

FIRAT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

GELİŞİGÜZEL SINIRLARI OLAN KANALLARDA LAMİNER
AKIŞTAKİ HİDRODİNAMİK VE SICAKLIK PROBLEMLERİNİN
ELİPTİK GRID ÜRETİM YÖNTEMİ İLE BİLGİSAYARDA ANALİZİ



İBRAHİM UZUN

DOKTORA TEZİ
MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

1992
ELAZIĞ

FIRAT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

GELİŞİGÜZEL SINIRLARI OLAN KANALLARDA LAMİNER
AKIŞTAKİ HİDRODİNAMİK VE SICAKLIK PROBLEMLERİNİN
ELİPTİK GRİD ÜRETİM YÖNTEMİ İLE BİLGİSAYARDA ANALİZİ

İBRAHİM UZUN

DOKTORA TEZİ
MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

Bu tez ...21.01.1993.....tarihinde aşağıdaki jüri tarafından değerlendirilerek oybirliği
ile kabul edilmiştir.

(İmza)

Danışman

Prof.Dr.Mazhar ÜNSAL

(İmza)

Prof.Dr.Ömer Erkin PEREMECİ

(İmza)

Doç.Dr.Teoman AYHAN

ÖZET

Doktora Tezi

GELİŞİGÜZEL SINIRLARI OLAN KANALLARDA LAMİNER AKIŞTAKİ HİDRODİNAMİK VE SICAKLIK PROBLEMLERİNİN ELİPTİK GRİD ÜRETİM YÖNTEMİ İLE BİLGİSAYARDA ANALİZİ

İbrahim UZUN

Fırat Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Makina Mühendisliği Anabilim Dalı

1992, Sayfa:174

Sınırları düzensiz olan kanallardaki (irregular boundary ducts) akışlar üzerinde yapılmış olan kuramsal araştırmaların sayısı, düzensiz sınırların getirdiği zorluklar nedeniyle, çok kısıtlıdır. Bu çalışmada sınırları düzensiz olan kanallarda gelişmekte olan üç boyutlu ve tam gelişmiş laminar akışta hız ve sıcaklık dağılımlarının sayısal yöntemle hesaplanmasını içeren bir analiz tanıtılmaktadır. İncelenen karmaşık sınırlı laminar akış problemlerinin analizinde eliptik grid üretim yöntemi kullanılmış ve düzensiz sınırları olan fiziksel tanım kümeleri sayısal hesaplamaların kolaylıkla yapılabileceği dikdörtgen şeklindeki düzenli tanım kümelerine dönüştürülmüştür. Kısmi türevli denklemler ve sınır şartlarından oluşan ısı taşınım problemi de eliptik grid üretim yöntemi çerçevesinde sınırları düzenli olan tanım kümesi üzerinde geçerli bir probleme dönüştürülmüş, dönüştürülen problem sınırları düzenli olan tanım kümesi üzerinde sayısal yöntemle çözülmüştür.

Elde edilen sonuçlar literatürdeki dikdörtgen ve baklava kesitli kanallar için mevcut sonuçlar ile karşılaştırılmıştır.

ANAHTAR KELİMELER : Düzensiz sınırlar, tam gelişmiş akış, kanallarda akış, eliptik grid üretimi, laminar akış.

ABSTRACT

PhD Thesis

ANALYSIS OF HYDRODYNAMIC AND TEMPERATURE DISTRIBUTION DURING LAMINAR FLOW INSIDE IRREGULAR BOUNDARY DUCTS BY THE ELLIPTIC GRID GENERATION METHOD USING A DIGITAL COMPUTER

İbrahim UZUN

Firat University
Gradual School of Natural and applied Sciences
Department of Mechanical Engineering

1992, Page:174

The number of theoretical studies conducted on the irregular boundary ducts are quite limited because of difficulties due to irregular boundaries. In this study, an analysis based on numerical calculation of velocity and temperature distributions for three dimensional developing and fully developed laminar flows inside irregular boundary ducts is presented. The elliptic grid generation approach has been used to investigate the hydrodynamic and thermal problems inside irregular boundary ducts. The physical problem domains with irregular boundaries have been mapped into regular rectangular domains for easy numerical calculations. The partial differential equations and the boundary conditions formulated on the physical domain have been converted into problems valid on the computational domain. The converted problems have been solved by means of numerical methods on the computational domain with regular boundaries.

Results obtained from the present study have been compared with those available in the literature.

KEY WORDS: Arbitrary, irregular boundaries, fully developed flow in ducts, elliptic grid generation, laminar flow.

ÖNSÖZ

Bu tezin hazırlanmasında bizzat yardımlarını esirgemeyen danışman hocam sayın Prof.Dr.Mazhar ÜNSAL'a, tez çalışması süresince her zaman olduğu gibi hiçbir yardımdan kaçınmayan makina mühendisliği bölüm başkanı sayın Prof.Dr.Kazım PIHTILI'ya, tez çalışmamız boyunca eleştiri ve tavsiyelerini esirgemeyen Sayın Doç.Dr. Vedat TANYILDIZI'na ve Makina mühendisliğinin bütün çalışanlarına ayrıca tez çalışmasının kaçınılmaz ve çekilmez bilgisayar uygulamalarında büyük bir sabırla yardımcı olan Bilgi İşlem Merkezi çalışanlarına en içten teşekkürlerimi sunarım.

İbrahim UZUN

Makina Yüksek Mühendisi

ÖZET	
ABSTRACT	
ÖNSÖZ	
İÇİNDEKİLER	
ŞEKİLLER VE GRAFİKLER LİSTESİ	
TABLolar LİSTESİ	
SİMGELER LİSTESİ	

	<u>Sayfa</u>
1. GİRİŞ	1
2. TANIM KÜMESİ DÖNÜŞÜMÜ (MAPPING)	6
2.1. Düzgün Olmayan Sınırlı Kesitlerin Tanımı.....	6
2.2. Düzgün Olmayan Sınırların Düzgün Sınırlı Ortama Dönüşümü	7
2.3. Dönüşüm Fonksiyonlarının Türetilmesi.....	8
2.3.1. Birinci dereceden kısmi türevlerin dönüşümü	8
2.3.2. İkinci dereceden kısmi türevli denklemlerin dönüşümü	9
2.4. Sınır Fonksiyonlarının Dönüştürülmesi	14
2.5. Sonlu Farklar Çözüm Algoritması	18
3. GELİŞİGÜZEL KESİTLİ KANALLARDA HİDRODİNAMİK OLARAK TAM GELİŞMİŞ LAMİNER AKIŞTA SICAKLIK PROBLEMİNİN İNCELENMESİ	27
3.1. Sabit Duvar Sıcaklığı Sınır Şartı.	28
3.1.1. Sabit duvar sıcaklığı sınır şartı için problemin formülasyonu.....	28

3.1.2. Formülasyonun sonlu farklarla ifadesi.....	31
3.1.3. Gelişigüzel kesitlerin çevre ve alanlarının bulunması.....	33
3.1.4. Çözümün boyutsuz sayılarla gösterilmesi.....	35
3.1.5. Değişik gelişigüzel kesitler için çözümler.....	39
3.2. Sabit Isı Akısı Sınır Şartı.	48
3.2.1. Sabit ısı akısı sınır şartı için problemin formülasyonu	49
3.2.2. Formülasyonun sonlu farklarla ifadesi	51
3.2.3. Çözümün boyutsuz sayılarla (Nu ve f.Re) gösterilmesi	51
3.2.4. Değişik gelişigüzel kesitler için çözümler	53
 4. GELİŞİGÜZEL KESİTLİ KANALLARDA HİDRODİNAMİK ve SICAKLIK GİRİŞ BÖLGESİNDEKİ HIZ VE SICAKLIK PROBLEMİNİN FORMÜLASYONU	 56
4.1. Problemin Formülasyonu	57
4.1.1. Momentum denklemleri	58
4.1.2. Süreklilik denklemi	60
4.1.3. Enerji denklemi	61
4.2. Momentum Denklemlerinin Curvilinear Koordinat Sisteminde Yazımı	63
4.2.1. (z) Akış yönü momentum denklemi	64
4.2.2. (y) Yönü momentum denklemi	70
4.2.3. (x) Yönü momentum denklemi	77
4.3. Sınır Denklemlerinin Çıkarılması	84
4.4. Curvilinear (Eğrisel) Koordinat Sistemindeki Denklemlerin Çözüm Düzleminde Yazılması	92

5. SAYISAL ÇÖZÜM YÖNTEMİ

5.1. Hız Denklemleri	95
5.2. Basınç Denklemi	96
5.3. Sayısal Çözüm Algoritması(SIMPLER)	100

6. SONUÇLAR VE TARTIŞMA

6.1. Hidrodinamik Tam Gelişmiş Akış Çözümleri	103
6.2. Hidrodinamik ve Sıcaklık Giriş Bölgesi için Çözümler	108

KAYNAKLAR

EKLER

- 1) Sabit duvar sıcaklığı sınır şartı için bilgisayar programı listesi
- 2) Giriş bölgesi hız ve sıcaklık dağılımları için bilgisayar programı listesi

ŞEKİLLER LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Şekil 2.1. İncelenen kanal kestinin dört fonksiyonla tanımı	6
Şekil 2.2. X ve Y Koordinat sistemindeki problemin η ve ξ düzlemine aktarılışı	7
Şekil 2.3. Düzensiz sınırların η ve ξ düzlemine aktarılması	14
Şekil 2.4. Sınır fonksiyonlarının (1) nolu yüzey için dönüştürülmesi	15
Şekil 2.5. Sınır fonksiyonlarının (2) nolu yüzey için dönüştürülmesi.....	15
Şekil 2.6. Sınır fonksiyonlarının (3) nolu yüzey için dönüştürülmesi.....	16
Şekil 2.7. Sınır fonksiyonlarının (4) nolu yüzey için dönüştürülmesi.....	16
Şekli 2.8. Sınır fonksiyonlarının bütün yüzeyler için dönüştürülmesi.....	17
Şekli 2.9. Sonlu farklar formülasyonu için tanım kümesinin grid sistemi	18
Şekil 2.10. Üçgen kesitli kanalın gerçek koordinatındaki düğüm noktaları	25
Şekil 2.11. Esanjör tip kesitli kanalın gerçek koordinatındaki düğüm noktaları ..	25
Şekil 2.12. Koordinat dönüşümünde kullanılan MAPP FORTRAN Programının akış diyagramı	26
Şekil 3.1. Sabit duvar sıcaklığı sınır şartı için sistemin tanımı	28
Şekil 3.2. Gerçek koordinatlardaki gridler ve kontrol kesit alanlarının görünümü	34
Şekil 3.3. Sabit duvar sıcaklığı sınır şartında ısı dengesi	37
Şekil 3.4. Sabit duvar sıcaklığı sınırı şartı için yazılan FORTRAN Programı akış diyagramı (MPPTW)	41
Şekil 3.5. Sabit duvar sıcaklığı sınırı şartı için yazılan FORTRAN programı akış diyagramı (MPPTW)	42
Şekil 3.6. Baklava kesitli kanal ve sınır tanım fonksiyonları	46
Şekil 3.7. Dairesel kesitli kanal ve sınır tanım fonksiyonları	46

Şekil 3.8. Üçgen kesitli kanal ve sınır tanım fonksiyonları	47
Şekil 3.9. Esanjör tip-1 kesitli kanal ve sınır tanım fonksiyonları	47
Şekil 3.10. Esanjör tip-2 kesitli kanal ve sınır tanım fonksiyonları	48
Şekil 3.11. Sinüzoidal kesitli kanal ve sınır tanım fonksiyonları	48
Şekil 3.12. Sabit ısı akışı sınır şartı	49
Şekil 4.1. (z) Akış yönü Kontrol hacim elemanı	56
Şekil 4.2. Akış yönü momentum ve süreklilik denklemlerinin integrali için kontrol hacminin kesit görünümü ve grid yapısı	60
Şekil 4.3. (η) Yönü ve (v) hızı için kontrol hacmi	71
Şekil 4.4. (ξ) yönü ve (w) hızı için kontrol hacmi	78
Şekil 4.5. (U) hızı için sınıra yakın düğüm noktalarındaki denklemlerin eldesi	85
Şekil 4.6. (v) ve (w) hızı için sınıra yakın düğüm noktalarındaki denklemlerin eldesi (a) V hızı için, (b) W hızı için	88
Şekil 4.7. Denklemlerin sayısal çözümü için kullanılan şaşırtmalı (staggered) ağ sistemi düğüm noktaları	93
Şekil 5.1 Simpler çözüm algoritmasının FORTRAN Programı akış diyagramı	102
Şekil 6.1. Daire, üçgen ve esanjör tip kesitli kanallarda giriş bölgesi uzunlukları ile Re sayısı arasındaki ilişki.....	117
Şekil 6.2. Değişik açılardaki baklava tip kesitli kanallarda giriş bölgesi uzunlukları ile Re sayısı arasındaki ilişki.....	118
Şekil 6.3. Değişik $\Delta\xi$ ve $\Delta\eta$ değerlerinde bağıl hata değişimi.....	121
Şekil 6.4.Farklı başlangıç hız dağılım varsayımlarında iterasyon sayısının değişimi.	121
GRAFİKLER LİSTESİ	
Grafik 1. Esanjör tip kesitli kanallarda Nusselt sayısının değişimi	122
Grafik 2. Dairesel kesitli kanallarda Nusselt sayısının değişimi	122
Grafik 3. Üçgen kesitli kanallarda Nusselt sayısının değişimi	123
Grafik 4. Baklava dilimi kesitli($\alpha=90^\circ$) kanallarda Nusselt sayısının değişim	123
Grafik 5. Baklava dilimi kesitli($\alpha=60^\circ$) kanallarda Nusselt sayısının değişim	124

Grafik 6. Baklava dilimi kesitli($\alpha=50^\circ$) kanallarda Nusselt sayısının değişim	124
Grafik 7. Baklava dilimi kesitli($\alpha=70^\circ$) kanallarda Nusselt sayısının değişim	125
Grafik 8. Baklava kesitli kanalda ($\alpha=90^\circ$) tam gelişmiş hız dağılımı konturları ..	126
Grafik 9. Baklava kesitli kanalda ($\alpha=90^\circ$) tam gelişmiş hız dağılımı üç boyutlu yüzeysel görünümü	126
Grafik 10. Baklava kesitli kanalda ($\alpha=90^\circ$) tam gelişmiş hız dağılımı üç boyutlu yüzeysel görünümünden bir kesit	127
Grafik 11. Baklava kesitli kanalda ($\alpha=90^\circ$) tam gelişmiş hız dağılımı üç boyutlu grid ağının görünümü	127
Grafik 12. Baklava kesitli kanalda ($\alpha=60^\circ$) tam gelişmiş hız dağılımı yüzeysel görünümü	128
Grafik 13. Baklava kesitli kanalda ($\alpha=60^\circ$) tam gelişmiş hız dağılımının kontur görünümü	128
Grafik 14. Baklava kesitli kanalda ($\alpha=45^\circ$) tam gelişmiş hız dağılımının yüzeysel görünümü	129
Grafik 15. Baklava kesitli kanalda ($\alpha=45^\circ$) tam gelişmiş hız dağılımının kontur görünümü	129
Grafik 16. Daire kesitli kanalda tam gelişmiş hız dağılımının yüzeysel görünümü..	130
Grafik 17. Daire kesitli kanalda tam gelişmiş hız dağılımının yüzeysel görünümünden bir kesit	130
Grafik 18. Eşanjör tip kesitli kanalda hız dağılımının yüzeysel görünümü	131
Grafik 19. Sinüzoidal kesitli kanalda hız dağılımının yüzeysel görünümü	131
Grafik 20. Üçgen kesitli kanaldaki hız dağılımının yüzeysel görünümü	132
Grafik 21. Üçgen kesitli kanaldaki hız dağılımı çözüm alanının kontur görünümü ..	132
Grafik 22. Baklava kesitli kanalda($\alpha=90^\circ$) boyutsuz sıcaklık q^* 'nın akış yönündeki gelişimi(a,b,c,d,e)	133

Grafik 23. Fiziksel ortamda sinüzoidal tip kesitli kanalda tam gelişmiş hız	
dağılımının görünümü	134
Grafik 24. Fiziksel ortamda eşanjör tip kesitli kanalda tam gelişmiş hız	
dağılımının görünümü	134
Grafik 25. Fiziksel ortamda daire tip kesitli kanalda tam gelişmiş hız	
dağılımının görünümü	135
Grafik 26. Fiziksel ortamda kare kesitli kanalda tam gelişmiş hız dağılımının	
görünümü	135
Grafik 27. Fiziksel ortamda baklava kesitli($\alpha=45^\circ$) kanalda tam gelişmiş hız	
dağılımının görünümü	136
Grafik 28. Fiziksel ortamda baklava kesitli ($\alpha=65^\circ$) kanalda tam gelişmiş hız	
dağılımının görünümü	136
Grafik 29. Fiziksel ortamda üçgen kesitli kanalda tam gelişmiş hız dağılımının	
görünümü	137
Grafik 30. Sabit ısı akısı sınır şartında kare kesitli kanallarda Nusselt Sayısının	
değişimi	137
Grafik 31. Sabit ısı akısı sınır şartında daire kesitli kanallarda Nusselt Sayısının	
değişimi	138
Grafik 32. Sabit ısı akısı sınır şartında üçgen kesitli kanallarda Nusselt Sayısının	
değişimi	138
Grafik 33. Baklava kesitli kanalda($\alpha=90^\circ$) giriş bölgesi maksimum hız	
değerlerinin akış yönündeki değişimi	139
Grafik 34. Baklava kesitli kanalda($\alpha=90^\circ$) giriş bölgesi basınç değişimi	139
Grafik 35. Baklava kesitli kanalda($\alpha=90^\circ$) giriş bölgesi akış yönü hızının	
gelişimi(a,b,c,d,e)	140

Grafik 36. Baklava kesitli kanalda($\alpha=60^\circ$) giriş bölgesi maksimum hız değerlerinin akış yönündeki değişimi	141
Grafik 37. Baklava kesitli kanalda ($\alpha=60^\circ$) giriş bölgesi basınç değişimi	141
Grafik 38. Daire kesitli kanalda giriş bölgesi maksimum hız değerlerinin akış yönündeki değişimi	142
Grafik 39. Daire kesitli kanalda giriş bölgesi boyutsuz basınç değerlerinin akış yönündeki değişimi	142
Grafik 40. Üçgen kesitli kanalda giriş bölgesi maksimum hız değerlerinin akış yönündeki değişimi	143
Grafik 41. Üçgen kesitli kanalda giriş bölgesi boyutsuz basınç değerlerinin akış yönündeki değişimi	143
Grafik 42. Baklava kesitli ($\alpha=90^\circ$) kanalda giriş bölgesi boyutsuz Nusselt sayısının akış yönündeki değişimi	144
Grafik 43. Baklava kesitli ($\alpha=60^\circ$) kanalda giriş bölgesi boyutsuz Nusselt sayısının akış yönündeki değişimi	144
Grafik 44. Üçgen kesitli kanalda giriş bölgesi boyutsuz Nusselt sayısının akış yönündeki değişimi	145
Grafik 45. Daire kesitli kanalda giriş bölgesi boyutsuz Nusselt sayısının akış yönündeki değişimi	145
Grafik 46. Eşanjör tip- 1 kesitli kanalda giriş bölgesi maksimum hız değerlerinin akış yönündeki değişimi	146
Grafik 47. Eşanjör tip- 1 kesitli kanalda giriş bölgesi boyutsuz Nusselt sayısının akış yönündeki değişimi	146

Grafik 48. Kare kesitli kanalda ξ - η düzleminde v, w hız dağılımı konturları ($Z=0.0082$)	147
Grafik 49. Kare kesitli kanalda ξ - η düzleminde v, w hız dağılımı konturları ($Z=0.04312$)	147
Grafik 50. Kare kesitli kanalda ξ - η düzleminde v, w hız dağılımı grid ağı görünümü ($Z=0.0082$)	148
Grafik 51. Kare kesitli kanalda ξ - η düzleminde v, w hız dağılımı yüzeyel görünümü ($Z=0.04312$)	148



TABLULAR LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Tablo 2.1.a. Üçgen kesitli kanalın düğüm noktasındaki (y) değerleri	23
Tablo 2.1.b. Üçgen kesitli kanalın düğüm noktasındaki (x) değerleri	23
Tablo 2.2.a. Eşanjör tip kesitli kanalın düğüm nok. (y) değerleri	24
Tablo 2.2.b. Eşanjör tip kesitli kanalın düğüm nok. (x) değerleri	24
Tablo 3.1. Baklava dilimi kesitler için elde edilen (Nu_T , Nu_m) değerleri	43
Tablo 3.2. Değişik geometrik kesitler için elde edilen (Nu_T , Nu_m) değerleri	44
Tablo 3.3. Baklava tip kesitler için elde edilen (Nu_T , Nu_m) değerleri	45
Tablo 3.4. Değişik Tip kesitler için elde edilen (Nu_T , Nu_m) değerleri	45
Tablo 3.5. Baklava tip kesitler için elde edilen (f.Re) değerleri	45
Tablo 3.6. Değişik Tip kesitler için elde edilen (f.Re) değerleri	46
Tablo 3.7. Sabit ısı akım sınır şartında kare kesit için elde edilen (Nu_T , Nu_m) değerleri	54
Tablo 3.8. Sabit ısı akım sınır şartı için değişik tip kesitler için elde edilen (Nu_T , Nu_m) değerleri	55
Tablo 6.1. Giriş bölgesi çözümünde kare kesitli kanala ait maksimum hız ve basınç değişimleri	115
Tablo 6.2. Giriş bölgesi çözümünde üçgen ve eşanjör tip-1 kesitlere ait maksimum hız ve basınç değişimleri	115
Tablo 6.3. Giriş bölgesi çözümünde daire ve baklava ($\alpha=60^\circ$) kesitlere ait maksimum hız ve basınç değişimleri	116
Tablo 6.4.a. Uniform başlangıç hız dağılımı	119

Tablo 6.4.b. Uniform başlangıç hız dağılımı alınarak yakınsama sonucu	
elde edilen hız dağılımı.....	119
Tablo 6.5.a. Uniform olmayan bir başlangıç hız dağılımı.....	120
Tablo 6.5.b. Uniform olmayan bir başlangıç hız dağılımı alınarak yakınsama sonucu elde	
edilen hız dağılımı.....	120
Tablo 6.6. Farklı Grid sayılarında hata oranları (kare kesitli kanal için).....	121



SİMGELER LİSTESİ

a	: Difüzyon terimi	(m^2/sn)
C_p	: Akışkan özgül ısı	$(W.sn/kg^{\circ}C)$
D_h	: Eşdeğer hidrolik çap	(m)
f	: Sürtünme katsayısı $\{[(-dP/dz).D_h]/(2\rho u^2)\}$	-
h	: Isı taşınım katsayısı	$(W/m^2^{\circ}C)$
$\underline{h}$	: Entalpi	$(W.sn/kg)$
J	: Jacobian	
k	: Isı iletim katsayısı	$(W/m^{\circ}C)$
K	: Basınç düşüşü artımı	-
L_{ξ}	: ξ yönündeki uzunluk(l)	(m)
L_{η}	: η yönündeki uzunluk(L)	(m)
L_z	: z yönündeki uzunluk	(m)
m	: Kütle	(kg)
Nu	: Nusselt sayısı $(h.D_h)/k$	-
Nu_{H1}	: Sabit ısı akısı sınır şartında Nusselts sayısı	-
Nu_m	: Ortalama Nusselt sayısı	-
Nu_T	: Sabit duvar sıcaklığı sınır şartında Nusselts sayısı	-
P	: Basınç	(N/m^2)
P	: Çevre uzunluğu	(m)
P	: Boyutsuz basınç $[(\rho.D_h^2)/(p v^2)]$, akış yönü için $p/(\rho v^2)$	-
P_i	: Boyutsuz giriş basıncı	-
Pr	: Prandtl sayısı	-
Q'	: Eksenel yöndeki birim uzunluktaki ısı girişi (ısı akısı sınır şartında)	(W/m)
Re	: Reynolds sayısı $(u.D_h)/\nu$	-
T	: Sıcaklık	$(^{\circ}C)$
T_b	: Yığılma sıcaklık	$(^{\circ}C)$
T_i	: Akışkan sıcaklığı(içeride)	$(^{\circ}C)$
T_w	: Duvar sıcaklığı	$(^{\circ}C)$
u	: Z yönündeki hız bileşeni	(m/sn)
u_e	: Kanal girişindeki hız	(m/sn)
U	: Z yönünde boyutsuz hız $[u/\{(-dP/dz \mu) Dh^2\}]$ tam gelişmiş bölge probleminde $[(u/u_e)]$ giriş bölgesi probleminde	-

U_m	: Z yönünde ortalama boyutsuz hız	-
V	: Y yönündeki boyutsuz hız ($v.Dh/\nu$)	-
W	: X yönündeki boyutsuz hız ($w.Dh/\nu$)	-
w, v	: X ve Y yönündeki hız bileşenleri	(m/sn)
X, Y	: Boyutsuz koordinatlar ($X=x/Dh, Y=y/Dh$)	-
Z	: Boyutsuz eksenel koordinat [$Z=z/(Dh.Re.Pr)$] Tam gelişmiş bölge probleminde [$Z=z/(Dh.Re)$] giriş bölgesi probleminde	-
x, y, z	: Koordinatlar	(m)
α, β, γ	: Dönüşüm fonksiyonları	-
η, ξ	: Dönüştürülmüş koordinatlar ($\eta=\eta/Dh, \xi=\xi/Dh$)	-
θ	: Boyutsuz sıcaklık ($T-T_i)/(T_w-T_i$) Sabit Duvar sıcaklığı ($T-T_i)/(Q'/K)$ Sabit ısı akısı	-
θ_b	: Boyutsuz ıgışık sıcaklık	-
ν	: Kinematik vizkozite	(m^2/sn)
μ	: Dinamik vizkozite	(kg/m.sn)

1. GİRİŞ

Literatürdeki mevcut araştırmalarda kanallardaki akış problemleri genellikle kartezyen, silindirik veya küresel koordinat sistemlerine uyumlu kesitler için incelenmiştir. Sınırları düzensiz olan kanallardaki akış ve sıcaklık problemleri üzerindeki çalışmalar çok azdır. Yapılan bu çalışmada düzgün olmayan sınırlara sahip kanallar içindeki akış incelenmiştir. Sınırlar dört parçaya ayrılmış ve herbir parça farklı bir fonksiyon ile ifade edilmiştir. Böylece, bir fonksiyon ile temsil edilebilen istenilen herhangi bir kesit içindeki akış incelenebilmektedir. Seçilen fonksiyonlar ve bu fonksiyonların oluşturduğu kapalı alanın sınır değerleri sınır şartı olarak alınır. ξ - η koordinat sistemindeki düzgün olmayan kesit ve sınır değerleri dönüşüm fonksiyonları kullanılarak, ξ ve η koordinat düzleminde düzgün bir kesit ve bilinen sınır değerlerine dönüştürülmüştür. Daha sonra ξ - η koordinat sisteminde düzgün bir ağı sistemi oluşturularak sayısal yöntemle problemin çözümüne gidilmiştir.

Literatürde gelişigüzel kesitli kanallardaki akış ve ısı transferi problemlerine yönelik çalışmalar incelenmiş ve bu çalışmalarda kullanılan yöntem ve bulunan sonuçlar mevcut çalışmayla kıyaslanmıştır. Bu çalışmalardan Lawal (1989) gelişigüzel kesitli kanallarda 'Power Law' akışkanların ısı taşınımı ve ısı transferine ilişkin üç boyutlu bir çalışma yapmıştır. Bu çalışmada süreklilik denkleminin ve parabolik formdaki kartezyen koordinatlardaki momentum ve enerji denklemi eşitliklerinin sınır şartlarıyla birlikte

ortogonal yeni bir koordinat düzlemine dönüştürülmesi yapılmıştır. Çalışmada üçgen, kare, trapez ve daire kesitli kanallar için akışkanın kanala sabit hız ve sıcaklık profili ile girdiği ve sabit duvar sıcaklığı sınır şartı altında olduğu düşünülerek değişik Gr/Re ve 'Power Law'ın değişik n değerleri için çözümler gösterilmiştir. Patankar ve Spalding (1972) sınır tabaka problemlerine ilişkin bir metod sunmuştur. Basınç değişimi ve momentum difüzyonuna yönelik bu sınır tabaka metodunda hız dağılımı ve basınç varsayımıyla ve iterasyon yöntemiyle hesaplanan büyüklükler süreklilik denklemiyle düzeltmeye tabi tutularak sonuca gidilmiştir. Bu hesaplama prosedüründe kare kanala bağlı ikinci bir kanaldaki akışın birleşmesi şeklindeki bir düzenekte gelişmekte olan laminar akış ve ısı transferi üzerine bir çalışma sonuçları sunulmuştur.

Acharya ve Moukalled (1989), Rhie ve Chow'un akış problemleri için geliştirdikleri SIMPLE (Semi-implicit method for pressure linked equations) ve SIMPLER (SIMPLE-revised) algoritmalarını geliştirerek SIMPLEM (SIMPLE-modified) adı altında yeni bir algoritma örneği geliştirmişlerdir. Biri genişlemeli bir kanal üzerindeki akış olmak üzere iki problem üzerinde bu üç algoritmanın performansları test edilmiştir. Yeni geliştirilen bu algoritmada şaşırtmalı grid sistemi (staggered grid) yerine normal grid sistemi (nonstaggered) kullanarak daha iyi sonuç elde edilebileceği gösterilmektedir. Asako ve Faghri (1988) baklava kesitli kanallarda giriş rejimindeki üç boyutlu akışı ve ısı transferi karakteristiklerini inceleyen bir çözüm örneği sunmuşlardır. Bu metodda cebirsel koordinat dönüşüm yöntemiyle düzensiz kesitteki ortam dikdörtgen kesitteki ortama dönüştürülmüş ve üç boyutlu parabolik akış problemi için bir hesaplama örneği verilmiştir. Sabit ısı akısı ve sabit duvar sıcaklığı sınır şartı altında, değişik açılardaki baklava kesitlere

ait elde edilen sonuçlar boyutsuz sayılarla ifade edilerek gösterilmektedir.

Shah (1975), düzensiz sınırlı kanallardaki ısı transferi ve tam gelişmiş laminar akışın incelendiği 'en küçük kareler metodu' adı altında bir yöntemi anlatmaktadır. Düzensiz sınırlı kanallardaki zorlanmış ısı taşınımı problemini sabit ısı akısı sınır şartıyla köşeleri yuvarlatılmış üçgen, trapez, ve sinüzoidal kesitler için çözmüş ve bu kesitlere ilişkin sayısal ve grafiksel sonuçları sunmaktadır.

