlı şekilde davranışını koruduğu, belirsizliğin her üç durumunda üç tane farklı referans değeri üzerinden gösterilmiştir. Kayma kipinin başarısı, sistem yörüngesinin kayma yüzeyine ne kadar erken eriştiği ve bu yüzeyden uzaklaşmayarak çatırtı sebebiyle de sapmayıp üzerinde ne kadar yakın kaydığı ile ölçülür. Burada dikkat edilecek husus, kayma yüzeyi eğiminin sistem performansı üzerinde doğrudan etkili olup davranışa ne derece hakim olduğudur. Ayrıca, referans konum değeri arttıkça sistemin parametre değişiklikleri karşısındaki dayanıklılığının giderek kötüleştiği dikkat çeken diğer bir önemli noktadır. Bu amaçla düzenlenen deneysel büyüklüklerin değişimleri ve sistem yörüngelerini gösteren faz düzlemi eğrileri Şekil 3.12, 3.13 ve 3.14'te görülmektedir. Bu şekillerden, sistem performansında bozulma olması istenmiyorsa parametre değişikliğine uyumlu olarak kayma yüzeyinin tasarlanması gerektiği anlaşılmaktadır.

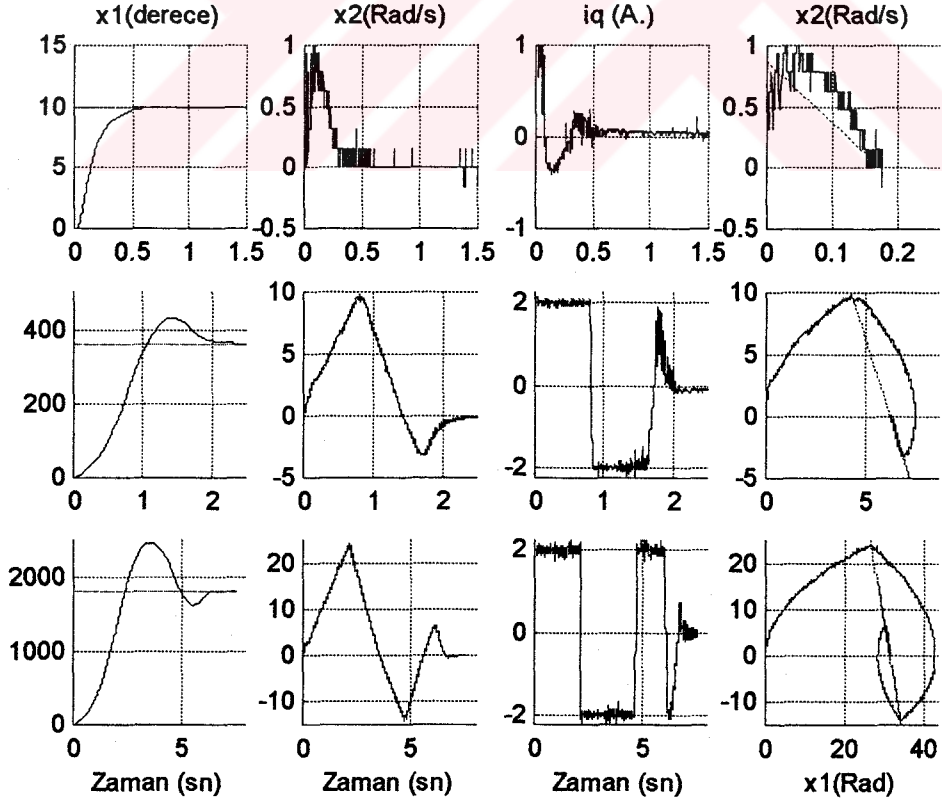
Şekil 3.15 ve 3.16'da ise q parametresinin sistem davranışı üzerinde, Bölüm 2.4'te anlatıldığı üzere öncelikle erişme kipinde etkili olduğu, fakat deneysel olarak $qT < 1$ sınırlaması ihlal edilmese dahi q 'nun fazla artmasının sürekli durumda çatırtı doğurduğu -teoride görülmeyen halde- deneysel olarak gözlenmiştir. Şekil 3.15'te q parametresinin azalma durumu, Şekil 3.16'da ise artma durumu normal duruma karşı çizdirilmiştir. Parametre belirsizliğinin negatif olduğu I. durumda ve küçük referans değerinde çatırtı baş göstermiştir.



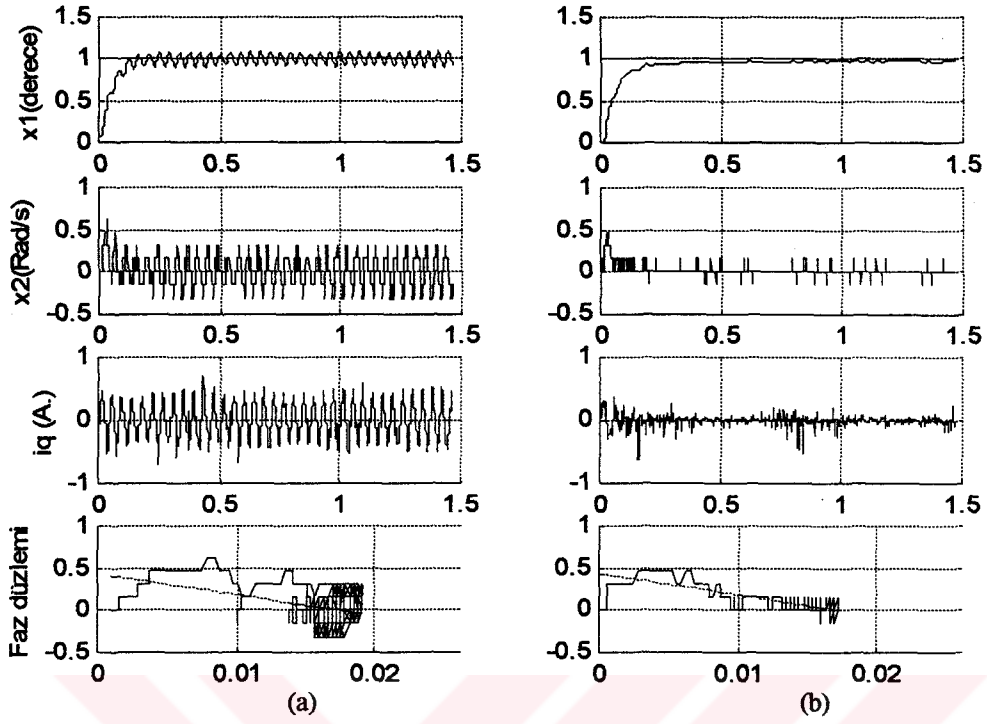
Şekil 3.12 I. durumda, $i_d=1$ A., $\theta_{ref}=10^\circ, 360^\circ, 1800^\circ$ değerleri için $\lambda=5$ iken deney sonuçları



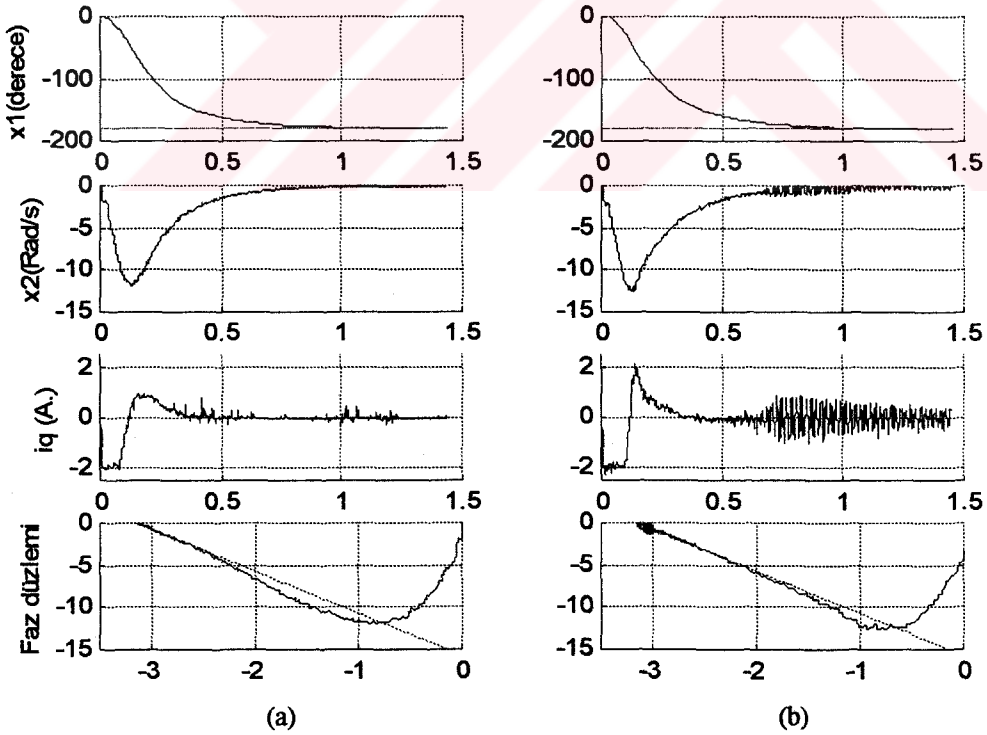
Şekil 3.13 $\lambda=5$ ve II. durumda ($i_d=1$ A.) $\theta_{ref}=10^\circ, 180^\circ, 360^\circ$ değerleri için deney sonuçları



Şekil 3.14 $\lambda=5$ ve III. durumda ($i_d=1$ A.) $\theta_{ref}=10^\circ, 360^\circ, 1800^\circ$ değerleri için konum cevapları

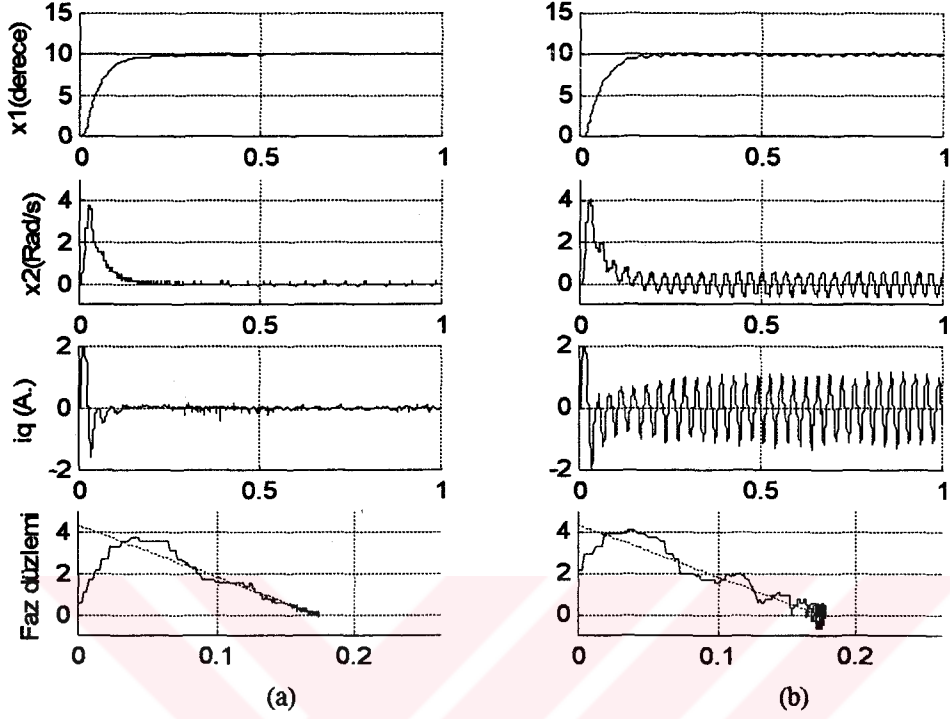


Şekil 3.15 $\theta_{ref}=1^\circ$, $\lambda=25$, I. durumda (a) $q=100$, (b) $q=50$ iken deney sonuçları, q parametresinin etkisi

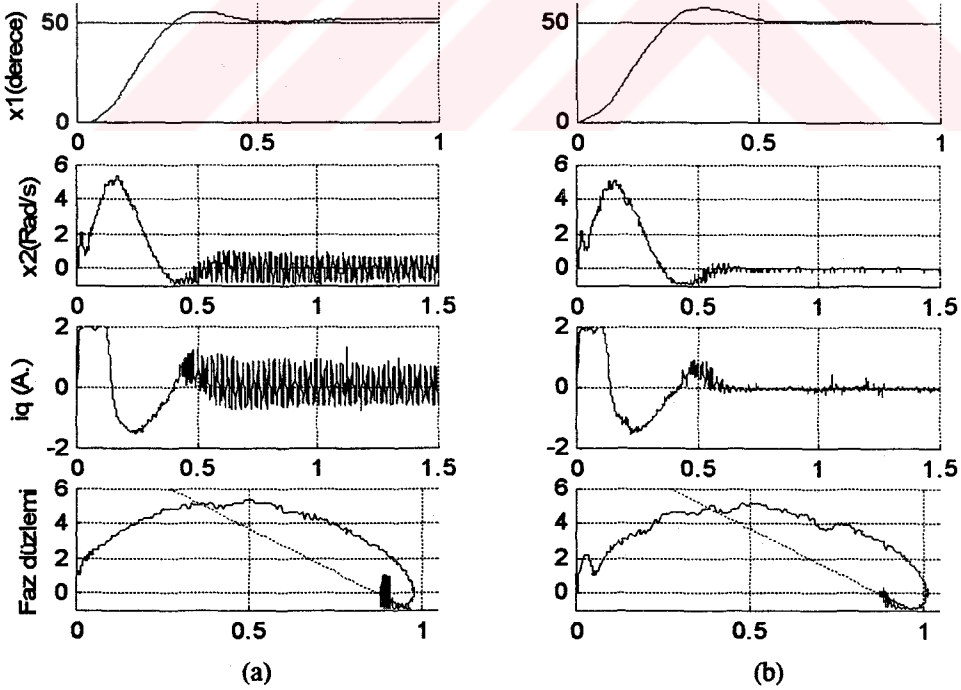


Şekil 3.16 $\theta_{ref}=-180^\circ$, $\lambda=5$, II. durumda (a) $q=100$, (b) $q=300$ iken deney sonuçları, q parametresinin etkisi

Şekil 3.17 ve 3.18’de ise ε parametresinin sırasıyla arttığı ve azaldığı durumlar karşılaştırmalı olarak çizdirilerek kayma kipine erişme gerçekleştikten sonra etkileri açıktır.

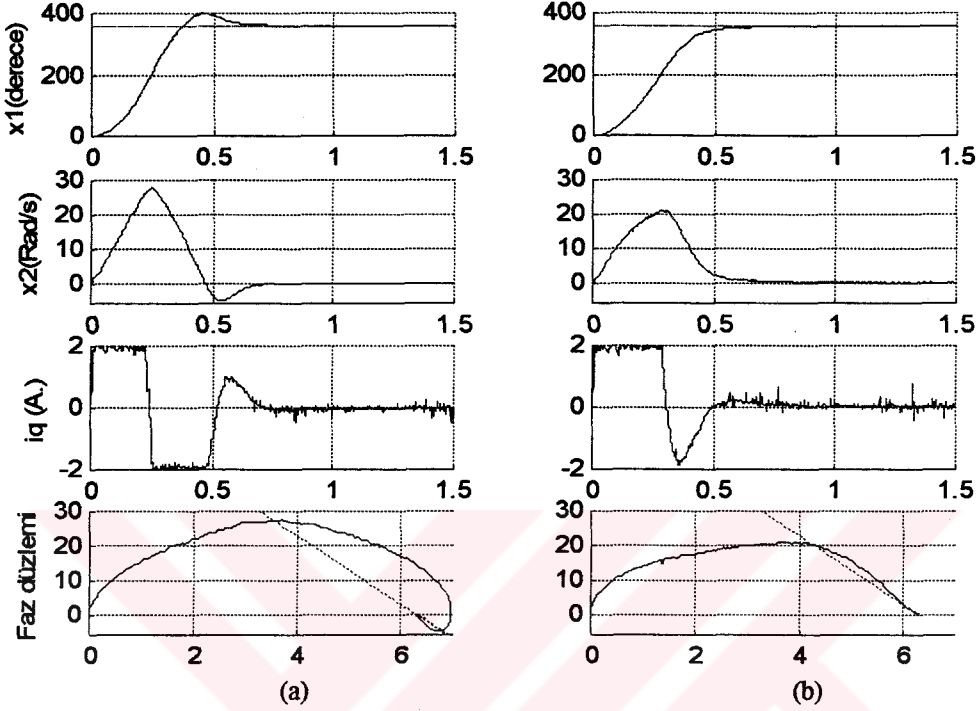


Şekil 3.17 $\theta_{ref}=10^\circ$, $\lambda=25$, I. durumda (a) $\varepsilon=25$, (b) $\varepsilon=100$ iken deney sonuçları, ε parametresinin etkisi

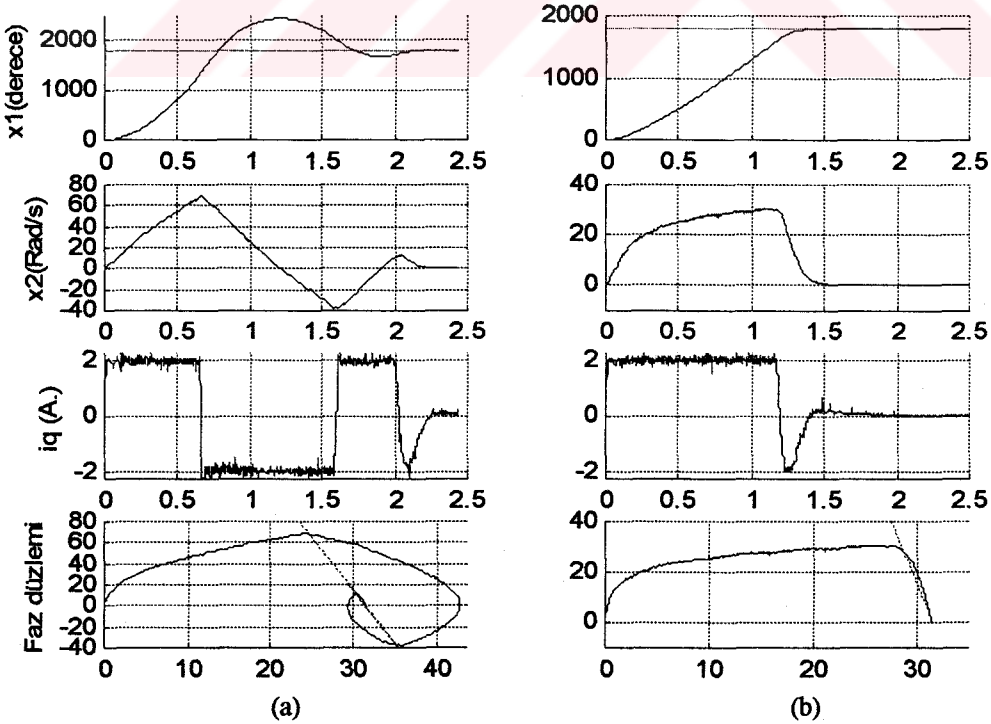


Şekil 3.18 $\theta_{ref}=50^\circ$, $\lambda=10$, III. durumda (a) $\varepsilon=50$, (b) $\varepsilon=0$ iken deney sonuçları, ε parametresinin etkisi

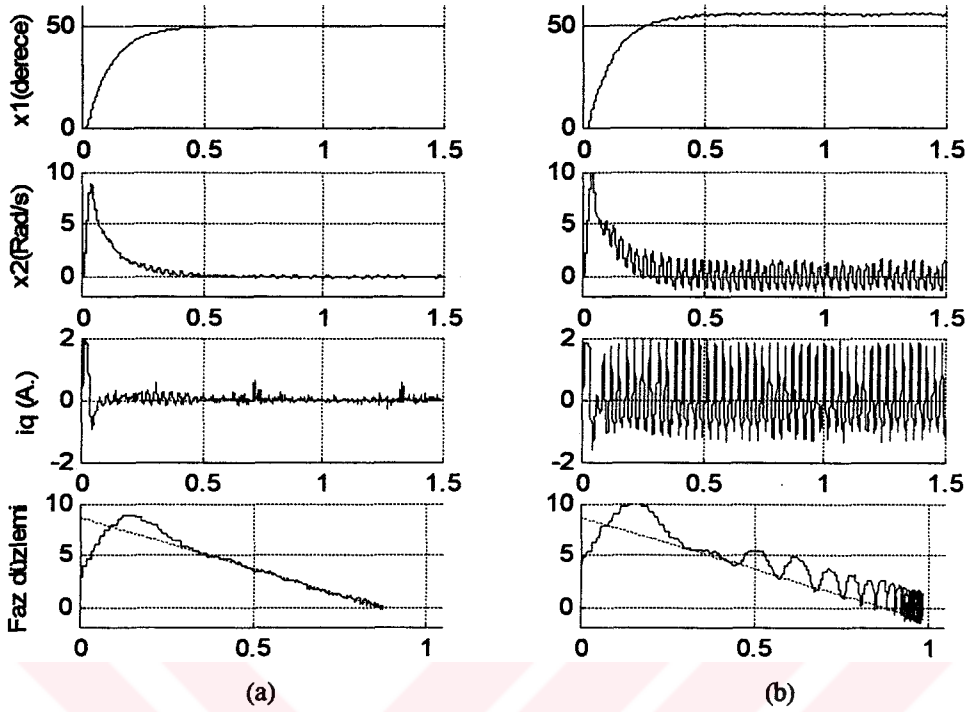
Yük momentinin etkisi yüksüz durumlarla karşılaştırmalı olarak Şekil 3.19 ve 3.20’de gösterilmektedir. Kullanılan fuko freninin yapısı gereği olarak düşük hızlarda fren momenti üretmemesi sebebiyle konum referansları büyük olan sonuçlar seçilmiştir.



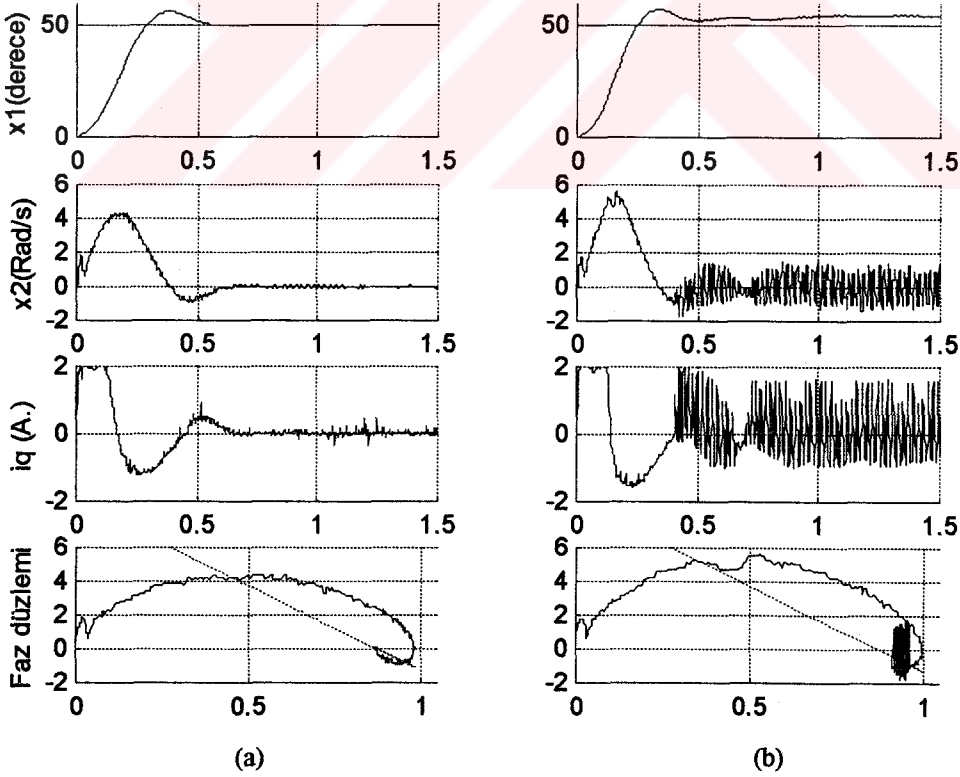
Şekil 3.19 $\theta_{ref}=360^\circ$, II. durumda yük momentinin (bozucu) etkisi (a) $T_L=0$, (b) $T_L=\%100$



Şekil 3.20 $\theta_{ref}=10\pi$, III. durumda yük momentinin (bozucu) etkisi (a) $T_L=0$, (b) $T_L=\%100$



Şekil 3.21 $\theta_{ref}=50^\circ$, I. durumda (a) $\delta=2$, (b) $\delta=0$, iken konum, hız bilgileri ve kontrol işaretinin değişimi



Şekil 3.22 $\theta_{ref}=50^\circ$, III. durumda (a) $\delta=2$, (b) $\delta=0$, iken konum, hız bilgileri ve kontrol işaretinin değişimi

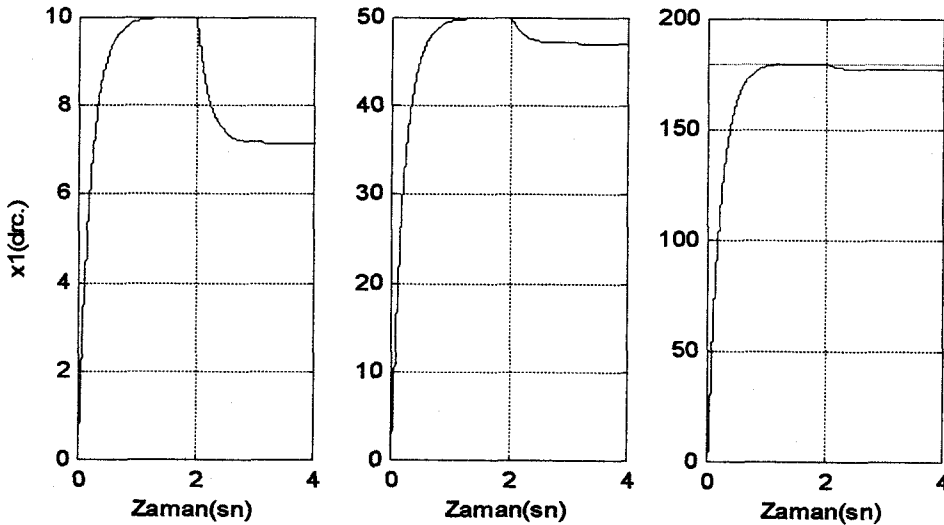
Yapılan çalışmalarda, Bölüm 2.4.2.1’de çatırtı problemine karşı sunulan tedbirlerden, sgn fonksiyonunun δ parametresiyle yumuşatılması şeklindeki süreklileştirme yaklaşımı kullanılmıştır. Bu yaklaşımdaki δ parametresinin etkisi Şekil 3.21 ve 3.22’de sırasıyla I. ve III. durumlar için karşılaştırmalı olarak çizdirilmiştir. Bu parametre sıfırken baş gösteren çatırtı açıktır.