İncelenen literatür çalışmalarından yararlanılarak gelişigüzel kesitlerdeki ısı taşınımı problemine yönelik çoğu çalışmadaki kesit ve elde edilen sonuçları kapsayacak ve daha fazla gelişigüzel kesit kütüphanesine sahip yapılan bu çalışmada üç aşama bulunmaktadır. Bunlardan birincisi düzgün olmayan fiziksel ortamdaki çözülmesi gereken kısmi türevli denklemlerin, ξ - η koordinat sisteminde ifadesi ve düzgün grid sisteminin getirdiği kolaylıklardan yararlanılarak sonlu farklar eşitliklerinin eldesidir. Bu aşama tanım kümesi dönüşümü(Mapping) olarak adlandırılmaktadır. İkincisi farklı geometrilere sahip düzgün olmayan kesitler üzerinde bilinen çözümlerle karşılaştırmak ve bunlara çözümü yapılmamış bazı geometrileri de ekliyerek sistemin çalışabilirliğini göstermek amacıyla tam gelişmiş bölge çözümlerinin yapılmasıdır. Bu aşamada hidrodinamik olarak gelişmiş ve gelişmekte olan sıcaklık dağılımı probleminde, z yönünde değişen sıcaklık dağılımları elde edilmiştir. Bu dağılımlardan sonra sürtünme katsayısı ve Nusselt sayısı bulunarak literatürdeki bilinen değerleriyle karşılaştırılmış ve eliptik grid üretim yönteminin incelenen tip problemin analizinde etkin bir yöntem olduğu anlaşılmıştır. Üçüncüsü ise bu yöntemle, gelişigüzel kesitli kanallarda hidrodinamik ve sıcaklık

giriş bölgesi çözümleri üç boyutlu olarak değişik kesitler için elde edilmiştir. Elde edilen çözümler için bilgisayar programları yazılmış ve bu programlar oldukça fazla bellek ve bilgisayar zamanı gerektirdiğinden Mainframe bilgisayar sisteminde çalıştırılmıştır. Sonuç verilerinin grafiksel gösterimi için grafik ekranlara sahip kişisel bilgisayarlar ve bu bilgisayarlarda çalışan Cricket Graph, WingZ, Mathametica gibi hazır yazılımlardan yararlanılmıştır. Elde edilen sonuçlar iki ve üç boyutlu olarak hem çözüm alanı üzerindeki şekliyle hem de fiziksel kesit üzerindeki görünümüleriyle verilmiştir. Bu şekilde yöntemin hem bilinen düzgün geometriler hemde düzgün olmayan kullanılabilir geometriler için çalıştığı ve iyi sonuçlar verdiği gözlenmiştir.

Yapılan çalışmada incelenen gelişigüzel kesitli kanallar ısı değiştirgeçlerinde yaygın olarak kullanılmakta ve sürekli daha verimli hale getirmek için çalışmalar yapılmaktadır. İncelenen kesitler, özellikle eşanjör tip kesitler, oldukça fazla uygulama alanı bulmaktadır. Düzgün geometriye sahip olmayan kesitli kanallardaki ısı taşınımı ve akış problemleri buhar güç tesislerinde, bina ısıtmasında, iklimlendirmede, buzdolabı gibi soğutucularda ve araba radyatörlerinde sıkça rastlanmaktadır. Yapılan literatür incelemelerinde genellikle belirli sayıdaki düzensiz sınırlı kanalların incelendiği veya sınırlı sayıda düzensiz sınırlı kanallara uygulanabilecek yöntemler geliştirildiği gözlenmiştir. Örneğin baklava kesitlere uygulanan bir yöntemde kesitin mutlaka dörtgen olması gerektiği gibi. Yapılan bu çalışmada ise kartezyen koordinatlarda x-y düzleminde ifade edilebilen her kesit için çözüm üretmek mümkün olmaktadır. İncelenen kesit kütüphanesi aynı yöntemde diğer çalışmaların incelediği kesit sayısından fazla ve değişik geometrilere sahip kesitlerdir. Bu yöntemle

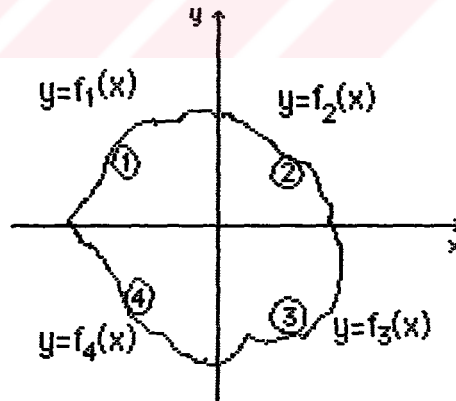
bir üçgen kesit incelenebildiği gibi bir eşanjör tip kesit veya baklava kesit de incelenebilmektedir. Geliştirilen bu yöntemin temelinde gelişigüzel kesitli kanalın kartezyen koordinat düzleminde sınırlarının tanımlanabilir olması yeterli olmaktadır. Kesitin cebirsel bir eşitlik ile ifade edilmesi zorunlu değildir. Bu kapsamda çalışmaya alınmayan ancak alınabilecek bir dizi gelişigüzel kesitli kanalın incelenmesi mümkündür.



2. TANIM KÜMESİ DÖNÜŞÜMÜ(MAPPING)

2.1. Düzgün olmayan sınırlı kesitlerin tanımı.

Sınırları düzgün geometrik ortama taşınacak olan kesit alanı, sınırları boyunca tanımlı olmalıdır. Burada iki boyutta sınırları düzensiz olan kesitlerin dönüşümü yapılmıştır. Üçüncü boyut boyunca kesitlerin aynı kaldığı kabul edilerek çözümler düzenlenmiştir. Sınırların fonksiyonla ifade edilmesi zor olan durumlarda bire bir sınırdaki değerlerin bilinmesi de çözüm için yeterli olacaktır. Bu durumda sınırlardaki bölüm sayısından nokta değerinin bilinmesi gerekecektir.



Şekil 2.1. İncelenen kanal kesitinin dört fonksiyonla tanımı.

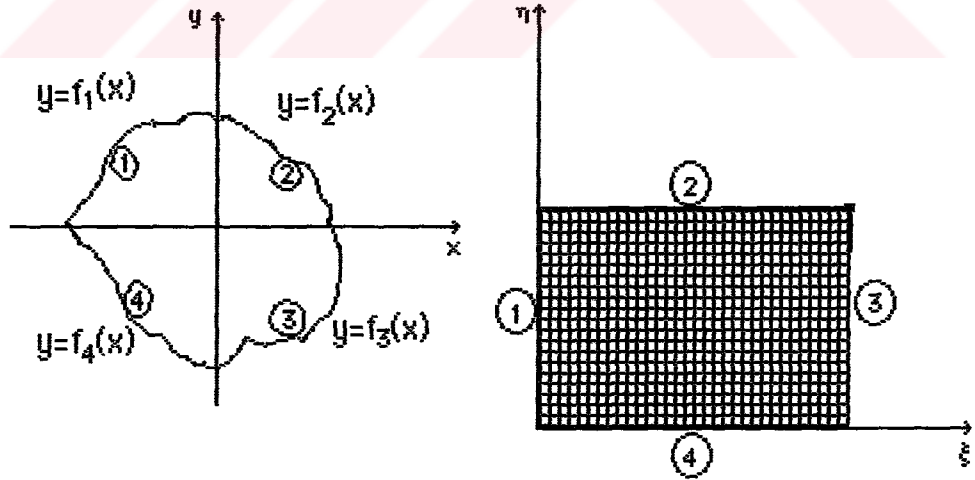
x ve y koordinat sistemindeki düzgün olmayan ancak f_1 , f_2 , f_3 ve f_4

fonksiyonlarıyla tanımlanan 1, 2, 3 ve 4 nolu yüzeyler ξ ve η 'nın oluşturduğu yeni koordinat sistemindeki dikdörtgen şeklindeki düzgün sınırlı tanım kümesinin sınırları üzerine taşınacaktır.

2.2. Düzgün olmayan sınırların düzgün sınırlı ortama dönüşümü.

$\xi - \eta$ koordinat sistemi aşağıdaki fonksiyonlar ile ifade edilsin.

$$\xi = \xi(x, y) \quad \eta = \eta(x, y) \quad (2.1)$$



Şekil 2.2. X ve y koordinat sistemindeki problemin ξ ve η düzlemine aktarılışı.

2.3. Dönüşüm fonksiyonlarının türetilmesi.

Düzgün olmayan tanım kümesinden düzgün tanım kümesine geçerken, önce problemin tanımı ve bu problemin kısmi türevli denklemlerinin dönüşümü düşünülmeli, ardından da düzgün olmayan sınırların dönüşümü sağlanmalıdır. Bu dönüşümün temelinde x - y kartezyen koordinat sisteminde ifade edilen ifadelerin ξ - η ortamında ifade edilebilmeleri bulunmaktadır. $\xi=\xi(x,y)$ ve $\eta=\eta(x,y)$ olduğu düşünülerek dönüşümler yapılmıştır. Gerçek fiziksel problemlerin matematiksel ifadesinde, karşımıza birinci ve ikinci dereceden kısmi türevli denklemlerin çıkacağını dikkate alarak, aşağıda birinci ve ikinci dereceden kısmi türevli denklemlerin yeni tanım kümesi için türetimleri gösterilmiştir.

2.3.1. Birinci dereceden kısmi türevlerin dönüşümü.

Yeni düzlemdeki x ve y değerlerini bulmak için, $\xi=\xi(x,y)$ ve $\eta=\eta(x,y)$ tanımlamalarının; ξ 'nin ξ 'ye ve η 'nin η 'ya göre kısmi türevleri alınırsa eşitlik (2.2) ve (2.3) bulunur.

$$x_{\xi} \xi_x + y_{\xi} \xi_y = 1 \qquad x_{\eta} \xi_x + y_{\eta} \xi_y = 0 \qquad (2.2)$$

$$x_{\eta} \eta_x + y_{\eta} \eta_y = 1 \qquad x_{\xi} \eta_x + y_{\xi} \eta_y = 0 \qquad (2.3)$$

$$J = y_{\eta} x_{\xi} - x_{\eta} y_{\xi} \qquad (2.4)$$

(2.4) nolu eşitlikle Jacobian tanımını yaparak (2.2) ve (2.3) nolu denklem takımının çözümünden ξ_x , ξ_y ve η_x , η_y dönüşümleri aşağıdaki şekilde bulunur.

$$\xi_x = y_\eta / J \quad \xi_y = -x_\eta / J \quad (2.5)$$

$$\eta_x = -y_\xi / J \quad \eta_y = x_\xi / J \quad (2.6)$$

Eşitlik (2.5) 've (2.6) ξ - η çözüm düzlemindeki (x) ve (y)'nin değişimini göstermektedirler.

$$\frac{\partial}{\partial x} = \left[\frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \eta} \right] \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} = \left[\frac{\partial \xi}{\partial y} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial}{\partial \eta} \right] \quad (2.8)$$

2.3.2. İkinci dereceden kısmi türevli denklemlerin dönüşümü.

Çözümü yapılacak kısmi türevli denklemlerde birinci dereceden kısmi türevli denklemlerle birlikte ikinci dereceden kısmi türevli denklemlerin de dönüştürülmesi gerekir. $\eta = \eta(x,y)$ ve $\xi = \xi(x,y)$ tanımlandığından ve birinci dereceden kısmi türevler bilindiğine göre (x) ve (y) yönündeki ikinci dereceden türevler aşağıdaki işlemlerle elde edilebilirler.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2}{\partial x^2} &= \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \eta} \right] \\
 &= \left[\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \frac{\partial}{\partial \eta} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \eta} \right] \\
 &= \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \xi}{\partial x} \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \eta} \right) \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \frac{\partial}{\partial \eta} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \eta} \right) \frac{\partial}{\partial \eta} \\
 &= \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \xi}{\partial x} \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \eta} \right) + \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \frac{\partial}{\partial \eta} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \eta} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \right) \\
 &= \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \frac{\partial}{\partial \eta} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + 2 \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \eta} + \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2 \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \quad (2.9)
 \end{aligned}$$

Yukarıdaki eşitlikteki toplananları ayrı ayrı açarak ξ ve η cinsinden eşitliklerini bulalım. Denklemdaki ξ_{xx} ve η_{xx} eşitlikleri, daha önce bulunmuş olan birinci dereceden dönüşümler; eşitlik (2.4) - (2.6) kullanılarak aşağıdaki şekilde bulunurlar.

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{1}{J} \right) = \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \eta} \right) \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{1}{J}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{1}{J} \right] + \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{1}{J} \right] \\
 &= \frac{\partial \xi}{\partial x} \left(\frac{\frac{\partial^2 y}{\partial \eta \partial \xi}}{\frac{\partial \xi}{\partial \eta}} - \frac{\frac{\partial J}{\partial \xi}}{\frac{\partial \eta}{J^2}} \right) + \frac{\partial \eta}{\partial x} \left(\frac{\frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2}}{\frac{\partial \eta}{J}} - \frac{\frac{\partial J}{\partial \eta}}{\frac{\partial \eta}{J^2}} \right) \\
 \frac{\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}}{\frac{\partial \eta}{\partial \xi}} &= \frac{\frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial^2 y}{\partial \eta \partial \xi} \frac{1}{J^2}}{\left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \right)^2} - \frac{\left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \right)^2 \frac{\partial J}{\partial \xi} \frac{1}{J^3}}{\frac{\partial \xi}{\partial \eta} \frac{1}{J^2}} + \frac{\frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial J}{\partial \xi} \frac{1}{J^3}}{\frac{\partial \xi}{\partial \eta} \frac{1}{J^2}} \quad (2.10)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2}}{\frac{\partial \eta}{\partial \xi}} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(- \frac{\frac{\partial y}{\partial \eta}}{\frac{\partial \xi}{J}} \right) = \left(\frac{\frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \xi}}{\frac{\partial \xi}{\partial \eta}} + \frac{\frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \eta}}{\frac{\partial \xi}{\partial \eta}} \right) \left(- \frac{\frac{\partial y}{\partial \eta}}{\frac{\partial \xi}{J}} \right) \\
 &= \frac{\frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[- \frac{\frac{\partial y}{\partial \eta}}{\frac{\partial \xi}{J}} \right] + \frac{\frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[- \frac{\frac{\partial y}{\partial \eta}}{\frac{\partial \xi}{J}} \right]}{\frac{\partial \xi}{\partial \eta} \frac{1}{J}} \\
 &= \frac{\frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{1}{J} \left(- \frac{\frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2}}{\frac{\partial \xi}{J}} + \frac{\frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial J}{\partial \xi}}{\frac{\partial \xi}{J^2}} \right) - \frac{\frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{1}{J} \left(- \frac{\frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \eta}}{\frac{\partial \xi}{J}} + \frac{\frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial J}{\partial \eta}}{\frac{\partial \xi}{J^2}} \right)}{\frac{\partial \xi}{\partial \eta} \frac{1}{J}}
 \end{aligned}$$

$$\frac{\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2}}{\frac{\partial \eta}{\partial \xi}} = - \frac{\frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} \frac{1}{J^2}}{\frac{\partial \eta}{\partial \xi} \frac{1}{J^2}} + \frac{\frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial J}{\partial \xi} \frac{1}{J^3}}{\frac{\partial \eta}{\partial \xi} \frac{1}{J^2}} + \frac{\frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \eta} \frac{1}{J^2}}{\frac{\partial \xi}{\partial \eta} \frac{1}{J^2}} - \frac{\left(\frac{\partial y}{\partial \xi} \right)^2 \frac{\partial J}{\partial \eta} \frac{1}{J^3}}{\frac{\partial \xi}{\partial \eta} \frac{1}{J^2}} \quad (2.11)$$

$$\left(\frac{\partial \xi}{\partial y} \right)^2 = \left(- \frac{\frac{\partial x}{\partial \eta}}{\frac{\partial \eta}{J}} \right)^2 = \left(- \frac{\frac{\partial x}{\partial \eta}}{\frac{\partial \eta}{J}} \right)^2 \frac{1}{J^2} \quad (2.12)$$

$$\left(\frac{\partial \eta}{\partial y} \right)^2 = \left(\frac{\frac{\partial x}{\partial \xi}}{\frac{\partial \xi}{J}} \right)^2 = \left(\frac{\frac{\partial x}{\partial \xi}}{\frac{\partial \xi}{J}} \right)^2 \frac{1}{J^2} \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial y} \frac{\partial \eta}{\partial y} = - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{1}{J} \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{1}{J} = \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{1}{J^2} \quad (2.14)$$

Bulunan bu eşitlikler denklem (2.9)'daki yerlerine taşınarak aşağıdaki eşitlik elde edilir. Bu denklemde gerekli kısaltmalar yapılarak eşitlik (2.15) sağlanmış olur.

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial x^2} &= \left[\frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \eta} \frac{1}{J^2} - \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \right)^2 \frac{\partial J}{\partial \xi} \frac{1}{J^3} - \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2} \frac{1}{J^2} + \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial J}{\partial \eta} \frac{1}{J^3} \right] \frac{\partial}{\partial \xi} \\ &+ \left[\left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \right)^2 \frac{1}{J^2} \right] \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \left[\left(\frac{\partial y}{\partial \xi} \right)^2 \frac{1}{J^2} \right] \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} - 2 \left[\frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{1}{J^2} \right] \frac{\partial^2}{\partial \eta \partial \xi} \\ &+ \left[- \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} \frac{1}{J^2} - \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial J}{\partial \xi} \frac{1}{J^3} - \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial^2 y}{\partial \eta \partial \xi} \frac{1}{J^2} - \left(\frac{\partial y}{\partial \xi} \right)^2 \frac{\partial J}{\partial \eta} \frac{1}{J^3} \right] \frac{\partial}{\partial \eta} \end{aligned} \quad (2.15)$$

Benzer şekilde $\partial^2/\partial y^2$ 'de bulunarak toplandığında eşitlik (2.16) bulunur.

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} = \left[\alpha_{\xi\xi} - 2\beta_{\xi\eta} + \gamma_{\eta\eta} \right] \quad (2.16)$$

$$\alpha = x_{\eta} x_{\eta} + y_{\eta} y_{\eta} \quad (2.17)$$

$$\beta = x_{\xi} x_{\eta} + y_{\xi} y_{\eta} \quad (2.18)$$

$$\gamma = x_{\xi} x_{\xi} + y_{\xi} y_{\xi} \quad (2.19)$$

Yukarıdaki dönüşümler yardımıyla x-y koordinat sistemindeki eşitlik (2.20) ile tanımlanan Poisson denklemleri ξ - η koordinat sistemine aktarılacaktır.

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} = P(\xi, \eta) \quad \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} = Q(\xi, \eta) \quad (2.20)$$

Cebirsel işlemlerin tamamlanmasından sonra x-y düzlemindeki Poisson denklemleri ξ - η düzleminde aşağıdaki şekilde elde edilirler.

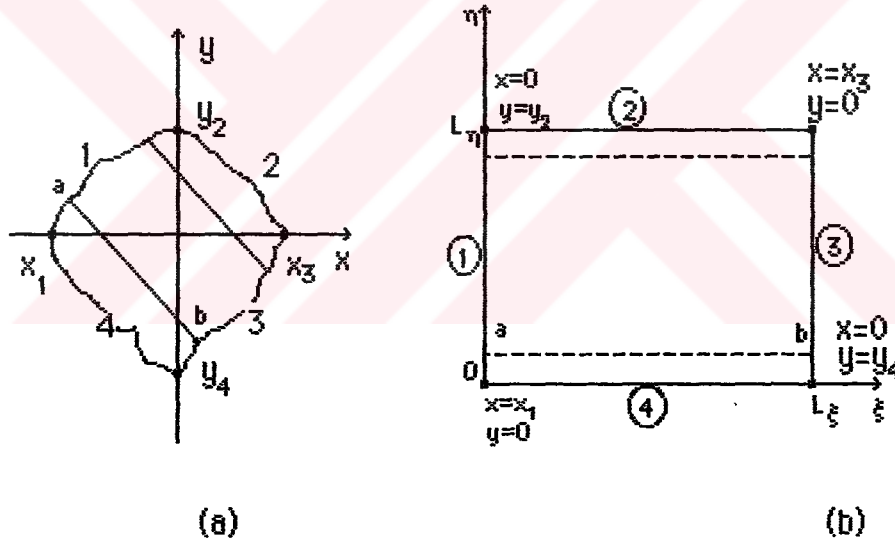
$$\alpha x_{\xi\xi} - 2\beta x_{\xi\eta} + \gamma x_{\eta\eta} = -JJ(Px_{\xi} + Qx_{\eta}) \quad (2.21)$$

$$\alpha y_{\xi\xi} - 2\beta y_{\xi\eta} + \gamma y_{\eta\eta} = -JJ(Py_{\xi} + Qy_{\eta}) \quad (2.22)$$

(2.21) ve (2.22) numaralı kısmi türevli denklemlerin sayısal yöntemle çözülmesi sonucunda bulunacak x ve y değerler ile düzgün yüzeyli ξ ve η koordinat sistemine dönüşüm tamamlanır.

2.4. Sınır fonksiyonlarının dönüştürülmesi.

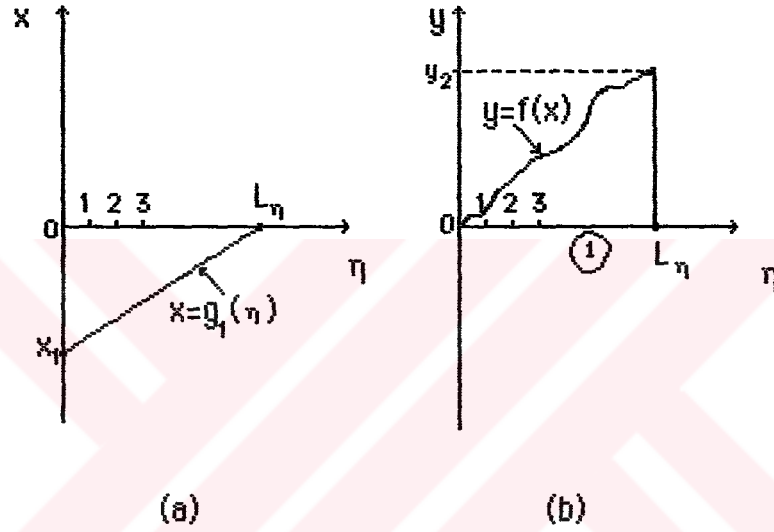
Dönüşüm eşitliklerinin bulunmasından sonra, düzgün olmayan sınır fonksiyonları da çözüm kümesi üzerine taşınmalıdır. Bu fonksiyonlar için gerekli sınır şartları da beraber tanımlanarak taşınmalıdır. Şekil.2.3a ve 2.3b 'de görüldüğü gibi sınır şartları ile beraber oluşturulan yeni koordinat sisteminde sınır fonksiyon değerleri eskisinin aynıdır ancak çözülecek olan kesit alanının sınırları düzgündür.



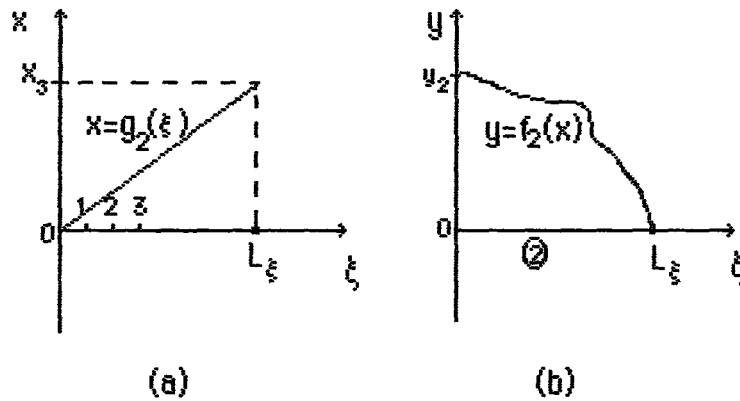
Şekil 2.3. Düzensiz sınırların ξ ve η düzlemine aktarılması.

Dönüşümle ilgili olarak hem x hem de y nin ayrı ayrı ξ ve η 'ya aktarımı düşünülmelidir. Bu aktarımda y değerlerinin dönüşümü $F_n(x)$ fonksiyonlarına x değişimi verilerek bulunmaktadır. Ancak x değerlerinin dönüşümü için böyle bir tanım olmadığından, ξ - η ortamında sınır boyunca gerekli x -değerlerinin tesbiti için her dört yüzey için bir (g) fonksiyonu

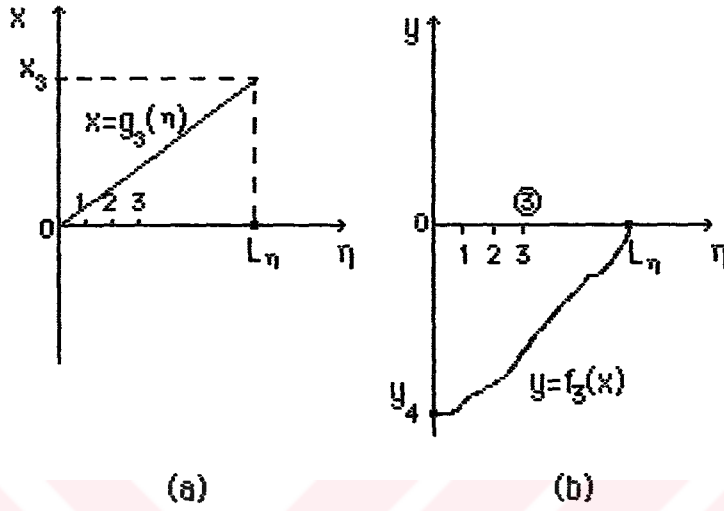
seçilmiştir. Bu fonksiyon ξ 'in x 'ye göre değişiminde $g=g(\xi)$ ve η 'in x 'ye göre değişiminde $g=g(\eta)$ şeklinde keyfi ancak lineer bir fonksiyon tanımı yapılmıştır. Aşağıda her bir yüzeyin ξ - η dönüşümü için gerekli $f(x)$, $g(x)$ fonksiyonlarının işlevi gösterilmiştir.



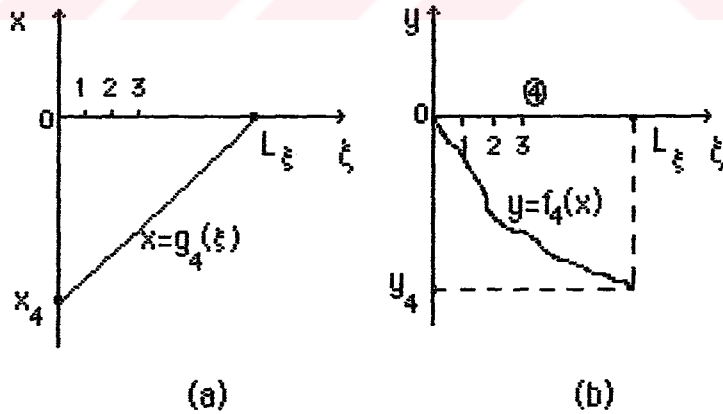
Şekil 2.4. Sınır fonksiyonlarının (1) nolu yüzey için dönüştürülmesi.



Şekil 2.5. Sınır fonksiyonlarının (2) nolu yüzey için dönüştürülmesi.



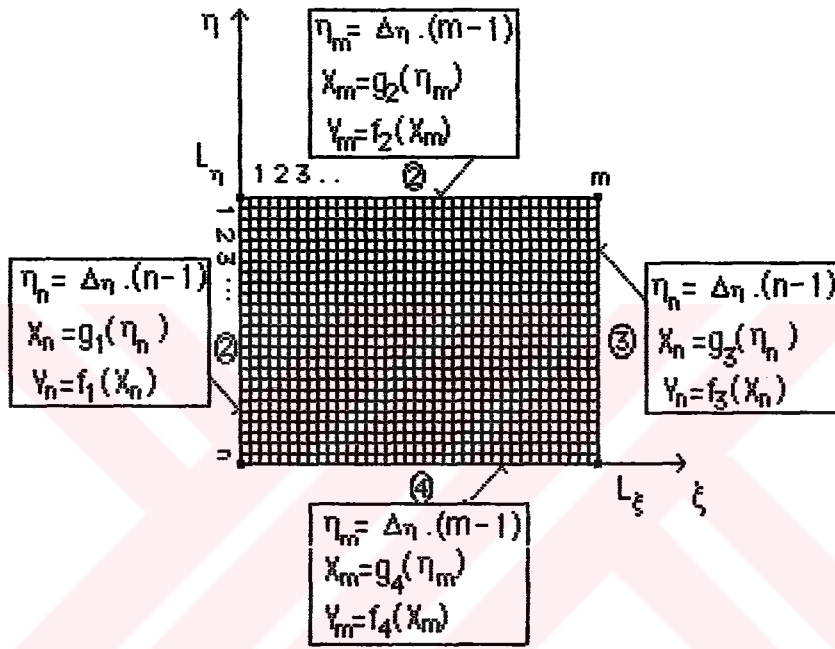
Şekil 2.6. Sınır fonksiyonlarının (3) nolu yüzey için dönüştürülmesi.



Şekil 2.7. Sınır fonksiyonlarının (4) nolu yüzey için dönüştürülmesi.

Dönüşüm sonunda ξ - η ortamındaki düzenli dörtgenin çevre sınırları üzerindeki (x) ve (y) değerleri, $f(x)$, $g(\xi)$ ve $g(\eta)$

fonksiyonlarının (x) ve (y)'ye karşılık gelen değerlerinin alınmasıyla bulunur. Bütün yüzeyler beraber düşünüldüğünde düzensiz sınırların dönüşümü Şekil.2.8'de görüldüğü gibi gösterilebilir.



Şekil 2.8. Sınır fonksiyonlarının bütün yüzeyler için dönüşümü.

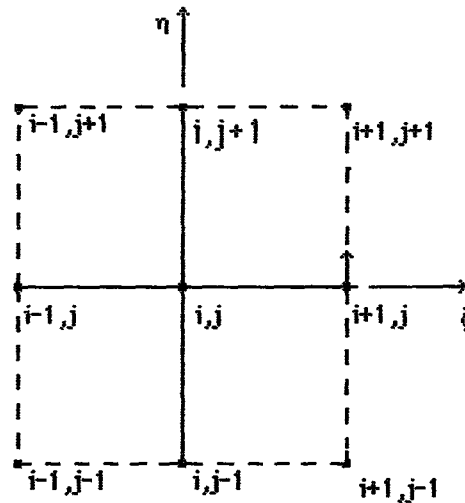
Çözülmesi gereken yeni tanım kümesi sisteminin sınır şartlarını gerçek ξ ve η koordinat sistemine aktarırken her zaman sınır üzerindeki bütün değerler böyle bulunamayabilir. Çözülen kesitte bazı yerlerin sınır şartı olarak simetri şartlarının bulunması veya birden fazla fonksiyonla ifade edilmesi gibi durumlar tamamlandıktan sonra sistemin çözümüne gidilebilir. Örneğin üçgen kesitli bir kanalda (3) ve (4) nolu yüzeylerde (y) değerlerinin sıfır alınması veya eşanjör tipi kesitte ıslak çevrenin birbiriyle temas etmediği noktaların simetri sınır şartı olarak alınması

örnek gösterilebilir. Lineer olmayan (2.18) ve (2.19) nolu denklemlerin sayısal çözümü iteratif olduğundan başlangıç değerleri verilirken sınırlarda gerçek sınır değerleri verilir.

Sınır değerlerini verirken sırasıyla 1., 2., 3. ve 4. yüzeyler için Şekil.2.8'de gösterildiği şekilde sınır değerleri belirlendikten sonra iç noktalar iteratif olarak Bölüm 2.5'deki sonlu fark esitliklerinin çözümü sonucunda bulunurlar.

2.5. Sonlu Farklar Çözüm Algoritması.

Çözülecek problemin eliptik tip olması ve dolayısıyla bütün sınırlardaki değerlerin bilinmesi gereği nedeniyle, problem iteratif olarak çözülebilir. Çözüm alanını (ξ) yönünde (N_I) ve (η) yönünde de (N_J) aralığa bölüp gridlerini oluşturduğumuzda çözülecek (2.18)-(2.22) nolu denklemlerin bileşenlerinin sonlu farklar ifadesi aşağıdaki şekilde elde edilirler.



Şekil 2.9 Sonlu farklar formülasyonu için tanım kümesinin grid sistemi.

$$\alpha = x_{\eta} x_{\eta} + y_{\eta} y_{\eta}$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial y} \frac{\partial \eta}{\partial y} = - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{1}{J} \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{1}{J} = \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{1}{J^2} \quad (2.23)$$

$$\beta = x_{\xi} x_{\eta} + y_{\xi} y_{\eta}$$

$$\beta_{i,j} = \left[\frac{x_{i+1,j} - x_{i-1,j}}{2(D_{\xi})} \right] \left[\frac{x_{i,j+1} - x_{i,j-1}}{2(D_{\eta})} \right] + \left[\frac{y_{i+1,j} - y_{i-1,j}}{2(D_{\xi})} \right] \left[\frac{y_{i,j+1} - y_{i,j-1}}{2(D_{\eta})} \right] \quad (2.24)$$

$$\gamma = x_{\xi} x_{\xi} + y_{\xi} y_{\xi}$$

$$\gamma_{i,j} = \left[\frac{x_{i+1,j} - x_{i-1,j}}{2(D_{\xi})} \right]^2 + \left[\frac{y_{i+1,j} - y_{i-1,j}}{2(D_{\xi})} \right]^2 \quad (2.25)$$

$$J = x_{\xi} y_{\eta} - x_{\eta} y_{\xi}$$

$$J_{i,j} = \left[\frac{x_{i+1,j} - x_{i-1,j}}{2(D_{\xi})} \right] \left[\frac{y_{i,j+1} - y_{i,j-1}}{2(D_{\eta})} \right] - \left[\frac{x_{i,j+1} - x_{i,j-1}}{2(D_{\eta})} \right] \left[\frac{y_{i+1,j} - y_{i-1,j}}{2(D_{\xi})} \right] \quad (2.26)$$

$$\alpha x_{\xi\xi} - 2\beta x_{\xi\eta} + \gamma x_{\eta\eta} = -JJ(Px_{\xi} + Qx_{\eta}) \quad (2.27)$$

$$\alpha y_{\xi\xi} - 2\beta y_{\xi\eta} + \gamma y_{\eta\eta} = -JJ(Py_{\xi} + Qy_{\eta}) \quad (2.28)$$

$$-JJ(Px_{\xi} + Qx_{\eta}) = -J_{i,j}^2 \left[P_{i,j} \frac{x_{i+1,j} - x_{i-1,j}}{2(D_{\xi})} + Q_{i,j} \frac{x_{i,j+1} - x_{i,j-1}}{2(D_{\eta})} \right] \quad (2.29)$$

$$-JJ(Px_{\xi}+Qx_{\eta})=-J_{i,j}^2\left[P_{i,j}\frac{x_{i+1,j}-x_{i-1,j}}{2(D_{\xi})}+Q_{i,j}\frac{x_{i,j+1}-x_{i,j-1}}{2(D_{\eta})}\right] \quad (2.30)$$

$$x_{\xi\xi}=\frac{x_{i+1,j}-2x_{i,j}+x_{i-1,j}}{(D_{\xi})^2} \quad x_{\eta\eta}=\frac{x_{i,j+1}-2x_{i,j}+x_{i,j-1}}{(D_{\eta})^2} \quad (2.31-32)$$

$$x_{\xi\eta}=\frac{x_{i+1,j+1}-x_{i+1,j-1}+x_{i-1,j+1}+x_{i-1,j-1}}{4(D_{\xi}D_{\eta})} \quad (2.33)$$

$$y_{\xi\xi}=\frac{y_{i+1,j}-2y_{i,j}+y_{i-1,j}}{(D_{\xi})^2} \quad y_{\eta\eta}=\frac{y_{i,j+1}-2y_{i,j}+y_{i,j-1}}{(D_{\eta})^2} \quad (2.34-35)$$

$$y_{\xi\eta}=\frac{y_{i+1,j+1}-y_{i+1,j-1}+y_{i-1,j+1}+y_{i-1,j-1}}{4(D_{\xi}D_{\eta})} \quad (2.36)$$

Çözülmesi gereken esas denklemler olan (2.21) ve (2.22) nolu denklemlerin bileşenlerinin sonlu fark ifadeleri biraraya getirilerek, $x_{i,j}$ ve $y_{i,j}$ noktası için düzenlendiğinde bütün iç gridler için çözüm yapılabilecektir. Ancak çözüm iteratif olduğundan bütün iç gridler için birer başlangıç değerleri verilerek işe başlanmalıdır.

Oluşturulan gridler için nokta nokta sonlu fark denklemleri kullanılarak yeni değerleri bulunur. Bulunan bu değerler varsayım yapılan eski değerlerle her defasında kıyaslanarak aradaki fark, istenilen hatadaki küçük bir değere ulaşınca kadar iterasyona ve güncelleştirmeye devam edilir. Bu işlem hem (x) hem de (y) için yapılmaktadır.

$$\alpha_{\frac{\eta}{\xi}} = \frac{2(1-\sqrt{1-a^2})}{a^2} \quad a = \frac{\cos(\pi/NI) + b \sin(\pi/NI)}{1+b} \quad b = \left(\frac{\Delta\eta}{\Delta\xi} \right)^2 \quad (2.37)$$

$$x_{i,j}^r = x_{i,j} + \alpha_r (x_{i,j} - x_{i,j}^*) \quad (2.38)$$

$$y_{i,j}^r = y_{i,j} + \alpha_r (y_{i,j} - y_{i,j}^*) \quad (2.39)$$

Herbir iterasyondan sonra yaklaşımı kontrol eden (α_r) parametresi yaklaşım miktarını control eder. Bulunan yeni değer ile eski değer arasındaki fark bu yaklaşım faktörü ile çarpılıp eski değere eklenerek yeni değerler elde edilirler. Çözümlerde bu yaklaşım parametresi $1 \leq \alpha_r < 2$ veya $0 \leq \alpha_r < 1$ aralığında alınabilir. Ancak çoğu genel problemlerde α_r analitik olarak elde edilemeyebilir, o zaman denemeyle elde edilmelidir Arpacı (1984, s.303). Lineer olmayan problemlerde alt yaklaşım yani $0 \leq \alpha_r < 1$ aralığında alınarak yaklaşım kontrol edilmelidir. Değerlerin yaklaşımları sağlanırken, değişkenler(x ve y) birbiriyle de ilişkili olduğundan yaklaşım iki şekilde sağlanabilir. Birincisi (x) veya (y)'den birisini hiç değiştirmeden diğerinin kabul edilebilir hata düzeyinin altına ininceye kadar iterasyona devam edilir. Daha sonra bulunan (x veya y'den hangisi bulunmuşsa) bu değer kullanılarak diğer değişkenin yaklaşımı sağlanmaya çalışılır. İkincisi ise bu iki değişkenin dönüşüm değerlerinin araştırılması beraber yürütülür. Yani (x) veya (y) den birisi ile ilk iterasyona başlanır, bulunan yaklaşılmış son değer

diğer değişken için kullanılır ve ikinci değişkenin de yaklaşılmış son değeri bulunur. Bu işlem sürdürülerek herhangi bir adımda değişkenlerden birisi kabul edilen hatanın altına indiğinde o değişken için iterasyon durdurularak, yaklaşımı henüz sağlanmamış diğer değişken için işlem sürdürülür.

Yukarıda anlatılan birinci yolda yaklaşım tek değişken için yürütüldüğünden, diğer değişkenin varsayılan başlangıç değerleri çok iyi seçilmemişse, iterasyon sayısı artacak hatta bazen yaklaşım sağlanamayacaktır. Ancak ikinci yolda iki değişken birbirlerini sürekli yeniledikleri için iterasyon sayısı azalmakla beraber yaklaşımda belirlenen hata sınırı ile çoğu zaman sağlanacaktır. Yapılan dönüşüm işlemlerinde ikinci yol izlenmiştir. Yani (x) ve (y) 'nin (ξ) ve (η) 'ya dönüşümleri için kullanılan denklemler arda çözülerek her adımda bulunan (x) veya (y) hemen ardındaki adımda, diğer değişkenin çözümü için kullanılmıştır.

Örnek olarak üçgen kesitli kanalın dönüşüm değerleri, Tablo 2.1.a, Tablo 2.1.b ve bu tabloların kesit üzerindeki geriye dönmüş grid sistemi Şekil 2.10'da; eşanjör tip (Şekil 3.9) kesitli kanalın dönüşüm değerleri Tablo 2.2.a, Tablo 2.2.b ve bu tabloların kesit üzerinde oluşturduğu grid sistemi ise Şekil 2.11'de gösterilmiştir.

Tablo 2.1.a Üçgen kesitli kanalın düğüm noktalarındaki (y) değerleri

0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.121	0.120	0.119	0.117	0.114	0.109	0.101	0.091	0.076	0.051	0.000
0.241	0.240	0.236	0.229	0.219	0.205	0.187	0.162	0.127	0.076	0.000
0.362	0.357	0.348	0.334	0.314	0.289	0.257	0.216	0.162	0.091	0.000
0.483	0.472	0.455	0.431	0.400	0.361	0.314	0.257	0.187	0.101	0.000
0.604	0.584	0.556	0.520	0.475	0.423	0.361	0.289	0.205	0.109	0.000
0.724	0.692	0.651	0.601	0.542	0.475	0.400	0.314	0.219	0.114	0.000
0.845	0.798	0.741	0.675	0.601	0.520	0.431	0.334	0.229	0.117	0.000
0.966	0.899	0.824	0.741	0.651	0.556	0.455	0.348	0.236	0.119	0.000
1.086	0.996	0.899	0.798	0.692	0.584	0.472	0.357	0.240	0.120	0.000
1.207	1.086	0.966	0.845	0.724	0.604	0.483	0.362	0.241	0.121	0.000

Tablo 2.1.b. Üçgen kesitli kanalın düğüm noktalarındaki (x) değerleri

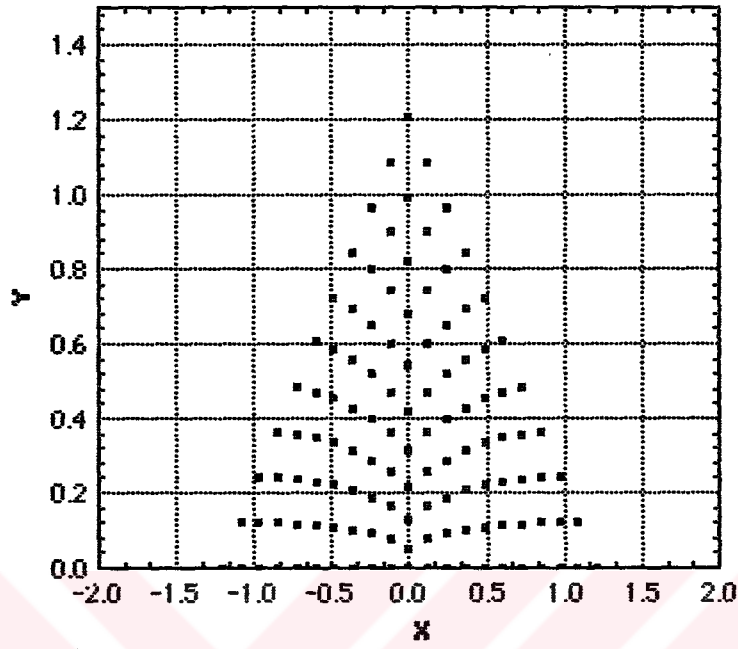
-1.207	-1.086	-0.966	-0.845	-0.724	-0.604	-0.483	-0.362	-0.241	-0.121	0.000
-1.086	-0.966	-0.845	-0.724	-0.604	-0.483	-0.362	-0.241	-0.121	0.000	0.121
-0.966	-0.845	-0.724	-0.604	-0.483	-0.362	-0.241	-0.121	0.000	0.121	0.241
-0.845	-0.724	-0.604	-0.483	-0.362	-0.241	-0.121	0.000	0.121	0.241	0.362
-0.724	-0.604	-0.483	-0.362	-0.241	-0.121	0.000	0.121	0.241	0.362	0.483
-0.604	-0.483	-0.362	-0.241	-0.121	0.000	0.121	0.241	0.362	0.483	0.604
-0.483	-0.362	-0.241	-0.121	0.000	0.121	0.241	0.362	0.483	0.604	0.724
-0.362	-0.241	-0.121	0.000	0.121	0.241	0.362	0.483	0.604	0.724	0.845
-0.241	-0.121	0.000	0.121	0.241	0.362	0.483	0.604	0.724	0.845	0.966
-0.121	0.000	0.121	0.241	0.362	0.483	0.604	0.724	0.845	0.966	1.086
0.000	0.121	0.241	0.362	0.483	0.604	0.724	0.845	0.966	1.086	1.207

Tablo 2.2.a Eşanjör tip (Şekil 3.9) kesitli kanalın düğüm noktalarındaki (y) değerleri

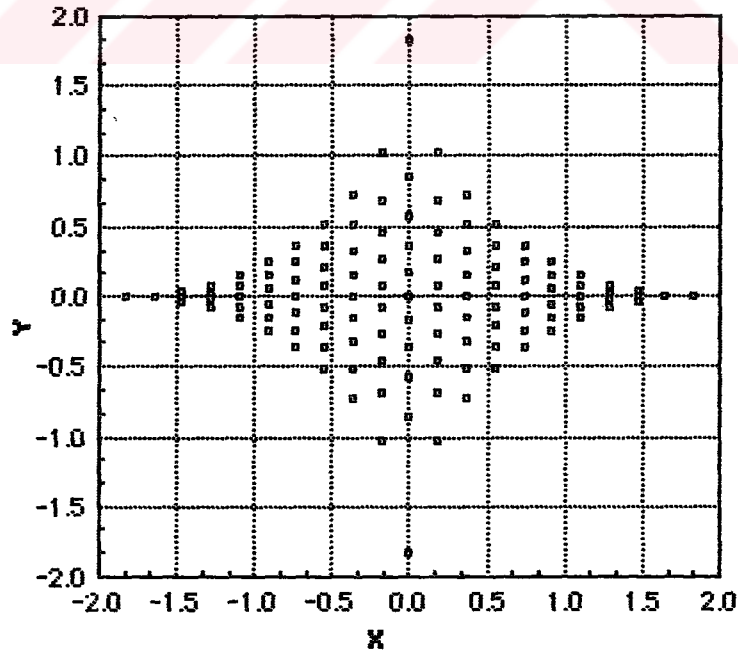
0.000	-0.009	-0.037	-0.084	-0.153	-0.245	-0.366	-0.523	-0.732	-1.032	-1.830
0.009	0.000	-0.028	-0.076	-0.145	-0.239	-0.360	-0.507	-0.678	-0.859	-1.032
0.037	0.028	0.000	-0.048	-0.118	-0.211	-0.324	-0.450	-0.576	-0.678	-0.732
0.084	0.076	0.048	0.000	-0.070	-0.158	-0.260	-0.363	-0.450	-0.507	-0.523
0.153	0.145	0.118	0.070	0.000	-0.085	-0.176	-0.260	-0.324	-0.360	-0.366
0.245	0.239	0.211	0.158	0.085	0.000	-0.085	-0.158	-0.211	-0.239	-0.245
0.366	0.360	0.324	0.260	0.176	0.085	0.000	-0.070	-0.118	-0.145	-0.153
0.523	0.507	0.450	0.363	0.260	0.158	0.070	0.000	-0.048	-0.076	-0.084
0.732	0.678	0.576	0.450	0.324	0.211	0.118	0.048	0.000	-0.028	-0.037
1.032	0.859	0.678	0.507	0.360	0.239	0.145	0.076	0.028	0.000	-0.009
1.830	1.032	0.732	0.523	0.366	0.245	0.153	0.084	0.037	0.009	0.000

Tablo 2.2.b. Eşanjör tip (Şekil 3.9) kesitli kanalın düğüm noktalarındaki (x) değerleri

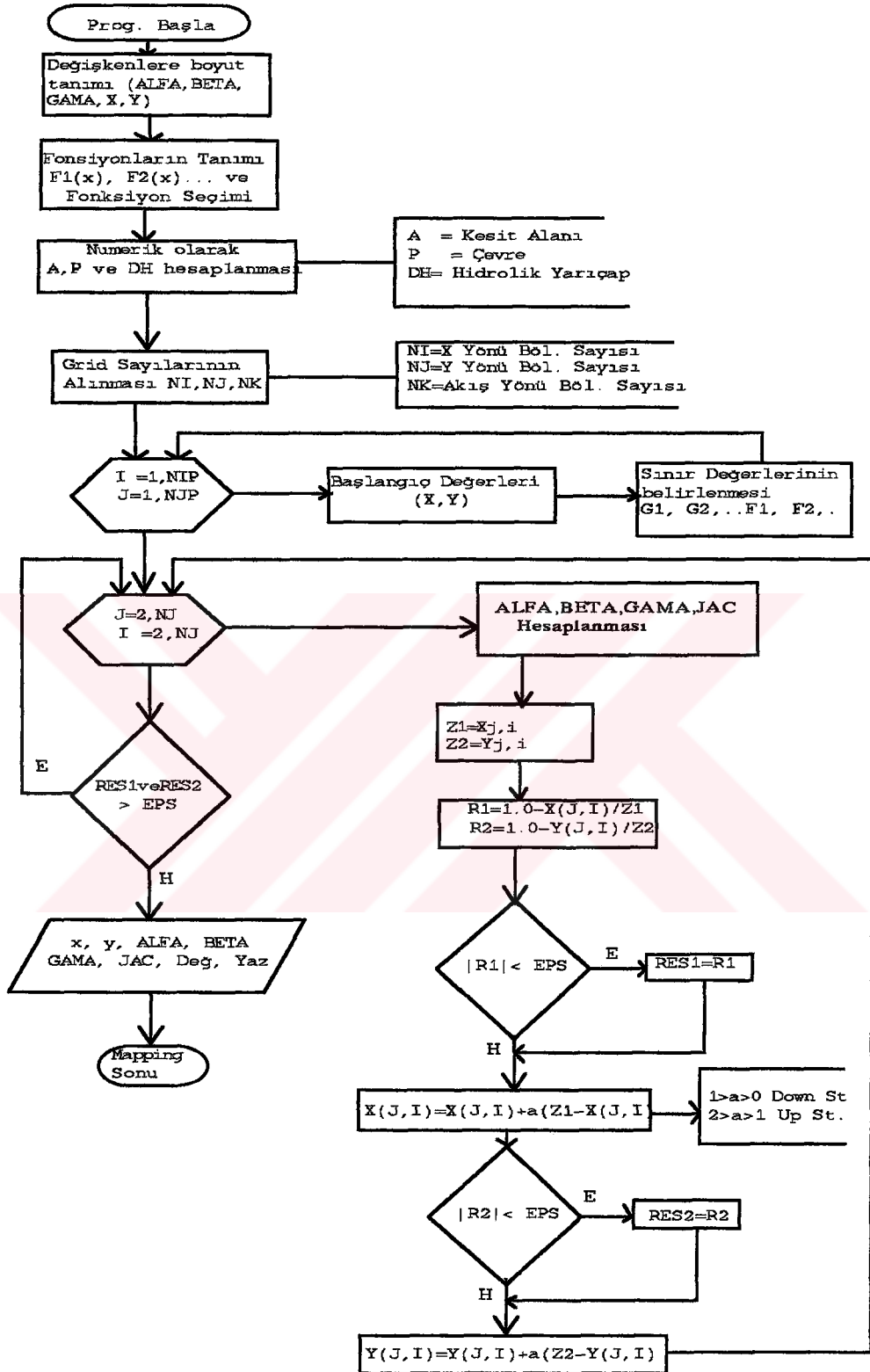
-1.830	-1.647	-1.464	-1.281	-1.098	-0.915	-0.732	-0.549	-0.366	-0.183	0.000
-1.647	-1.464	-1.281	-1.098	-0.915	-0.732	-0.549	-0.366	-0.183	0.000	0.183
-1.464	-1.281	-1.098	-0.915	-0.732	-0.549	-0.366	-0.183	0.000	0.183	0.366
-1.281	-1.098	-0.915	-0.732	-0.549	-0.366	-0.183	0.000	0.183	0.366	0.549
-1.098	-0.915	-0.732	-0.549	-0.366	-0.183	0.000	0.183	0.366	0.549	0.732
-0.915	-0.732	-0.549	-0.366	-0.183	0.000	0.183	0.366	0.549	0.732	0.915
-0.732	-0.549	-0.366	-0.183	0.000	0.183	0.366	0.549	0.732	0.915	1.098
-0.549	-0.366	-0.183	0.000	0.183	0.366	0.549	0.732	0.915	1.098	1.281
-0.366	-0.183	0.000	0.183	0.366	0.549	0.732	0.915	1.098	1.281	1.464
-0.183	0.000	0.183	0.366	0.549	0.732	0.915	1.098	1.281	1.464	1.647
0.000	0.183	0.366	0.549	0.732	0.915	1.098	1.281	1.464	1.647	1.830



Şekil. 2.10. Üçgen kesitli kanalın gerçek koordinatlardaki düğüm noktaları.



Şekil. 2.11. Eşanjör tip-1 kesitli kanalın gerçek koordinatlardaki düğüm noktaları.



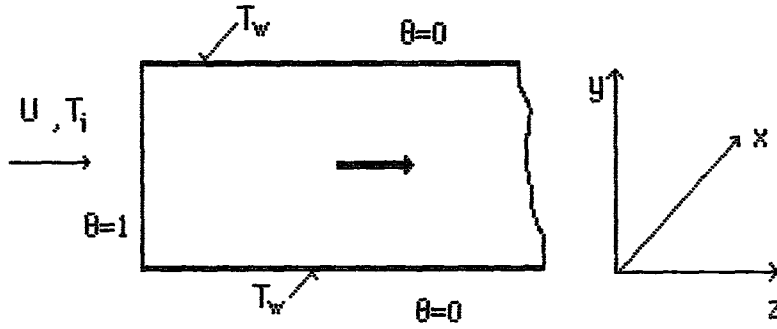
Şekil 2.12. Koordinat dönüşümünde kullanılan MAPP FORTRAN programının akış diyagramı.

3. GELİŞİGÜZEL KESİTLİ KANALLARDA HİDRODİNAMİK OLARAK TAM GELİŞMİŞ LAMİNER AKIŞTA SICAKLIK PROBLEMİNİN İNCELENMESİ

Bu bölümde şematik olarak Şekil 3.1.de gösterilen bir kanal kesitinde sol taraftan kanala giren akışın karakteristikleri laminar, sıkıştırılamaz, zorlanmış akış, tam gelişmiş hız dağılımı ve gelişmekte olan sıcaklık dağılımı olarak tanımlanmaktadır. Kanal girişindeki kesitin geometrisi farklı şekillerde olabilmektedir. Bu geometrilerin düzgün geometriye dönüşümü bölüm 2'de gösterilmiştir. Kanal girişinde uniform sıcaklık dağılımı mevcuttur. Sınır şartları ise iki farklı şekilde alınarak işlemler yapılmıştır. Bunlardan birisi sabit duvar sıcaklığı sınır şartı, diğeri ise sabit ısı akısı sınır şartı olarak ele alınıp sonuçları elde edilmiştir.

Kanal içinde tam gelişmiş hız dağılımı bulunmakta ve bu hız dağılımı akış yönündeki ve kesit üzerindeki hesaplamaların tamamında kullanılmaktadır. Akış yönünde(z) ilerlerken her kesit düzlemi üzerinde sıcaklık dağılımı elde edilmiş ve bu dağılımdan kesitteki yığılık sıcaklık hesaplanarak boyutsuz sayılar ile yorumlamalar yapılmıştır. Akış yönündeki çözüm adımı değişken uzunluklu alınarak iterasyon sayısının azalması sağlanmıştır. Bu değişkenlik $DZ_1=1.0E-5$ değeri ile başlatılarak, $DZ_{j+1}=DZ_j * 1.05$ ifadesiyle artımı sağlanmıştır. Ancak DZ değeri 0.025 değerinin altına indirilmemiştir. Çünkü DZ değeri büyüdükçe çözüm hassasitesi kaybolacaktır.

3.1. Sabit Duvar Sıcaklığı Sınır Şartı.



Şekil 3.1 Sabit duvar sıcaklığı sınır şartı için sistemin tanımı.

Sabit duvar sıcaklığı sınır şartı, kanal boyunca (z yönünde) ve çevresel olarak uniform bir sıcaklık sınır şartı olduğu düşünülerek çözümlerin yapıldığı durumdur. Kanal girişinde ve çevrede hız ve sıcaklık sınır şartları (girişte hız tam gelişmiş, $\theta=1$ ve kanal çevresinde $U=0$, $\theta=0$) bilindiği varsayılarak boyutsuz sayılar (Nu , $f.Re$) elde edilmişlerdir.

3.1.1. Sabit duvar sıcaklığı sınır şartı için problemin formülasyonu

Sabit duvar sıcaklığı sınır şartı için ele alınan genel denklemler aşağıda denklem (3.1-3.4) ile verilmiştir. Bu denklemler üzerinde varsayımlar ve boyutsuzlaştırmalar yapılarak çözülecek denklemler elde edilirler. Aşağıda verilen denklem (3.1) süreklilik denklemini, denklem (3.2) y yönü momentum denklemini, denklem (3.3) x yönü momentum denklemini ve denklem (3.4) z yönü momentum denklemini

göstermektedir.

$$\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (3.1)$$

$$w \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + u \frac{\partial v}{\partial z} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right] \quad (3.2)$$

$$w \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + u \frac{\partial w}{\partial z} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right] \quad (3.3)$$

$$w \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + u \frac{\partial u}{\partial z} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \nu \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] \quad (3.4)$$

Kanal Girişinde

Duvarda

u : Tam gelişmiş w=v=0

T : Uniform T=T_w

Hız ve sıcaklık problemi için yukarıdaki kabuller altında eşitlik 3.1 ile verilen süreklilik ve eşitlik 3.2-3.4 ile verilen Navier-Stokes denklemlerinde gerekli kısaltmalar yapıldığında aşağıdaki kısmi türevli denklemler elde edilirler.

$$-\frac{1}{\mu} \frac{\partial P}{\partial z} + \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] = 0 \quad (3.5)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right] \quad (3.6)$$

Hız ve sıcaklık denklemlerini çözmeden önce bu denklemlerin içindeki 1. mertebeden ve 2.mertebeden kısmi türevli denklemlerin yeni düzlemdeki karşılıkları kullanılmalıdır. Bu karşılıklar bölüm 2’de verilmiştir. Türetilmiş Navier Stokes denklemlerinin yeni (ξ - η) düzlemindeki ifadeleri bazı katsayılar olarak aşağıdaki şekilde elde edilirler.

$$\frac{\partial}{\partial x} = J^{-1} y_{\eta} \frac{\partial}{\partial \xi} - J^{-1} y_{\xi} \frac{\partial}{\partial \eta} \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} = J^{-1} x_{\eta} \frac{\partial}{\partial \xi} + J^{-1} x_{\xi} \frac{\partial}{\partial \eta} \quad (3.8)$$

$$-\frac{1}{\mu} \frac{\partial P}{\partial z} J^2 + \left[\alpha u_{\xi\xi} - 2\beta u_{\xi\eta} + \gamma u_{\eta\eta} \right] = 0 \quad (3.9)$$

U ve T değişkenlerini aşağıdaki eşitliklerle boyutsuz şekle getirdiğimizde çözümü yapılacak boyutsuz hız denklemi eşitlik (3.12) ve sıcaklığın boyutsuz dönüştürülmüş denklemi eşitlik (3.13)’deki gibi bulunur.

$$U = u / \left[-\frac{1}{\mu} \frac{\partial P}{\partial z} \frac{Dh^2}{2} \right] \quad \theta = \frac{(T - T_w)}{(T_i - T_w)} \quad (3.10)$$

$$\xi = \xi / Dh \quad \eta = \eta / Dh \quad x = x / Dh \quad y = y / Dh \quad (3.11)$$

$$\left[\alpha U_{\xi\xi} - 2\beta U_{\xi\eta} + \gamma U_{\eta\eta} \right] + J^2 = 0 \quad (3.12)$$

$$\left[\alpha \theta_{\xi\xi} - 2\beta \theta_{\xi\eta} + \gamma \theta_{\eta\eta} \right] = U \frac{\partial \theta}{\partial z} J^2 \quad (3.13)$$

Elde edilen boyutsuz hız ve sıcaklık dönüşüm denklemlerinin nümerik çözümleri için sonlu farklar ifadesi bölüm 3.1.2'de çıkarılmıştır.