Bu bölümde verilen benzetim ve deney sonuçlarından kayma kipli konum kontrolünün dayanıklılığının konum referansı ve parametre değişikliğine bağlı olarak sürebildiği gösterilmiştir. Dayanıklılığın korunabilmesi ve yüksek performanslı bir konum kontrolünün elde edilebilmesinin, belirsizliğe karşı giderici bileşenler kullanmakla [58] değil, kayma yüzeyinin hem konum referansına hem de belirsizlik sınırlarına bağlı olarak tasarlanmasıyla sağlanabileceği ispatlanmıştır.

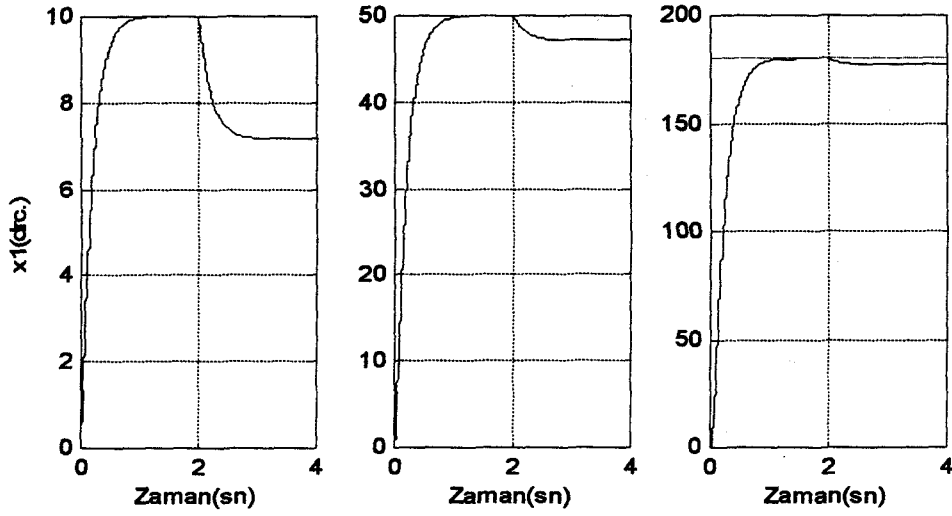
3.5.3 Sabit Yük Momenti için Benzetim Sonuçları

Sabit yük momentine (bozucu girişi) karşı dayanıklılığın incelenmesi, yeterli donanımın olmaması sebebiyle deneysel sonuçlar üzerinden değil, Bölüm 3.5.1’de doğruluğu gösterilen benzetim sonuçlarıyla yapılmıştır. Denklem (3.45)’de ifadesi verilmiş olan kontrolörün T_L bileşeni, bozucu girişine karşı düşük referans değerlerinde belirleyici olmaktadır.

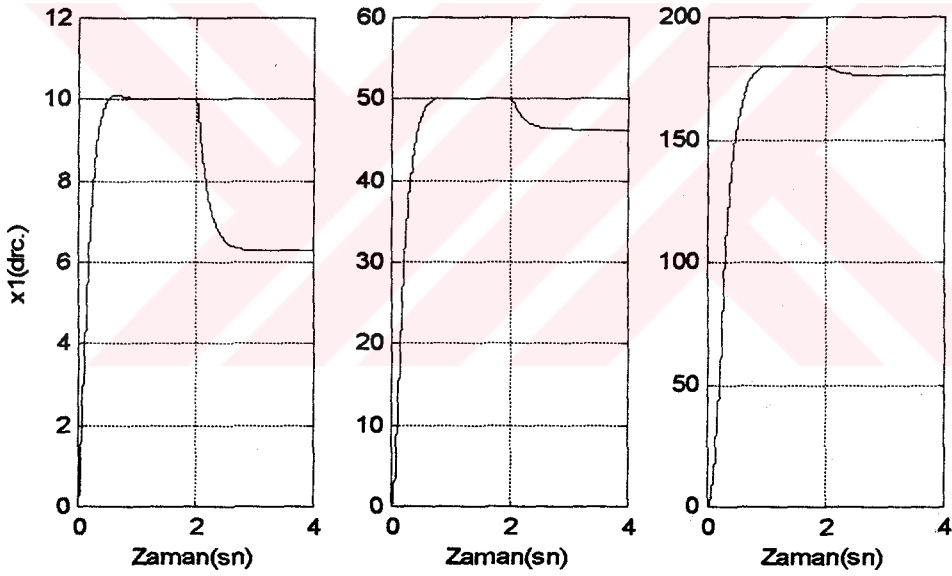
Her üç parametre belirsizliği durumunda üçer konum referansı için motorun üretebildiği maksimum momentin %40’ı oranında sabit yüklerle yüklendiği durumlar göz önüne alınmıştır. Özellikle yük momentinin en etkili olacağı düşük konum referansları için alınan konum cevapları aşağıda sunulmuştur.



Şekil 3.23 I. durumda, $\lambda=5$, $t=2$ sn.’de $T_L=0.4u_{max}$ iken $\theta_{ref}=10^\circ, 50^\circ, 180^\circ$ değerleri için konum cevapları



Şekil 3.24 II. durumda, $\lambda=5$, $t=2$ sn'de $T_L=0.4u_{\max}$ iken, $\theta_{ref}=10^\circ, 50^\circ, 180^\circ$ için konum cevapları



Şekil 3.25 III. durumda, $\lambda=5$, $t=2$ sn.'de $T_L=0.4u_{\max}$ iken, $\theta_{ref}=10^\circ, 50^\circ, 180^\circ$ için konum cevapları

Şekil 3.23-3.24 ve 3.25'den oldukça etkili bir bozucu girişine karşı konum cevabında sürekli durum hatası olduğu ve sistemin bunu yok edemediği görülmektedir. Özellikle referans değeri küçük olunca çok düşük performanslı bir sonuç çıkmıştır. Referans değeri büyüdükçe sürekli durum hatasının da giderek azalacağı çok açıktır. Burada çözüm, λ değerinin uygun şekilde artırılmasıyla elde edilebilir. Fakat aynı kontrolörlerle Şekil 3.12, 3.13 ve 3.14'de alınan deneysel sonuçlardaki performans da değerlendirme için göz önüne alınırsa, bozucu için önlem olarak, sadece λ 'nın sabit değerini doğrudan artırmanın çözüm olmayacağı anlaşılır. Çünkü λ değeri yükseldikçe bozucu olmayan durumlarda aşma baş gösterecektir.

4. BİR SERVO-MOTOR SİSTEMİNDE MİNİMUM-ZAMAN KONUM KONTROLÜ

Optimal kontrol teorisinin geleneksel sunuşuna uygun olarak minimum-zaman kontrol problemi, dinamik davranışı diferansiyel denklemler ile ifade edilmiş bir sistemin tanımlanan sınırlayıcılar içinde kalmak şartıyla bir amaç fonksiyonunu minimize edecek kontrol işaretinin bulunması olarak ifade edilebilir [71].

Bir başka deyişle, dinamik davranışı,

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{f}(\mathbf{X}, u, t) = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}u(t) \quad (4.1)$$

şeklinde bir denklemle ifade edilen bir sistemde, verilen eşitlik veya eşitsizlik halinde olabilen

$$|u(t)| \leq u_{\max} \quad (4.2)$$

sınırlayıcıları ihlal etmeksizin,

$$J_1 = \int_{t_0}^{t_f} \Phi(\mathbf{X}, u, t) dt = \int_0^{t_f} (1) dt = t_f \rightarrow \min \quad (4.3)$$

gibi bir amaç fonksiyonunun minimizasyonunu sağlayan kontrol işareti bulunmalıdır. Çözüm için kurulacak Hamilton denkleminin genel ifadesi aşağıdaki gibi verilir [71,72]:

$$H(\mathbf{X}, u, \lambda) = \Phi + \lambda^T \mathbf{f} \quad (4.4)$$

Buradaki amaç fonksiyonu ve sistem dinamiği yerine yazılarak Hamilton denkleminin minimum-zaman problemi için

$$H(\mathbf{X}, u, \lambda) = 1 + \lambda^T \mathbf{A}\mathbf{X} + \lambda^T \mathbf{B}u(t) \quad (4.5)$$

ifadesi elde edilir. Bu denklemin türevleri, sistemin durum ve yardımcı durum denklemlerini vermektedir:

$$\dot{\mathbf{X}} = \frac{\partial H}{\partial \lambda} \quad (4.6)$$

$$\dot{\lambda} = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{X}} = -\mathbf{A}^T \lambda(t) \quad (4.7)$$

Amaç fonksiyonunu, aynı zamanda Hamilton denklemini sınırlandırılmış $u(t)$ 'nin hangi değerinin minimize edeceği Pontryagin'in maksimum prensibiyle bulunur. Maksimum prensibine göre, Hamilton denklemindeki $u(t)$ dışındaki tüm terimler sabit kabul edilir, sonra $u(t)$ 'nin pozitif veya negatif hangi değer veya değerleri almasıyla denklemin minimum değer alacağına bakılır. Sonuç olarak $u(t)$ 'nin Hamilton denklemini minimize eden değeri, katsayısının işaretine bağlı olarak aşağıdaki şekilde bulunacaktır [72].

$$u(t) = -u_{\max} \operatorname{sgn}(\lambda^T \mathbf{B}) \quad (4.8)$$

Bu noktada optimal çözüm için, sistem mertebesi n ise kontrol işaretinin en çok $n-1$ kez anahtarlanabileceği ispatlanmıştır [73]. Servo-sistemin yaygın olan ikinci mertebeden modeli ele alınırsa, kontrol işaretinin en çok bir kez anahtarlanması, yani bang-bang profili olarak çıkması gerektiği anlaşılır.

4.1. Minimum-Zaman (bang-bang) Kontrolün Anahtarlama Denklemleri

Bang-bang kontrolün anahtarlama zamanının belirlenmesi için faz düzleminde durum değişkenlerine bağlı denklemlerden faydalanılarak $u(t)$ 'nin işaret değişiminin veya maksimum ve minimum değerler arasındaki geçişinin ne zaman yapılması gerektiği bulunur. Bu amaçla kullanılacak denkleme anahtarlama denklemi adı verilir.

4.1.1. Sürtünmesiz (Çift İntegratör) Sistemin Anahtarlama Denklemi

İyi bilinen çift integratör sistemi, yani sürtünmenin ihmal edildiği bir servo-sistemin durum denklemi aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ a \end{bmatrix} u(t), \quad a = \frac{1}{J} \quad (4.9)$$

Bu sistemde kontrol işaretinin eşitsizlik sınırlayıcısı,

$$-1 \leq u(t) \leq 1, \quad u_{\max} = 1 \quad (4.10)$$

olarak alınırsa Hamilton denkleminin açık şekli aşağıdaki biçimde yazılır.

$$H = 1 + \lambda_1 x_1 + \lambda_2 a u(t) \quad (4.11)$$

Buradan yardımcı durum denklemleri (4.7), şu şekilde elde edilir:

$$\begin{aligned} \dot{\lambda}_1 &= 0 \\ \dot{\lambda}_2 &= -\lambda_1 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \lambda_1 = \text{sabit}, \\ \lambda_2 = \lambda_2^f + \lambda_1(t_f - t), \quad \lambda_2^f = \text{sabit}. \end{cases} \quad (4.12)$$

Tablo 4.1 Kontrol işaretinin maksimum ve minimum değerleri için durum değişkenlerinin çözümü

$u=-1$	$u=+1$
$x_2 = a(t_f - t)$	$x_2 = a(t - t_f)$
$x_1 = -a \frac{(t_f - t)^2}{2}$	$x_1 = a \frac{(t_f - t)^2}{2}$
$x_1 = -a \frac{x_2^2}{2}$	$x_1 = +a \frac{x_2^2}{2}$

(4.8) denkleminde göre anahtarlama fonksiyonu aşağıdaki şekilde oluşturulabilecektir:

$$\lambda^T \mathbf{B} = -\lambda_2 \quad \Rightarrow u = \begin{cases} \lambda_2 < 0 \text{ ise, } +1 \\ \lambda_2 > 0 \text{ ise, } -1 \end{cases} \quad (4.13)$$

Tablo 4.1'de bang-bang kontrol altında, kontrol işaretinin alacağı iki değer için sistem durumlarının çözümü gösterilmiştir.

Anahtarlama fonksiyonu zamanın doğrusal bir fonksiyonu olarak değiştiğinden, en çok bir defa işaretini değiştirebilir. Bu yüzden zaman içinde t_f den $u=+1$ ve $u=-1$ şeklinde geri gidilerek anahtarlama eğrisinin durum uzayındaki yerleşimi belirlenebilir [72].

Yapılacak incelemeler ile, kontrol işareti mutlak değer olarak maksimumda kalıp ve $u(t)$ 'nin işareti en çok bir kez değişip kendisine ulaşılan ve doğrudan faz düzleminin orijinine giden bir yörünge ve ona ait bir anahtarlama denklemi sentezlenebilir. Bu çözüm için önce zaman domenine geçilir. Buna göre zaman domenindeki durum değişkenlerinin,

$$\begin{aligned} x_1(t) &= \pm \frac{1}{2} au_{\max} t^2 \\ x_2(t) &= \pm au_{\max} t \end{aligned} \quad (4.14)$$

birbirlerine göre çizdirildiği faz düzlemine geçmek üzere yukarıdaki denklemlerden birinden t değişkeni çekilip diğerinde yerine konulur. Çıkarılan denklem sıfıra eşitlenince aşağıdaki anahtarlama denklemi elde edilir [72]:

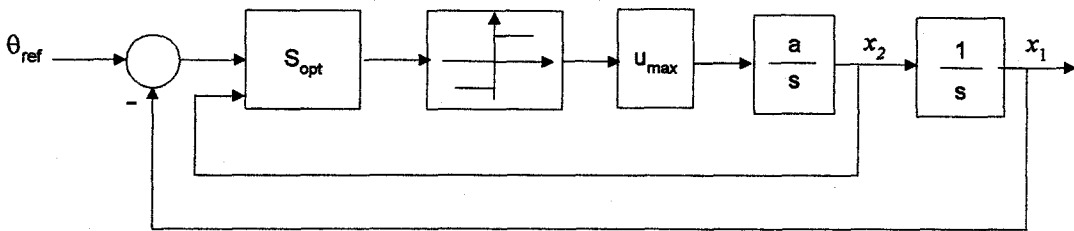
$$S_{opt}(x_1, x_2) = \text{sgn}(x_1(t)) \sqrt{2au_{\max} |x_1(t)|} - x_2 \quad (4.15)$$

Bu denklem, kontrol işaretinin maksimum veya minimum olduğu şartlarda, faz düzleminin orijinine giden bir yörünge çizmektedir. Buna göre kontrol işaretinin ifadesi aşağıdaki şekilde bulunacaktır:

$$u(t) = \text{sgn}(S_{opt}(t)) \quad (4.16)$$

Konum kontrol sisteminin başlangıç şartından orijine gitmesi yerine referans konuma gitmesi için anahtarlama denkleminin aşağıdaki gibi düzenlenmesi gerekir.

$$S_{opt}(x_1, x_2) = \text{sgn}(\theta_{ref} - x_1(t)) \sqrt{2au_{\max} |\theta_{ref} - x_1(t)|} - x_2 \quad (4.17)$$



Şekil 4.1 Sürtünmesiz servo-motor sisteminde minimum-zaman konum kontrolüne ait blok diyagramı

Söz konusu çift integratör modeline dayalı servo sistemde yapılan minimum-zaman (maksimum çaba) konum kontrol sisteminin blok diyagramı Şekil 4.1 de görülmektedir.

4.1.2. Sürtünmeli Sistemin Anahtarlama Denklemleri

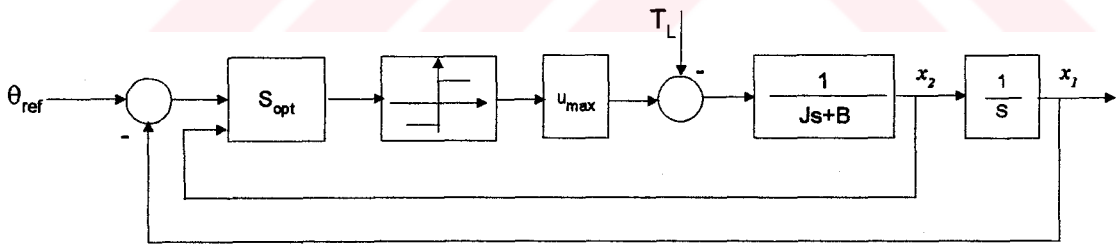
Bir servo-sistemin en yaygın olarak kullanılan modeli olan (4.18) denkleminde sistemin zaman sabiti $a=B/J$ terimiyle gösterilmiş ve bozucu büyüklük olan yük momenti $T_L=0$ kabul edilerek gösterilmemiştir:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t), \quad a = B/J \quad (4.18)$$

Kontrol büyüklüğü olan motor momenti $u(t)=k_T i_q$ türünden moment akımına bağlı olmaktadır. Pratik gereği, doğal olarak kontrol işaretine esas olan i_T moment akımı, motorun anma değerlerine bağlı olarak sınırlandırılmalıdır. Dolayısıyla bu sistemde,

$$|u(t)| \leq k_T i_{q\max} = u_{\max} \quad (4.19)$$

şeklinde bir eşitsizlik sınırlayıcısı bulunmaktadır. Minimum zaman kontrol problemi şöyle tanımlanabilir: Sınırlanmış değerler içinde $u(t)$ kontrol büyüklüğü öyle belirlenmelidir ki herhangi bir başlangıç şartından ikinci mertebeden sistemin orijinine gitme süresi veya orijinden herhangi bir referans konum değerine gitme süresi, diğer adıyla son zaman değeri t_f minimum olsun. Minimum-zaman konum kontrolü yapılan sürtünmeli servo-sistemin blok diyagramı Şekil 4.2’de görülmektedir.



Şekil 4.2 Sürtünmeli servo-motor sisteminde minimum-zaman konum kontrolünün blok diyagramı.

Bu sistemin Hamilton denklemi (4.4), aşağıdaki gibi yazılır:

$$H = 1 + \lambda_1(t) \cdot x_2(t) - \lambda_2(t) \cdot a \cdot x_2(t) + \lambda_2(t) \cdot \frac{u_{\max}}{J} \quad (4.20)$$

Burada ‘a’ pozitif bir reel sayıdır. (4.18) denkleminin kök değerleri 0 ve $-a$ olduğu görülmektedir. Her iki kök değerinin reel olduğu durumda, sistemi herhangi başlangıç şartından orijine taşımak için en çok $(n-1)$ anahtarlama bir kontrol işareti bulunacağı ispatlanmıştır [73]. Burada n sistemin hareket denklemini belirleyen diferansiyel denklemin mertebesini

göstermektedir. (4.20) denkleminde Pontryagin'ın maksimum prensibinin uygulanmasından sonra, kontrol büyüklüğü aşağıdaki şekilde belirlenir:

$$u(t) = -u_{\max} \operatorname{sgn}(\lambda_2(t)) \quad (4.21)$$

Minimum zaman kontrolün gereği olarak kontrol işareti $u(t)$ 'nin en çok bir kez anahtarlatabileceği ve $(-u_{\max}, +u_{\max})$ yada $(+u_{\max}, -u_{\max})$ değerleri olacağı açıktır. $u(t)$ 'nin pozitif ve negatif değerleri için durum denklemlerinin analitik çözümünden

$$x_2(t) = \pm \frac{b}{a} [1 - e^{-at}] \quad (4.22)$$

$$x_1(t) = \pm \frac{b}{a} t \pm \frac{b}{a^2} e^{-at} \mp \frac{b}{a^2}, \quad b = \frac{u_{\max}}{J} \quad (4.23)$$

ifadeleri elde edilir.

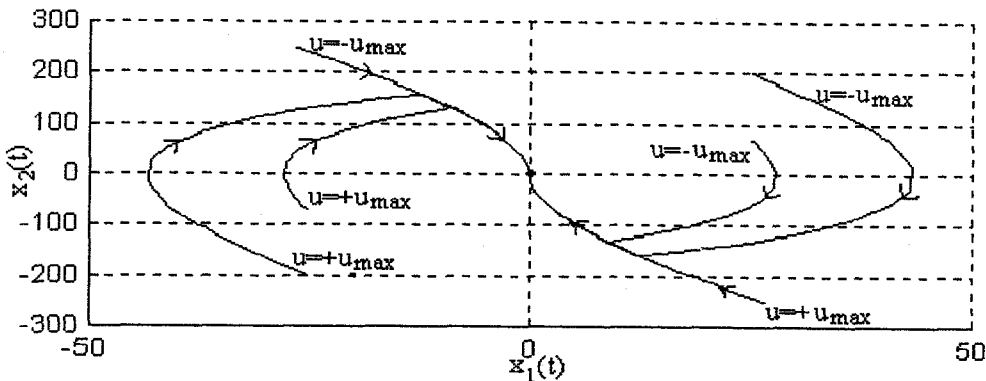
İkinci mertebeden durum denkleminin çözümüyle basit bir anahtarlama eğrileri kümesi kolaylıkla elde edilebilir. Denklem (4.22)'den t değişkeni çekilip (4.23) denkleminde yerine konulduğu zaman durum değişkenleri birbirleri cinsinden ifade edilir ve faz düzlemi tanımlanabilir. Elde edilen denklemin sağ tarafı sıfıra eşitlenerek anahtarlama fonksiyonu $S(X(t))$ bulunabilir [74]:

$$S(X(t)) = x_1(t) - \operatorname{sgn}(x_2(t)) \frac{b}{a^2} \ln(1 + \frac{a}{b} |x_2(t)|) + \frac{1}{a} x_2(t) \quad (4.24)$$

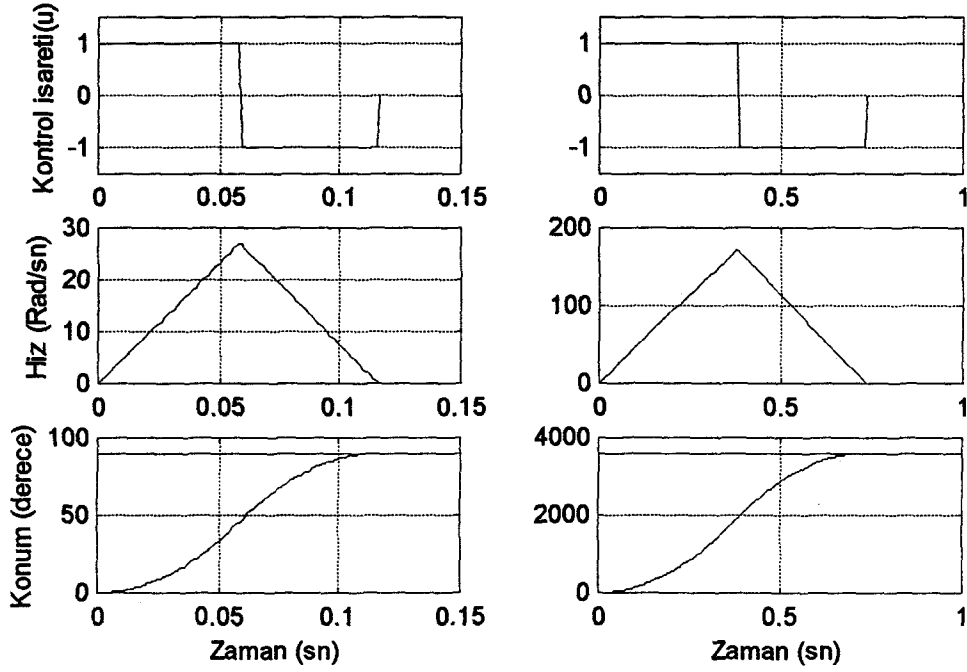
Bu fonksiyonun sıfır olduğu noktalardan oluşan anahtarlama eğrisi doğrudan orjine gider. Bang-bang kontrolün anlamı ise sistemin yörüngesinin bu eğriye çarptığı anda kontrol büyüklüğünün işaret değiştirmesidir. Bu yaklaşıma uygun olarak değişik başlangıç şartları için örnek sistem yörüngeleri Şekil 4.3'de görülmektedir. Konum kontrol sisteminin, herhangi bir başlangıç şartından orijine gitmesi yerine konum referansına gitmesi için anahtarlama denklemi,

$$S(X(t)) = x_1(t) - \operatorname{sgn}(x_2(t)) \frac{b}{a^2} \ln(1 + \frac{a}{b} |x_2(t)|) + \frac{1}{a} x_2(t) - \theta_{ref} \quad (4.25)$$

şeklinde yazılmalıdır.