3.1.2. Formülasyonun Sonlu Farklarla İfadesi.

Hız probleminin sonlu farklar ifadesi için birinci ve ikinci mertebeden kısmi türevleri merkezi farklar cinsinden yazdığımızda aşağıdaki eşitlikler (3.14-3.16) elde edilmektedir.

$$\alpha U_{\xi\xi} = \alpha_{i,j} \frac{U_{i+1,j} - 2U_{i,j} + U_{i-1,j}}{\Delta \xi^2} \quad (3.14)$$

$$2\beta U_{\xi\eta} = 2\beta_{i,j} \frac{U_{i+1,j+1} - U_{i+1,j-1} - U_{i-1,j+1} + U_{i-1,j-1}}{4\Delta\xi\Delta\eta} \quad (3.15)$$

$$\gamma U_{\eta\eta} = \gamma_{i,j} \frac{U_{i,j+1} - 2U_{i,j} + U_{i,j-1}}{\Delta\eta^2} \quad (3.16)$$

Yukarıdaki eşitlerden ($U_{i,j}$) çekilerek bütün noktalar için sınır değerleri hariç hesaplanabilir. Sınır değerleri de sınır şartından bilindiğinden, eşitlikler iterasyonla çözülür. Bulunan ($U_{i,j}$) boyutsuz hız dağılımını verecektir. Sıcaklık dağılımı için ise eşitlik (3.13)'ün sonlu fark ifadeleri yazıldığında aşağıdaki eşitlikler bulunur.

$$\left[\alpha \theta_{\xi\xi} - 2\beta \theta_{\xi\eta} + \gamma \theta_{\eta\eta} \right] = U \frac{\partial \theta}{\partial z} J^2 \quad (3.17)$$

$$\alpha \theta_{\xi\xi} = \alpha_{i,j} \frac{\theta_{i+1,j,k} - 2\theta_{i,j,k} + \theta_{i-1,j,k}}{\Delta\xi^2} \quad (3.18)$$

$$2\beta \theta_{\xi\eta} = 2\beta_{i,j} \frac{\theta_{i+1,j+1,k} - \theta_{i+1,j-1,k} - \theta_{i-1,j+1,k} + \theta_{i-1,j-1,k}}{4\Delta\xi\Delta\eta} \quad (3.19)$$

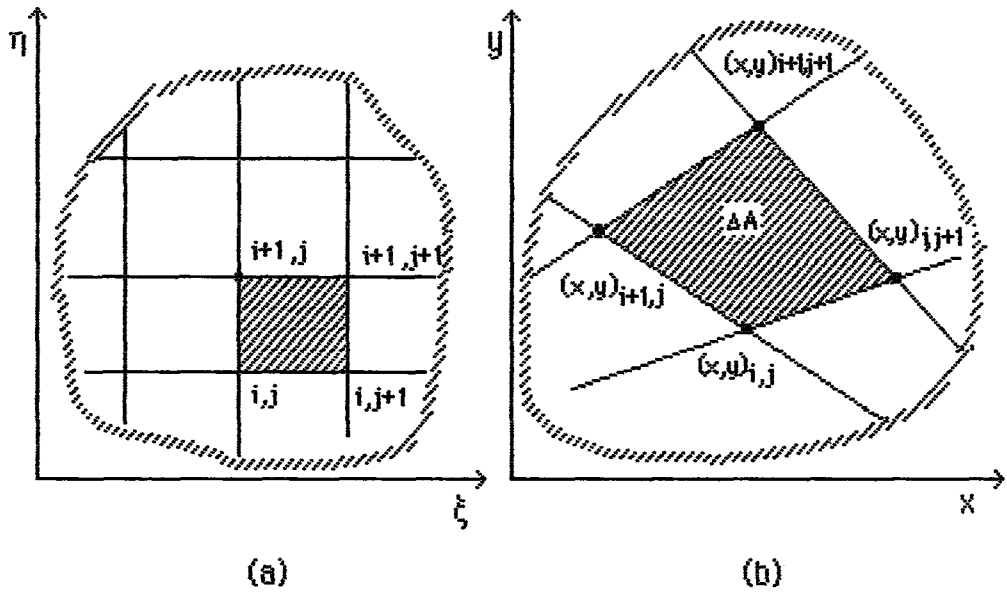
$$\gamma \theta_{\eta\eta} = \gamma_{i,j} \frac{\theta_{i,j+1,k} - 2\theta_{i,j,k} + \theta_{i,j-1,k}}{\Delta\eta^2} \quad (3.20)$$

$$U_{\Delta Z}^{30} = U_{i,j} \frac{\theta_{i,j,k} - \theta_{i,j,k-1}}{\Delta Z} J_{i,j}^2 \quad (3.21)$$

3.1.3. Gelişigüzel kesitlerin çevre ve alanlarının bulunması.

Kesit alanının hesaplanması

Kanal kesit alanını bulmak çoğu zaman normal alan ifadeleriyle bulmak mümkün olmaktadır. Düzgün olmayan fakat belirli bir ifadeyle tanımlı sınırları olan alanlar ise nümerik olarak hesaplanmaktadır. Ancak yığışik sıcaklık (bulk temperature) veya ortalama hız değerlerini bulurken kullanılacak kontrol kesit alanlarının da bulunması gerekir. Dönüştürülmüş düzlemdeki gridlerin oluşturduğu kontrol kesit alanları düzgün olmasına karşın, gerçek düzlemindeki buna karşılık gelen kontrol kesit alanları düzgün geometride değildirler. Ayrıca herbir kontrol kesit alanı farklı şekil ve değerde olmaktadır. Şekil 3.2.'de gösterilen (ΔA) alanının hesaplanması aşağıda gösterilmiştir.



Şekil 3.2. Gerçek koordinatlardaki gridler ve kontrol kesit alanlarının görünümü.

$$\Delta A = [x_{i,j} (y_{i+1,j} - y_{i,j+1}) + x_{i+1,j} (y_{i+1,j+1} - y_{i,j}) + x_{i+1,j+1} (y_{i,j+1} - y_{i+1,j}) + x_{i,j+1} (y_{i,j} - y_{i+1,j+1})] / 2 \quad (3.22)$$

Sınırlara yakın yerlerdeki alanlarda, eğik sınırların düz alındığı düşünülürse; sınırlara komşu gridlerin oluşturduğu kontrol alanların küçük hatalarla hesaplandığı gözden kaçmamalıdır.

Çevrenin hesaplanması

Kanal kesit alanı sınırları dört ayrı fonksiyonla gösterildiğinden bu fonksiyonların izlediği yol, kanal çevresini oluşturacaktır. Dik üçgenin özelliklerinden kontrol kesit alanı için çevre aşağıdaki eşitlikle yazılabilir.

$$ds=\sqrt{dx^2+dy^2} \quad (3.23)$$

Eşitlik (3.23)'i bütün çevre için, yani dört fonksiyon için de yazılır ve fonksiyonların tanım aralığında integrali alınırsa aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$P=\int_{-x1}^0 \left\{ \sqrt{1+\left(\frac{df_1}{dx}\right)^2} + \sqrt{1+\left(\frac{df_4}{dx}\right)^2} \right\} dx$$
$$+ \int_0^{x3} \left\{ \sqrt{1+\left(\frac{df_2}{dx}\right)^2} + \sqrt{1+\left(\frac{df_3}{dx}\right)^2} \right\} dx \quad (3.24)$$

3.1.4. Çözümün Boyutsuz Sayılarla Gösterilmesi.

Yapılan çalışma ve bulunan sonuçların yorumlanması için boyutsuz sayılarla ilgili sonuçlar elde edilmiştir ve bu sonuçlar literatürdeki benzer konudaki yapılmış çalışmalarla kıyaslanmıştır. Bulunan sonuçlarda kullanılan boyutsuz sayıların tanımı, yapılan işlemler ve kullanılan yöntemler aşağıda gösterilmiştir.

Ortalama hızın hesaplanması.

Bütün kesitte tam gelişmiş hız dağılımında ortalama hız tanımı

eşitlik (3.25) ile yapılmaktadır.

$$\bar{U} = \frac{1}{A} \int_A U_{ort} dA \quad (3.25)$$

$$U_{ort} = [U_{i,j} + U_{i,j+1} + U_{i+1,j} + U_{i+1,j+1}]/4 \quad (3.26)$$

Eşitlik (3.24)'de gösterilen (dA), eşitlik (3.22) ile tanımlanan kontrol alanıdır. (U) ise (dA) alanının düğüm noktalarındaki boyutsuz hızların ortalamasıdır.

Yığışik sıcaklığın bulunması(bulk temperature)

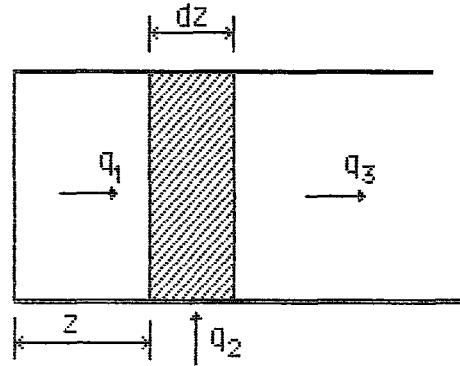
Sıcaklık (z) yönünde gelişmekte olduğundan, kanal boyunca her adımda bir sıcaklık dağılımı bulunmaktadır. Bu nedenle bu sıcaklık dağılımının bir yığışik sıcaklığı bulunmalıdır. Böylece hesaplamalarda dağılımın karşılığı olarak bu sıcaklık kullanılmalıdır. Yığışik sıcaklığın bulunmasında kullanılan ifade aşağıda verilmiştir.

$$T_b(z) = \frac{1}{AU} \int_A U_{ort} T dA \quad (3.27)$$

Sıcaklık dağılımı boyutsuz olarak bulunduğundan eşitlik (3.27) boyutsuzlaştırıldığında aşağıdaki ifade bulunur.

$$\theta_b(z) = \frac{1}{AU} \int_A U_{ort} \theta dA \quad (3.28)$$

Nusselt sayısının tanımı ve çıkarılması



Şekil 3.3. Sabit duvar sıcaklığı sınır şartında ısı dengesi.

Şekil 3.3.'de gösterilen kontrol hacim elemanı için enerji dengesi yazılarak, ısı taşınım katsayısı aşağıdaki şekilde bulunur.

$$q_3 = q_1 + q_2 \quad q_1 = (m.\underline{h})_z \quad (3.29)$$

$$q_2 = h(T_w - T_b).P.dz \quad (3.30)$$

$$q_3 = (m.\underline{h})_{z+\Delta z} \quad (3.31)$$

$$(m.\underline{h})_{z+\Delta z} = (m.\underline{h})_z + h(T_w - T_b).P.dz \quad (3.32)$$

Yukarıdaki eşitlikte ($\underline{h}$) entalpi olarak alındığından, ($\underline{h}$) değeri $(C_p.dT_b/dz)$ olarak alınır ve gerekli ara işlemler yapılırsa ısı taşınım

katsayısı aşağıdaki eşitlik (3.33)'deki gibi bulunur.

$$h = \frac{\dot{m} \cdot C_p}{(T_w - T_b)P} \cdot \frac{dT_b}{dz} \quad (3.33)$$

$$Nu = \frac{D_h h}{k} \quad (3.34)$$

Boyutsuz Nusselt sayısının tamımı eşitlik (3.34)'deki şekilde bilindiğinden, Nusselt sayısı sıcaklık ve (z)'nin bir fonksiyonu olarak bulunabilir. Burada eşitlik çözülürken kütleli debi ($\dot{m} = \rho \cdot u \cdot A$), Reynolds sayısı $Re = (u \cdot D_h) / \nu$, kinematik viskozite ($\nu = \mu / \rho$) ve Prandtl sayısı ise ($Pr = \mu \cdot C_p / k$) olarak alınmıştır.

$$Z = \frac{z}{D_h Pr Re} \quad \theta = \frac{(T - T_w)}{(T_i - T_w)} \quad (3.35)$$

Boyutsuz uzunluk ve boyutsuz sıcaklık eşitlik (3.35) deki şekilde alınarak tam gelişmiş durumda Nusselt sayısı aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır.

$$Nu_T = \frac{1}{4 \theta_b} \cdot \frac{d\theta_b}{dZ} \quad (3.36)$$

Bu eşitliği (z) yönünde k adet dağılım için kullandığımızda, (k-1) tane Nusselt sayısı elde ederiz. Bulunan Nusselt sayılarının (z) boyunca ortalama değerlerini (N_{um}) de aşağıdaki eşitlikle elde edebiliriz.

$$Nu_m = \frac{1}{Z} \int_0^Z Nu_T dZ \quad (3.37)$$

(f.Re) değerin hesaplanması.

Sürtünme sayısı (f) eşitlik (3.38) ile verilmektedir Asako(1988). Reynold sayısının tanımı ise ($Re = u \cdot D_h / \nu$) olarak bilindiğinden (f.Re) ifadesi aşağıdaki şekilde teşkil edilebilir.

$$f \cdot Re = \left(\frac{dP}{dz} \frac{D_h}{2} \frac{uD_h}{\nu} \right) / (\rho u^2) \quad \bar{U} = u / \left(\frac{1}{\mu} \frac{dP}{dz} \cdot D_h^2 \right) \quad (3.38)$$

$$f \cdot Re = \frac{1}{2\bar{U}} \quad (3.39)$$

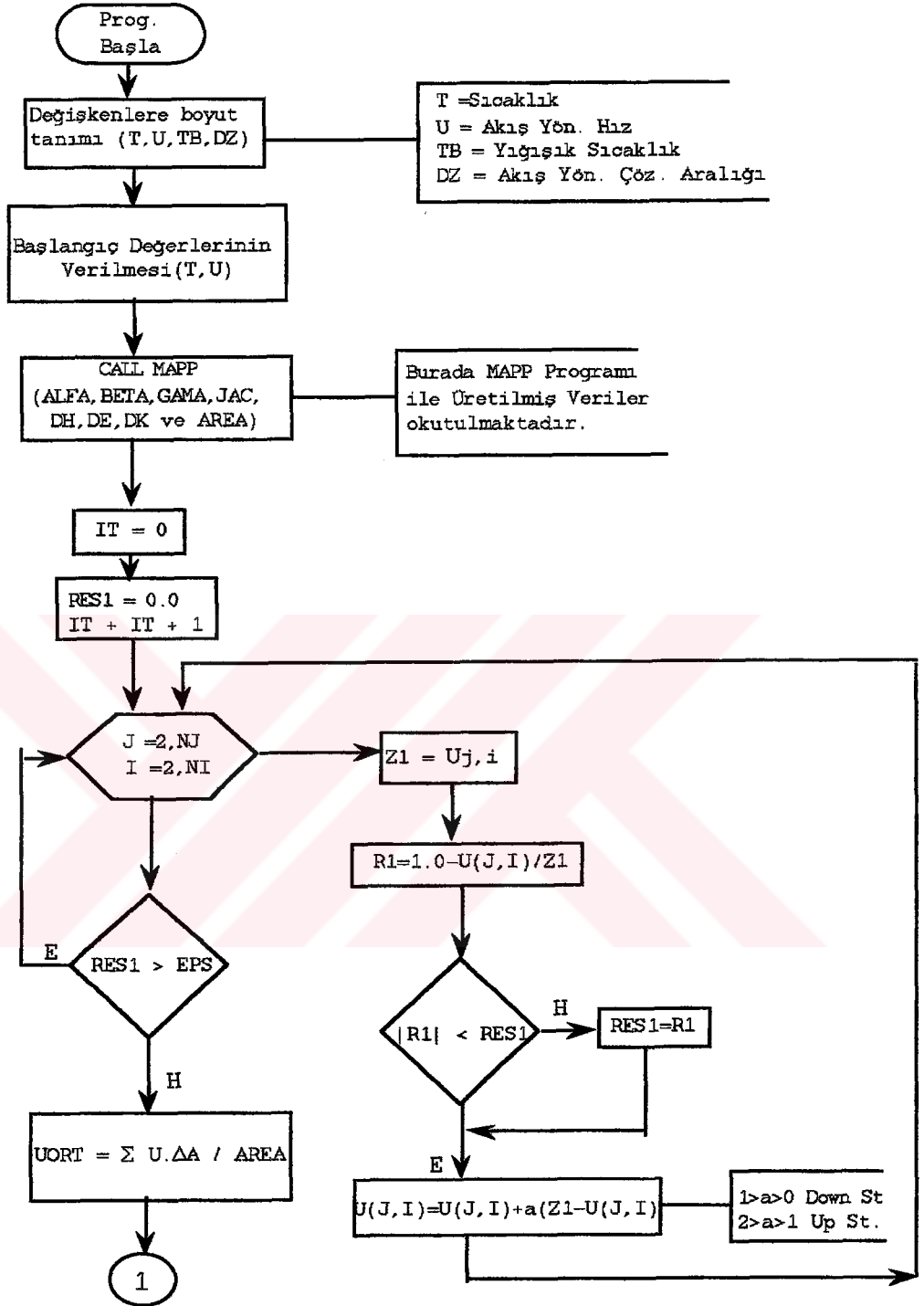
3.1.5. Değişik gelişigüzel kesitler için çözümler.

Bölüm 3.1.4'de bulunan eşitlikler kullanılarak aşağıda verilen büyüklüklerin hesaplanması gerçekleştirilmiştir :

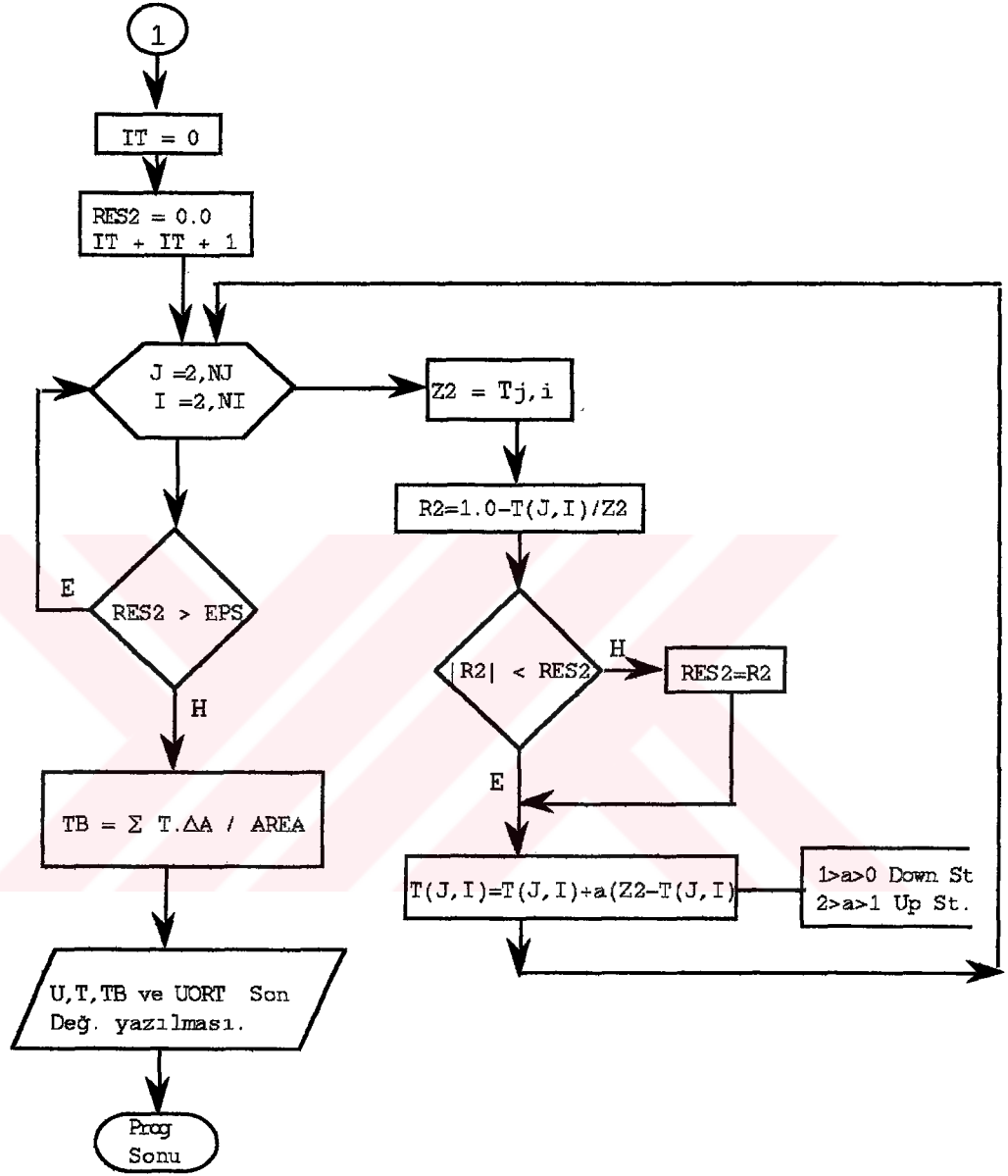
- 1) Tam gelişmiş boyutsuz hız dağılımını (U),
- 2) Ortalama hız değerini (U_m),
- 3) Z yönünde boyutsuz sıcaklık dağılımını (θ),
- 4) Z yönündeki her dağılım için yığışik sıcaklık (θ_b),
- 5) Sürtünme katsayı değeri (f.Re),

- 6) Tam gelişmiş hız ve gelişmekte olan sıcaklık dağılımı için Nusselt sayısı(Nu_T),
- 7) Tam gelişmiş hız ve gelişmekte olan sıcaklık dağılımı için ortalama Nusselt sayısı(Num).

Bütün bu yukarıdaki değerler Şekil (3.6.-3.11.) ile verilen kesitler için hesaplanmıştır. Sabit duvar sıcaklığı sınır şartı için belirlenen bilgisayar programının akış diyagramı Şekil 3.4'de verilmiştir. Akış diyagramı verilen programla elde edilen ($f.Re$) değerleri Tablo (3.1-3.6)'de, Nusselt sayılarının (z) yönündeki gelişimi grafiklerle Bölüm.6'da gösterilmiştir.



Şekil 3.4. Sabit duvar sıcaklığı sınır şartı için yazılan FORTRAN programı akış diyagramı(MAPPTW).



Şekil 3.5. Sabit duvar sıcaklığı sınır şartı için yazılan FORTRAN programı akış diyagramı(MAPPTW).

Tablo 3.1.Baklava dilimi kesitler için elde edilen (Nu_T, Nu_m) değerleri.

Z	50°		60°		70°		80°		90°	
	Nu_T	Nu_m	Nu_T	Nu_m	Nu_T	Nu_m	Nu_T	Nu_m	Nu_T	Nu_m
0.0000166	21.79	21.79	21.81	21.81	21.97	21.97	22.05	22.05	22.07	22.07
0.0000305	20.80	21.25	20.93	21.35	21.04	21.47	21.15	21.57	21.12	21.61
0.0000474	19.79	20.69	19.94	20.82	20.11	20.96	20.22	21.05	20.36	21.14
0.0000679	18.81	20.10	18.97	20.25	19.15	20.39	19.25	20.50	19.24	20.58
0.0000927	17.78	19.47	17.99	19.64	18.16	19.79	18.27	19.90	18.37	19.97
0.0001270	16.77	18.82	16.99	18.99	17.16	19.15	17.27	19.26	17.38	19.33
0.0001590	15.80	18.14	16.00	18.32	16.17	18.48	16.28	18.59	16.25	18.65
0.0002030	14.83	17.43	15.04	17.62	15.19	17.78	15.31	17.90	15.38	17.95
0.0002560	13.89	16.71	14.09	16.91	14.25	17.07	14.36	17.18	14.41	17.23
0.0003200	13.00	15.99	13.19	16.18	13.35	16.34	13.44	16.45	13.49	16.50
0.0003980	12.13	15.25	12.33	15.45	12.48	15.61	12.57	15.71	12.64	15.76
0.0004920	11.33	14.52	11.51	14.72	11.65	14.87	11.75	14.97	11.74	15.02
0.0006060	10.57	13.80	10.75	13.99	10.89	14.14	10.97	14.24	11.01	14.29
0.0007430	9.85	13.09	10.03	13.28	10.16	13.43	10.24	13.52	10.27	13.57
0.0009100	9.19	12.40	9.36	12.58	9.48	12.72	9.55	12.82	9.59	12.86
0.0011100	8.57	11.72	8.73	11.90	8.85	12.04	8.92	12.13	8.94	12.17
0.0013600	8.00	11.07	8.15	11.24	8.26	11.38	8.33	11.47	8.35	11.50
0.0016500	7.47	10.45	7.61	10.61	7.72	10.74	7.79	10.83	7.81	10.86
0.0020100	6.98	9.85	7.12	10.01	7.22	10.13	7.29	10.22	7.30	10.25
0.0024400	6.53	9.27	6.66	9.43	6.76	9.55	6.83	9.63	6.84	9.66
0.0029600	6.11	8.73	6.24	8.88	6.34	9.00	6.40	9.08	6.42	9.10
0.0035900	5.72	8.22	5.84	8.36	5.94	8.48	6.00	8.55	6.02	8.58
0.0043600	5.36	7.73	5.48	7.87	5.58	7.98	5.64	8.05	5.66	8.08
0.0052900	5.03	7.27	5.15	7.41	5.24	7.52	5.30	7.53	5.32	7.61
0.0064100	4.72	6.83	4.84	6.97	4.93	7.08	4.99	7.14	5.00	7.16
0.0077600	4.45	6.43	4.56	6.56	4.65	6.66	4.70	6.73	4.72	6.75
0.0094000	4.19	6.05	4.30	6.18	4.39	6.28	4.44	6.34	4.45	6.36
0.0114000	3.95	5.69	4.06	5.82	4.15	5.91	4.20	5.97	4.21	5.99
0.0138000	3.74	5.36	3.85	5.48	3.93	5.58	3.98	5.63	4.00	5.65
0.0167000	3.54	5.05	3.65	5.17	3.73	5.26	3.78	5.32	3.80	5.34
0.0202000	3.37	4.76	3.47	4.88	3.56	4.97	3.61	5.03	3.63	5.05
0.0245000	3.21	4.50	3.32	4.62	3.40	4.71	3.45	4.76	3.47	4.78
0.0296000	3.07	4.26	3.18	4.37	3.27	4.46	3.32	4.52	3.34	4.54
0.0358000	2.95	4.03	3.07	4.15	3.16	4.24	3.21	4.29	3.23	4.31
0.0434000	2.85	3.83	2.97	3.95	3.06	4.04	3.12	4.09	3.14	4.11
0.0525000	2.76	3.65	2.89	3.77	2.99	3.86	3.05	3.92	3.08	3.94
0.0635000	2.70	3.49	2.84	3.61	2.94	3.70	3.01	3.76	3.03	3.78
0.0769000	2.65	3.34	2.79	3.47	2.90	3.56	2.97	3.62	3.00	3.64
0.0931000	2.61	3.22	2.77	3.35	2.88	3.45	2.95	3.51	2.98	3.53
0.1130000	2.59	3.11	2.75	3.24	2.87	3.35	2.94	3.41	2.97	3.43
0.1360000	2.57	3.02	2.74	3.16	2.86	3.25	2.94	3.33	2.96	3.35
0.1650000	2.56	2.94	2.73	3.08	2.86	3.19	2.93	3.26	2.96	3.28
0.2000000	2.56	2.87	2.73	3.02	2.85	3.13	2.93	3.20	2.96	3.23
0.2410000	2.55	2.82	2.73	2.97	2.85	3.08	2.93	3.16	2.96	3.18
0.2920000	2.55	2.77	2.73	2.93	2.85	3.04	2.93	3.12	2.96	3.14
0.3540000	2.55	2.73	2.73	2.89	2.85	3.01	2.93	3.08	2.96	3.11
0.4280000	2.55	2.70	2.73	2.86	2.85	2.98	2.93	3.06	2.96	3.08
0.5180000	2.55	2.68	2.73	2.84	2.85	2.96	2.93	3.04	2.96	3.06
0.6260000	2.55	2.65	2.73	2.82	2.85	2.94	2.93	3.02	2.96	3.04
0.7580000	2.55	2.64	2.73	2.80	2.85	2.93	2.93	3.00	2.96	3.03
0.9170000	2.55	2.62	2.73	2.79	2.85	2.91	2.93	2.99	2.96	3.02
1.0000000	2.55	2.62	2.73	2.79	2.85	2.91	2.93	2.99	2.96	3.02

Tablo 3.2. Değişik geometrik kesitler için elde edilen (Nu_T, Nu_m) değerleri.

Z	Daire		Ezanjör		Üçgen	
	Nut	Num	Nut	Num	Nut	Num
0.000016600	26.81	26.81	13.53	13.53	22.47	22.47
0.000030530	24.99	25.76	11.89	12.61	21.37	21.89
0.000047440	23.29	24.79	11.21	12.06	20.22	21.24
0.000067900	22.09	23.96	10.41	11.53	19.15	20.58
0.000093000	20.61	23.06	9.77	11.06	18.10	19.91
0.000122614	19.45	22.19	9.24	10.60	17.08	19.22
0.000158862	18.22	21.28	8.72	10.17	16.07	18.50
0.000202724	16.99	20.38	8.21	9.75	15.11	17.78
0.000255796	15.88	19.47	7.76	9.35	14.15	17.41
0.000320012	14.84	18.56	7.37	8.96	13.23	16.67
0.000397715	13.84	17.66	6.91	8.57	12.35	16.29
0.000491735	12.91	16.77	6.52	8.19	11.52	15.54
0.000605500	12.05	15.91	6.12	7.81	10.73	14.80
0.000743155	11.22	15.06	5.75	7.44	9.99	14.06
0.000909717	10.49	14.25	5.40	7.08	9.29	13.32
0.001111260	9.83	13.47	5.04	6.72	8.65	12.61
0.001355120	9.19	12.72	4.72	6.37	8.05	11.91
0.001650200	8.61	12.00	4.41	6.03	7.49	11.23
.....						
0.004359870	6.31	8.95	3.11	4.50	5.30	8.27
0.005285950	5.96	8.44	2.90	4.22	4.96	7.76
0.006406500	5.63	7.96	2.71	3.97	4.65	7.28
0.007762360	5.33	7.51	2.53	3.72	4.36	6.83
0.009402960	5.05	7.09	2.37	3.49	4.09	6.41
0.011388100	4.8	6.70	2.21	3.28	3.85	6.02
0.013790100	4.58	6.34	2.07	3.07	3.53	5.65
0.016696500	4.38	6.01	1.94	2.88	3.43	5.31
0.029617400	3.94	5.17	1.73	2.40	2.94	4.42
0.035847600	3.84	4.94	1.53	2.26	2.81	4.17
0.043386100	3.77	4.74	1.44	2.12	2.60	3.94
0.052507700	3.72	4.57	1.36	2.00	2.61	3.72
0.063544800	3.69	4.42	1.30	1.88	2.53	3.53
0.076899700	3.67	4.23	1.23	1.77	2.47	3.36
0.093059100	3.66	4.18	1.19	1.67	2.43	3.21
0.127360000	3.65	4.04	1.18	1.54	2.39	3.08
0.177360000	3.65	3.93	1.11	1.42	2.36	2.89
0.227360000	3.65	3.87	1.09	1.35	2.35	2.74
0.327360000	3.65	3.80	1.08	1.27	2.35	2.60
0.377360000	3.65	3.78	1.08	1.24	2.35	2.56
0.427360000	3.65	3.77	1.07	1.22	2.35	2.54
0.527360000	3.65	3.74	1.07	1.19	2.35	2.50
0.577360000	3.65	3.74	1.07	1.18	2.35	2.48
0.627360000	3.65	3.73	1.07	1.17	2.35	2.47
0.677360000	3.65	3.72	1.07	1.17	2.35	2.46
0.727360000	3.65	3.72	1.07	1.16	2.35	2.45
0.777360000	3.65	3.71	1.06	1.16	2.35	2.44
0.827360000	3.65	3.71	1.06	1.15	2.35	2.44
0.877360000	3.65	3.71	1.06	1.15	2.35	2.43
0.927360000	3.65	3.71	1.07	1.14	2.35	2.43
0.977360000	3.65	3.70	1.07	1.14	2.35	2.42
1.000000000	3.65	3.70	1.07	1.14	2.35	2.42

Tablo 3.3. Baklava tip kesitler için elde edilen (Nu_T, Nu_m) değerleri.

Açı	Nu_T	Nu_m	Shah Num	Asako Num	Grid
---	---	---	---	---	---
90°	2.96	3.02	2.98	2.97	20x30
80°	2.93	2.99	-	-	20x30
70°	2.85	2.91	-	-	20x30
60°	2.72	2.79	-	2.74	20x30
50°	2.55	2.62	-	-	20x30
45°	2.45	2.52	-	-	20x30
40°	2.33	2.38	-	-	20x30
30°	2.10	2.19	-	2.136	20x30

Tablo 3.4. Değişik tip kesitler için elde edilen (Nu_T, Nu_m) değerleri.

Kesit çeşidi	Nu_T	Nu_m	Grid

Üçgen	2.35	3.42	21x30
Daire	3.65	3.70	30x35
Eşanjör tip 1	1.06	1.14	21x30
Eşanjör tip 2	2.55	2.62	32x32

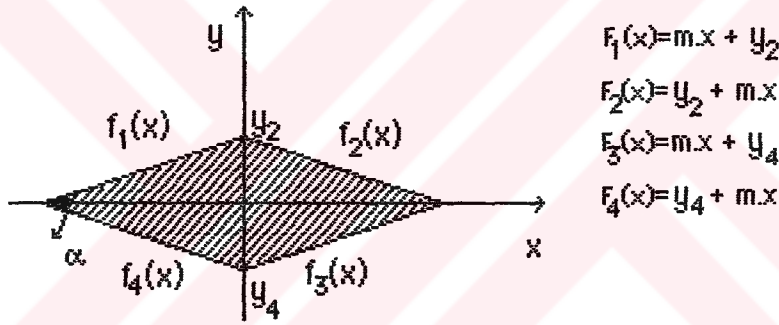
Tablo 3.5. Baklava tip kesitler için elde edilen ($f.Re$) değerleri.

Derece =>	90°	80°	70°	60°	50°	45°	30°

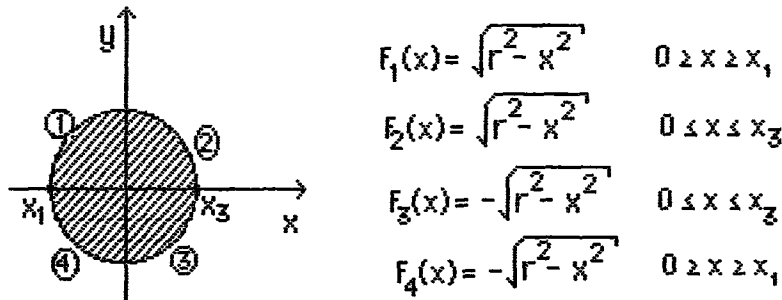
$f.Re$ =>	14.28	14.25	14.12	13.91	13.64	13.48	12.96

Tablo 3.6. Değişik tip kesitler için elde edilen (f.Re) değerleri.

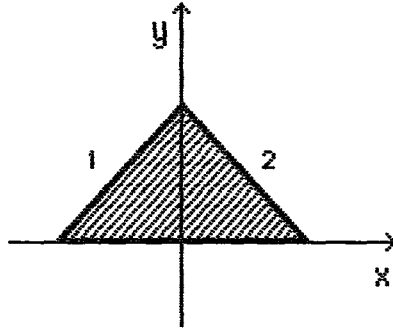
Kesit tipi =>	Üçgen	Eşanjör 1	Daire	Eşanjör tip-2
f.Re =>	13.21	6.65	16.31	13.48



Şekil 3.6. Baklava kesitli kanal ve sınır tanım fonksiyonları.



Şekil 3.7 Dairesel kesitli kanal ve sınır tanım fonksiyonları.



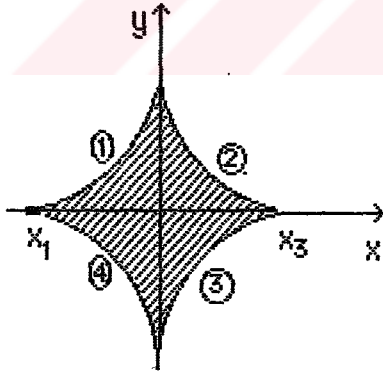
$$F_1(x) = m \cdot x + y_2$$

$$F_2(x) = y_2 - m \cdot x$$

$$F_3(x) = 0.0$$

$$F_4(x) = 0.0$$

Şekil 3.8. Üçgen kesitli kanal ve sınır tanım fonksiyonları.



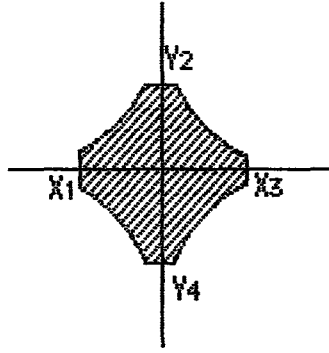
$$F_1(x) = 1 - \sqrt{r^2 - (x+r)^2} \quad 0 \geq x \geq x_1$$

$$F_2(x) = 1 - \sqrt{r^2 - (x-r)^2} \quad 0 \leq x \leq x_3$$

$$F_3(x) = \sqrt{r^2 - (x-r)^2} - 1 \quad 0 \leq x \leq x_3$$

$$F_4(x) = \sqrt{r^2 - (x+r)^2} - 1 \quad 0 \geq x \geq x_1$$

Şekil 3.9. Eşanjör tip-1 kesitli kanal ve sınır tanım fonksiyonları.



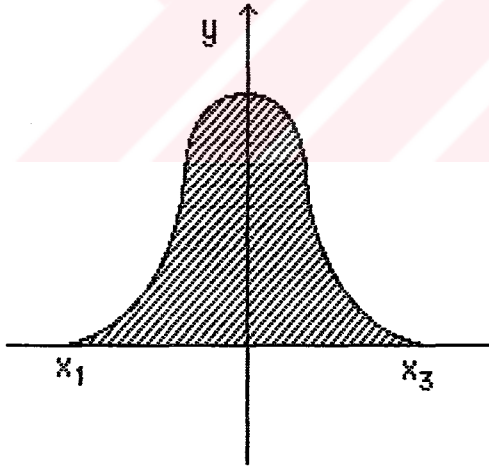
$$F_1(x) = y_2 - [R^2 - (x - x_1)^2]^{0.5}$$

$$F_2(x) = y_2 - [R^2 - (x + x_1)^2]^{0.5}$$

$$F_3(x) = y_4 - [R^2 - (x + x_3)^2]^{0.5}$$

$$F_4(x) = y_4 - [R^2 - (x - x_3)^2]^{0.5}$$

Şekil 3.10. Eşanjör tip-2 kesitli kanal ve sınır tanım fonksiyonları.



$$F_1(x) = (y_2/2) * (1 + \cos(p \cdot x/x_1))$$

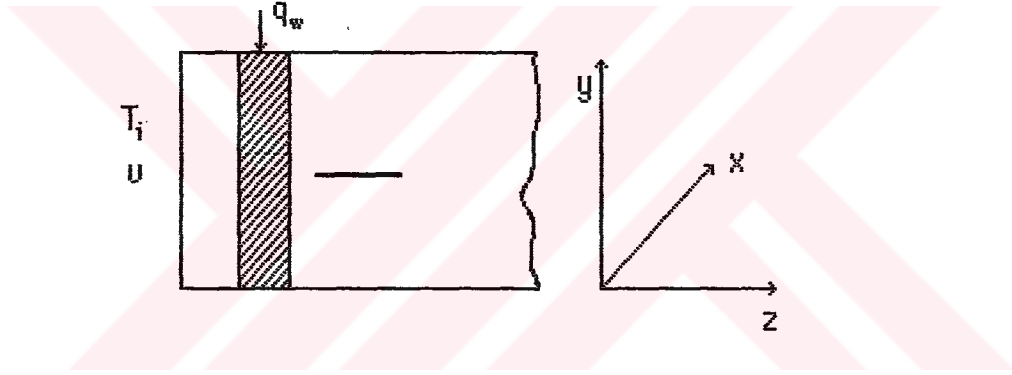
$$F_2(x) = (y_2/2) * (1 + \cos(p \cdot x/x_3))$$

Şekil 3.11. Sinüzoidal kesitli kanal ve sınır tanım fonksiyonları.

3.2. Sabit ısı akısı sınır şartı.

İzotermal duvar durumunda $T_w = \text{sabit}$ sınır şartı altındaki

çözüm, ısı sınırlarının ikinci tipi olan sabit ısı akısı sınır şartı(H1) ile çözüme göre daha kolaydır. Bu durumda duvar sıcaklığı (z)'nin bir fonksiyonu ve her adımda farklı değer almaktadır. Ancak buna karşılık sabit ısı akısından doğan yığılık sıcaklık değişimi sabit ve her adımda bilinmektedir. Bu nedenle, sabit duvar sıcaklığı sınır şartında yığılık sıcaklığı bulmak için kurulan iterasyona bir iç iterasyon eklenerek değişen duvar sıcaklığı yaklaşımı da bulunmalıdır. Bu da bilgisayar zamanını özellikle büyük grid sayılarında oldukça artırmaktadır.



Şekil 3.12. Sabit ısı akısı sınır şartı.

3.2.1. Sabit ısı akısı sınır şartı için problemin formülasyonu

Bölüm 3.1.1'de gösterilen ve çözülmesi gereken eşitlik (3.5) hız dağılımı problemi ve eşitlik (3.6) sıcaklık dağılımı problemi bu sınır şartı içinde aynıdır. Kısmi türevli eşitlikler aynen alınarak, sınır şartları ve bu sınır şartlarına bağlı olarak kabul edilen boyutsuz sayılar kullanılarak hız ve sıcaklık dağılımı bulunur.

Sabit ısı akısı sınır şartında (T_w) z yönünde ilerlerken her adımdaki kesitte aynı olmakla birlikte her bir kesit için farklı değer almaktadır. z yönündeki (dz) artımı eşit olmadığına (T_w) değişimini kestirmek zor olabilmektedir. Yığışık sıcaklık (T_b), (z) yönündeki her bir noktada aşağıdaki eşitlik (3.40) ile bilindiğine göre, bir başlangıç duvar sıcaklığı (T_w) varsayımı yapılarak bu duvar sıcaklığına karşılık gelen sıcaklık dağılımı bulunur.

$$T_b = T_i + Q' \cdot z / (m \cdot c_p) \quad (3.40)$$

Bulunan bu sıcaklık dağılımının yığışık sıcaklığı hesaplanır ve gerçek yığışık sıcaklıkla arasındaki farktan yararlanılarak sapma tesbit edilir. Bu sapma eşitlik (3.41) kullanılarak yeni (T_w) sıcaklığının hesaplanmasında kullanılır.

$$T_w^{k+1} = T_w^k (T_b / T_b^k) \quad (3.41)$$

Duvar sıcaklıkları farkı veya yığışık sıcaklık farkları kabul edilebilir bir hata değerinin altına indiğinde (örneğin $EPS=0.0005$) iç iterasyon durdurulur. Aynı varsayım ve işlem adımları z yönündeki bütün adımlar için yapılarak duvar sıcaklıkları elde edilir. Ancak eşitlik (3.41) ile verilen ifade ile her zaman istenilen hata seviyesinin altına inmek mümkün olamamaktadır. Eşitlik (3.41) ile yeni varsayımı yapılacak duvar sıcaklığı, son bulunan yığışık sıcaklık ile belirlendiğinden, bu yığışık sıcaklığa bağlı olarak duvar sıcaklığı, hata seviyesine yaklaşırken tekrar uzaklaşabilmekte ve bu sürekli aynı şekilde devam edebilmektedir. Bunu

önlemek için, yığışık sıcaklık farkları çarpımı eksi işaretli olduğunda yani yeni bulunan yığışık sıcaklık bulunması gerekenden küçükken büyür veya büyükken küçülürse diğer bir deyişle aşağıdaki şart sağlanıyorsa, bir başka yaklaşım metodu olan aralık yarılama yöntemi uygulanarak daha iyi bir yaklaşım sağlanmıştır.

$$\left(T_b - T_b^{k+1}\right) \cdot \left(T_b - T_b^k\right) < 0 \quad (3.42)$$

3.2.2. Formülasyonun sonlu farklarla ifadesi.

Sabit duvar sıcaklığı sınır şartı ile sabit ısı akısı sınır şartında çözülecek kısmi türevli denklemler aynı denklemlerdir. Bu denlemlerin sonlu farklarla ifadesi eşitlik(3.14-3.21) ile verildiğinden burada tekrar edilmemiştir. Ancak değişen boyutsuz sıcaklık tanımındaki farklılık ve çözüm kümesindeki sınır şartı durumudur. Böylece çözülen kısmi türevli denklemler aynı fakat çözüm algoritması ve sınır şartları farklı olmaktadır.

3.2.3. Çözümün boyutsuz sayılarla(Nu ve f.Re) gösterilmesi.

Şekil 3.2'de gösterilen kontrol hacim elemanı için enerji dengesinden ısı taşınım katsayısı bölüm 3.1.2'de bulunduğu gibi bulunur. Ancak sabit duvar sıcaklığı sınır şartından farklı olarak sabit ısı akısı sınır şartından, yığışık sıcaklık değişimi sabit olduğundan, boyutsuz

sayıların tanımı farklılık göstermektedir. Boyutlu yığışık sıcaklık tanımı sınır şartından da anlaşılacağı üzere aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$T_b = T_i + \frac{Q'}{m.c_p} z \quad (3.43)$$

Isıl dengeden ısı taşınım katsayısı (h) eşitlik (3.33)'deki gibi bulunduktan sonra boyutsuz sıcaklık tanımı eşitlik (3.44)'deki gibi tanımlanarak Nusselt sayısı ve f.Re değerleri hesaplanır.

$$\theta = (T - T_i) / (Q' / k) \quad (3.44)$$

$$Q' = (m.c_p (dT_b / dz)) \quad (3.45)$$

$(T_b = \theta_b(Q'/k) + T_i)$, $(z = Z.Dh.Re.Pr)$ ve $(dz = dZ.Dh.Re.Pr)$ boyutlu ifadelerin eşitlikleri, denklem (3.43)'de yerlerine konularak boyutsuz yığışık sıcaklık aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\theta_b = (d\theta_b / dZ).Z \quad (3.46)$$

Nusselt sayısı($Nu = h.Dh/k$) olarak tanımlandığından ve ısı taşınım katsayısı(h) eşitlik (3.33) ile bilindiğine göre, sabit ısı akısı sınır şartı için Nusselt sayısı(Nu_H) aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$Nu_{RI} = \frac{D_h}{(\theta_w - \theta_b) P} \quad (3.47)$$

Sürtünme sayısı(f) ile Reynolds sayısının çarpımı (f.Re) değeri, hız tanımı ve çözülecek kısmi türevli hız denklemi değişmediğinden eşitlik (3.39) ile bulunmaktadır.

3.2.4. Değişik Gelişigüzel Kesitler için Çözümler

Sabit duvar sıcaklığı sınır şartı için kullanılan bütün kesitler sabit ısı akısı sınır şartı içinde kullanılmış ve çözümleri elde edilmiştir. Çözümlerden bazıları Tablo 3.7.'de olduğu gibi metin içerisine alınmış ve büyük bir kısmı da sonuçlar kısmındaki grafiklerde gösterilmiştir. Grafikleri verilen çözümlerin bilgisayar çıktılarının çok uzun olması nedeniyle metin içerisine alınmamıştır. Sabit ısı akısı sınır şartındaki çözümde problemin yakınsaması sabit duvar sıcaklığı sınır şartı gibi kolay olmamaktadır. Nedeni çözümü sonlandıracak olan bulguların birden fazla olmasındandır. Örneğin sabit duvar sıcaklığı sınır şartında sıcaklık dağılımı için ardarda elde edilen iki çözümdeki sıcaklık farklarının bir EPS değerinden küçük olması yeterli iken sabit ısı akısı sınır şartında hem sıcaklık farklarının hemde yığışık sıcaklık farklarının aynı hassasiyette yaklaşımı sağlaması gerekmektedir. Bu nedenle sabit ısı akısı sınır şartı için bazı kesit çözümlerinde bilgisayar programlarına yaklaşımı kontrol edecek rutinler eklenmiştir. Yığışık sıcaklık bütün alan üzerinden alındığından kaypak bir yapı

göstermektedir. Yığılık sıcaklık varsayımından sıcaklık eldesi bilgisayar programına bir dış döngü daha eklemekte bu da bilgisayar programı zamanını oldukça artırmaktadır.

Tablo 3.7. Sabit ısı akısı sınır şartında kare kesit için elde edilen (Nu_T, Nu_m) değerleri.

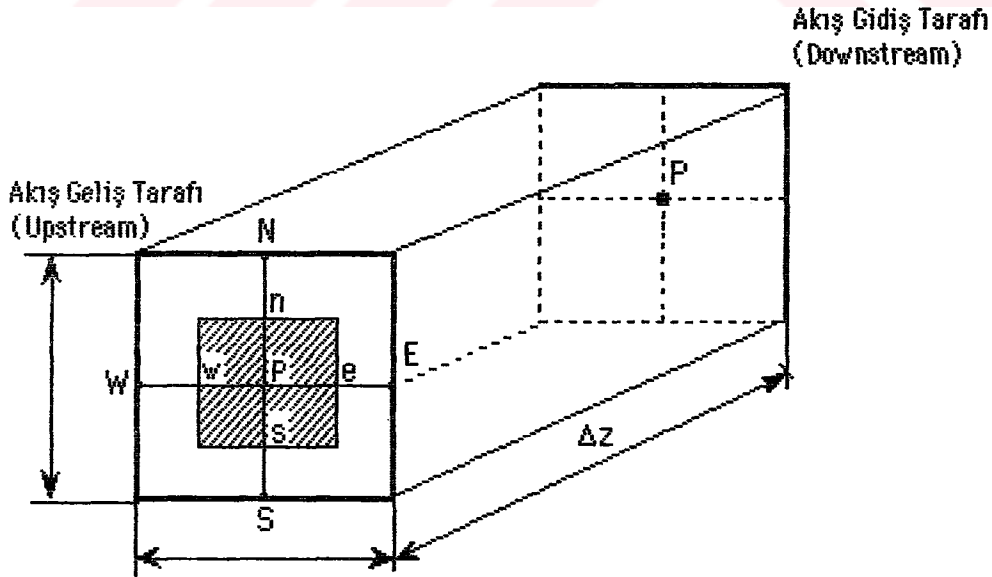
Sıra	Z	TW	TB	NU	NUM
2	0.000050	0.003657	0.000050	69.308716	69.308701
3	0.000105	0.003657	0.000067	69.628387	69.476120
4	0.000166	0.007320	0.000136	34.798340	56.799347
5	0.000232	0.009929	0.000210	25.722336	47.886703
6	0.000305	0.009929	0.000259	25.853119	42.602722
7	0.000386	0.012450	0.000348	20.658417	38.022202
8	0.000474	0.014308	0.000444	18.031540	34.289291
9	0.000572	0.015711	0.000545	16.484665	31.255325
10	0.000679	0.015711	0.000632	16.579941	28.938736
11	0.000797	0.017408	0.000751	15.009077	26.877838
12	0.000927	0.018895	0.000883	13.879126	25.058441
13	0.001069	0.020208	0.001026	13.033213	23.454025
14	0.001226	0.021409	0.001183	12.360474	22.034256
15	0.001399	0.022555	0.001353	11.791306	20.770218
16	0.001589	0.023692	0.001539	11.285050	19.636536
17	0.001797	0.025640	0.001761	10.469653	18.571365
18	0.002027	0.026467	0.001985	10.211463	17.623917
19	0.002280	0.028076	0.002244	9.677326	16.743073
20	0.002558	0.028879	0.002509	9.480574	15.953792
..					
80	0.626742	0.696896	0.626713	3.562136	3.865798
81	0.651742	0.721923	0.651715	3.560807	3.854099
82	0.676742	0.746961	0.676709	3.558602	3.843182
83	0.701742	0.771995	0.701713	3.557060	3.832989
84	0.726741	0.796992	0.726715	3.557353	3.823503
85	0.751741	0.822027	0.751707	3.555146	3.814580
86	0.776741	0.847055	0.776713	3.554034	3.806192
87	0.801741	0.872097	0.801714	3.552014	3.798267
88	0.826741	0.897092	0.826719	3.552478	3.790835
89	0.851741	0.922124	0.851719	3.550896	3.783790
90	0.876741	0.947149	0.876708	3.549099	3.777098
91	0.901741	0.972262	0.901715	3.543764	3.770628
92	0.926741	0.997295	0.926703	3.541454	3.764445

Tablo 3.8. Sabit ısı akısı sınır şartı için değişik tip kesitler için elde edilen (Nu_T, Nu_m) değerleri.

Kesit çeşidi	Nu_T	Nu_m	f.Re	Grid
Üçgen	2.9767	3.1573	12.1605	25x30
Daire	4.2505	4.5101	16.3321	25x30
Kare kesit	3.5411	3.7586	14.1567	25x30

4. GELİŞİGÜZEL KESİTLİ KANALLARDA HİDRODİNAMİK VE SICAKLIK GİRİŞ BÖLGESİNDEKİ HIZ VE SICAKLIK PROBLEMİNİN FORMÜLASYONU

Bu bölümde üç boyutlu z -yönüne göre parabolize edilmiş Navier-Stokes denklemlerinin çözüm yöntemi anlatılmıştır. Burada hem hızların(u, v, w) hemde sıcaklığın gelişmekte olduğu durum dikkate alınarak formülasyon ve çözümler elde edilmiştir. Gelecek bölümlerdeki formülasyondan da anlaşılacağı üzere denklemler parabolize edilerek çözülmüştür. Çözüm kesiti düzleminde (x - y veya ξ - η) eliptik çözüm alındığı halde akış yönünde(z) ikinci mertebeden türevler alınmamış ve problem parabolik şekle getirilmiştir. Bu hem problemin formülasyonunu hem de bilgisayar programlamasını kolaylaştırmıştır. Ayrıca parabolize edilmiş problem daha az bilgisayar belleği ve zamanı gerektirmektedir.



Şekil 4.1. (z) akış yönü kontrol hacim elemanı.

4.1. Problemin formülasyonu

Giriş bölgesi probleminin denklemleri karmaşık, uzun ve oldukça fazla yer tuttuğundan bir tek bölüm halinde gösterilmesi çalışmanın takip edilmesini oldukça zorlaştıracığından birkaç bölüm şekline dönüştürülmüştür. Bunlar gelecek paragraflarda görüleceği üzere; denklemlerin ilk önce kartezyen koordinatlardaki şekli yazıldı, daha sonra bu denklemlerin "Curvilinear" koordinat sisteminde dönüştürülmüş şekilleri elde edildi, daha sonra çözümü yapılacak denklemlerin belirlenen kontrol hacimleri üzerinden integrali alındı ve en sonunda çözümü yapılacak bu denklemlerin sonlu fark eşitlikleri yazılarak cebirsel ifadeler şekline getirildi. Bu işlemler yapılırken momentum denklemlerinin düzenlenmesi esnasında Upwind kuralı dikkate alınarak formülasyon gerçekleştirildi.

Üç boyutlu (z) yönünde parabolize edilmiş ve sabit özellikli olan Navier-Stokes(N-S) denklemleri gelen üç bölümde gösterilmiştir.

(x), (y) ve (z) yönü momentum denklemleri, enerji denklemi ve süreklilik denklemi dönüşümlerinde kullanılacak olan aşağıdaki birinci mertebeden türevler, yukarıdaki momentum denklemlerindeki yerlerine taşınarak dönüştürülmüş momentum, enerji ve kütle denklemleri elde edilirler.

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \xi_x \frac{\partial u}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial u}{\partial \eta}, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \xi_y \frac{\partial u}{\partial \xi} + \eta_y \frac{\partial u}{\partial \eta} \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \xi_x \frac{\partial v}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial v}{\partial \eta}, \quad \frac{\partial v}{\partial y} = \xi_y \frac{\partial v}{\partial \xi} + \eta_y \frac{\partial v}{\partial \eta} \quad (4.2)$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \xi_x \frac{\partial w}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial w}{\partial \eta}, \quad \frac{\partial w}{\partial y} = \xi_y \frac{\partial w}{\partial \xi} + \eta_y \frac{\partial w}{\partial \eta} \quad (4.3)$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \xi_x \frac{\partial P}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial P}{\partial \eta}, \quad \frac{\partial P}{\partial y} = \xi_y \frac{\partial P}{\partial \xi} + \eta_y \frac{\partial P}{\partial \eta} \quad (4.4)$$

$$\xi_x = \frac{y\eta}{J}, \quad \eta_x = \frac{-y\xi}{J}, \quad \xi_y = \frac{-x\eta}{J}, \quad \eta_y = \frac{x\xi}{J} \quad (4.5)$$

4.1.1. Momentum Denklemleri

(z) akış yönü momentum denklemi.

$$\frac{\partial}{\partial x} (wu) + \frac{\partial}{\partial y} (vu) + \frac{\partial}{\partial z} (uu) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} = \nu \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] \quad (4.6)$$

$$w \left[\frac{y\eta}{J} u_\xi - \frac{y\xi}{J} u_\eta \right] + v \left[-\frac{x\eta}{J} u_\xi + \frac{x\xi}{J} u_\eta \right] + u \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} = \frac{\nu}{J^2} \left[\alpha u_{\xi\xi} - 2\beta u_{\xi\eta} + \gamma u_{\eta\eta} \right] \quad (4.7)$$

(y) yönü momentum denklemi.

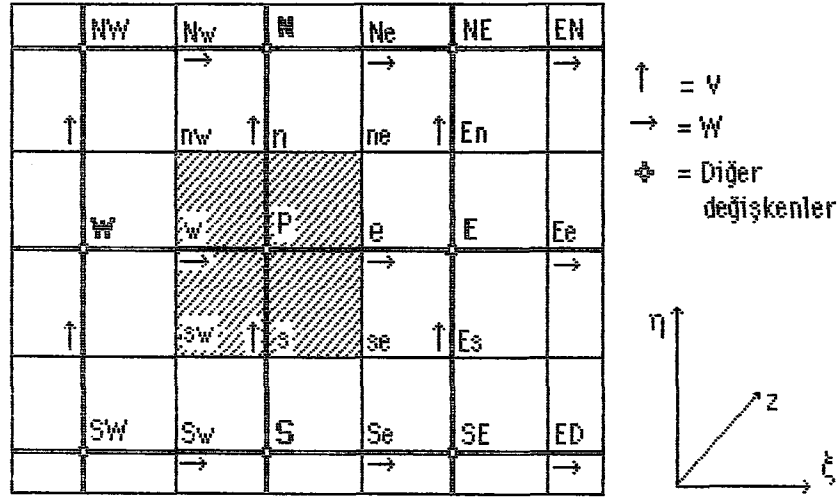
$$\frac{\partial}{\partial x}(wv) + \frac{\partial}{\partial y}(vv) + \frac{\partial}{\partial z}(uv) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} = \nu \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right] \quad (4.8)$$

$$w \left[\frac{y_{\eta}}{J} v_{\xi} - \frac{y_{\xi}}{J} v_{\eta} \right] + v \left[-\frac{x_{\eta}}{J} v_{\xi} + \frac{x_{\xi}}{J} v_{\eta} \right] + u \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\nu}{J^2} \left[\alpha v_{\xi\xi} - 2\beta v_{\xi\eta} + \gamma v_{\eta\eta} \right] \quad (4.9)$$

(x) yönü momentum denklemi.

$$\frac{\partial}{\partial x}(ww) + \frac{\partial}{\partial y}(vw) + \frac{\partial}{\partial z}(uw) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} = \nu \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \quad (4.10)$$

$$w \left[\frac{y_{\eta}}{J} w_{\xi} - \frac{y_{\xi}}{J} w_{\eta} \right] + v \left[-\frac{x_{\eta}}{J} w_{\xi} + \frac{x_{\xi}}{J} w_{\eta} \right] + u \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\nu}{J^2} \left[\alpha w_{\xi\xi} - 2\beta w_{\xi\eta} + \gamma w_{\eta\eta} \right] \quad (4.11)$$



Şekil 4.2. Akış yönü momentum ve süreklilik denkleminin integrali için kontrol hacminin kesit görünümü ve grid yapısı.