Şekil 4.3 Değişik başlangıç şartları için faz düzlemindeki durum yörüngeleri ve anahtarlama eğrileri



Şekil 4.4 Sürtülmeli servo-sistemde iki farklı referans için bang-bang kontrol ile konum ve hız cevapları

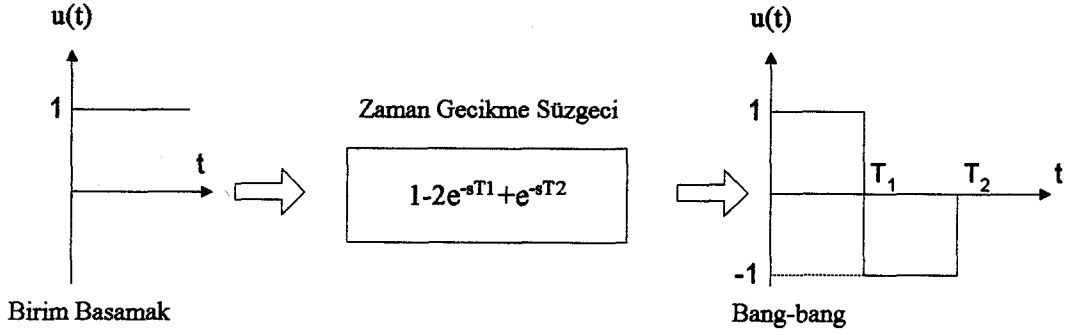
Sonuçta kontrol işareti aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$u(t) = -u_{\max} \operatorname{sgn}(S_{\text{opt}}(t)) \quad (4.26)$$

Minimum zaman konum kontrolörü, motorun konum ve/veya hızını düzenlemesi için moment akımının değerini belirleyecektir. Minimum zaman kontrolünün özelliği gereği motorun konumu referans değere gelinceye kadar bang-bang kipinde çalıştırılmasıyla ortaya çıkan hız ve konum büyüklükleri Şekil 4.4'te gösterilmektedir.

4.2. Sayısal Yöntemle Bang-Bang Kontrolün Anahtarlama Zamanlarının Hesaplanması

Bir amaç fonksiyonu ve sınırlayıcılardan oluşan genel bir optimizasyon problemi ifadesi elde bulunduğu zaman MATLAB optimizasyon araç kutusu veya benzeri yazılımlar yardımıyla optimum anahtarlama zamanları sayısal olarak bulunabilmektedir. Kontrol işaretinin maksimum değeriyle ilgili bir eşitsizlik sınırlayıcısı, (4.2) denklemi, mevcuttur. İlave olarak bang-bang kontrol işaretinin uygulanmış olduğu sistemin durum değişkenlerinin zaman domenindeki çözümü bulunduğu takdirde konum ve hızın son zaman değerlerinin referans değerlerine eşitlenmesiyle eşitlik sınırlayıcıları elde edilir. Böylece sayısal olarak çözülmek istenen optimizasyon probleminin ifadesi tamamlanmış olacaktır.



Şekil 4.5 Bang-bang kontrol profilinin zaman-gecikme süzgeciyle modellenmesi

Sayısal çözümde kullanılacak parametrik optimizasyon probleminin tam ifadesi, ancak sistemin konum ve hız cevaplarının çözülmesiyle bulunabilir. Bang-bang kontrol profilinin matematiksel modeline bir yaklaşım, birim basamak girişine Şekil 4.5'te gösterilen zaman-gecikme süzgecinin uygulanmasıyla elde edilmesidir [75]. Bu yaklaşımdan yola çıkılarak bang-bang kontrol işareti servomotor sistemine uygulandığı zaman, sistemin durum değişkenleri olan açısal konumu ve hızının Laplace dönüşüm ifadeleri aşağıdaki şekilde bulunur:

$$\theta(s) = \frac{k_T i_T}{J} \left(\frac{1 - 2e^{-sT_1} + e^{-sT_2}}{s^2 (s + B/J)} \right) \quad (4.27)$$

$$\omega(s) = \frac{k_T i_T}{J} \left(\frac{1 - 2e^{-sT_1} + e^{-sT_2}}{s (s + B/J)} \right) \quad (4.28)$$

Bu denklemlere ters Laplace dönüşümü uygulanmasından sonra parametrik optimizasyon probleminin eşitlik sınırlayıcıları olacak açısal konum ve hızın son değerleri

$$\theta(T_2) = \theta_{ref} = \frac{k_T \cdot i_T}{J \cdot a^2} \cdot (2 \cdot a \cdot T_1 - a \cdot T_2 + 1 + e^{-a \cdot T_2} - 2 \cdot e^{-a \cdot (T_2 - T_1)}) \quad (4.29)$$

$$\omega(T_2) = 0 = \frac{k_T \cdot i_T}{J \cdot a} \cdot (-1 - e^{-a \cdot T_2} + 2 \cdot e^{-a \cdot (T_2 - T_1)}) \quad (4.30)$$

olarak elde edilir.

Çözülecek optimizasyon probleminde, (4.2) eşitsizlik, (4.29-30) ise eşitlik sınırlayıcıları olarak kesinleştikten sonra amaç fonksiyonu da basitçe (4.3)'ün integralinin alınmasıyla aşağıdaki gibi belirlenir:

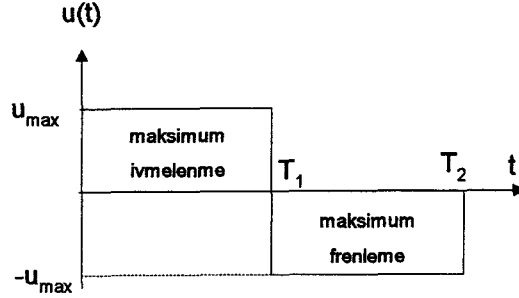
$$J_1 = T_2 \quad (4.31)$$

Böylece, ifadesi tamamlanan optimizasyon probleminde sınırlayıcılara uymak kaydıyla amaç fonksiyonunu minimize edecek optimum anahtarlama zamanı ve son zaman, verilen bir konum referansına bağlı olarak MATLAB optimizasyon araç kutusu yardımıyla sayısal olarak kolaylıkla bulunabilecektir [76].

4.3. Minimum-Zaman Kontrol İşaretinin Üretilmesi

Bang-bang profilinin maksimum çaba ile ivmelenme ve frenlemeden oluşan iki safhası ve bunlara ait anahtarlama zamanı ve son zamanı Şekil 4.6'da görülmektedir.

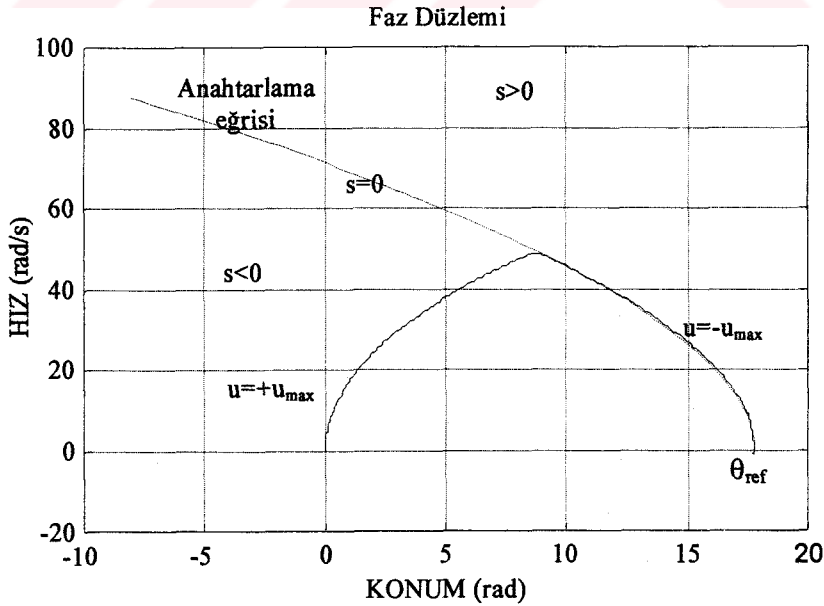
Bu süreleri elde etmek için ilk yöntem, S_{opt} anahtarlama fonksiyonunun işareti üzerinden kontrol işaretini $u(t) = -u_m \text{sign}(s_{opt})$ şeklinde belirlemektir ki minimum-zaman kontrolünde klasik olarak kullanılır.



Şekil 4.6 Bang-bang işaretinde belirlenecek süreler

İkinci bir yöntem ise, Matlab Optimizasyon toolbox ile geliştirilmiş bir optimizasyon problemi şeklinde sayısal çözüm yoluyla elde edilen T_1 ve T_2 zamanlarına dayalı olarak kontrol işaretini aşağıdaki gibi seçmektir:

$$u = \begin{cases} 0 < t < T_1 & \text{ise, } u = u_{\max} \text{sgn}(\theta_{ref}) \\ T_1 < t < T_2 & \text{ise, } u = -u_{\max} \text{sgn}(\theta_{ref}) \end{cases} \quad (4.32)$$



Şekil 4.7 Anahtarlama denkleminin işaretinin değişmesiyle bang-bang kontrolün yapılması ve faz düzleminde oluşan durum yörüngesi

Üçüncü bir yöntem ise, konum açısının referans değerine oranla, yine sayısal olarak belirlenebilecek, belirli bir düzeye gelmesine bağlı olarak anahtarlama yapıp kontrol işaretinin üretilmesidir. Anahtarlama zamanının karşılık geldiği bu oran sürtünmeli sistem modelinde konum referansına bağlı değişir. Öyle ki sürtünme katsayısı ve konum referansı büyüdükçe anahtarlama zamanı konumun referansın %50'sinden daha büyük oranlarda oluşacaktır. Ancak sistem modelinde $B=0$ kabul edilip sürtünmesiz model esas alındığında $T_2=2T_1$ olacak ve bang-bang profili simetrik çıkacaktır. İvmelenme ve frenleme (negatif ivmelenme) toplam sürenin %50'sine eşit bir süreyle oluşacaktır [77,78]. Bu takdirde kontrol işareti aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$u = \begin{cases} x_1 < \beta\theta_{ref} & \text{ise, } u = u_{max} \operatorname{sgn}(\theta_{ref}) \\ x_1 > \beta\theta_{ref} & \text{ise, } u = -u_{max} \operatorname{sgn}(\theta_{ref}) \end{cases} \quad (4.33)$$

4.4. Bang-Bang Kontrolün Uygulanabilirliği ve PTOS yöntemi

Eldeki kontrol yetkisi sınırlıyken maksimum-çaba ya da minimum-zaman kontrol adı verilen problemin çözümünden elde edilen kontrol işareti, sistem parametreleri ve durum değişkenlerinin doğrusal olmayan bir fonksiyonu, özel adıyla bang-bang profili şeklinde çıkmaktadır. Ancak teorik olarak elde edilmiş çözümün uygulamada başarı sağlayabilmesinin pratik zorlukları bulunduğu, sistemin kesin modeline sahip olmayı gerektirdiği bilinen bir gerçektir [79].

4.4.1 İdeal Bang-Bang kontrolün Gerçeklenebilirliği

Teorik bang-bang kontrol işareti hesaplandığı gibi sonsuz kazanç operatörü (işaret fonksiyonu, sgn) ile uygulandığı takdirde, sistem işlemlerinden veya ölçümlerinden gelecek en küçük gürültü kontrol kuvvetinin maksimum ve minimum değerler arasında çatırdamasına yol açacaktır. Herhangi bir bozucu, parametre değişikliği veya modellenmemiş dinamikler sistemi kararsızlığa götürebilir. Benzer şekilde, sistem modelinde herhangi bir hata (özellikle ivmelenme oranı veya atalet katsayısında yanlışlık) olması halinde sınır-döngü (limit cycle) oluşmasına yol açılır [27].

Eksiksiz bir modele ve tam doğru parametrelere gerek duyduğundan tam anlamıyla uygulanması pek mümkün görülmesi de ideal bir minimum-zaman (bang-bang) kontrol, genel performans ölçütlerine göre sistemin mümkün olabilen en yüksek performansına teorik bir sınır çizmek için çok iyi bir referans oluşturur.

4.4.2. Yaklaşık Minimum-Zaman Kontrolü (PTOS)

İdeal minimum-zaman kontrolün uygulamadaki güçlüklerinden dolayı yeterli dayanıklılığa sahip yaklaşık minimum-zaman kontrol algoritmalarının bulunması üzerine çalışmalar yapılmıştır. Bu alanda yapılan çalışmalardan en önemlisi PTOS (Proximate Time-Optimal Servomechanism) [80, 81] adıyla bilinen yöntem olup sabit disk sistemlerinde de uygulama yeri bulmuştur. HDD uygulamasında okuma/yazma işlemlerinin hızlı olması isteği yüzünden minimum zaman kontrolüne tam ihtiyaç duyulan bir örnek teşkil eder [28]. Bu uygulama, sürtünmenin ihmal edilebildiği ve kitle üretimi sonunda atalet katsayısında hesaplanan değerden küçük sapmaların bulunmasına karşı dayanıklılığın da gerektiği bir uygulamadır.

Teorik bang-bang kontrolün parametrelerin mükemmel doğruluğunu istemesinin yanında sonsuz kazanç operatörü içermesi pratik problemlerin önemli bir kaynağını oluşturur. Sonsuz kazanç operatörünün girişi değer olarak ne kadar küçülse de işaret değiştirdiği takdirde çıkış maksimum ve minimum değerleri arasında işaret değişimi gösterecek ve çoğu zaman böylesi bir durum çatırdamayla sonuçlanacaktır. Minimum zaman kontrolöründen sonsuz kazanç operatörlerini (sgn) kaldırmak sisteme sonlu bir bant genişliği verir ve böylece çoğu uygulamalara göre daha pratik olur. Fakat on-off kontrolün tek alternatif olduğu bazı özel uygulamalar vardır. Örnek olarak uydularda konumlama için kullanılan, akış kontrol valflerinin kritik konumlarda donma durumu olması gösterilebilir [27]. Böylesi durumlarda ise ölü-bölge (dead-zone) veya histrezis gibi teknikler kullanılarak çatırtı minimize edilmeye çalışılır. PTOS yönteminde sgn operatörü yerine sat operatörü kullanılmıştır. Bu operatör, Bölüm 2.4.2'de çatırtı giderme yöntemlerinde anlatıldığı gibi, girişin mutlak değer olarak belirli bir değerin altına düşmesi halinde çıkışın doğrusal olduğu bir operatördür.

PTOS yönteminde diğer bir esas ise ivmelenme oranını yani a katsayısının düşürülerek dayanıklılığın sağlanabilmesidir. Bunun anlamı atalet katsayısının bilinen değerinden daha büyük seçilmesi, yani $a=1/J$ oranının $\alpha < 1$ gibi bir katsayı ile çarpılmasıdır [27].

4.4.3. PTOS Yönteminde Kontrol İşaretinin Üretilmesi

Denklem (4.9) ile verilen sürtünmesiz servo-mekanizmanın

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ a \end{bmatrix} u(t), \quad a = \frac{1}{J} \quad (4.34)$$

olarak verilen modeli üzerinden kontrol işaretinin üretilmesinde sgn yerine k_2 kazançlı,

$$sat(x) = \begin{cases} |x| \leq k_2 & \text{ise, } \frac{x}{k_2} \\ x > k_2 & \text{ise, } \text{sgn}(x) \end{cases} \quad (4.35)$$

fonksiyonu yerleştirilecek ve a katsayısının önüne α çarpanı getirilecektir.

Burada, konum hatasının aşağıdaki şekilde kısaltılması gösterimde kolaylık sağlayacaktır.

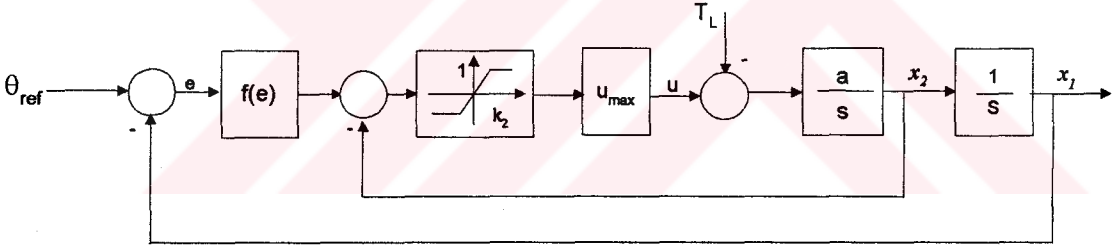
$$e = \theta_{ref} - x_1 \quad (4.36)$$

Blok diyagramı Şekil 4.8'de görülen PTOS yönteminde geleneksel minimum zaman kontrolörünün yapısına benzer fakat özelleştirilmiş farklı bir fonksiyon seçilerek kontrolörün tasarımına gidilmiştir. Bu fonksiyon aşağıdaki şekilde tanımlanır.

$$f(e) = \begin{cases} |e| \leq y_1, & \frac{k_1}{k_2} e \\ |e| > y_1, & \text{sgn}(e) \left[\sqrt{2\alpha a u_{\max}} |e| - \frac{u_{\max}}{k_2} \right] \end{cases} \quad (4.37)$$

Buradaki k_1 ve y_1 değerleri $f(e)$ fonksiyonunun süreksizlik göstermemesi amacıyla tasarıma katılmış olup aşağıdaki eşitliklerden bulunacaktır:

$$k_1 = \frac{\alpha a k_2^2}{2}, \quad y_1 = \frac{u_{\max}}{k_1} \quad (4.38)$$



Şekil 4.8 PTOS yöntemine ait blok diyagramı

Sonuçta, PTOS yönteminde doymalı kontrol işaretinin fonksiyonu

$$u = u_{\max} sat\left(\frac{k_2 [f(e) - x_2(t)]}{u_{\max}}\right) \quad (4.39)$$

şeklinde hesaplanır.

4.4.4. PTOS ile Geleneksel Minimum-Zaman Kontrolünün Karşılaştırılması

Bang-bang kontrolün pozitif ivmelenme safhası yine ideale yakın şekilde başlatılır. Negatif ivmelenme safhasına ideal anahtarlama zamanından daha erken geçilip daha az frenleme gücü harcanarak referans konuma gidilir. Bu şekilde durum yörüngesi negatif ivmelenme safhasında, ideal yörüngeden eğimce daha düşük fakat hemen altında yakın bir

yörünge izleyecektir. Böylece negatif ivmelenme safhasının maksimum frenleme şeklinde olmaması yani tüm fren gücünün harcanmaması sayesinde sistemin karşılaşılabileceği belirsizlikler veya bozucularla cevap süresinin uzatılması pahasına da olsa başedilebilecektir. Sonuçta pratik olarak genel performans ölçütleri açısından; cevap süresi, maksimum aşma, sürekli durum hatası yeterli derecede minimize edilebilmiş bir konum kontrol sistemine sahip olunacaktır. Yüksek performanslı bir konum kontrolü sisteminde bulunması arzu edilen; minimum yerleşme zamanı, sürekli durum hatasının sıfır olması ve aşma görülmemesi gibi üstün özellikler ideal minimum-zaman (bang-bang) kontrolünde bulunur. Birçok konum kontrolü uygulamalarında bu özellikler hayati öneme sahip olabilmektedir. Örneğin, parça kesme tezgahları ve yolcu treni gibi sistemlerde, aşma kabul edilemez. Bang-bang kontrolün çizdiği durum yörüngesi ideal bir yüksek performanslı davranışa teorik bir dayanak ve aşılması halinde aşma doğurabilecek bir sınır teşkil eder. Bu yörüngeyi getirdiği mükemmel sistem cevabına ancak herhangi bir parametre veya modelleme hatasının, bozucu veya gürültünün olmadığı bir durumda ulaşılabilir. Fakat pratik olarak tam anlamıyla gerçekleştirilmesi çok zor olan bu yörüngeye çok yakın ve hemen altında bir yörüngeyi takip edilmesi mümkün olabilir. Bu takdirde, yüksek performanstan fazlaca taviz verilmemiş olur. İdeal minimum-zaman yörüngesinin hemen altında yeni bir yörünge izlendiği zaman aşma olmayacağı garanti edilebilir ve ideal yörüngeye ne kadar yakın gidilirse yerleşme zamanı ve sürekli durum hatası o kadar minimize edilebilir. Böylece teorik olarak yüksek performanslı bir konum kontrol yöntemi, pratiğin gerekleriyle bağdaştırılıp uygulanabilir hale getirilir.

5. KAYMA KIPLİ YAKLAŞIK MİNİMUM-ZAMAN KONUM KONTROLÜ

5.1. Yüksek Performanslı Dayanıklı Kontrol İçin Zamanla Değişen Kayma Yüzeyi Tasarımı

Kayma kipli kontrol yönteminde kayma kipindeki davranışı belirlediği, dolayısıyla sistemin tüm davranışına etki ettiği için kayma yüzeyinin tasarlanması oldukça önemlidir. Kayma yüzeyinin belirlenmesi, sistemden istenen performans hakkında bir karar vermek demektir. İkinci mertebe bir sistemde kayma yüzeyinin tasarımı demek uygun bir λ eğiminin bulunması demektir. Bu konuda birçok araştırmalar yapılmıştır. Bu araştırmalardan önemli bir kısmı zamanla değişen kayma yüzeyi tasarımına yönelmiştir [29,34,35,82].

Kayma kipli kontrolde zamanla değişen bir kayma yüzeyine niçin ihtiyaç duyulacağı ve referans girişine bağlı olarak kayma yüzeyinin tasarlanması gerektiği Bölüm 3’de belirtilmiştir. Bölüm 3’de erişim kurallı kayma kipli konum kontrolünde, belirli bir kayma yüzeyiyle farklı konum referansı değerleri için veya belirli bir konum referansı ile farklı kayma yüzeyleri için alınan çıkış cevap şekillerinin aralarındaki farklılıklar incelenmiştir. Deneysel ve teorik sonuçlarda konum referansı ile kayma yüzeyinin eğimi arasındaki etkileşim açıkça görülmüştür. Konum referansı büyüdükçe kayma yüzeyi eğiminin küçülmesinin, referans küçüldükçe de eğimin büyümesinin yüksek performans için gerekli olduğu görülmüştür. Kayma yüzeyi eğiminin fazlaca büyük olması aşmayı; fazla küçük olması ise yerleşme süresinin gereksiz uzamasını doğurur. Bu şekilde genel performans ölçütlerine göre kayma yüzeyi tasarımında (λ parametresi) bir optimizasyon problemi bulunduğu açıkça görülmektedir.

Ayrıca bozucu ile baş edebilme amacıyla λ değeri mümkün olduğu kadar yüksek tutulmalıdır. Böylece sürekli durumda, konum cevabının referans yörüngesi izleme başarısı ve sürekli durum hatasının azaltılması sağlanacaktır. Kontrol kuvvetinin pratikteki gibi sınırlı olduğu şartlarda yüksek bir λ değeri kaçınılmaz olarak aşma getirecektir. Çünkü yüksek λ , yüksek kazanç anlamına geleceğinden konum çıkışı hedefe doğru ilerlediği ve hata küçüldüğü halde yüksek kazanç, kontrol işaretinin hala doymada kalmasına sebep olacaktır. Bunun önüne geçmenin yolu ise hata azalıp sürekli duruma yaklaşırken λ ’nın gittikçe artırılmasıdır. Böylece kayma yüzeyinin zamanla değişen bir şekilde tasarlanmasıdır. Bu tasarıma ideal olarak rehberlik yapacak yörünge minimum zaman kontrolün optimal yörüngesidir. Çünkü optimal yörünge eğimi istendiği gibi hedef konuma gittikçe yükselmektedir. Öyle ki hedefe varıldığında optimal yörünge eğimi sonsuza gitmektedir.

T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ

Yüksek performanslı bir konum kontrol sisteminin cevabında olması beklenen iyi özellikler, ideal minimum zaman (time-optimal) kontrolünde bulunduğu 4. bölümde gösterilmiştir. Bunlar, sürekli durum hatasının çok az olması ve aynı zamanda aşma olmaksızın yerleşme zamanının da minimum olmasıdır. Parça kesme tezgahı, yolcu treni gibi bazı konum kontrolü uygulamalarında aşma kesinlikle kabul edilemez bir özellik olmaktadır.

Böylesi bir performansı elde etmenin yolu sistemin yörüngesinin, kendi gerçek (J, B) parametrelerinin çizdiği ideal time-optimal kontrol yörüngesinin hemen altında kalmasını sağlamakla mümkün olduğu 4. bölümde belirtilmiştir. Bunu başarmak için izlenecek strateji ise şöyle özetlenebilir: Konum bilgisi, referans değerinin %50 kadar bir oranına varıncaya kadar bang-bang kontrolün birinci aşaması olan maksimum ivmelenme aynen gerçekleşmelidir. Ancak referans küçülürken konum cevabında aşma oluşmasından kaçınmak için maksimum ivmelenme %50'nin de altında gittikçe küçülen oranlarda kesilmelidir. Maksimum ivmelenmenin kesilmesinden itibaren bang-bang kontrolün ikinci aşaması olan maksimum frenleme safhası idealinde olduğu gibi aynen maksimum düzeyde negatif ivmelenme olarak değil, yumuşatılmış bir frenleme şeklinde yapılmalıdır. Bunun sağlanması yani optimal yörüngenin yaklaşık olarak izlenmesi için sistemin konumunun bulunduğu noktada optimal yörüngede karşılık gelen noktayı bulmak gerekir. Optimal yörüngenin eğimi bulunduktan sonra da bu eğimi kayma yüzeyinin eğimi yapmak suretiyle sistemin yörüngesini o noktaya doğru zorlanmalıdır.

Bu bölümde açıklanacak Kayma Kipli Yaklaşık Minimum-Zaman Konum Kontrolü (KKYMKK) yönteminde ideal bang-bang kontrolün maksimum ivmelenme safhası kayma kipli kontrolün erişim safhasına, maksimum frenleme safhası da kayma kipine eşleştirilmektedir. Esas arzulanan ise, gerçekleştirilebilir yüksek performanslı bir konum kontrolünü geniş bir aralıkta parametre belirsizliğine dayanıklı kılacak bir yaklaşıma sahip olmaktır.

Yukarıdaki esaslar zamanla değişen bir kayma yüzeyi tasarımının temelini oluşturmaktadır. Böylece ideal minimum zaman kontrolün maksimum ivmelenme ve maksimum frenleme şeklindeki iki aşamadan oluşan ideal yörüngesine bir yaklaşım yapılacaktır. Yapılan yaklaşıma, dayanıklılık çerçevesinde kayma kipli kontrolün erişim ve kayma kiplerine teorik bang-bang kontrolün iki aşamasının uyarlanması denilebilir. Sonuçta, bir servo-sistemde parametrelerin belirli aralıklar içinde değişimine karşı dayanıklılık sağlanırken pratik olarak aşmasız, sürekli durum hatası çok az ve yeterince hızlı cevap veren bir konum kontrolünün gerçekleştirilmesi hedeflenmektedir.