4.1.2. Süreklilik Denklemi

$$\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (4.12)$$

$$\frac{y_{\eta}}{J} w_{\xi} - \frac{y_{\xi}}{J} w_{\eta} - \frac{x_{\eta}}{J} v_{\xi} + \frac{x_{\xi}}{J} v_{\eta} + u_z = 0 \quad (4.13)$$

Eşitlik (4.13) ile bulunan süreklilik denkleminin, (z) yönü kontrol hacmi üzerinden integrali alındığında aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$y_{\eta}(w_e - w_w) \cdot \Delta \eta \cdot \Delta z - y_{\xi}(w_n - w_s) \cdot \Delta \xi \cdot \Delta z - x_{\eta}(v_e - v_w) \cdot \Delta \eta \cdot \Delta z \\ + x_{\xi}(v_n - v_s) \cdot \Delta \xi \cdot \Delta z + (u_p - u_p^u) \cdot J \cdot \Delta \eta \Delta \xi = 0 \quad (4.14)$$

4.1.3. Enerji Denklemi

Aşağıda verilen kartezyen koordinatlardaki enerji denklemini, dönüşüm fonksiyonlarını kullanarak çözüm düzleminde geçerli enerji denklemi şeklinde türetebiliriz. Bu işlemi Bölüm.4.1'deki birinci mertebeden dönüşüm eşitlikleri ve Bölüm.2.3.2'de elde edilen ikinci mertebeden türevlerin dönüşümleri kullanarak yaparız.

$$(wT)_x + \frac{\partial}{\partial y}(vT) + \frac{\partial}{\partial z}(uT) = \alpha \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right] \quad (4.15)$$

$$u \cdot J^2 \cdot T_z + J \cdot x_{\eta} (vT)_{\xi} - J \cdot x_{\xi} (vT)_{\eta} + J \cdot y_{\eta} (wT)_{\xi} - J \cdot y_{\xi} (wT)_{\eta} = \\ \alpha [\alpha T_{\xi\xi} - 2 \cdot \beta T_{\xi\eta} + \gamma T_{\eta\eta}] \quad (4.16)$$

Denklem (4.16) ile belirlenen enerji denklemini (u, v, w, x, y,...) boyutsuzlaştırma tanımlamalarına ek olarak $\theta = (T - T_i) / (T_w - T_i)$ tanımı kullanılarak aşağıdaki şekilde boyutsuz hale getirilir.

$$(U.J^2.\theta_z)+J.X_\eta.(v\theta)_\xi -J.X_\xi.(v\theta)_\eta +J.Y_\eta.(w\theta)_\xi -J.Y_\xi.(w\theta)_\eta =$$

$$1/(Pr) . [\alpha \theta_{\xi\xi} - 2.\beta \theta_{\xi\eta} + \gamma \theta_{\eta\eta}] \quad (4.17)$$

Elde edilen boyutsuz enerji denklemi kontrol hacmi üzerinden entegre edildiğinde aşağıdaki eşitlik (4.18) ile gösterilen cebirsel denklem şeklinde ifade edilir.

$$a_P\theta_P=a_E\theta_E+a_N\theta_N+a_S\theta_S+a_{NE}\theta_{NE}+a_{SE}\theta_{SE}+a_{NW}\theta_{NW}+a_{SW}\theta_{SW}+b \quad (4.18)$$

$$a_E=\left[\frac{v.J.x_\eta}{2}-\frac{w.J.y_\eta}{2}\right]\Delta\eta.\Delta z +\frac{1}{Pr}.\frac{\alpha}{2.\Delta\xi}\Delta\eta.\Delta z \quad (4.19)$$

$$a_W=\left[-\frac{v.J.x_\eta}{2}+\frac{w.J.y_\eta}{2}\right]\Delta\eta.\Delta z +\frac{1}{Pr}.\frac{\alpha}{2.\Delta\xi}\Delta\eta.\Delta z \quad (4.20)$$

$$a_N=\left[-\frac{v.J.x_\xi}{2}+\frac{w.J.y_\xi}{2}\right]\Delta\xi.\Delta z +\frac{1}{Pr}.\frac{\alpha}{2.\Delta\eta}\Delta\xi.\Delta z \quad (4.21)$$

$$a_S=\left[+\frac{v.J.x_\xi}{2}-\frac{w.J.y_\xi}{2}\right]\Delta\xi.\Delta z +\frac{1}{Pr}.\frac{\alpha}{2.\Delta\eta}\Delta\xi.\Delta z \quad (4.22)$$

$$a_{NE}=-\frac{2.\beta}{4}\Delta z \quad a_{SE}=\frac{2.\beta}{4}\Delta z \quad (4.23-24)$$

$$a_{NW} = \frac{2.\beta}{4} \Delta z \quad a_{SW} = - \frac{2.\beta}{4} \Delta z \quad (4.25-26)$$

$$b = u.J^2 \Delta \eta . \Delta \xi \quad (4.27)$$

4.2. Momentum Denklemlerinin Curvilinear (eğrisel) Koordinat Sisteminde Yazımı

Gelişmekte olan hız ve sıcaklık problemlerinin bütün momentum ve diğer denklemlerinde boyutsuzlaştırma tanımları olarak $U=u/ue$, $V=v.D_h/v$, $W=w.D_h/v$, $Z=z/(D_h.Re)$, $\xi=\xi/D_h$, $\eta=\eta/D_h$, $X=x/D_h$, $Y=y/D_h$, $P=(p.D_h^2)/(p v^2)$ kabulleri kullanılarak denklemler boyutsuzlaştırılmıştır. Denklemlerin integrasyonunda, sonlu fark yazımlarında ve bilgisayar programlarında boyutsuz şekilleri kullanılmıştır.

Momentum denklemlerinde kullanılan boyutsuzlaştırma işleminden sonra denkleme Reynolds sayısı yukarıdaki kabullerle girmemektedir. Ancak Reynold sayısı tanımlamadan dolayı z yönü terimlerine ve dönüşüm fonksiyonlarının paydalarına girdiğinde, Denklemlerin içerisinde sürekli $(1/Re)$ ifadesinin tekrarını önlemek için sadece dönüşüm fonksiyonların da bu terim dönüşüm fonksiyonlarının içinde varsayılmıştır. Bu varsayımla $\alpha=\alpha/Re$, $\beta=\beta/Re$ ve $\gamma=\gamma/Re$ olarak düşünülmelidir. Bu işlem bilgisayar programlarında da deyimlerin daha kısılması için böyle alınmıştır.

4.2.1. Akış (z) yönü momentum denklemi

Daha önce Bölüm 4.1.1'de kartezyen koordinatlardaki ve dönüşüm fonksiyonları eklenmiş şekli verilen denklemin boyutsuzlaştırılmış hali aşağıda gösterilmiştir.

$$y_{\eta}(wu)_{\xi} - y_{\xi}(wu)_{\eta} - x_{\eta}(vu)_{\xi} + x_{\xi}(vu)_{\eta} + (uu)_z J^2 + P_z J^2 = \left[\alpha u_{\xi\xi} - 2\beta u_{\xi\eta} + \gamma u_{\eta\eta} \right] \quad (4.28)$$

Yukarıdaki eşitlikteki terimlerin ayrı ayrı integrali alınıp Upwind kuralına göre yazılırsa alttaki yeni denklemler elde edilirler.

(ξ) yönündeki türevli terimlerin integrali :

$$\iiint [y_{\eta}J(wu)_{\xi} - x_{\eta}J(vu)_{\xi}] d\xi d\eta dz \quad (4.29)$$

$$= [(y_{\eta}J)_p [(wu)_e - (wu)_w] - (x_{\eta}J)_p [(vu)_e - (vu)_w]] \Delta\eta \Delta z$$

$$= [(y_{\eta})_p w_e u_e - (y_{\eta})_p w_w u_w - (x_{\eta})_p v_e u_e + (x_{\eta})_p v_w u_w] J_p \Delta\eta \Delta z$$

$$= [[(y_{\eta})_p w_e - (x_{\eta})_p v_e] u_e + [(-y_{\eta})_p w_w + (x_{\eta})_p v_w] u_w] J_p \Delta\eta \Delta z$$

$$F_e \Rightarrow (y_{\eta J})_p W_e - (x_{\eta J})_p V_e \quad F_w \Rightarrow (x_{\eta J})_p V_w - (y_{\eta J})_p W_w \quad (4.30)$$

$$F_e > 0 \quad \text{ise} \quad U_e = U_p \quad \text{değilse} \quad U_e = U_E$$

$$F_w > 0 \quad \text{ise} \quad U_w = U_W \quad \text{değilse} \quad U_w = U_p$$

$$\begin{aligned} [F_e U_e + F_w U_w] \Delta \eta \Delta z = [U_p \max(F_e, 0) - U_E \max(-F_e, 0) \\ + U_W \max(F_w, 0) - U_p \max(-F_w, 0)] \Delta \eta \Delta z \end{aligned} \quad (4.31)$$

$$V_e = (V_n + V_{En} + V_s + V_{Es})/4 \quad V_w = (V_{Wn} + V_n + V_{Ws} + V_s)/4$$

(η) yönündeki türevli terimlerin integrali :

$$\iiint [x_{\xi J}^J (VU)_{\eta} - y_{\xi J}^J (WU)_{\eta}] d\xi d\eta dz \quad (4.32)$$

$$= [(x_{\xi J}^J)_p [(VU)_{\eta} - (VU)_s] - (y_{\xi J}^J)_p [(WU)_{\eta} - (WU)_s]] \Delta \xi \Delta z$$

$$= [[(x_{\xi J}^J)_p V_n - (y_{\xi J}^J)_p W_n] U_n + [(y_{\xi J}^J)_p W_s - (x_{\xi J}^J)_p V_s] U_s] J_p \Delta \xi \Delta z$$

$$F_n \Rightarrow (x_{\xi J}^J)_p V_n - (y_{\xi J}^J)_p W_n \quad F_s \Rightarrow (y_{\xi J}^J)_p W_s - (x_{\xi J}^J)_p V_s \quad (4.33)$$

$$F_n > 0 \quad \text{ise} \quad U_n = U_p \quad \text{değilse} \quad U_n = U_N$$

$$F_S > 0 \quad \text{ise} \quad U_S = U_S \text{ değilse} \quad U_S = U_p$$

$$W_n = (W_{Nw} + W_{Ne} + W_w + W_e) / 4 \quad W_S = (W_w + W_e + W_{Se} + W_{Sw}) / 4$$

$$\begin{aligned} [F_n U_n + F_S U_S] \Delta \xi \Delta z &= [U_p \max(F_n, 0) - U_N \max(-F_n, 0) \\ &+ U_S \max(F_S, 0) - U_p \max(-F_S, 0)] \Delta \xi \Delta z \end{aligned} \quad (4.34)$$

(z) yönündeki türevli hız teriminin integrali :

$$\iiint (J^2) \cdot (uu)_z \, d\xi \, d\eta \, dz \quad (4.35)$$

$$= (J^2)_p [(uu)_p - (uu)^u_p] \Delta \xi \Delta \eta \quad (4.36)$$

$$F_D \Rightarrow (J^2)_p U_p \quad F_U \Rightarrow (J^2)_p U^u_p$$

$$= [F_D U_p - F_U U^u_p] \Delta \xi \Delta \eta$$

(z) yönündeki hesaplanan kesit düzlemi düğümlerini (D=Downstream) ve bir önceki değerleri hesaplanmış kesit düzlemi düğümlerini (U=Upstream) olarak da gösterebiliriz. Bu durumda (z) yönü terimlerinde (U^u) indisli terimler bilinen değerler olup genel ifadede (b) terimi içerisine atılmışlardır. Hesaplamalarda (z) yönünde hesaplanan düzlem düğümlerini (Downstream) diğer düğümler gibi aynı indislerle ve bir önceki hesaplanmış veya sınır şartından dolayı bilinen düğümleri

(Upstream) olarak gösterilmiştir. Böylece genel terim üzerinde sadece bir düğümde (akış yönünde) Upstream ve Downstream terimleri oluşacak, bunların birisi bilinen değerler diğeri ise değişimi alınan düğümün katsayısı içerisine atılmıştır. Yukarıdaki ifadede $(F_D U_P)$ teriminin (α_P) katsayısını oluşturan terimlerinden birisi olduğu gibi.

(z) yönündeki türevli basınç terimin integrali :

$$\begin{aligned}
 & \iiint (\mathcal{J}^2 P_z) d\xi d\eta dz \\
 &= (\mathcal{J}^2)_P (dP/dz)_P \Delta z \Delta \xi \Delta \eta \\
 &= (\mathcal{J}^2)_P (P_P - P^u) \Delta \xi \Delta \eta
 \end{aligned} \tag{4.37}$$

(z) yönünde 2. mertebeden türevli dönüştürülmüş terimlerin integrali :

$$\begin{aligned}
 & \iiint (\alpha U_{\xi\xi}) d\xi d\eta dz \\
 &= (\alpha)_P [(U_\xi)_E - (U_\xi)_W] \Delta \eta \Delta z \\
 &= (\alpha)_P [(U_E - U_P)/(\Delta \xi)_E - (U_P - U_W)/(\Delta \xi)_W] \Delta \eta \Delta z
 \end{aligned} \tag{4.38}$$

$$\begin{aligned}
 & \iiint (-2\beta u_{\xi\eta}) d\xi d\eta dz \\
 &= -2(\beta)_p \iint [(u_\eta)_e - (u_\eta)_w] d\eta dz \\
 &= -2(\beta)_p [(u_{ne} - u_{se}) - (u_{nw} - u_{sw})] \Delta z \quad (4.39)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 u_{ne} &= (u_N + u_{NE} + u_E + u_P)/4 & u_{se} &= (u_P + u_E + u_{SE} + u_S)/4 \\
 u_{nw} &= (u_P + u_W + u_N + u_{NW})/4 & u_{sw} &= (u_P + u_W + u_{SW} + u_S)/4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \iiint (\gamma \gamma u_{\eta\eta}) d\xi d\eta dz \\
 &= (\gamma)_p [(u_\eta)_n - (u_\eta)_s] \Delta\xi \Delta z \\
 &= (\gamma)_p [(u_N - u_P)/(\Delta\eta)_n - (u_P - u_S)/(\Delta\eta)_s] \Delta\xi \Delta z \quad (4.40)
 \end{aligned}$$

(z) yönündeki (4.28) denklemin bütün terimlerinin yeni ifadeleri yazılarak aşağıdaki yeni denklem elde edilir.

$$\begin{aligned}
 & [u_P \max(F_e, 0) - u_E \max(-F_e, 0) + u_W \max(F_w, 0) - u_P \max(-F_w, 0)] \Delta\eta \Delta z \\
 & + [u_P \max(F_n, 0) - u_N \max(-F_n, 0) + u_S \max(F_s, 0) - u_P \max(-F_s, 0)] \Delta\xi \Delta z \\
 & + [F_D u_P - F_U u_P] \Delta\xi \Delta\eta \\
 & + [(J^2)_p (P_P - P^u)] \Delta\xi \Delta\eta =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & (\alpha)_p [(u_E - u_p)/(\Delta\xi)_e - (u_p - u_w)/(\Delta\xi)_w] \Delta\eta\Delta z \\
 & - 2(\beta)_p [(u_{ne} - u_{se}) - (u_{nw} - u_{sw})] \Delta z \\
 & + (\gamma)_p [(u_N - u_p)/(\Delta\eta)_n - (u_p - u_s)/(\Delta\eta)_s] \Delta\xi\Delta z
 \end{aligned} \tag{4.41}$$

Eşitlik (4.25)'de görüleceği gibi (z) yönündeki momentum eşitliğinde (u) hızının bulunması için (u) hızlarının saklandığı ve eşitlikte gereksinim duyulan dokuz noktanın (W,P,E,N,S,NE,NW,SE,SW) hız değerleri cinsinden yazacak olursak aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\begin{aligned}
 & [u_p \max(F_e, 0) - u_e \max(-F_e, 0) + u_w \max(F_w, 0) - u_p \max(-F_w, 0)] \Delta\eta\Delta z \\
 & + [u_p \max(F_n, 0) - u_n \max(-F_n, 0) + u_s \max(F_s, 0) - u_p \max(-F_s, 0)] \Delta\xi\Delta z \\
 & + [F_D u_p - F_U u^u_p] \Delta\xi\Delta\eta + [(J^2)_p (P_p - P^u)] \Delta\xi\Delta\eta = \\
 & + (\alpha)_p [(u_E - u_p)/(\Delta\xi)_e - (u_p - u_w)/(\Delta\xi)_w] \Delta\eta\Delta z \\
 & - 2(\beta)_p [(u_N + u_{NE} + u_E + u_p)/4 - (u_p + u_E + u_{SE} + u_S)/4] \\
 & - (u_p + u_w + u_N + u_{NW})/4 + (u_p + u_w + u_{SW} + u_S)/4 \Delta z \\
 & + (\gamma)_p [(u_N - u_p)/(\Delta\eta)_n - (u_p - u_s)/(\Delta\eta)_s] \Delta\xi\Delta z
 \end{aligned} \tag{4.42}$$

Yukarıdaki eşitlikte gerekli kısaltmalar ve bazı tanımlamalar yaparak denklemi genel olarak aşağıdaki şekilde ifade edebiliriz.

$$\begin{aligned}
 a_p u_p &= a_E u_E + a_w u_w + a_s u_s + a_N u_N + a_{NW} u_{NW} + a_{NE} u_{NE} + a_{SE} u_{SE} \\
 & + a_{SW} u_{SW} + b
 \end{aligned} \tag{4.43}$$

$$\begin{aligned} a_p = & [\max(F_e, 0) - \max(-F_w, 0)] \Delta \eta \Delta z + [\max(F_n, 0) - \max(-F_s, 0)] \Delta \xi \Delta z \\ & + [F_D] \Delta \xi \Delta \eta - (\alpha)_p [-1/(\Delta \xi)_e - 1/(\Delta \xi)_w] \Delta \eta \Delta z \\ & + 2\beta_p [1/4 - 1/4 - 1/4 + 1/4] \Delta z - (\gamma)_p [-1/(\Delta \eta)_n - 1/(\Delta \eta)_s] \Delta \xi \Delta z \end{aligned}$$

$$a_E = \max(-F_e, 0) \Delta \eta \Delta z + (\alpha)_p [1/(\Delta \xi)_e] \Delta \eta \Delta z - 2\beta_p [1/4 - 1/4] \Delta z$$

$$a_W = -\max(F_w, 0) \Delta \eta \Delta z + (\alpha)_p [1/(\Delta \xi)_w] \Delta \eta \Delta z - 2\beta_p (-1/4 + 1/4) \Delta z$$

$$a_S = -\max(F_s, 0) \Delta \xi \Delta z - 2\beta_p [-1/4 + 1/4] \Delta z + \gamma_p [1/(\Delta \eta)_s] \Delta \xi \Delta z$$

$$a_N = \max(-F_n, 0) \Delta \xi \Delta z - 2\beta_p [-1/4 + 1/4] \Delta z + \gamma_p [1/(\Delta \eta)_n] \Delta \xi \Delta z$$

$$a_{NW} = -2\beta_p [-1/4] \Delta z$$

$$a_{SE} = -2\beta_p [-1/4] \Delta z$$

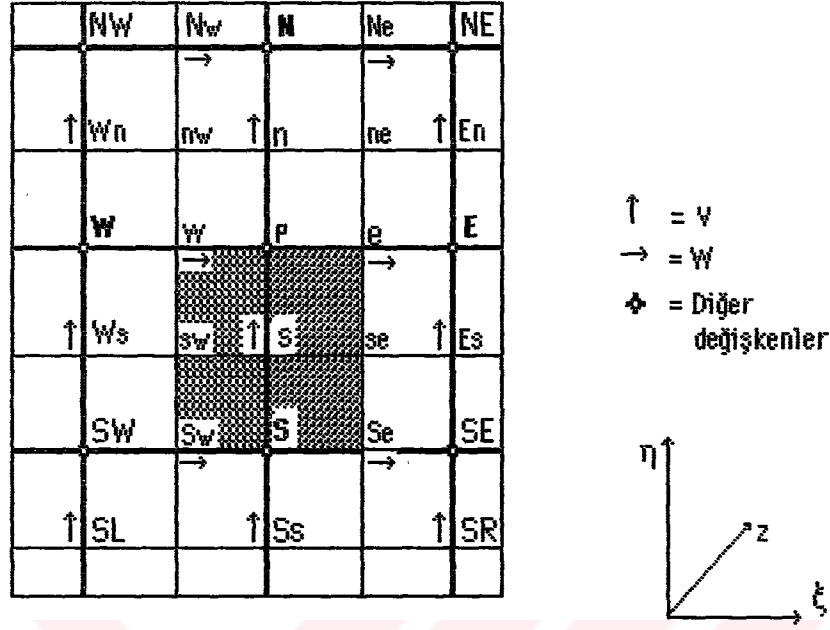
$$a_{NE} = -2\beta_p [1/4] \Delta z$$

$$a_{SW} = -2\beta_p [1/4] \Delta z$$

$$b = [F_U U^u_p] \Delta \xi \Delta \eta - [(J^2)_p (P_p - P^u)] \Delta \xi \Delta \eta$$

4.2.2. (y) yönü momentum denklemi

(z) yönündeki momentum denkleminde olduğu gibi, Bölüm 4.1.1'deki (y) yönü momentum denklemi ile verilen eşitliğin içerisine birinci mertebeden dönüşüm eşitlikleri konularak, boyutsuz hale getirilen yeni şeklindeki (y) yönü momentum denklemi aşağıdaki şekilde elde edilir.



Şekil 4.3 (η) yönü ve (v) hızı için kontrol hacmi.

$$y_{\eta}(wv)_{\xi} - y_{\xi}(wv)_{\eta} - x_{\eta}(vv)_{\xi} + x_{\xi}(vv)_{\eta} + (uv)_z + P_y =$$

$$\left[\alpha v_{\xi\xi} - 2\beta v_{\xi\eta} + \gamma v_{\eta\eta} \right] \quad (4.44)$$

(ξ) yönündeki terimlerin Şekil 4.3.'de gösterilen kontrol hacim elemanı üzerinden integrasyonu :

$$\iiint [y_{\eta}(wv)_{\xi} - x_{\eta}(vv)_{\xi}] d\xi d\eta dz \quad (4.45)$$

$$= [(y_{\eta})_n [(wv)_{ne} - (wv)_{nw}] - (x_{\eta})_n [(vv)_{ne} - (vv)_{nw}]] \Delta\eta \Delta z$$

$$= [(y_{\eta J})_n W_{ne} - (x_{\eta J})_n V_{ne}] V_{ne} - [(y_{\eta J})_n W_{nw} - (x_{\eta J})_n V_{nw}] V_{nw} \Delta \eta \Delta z$$

$$F_{ne} \Rightarrow (y_{\eta J})_n W_{ne} - (x_{\eta J})_n V_{ne} \quad F_{nw} \Rightarrow - (y_{\eta J})_n W_{nw} + (x_{\eta J})_n V_{nw}$$

$$W_{ne} = (W_e + W_{Ne})/2 \quad V_{ne} = (V_n + V_{En})/2$$

$$W_{nw} = (W_w + W_{Nw})/2 \quad V_{nw} = (V_n + V_{Wn})/2$$

$$F_{ne} > 0 \quad \text{ise} \quad V_{ne} = V_n \quad \text{değilse} \quad V_{ne} = V_{En}$$

$$F_{nw} > 0 \quad \text{ise} \quad V_{nw} = V_{Wn} \quad \text{değilse} \quad V_{nw} = V_n$$

$$\begin{aligned} [F_{ne} V_{ne} + F_{nw} V_{nw}] \Delta \eta \Delta z &= [V_n \max(F_{ne}, 0) - V_{En} \max(-F_{ne}, 0) \\ &\quad + V_{Wn} \max(F_{nw}, 0) - V_n \max(-F_{nw}, 0)] \Delta \eta \Delta z \end{aligned}$$

(η) yönündeki terimlerin integrasyonu.

$$\iiint [-y_{\xi J} (WV)_{\eta} + x_{\xi J} (VV)_{\eta}] d\xi d\eta dz \quad (4.46)$$

$$= [(-y_{\xi J})_n [(WV)_N - (WV)_P] + (x_{\xi J})_n [(VV)_N - (VV)_P]] \Delta \xi \Delta z$$

$$= [(-y_{\xi J})_n W_N + (x_{\xi J})_n V_N] V_N + [(y_{\xi J})_n W_P - (x_{\xi J})_n V_P] V_P \Delta \xi \Delta z$$

$$W_N = (W_{Ne} + W_{Nw})/2 \quad V_N = (V_n + V_{Nn})/2$$

$$W_p = (W_w + W_e)/2$$

$$V_p = (V_n + V_s)/2$$

$$F_N \Rightarrow (-u_{\xi}^* J)_n W_N + (x_{\xi}^* J)_n V_N$$

$$F_P \Rightarrow (u_{\xi}^* J)_n W_P - (x_{\xi}^* J)_n V_P$$

$$F_N > 0 \quad \text{ise} \quad V_N = V_n \quad \text{değilse} \quad V_N = V_{Nn}$$

$$F_P > 0 \quad \text{ise} \quad V_P = V_s \quad \text{değilse} \quad V_P = V_n$$

$$\begin{aligned} [F_N V_N + F_P V_P] \Delta \xi \Delta z = & [V_n \max(F_N, 0) - V_{Nn} \max(-F_N, 0) \\ & + V_s \max(F_P, 0) - V_n \max(-F_P, 0)] \Delta \xi \Delta z \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \iiint (J^2) \cdot (uv)_z \, d\xi d\eta dz & \quad (4.47) \\ = [(uv)_n - (uv)_n^u] (J^2)_n \Delta \xi \Delta \eta \\ = [u_n v_n - u_n^u v_n^u] (J^2)_s \Delta \xi \Delta \eta \end{aligned}$$

$$u_n = (u_N + u_P) / 2 \quad u_n^u = (u_N^u + u_P^u) / 2 \quad J_n = (J_N + J_P) / 2.$$

$$F_D \Rightarrow [(u_N + u_P) (J_N + J_P)^2] / (4) \quad F_U \Rightarrow [(u_N^u + u_P^u) (J_N + J_P)^2] / (4)$$

$$= [F_D \cdot V_n - F_U \cdot V_n^u] \Delta \xi \Delta \eta$$

Yukarıdaki (F_D) eşitliğinde kullanılan hız ve diğer çarpanlar

hesaplanan kesit üzerindeki düğüm değerleri ve (F_U) eşitliğinde kullanılan hız ve diğer çarpanlarda ise hesaplanmış bulunan bir önceki (Upstream) kesit üzerindeki düğüm değerleri alınmıştır.

$$\iiint P_y J^2 d\xi d\eta dz \quad (4.48)$$

$$\iiint J^2 [(-x_\eta/J)P_\xi + (x_\xi/J)P_\eta] d\xi d\eta dz$$

$$\iiint J [-x_\eta P_\xi + x_\xi P_\eta] d\xi d\eta dz$$

$$= (J)_n \{ [(-x_\eta P)_{ne} - (-x_\eta P)_{nw}] \Delta\eta \Delta z + [(x_\xi P)_N - (x_\xi P)_p] \Delta\xi \Delta z \}$$

$$= (J)_s \{ (-x_\eta)_n [P_{ne} - P_{nw}] \Delta\eta \Delta z + (x_\xi)_n [P_N - P_p] \Delta\xi \Delta z \} \quad (4.49)$$

$$P_{ne} = (P_N + P_{NE} + P_p + P_E) / 4$$

$$P_{nw} = (P_N + P_{NW} + P_W + P_p) / 4$$

$$\iiint (\alpha v_{\xi\xi}) d\xi d\eta dz$$

$$= (\alpha)_s [(v_\xi)_{ne} - (v_\xi)_{nw}] \Delta\eta \Delta z$$

$$= (\alpha)_n [(v_{En} - v_n) / (\Delta\xi)_{ne} - (v_n - v_{wn}) / (\Delta\xi)_{nw}] \Delta\eta \Delta z \quad (4.50)$$

$$\iiint (-2\beta v_{\xi\eta}) d\xi d\eta dz \quad (4.51)$$

$$\begin{aligned}
 &= - 2(\beta)_n \iint [(v_\eta)_{ne} - (v_\eta)_{nw}] d\eta dz \\
 &= - 2\beta_n [(v_{Ne} - v_e) - (v_{Nw} - v_w)] \Delta z \\
 &= - 2\beta_n (v_{Ne} - v_e - v_{Nw} + v_w) \Delta z \quad (4.52)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 v_{Ne} &= (v_{Nn} + v_{Nr} + v_n + v_{En})/4 & v_e &= (v_n + v_{En} + v_{Es} + v_s)/4 \\
 v_{Nw} &= (v_{Nl} + v_{Nn} + v_n + v_{Wn})/4 & v_w &= (v_{Wn} + v_n + v_s + v_{Ws})/4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\iiint (\gamma v_{\eta\eta}) d\xi d\eta dz \\
 &= (\gamma)_n [(v_\eta)_N - (v_\eta)_P] \Delta\xi \Delta z \\
 &= (\gamma)_n [(v_{Nn} - v_n)/(\Delta\eta)_N - (v_n - v_s)/(\Delta\eta)_n] \Delta\xi \Delta z \quad (4.53)
 \end{aligned}$$

Bütün terimlerin çözümleri birleştirilerek (v_n) hızı için eşitlik yazıldığında aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\begin{aligned}
 &[[v_n \max(F_{ne}, 0) - v_{En} \max(-F_{ne}, 0) + v_{wn} \max(F_{nw}, 0) - v_n \max(-F_{nw}, 0)] \Delta\eta \Delta z] \\
 &+ [[v_n \max(F_N, 0) - v_{Nn} \max(-F_N, 0) + v_s \max(F_P, 0) - v_n \max(-F_P, 0)] \Delta\xi \Delta z] \\
 &+ [[F_D \cdot v_n - F_U \cdot v_n^u] \Delta\xi \Delta\eta] \\
 &+ [(J)_n \{ (-x_\eta)_n [P_{ne} - P_{nw}] \Delta\eta \Delta z + (x_\xi)_n [P_N - P_P] \Delta\xi \Delta z \}] =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + [\alpha_n [(v_{En}-v_n)/(\Delta\xi)_{ne}-(v_n-v_{Wn})/(\Delta\xi)_{sw}] \Delta\eta\Delta z] \\
 & + [- 2(\beta)_n [v_{Ne}-v_e-v_{Nw}+v_w] \Delta z] \\
 & + [(\gamma)_n [(v_{Nn}-v_n)/(\Delta\eta)_N-(v_n-v_s)/(\Delta\eta)_n] \Delta\xi\Delta z] \quad (4.54)
 \end{aligned}$$

(v) hızının ve (P)'nin saklandığı düğüm noktalarını dikkate alarak (4.54) nolu eşitliği yeniden düzenleyerek aşağıdaki şekilde yazabiliriz.

$$\begin{aligned}
 & [[v_n \max(F_{ne},0) - v_{En} \max(-F_{ne},0) + v_{Wn} \max(F_{nw},0) - v_n \max(-F_{nw},0)] \Delta\eta\Delta z] \\
 & + [[v_n \max(F_N,0) - v_{Nn} \max(-F_N,0) + v_s \max(F_p,0) - v_n \max(-F_p,0)] \Delta\xi\Delta z] \\
 & + [[F_D \cdot v_n - F_U \cdot v_n^U] \Delta\xi\Delta\eta] \\
 & + [(J)_n \{ (-x_\eta)_n [(P_N+P_{NE}+P_P+P_E)/4 - (P_N+P_{NW}+P_W+P_P)/4] \Delta\eta\Delta z] \\
 & + (x_\xi)_n [P_N-P_P] \Delta\xi\Delta z \} = \\
 & + [(\alpha)_n [(v_{En}-v_n)/(\Delta\xi)_{ne}-(v_n-v_{Wn})/(\Delta\xi)_{nw}] \Delta\eta\Delta z] \\
 & + [- 2\beta_n [(v_{Nn}+v_{NR}+v_n+v_{En})/4 - (v_n+v_{En}+v_{Es}+v_s)/4 \\
 & - (v_{NL}+v_{Nn}+v_n+v_{Wn})/4 + (v_{Wn}+v_n+v_s+v_{Ws})/4] \Delta z] \\
 & + [(\gamma)_n [(v_{Nn}-v_n)/(\Delta\eta)_N-(v_n-v_s)/(\Delta\eta)_p] \Delta\xi\Delta z] \quad (4.55a)
 \end{aligned}$$

Yukarıdaki denklemi daha kısaltarak, (v) hızı ve çarpan katsayılar şeklinde düzenleyebiliriz. Bu şekildeki ifadede kontrol hacim elemanı içinde ve çevresinde bulunan (v) hızının saklandığı düğüm noktaları (S,n,Ss,Wn,Ws,SL,En,Es,SR) denklem içine girecektir.

$$a_S v_S = a_{Nn} v_{Nn} + a_S v_S + a_{NL} v_{NL} + a_{Wn} v_{Wn} + a_{Ws} v_{Ws} \\ + a_{NR} v_{NR} + a_{En} v_{En} + a_{Es} v_{Es} + b \quad (4.55b)$$

$$a_n = [\max(F_{ne}, 0) - \max(-F_{nw}, 0)] \Delta \eta \Delta z + [\max(F_N, 0) - \max(-F_P, 0)] \Delta \xi \Delta z \\ + [F_D \Delta \xi \Delta \eta - v \alpha_n [(-1/(\Delta \xi)_{ne} - 1/(\Delta \xi)_{nw})] \Delta \eta \Delta z \\ + 2\beta_n [1/4 - 1/4 - 1/4 + 1/4] \Delta z - (\gamma)_n [-1/(\Delta \eta)_N - 1/(\Delta \eta)_P] \Delta \xi \Delta z$$

$$a_{Nn} = \max(-F_N, 0) \Delta \xi \Delta z - 2\beta_n (-1/4 + 1/4) \Delta z + (\gamma)_n [1/(\Delta \eta)_N] \Delta \xi \Delta z$$

$$a_S = -\max(F_P, 0) \Delta \xi \Delta z - 2\beta_n (-1/4 + 1/4) \Delta z + (\gamma)_n [1/(\Delta \eta)_P] \Delta \xi \Delta z$$

$$a_{NL} = -2\beta_n (-1/4) \Delta z$$

$$a_{Wn} = -\max(F_{nw}, 0) \Delta \eta \Delta z + \alpha_n [1/(\Delta \xi)_{nw}] \Delta \eta \Delta z - 2\beta_n (-1/4 + 1/4) \Delta z$$

$$a_{Ws} = -2\beta_n (1/4) \Delta z \quad a_{Es} = -2\beta_n (-1/4) \Delta z$$

$$a_{NR} = -2\beta_n (1/4) \Delta z$$

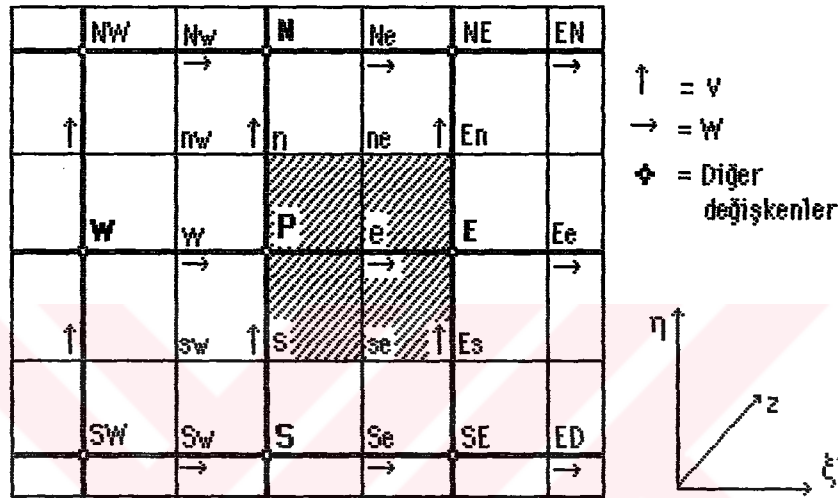
$$a_{En} = \max(-F_{ne}, 0) \Delta \eta \Delta z + \alpha_n [1/(\Delta \xi)_{ne}] \Delta \eta \Delta z - 2\beta_n (1/4 - 1/4) \Delta z$$

$$b = [F_{UJ} v_{UJ}^n] \Delta \xi \Delta \eta + (x_{\eta J})_n [(P_{NE} + P_E - P_{NW} - P_W)/4] \Delta \eta \Delta z - (x_{\xi J})_n [P_N - P_P] \Delta \xi \Delta z$$

4.2.3. (x) Yönü Momentum denklemi

(z ve y) yönündeki momentum denklemlerinde olduğu gibi, Bölüm

4.1.1.'deki (x) yönü momentum denklemi de gerekli dönüşüm ve boyutsuzlaştırma işlemleri yapılarak aşağıdaki şekilde elde edilir.