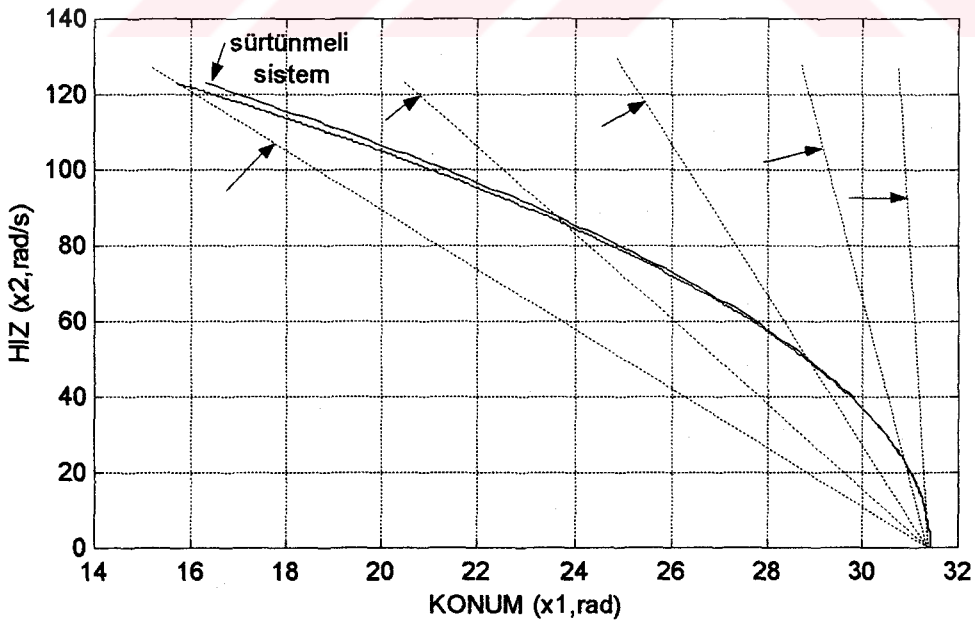
Ayrıca, bir servo-sistem kendi gerçek parametrelerinden değerce daha büyük olan bir sisteme ait yörüngeye zorlanırsa, bu yörüngeye kolaylıkla ulaşılabilir. Çünkü bu durumda, daha düşük hız gerektiren alt bir yörüngeye yönlendirme yapılmaktadır. Fakat gerçek

parametrelerinden değerce daha küçük bir sistemin ideal yörüngesine zorlanırsa aşma söz konusu olacaktır. Çünkü kendi ideal minimum-zaman yörüngesinin üstünde bir yörüngenin zorlanması söz konusudur. Başka deyişle belirsizlik içeren sistemin dayanıklı kontrolünün gereği olarak belirsizliğin kabul edilen üst sınırına ait optimal yörüngenin takibi yeterli görülür. (J,B) parametreleri belirsizliğin üst sınırında olduğunda bile aşma oluşmaması pahasına üst sınırın altında parametreler olduğu durumlarda cevap süresinin uzaması söz konusudur. Fakat maksimum ivmelenme safhasında durum farklı olacak ve gereksiz cevap gecikmesi kısmen telafi edilebilecektir.

Sistem, $\sup(J,B)$ için aşma oluşturmayan ve yaklaşık optimal olan bir yörüngeye zorlanırken gerçek (J,B) parametrelerinin daha küçük olduğu tüm durumlarda da o yörünge kolayca yakalanacaktır. Dolayısıyla tasarımda öncelik, $\sup(J,B)$ durumunda aşmasız cevabın sağlanmasında olacaktır. Sistemin $\sup(J,B)$ 'nin optimal yörüngesine doğru zorlanmasıyla $\inf(J,B)$ durumu için, özgün optimal yörüngeden fazla uzaklaşmasının ve çıkış cevabının gecikmesinin kısım 5.4'te anlatılan bir yöntemle önüne geçilecektir.

5.2. Minimum Zaman Kontrol Yörüngesinden Kayma Yüzeyi Eğiminin Hesaplanması

Her bir konum referansının özgün bir optimal yörüngesi vardır. Bu yörüngelerin eğimleri hedef konuma gittikçe artmakta ve kayma kipli kontrolün kayma yüzeyinin seçimine optimum değerler sunmaktadır.



Şekil 5.1 Optimal yörüngenin referansa gittikçe artan eğimi

Maksimum ivmelenmenin kesilmesinden itibaren zamanla değişen kayma yüzeyi hesaplamasına geçilmelidir. Bu amaç için, sistemin çıkışı olan x_{1k} konum değerinin optimal yörünge üzerinde hangi x_{2opt} değerine karşılık geldiği bulunmalıdır. Bulunulan noktadaki optimal yörünge eğimi

$$\lambda = \frac{x_{2opt}}{\theta_{ref} - x_{1k}} \quad (5.1)$$

şeklinde hesaplanıp kayma yüzeyinin eğimi olarak atanacaktır. Böylece kayma kipli kontrolün erişim aşaması, sistemin yörüngesinin optimal yörüngeye doğru zorlanması anlamına gelecektir.

5.2.1. Sürtünmesiz Servo-Sistemin Optimal Yörüngesinin Eğiminin Bulunması

Sürtünmesiz bir servo sisteme ait minimum-zaman yörüngesi aşağıdaki denklem ile tanımlanır [71].

$$S_{opt}(X_k) = \text{sgn}(\theta_{ref} - x_{1k}) \sqrt{2 \cdot \frac{u_{max}}{j_h} |\theta_{ref} - x_{1k}|} - x_{2k} \quad (5.2)$$

Optimal yörünge üzerinde $S_{opt}(X_k)=0$ olmaktadır. Bu eğri üzerindeki herhangi bir x_{1k} değerine karşılık gelen x_{2opt} değeri, yukarıdaki ifade sıfıra eşitlenip çekilerek kolayca bulunabilir. Konum kontrolünün ayrık-zaman gerçekleştirilmesi içinde maksimum ivmelenme kesildikten sonra aşağıdaki denklem yardımıyla,

$$x_{2opt} = \text{sgn}(\theta_{ref} - x_{1k}) \sqrt{2 \cdot \frac{u_{max}}{j_h} |\theta_{ref} - x_{1k}|} \quad (5.3)$$

her bir örnekleme adımında bu hesaplama yapılmalıdır.

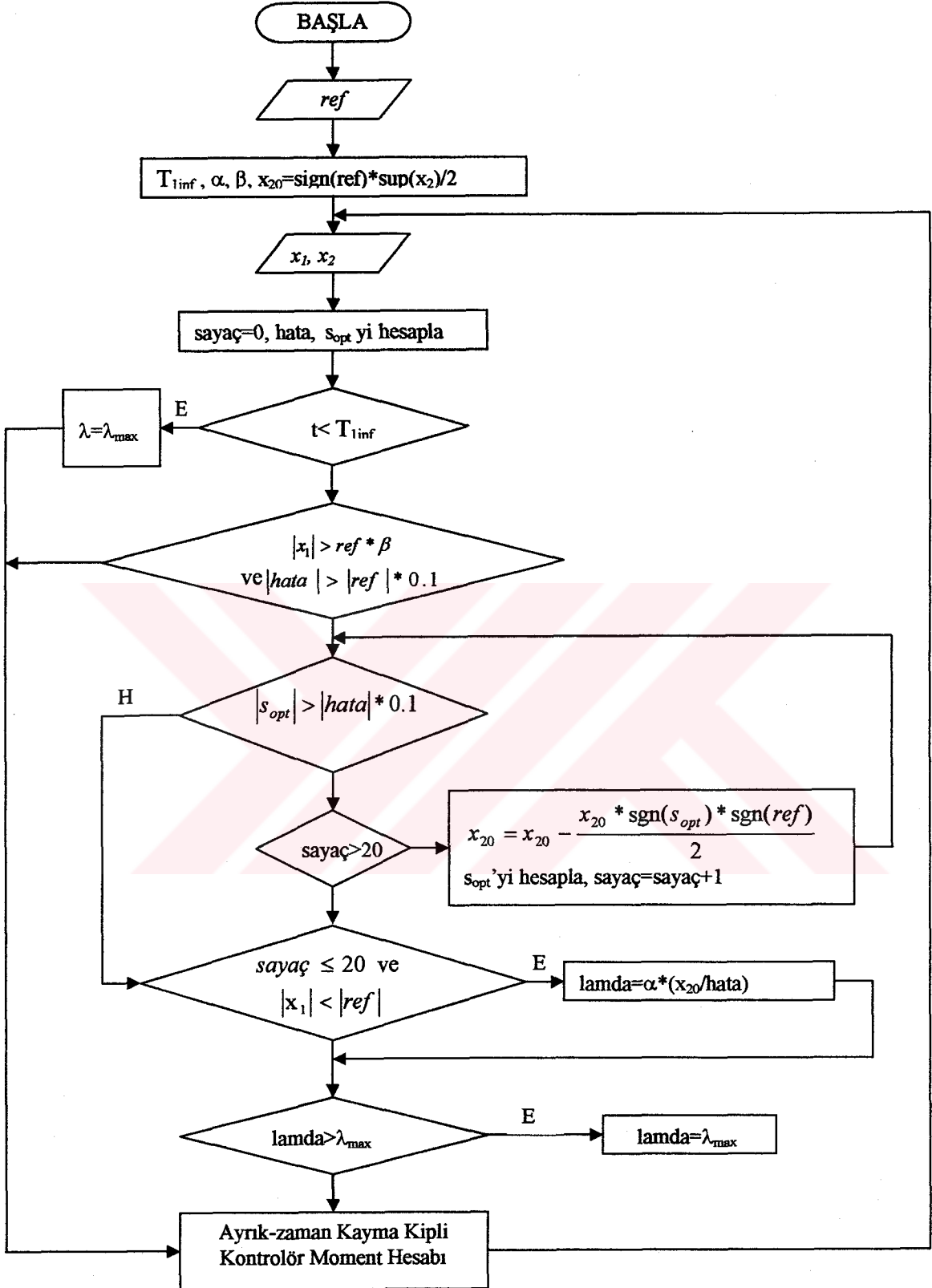
5.2.2. Sürtümlü Servo-Sistemin Optimal Yörüngesi Eğiminin Bulunması

Atalet ile birlikte sürtünme katsayısının da dikkate alındığı servo-sistem için optimal yörüngeyi aşağıdaki denklem ifade etmektedir [74].

$$S_{opt}(X_k) = x_{1k}(t) - \text{sgn}(x_{2k}) \frac{b}{a^2} \ln \left(1 + \frac{a}{b} |x_{2k}| \right) + \frac{1}{a} x_{2k} - \theta_{ref} \quad (5.4)$$

Benzer şekilde optimal yörünge üzerindeki noktalar $S_{opt}(X_k)=0$ eşitliğini sağlamalıdır. Bu denklem üzerindeki herhangi bir x_{2k} değerine karşılık gelen x_{1k} değeri kolayca bulunabilir.

$$x_{1k} = \text{sgn}(x_{2opt}) \frac{b}{a^2} \ln \left(1 + \frac{a}{b} |x_{2opt}| \right) - \frac{1}{a} x_{2opt} + \theta_{ref} \quad (5.5)$$



Şekil 5.2 Sürtünlmeli servo-sistem modeline ait optimal yörünge eğiminin ikili arama ile bulunup kayma yüzeyinin belirlenmesi

Ancak verilen bir x_{1k} değerine karşılık optimal yörüngede karşılık gelen x_{2opt} değeri analitik olarak bulunamaz. Bu problemi çözmek için sayısal bir yöntem ya da eğri uydurma amaçlı yapay sinir ağı gibi bir çözüm önerilebilir.

Bu tezde, x_{2opt} değerini bulmak için ikili arama adını verdiğimiz bir sayısal yöntemi önermekteyiz. Bu yöntem ile x_{2opt} 'ye yeterince yüksek bir değer verip S_{opt} 'de yerine konulur. S_{opt} 'nin değeri, mantıklı bir sınırın altına düşünceye kadar yakınsamasını sağlayacak şekildeki yineleme sürdürülür. Yinelemelerde x_{2opt} 'ye verilecek yeni değer S_{opt} 'nin ve konum referansının işaretine bağlı olarak eski değerine yarısı kadar ilave ya da çıkarma yapılmasıyla bulunur. Şekil 5.2'de akış şeması verilen bu yöntemle yineleme yapmaya ikili arama adı verilmesi, yarı değerinin eklenmesi veya çıkartılmasını ima etmektedir. Yinelemelerde kullanılan x_{2opt} değeri yakınsamayı sağlayacak, hesaplanan S_{opt} değeri azalacak ve mantıklı bir limitin altına düştüğü zaman sistemin konumunun optimal yörüngede karşılık geldiği nokta, x_{2opt} değeri de mantıklı bir hassasiyetle bulunmuş olacaktır.

5.3. Konum Referansının Küçülmesiyle Kayma Yüzeyi Eğiminin Aşmasız Cevap İçin Düşürülmesi

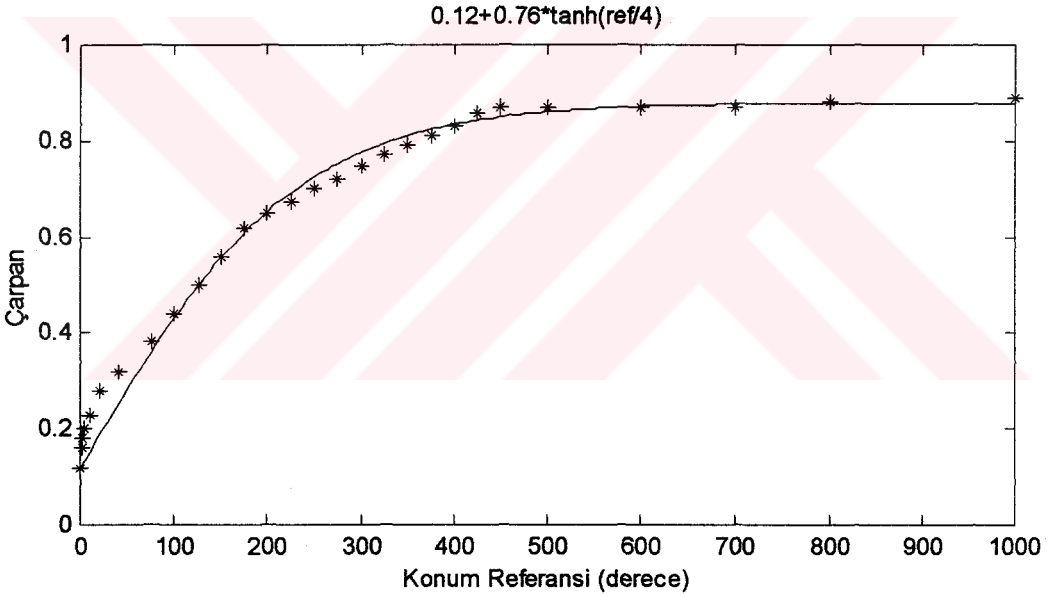
Bölüm 4'te açıklanan PTOS yönteminde ivmelenme oranının düşmesini sağlama amaçlı bir α çarpanı kullanılmıştır. Bu çarpanın anlamı, sistemin nominal ataletinden biraz daha büyük bir atalet değeri üzerinden hızlandırılmasıdır. Pratik gerekçelerle kullanılan bu düşürme çarpanının değeri 0.9 civarında seçilmesi tercih edilerek dayanıklılık gösterilecek parametre belirsizliğinin sınırları dar tutulmuştur. Ayrıca bu değer hep sabit tutulmayarak konum referansının düşmesiyle birlikte düşürülmüştür [27,34,35].

KKYMKK yönteminde de benzer şekilde bir düşürme çarpanı kullanılmaktadır. Ancak geniş bir belirsizlik aralığında dayanıklı kontrol amacıyla düşürme çarpanı farklı şekilde kullanılmaktadır. PTOS yönteminde $\alpha=1/J$ ivmelenme oranı 0.9 ile çarpılarak düşürülürken sistemin nominal atalet değerinin $\pm\%10$ kadar bir belirsizliğiyle baş edilebilmesi yeterli olarak öngörülmüştür. KKYMKK yönteminde parametre belirsizliği hakkında üst sınır olarak bir $\sup(J,B)$ değeri kabul edilip nominal değerlerin birkaç katına kadar dayanıklılık öngörülmektedir. PTOS yöntemi uygulama alanı olarak, özellikle hard-disk sistemi için geliştirilmiştir. KKYMKK yönteminde ise genel amaçlı, geniş aralıkta değişen parametrelere karşı dayanıklı bir konum kontrolü hedeflenmektedir. Sistem yörüngesine, $\sup(J,B)$ parametrelerine ait optimal yörüngenin izletilmesi, nominal parametre şartlarındaki sisteme büyük bir düşürme oranı uygulanmış gibi olacak, yani birkaç kat büyük (J,B) değerleri için optimal olan daha alt bir yörüngeye zorlanacaktır. Ancak, yine bir düşürme oranı

kullanılmalıdır. Çünkü $\sup(J,B)$ kadar belirsizlikle karşılaşıldığı zamanda bile aşma veya salınım görülmemesi için referans küçüldükçe sistemin daha da alt yörüngelere zorlanması gerekecektir.

Sayısal değer olarak düşürme çarpanını 0.9 civarlarından 0.1 civarına doğru konum referansı düştükçe düşürmek gerektiği kanaatine benzetim çalışmaları sonucunda varılmıştır. Benzetim yoluyla, parametrelerin $\sup(J,B)$ kadar belirsizlik gösterdiği şartlarda belirli aralıklarla konum referanslarının her biri için konum cevabında aşma getirmeyen en büyük düşürme çarpanları bulunur. Şekil 5.3’de gösterilen bu çarpan değerleri, ait olduğu referans değerlere karşı çizdirilince ortaya çıkan grafiğin “ $\tanh$ ” fonksiyonunun grafiğiyle çok benzeştiği görülecektir. Uygun katsayılar kullanılınca, benzetim yoluyla bulunan çarpan değerleriyle örtüşen bir “ $\tanh$ ” fonksiyonu elde edilir. KKYMKK kontrolörünün tasarımında kullanılan fonksiyon aşağıdaki şekilde seçilmiştir:

$$\alpha = 0.12 + 0.76 \cdot \tanh(\text{ref}/(\sup(\Delta J_0))) \quad (5.6)$$



Şekil 5.3 Benzetimlerle elde edilen, aşma oluşturmeyen çarpan değerleri ve (5.6) eğrisi. (konum referansına karşı)

Burada optimal kontrolün anahtarlama fonksiyonu kullanılmadığı için PTOS yönteminden farklı olarak düşürme çarpanından iki şekilde faydalanılır. Birincisi, sistemin zorlanacağı optimal yörüngenin eğimi bulunup çarpan ile çarpılır ve böylece kayma yüzeyinin eğimi olarak atanır. İkinci olarak, maksimum ivmelenmenin, konum cevabı, referansın hangi oranına eriştiği zaman kesilmesi gerektiğine karar vermek için kullanılır. Çünkü konum referansının küçülmesiyle α çarpanı yardımıyla daha alt yörüngeye yönlendirme yapılırken paralel şekilde maksimum ivmelenme oranı β 'yı da %50'den daha küçük oranlara düşürmek

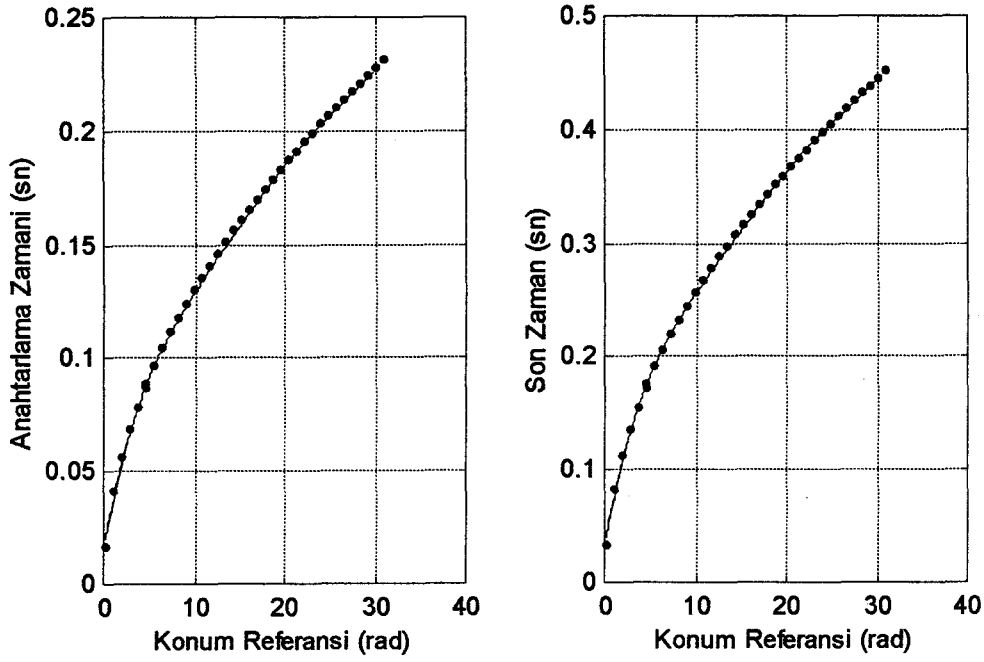
gerekir. Aksi takdirde aşma oluşmaktadır. Yapılan tasarımda, benzetim ve deneysel çalışmaları sonucunda, maksimum ivmelenmeyi kesme oranı β , maksimum değeri 0.45 olarak alınması ancak α çarpan değeri bu değerin altına düşünce $\beta=\alpha$ olarak seçilmesi uygun görülmüştür.

5.4 Dayanıklı Kontrol Kapsamında En Küçük Parametrelere ait Maksimum İvmelenme Süresinin korunması (Optimal Süreye Yaklaşılması)

Dayanıklı kontrol yönteminin esasında tahmin edilmiş sınırlar içinde kalan parametre belirsizliklerinden pek etkilenmeyecek şekilde tutarlı bir performansı sağlamak amacıyla kontrol işaretinin üretilmesi vardır. Aşma veya salınım olması istenmiyorsa yerleşme zamanı ve sürekli durum hatası yeterince minimize edilmiş tutarlı bir davranışa referans olacak yörüngeyi, belirsizliğin üst sınırı $\sup(J,B)$ değerlerine ait optimal yörünge olarak seçmek mantıklıdır. Bu durumda da belirsizlik yokken sistemin nominal parametrelerle göstereceği davranışın düşük performanslı çıkması pratik bir problem olarak karşımıza çıkacaktır. Parametre belirsizliklerinin üst sınırı ne kadar büyük seçilirse nominal parametrelerle alınacak sistem cevabında o kadar performans düşüklüğü, yerleşme zamanının gereksiz uzaması, görülecektir. Dayanıklı kontrolden de taviz verilmeksizin ortalama sistem performansını artırmanın yolu, KKYMKK'un erişim kipinde bang-bang kontrolün ilk aşamasına benzer şekilde, en az $\inf(J,B)$ durumunda olması gereken süre kadar maksimum ivmelenme oluşturmaktır. Bunun için kayma kipli kontrolde kayma yüzeyi eğimi (λ kazancı) bang-bang kontrolün birinci anahtarlama zamanına kadar fazlaca yüksek tutularak kontrol işaretinin doyuma girmesi, maksimum ivmelenme, sağlanır. Bu süre, maksimum ivmelenmeyi kesme süresi anlamında T_{inf} kısaltması ile Şekil 5.2' de yerini almıştır.

Maksimum ivmelenme safhasının, konumun hedefe yaklaşma oranının β 'dan başka ikinci bir kritere bağlı olarak da sürdürülmesi gerektiği ortaya çıkmaktadır. Kayma kipinde sistemin $\sup(J,B)$ durumuna ait optimal yörüngeye zorlanmasından önce, parametre belirsizliğinin az veya hiç olmadığı durumun gerektirdiği kadar maksimum ivmelenme veya erişim kipi sürmesi sağlanır, bu arada sistem zorlandığı kayma yüzeyine mutlak surette erişecektir. Çünkü $\inf(J,B)$ durumunda zaman sabiti daha düşük olduğundan cevap hızı yüksek olacak ve $\sup(J,B)$ ye ait yörüngeye erişmekte zorlanmayacaktır. Böylece belirsizliğin üst sınırının yüksek seçilmesi ile ortalama sistem performansı arasındaki kötü etkileşimin sakıncası azaltılmış olur.

$\inf(J,B)$ durumu için Matlab optimizasyon araç kutusu ile kısım 4.2'de açıklanan yöntemle optimal anahtarlama zamanları, Şekil 5.4'te gösterildiği gibi, bulunabilmektedir. İdeal bang-bang kontrolde ilk anahtarlama veya maksimum ivmelenmenin bitiş zamanları konum referansına karşı grafiğe dökülür, eğri uydurma yöntemiyle yeterli doğrulukta bir eğri üretilir.



Şekil 5.4 $\inf(J,B)$ durumu için matlab optimizasyon araç kutusu yardımıyla bulunmuş bang bang- kontrol anahtarlama zamanları ve 5. dereceden uydurulmuş eğriler

Bu eğri denklemiyle girilen bir referansa karşı, $\inf(J,B)$ için ideal anahtarlama zamanı kolayca bulunur. Böylece maksimum ivmelenme safhasından kaynaklanan gereksiz bir gecikme olmayacak, sistemin cevap hızı özgün optimal süresine yaklaştırılarak hızlandırılmış olacaktır. $\text{Sup}(J,B)$ durumunda cevap yavaş olup ideal maksimum ivmelenme süresi daha uzun sürmesinden dolayı bu sürdüğünden etkisi görülmez.

5.5. Ayrık-zaman Kayma Kipli Kontrolör Tasarımı

Kısım 3.5’de gösterildiği üzere sistem performansı üzerinde kayma yüzeyi eğiminin çok büyük etkisi vardır. Diğer taraftan, bilinen parametrelerden ayrıştırılmış belirsizlik ifadeleri ve bunları gidermek için eklenen yeni terimlerin, kayma kipini etkilemekle birlikte sistemin performansına fazlaca bir etkisi olmadığı da kısım3.5’de gösterilmişti. Bu yüzden burada sistem modeli sadece bilinen parametrelerden ibaret kabul edilecek, öylece kontrolör tasarımına gidilecektir. Nominal parametrelerle genel matris ifadesi,

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}_n \mathbf{X} + \mathbf{B}_n (u - \tilde{T}_L) \quad (5.7)$$

olarak yazılan servo-motor sisteminin modelinin açık ifadesi aşağıdaki şekildedir:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{B_n}{J_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J_n} \end{bmatrix} (u - \tilde{T}_L), \quad a = \frac{B_n}{J_n} \quad (5.8)$$

5.5.1. Sürekli zamandaki durum denklemlerinin ayrıklaştırılması

Belirsizlikleri ifade eden sürekli zamandaki terimleri kullanma gereği olmayınca ayrıklaştırma için daha genel olan bir yöntem kullanılacaktır [27,70]. Ayrık-zaman gösterimi genel matris gösterimiyle,

$$\mathbf{X}_{k+1} = \mathbf{G}_n \mathbf{X}_k + \mathbf{H}_n (u_k - \tilde{T}_L) \quad (5.9)$$

şeklinde yazılan bu denklemdeki matrislerden $\mathbf{G}_n$

$$\mathbf{G}_n = e^{\mathbf{A}_n T} = \begin{bmatrix} 1 & (1 - e^{-aT})/a \\ 0 & e^{-aT} \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

şeklinde hesaplanır. Durum geçiş matrisi $\mathbf{\Gamma}$,

$$\mathbf{\Gamma} = \int_0^T e^{\mathbf{A}_n \tau} d\tau, \quad \tau = T - t \quad (5.11)$$

eşitliğinden aşağıdaki şekilde bulunur:

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} T & \frac{1}{a}(T - (1 - e^{-aT})/a) \\ 0 & \frac{1}{2}(1 - e^{-aT}) \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

$\mathbf{H}_n$ matrisi de durum geçiş matrisi $\mathbf{\Gamma}$ kullanılarak aşağıdaki şekilde bulunacaktır:

$$\mathbf{H}_n = \mathbf{\Gamma} \mathbf{B}_n = \begin{bmatrix} \frac{1}{B_n}(T - (1 - e^{-aT})/a) \\ (1 - e^{-aT})/B_n \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

Böylece, sistemin ayrık-zaman ifadesi bilinen parametrelere dayalı olarak aşağıdaki şekilde elde edilecektir:

$$\mathbf{X}_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & (1 - e^{-aT})/a \\ 0 & e^{-aT} \end{bmatrix} \mathbf{X}_k + \begin{bmatrix} \frac{1}{B_n}(T - (1 - e^{-aT})/a) \\ (1 - e^{-aT})/B_n \end{bmatrix} (u_k - \tilde{T}_L) \quad (5.14)$$

Kayma yüzeyi tasarımının performans etkisini vurgulamak ve ayrıklaştırma işleminde sadelikle pratik gerçeklemede kolaylık sağlamak için ihmal edilen belirsizlik terimleri, istenirse aşağıdaki eşitliklerle modele dahil edilebilir.

$$\mathbf{G} = \mathbf{G}_n + \mathbf{\Gamma} \Delta \mathbf{A}, \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}_n + \mathbf{\Gamma} \Delta \mathbf{B} \quad (5.15)$$

Yukarıda açıklandığı gibi bu ifadelerin hesaplanmasına gerek görülmeyerek nominal parametrelerden oluşan matrisler üzerinden kontrolör tasarımına gidilecektir.

$$s_k = \mathbf{C}^T [\mathbf{R}_k - \mathbf{X}_k], \quad \mathbf{C}^T = [\lambda \quad 1], \quad \mathbf{R}_k = \begin{bmatrix} ref_{1k} \\ ref_{2k} \end{bmatrix}, \quad ref_{1k} = \theta_{ref} \quad (5.16)$$

Burada λ anahtarlama yüzeyinin eğimi olup sistemin kayma kipindeki davranışını dolayısıyla tüm sistemin performansını belirler. Erişim kanunu yaygın olduğu gibi (3.24) eşitliği şeklinde,

$$s_{k+1} - s_k = -qTs_k - \varepsilon T \text{sign}(s_k)$$

olarak seçilir. Bu erişim kanununu sağlayacak kontrol işaretini bulmak için s_{k+1} 'in (5.16) denkleminde $\mathbf{X}_{k+1}$ ile birlikte açık ifadesi yukarıdaki eşitlikte yerine konulmalıdır.

$$s_{k+1} = (1 - qT)s_k - \varepsilon T \text{sign}(s_k) = \mathbf{C}^T \mathbf{R}_{k+1} - \mathbf{C}^T \mathbf{G}_n \mathbf{X}_k - \mathbf{C}^T \mathbf{H}_n (u_k - \tilde{T}_L) \quad (5.17)$$

Erişim ve kayma kiplerinde istenen davranışı sağlayacak u_k ifadesi yukarıdaki eşitlikten çekilerek aşağıdaki şekilde bulunur:

$$u_k = \frac{1}{\mathbf{C}^T \mathbf{H}_n} [\mathbf{C}^T (\mathbf{R}_{k+1} - \mathbf{G}_n \mathbf{X}_k) - (1 - qT)s_k + \varepsilon T \text{sign}(s_k)] + \tilde{T}_L \quad (5.19)$$

u_k 'nin içindeki belirsizlik içeren, yük momenti veya başka deyişle bozucu girişi $\tilde{T}_L$, teriminin yerine, dayanıklı kontrol amacıyla belirli sınırlar içinde bu belirsizlikle baş edebilecek bir T_{Lc} bileşeni konulmalıdır. Çarpanın yüksek olduğu büyük referans değerlerinde, referansa yaklaştıkça λ değerinin de artmasıyla, sürekli durum hatasının oldukça azaltılması ve bozucu (yük momenti) etkisiyle baş etmek de oldukça kolaylaşır. Fakat çarpanın küçük olduğu yani küçük referans değerlerinde bozucuya karşı T_{Lc} gibi bir bileşenin kontrol işaretine eklenmesine kesinlikle gerek duyulur. Bu bileşenin tepe değeri α çarpanı ile aşağıdaki gibi bir ifadeyle ilişkilendirilebilir:

$$T_{Lc} = u_{\max} (1 - \alpha) \text{sgn}(s_k) \quad (5.20)$$

Burada bozucuya karşı giderici bileşen olarak 3. bölümde olduğu gibi yine $\text{sgn}(\tilde{T}_L) = \text{sgn}(\theta_{ref})$ kabulüyle aşağıdaki (3.45) ifadesi seçilmiştir [58]:

$$T_{Lc} = u_{\max} \frac{(\text{sgn}(\theta_{ref}) + \text{sgn}(s_k))}{2} \frac{s_k}{|s_k| + \delta}$$

T_{Lc} 'nin yukarıdaki şekilde seçilmesiyle, bozucu veya yük momentinin etkisi giderilmekle beraber s_k 'ya zıt işaretli çıkması da sağlanmaktadır.

5.6. Benzetim ve Deney Sonuçları

Bu bölümde yapılan incelemelerde ve sunulacak sonuçlarda parametre belirsizlikleri için Tablo 3.2’de belirtilen I, II ve III durumları aynen geçerli olacaktır. Bu bölümde değişken kayma yüzeyi tasarımına gidildiğinden sabit λ değeri verilmesi yerine buna ilişkin hesaplamalarda kullanılacak yeni parametreler verilecektir. Teorik ve deneysel çalışmalarda değişken λ hesaplamalarının devam ettirileceği sınır olarak, hata oranının referans değerinin %5’inin altına düştüğü nokta seçilmiştir. Bu değerden daha düşük hata oranlarında yeni λ değerleri hesaplanmamış kayma yüzeyi sabit kalmıştır. Sürtünmeli model kullanıldığında x_{2opt} ’nin hesaplanması için yapılması gereken yinelemeler gerçek-zamanda 15 yineleme ile sınırlandırılmıştır. Yani, bir örnekleme adımında yineleme sayısı 15 defadan fazla olduğu zaman vektör kontrol çevriminin aksamaması için örnekleme adımı için değişken λ hesaplamalarından çıkmıştır.

Sistemin yönlendirileceği yörüngeye ait S_{opt} anahtarlama denkleminde kullanılacak atalet katsayısı, II. durum için $J_h=4J_n$, III. durum için $J_h=11J_n$ olarak alınıp α düşürme çarpanındaki $\sup(\Delta J_\theta)$ değeri de eşzamanlı olarak değiştirilmiştir. Sürtünme katsayısı II ve III durumlarının her ikisinde $B_h=3B_n$ olarak alınmıştır. I. durumda motor yalnız, ilave ataletler ve fren makinesi olmadığı zaman, belirsizlik üst sınırı olarak hem II. durumun hem de III. durumların seçildiği kontrolörlerle teorik ve deneysel çalışmalar yapılmıştır. Diğer kontrolör parametreleri ise aşağıdaki tabloda belirtilmektedir. Kontrolörde geçerli olan (J, B) değerlerinin, ölçme hatası kadar bir belirsizlik dahil (I. durum) nominal parametreler olarak hiç değiştirilmediğine, sadece parametre belirsizliğinin üst sınırı bilgisinin kontrolöre girildiğine dikkat edilmelidir.

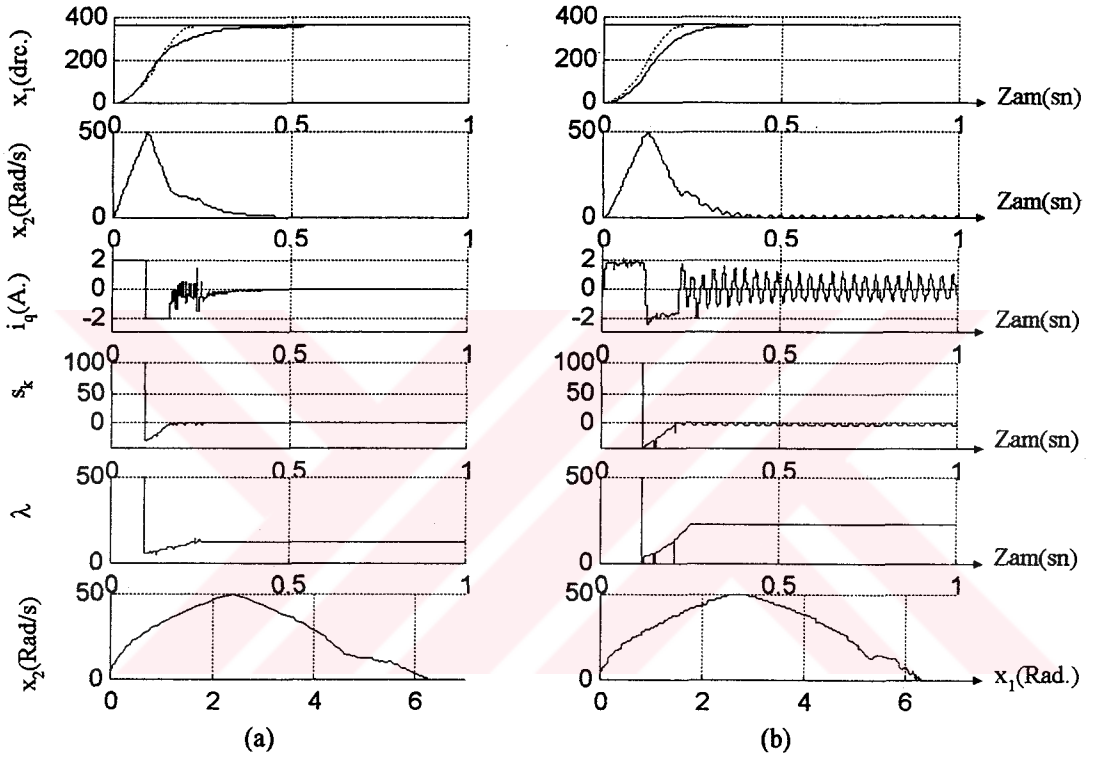
Tablo 5.1 Benzetim ve deneysel çalışmalarda kullanılan kontrolör parametreleri

i_{sd}	i_{sqmax}	T	q	ε	δ
2 A.	2 A.	3 ms.	0.25/T	0.08/T	0.7

Tablo 5.1’deki verilen kontrolör parametreleri genelde esas alındığından aksi belirtilmedikçe bu değerler hem teorik hem de deneysel incelemelerde varsayılan değerlerdir. Deneysel çalışmalarda yük momenti veya bozucu olarak 3. bölümde belirtildiği gibi 1.1 kW. gücünde bir fuko freni %100 uyarımlı haliyle kullanılmıştır.

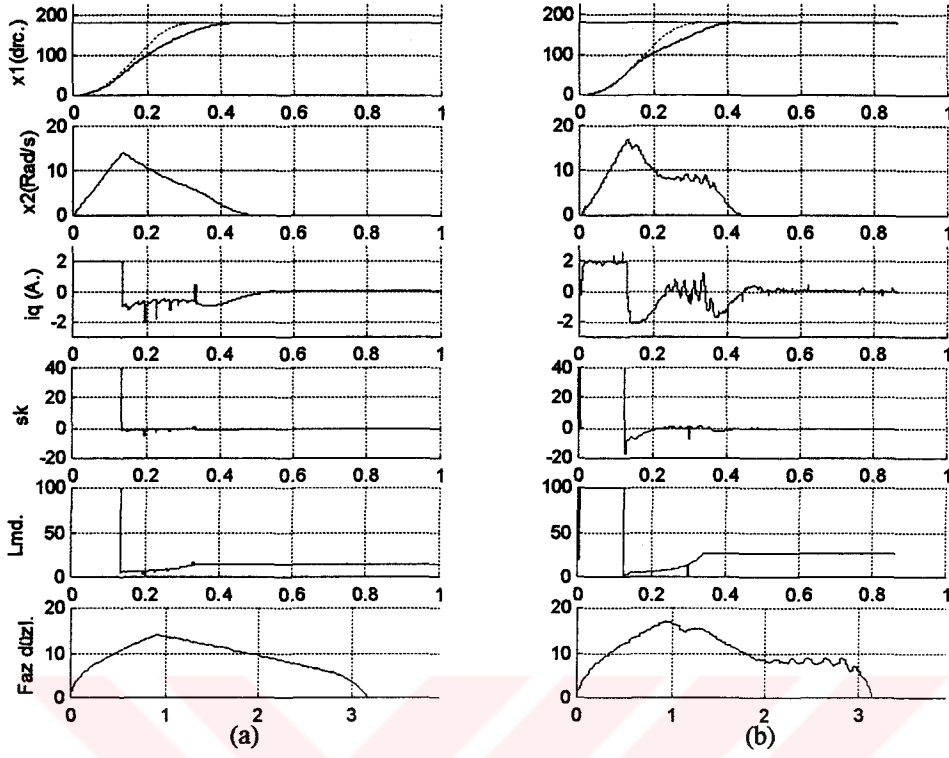
5.6.1. Benzetim ve Deney Sonuçlarının Karşılaştırılması

Bu kısımda, benzetimlerin doğruluk derecesinin görülmesi için teorik ve deneysel sonuçlar yan yana çizdirilmiştir. Sistemin genel davranışının daha iyi izlenebilmesi amacıyla tüm değişkenler verilmiştir. Ayrıca konum açısı grafiklerinin üzerine, ideal minimum-zaman cevapları da çizdirilmiştir. Böylece gerçekleştirilen konum kontrolünün performans değerlendirmesini yapmak için tam bir ölçüt sunulmuştur.

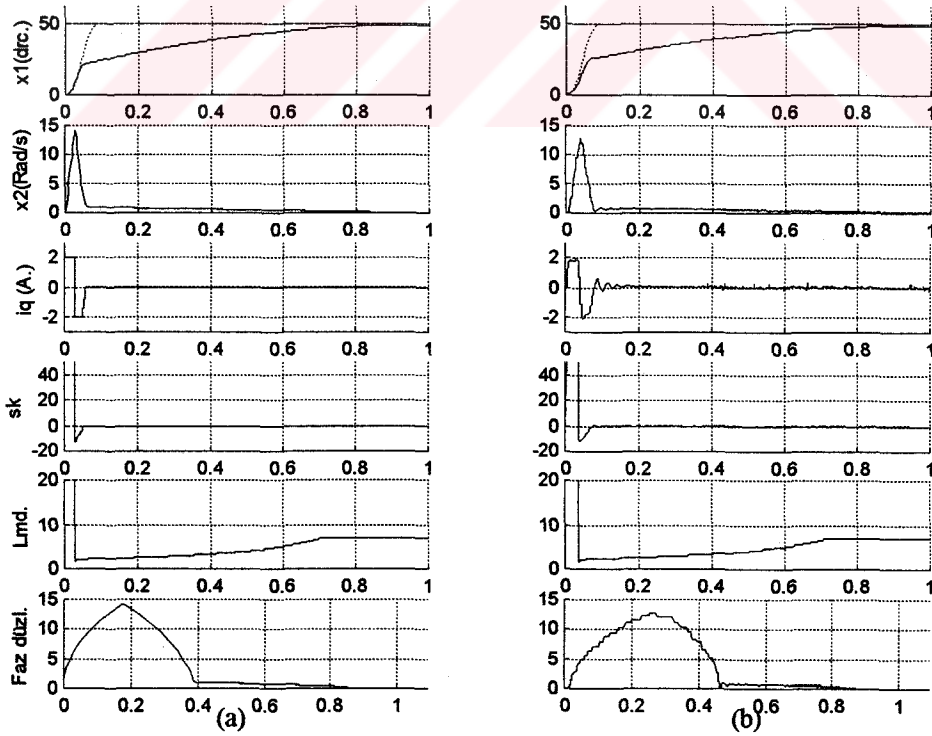


Şekil 5.5 $\theta_{ref}=360^\circ$, I. durum için (a)benzetim, (b) deney sonuçları (sürtünmeli sistem, $J_h=4J_n$)
Gerçekleşen konum ve ideal minimum-zaman konum cevabı, hız, moment akımı, anahtarlama fonksiyonu, ve geçerli kayma yüzeyi eğimi (λ)'nın değişimi, faz düzlemi

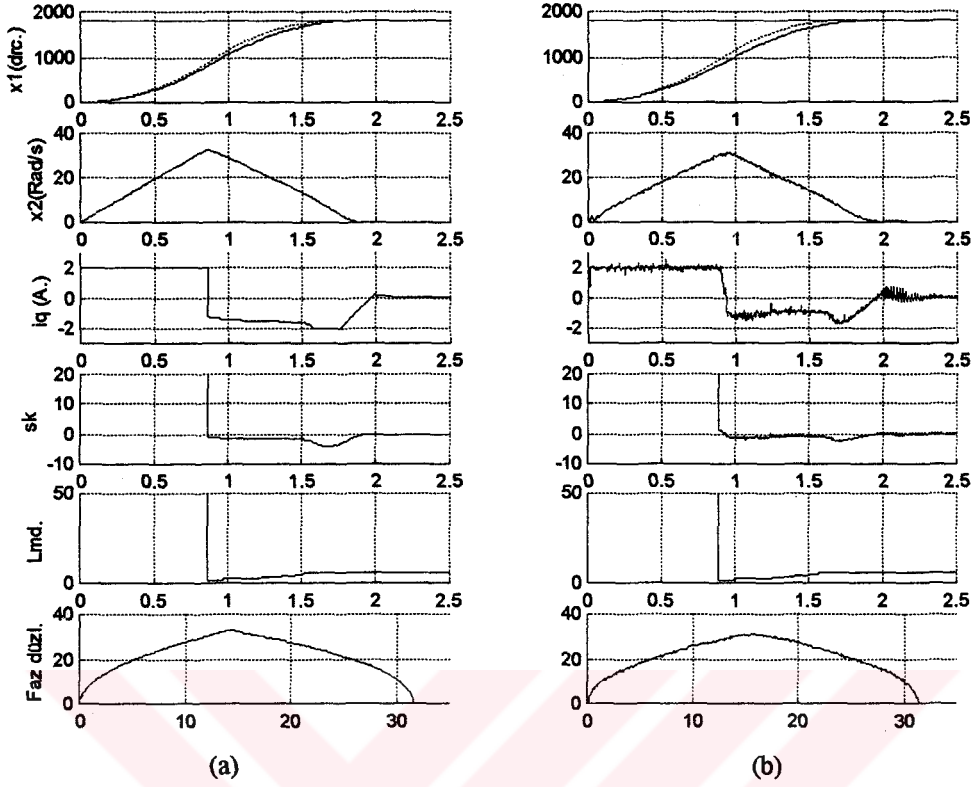
Kayma yüzeyi değiştirilerek sistemin yönlendirildiği yörüngede sürtünme katsayısının hesaba katılıp katılmadığı ilgili şekilde belirtilmiştir. Şekil 5.5'deki teorik ve deneysel konum cevabındaki yerleşme zamanının, I. durum ile üst sınır olan II. duruma ait ideal minimum-zaman cevaplarının arasında kaldığına dikkat edilmelidir. (J , B) parametreleri seçilen üst belirsizlik sınırında olduğu zaman özgün optimal cevabına yaklaştığı Şekil 5.6'da, özellikle konum referansı büyüyünce oldukça yaklaştığı Şekil 5.8'de görülmektedir. Şekil 5.7'de üst sınır gerçek parametrelerin 10 katı iken, konum referansı da küçük olunca yerleşme zamanının fazla uzadığı görülmektedir.



Şekil 5.6 $\theta_{ref}=180^\circ$, II. durum için (a)benzetim, (b) deney sonuçları (sürtünmeli sistem, $J_h=4J_n$)



Şekil 5.7 $\theta_{ref}=50^\circ$, I. durum için (a)benzetim, (b) deney sonuçları (sürtünmesiz sistem, $J_h=11J_n$)



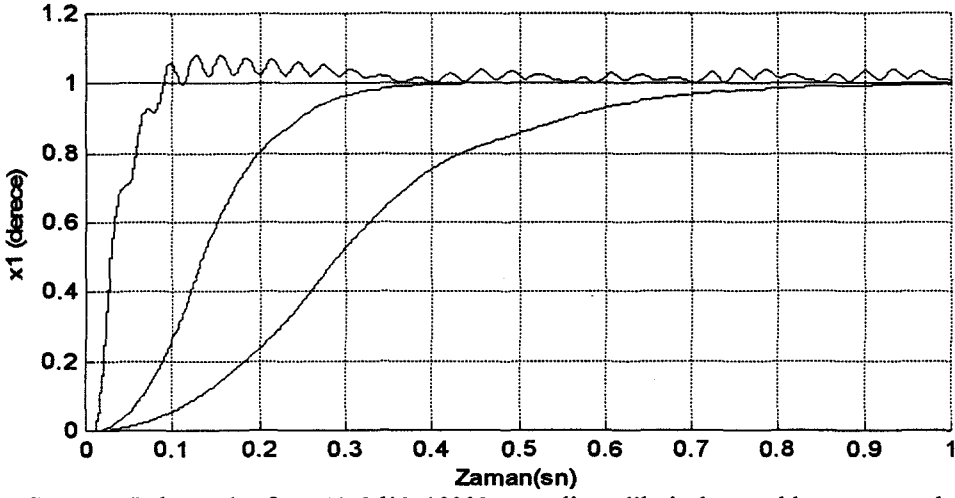
Şekil 5.8 $\theta_{ref}=1800^\circ$, III. durum için (a)benzetim, (b) deney sonuçları (sürtünmesiz sistem, $J_h=11J_n$)

5.6.2 Karşılaştırmalı Deneysel Sonuçlar

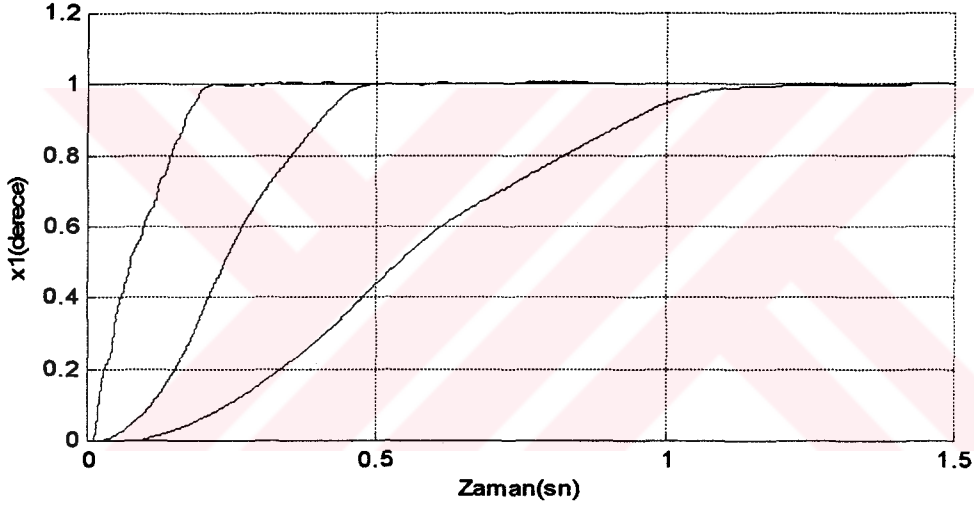
Bu kısımda, farklı belirsizlik ve bozucu durumlarında, değişik referans değerleri için alınmış deneysel cevaplar sunulmuştur. Ayrıca kontrolör parametrelerinin farklı değerlerinin etkilerinin anlaşılması için sonuçlar karşılaştırmalı biçimde çizdirilmiştir.

Parametre belirsizliği üst sınırları ilgili grafikte belirtilerek üç durumda, üçer tane konum referansı için sistemden alınan deneysel cevaplar Şekil 5.9, 5.10, 5.11’de görülmektedir. Bu şekillerde konum referansı çok küçülünce aşma ve sürekli durum hatalarının baş gösterdiğine dikkat edilmelidir. Bu hatalarda, deneysel sistemin ve motorun yeteneklerinin sınırlı olması ve örnekleme periyodunun da nispeten uzun kalmasının etkili olduğu söylenebilir.