Şekil 4.4. (ξ) yönü ve (w) hızı için kontrol hacmi.

$$\begin{aligned}
 & y_{\eta} \frac{\partial (w w)}{\partial \xi} - y_{\xi} \frac{\partial (w w)}{\partial \eta} - x_{\eta} \frac{\partial (v w)}{\partial \xi} + x_{\xi} \frac{\partial (v w)}{\partial \eta} + (u w)_z + P_x \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \\
 & = . [\alpha w_{\xi\xi} - 2\beta w_{\xi\eta} + \gamma w_{\eta\eta}]
 \end{aligned}
 \tag{4.56}$$

(ξ) yönündeki terimlerin Şekil 4.4'de gösterilen kontrol hacim elemanı üzerinden integrasyonu :

$$\iiint [y_{\eta}J(WW)_{\xi} - x_{\eta}J(VW)_{\xi}] d\xi d\eta dz \quad (4.57)$$

$$= [(y_{\eta}J)_e [(WW)_E - (WV)_P] - (x_{\eta}J)_e [(VW)_E - (VW)_P]] \Delta\eta\Delta z$$

$$= [[(y_{\eta}J)_e W_E - (x_{\eta}J)_e V_E] W_E - [(y_{\eta}J)_e W_P - (x_{\eta}J)_e V_P] W_P] \Delta\eta\Delta z$$

$$F_E \Rightarrow (y_{\eta}J)_e W_E - (x_{\eta}J)_e V_E \quad F_P \Rightarrow - (y_{\eta}J)_e W_P + (x_{\eta}J)_e V_P \quad (4.58)$$

$$W_E = (W_e + W_{Ee})/2$$

$$V_E = (V_{En} + V_{Es})/2$$

$$W_P = (W_w + W_e)/2$$

$$V_P = (V_s + V_n)/2$$

$$F_E > 0 \quad \text{ise} \quad W_E = W_e \quad \text{değilse} \quad W_E = W_{Ee}$$

$$F_P > 0 \quad \text{ise} \quad W_P = W_w \quad \text{değilse} \quad W_P = W_e$$

$$\begin{aligned} [F_E W_E + F_P W_P] \Delta\eta\Delta z &= [W_e \max(F_E, 0) - W_{Ee} \max(-F_E, 0) \\ &\quad + W_w \max(F_P, 0) - W_e \max(-F_P, 0)] \Delta\eta\Delta z \end{aligned} \quad (4.59)$$

(η) yönündeki terimlerin integrasyonu.

$$\iiint [-y_{\xi}J(WW)_{\eta} + x_{\xi}J(VW)_{\eta}] d\xi d\eta dz \quad (4.60)$$

$$= [(-y_{\xi}J)_e [(WW)_{ne} - (WW)_{se}] + (x_{\xi}J)_e [(VW)_{ne} - (VW)_{se}]] \Delta\xi\Delta z$$

$$= [[(-y_{\xi}J)_e W_{ne} + (x_{\xi}J)_e V_{ne}] W_{ne} + [(y_{\xi}J)_e W_{se} - (x_{\xi}J)_e V_{se}] W_{se}] \Delta\xi\Delta z$$

$$F_{ne} \Rightarrow (-y_{\zeta}^t J)_e W_{ne} + (x_{\zeta}^t J)_e V_{ne} \quad F_{se} \Rightarrow (y_{\zeta}^t J)_e W_{se} - (x_{\zeta}^t J)_e V_{se}$$

$$W_{ne} = (W_{Ne} + W_e)/2 \quad V_{ne} = (V_n + V_{En})/2$$

$$W_{se} = (W_{Se} + W_e)/2 \quad V_{se} = (V_s + V_{Es})/2$$

$$F_{ne} > 0 \quad \text{ise} \quad W_{ne} = W_e \quad \text{değilse} \quad W_{ne} = W_{Ne}$$

$$F_{se} > 0 \quad \text{ise} \quad W_{se} = W_{Se} \quad \text{değilse} \quad W_{se} = W_e$$

$$\begin{aligned} [F_{ne} W_{ne} + F_{se} W_{se}] \Delta t \Delta z &= [W_e \max(F_{ne}, 0) - W_{Ne} \max(-F_{ne}, 0) \\ &\quad + W_{Se} \max(F_{se}, 0) - W_e \max(-F_{se}, 0)] \Delta t \Delta z \end{aligned} \quad (4.61)$$

$$\begin{aligned} \iiint (uw)_z J^2 d\xi d\eta dz & \\ &= (J^2)_e [(uw)_e - (uw)_e^u] \Delta t \Delta \eta \end{aligned} \quad (4.62)$$

$$U_e = (U_p + U_E) \quad U_e^u = (U_p^u + U_E^u) \quad J_e = (J_p + J_E)/2$$

$$F_D \Rightarrow [(U_p + U_E) (J_p^2 + J_E^2)] / (4) \quad F_U \Rightarrow [(U_p^u + U_E^u) (J_p^2 + J_E^2)] / (4)$$

$$= [F_D \cdot W_e - F_U \cdot W_e^u] \Delta t \Delta \eta$$

Yukarıdaki (F_D) eşitliğinde kullanılan hız ve diğer çarpanlarda hesaplanan kesit üzerindeki düğüm değerleri ve (F_U) eşitliğinde kullanılan hız ve diğer çarpanlarda ise hesaplanmış bulunan bir önceki (Upstream) kesit üzerindeki düğüm değerleri alınmıştır.

$$\iiint P_x J^2 d\xi d\eta dz \quad (4.63)$$

$$\begin{aligned} & \iiint J^2 [(y_\eta/J)P_\xi - (y_\xi/J)P_\eta] d\xi d\eta dz \\ & \iiint J [y_\eta P_\xi - y_\xi P_\eta] d\xi d\eta dz \\ & = (y_\eta J)_e [P_E - P_P] \Delta\eta \Delta z - (y_\xi J)_e [P_{ne} - P_{se}] \Delta\xi \Delta z \end{aligned} \quad (4.64)$$

$$P_{ne} = (P_P + P_E + P_{NE} + P_N)/4 \quad P_{se} = (P_P + P_E + P_{SE} + P_S)/4$$

$$\begin{aligned} & \iiint (\alpha w_{\xi\xi}) d\xi d\eta dz \\ & = (\alpha)_e [(w_\xi)_E - (w_\xi)_P] \Delta\eta \Delta z \\ & = (\alpha)_e [(w_{Ee} - w_e)/(\Delta\xi)_E - (w_e - w_w)/(\Delta\xi)_P] \Delta\eta \Delta z \end{aligned} \quad (4.65)$$

$$\begin{aligned} & \iiint (-2\beta w_{\xi\eta}) d\xi d\eta dz \\ & = -2(\beta)_e \iint [(w_\eta)_E - (w_\eta)_P] d\eta dz \end{aligned} \quad (4.66)$$

$$\begin{aligned}
 &= - 2(\beta)_e [(W_{En} - W_{Es}) - (W_n - W_s)] \Delta z \\
 &= - 2(\beta)_e [W_{En} - W_{Es} - W_n + W_s] \Delta z \quad (4.67)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 W_{En} &= (W_{Ne} + W_e + W_{Ee} + W_{EN})/4 & W_{Es} &= (W_e + W_{Ee} + W_{Se} + W_{ED})/4 \\
 W_n &= (W_{Nw} + W_e + W_{Ne} + W_w)/4 & W_s &= (W_w + W_e + W_{Se} + W_{Sw})/4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\iiint (\gamma W_{\eta\eta}) d\xi d\eta dz \\
 &= (\gamma)_e [(W_{\eta})_{ne} - (W_{\eta})_{se}] \Delta\xi \Delta z \\
 &= (\gamma)_e [(W_{Ne} - W_e)/(\Delta\eta)_{ne} - (W_e - W_{Se})/(\Delta\eta)_{se}] \Delta\xi \Delta z \quad (4.68)
 \end{aligned}$$

Bütün terimlerin çözümleri birleştirilerek (w_e) hızı için eşitlik yazıldığında aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\begin{aligned}
 &[[W_e \max(F_E, 0) - W_{Ee} \max(-F_E, 0) + W_w \max(F_P, 0) - W_e \max(-F_P, 0)] \Delta\eta \Delta z] \\
 &+ [[W_e \max(F_{ne}, 0) - W_{Ne} \max(-F_{ne}, 0) + W_{Se} \max(F_{se}, 0) - W_e \max(-F_{se}, 0)] \Delta\xi \Delta z] \\
 &+ [[F_D \cdot W_e - F_U \cdot W_e^u] \Delta\xi \Delta\eta] \\
 &+ [(y_{\eta})_e [P_E - P_P] \Delta\eta \Delta z - (y_{\xi})_s [P_{ne} - P_{se}] \Delta\xi \Delta z] = \\
 &+ [(\alpha)_e [(W_{Ee} - W_e)/(\Delta\xi)_E - (W_e - W_w)/(\Delta\xi)_P] \Delta\eta \Delta z]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + [- 2(\beta)_e [W_{En} - W_{Es} - W_n + W_s] \Delta z] \\
 & + [(\gamma)_e [(W_{Ne} - W_e)/(\Delta\eta)_{ne} - (W_e - W_{Se})/(\Delta\eta)_{se}] \Delta\xi \Delta z] \quad (4.69)
 \end{aligned}$$

Yukarıdaki eşitliği kısaltarak (w) hızının saklandığı (e,ee,Ne,Se,w,Nw,Sw,ED,EN), basıncın saklandığı (E,P,N,NE,S,SE) düğüm noktaları cinsinden yazılacak olursa aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$\begin{aligned}
 & [[W_e \max(F_E, 0) - W_{Ee} \max(-F_E, 0) + W_w \max(F_P, 0) - W_e \max(-F_P, 0)] \Delta\eta \Delta z] \\
 & + [[W_e \max(F_{ne}, 0) - W_{Ne} \max(-F_{ne}, 0) + W_{Se} \max(F_{se}, 0) - W_e \max(-F_{se}, 0)] \Delta\xi \Delta z] \\
 & + [[F_D \cdot W_e - F_U \cdot W_e^u] \Delta\xi \Delta\eta] \\
 & + [(y_{\eta J})_e [P_E - P_P] \Delta\eta \Delta z - (y_{\xi J})_e [P_N + P_{NE} - P_S - P_{SE}] / 4 \cdot \Delta\xi \Delta z] = \\
 & + [(\alpha)_e [(W_{Ee} - W_e)/(\Delta\xi)_E - (W_e - W_w)/(\Delta\xi)_P] \Delta\eta \Delta z] \\
 & + [- 2(\beta)_e [(W_{Ne} + W_e + W_{Ee} + W_{En})/4 - (W_e + W_{Ee} + W_{Se} + W_{ED})/4 \\
 & \quad - (W_{Nw} + W_e + W_{Ne} + W_w)/4 + (W_w + W_e + W_{Se} + W_{Sw})/4] \Delta z] \\
 & + [(\gamma)_e [(W_{Ne} - W_e)/(\Delta\eta)_{ne} - (W_e - W_{Se})/(\Delta\eta)_{se}] \Delta\xi \Delta z]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a_e W_e &= a_w W_w + a_{Se} W_{Se} + a_{Sw} W_{Sw} + a_{Ne} W_{Ne} + a_{Nw} W_{Nw} \\
 &+ a_{Ee} W_{Ee} + a_{ED} W_{ED} + a_{EN} W_{EN} + b \quad (4.70)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a_e = & [\max(F_E, 0) - \max(-F_P, 0)] \Delta \eta \Delta z + [\max(F_{ne}, 0) - \max(-F_{se}, 0)] \Delta \xi \Delta z \\
 & + [F_D \Delta \xi \Delta \eta - (\alpha)_e [-1/(\Delta \xi)_E - 1/(\Delta \xi)_P] \Delta \eta \Delta z \\
 & + 2(\beta)_e [1/4 - 1/4 - 1/4 + 1/4] \Delta z \\
 & - (\gamma)_e [-1/(\Delta \eta)_{ne} - 1/(\Delta \eta)_{se}] \Delta \xi \Delta z
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a_{Ee} = & [\max(-F_E, 0)] \Delta \eta \Delta z + (\alpha)_e [1/(\Delta \xi)_E] \Delta \eta \Delta z \\
 & - 2(\beta)_e [1/4 - 1/4] \Delta z
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a_{Ne} = & [\max(-F_{ne}, 0)] \Delta \xi \Delta z - 2(\beta)_e [1/4 - 1/4] \Delta z \\
 & + (\gamma)_e [1/(\Delta \eta)_{ne}] \Delta \xi \Delta z
 \end{aligned}$$

$$a_{Se} = [-\max(F_{se}, 0)] \Delta \xi \Delta z - 2(\beta)_e [-1/4 + 1/4] \Delta z + (\gamma)_e [1/(\Delta \eta)_{se}] \Delta \xi \Delta z$$

$$a_w = [-\max(F_P, 0)] \Delta \eta \Delta z + (\alpha)_e [1/(\Delta \xi)_P] \Delta \eta \Delta z - 2(\beta)_e [-1/4 + 1/4] \Delta z$$

$$a_{Nw} = -2(\beta)_e [-1/4] \Delta z \quad a_{Sw} = -2(\beta)_e [+1/4] \Delta z$$

$$a_{ED} = -2(\beta)_e [-1/4] \Delta z \quad a_{EN} = -2(\beta)_e [1/4] \Delta z$$

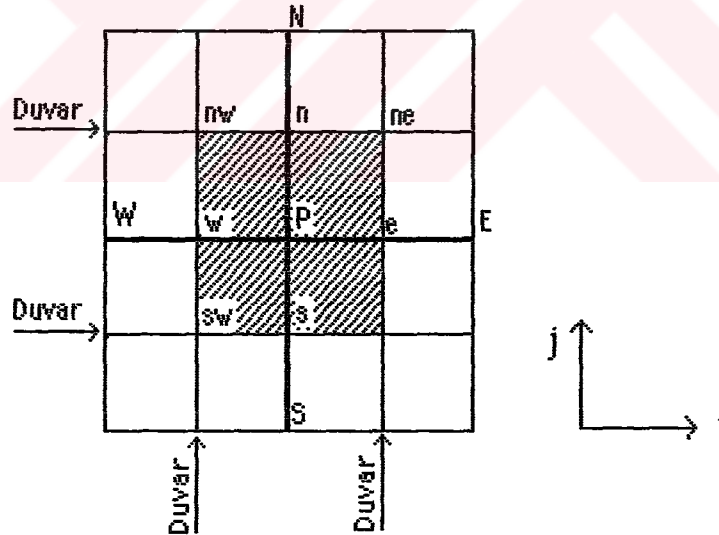
$$b = F_D \cdot W_e^u \Delta \xi \Delta \eta - (y_\eta)_e [P_E - P_P] \Delta \eta \Delta z + (y_\xi)_e [P_N + P_{NE} - P_S - P_{SE}] / 4 \cdot \Delta \xi \Delta z \}$$

4.3. Sınır Denklemlerinin çıkarılması

Sınırdaki düğüm noktalarının çözümü için daha önce elde edilen denklemler bazı terimlerin atılmasıyla, yani sınır değerlerini bu denklemler içine almakla mümkündür. Bu nedenle sınıra yakın düğümler için geçerli denklemlerin eldesi için iç düğüm noktası denklemler bazı

sadeleştirmeler yapılarak yeniden düzenlenmelidir.

Akış yönünde (η - ξ) düzleminde kanal kesitine baktığımızda bütün sınıra komşu noktalarda aynı denklemi kullanmanın imkansızlığı gözükmemektedir. Bu nedenle Şekil 4.5.'de gösterilen sekiz noktada (nw,n,ne,w,e,sw,s,se) ayrı ayrı denklem kullanmak veya bu noktalardaki şartları sağlayacak sekiz farklı çarpanın duruma göre farklı şekillerde denkleme girmesi söz konusudur. Çözüm alanının (ξ) yönündeki indisi (I) bölüm sayısı (NI) ve (η) yönündeki indisi (J) bölüm sayısı (NJ) olarak alınırsa;



Şekil 4.5. (u) hızı için sınıra yakın düğüm noktalarındaki denklemlerin eldesi.

J=1 durumu için (sw,s,se) noktalarında,

I=1 durumu için (nw,w,sw) noktalarında,

I=NI durumu için (ne,e,se) noktalarında,

J=NJ durumu için (nw,n,ne) noktalarında bütün hızlar sıfırdır.

Ancak köşelerde ve yukarıdaki noktaların birden fazlasını (I=1, J=1, I=NI ve J=NJ) sağlayan sınıra yakın düğümlerde, sağladığı noktaların şartları tamamen uygulanır. Örneğin; I=1 ve J=1 noktasındaki kontrol hacim elemanında (nw,w,sw,s,se) noktalarındaki hızlar sıfır olmak durumundadır. Buna göre tersi de doğrudur. Yani yukarıdaki noktaların hiçbirisi üzerinde bulunmayan bir düğümde (sınırdaki olmayanlarda), daha önce elde edilen genel denklem geçerli olacaktır. Bütün bunları gözönüne alarak akış yönü momentum denkleminde iç düğümler için düzenlenen denklem (4.43)'ü ve katsayılarını Şekil 4.5'e göre P noktası için aşağıdaki şekilde yazabiliriz. Ancak bu nokta I=1, J=1 noktası olan sol alt köşedir.

$$a_p u_p = a_E u_E + a_N u_N + a_{NE} u_{NE} + b \quad (4.43)$$

$$\begin{aligned} a_p = & [\max(F_e, 0)] \Delta \eta \Delta z + [\max(F_n, 0)] \Delta \xi \Delta z \\ & + [F_p] \Delta \xi \Delta \eta - (\alpha)_p [-3/(\Delta \xi)] \Delta \eta \Delta z \\ & + 2\beta_p [1/4] \Delta z - (\gamma)_p [-3/(\Delta \eta)] \Delta \xi \Delta z \end{aligned}$$

$$a_E = \max(-F_e, 0) \Delta \eta \Delta z + (\alpha)_p [1/(\Delta \xi)_e] \Delta \eta \Delta z - 2\beta_p [1/4] \Delta z$$

$$a_N = \max(-F_n, 0) \Delta\xi \Delta z - 2\beta_p [1/4] \Delta z + \gamma_p [1/(\Delta\eta)_n] \Delta\xi \Delta z$$

$$a_{NE} = - 2\beta_p [1/4] \Delta z$$

$$b = [F_U u_p] \Delta\xi \Delta\eta - [(J^2)_p (P_p - P^u)] \Delta\xi \Delta\eta$$

Aynı şekilde $J=1$, $I=1, N_I$ noktalarını kapsayan alt sıra için denklem (4.43) düzenlenirse aşağıdaki sınır denklemi elde edilir.

$$a_p u_p = a_E u_E + a_W u_W + a_N u_N + a_{NW} u_{NW} + a_{NE} u_{NE} + b \quad (4.43)$$

$$a_p = [\max(F_e, 0) - \max(-F_w, 0)] \Delta\eta \Delta z + [\max(F_n, 0)] \Delta\xi \Delta z \\ + [F_D] \Delta\xi \Delta\eta - (\alpha)_p [-2/(\Delta\xi)_e] \Delta\eta \Delta z - (\gamma)_p [-3/(\Delta\eta)] \Delta\xi \Delta z$$

$$a_E = \max(-F_e, 0) \Delta\eta \Delta z + (\alpha)_p [1/(\Delta\xi)_e] \Delta\eta \Delta z - 2\beta_p [1/4] \Delta z$$

$$a_W = -\max(F_w, 0) \Delta\eta \Delta z + (\alpha)_p [1/(\Delta\xi)_w] \Delta\eta \Delta z - 2\beta_p (-1/4) \Delta z$$

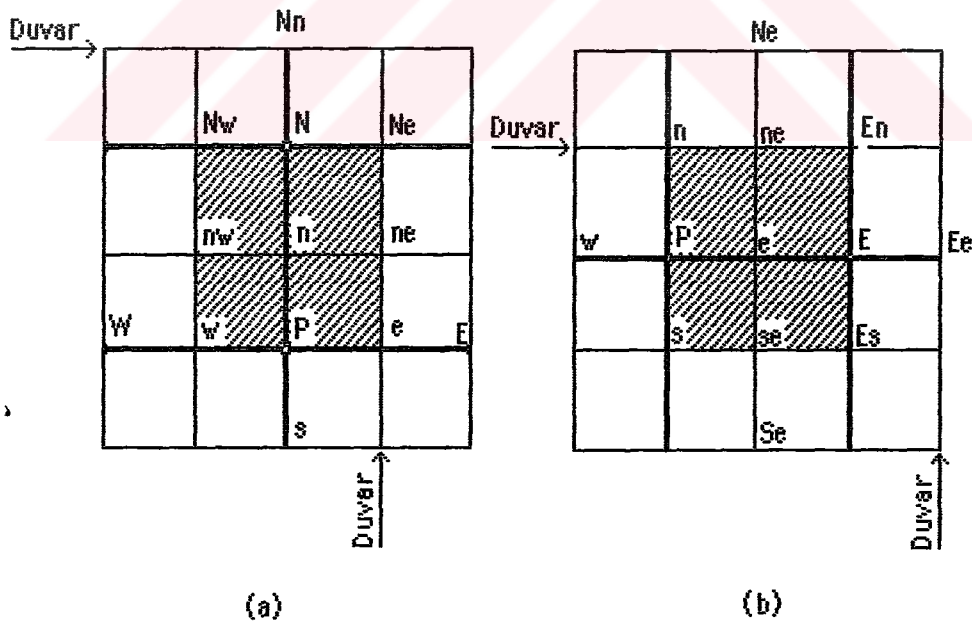
$$a_N = \max(-F_n, 0) \Delta\xi \Delta z + \gamma_p [1/(\Delta\eta)_n] \Delta\xi \Delta z$$

$$a_{NW} = - 2\beta_p [-1/4] \Delta z \quad a_{NE} = - 2\beta_p [1/4] \Delta z$$

$$b = [F_U u_p] \Delta\xi \Delta\eta - [(J^2)_p (P_p - P^u)] \Delta\xi \Delta\eta$$

Diğer sınırlar sağ alt köşe, sağ sıra, sağ üst köşe, üst sıra, sol üst köşe, sol sıra da aynı şekilde düzenlenerek elde edilirler. Bu denklemlerin bilgisayar programı içerisinde nasıl seçildiği ve hesaplamaya girdiği ekler kısmındaki HIZLAR altprogramında görülebilir.

Diğer taraftan (ξ) ve (η) yönlerinde ise sınır denklemlerinin eldesi akış yönüne göre biraz farklılık göstermektedir. Nedeni ise grid sistemi olarak "Staggered Grid" yöntemi kullanıldığı içindir. Bu yönlerin sınır denklemleri sayısı daha az oluşmaktadır. (v) hızı için kesitin sadece sağ sınırında ve sol sınırında ($i=1$ ve $i=N_i$) farklı denklemlere gerek vardır. Benzer şekilde (w) hızı için ise kesitin sadece üst ve alt sınırında ($j=1$ ve $j=N_j$) farklı denkleme gerek vardır. Bu denklemlerde de değişen basınç terimleridir. Şekil 4.6'da Staggered Grid sisteminde sınırlardaki gridlerin durumu gösterilmektedir. Buna göre (v) hızı için daha önce elde edilen iç düğümlerde geçerli denklem (4.50)'den yararlanılarak sınır denklemleri elde edilir.



Şekil 4.6. (v) ve (w) hızı için sınıra yakın düğüm noktalarındaki denklemlerin eldesi. (a) v hızı için, (b) w hızı için.

(v) hızı için, yukarıdaki Şekil 4.6.a'da düşünülen sınırdaki kontrol hacim elemanlarında uygulanacak şartlar :

I=1 durumu için (w,nw,Nw,Wn) noktalarında,

J=1 durumu için (sw,s,se) noktalarında,

I=NI durumu için (e,ne,Ne,En) noktalarında,

J=NJ durumu için (Nw,N,Ne,Nn) noktalarında bütün hızlar sıfırdır.

(v) hızı için elde edilecek sınır denklemlerinin I=1 noktaları yani sol kenar için oluşturulan sınır denklemi aşağıdaki şekilde bulunmaktadır.

$$a_n v_n = a_{Nn} v_{Nn} + a_{NR} v_{NR} + a_{En} v_{En} + a_s v_s + a_{Es} v_{Es} + b \quad (4.55b)$$

$$a_n = [\max(F_{ne}, 0)] \Delta \eta \Delta z + [\max(F_N, 0) - \max(-F_p, 0)] \Delta \xi \Delta z$$

$$+ [F_D \Delta \xi \Delta \eta - \alpha_n [(-3/(\Delta \xi))] \Delta \eta \Delta z$$

$$+ 2\beta_n [1/4 - 1/4] \Delta z - (\gamma)_n [-2/(\Delta \eta)] \Delta \xi \Delta z$$

$$a_{Nn} = \max(-F_N, 0) \Delta \xi \Delta z - 2\beta_n (+1/4) \Delta z + (\gamma)_n [1/(\Delta \eta)] \Delta \xi \Delta z$$

$$a_{NR} = -2\beta_n (1/4) \Delta z \quad a_{Es} = -2\beta_n (-1/4) \Delta z$$

$$a_{En} = \max(-F_{ne}, 0) \Delta \eta \Delta z + \alpha_n [1/(\Delta \xi)_{ne}] \Delta \eta \Delta z - 2\beta_n (1/4 - 1/4) \Delta z$$

$$a_s = -\max(F_n, 0) \Delta \xi \Delta z - 2\beta_n (-1/4) \Delta z + (\gamma)_n [1/(\Delta \eta)] \Delta \xi \Delta z$$

$$b=[F_{UJ}v_{UJ}^U]\Delta\xi\Delta\eta+(x_{\eta J})_n[(P_{NE}+P_E-P_P-P_N)/2]\Delta\eta\Delta z-(x_{\xi J})_s[P_N-P_P]\Delta\xi\Delta z$$

(v) hızı için elde edilecek sınır denklemlerinin $l=Nl$ noktaları yani sağ kenar için oluşturulan sınır denklemi de aşağıdaki şekilde elde edilmektedir.

$$a_n v_n = a_{Nn} v_{Nn} + a_{NL} v_{NL} + a_{Wn} v_{Wn} + a_s v_s + a_{ws} v_{ws} \quad b \quad (4.55b)$$

$$\begin{aligned} a_n = & [-\max(-F_{nw}, 0)]\Delta\eta\Delta z + [\max(F_N, 0) - \max(-F_P, 0)]\Delta\xi\Delta z \\ & + [F_D \Delta\xi\Delta\eta - \alpha_n [(-3/(\Delta\xi)) \Delta\eta\Delta z \\ & + 2\beta_n [1/4 - 1/4]]\Delta z - (\gamma)_n [-2/(\Delta\eta)]\Delta\xi\Delta z \end{aligned}$$

$$a_{Nn} = \max(-F_N, 0) \Delta\xi\Delta z - 2\beta_n (-1/4)\Delta z + (\gamma)_n [1/(\Delta\eta)]\Delta\xi\Delta z$$

$$a_{NL} = -2\beta_n (-1/4) \Delta z \quad a_{ws} = -2\beta_s (1/4) \Delta z$$

$$a_{Wn} = -\max(F_{nw}, 0) \Delta\eta\Delta z + \alpha_n [1/(\Delta\xi)_{ne}] \Delta\eta\Delta z - 2\beta_n (1/4 - 1/4) \Delta z$$

$$a_s = -\max(F_P, 0) \Delta\xi\Delta z - 2\beta_n (1/4) \Delta z + (\gamma)_n [1/(\Delta\eta)]\Delta\xi\Delta z$$

$$b=[F_{UJ}v_{UJ}^U]\Delta\xi\Delta\eta+(x_{\eta J})_n[(P_N+P_P-P_W-P_{NW})/2]\Delta\eta\Delta z-(x_{\xi J})_n[P_N-P_P]\Delta\xi\Delta z$$

(w) hızı için, yukarıdaki Şekil 4.3. ve 4.6(b)'de görüleceği gibi sınırdaki kontrol hacim elemanlarında uygulanacak şartlar :

$I=1$ durumu için (w) noktasında,

$J=1$ durumu için (s,se,Es,Se,Sw,ED) noktalarında,

$I=NI$ durumu için (Ee,EN,ED) noktalarında,

$J=NJ$ durumu için (n,ne,En,Nw,Ne,EN) noktalarında bütün hızlar sıfırdır. (v) hızında olduğu gibi (w) hızında da sınır denklemleri sadece kesitin $J=1$ alt kenar ve $J=NJ$ üst kenar noktalarında oluşmaktadır.