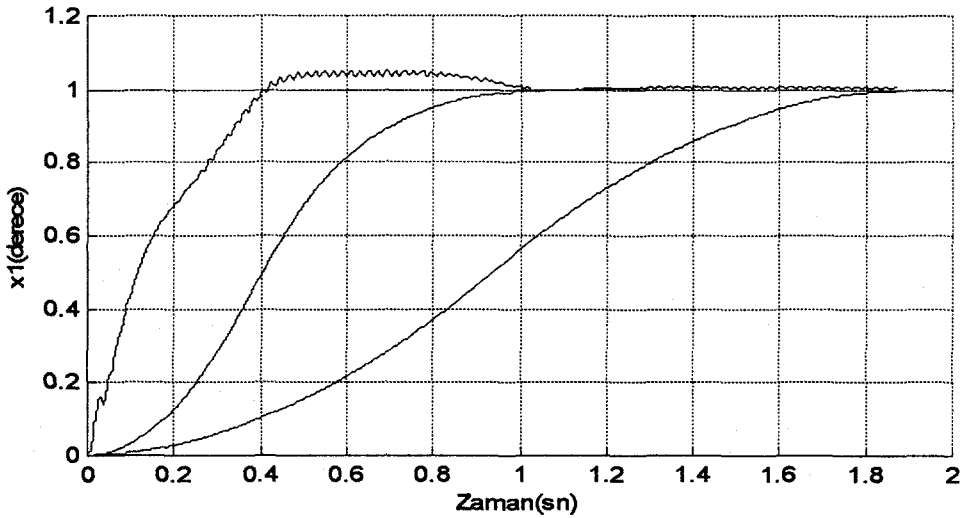
Şekil 5.12 (b) ve 5.13 (b)’de q parametresinin yükselmesiyle çatırtıyla birlikte sürekli durum hatasının olduğu görülmektedir. Şekil 5.13 (a)’da $q=0$ olunca başarısız bir erişme kipinin olduğu açıkça görülmektedir. Teoride olduğu gibi sadece $q \leq \frac{1}{T}$ şartının yeterli olmayıp q ’nun fazla büyük seçilmesinin sakıncalı olabileceği görülmektedir.



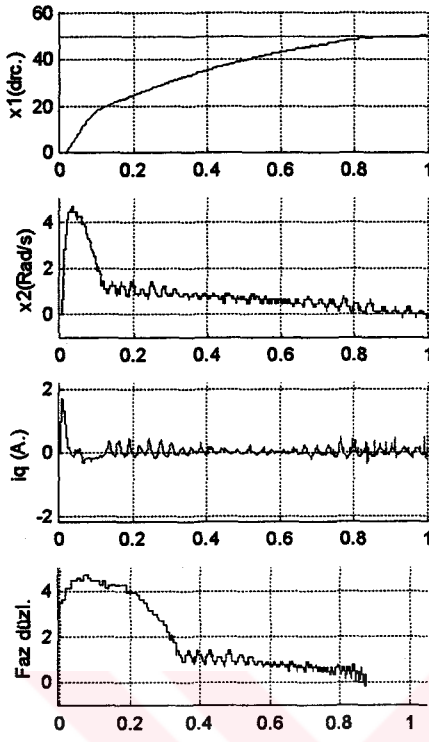
Şekil 5.9 I. durumda, $\theta_{ref}=10^\circ, 360^\circ, 1800^\circ$ normalize edilmiş deneysel konum cevapları (sürtünlmeli sistem, $J_h=4J_n$)



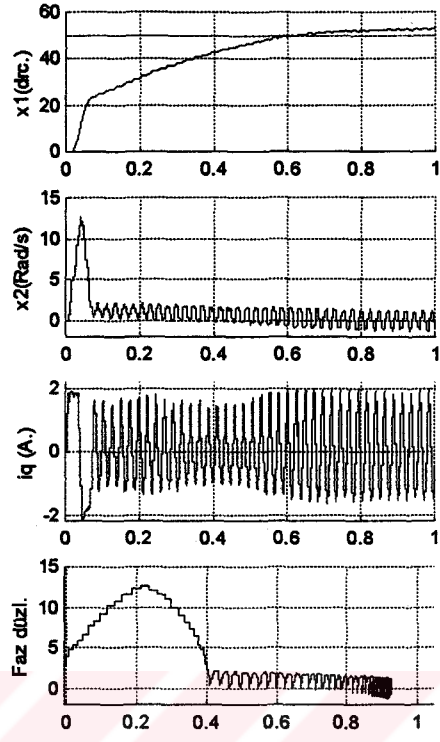
Şekil 5.10 II. durumda, $\theta_{ref}=10^\circ, 360^\circ, 1800^\circ$ normalize konum cevapları (sürtünlmeli sistem, $J_h=4J_n$)



Şekil 5.11 III. durumda, $\theta_{ref}=10^\circ, 360^\circ, 1800^\circ$ normalize konum cevapları (sürtünmesiz sistem, $J_h=11J_n$)

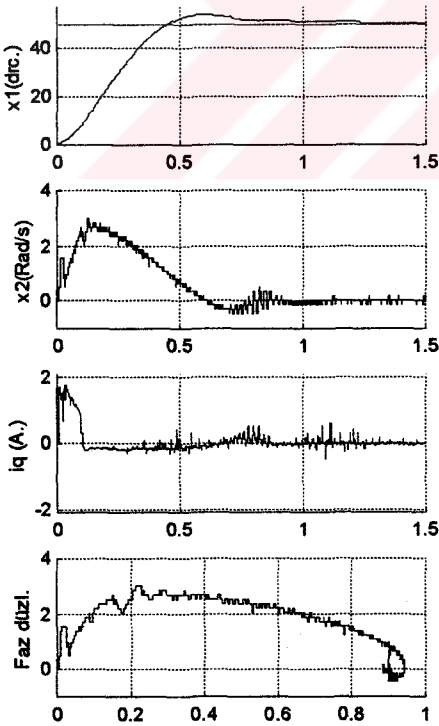


(a)

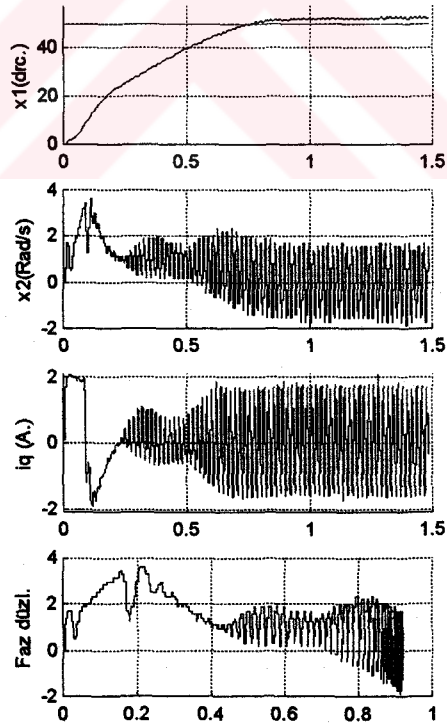


(b)

Şekil 5.12 $\theta_{ref}=50^\circ$, I. durumda q parametresinin etkisi ($J_h=11J_n$) (a) $q=0$, (b) $q=0.4/T$



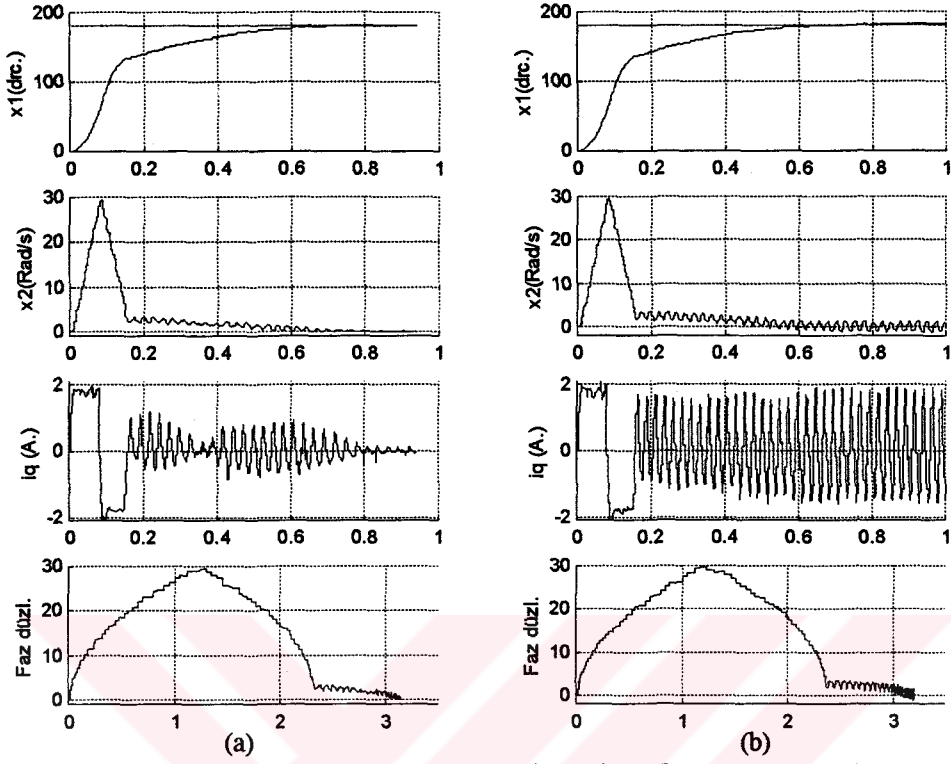
(a)



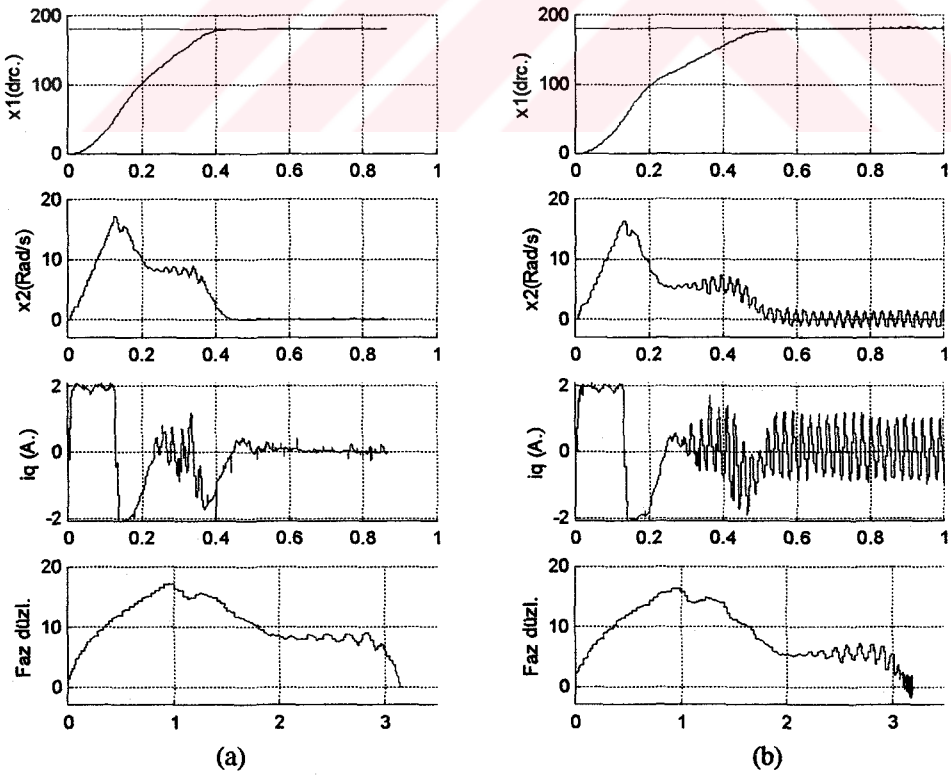
(b)

Şekil 5.13 $\theta_{ref}=50^\circ$, III. durumda q parametresinin etkisi ($J_h=11J_n$) (a) $q=0$, (b) $q=0.4/T$

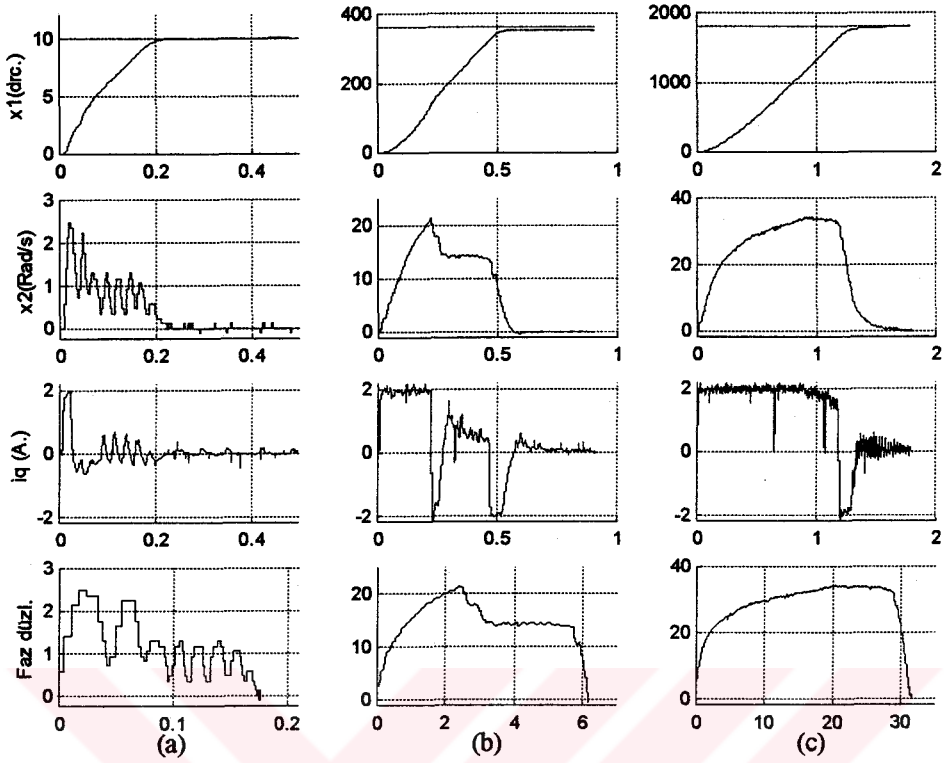
Şekil 5.14 ve 5.15’de ε ’nın artışıyla kayma kipinde ve sürekli durumda çatırtı oluştuğu açıktır.



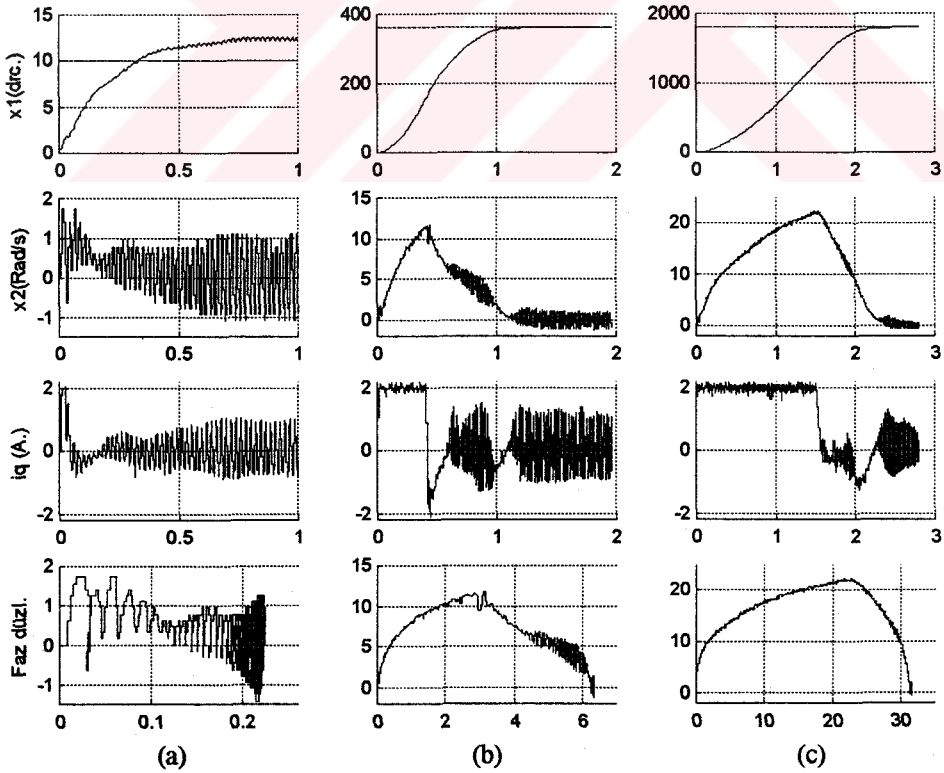
Şekil 5.14 $\theta_{ref}=180^\circ$, I. durumda ε parametresinin etkisi ($J_h=11J_n$) (a) $\varepsilon=0$, (b) $\varepsilon=0.25/T$



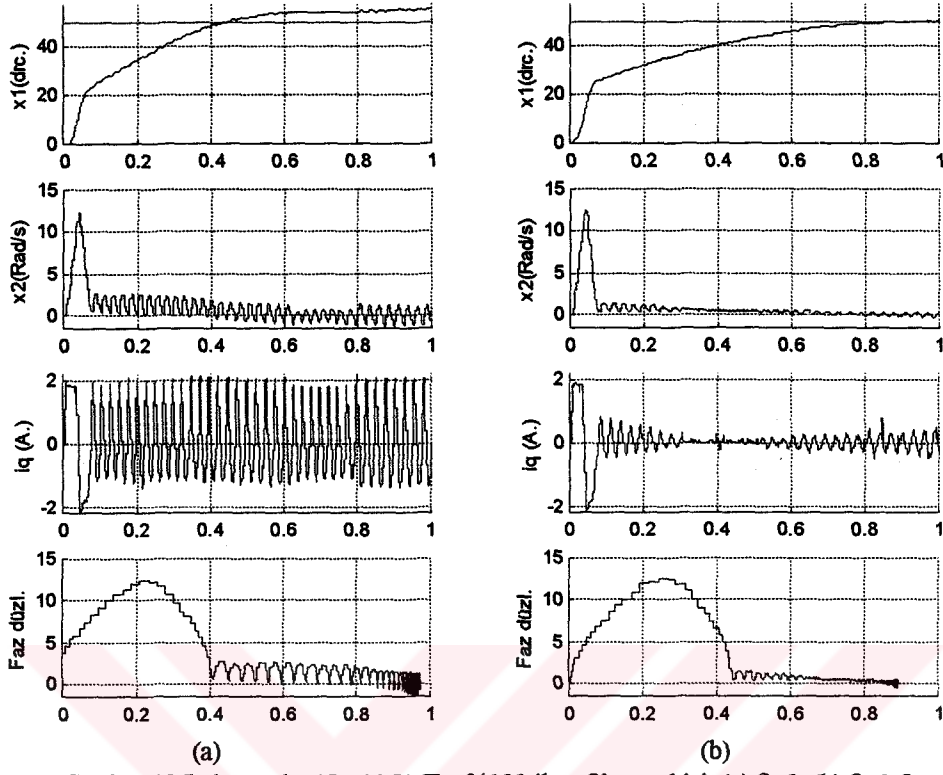
Şekil 5.15 $\theta_{ref}=180^\circ$, II. durumda ε parametresinin etkisi ($J_h=4J_n$) (a) $\varepsilon=0$, (b) $\varepsilon=0.25/T$



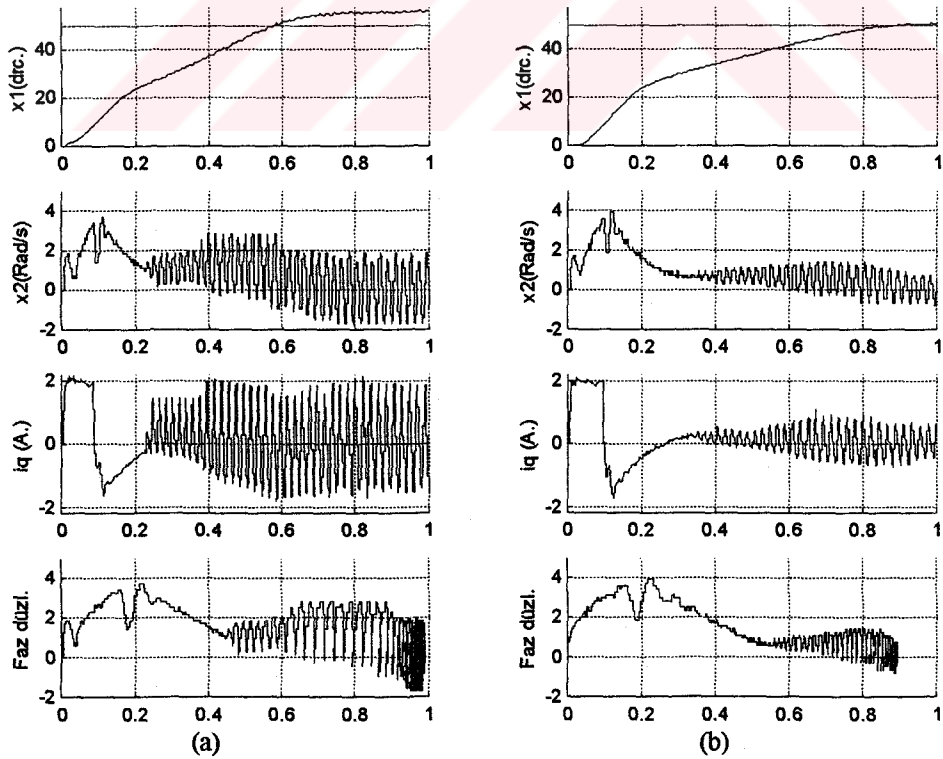
Şekil 5.16 II. durumda T_L 'nin etkisi (a) $\theta_{ref}=10^\circ$, (b) $\theta_{ref}=360^\circ$, (c) $\theta_{ref}=1800^\circ$



Şekil 5.17 III. durumda T_L 'nin etkisi (a) $\theta_{ref}=10^\circ$, (b) $\theta_{ref}=360^\circ$, (c) $\theta_{ref}=1800^\circ$



Şekil 5.18 I. durumda ($J_h=11J_n$) $T_L=\%100$ iken δ 'nın etkisi (a) $\delta=0$, (b) $\delta=1.5$

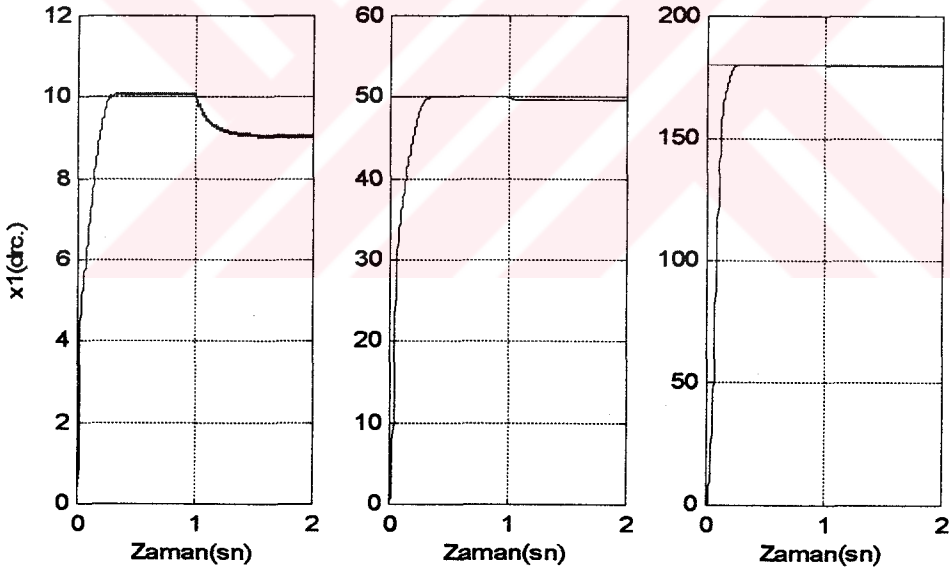


Şekil 5.19 III. durumda ($J_h=11J_n$) $T_L=\%100$ iken δ 'nın etkisi (a) $\delta=0$, (b) $\delta=1.5$

Fren yükünün üç ayrı konum referansındaki etkisi II. durum için Şekil 5.16'da ve III. durum için Şekil 5.17'de görülmektedir. Çatırtı üzerinde δ parametresinin etkisi yük altında daha iyi anlaşılır. Bu yüzden, I. durum için Şekil 5.18 (a)'da, III. durum için Şekil 5.19 (a)'da $\delta=0$ yapılıncaya oluşan çatırtı ve sürekli durum hataları gösterilmiştir.

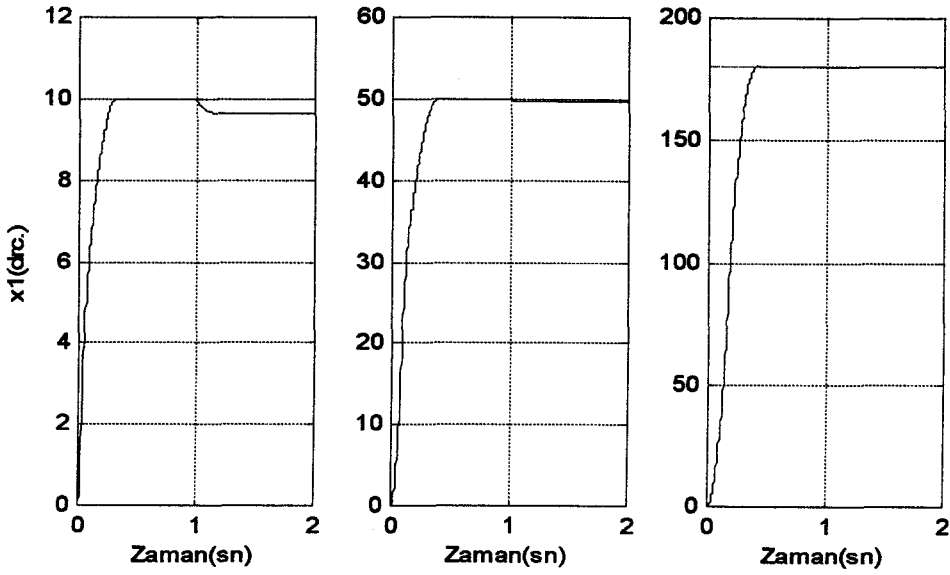
5.6.3 Sabit Yük Momenti için Benzetim Sonuçları

3. bölümde olduğu gibi bu bölümde de sabit bozucu girişine karşı dayanıklılığın incelenmesi, donanımın eksikliği sebebiyle deneysel olarak yapılamadığından, kısım 5.6.1'de doğruluğu gösterilen benzetim sonuçlarıyla yapılmıştır. Karşılaştırma için kısım 3.5.3'de olduğu gibi, üç ayrı parametre belirsizliği durumunda üçer konum referansı için motorun üretebildiği maksimum momentin %40'ı oranında sabit yükle (yaklaşık tam yük) yüklendiği durumlar göz önüne alınmıştır. Özellikle yük momentinin etkili olduğu düşük konum referansları için alınan konum cevapları edilerek aşağıda sunulmuştur.

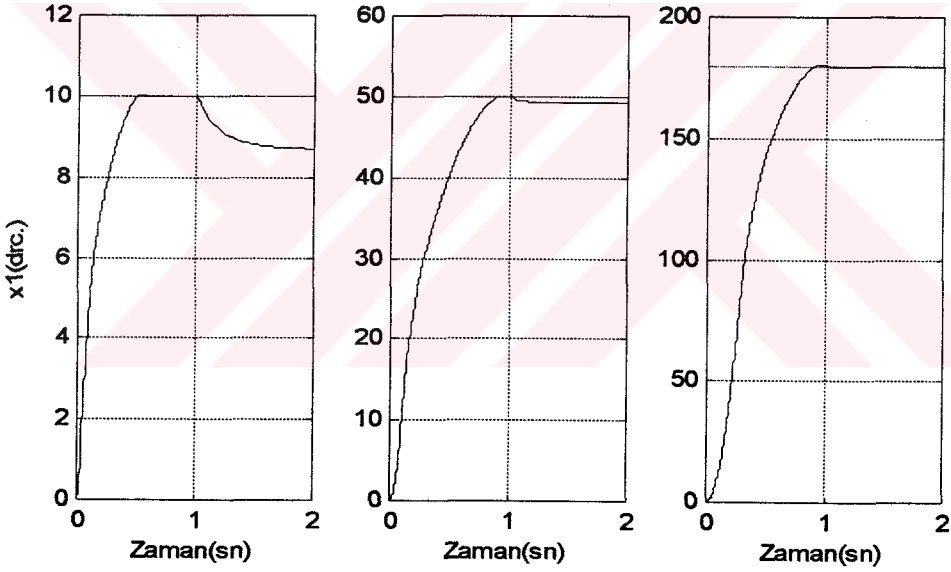


Şekil 5.20 I. durumda $t=1$ sn.'de $T_L=0.4u_{\max}$ iken, $\theta_{ref}=10^\circ, 50^\circ, 180^\circ$ için konum cevapları, ($J_h=4J_n$)

KKYMKK yöntemiyle kayma yüzeyi eğiminin referansa yaklaştıkça artacak şekilde tasarlanmasının etkisiyle kısım 3.5.3'de görülen sürekli durum hataları başarılı şekilde azalmıştır. Konum referansının çok düşük olmadığı durumlarda Şekil 5.20, 5.21 ve 5.22'de görüldüğü gibi tam yük oranı kadar bir yük momentine karşı sürekli durum hatası oldukça azaltılmıştır.



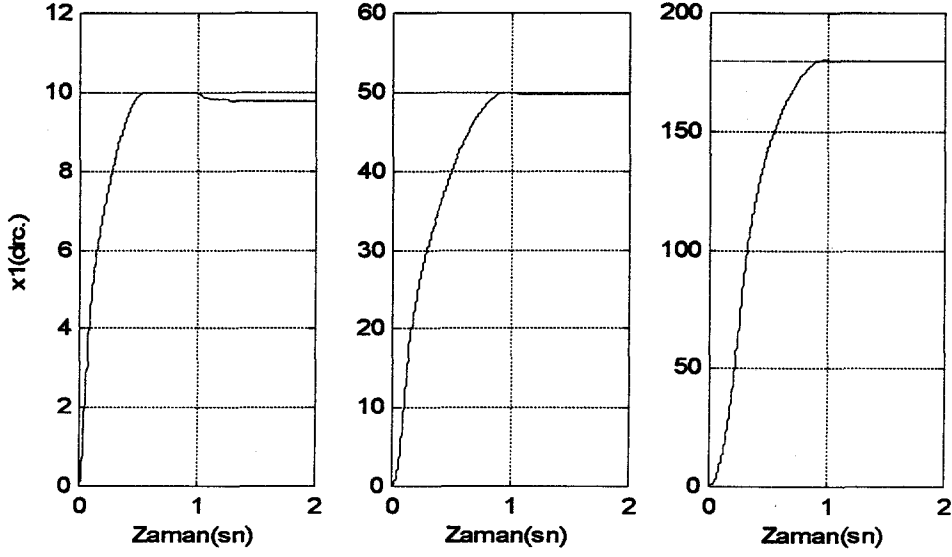
Şekil 5.21 II. durumda $t=1\text{sn.}$ 'de $T_L=0.4u_{\max}$ iken $\theta_{ref}=10^\circ, 50^\circ, 180^\circ$ için konum cevapları, ($J_h=4J_n$)



Şekil 5.22 III. durumda $t=1\text{sn.}$ 'de $T_L=0.4u_{\max}$ iken, $\theta_{ref}=10^\circ, 50^\circ, 180^\circ$ için konum cevapları, ($J_h=11J_n$)

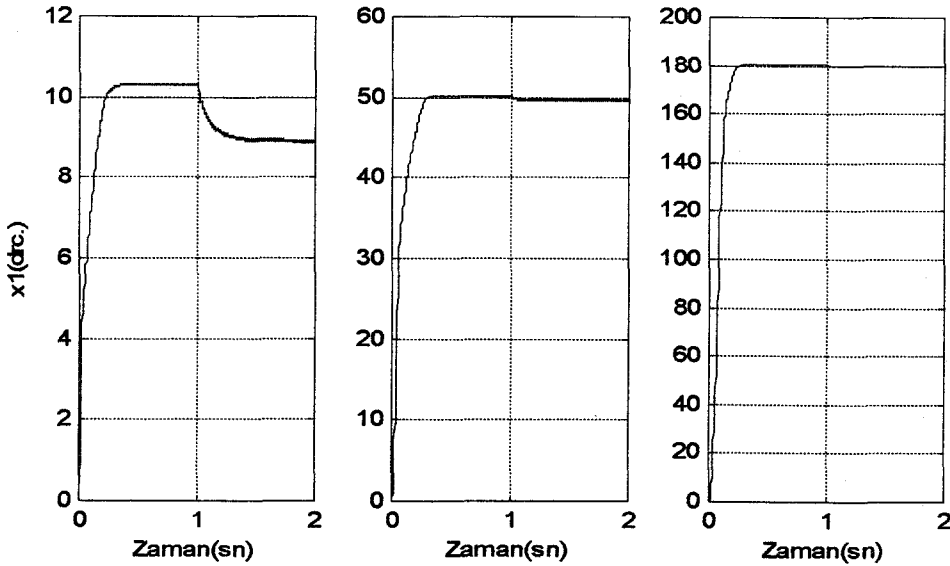
Ancak, referans değeri küçüldükçe, aşma oluşmaması için α çarpanı yardımıyla kayma yüzeyi eğiminin düşürülmesinin sonucu olarak, özellikle III. durumda referans değeri çok düşük olduğu zaman, %40 oranında bozucuya karşı sistemin sürekli durum hatasının arttığı görülmüştür. Doğal olarak, aşmadan tamamıyla kaçınıldığı için, parametre değişikliği çok büyükken, düşük referanslarda, konum kontrol sisteminde bozucunun etkisi tamamen giderilememiştir. Bu durumun çözümü ise, kontrol işaretinin süreklileştirmesinden yani çatırtıya karşı önlemden taviz verilmesidir.

**T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ**



Şekil 5.23 III. durumda $t=1\text{sn.}$ 'de $T_L=0.4u_{\max}$ iken, $\theta_{ref}=10^\circ, 50^\circ, 360^\circ$ için $\delta=0.35$ alındığında konum cevapları, ($J_h=11J_n$)

Şekil 5.23'de, çatırtıyı söndürmek amacıyla süreklileştirme yaklaşımında kullanılan δ parametresinin, performansa ne ölçüde etki edebildiği görülmektedir. Şekil 5.23'de, δ 'nın 0.35 değeri, çatırtı söndürmeyi sürdürürken, çok etkili şekilde performansı iyileştirmiştir. Ancak aynı δ değeriyle, I. durumda düşük konum referans değeri için kayma kipinde çatırtı oluşması Şekil 5.24'te görüldüğü gibi kaçınılmazdır. Benzer durum, 3. bölümde sunulan, klasik erişim kurallı kayma kipli kontrol yöntemi için de geçerlidir.



Şekil 5.24 III. durumda $t=1\text{sn.}$ 'de $T_L=0.4u_{\max}$ iken, $\theta_{ref}=10^\circ, 50^\circ, 360^\circ$ için $\delta=0.35$ alındığında konum cevapları

Sonuç olarak çatırtının tamamen söndürülmesi ile, hem çok geniş parametre değişim aralığında, hem de çok geniş konum referans aralığında başarılı olan yüksek performanslı ve dayanıklı mükemmel bir konum kontrolünün bağdaştırılması isteniyorsa süreklileştirme yaklaşımının daha karmaşık tasarımına gidilmelidir.



6. SONUÇ

6.1 Sonuçlar

Elektrik sürücü sistemlerinin önemli bir uygulama alanı olan konum kontrol sistemlerinde sıkça rastlanan parametre belirsizliklerine ve bozucu etkenlere karşı dayanıklı bir kontrol yöntemi olan kayma kipli kontrol yöntemine dayalı genel amaçlı bir konum kontrol sistemi tasarlanmıştır. Teorik olarak değişmezlik özelliği kazandıran dayanıklı sistemlerin kurulmasını sağlayacak kadar iyi bir kontrol yöntemi olan Kayma Kipli Kontrol (KKK) yönteminin performansı, gerçek bir servomotor sisteminin parametrelerinin gerçekçi değişim sınırları içinde incelenmiştir. Ayırık-zamanlı erişim kuralı yaklaşımı kullanılarak tasarlanan kontrolörde erişim kipi ve kayma kipinin dinamiklerinin sırasıyla q , ε parametreleriyle belirlendiği gösterilmiştir. Benzetim sonuçlarından farklı olarak q parametresinin $q \leq 1/T$ olan teorik sınırlamasının pratikte yeterli olmadığı deney sonuçlarıyla gösterilmiştir. q değerinin yükselmesiyle sürekli durumda gereksiz bir çattırtı olduğu deney sonuçlarında görülmüştür. Bunun başlıca sebebi, vektör kontrollü motor sisteminin kapalı çevrim akım kontrolünden kaynaklanan gecikmeler gibi etkenlerdir.

Ayrık-zaman kayma kipli kontrol sistemlerinde kayma kipinin dinamiğini belirleyen s_k dizisinin kararlı ve azalan olması için gerekli şartları sağlayan belirsizliklere ve bozucu girişine karşı giderici bileşenler kontrolörün tasarımına konulmuştur. Gao ve diğ. [58] çalışmasında sadece ΔA belirsizliği dikkate alınmıştır. Fakat ΔB belirsizliğinin kaçınılmaz olarak $\tilde{K}$ gibi bir terimi doğurduğu görülmüştür. Bu yeni belirsizlik teriminin s_k dizisinin kararlılığına kötü etkisini giderecek bir K_c terimi tasarıma eklenmiştir. (J, B) parametrelerinde öngörülen sınırlar içinde meydana gelecek değişmelerin sistemin kayma kipini etkilememesi için D_o , E_c giderici terimleri eklenmiştir. Tüm belirsizlik ihtimallerine karşı, kontrolöre eklenmiş olan giderici bileşenlerin s_k anahtarlama fonksiyonunun dolayısıyla yarı-kayma kipinin dinamiğinin kararlı ve azalan olması için gereken matematiksel şartları sağladığı Tablo 3.1'de gösterilmiştir. Tasarlanan kontrolörde tüm giderici bileşenlerin kaldırılmasının performansta bir miktar kötüleşme doğurduğu benzetim sonuçlarında görölse de deneysel sonuçlarda belirgin olarak görülememiştir. Bunun sebepleri, Gao ve diğ. [58]'den farklı olarak durum değişkenlerinin belirli bir sabit değerde kalacağı kabul edilmeyip, giderici bileşenlerin durum değişkenlerinden bağımsız alınmasıyla çarpım durumunda kalan konum kontrolünde hız referansının sıfır olmasından dolayı bu bileşenler kayma kipinde etkisiz kalmıştır. Fakat bu bileşenlerin hız referansı sıfır olmayan bir sistemde etkili olmayacağı söylenemez.

Benzetim sonuçları ile tam bir uyum gösteren deneysel sonuçlar elde edilmiştir. Böylece sistemin tüm davranışını inceleyip iyi ve kötü yönlerini açığa çıkaran karşılaştırmalı sonuçlar deneysel ağırlıklı olarak verilmiştir.

Hem erişim kuralı yaklaşımında q , ε parametrelerinin uygun seçilmesiyle hem de özellikle bozucu girişine karşı eklenmiş olan T_{Lc} bileşeni için gerekli olan süreklileştirme yaklaşımı kullanılmasıyla KKK'un klasik problemi olan çatırtının giderilmesi başarılmıştır.

Elde edilen sonuçlardan, başarılı bir erişim kipinden sonra kayma kipi olduğu takdirde konum referansı ve parametre değişimi ne olursa olsun kayma yüzeyi sabit olan bir kontrolör ile çıkış performansının yaklaşık aynı yerleşme zamanı ile gerçekleştiği gözlenmiştir. Böylesi bir davranış kayma kipli kontrolün "dayanıklılık" özelliğini göstermektedir. Fakat referans değeri ve/veya parametre değişimi arttıkça erişme kipinin fazlaca uzun sürdüğü, performansın kötüleşerek ve çıkışta aşmaların olduğu görülmüştür. Bu durum karşısında parametre belirsizliği ve konum referansı değerinin dikkate alınarak zamanla değişen bir kayma yüzeyi tasarımının gerekli olduğu görülmüştür. Konum kontrolünün doğası gereği büyük bir λ değeri (yüksek kazanç) sistemde aşmaları artırırken; düşük bir λ değeri bozucu girişinden kaynaklanan sürekli durum hatasına karşı koyamayacaktır. Bu yüzden λ seçiminin zamanla değişen bir şekilde referansa yaklaştıkça artırılmasının faydalı olacağı açıktır.

Pratik sebeplerle gerçekleştirilmesi ancak hiçbir modelleme hatası olmadığı zaman mümkün olan, ancak çok iyi bir performans sunan ideal minimum-zaman kontrol (bang-bang) yönteminin çalışma mantığı açık bir şekilde sunulmuştur. Pratik olarak uygulanabilir, dayanıklı bir minimum zaman kontrolünün yörüngesinin sistem tarafından izlenebilmesi için yeterli sayısal ve analitik çözümler geliştirilmiştir. Minimum-zaman kontrolün durum yörüngelerinde, gerekliliği Bölüm 3'de gösterilen yüksek bir performans sağlayan λ değerleri gibi referansa yaklaştıkça sonsuza doğru yükselen bir eğim bulunmaktadır. Ayrıca her referans değeri için uygun eğimlere sahip yörüngeler de minimum-zaman kontrolden elde edilebilir.

Bu tezde Kayma Kipli Yaklaşık Minimum-zaman Konum Kontrolü (KKYMKK) adı verilen bir yöntem geliştirilmiştir. Bu yöntemde minimum-zaman konum kontrol yönteminin yörüngesi yardımıyla KKK'un performansını düzeltmeyi amaçlayan zamanla değişen bir kayma yüzeyi tasarlanmıştır. Oluşturulan kayma kipli kontrol yönteminin erişme kipi bang-bang kontrolün maksimum ivmelenme safhasına benzer şekilde tasarlanmıştır. Erişme kipi iki kritere bağlı olarak sürdürülmüştür. Birincisi, sayısal yöntemle bulunan en düşük parametre değerlerine ait optimal anahtarlama zamanlarına; ikincisi ise en büyük parametre değerleri için bulunan belirli hata oranlarına ulaşılması şartlarıdır. Maksimum ivmelenmenin kesileceği bu zaman ve oran değerlerine sırasıyla T_{limb} , β adı verilmiştir. Kayma kipinde ise sistem yörüngesi, en büyük parametre değişim değerlerinin optimal yörüngesine yönlendirilmiş ve referans değeri düştükçe

aşmadan korunmak için bir α çarpanı yardımıyla bu yörünge'nin alt yörüngelerine geçilmiştir. Benzetimler yardımıyla α çarpanı, referans değerine bağlı olarak bir “tanh” fonksiyonu olarak seçilmiştir. β oranı ise, maksimum değeri 0.45 değeriyle sınırlanarak α değerine eşit seçilmiştir.

Öngörülen parametre değişim sınırları içinde yönlendirilen yörüngeyi sistemin yakalaması garanti edilirken T_{linf} süresiyle gereksiz şekilde yerleşme zamanının en büyük parametre değişiminin süresi kadar uzaması engellenmiştir. Yani sistemin konum referansı değerine bağlı olarak belirlenen yörüngeye yönelmeden önce bir maksimum ivmelenme safhasıyla bang-bang kontrolün ilk yarısına benzer hızlı cevap vermesi sağlanmıştır.

Parametre değişim aralığı genişletildikçe ve referans değeri düştükçe aşmanın önüne geçmek için α çarpanıyla alt yörüngelere inilmesi performansı gittikçe düşürecektir. Yani yerleşme zamanı uzayacak ve büyük değerli bozucu girişinin sürekli durum hatasına etkisi tam olarak giderilemeyecektir.

Sistemin yönlendirildiği optimal yörünge'nin izletilebilmesi için herhangi bir x_{1k} değerine karşı gelen x_{2opt} değeri, sürtünmenin ihmal edildiği anahtarlama denklemi için analitik olarak kolayca bulunur. Ancak sürtünmenin dahil olduğu S_{opt} denkleminde x_{2opt} analitik olarak bulunamadığından çözüm için ikili arama yöntemi adı verilen bir sayısal yöntem geliştirilmiş ve deneysel sistemde başarıyla uygulanmıştır. Ancak deneysel olarak sistemin genel olarak performansında önemli bir etki göstermeyen sürtünme katsayısının dahil edilmesi hesaplama zamanını artırmıştır. Eğer büyük konum referansları ve yüksek hızlar bulunan bir konum kontrolü yapılacak olursa sürtünmenin hesaba katılması uygun olacak, hesaplamaların uzaması da problem oluşturmazacaktır.

6.2 Öneriler

3. bölümde tasarımı sunulan kayma kipli kontrolörde yer alan D_c , E_c ve K_c giderici terimlerinin etkisi hız kontrolü gibi değişik amaçlı diğer kontrol sistemlerinde daha etkili olarak görülebilir. Genel olarak parametre belirsizliklerinin hem ΔA hem de ΔB olarak dikkate alınmasının faydalı olacağı yeni uygulamalar üzerinde çalışılması önerilir.

Bu tezde, KKK tasarımı için kullanılan erişim kuralı yaklaşımından başka kısım 2.5'te özetlenen diğer yaklaşımların da kullanılması ve özellikle uygulamadaki performansa yansıtacak etkilerinin bilimsel olarak değerlendirilmesi önerilir.

Kayma yüzeyi tasarımı için bu tezde kullanılan bir optimizasyon yaklaşımından başka kök değeri atama gibi bilinen diğer yöntemlerin de konum kontrol sistemine uygulanmasıyla pratik problemlerin çözülebilme başarılarının karşılaştırılması bu yöntemin pratik üstünlüğünü pekiştirmek için yapılabilir.

Bu tezde tasarımı yapılan konum kontrolü genel amaçlı bir sisteme yönelik olurken, pratikte gerçek bir makine veya tezgah gibi bir özel problemde hassasiyet, aşma, sürekli durum hatası, parametre belirsizlik sınırları ve yerleşme zamanı gibi kriterlerin tanımlandığı belirli uygulama alanlarına yönelik tasarımlara gidilebilir.

Çatırtı söndürme üzerine bilinen veya yeni farklı yaklaşımların performansa etkisi olacaktır. Çatırtı söndürmek için süreklileştirme yaklaşımındaki δ parametresinin, sistem parametrelerinin değişimine uyarlanması, gerçek atalet katsayısı arttıkça δ 'nın küçültülmesi gibi, pratiğin gereklerine uygun tasarımlar yapılabilir.

Adaptif yöntemler veya akıllı kontrol yöntemleriyle bu tezde sunulan yöntem desteklenebilir. Bu tür yaklaşımların deneysel olarak uygulanıp performansta yapacakları iyileştirmeler tartışılmaya değer görülmektedir.



KAYNAKLAR

1. Dorf, R., 2001, *Modern Control Systems*, Prentice-Hall, 833s.
2. Garofalo, F., Glielmo, L., 1996, *Robust Control via Variable Structure and Lyapunov Techniques*, Springer-Verlag, 307s.
3. Zinober, A. S. I., 1994, *Variable Structure and Lyapunov Control*, Springer-Verlag, 401s.
4. Slotine, J.J.E. and Li W., 1991, *Applied Nonlinear Control*. Englewood Cliffs, NJ; Prentice-Hall, 352s.
5. Akpolat, Z. H., Asher, G.M., and Clare J.C., 2000, A Practical Approach to the Design of Robust Speed Controllers for Machine Drives, IEEE Transactions On Industrial Electronics, Vol. 47, No.2, 315-324.
6. Myszkowski, P., 1994, Robust control of linear discrete-time systems, Systems Control Lett. 22, 277-280.
7. Erbatur, K., Kaynak, M.O., Sabanovic, A., 1999, A Study on Robustness Property of Sliding Mode Controllers: A Novel Design and Experimental Investigations, IEEE Tran. On Ind. Electronics, Vol 46, No. 5, 1012-1018.
8. Kim, K.-S., Park, Y., and Oh, S.-H., 2000, Designing robust sliding hyperplanes for parametric uncertain systems: a Riccati approach, Automatica 36 1041-1048.
9. Chen, F., Fukuda, T., 1998, Robust adaptive quasi-sliding mode controller for discrete-time systems, Systems & Control Letters 35, 165-173.
10. Wang, W.-J., Wu, G.-H., Yang, D.-C., 1994, Variable structure control design for uncertain discrete-time systems, IEEE-Transactions-on-Automatic-Control. Vol. 39, 99-102.
11. Haskara, İ., Özgüner, Ü., Utkin, V., 1997, Variable Structure control for Uncertain Sampled Data Systems, IEEE Preceedings of 36th Conference on Decision Control San Diego California USA Dec. 3226-31.
12. Corradini M.L., Orlando, G., 1997, A Discrete Adaptive Variable-Structure Controller for MIMO Systems, and Its App. to an Underwater ROV, IEEE-Transactions on Control Systems Technology, Vol.5 No.3 349-59.
13. Iordanou, H.N., Surgenor, B.W., 1997, Experimental Evaluation of The Robustness Of Discrete Sliding Mode Control Versus Linear Quadratic Controller, IEEE-Transactions on Control Systems Technology, Vol.5 No.2, 254-60

14. Lee, P.-M., Oh, O.-J., 1998, Discrete-Time Quasi-Sliding Mode Tracking Control Of Uncertain Systems With Long Sampling Interval, *International Journal Of Systems Science* Vol. 29 N.8, 899-906
15. Lee, R. C., Wang, W. J., 1995, Robust Variable Structure Control Synthesis In Discrete-Time Uncertain Systems, *Control theory and Advanced technology* Vol. 10 No.4 Part:4, 1785-96
16. Choi, H.H., Chung, M. J., 1994, Estimation of Asymptotic stability Region of Uncertain systems with Bounded Sliding mode Controllers, *IEEE-Transactions-on-Automatic-Control*. Vol.39 No.11, 2275-79
17. Kaynak, O., Denker, A., 1993, Discrete-time sliding mode control in the presence of system uncertainty, *International Journal of Control*, Vol. 57, Issue 5, 1177
18. Eun, Y.; Cho, D.-I. D., 1999, Robustness of multivariable discrete-time variable structure control, *International Journal of Control*, Vol. 72, Issue 12, 1106-1115.
19. Chan, C. Y., 1999, Sliding mode control of an induction motor with unknown load: application on a digital-signal-processor-based system, *International Journal of Systems Science*, Vol. 30, No.8, 849-863.
20. Chan, C. Y., 1994, Robust discrete-time sliding mode controller, *Systems & Control Letters* 23 , 371-374.
21. Wang, -W.-J., Lee, R.-C., Yang, D.-C., 1996, Sliding mode control design in multi-input perturbed discrete-time systems, *Journal-of-Dynamic-Systems,-Measurement-and-Control*. Vol. 118, 322-7.
22. Misawa, E.A., 1997, Discrete-time sliding mode control for nonlinear systems with unmatched uncertainties and uncertain control vector, *Journal of Dynamic Systems Measurement & Control*, Vol. 119 Issue 3, 503-512.
23. Chan, M.-L, Tao, C.W., Lee, T.T., 2000, Sliding mode controller for linear systems with mismatched time-varying uncertainties, *Journal of the Franklin Inst.* 337, 105-115.
24. Eun, Y., Kim, J.-H., Kim, K. and Cho, D.I., 1999, Discrete-Time Variable Structure Controller with a Decoupled Disturbance Compensator and Its Application to a CNC servomechanism, *IEEE Transactions On Control Systems Technology*, Vol. 7, No. 4, 414-423.
25. Hung, J.Y., Gao, W.B. and Hung, J.C., 1993, Variable structure control : A survey, *IEEE Trans. Ind. Electron.*, Vol. 40, no. 1, 2-22.
26. Spurgeon, S. K., Edwards, C., 1998, *Sliding Mode Control Theory and Applications*, Taylor&Francis, 237s.

27. Franklin, G.F., Powell, J.D. and Workman, M.L., 1990, *Digital Control of Dynamic Systems*. Addison-Wesley, 841s.
28. Workman, M. L., 1987, U.S. Patent no:4,679,403: Digital Servo Control System for a Data Recording Disk File, IBM Corporation, San Jose, Calif.
29. Bekiroğlu, N., 1996, Adaptive sliding surface design for sliding mode control systems, Boğaziçi Üniversitesi, Doktora tezi, 348s.
30. Muñoz, D., Sbarbaro, D., 2000, An Adaptive Sliding-Mode Controller for Discrete Nonlinear Systems, *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, Vol. 47, No. 3, 574-581.
31. Bartolini, G., Ferrara, A., Utkin, V. I., 1995, Adaptive Sliding Mode control in Discrete-Time Systems, *Automatica* Vol 31, No.5, 769-73.
32. Utkin., V. I., 1992, *Sliding Modes in Control and Optimization*. Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, 286s.
33. Leonhard, W., 2001, *Control of Electrical Drives*, Springer-Verlag, 460s.
34. Guo, G. X., Zhang, D. Q., 2000, Discrete-time sliding mode proximate time optimal seek control of hard disk drives, *IEE Proc.-Control Theory Appl.*, Vol 147, No. 4, 440-446.
35. Guo, G., Wang, Y., Zhou, R., Zhou, J., 2001, Improved proximate time optimal sliding mode control of hard disk drives, *IEE Proc.-Control Theory Appl.*, Vol 148, No 6, 516-522
36. Itkis, 1976, Y. *Control Systems of Variable Structure*. New York: Wiley, 214s.
37. Utkin, V.I., 1977, Variable Structure Systems with Sliding Modes, *IEEE Trans. On Automatic Control*, Vol. 22, No 2, 212-222.
38. Utkin, V.I., 1987, Discontinuous Control Systems: State of the Art in theory and Application, *Proc. 10th IFAC*, 25-44.
39. DeCarlo, R. A., Zak, S. H., and Mathews, G. P., 1988, Variable Structure Control Nonlinear Multivariable Systems: A Tutorial, in *Proc. IEEE*, Vol 76 no.3, 212-232.
40. Emelyanov, S. Y., 1967, *Variable Structure Control Systems*, Moskova, Nauk, (Rusça), 316s.
41. Utkin., V. I., 1993, Sliding Mode Control Design Principles an Applications to eletric Drives, *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 40, no. 1, 23-30.
42. Utkin, V. I., and Young, K.-K. D., 1978, Methods for constructing discontinuity planes in multidimensional variable structure systems, *Automation and Remote Contr.*, vol. 39, no. 10, 1466- 1470.

43. Gao, W.B., and Hung, J.C., 1993, Variable structure control of nonlinear systems : A new approach, *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 40, no. 1, 45-55.
44. Utkin V. I., Guldner, J., Shi, J., 1999, *Sliding Mode Control in Electromechanical Systems*, Taylor&Francis, 326s.
45. Sira-Ramirez, H., 1988, Differential geometric methods in variable structure control, *Int. Jour. Control*, Vol. 48 no 4, 1359-1390.
46. Adronov, A. A., Vitt, A. A., Khaikin, S. E., 1959, *Theory of Oscillation.*, Moscow: Fizmatgiz. (Rusça), 286s.
47. Flugge-lotz, I., 1953, *Discontinuous Automatic Control*. Princeton, NJ:Princeton University Press, 273s.
48. Kwatny H. G., and Siu, T. L., 1987, Chattering in variable structurce feedback systems, in *Proc. IFAC 10th World Congr.*, vol. 8, 307-314.
49. Bartolini,G. Ferrara, A. Usai, E., 1998, Chattering avoidance by second-order sliding mode control, *IEEE-Transactions-on-Automatic-Control*. V. 43 No.2, 241-6.
50. Wu-Chung Su., Drakunov, S.V., Ozguner, U., Young, K.D., 1993, Sliding mode with chattering reduction in sampled data systems, *Decision and Control, Proceedings of the 32nd IEEE Conference on* , vol.3, 2452 -2457
51. Golo, G., Milosavljevic, C., 2000, Robust discrete-time chattering free sliding mode control, *Systems & Control Letters*, Vol. 41, Issue 1, 15, 19-28.
52. Slotine, J.-J. E. and Sastry, S. S., 1983, Tracking control of nonlinear systems using sliding surfaces with application to robot manipulators, *Int. J. Contr.*, vol. 38, no. 2, 465-492.
53. Slotine, J.-J. E., 1984, Sliding Controller design for nonlinear systems, *Int. J. Contr.*, vol. 40, no. 2, 421-434.
54. Chang, F. J., Twu, S. H., and Chang, S., 1990, Adaptive chattering alleviation of variable structure systems control, *IEE Proc.*, Pt. D, vol. 137, no. 1, 31-39.
55. Espana, M. D., Ortega, R. S. and Espino, J. J., 1984, Variable slructure systems with chattering reduction: A microprocessor based design, *Automatica*, vol. 20, no. I, 133-134.
56. Luo, N. S. and Feng, C. B., 1989, A new method for suppressing high-frequency chattering in variable structure control systems, *IFAC Symp. on Nonlinear Control Systems Design*, Capri, Italy.
57. Zinober, A. S. I., EI-Ghezawi, O. M. E. and Billings, S. A., 1982, Multivariable variable-structure adaptive model following control systems, *IEE Proc.*, Pt. D, vol. 129, no.1, 6-12.

58. Gao, W., Wang, Y., Homaifa, A., 1995, Discrete-time Variable Structure Control Systems, IEEE Trans on Industrial Electronics, Vol. 42, no.2, 117-122.
59. Young, K. D., Utkin, V. I., and Özgüner, Ü., 1999, A Control Engineer's Guide to Sliding Mode Control, IEEE Trans. On Control Systems Technology, Vol 7, No 3, 328-342.
60. Dote, Y., Hoft, R.G., 1980, Microprocessor Based Sliding Mode Controller for dc Motor Drives, Ind. Applicat. Soc. Annu. Meeting, Cincinnati, OH.
61. Milosasljevic, D., 1985, General Conditions for the Existence of a Quasi-sliding Mode on the Switching Hyperplane in Discrete Variable Structure Control Systems, Automat. Remote Contr., Vol.46, 307-314.
62. Sira-Ramirez, H., 1991, Nonlinear Discrete Variable Structure Systems in Quasi-Sliding mode, Int. J. Control, vol. 54, 1171-1187.
63. Yu, X., Pots R. B., 1992, Analysis of Discrete Variable Structure Systems with Pseudo-Sliding modes, Int. J. Sys. Sci., Vol. 23, 503-516.
64. Sarpturk, S.Z., Istefanopulos, Y. and Kaynak, O., 1987, On the stability of discrete-time sliding mode control systems, IEEE Trans. Automatic Control, vol. 32, no. 10, 930-932.
65. Furuta, K., 1990, Sliding Mode Control of a Discrete-time System, Syst. And Contr. Letters., Vol.14, 145-152.
66. Guo, J., Zhang, X., 2002, Advance in Discrete-time Sliding Mode Variable Structure Control Theory, Proc. 4th World Congress on Intelligent Control and Automation, Shanghai, China, 878-882.
67. Bartoszewicz, A., 1998, Discrete-time Quasi-Sliding Mode Control Strategies, IEEE Trans. On Ind. Electronics, Vol. 45, No:4, 633-637.
68. Furuta, K., Pan, Y., 2000, Variable Structure Control with Sliding Sector, Automatica 36, 211-228.
69. Yu, X., Yu, S. 2000, Invariant Sliding Sector for Discrete Sliding Mode Control, Proceedings of the 39th IEEE Conf. On Decision and Control Sydney.
70. Ogata, K., 1995, *Discrete-time Control Systems*, Pren. Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 745s.
71. Sage, A. P., White, C. C., 1977, *Optimum Systems Control*, Englewood Cliffs, New Jersey Prentice Hall Inc., 413s.
72. Bryson, A. E. Jr., Ho, Y.-C., 1975, *Applied Optimal Control*, (Revised Printing) Taylor& Francis, USA, 481s.

73. Kirk, D. E., 1970, *Optimal Control Theory An Introduction* . Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 338s.
74. Park, M. -H., Won, C.-Y., 1991, Time Optimal control for Induction Motor Servo System, IEEE Tran. On Power Electr. V. 6 N. 3, 514-524.
75. Singh T., 1995, Fuel-Time Optimal Control of the Benchmark Problem, Journal of Guidance Control and Dynamics, Vol. 18, No:6, 1225-1231.
76. Shahian, B. and Hassul, M., 1993, *Control System Design using MATLAB*. Prentice-Hall, 435s.
77. Bayındır, M. İ., Alli, H., Özdemir, M., Can, H., 2000, Vektör Kontrollü Asenkron Motorun Minimum Zaman-Enerji Kontrolü, TOK'2000 Hacettepe Ün., ANKARA, 119-126.
78. Singh T., 1996, Effect of Damping on th Structure of Time-Optimal Controllers, Journal of Guidance Control and Dynamics, Vol. 19, No:15, 1182-84.
79. Workman, M. L., 1987, Adaptive Proximate Time-Optimal Servomechanisms, Ph.D. thesis, Stanford University, 264s.
80. Workman, M. L., Kosut, R. L. and Franklin G. F., 1987, Adaptive proximate time optimal servomechanisms: Continuous-time case In: Proceedings of the 1987 American Controls Conference. AACC. IEEE. 589-594.
81. Workman, M. L., Kosut, R. L. and Franklin G. F., 1987, Adaptive proximate timeoptimal servomechanisms: Discrete-time case In: Proceedings of the 26th IEEE Conference on Decision and Control, IEEE, 1548-1553.
82. Sivrioglu, S., Nonami, K., 1998, Sliding Mode Control With Time Varying Hyperplane For AMB Systems, IEEE-Transactions-on-Mechatronics. v. 3 nol, 51-59.
83. Akın E., 1994, Stator Akısı Üzerinden Asenkron Motorun Rotor Akısı Alan Yönlendirmesi İçin Bir Yöntem, Fırat Ün. Doktora Tezi, 178s.
84. Can H., 1999, Implementation of Vector Control for Induction Motor Drives, M.E.T.U., Master Thesis, 142s.
85. Vas, P., 1990, *Vector Control of AC Machines*. Oxford University Press, 332s.
86. Novotny, D. W., Lipo, T. A., 1996, *Vector Control and Dynamics of AC Drives*, Oxford Un. Press Inc, New York, 440s.
87. Bose, B.K., 1986, *Power Electronics and AC Drives*. Prentice-Hall, 736s.

ÖZGEÇMİŞ

Mehmet İlyas BAYINDIR

Fırat Üniversitesi
Teknik Bilimler Melek Yüksekokulu
Endüstriyel Elektronik Programı
23119, Elazığ

Tel : 424 – 2370000 – 6636
E.posta : mbayindir@firat.edu.tr

- 1972** Elazığ'da doğdu.
- 1988 – 1992** Fırat Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Elektrik – Elektronik bölümünden mezun oldu.
- 1993 – 1998** Harran Üniversitesi Şanlıurfa M.Y.O.'da Öğretim görevlisi olarak çalıştı
- 1993 – 1996** Fırat Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalında “Seri Uyarımlı Senkron Motorun Dinamik Davranış Modellemesi” konusunda yaptığı tez çalışması ile Yüksek Lisans eğitimini tamamladı.
- 1997 – ...** Fırat Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Elektrik – Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalında doktora tez çalışmasına başladı.
- 1998 – ...** Fırat Üniversitesi, Teknik Bilimler Melek Yüksekokulu Endüstriyel Elektronik Programında öğretim görevlisi olarak çalışmaktadır.

EK-1.2 Vektör Kontrollü Asenkron Motor Dinamik Modeli

Vektör kontrol veya alan yönlendirme yöntemi ile bir a.a. motorun, bir d.a. motorunda olduğu gibi akımın uyarma ve moment bileşenlerinin bağımsız olarak kontrolü sağlanır. Böylece a.a. motorunun momenti doğrudan belirlenebileceğinden yüksek performanslı konum veya hız kontrollü tahrik sistemlerine pek elverişli bir altyapı kurulmuş olur.

Sayısal işlemciler ve güç elektroniği devrelerindeki ilerlemelerle vektör kontrol uygulamalarının kolaylaşmasıyla, sağlamlığı ve ucuzluğu sebebiyle endüstride en yaygın motor çeşidi olan asenkron motorların kullanıldığı yüksek performanslı sürücüler de yaygınlaşmıştır.

Bir a.a. motorunun bir d.a. motoru gibi kontrol edilebilmesi için döner alanın durağan olarak tanımlanması gerekir. Döner bir büyüklük ise ancak döner bir çatıya göre durağan olabilir. Bu yüzden besleme frekansına bağlı ω_e hızında döner “senkron çatı” referans seçilmelidir. Asenkron motorun dinamik denklemleri senkron çatıda yazılarak d.a. büyüklükleri kullanılabilir. Senkron çatının reel ve imajiner eksenleri, sırasıyla “d” ve “q” kısaltmalarıyla belirtilir. Asenkron motorun senkron çatıdaki genelleştirilmiş d-q eksenlerine göre tanımlanan dinamik modeli aşağıdaki şekilde verilir [85-87]:

$$v_{sd} = \left(R_s + \sigma L_s \frac{d}{dt} \right) i_{sd} - \omega_e \sigma L_s i_{sq} + \frac{M}{L_R} \frac{d}{dt} \phi_{rd} - \omega_e \frac{M}{L_R} \phi_{rq} \quad (\text{EK-1.1})$$

$$v_{sq} = \left(R_s + \sigma L_s \frac{d}{dt} \right) i_{sq} + \omega_e \sigma L_s i_{sd} + \frac{M}{L_R} \frac{d}{dt} \phi_{rq} + \omega_e \frac{M}{L_R} \phi_{rd} \quad (\text{EK-1.2})$$

$$0 = -\frac{M}{L_R} R_R i_{sd} + \left(\frac{R_R}{L_R} + \frac{d}{dt} \right) \phi_{rd} - \omega_{sl} \phi_{rq} \quad (\text{EK-1.3})$$

$$0 = -\frac{M}{L_R} R_R i_{sq} + \left(\frac{R_R}{L_R} + \frac{d}{dt} \right) \phi_{rq} + \omega_{sl} \phi_{rd} \quad (\text{EK-1.4})$$

Sistemin moment denklemi

$$T_e = \left(\frac{3pM}{L_R} \right) (i_{sq} \phi_{rd} - i_{sd} \phi_{rq}) \quad (\text{EK-1.5})$$

burada p çift kutup sayısıdır. Rotor akısı alan yönlendirme için senkron çatının d eksen, rotor akısı eksenleriyle çakıştırılır. Sonuçta $\phi_{rq} = 0$ olacağından alan yönlendirmeye ait denklemler,

$$v_{sd} = \left(R_s + \sigma L_s \frac{d}{dt} \right) i_{sd} - \omega_e \sigma L_s i_{sq} + \frac{M}{L_R} \frac{d}{dt} \phi_{rd} \quad (\text{EK-1.6})$$

$$v_{sq} = \left(R_s + \sigma L_s \frac{d}{dt} \right) i_{sq} + \omega_e \sigma L_s i_{sd} + \omega_e \frac{M}{L_R} \phi_{rd} \quad (\text{EK-1.7})$$

$$0 = -\frac{M}{L_R} R_R i_{sd} + \left(\frac{R_R}{L_R} + \frac{d}{dt} \right) \phi_{rd} \quad (\text{EK-1.8})$$

$$0 = -\frac{M}{L_R} R_R i_{sq} + \omega_{sl} \phi_{rd} \quad (\text{EK-1.9})$$

$$T_e = \left(\frac{3pM}{L_R} \right) i_{sq} \phi_{rd} \quad (\text{EK-1.10})$$

haline gelir. Genellikle rotor akısı

$$\phi_{rd} = M i_{mrd} \quad (\text{EK-1.11})$$

olarak yazılır. Burada i_{mrd} rotor alan akımıdır. Rotor devresinin zaman sabiti $\tau_R = L_R / R_R$ olmak üzere (EK-1.11) ifadesi (EK-1.8), (EK-1.9) ve (EK-1.10) denklemlerinde yerine konulursa,

$$\tau_R \frac{di_{mrd}}{dt} + i_{mrd} = i_{sd} \quad (\text{EK-1.12})$$

$$\omega_{sl} = \frac{i_{sq}}{\tau_R i_{mrd}} \quad (\text{EK-1.13})$$

$$T_e = \left(\frac{3pM^2}{L_R} \right) i_{mrd} i_{sq} \quad (\text{EK-1.14})$$

eşitlikleri bulunur. (EK-1.12)-(EK-1.14) denklemleri vektör kontrolün temel denklemlerini oluşturur. (EK-1.12) denklemi d.a. motorunun uyarma devresinin denklemiyle doğrudan benzerlik içindedir. Sürekli durumda $i_{sd} = i_{mrd}$ olacağı açıktır. Bu yüzden i_{sd} akımı sürekli durum alan akımı olup motorun rotor akısıyla aralarında doğru orantı ilişkisi bulunur. i_{sd} akımına stator akımın uyarma bileşeni de denilir. Moment kontrolü amacıyla, genel olarak motorun ϕ_{rd} akısının sabit kalması istendiğinden $i_{sd} = i_{mrd}$ şeklinde alan akımı sabit tutulur. Denklem (EK-1.12) sadece alan zayıflatma kontrolünde önemli olmaktadır. (EK-1.14) denklemi d.a. motorunun $T_{dc} = K i_f i_a$ moment denklemine karşılık gelmektedir. Buradaki i_a endüvi akımı, d.a. motorunun moment akımı olurken, i_{sq} akımı da asenkron motorun moment akımı görevini almaktadır.

Vektör kontrolün gerçekleştirilebilmesi için, rotor akısının konumunu belirleyen θ_e açısının daima bilinmesi gerekmektedir. Rotor aksının konum açısı ya doğrudan ya da dolaylı olarak belirlenir. Doğrudan vektör kontrolü adı verilen yöntemde, rotor akısının konumu ya doğrudan ölçülür ya da bir rotor akısı gözleyicisi yardımıyla türetilir. Daha basitçe alternatif bir yaklaşım ise dolaylı vektör kontrol yaklaşımıdır. Bu yöntem (EK-1.13) kayma bağıntısı üzerine kurulmuştur. Çünkü (EK-1.13) bağıntısının sağlanması demek, i_{sd} akımının rotor akısıyla çakıştırılması ve böylece alan yönlendirmenin yapılmış olması demektir [85,86]. Bu yaklaşım gereği kayma hızının hesaplanmasında d, q akım referansları kullanılacaktır.

$$i_{s\alpha} = \frac{1}{\sqrt{2}} i_a \quad (\text{EK-1.17a})$$

$$i_{s\beta} = \frac{1}{\sqrt{6}} (i_b - i_c) \quad (\text{EK-1.17b})$$

eşitlikleriyle bulunur. θ_e açısı da, (EK-1.16) eşitliğiyle bulunduktan sonra, motorun d, q akımları,

$$i_{sd} = i_{s\alpha} \cos \theta_e + i_{s\beta} \sin \theta_e \quad (\text{EK-1.17c})$$

$$i_{sq} = i_{s\beta} \cos \theta_e - i_{s\alpha} \sin \theta_e \quad (\text{EK-1.17d})$$

denklemlerinden hesaplanır. Buradaki akım değerleri etkin değerler olmaktadır. (EK-1.17) dönüşümünün gerçekleştiği blok Şekil EK-1.2'de $e^{-j\theta_e}$ karmaşık işlemiyle gösterilmiştir. (EK-1.17) denklemleriyle yapılan dönüşümün karşılığı olarak d, q eksenindeki gerilim referanslarının üç faz anı değerlere dönüştürülmesi işlemleri

$$v_{s\alpha} = v_{sd}^* \cos \theta_e - v_{sq}^* \sin \theta_e \quad (\text{EK-1.18a})$$

$$v_{s\beta} = v_{sd}^* \sin \theta_e + v_{sq}^* \cos \theta_e \quad (\text{EK-1.18b})$$

$$v_a^* = \sqrt{2} v_{s\alpha} \quad (\text{EK-1.18c})$$

$$v_b^* = -\frac{1}{\sqrt{2}} v_{s\alpha} + \sqrt{\frac{3}{2}} v_{s\beta} \quad (\text{EK-1.18d})$$

$$v_c^* = -\frac{1}{\sqrt{2}} v_{s\alpha} - \sqrt{\frac{3}{2}} v_{s\beta} \quad (\text{EK-1.18e})$$

olup, Şekil EK-1.2'de $e^{j\theta_e}$ karmaşık işlemiyle temsil edilmiştir.

Stator akımlarının kesin kontrolü, kapalı çevrimde (EK-1.6) ve (EK-1.7) denklemlerine dayalı olarak ($i_{sd}=i_{mrd}$ olduğu kabulüyle) d, q akımları da geribeslenerek başanılır. Akım kontrolörleri, aşağıdaki denklemlere dayalı çalışır:

$$v_{sd} = \left(R_s + \sigma L_s \frac{d}{dt} \right) i_{sd} - \omega_e \sigma L_s i_{sq} \quad (\text{EK-1.19})$$

$$v_{sq} = \left(R_s + \sigma L_s \frac{d}{dt} \right) i_{sq} + \omega_e L_s i_{sd} \quad (\text{EK-1.20})$$

(EK-1.19) ve (EK-1.20) denklemleri, sırasıyla (EK-1.6) ve (EK-1.7) denklemlerinden türetilmiş olup sağ taraflarında ilave kenetleme ifadeleri olduğu görülmektedir. Bu yüzden, Şekil EK-1.2'de görüldüğü üzere akım kontrolörlerinin çıkışında kenetleme çözücü bağlantıları konulmuştur.

EK-1.3 Deney Setinde Kullanılan Test Motorunun Parametreleri

Nominal Güç: 3 Hp, 4 kutup

Nominal Gerilim: 380V, Y bağlı

Stator Direnci(25°C): 2.8 Ohm

Rotor Direnci(25°C): 2.2 Ohm (statora indirgenmiş)

Stator Kaçak Endüktansı: 15.1 mH

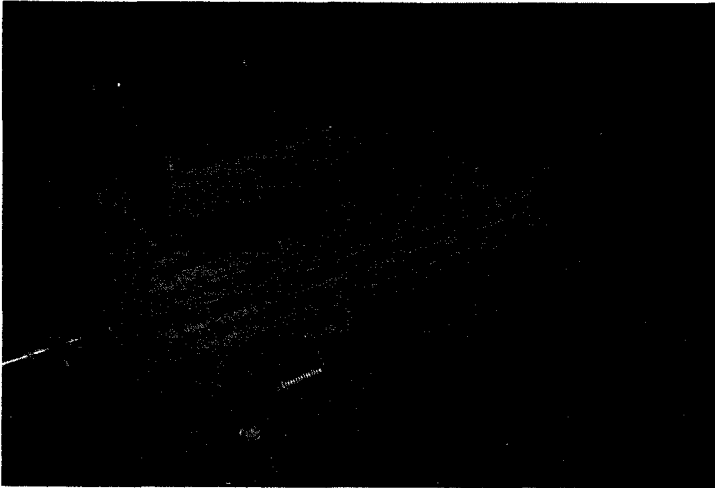
Rotor Kaçak Endüktansı: 15.1 mH (statora indirgenmiş)

Karşılıklı Endüktans: 215.1 mH

EK-1.4 Deney Setinin Genel Görünümü



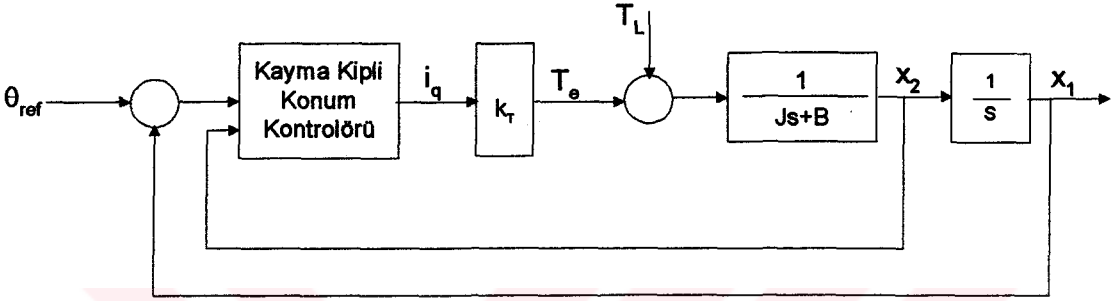
Şekil EK-1.3 Deney setinin genel görünümü



Şekil EK-1.4 Deneylerde kullanılan fren makinesi

EK-1.5 Servo Sistem Modelleme Yaklaşımı

Vektör kontrollü asenkron motor sistemine konum kontrolü uygulanarak bir servo sistem kurulmuştur. Bu sistemin modellenmesinde vektör kontrollü asenkron motorun elektriksel modele dayalı akım çevriminden kaynaklanan moment cevabındaki gecikmeler ihmal edilmiştir. Vektör kontrol algoritmasında, EK-1.14 denklemine göre, alan akımı bileşeni i_{sd} sabit tutularak, moment bileşeni i_{sq} kontrolör çıkışı olarak seçilmiştir. Bu şekilde, i_{sq} akımıyla ideal olarak doğrusal bir moment kontrolü yapıldığı kabul edilmiştir.



Şekil EK-1.4 Deneysel sistemin basitleştirilmiş blok diyagramı

Elektriksel modeli oldukça basitleşen motor sisteminin mekanik modeli Şekil EK-1.4'te görüldüğü gibi atalet katsayısı (J) ve sürtünme katsayısı (B) olarak iki parametre üzerine kurulmuştur. Bu parametreler, değeri bilinen sabit bir moment altında motorun açısal hızı ölçülerek hesaplanmıştır.

Hızlanma eğrisinin yaklaşık olarak sabit eğimli yükseldiği düşük hız bölgelerinde sürtünme momenti ihmal edilerek atalet katsayısı

$$J = \frac{T_e}{\left(\frac{\Delta \omega}{\Delta t} \right)} \quad (\text{EK-1.21})$$

bağıntısıyla hesaplanmıştır. Sürtünme katsayısı ise, düşük bir moment değeri altında motor sabit hızda (ω_s) çalışırken

$$B = \frac{T_e}{\omega_s} \quad (\text{EK-1.22})$$

eşitliğinden bulunmuştur. Bu kabullere göre yapılan testler sonucunda deney sisteminin nominal parametreleri,

$$J=0.0055 \text{ kg-m}^2$$

$$B=0.0011 \text{ kg-m}^2/\text{s}$$

olarak bulunmuştur.

T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURUMU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