İlk olarak $J=NJ$ olan üst kenar için sınır denklemini eşitlik 4.70'dan gerekli kısaltmalar yaparak aşağıdaki şekilde elde edebiliriz.

$$a_e w_e = a_w w_w + a_{se} w_{se} + a_{sw} w_{sw} + a_{Ee} w_{Ee} + a_{ED} w_{ED} + b \quad (4.70)$$

$$a_e = [\max(F_E, 0) - \max(-F_P, 0)] \Delta \eta \Delta z + [-\max(-F_{se}, 0)] \Delta \xi \Delta z$$

$$+ [F_D \Delta \xi \Delta \eta - (\alpha)_e [-1/(\Delta \xi)_E - 1/(\Delta \xi)_P] \Delta \eta \Delta z$$

$$+ 2(\beta)_e [1/4 - 1/4] \Delta z - (\gamma)_e [-3/(\Delta \eta)] \Delta \xi \Delta z$$

$$a_{Ee} = [\max(-F_E, 0)] \Delta \eta \Delta z + (\alpha)_e [1/(\Delta \xi)_E] \Delta \eta \Delta z$$

$$- 2(\beta)_e [-1/4] \Delta z$$

$$a_{se} = [-\max(F_{se}, 0)] \Delta \xi \Delta z - 2(\beta)_e [1/4 - 1/4] \Delta z + (\gamma)_e [1/(\Delta \eta)_{se}] \Delta \xi \Delta z$$

$$a_w = [-\max(F_P, 0)] \Delta \eta \Delta z + (\alpha)_e [1/(\Delta \xi)_P] \Delta \eta \Delta z - 2(\beta)_e [1/4] \Delta z$$

$$a_{sw} = -2(\beta)_e [+1/4] \Delta z \quad a_{ED} = -2(\beta)_e [-1/4] \Delta z$$

$$b = F_D \cdot w_e^u \Delta \xi \Delta \eta - (y_\eta)_e [P_E - P_P] \Delta \eta \Delta z + (y_\xi)_e [P_P + P_E - P_S - P_{SE}] / 2 \cdot \Delta \xi \Delta z$$

ikinci olarak J=1 olan alt kenar için sınır denklemini eşitlik 4.70'de gerekli kısaltmaları yaparak aşağıdaki şekilde elde edebiliriz.

$$a_e w_e = a_w w_w + a_{ne} w_{ne} + a_{ee} w_{ee} + a_{en} w_{en} + b \quad (4.70)$$

$$\begin{aligned} a_e = & [\max(F_E, 0) - \max(-F_P, 0)] \Delta \eta \Delta z + [\max(F_{ne}, 0)] \Delta \xi \Delta z \\ & + [F_D \Delta \xi \Delta \eta - (\alpha)_e [-1/(\Delta \xi)_E - 1/(\Delta \xi)_P] \Delta \eta \Delta z \\ & + 2(\beta)_e [1/4 - 1/4] \Delta z - (\gamma)_e [-3/(\Delta \eta)] \Delta \xi \Delta z \end{aligned}$$

$$a_{ee} = [+ \max(-F_E, 0)] \Delta \eta \Delta z + (\alpha)_e [1/(\Delta \xi)_E] \Delta \eta \Delta z - 2(\beta)_e [1/4] \Delta z$$

$$a_{ne} = [+ \max(F_{ne}, 0)] \Delta \xi \Delta z - 2(\beta)_e [1/4 - 1/4] \Delta z + (\gamma)_e [1/(\Delta \eta)_{se}] \Delta \xi \Delta z$$

$$a_w = [- \max(F_P, 0)] \Delta \eta \Delta z + (\alpha)_e [1/(\Delta \xi)_P] \Delta \eta \Delta z - 2(\beta)_e [-1/4] \Delta z$$

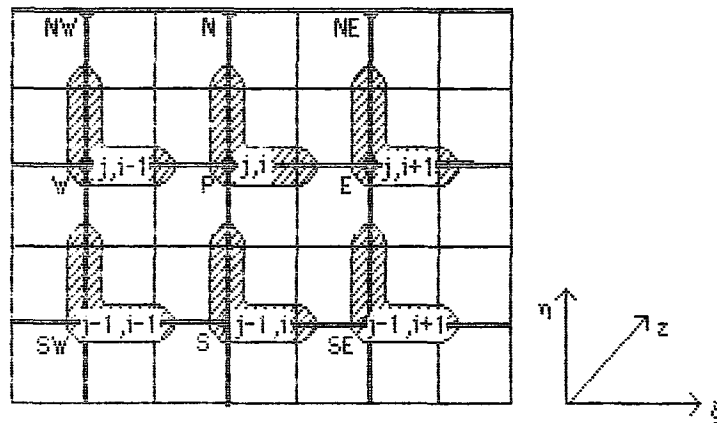
$$a_{en} = - 2(\beta)_e [1/4] \Delta z$$

$$b = F_D \cdot w_e^u \Delta \xi \Delta \eta - (y_\eta J)_e [P_E - P_P] \Delta \eta \Delta z + (y_\xi J)_e [P_N + P_{NE} - P_P - P_E] / 2 \cdot \Delta \xi \Delta z \}$$

4.4. Curvilinear(eğrisel) Koordinat Sistemindeki Denklemlerin Çözüm Düzleminde Yazılması.

Daha önceki bölümlerde elde edilen momentum denklemleri, enerji denklemi ve süreklilik denklemi aşağıdaki Şekil 4.7'den yararlanılarak

çözüm düzlemindeki ifadeleriyle yazılırlar. Denklemlerin formülasyonu ve sonlu fark ifadelerinde "Staggered grid" sistemi kullanıldığı için denklemler daha fazla katsayı ve sınırlarda daha çok denklem olarak ortaya çıkmaktadır. Denklemlerin notasyonunda tam duvar üzerine gelen düğümler sınır değeri olarak alınmıştır. Ancak duvar üzerinde düğüm bulundurmayan notasyonda (akış yönü momentum denklemi, süreklilik denklemi v.b.) duvar üzerinde düğüm varmış gibi veya duvarın dışındaki noktaların sınır değeri olarak alınmasıyla işlemler yürütülmüştür. Örneğin akış yönü hızı(u) için duvar üzerinde düğüm olmamasına karşılık sınır değeri olarak duvar dışına taşan düğümler duvarda gibi düşünülüp değerleri de sıfır (sınır şartından) alınmışlardır. Bu durum basınç sınır şartı içinde söz konusu olmaktadır. Ancak duvarlarda basınç sınır şartı kullanılmadığı için basınç denklemlerinde sınır ve sınır dışına düşen düğümler işleme sokulmadan denklem takımları şeklinde çözüm yapılmıştır.



Şekil 4.7. Denklemlerin sayısal çözümü için kullanılan şaşırtmalı (staggered) ağ sistemi düğüm noktaları.

Denklemlerin çözüm alanındaki notasyonuna örnek olarak akış yönü momentum denkleminde kullanılan ve eşitlik(4.30) ile verilen ifade aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$F_e = J_{j,i} \cdot (V_{j+1,i} - V_{j-1,i}) / D\eta \cdot W_{j,i} - J_{j,i} \cdot (X_{j+1,i} - X_{j-1,i}) / D\eta \cdot (V_{j,i} + V_{j,i+1} + V_{j-1,i} + V_{j-1,i+1}) / 4.0 \quad (4.71)$$

$$F_w = J_{j,i} \cdot (X_{j+1,i} - X_{j-1,i}) / D\eta \cdot (V_{j,i-1} + V_{j,i} + V_{j-1,i-1} + V_{j-1,i}) / 4.0 - J_{j,i} \cdot (V_{j+1,i} - V_{j-1,i}) / D\eta \cdot W_{j,i-1} \quad (4.72)$$

Benzer şekilde akış yönü momentum denklemi içindeki kısa gösterilmiş ifadelerde aynı şekilde düzenlenerek, eşitlik(4.43) ile verilen akış yönü momentum denkleminin son şekli aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\begin{aligned} A_E &= \text{AMAX1}(-F_e, 0.0) \cdot D\eta \cdot Dz + \alpha_{j,i} (1.0 / D\xi) \cdot D\eta \cdot Dz \\ A_W &= -\text{AMAX1}(F_w, 0.0) \cdot D\eta \cdot Dz + \alpha_{j,i} (1.0 / D\xi) \cdot D\eta \cdot Dz \\ A_S &= -\text{AMAX1}(F_s, 0.0) \cdot D\xi \cdot Dz + \gamma_{j,i} (1.0 / D\eta) \cdot D\xi \cdot Dz \\ A_N &= -\text{AMAX1}(-F_n, 0.0) \cdot D\xi \cdot Dz + \gamma_{j,i} (1.0 / D\eta) \cdot D\xi \cdot Dz \\ A_{NW} &= -2.0 \beta_{j,i} (-1/4) \cdot Dz \quad A_{SE} = -2.0 \beta_{j,i} (-1/4) \cdot Dz \\ A_{NE} &= -2.0 \beta_{j,i} (1/4) \cdot Dz \quad A_{SW} = -2.0 \beta_{j,i} (1/4) \cdot Dz \\ A_P &= A_E + A_W + A_S + A_N + A_{NW} + A_{NE} + A_{SE} + A_{SW} \\ b &= (Fu \cdot U_{j,i,1}) \cdot D\eta \cdot D\xi - (J_{j,i})^2 (P_{j,i,2} - P_{j,i,1}) \\ U_{j,i} &= [A_E \cdot U_{j,i+1} + A_W \cdot U_{j,i-1} + A_S \cdot U_{j-1,i} + A_N \cdot U_{j+1,i} + A_{NW} \cdot U_{j+1,i-1} \\ &\quad + A_{SE} \cdot U_{j-1,i+1} + A_{SW} \cdot U_{j-1,i-1} + b] / A_P \end{aligned} \quad (4.73)$$

Aynı yöntemle diğer denklemlerde yazılarak bilgisayar programına hazır hale getirilmişlerdir.

5. SAYISAL ÇÖZÜM YÖNTEMİ

Bu bölümde 4. bölümde formülasyonu yapılan ancak formülasyonun karmaşıklığı nedeniyle aynı bölümde gösterilemeyen sayısal çözümlemeye ilişkin derlemeler yapılmıştır. Sıcaklık ve hız giriş bölgesi çözümünde kullanılacak olan hız denklemlerinin, süreklilik denklemlerinden elde edilen basınç denklemlerinin ve diğer değişkenleri (sıcaklık gibi) kapsayan denklemlerin bilgisayar programında yer alacağı şekilde düzenlenmesi yer almaktadır. Bölüm 4.'de gösterilen "staggered grid" sistemi kullanıldığından momentum denklemlerinin düğüm noktaları ve sınır denklemleri hem birbirinden çok farklı hem de dönüşüm fonksiyonlarından kaynaklanan oldukça fazla düğümün işleme girmesi söz konusudur. Normal kartezyen koordinatlardaki bir çözümde dört çevre düğüm noktası formülasyona girerken bu çalışmadaki yöntemde sekiz çevre düğüm noktası formülasyona dahil olmaktadır. Bu da bilgisayar programını uzatmakta aynı zamanda oldukça fazla bellek ve bilgisayar zamanı gerektirmektedir. Gelecek bölümlerde üç boyutlu problemin her yöndeki hız ve basınç bileşenlerinin çözüm adımları içerisinde sayısal olarak nasıl ve hangi cebirsel eşitlikle çözüldüğü gösterilmektedir. Daha sonra algoritması verilecek olan çözüm, Patankar(1980)'nin tanımladığı SIMPLER algoritmasıdır.

5.1. Hız denklemleri

(4.43), (4.55b) ve (4.70) nolu eşitliklerle verilen hız denklemleri genel olarak aşağıdaki şekilde yazılabilirler:

(u) hızı kontrol hacmi üzerinden;

$$a_P u_P = \sum a_{nb} u_{nb} + b + A_P (P_P - P^u_P) \quad (5.1)$$

(v) hızı kontrol hacmi üzerinden;

$$a_s v_s = \sum a_{nb} v_{nb} + b + A_s(P_P - P_S) + B_s(P_E + P_{SE} - P_W - P_{WS}) \quad (5.2)$$

(w) hızı kontrol hacmi üzerinden;

$$a_e w_e = \sum a_{nb} w_{nb} + b + A_e(P_E - P_P) + B_e(P_N + P_{NE} - P_S - P_{SE}) \quad (5.3)$$

5.2. Basınç denklemi

Basınç denklemini elde etmek için bölüm 4.2.1 deki hız denklemlerini süreklilik denklemi ile beraber kullanarak bulabiliriz. Eşitlik (5.3) aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$w_e = \frac{\sum a_{nb} w_{nb} + b}{a_e} + \frac{A_e(P_E - P_P)}{a_e} + \frac{B_e(P_N + P_{NE} - P_S - P_{SE})}{a_e} \quad (5.4)$$

Bu eşitliğin sağındaki ilk terimi aşağıdaki (5.5) nolu eşitlikle temsil ederek, komşu hızlardan oluşan ve içerisinde basınç olmayan terim olarak alınırsa,

$$\hat{w}_e = \frac{\sum a_{nb} w_{nb} + b}{a_e} \quad (5.5)$$

(5.4) nolu eşitlik aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$w_e = \hat{w}_e + \frac{A_e(P_E - P_P)}{a_e} + \frac{B_e(P_N + P_{NE} - P_S - P_{SE})}{a_e} \quad (5.6)$$

Burada Patankar(1980)'ın gösterdiği iki düğüm arasındaki basınç farkı yerine daha fazla terimin gelmesinin nedeni; çözülen denklemlerin düzgün olmayan kartezyen koordinatlardaki (x-y) düzleminin ($\xi-\eta$) düzlemine dönüştürülmesinden (mapping) gelen ek terimleri de kapsamaktadır. Bu farklılığın dışında yöntem olarak aynı yol izlenmektedir. Basınç sadece iki düğümden değil altı düğümden yararlanılarak bulunmaktadır.

$$v_s = \hat{v}_s + \frac{A_s(P_P - P_S)}{a_s} + \frac{B_s(P_E + P_{SE} - P_W + P_{WS})}{a_s} \quad (5.7)$$

$$U_P = \hat{U}_P + \frac{A_P(P_P - P_S^u)}{\bar{a}_P} \quad (5.8)$$

eşitliklerini yazabiliriz.

Şimdi yukarıda kısaltılmış şekilde verilen hız denklemlerini, (z) yönü kontrol hacmi üzerinden entegre edilen ve aşağıdaki (5.9) nolu eşitlikle verilen denklemdeki yerlerine taşıdığımızda basınç terimlerinden oluşan bir eşitlik elde ederiz. SIMPLER yönteminde hız varsayımlarıyla iterasyona başlanıldığından hiç bir noktanın basıncı iterasyona başlanıldığında bilinmemektedir. Bu nedenle basınç denklemi tek bir eşitlik değil bütün düğümleri de içine alacak şekilde düzenlenmiş bir denklem takımı olmak durumundadır.

$$\begin{aligned} & U_\eta (W_e - W_w) \cdot \Delta_\eta \cdot \Delta z - U_\xi (W_n - W_s) \cdot \Delta_\xi \cdot \Delta z - X_\eta (V_e - V_w) \cdot \Delta_\eta \cdot \Delta z \\ & + X_\xi (V_n - V_s) \cdot \Delta_\xi \cdot \Delta z + (U_P - U_P^u) \cdot J \cdot \Delta_\xi \cdot \Delta_\eta = 0 \end{aligned} \quad (5.9)$$

Bu denkleme dikkat edilecek olursa, Çalışmada "Staggered Grid" sistemi kullanıldığından, belirtilen düğümlerin hepsinde hızların bulunmadığı gözlenebilir. Bu nedenle hızlar saklandığı düğümler cinsinden yazılmalıdır.

$$W_n = (W_{Nw} + W_{Ne} + W_w + W_e) / 4, \quad W_s = (W_e + W_w + W_{Sw} + W_{Se}) / 4, \quad (5.10)$$

$$V_e = (V_n + V_{En} + V_s + V_{Es}) / 4, \quad V_w = (V_n + V_{Wn} + V_{Ws} + V_s) / 4, \quad (5.11)$$

$$\begin{aligned} & U_\eta (W_e - W_w) \cdot \Delta_\eta \cdot \Delta z - U_\xi (W_{Nw} + W_{Ne} - W_{Sw} - W_{Se}) / 4 \cdot \Delta_\xi \cdot \Delta z \\ & - X_\eta (V_{En} + V_{Es} + V_{Wn} + V_{Ws}) / 4 \cdot \Delta_\eta \cdot \Delta z + X_\xi (V_n - V_s) \cdot \Delta_\xi \cdot \Delta z \\ & + (U_P - U_P^u) \cdot J \cdot \Delta_\xi \cdot \Delta_\eta = 0 \end{aligned} \quad (5.12)$$

Yukarıdaki süreklilik denklemi içerisine varsayılan hız değerleriyle sağlanan yeni hız eşitliklerinin taşınmasıyla basınç

denklemleri bulunur. Denklemlerin düzeni ve kısaltılması için aşağıdaki eşitlik (5.13)'deki tanımlamalar yapılabilir.

$$c_e \equiv \frac{A_e}{a_e}, \quad d_e \equiv \frac{B_e}{a_e}, \quad \dots, c_s \equiv \frac{A_s}{a_s}, \quad d_s \equiv \frac{B_s}{a_s}, \quad \dots \quad (5.13)$$

Burada (A) ve (B) hız denklemlerindeki basınç terimlerinin katsayılarıdır. İki basınç terimi olan ifadelerden ilkinde (A) ikincisine de (B) denilmiştir. Tek basınç terimi olanlara ise (A) denilmiştir. Bu tanımlamadaki (A) ve (B)'nin indisi olarak gösterilen e, s,... gibi harfler isi hangi düğümün kontrol hacmi için tanımlandığını göstermektedir. Denklemlere bakıldığında (w) ve (v) hızında iki basınç terimi (u) hızında ise tek basınç terimi görülmektedir.

$$\widehat{W}_e = \widehat{W}_e + c_e(P_E - P_P) + d_e(P_N + P_{NE} - P_S - P_{SE}) \quad (5.14.a)$$

$$\widehat{W}_w = \widehat{W}_w + c_w(P_E - P_P) + d_w(P_N + P_{NE} - P_S - P_{SE}) \quad (5.14.b)$$

$$\widehat{V}_n = \widehat{V}_n + c_n(P_P - P_S) + d_n(P_E + P_{SE} - P_W - P_{WS}) \quad (5.14.g)$$

$$\widehat{U}_p = \widehat{U}_p + c_p(P_P - P_P^u) \quad (5.14.n)$$

Şimdi (5.12) nolu eşitlikteki süreklilik denklemi içerisine yukarıdaki (u), (v) ve (w) hız eşitlikleri konularak basınç denklemi bulunabilir.

$$\begin{aligned} & y_\pi \left[\widehat{W}_e + c_e(P_E - P_P) + d_e(P_N + P_{NE} - P_S - P_{SE}) - \widehat{W}_w - c_w(P_E - P_P) \right. \\ & \quad \left. - d_w(P_N + P_{NE} - P_S - P_{SE}) \right] \Delta \eta \Delta z \\ & - y_\xi \left[\widehat{W}_{Nw} + c_{Nw}(P_E - P_P) + d_{Nw}(P_N + P_{NE} - P_S - P_{SE}) + \widehat{W}_{Ne} + c_{Ne}(P_E - P_P) \right. \\ & \quad + d_{Ne}(P_N + P_{NE} - P_S - P_{SE}) - \widehat{W}_{Sw} - c_{Sw}(P_E - P_P) - d_{Sw}(P_N + P_{NE} - P_S - P_{SE}) \\ & \quad \left. - \widehat{W}_{Se} - c_{Se}(P_E - P_P) - d_{Se}(P_N + P_{NE} - P_S - P_{SE}) \right] / 4. \Delta \xi \Delta z \\ & - x_\eta \left[\widehat{V}_{En} + c_{En}(P_P - P_S) + d_{En}(P_E + P_{SE} - P_W - P_{WS}) + \widehat{V}_{Es} + c_{Es}(P_P - P_S) \right. \\ & \quad + d_{Es}(P_E + P_{SE} - P_W - P_{WS}) - \widehat{V}_{Wn} - c_{Wn}(P_P - P_S) - d_{Wn}(P_E + P_{SE} - P_W - P_{WS}) \\ & \quad \left. - \widehat{V}_{Ws} - c_{Ws}(P_P - P_S) - d_{Ws}(P_E + P_{SE} - P_W - P_{WS}) \right] / 4. \Delta \eta \Delta z \\ & + x_\xi \left[\widehat{V}_n + c_n(P_P - P_S) + d_n(P_E + P_{SE} - P_W - P_{WS}) - \widehat{V}_s - c_s(P_P - P_S) \right. \\ & \quad \left. - d_s(P_E + P_{SE} - P_W - P_{WS}) \right] \Delta \xi \Delta z \\ & \left[\widehat{U}_p + c_p(P_P - P_P^u) - \widehat{U}_p^u \right] \Delta \eta . J . \Delta \xi = 0 \end{aligned}$$

Süreklilik denkleminde elde edilen yukarıdaki basınç denklemi terimlerini kendi aralarında sınıflayarak aşağıdaki şekilde kısaltabiliriz. Bu sınıflamayla da eşitlik (5.15) bütün düğümler için yazıldığında denklem takımının oluştuğu görülebilir.

$$a_P P_P = a_E P_E + a_N P_N + a_W P_W + a_S P_S + a_{SE} P_{SE} + a_{NE} P_{NE} + a_{WS} P_{WS} + b \quad (5.15)$$

$$a_P = y_\eta (-c_e + c_w) \Delta \eta \cdot \Delta z - y_\xi (-c_{Nw} - c_{Ne} + c_{Sw} - c_{Se}) / 4 \cdot \Delta \xi \Delta z \\ - x_\eta (c_{En} + c_{Es} - c_{Wn} - c_{Ws}) / 4 \Delta \eta \Delta z + x_\xi (c_n - c_s) \Delta \xi \Delta z + c_p \cdot J \cdot \Delta \eta \Delta z \quad (5.16a)$$

$$a_E = -y_\eta (c_e - c_w) \Delta \eta \cdot \Delta z + y_\xi (c_{Nw} + c_{Ne} - c_{Sw} - c_{Se}) / 4 \cdot \Delta \xi \Delta z \\ + x_\eta (d_{En} + d_{Es} - d_{Wn} - d_{Ws}) / 4 \cdot \Delta \eta \cdot \Delta z - x_\xi (d_n - d_s) \Delta \xi \Delta z \quad (5.16b)$$

$$a_N = -y_\eta (d_e - d_w) \Delta \eta \cdot \Delta z + y_\xi (d_{Nw} + d_{Ne} - d_{Sw} - d_{Se}) / 4 \cdot \Delta \xi \Delta z \quad (5.16c)$$

$$a_W = -x_\eta (-d_{En} - d_{Es} + d_{Wn} + d_{Ws}) / 4 \cdot \Delta \eta \cdot \Delta z - x_\xi (-d_n + d_s) \Delta \xi \Delta z \quad (5.16d)$$

$$a_S = -y_\eta (-d_e + d_w) \Delta \eta \cdot \Delta z + y_\xi (-d_{Nw} - d_{Ne} + d_{Sw} + d_{Se}) / 4 \cdot \Delta \xi \Delta z \\ + x_\eta (-c_{En} - c_{Es} + c_{Wn} + c_{Ws}) / 4 \cdot \Delta \eta \cdot \Delta z - x_\xi (-c_n + c_s) \Delta \xi \Delta z \quad (5.16e)$$

$$a_{SE} = -y_\eta (-d_e + d_w) \Delta \eta \cdot \Delta z + y_\xi (-d_{Nw} - d_{Ne} + d_{Sw} + d_{Se}) / 4 \cdot \Delta \xi \Delta z \\ + x_\eta (d_{En} + d_{Es} - d_{Wn} - d_{Ws}) / 4 \cdot \Delta \eta \cdot \Delta z - x_\xi (d_n - d_s) \Delta \xi \Delta z \quad (5.16f)$$

$$a_{NE} = -y_\eta (d_e - d_w) \Delta \eta \cdot \Delta z + y_\xi (d_{Nw} + d_{Ne} - d_{Sw} - d_{Se}) / 4 \cdot \Delta \xi \Delta z \quad (5.16g)$$

$$a_{SW} = +x_\eta (-d_{En} - d_{Es} + d_{Wn} + d_{Ws}) / 4 \cdot \Delta \eta \cdot \Delta z - x_\xi (-d_n + d_s) \Delta \xi \Delta z \quad (5.16h)$$

$$a_P = a_{NE} + a_N + a_W + a_S + a_{SE} + a_{NE} + a_{WS} \quad (5.16k)$$

$$b = -y_\eta (\hat{w}_e - \hat{w}_w) \Delta \eta \cdot \Delta z + y_\xi (\hat{w}_{Nw} + \hat{w}_{Ne} - \hat{w}_{Sw} - \hat{w}_{Se}) / 4 \cdot \Delta \xi \Delta z \\ + x_\eta (\hat{v}_{En} + \hat{v}_{Es} - \hat{v}_{Wn} - \hat{v}_{Ws}) / 4 \cdot \Delta \eta \cdot \Delta z - x_\xi (\hat{v}_n - \hat{v}_s) \Delta \xi \Delta z - (\hat{u}_P - \hat{u}_P^u - \hat{P}_P^u) \cdot J \cdot \Delta \eta \Delta \xi \quad (5.16l)$$

5.3. Sayısal Çözüm Algoritması(SIMPLER).

SIMPLER çözüm algoritmasının esası, hız varsayımlarıyla işleme başlayıp, basınç denkleminin çözülmesi ve basınç doğrultmanı ile hızları düzelterek sonuca gitmektir. Bu çözüm algoritmasının adımları aşağıda belirtilen sırada uygulanır.

- 1) Hız sınır şartlarını belirledikten sonra, çözüm alanındaki hızların varsayımı yapılır (Başlangıç hız değerleri verilir).
- 2) Momentum eşitliklerinden hız katsayıları hesaplanır
(Eşitlik (5.5) ile bulunan $\langle w \rangle$ hızının basınç terimlerinden ayrılmış kısmı gibi, diğer v , w hızları için de aynı katsayılar hesaplanarak basınçsız hız değerleri hesaplanır).
- 3) Basınç denkleminin eşitlik(5.16a-5.16l) ile verilen katsayıları ($a_p, a_{NE}, a_N, a_W, a_S, a_{SE}, a_{NE}, a_{WS}$) hesaplanır. Bu katsayılar gerçekte koordinat dönüşümünden, hız denklemindeki komşu hızlardan ve vizkoziteden gelen ifadelerdir. Bunların bir kısmı bilinen bir kısmı ise çözüm alanındaki düğüm noktalarına göre bulunan büyüklüklerdir. Daha sonra basınç denklemini çözümüne geçilir. Basınç denklemini çözümü yapılırken, (5.15) nolu eşitliğe dikkate edilirse bu eşitliğin doğrudan kendi başına çözülemez olduğu görülür. Bu nedenle bu eşitlik bütün düğüm noktaları için düzenlenerek denklem takımı elde edilerek denklem takımının çözümü yapılır.
- 4) Adım 3'de hesaplanan basınç değerlerini p^* olarak alıp momentum eşitliklerinden (u^*) , (v^*) ve (w^*) hesaplanır. Eşitliklerin sağ tarafındaki toplam terimdeki hızlar varsayılan hız değerleridir.

$$a_p u^* p = \sum a_{nb} u^*_{nb} + b + A_p(p^*_p - p^*_u) \quad (5.18)$$

$$a_s v_s^* = \sum a_{nb} v_{nb}^* + b + A_s(P^*_p - P^*_s) + B_s(P^*_E + P^*_{SE} - P^*_W - P^*_{WS}) \quad (5.19)$$

$$a_e w_e^* = \sum a_{nb} w_{nb}^* + b + A_e(P^*_E - P^*_p) + B_e(P^*_N + P^*_{NE} - P^*_S - P^*_{SE}) \quad (5.20)$$

5.) Yeni basınç ($p=p^*+p'$), hızlar ise ($u=u^*+u'$, $v=v^*+v'$, $w=w^*+w'$)

eşitliklerinden düzeltilerek, (5.21) nolu eşitlikteki (b) terimi de (5.161) eşitliğine benzer şekilde ancak (u^*, v^*, w^*) hızları kullanılarak hesaplanıp, aşağıdaki şekilde yazılır. Böylece bu eşitlikten de P' basınç dağılımı hesaplanır.

$$a'_p P' = a'_E P'_E + a'_N P'_N + a'_W P'_W + a'_S P'_S + a'_{SE} P'_{SE} + a'_{NE} P'_{NE} + a'_{WS} P'_{WS} + b \quad (5.21)$$

6.) Daha sonra hız doğrultmanlarını kullanarak yeni hızlar bulunur. Ancak basınç düzeltilmesi yapılmayacaktır. Hız doğrultmaları aşağıdaki eşitlikler kullanılarak yapılır.

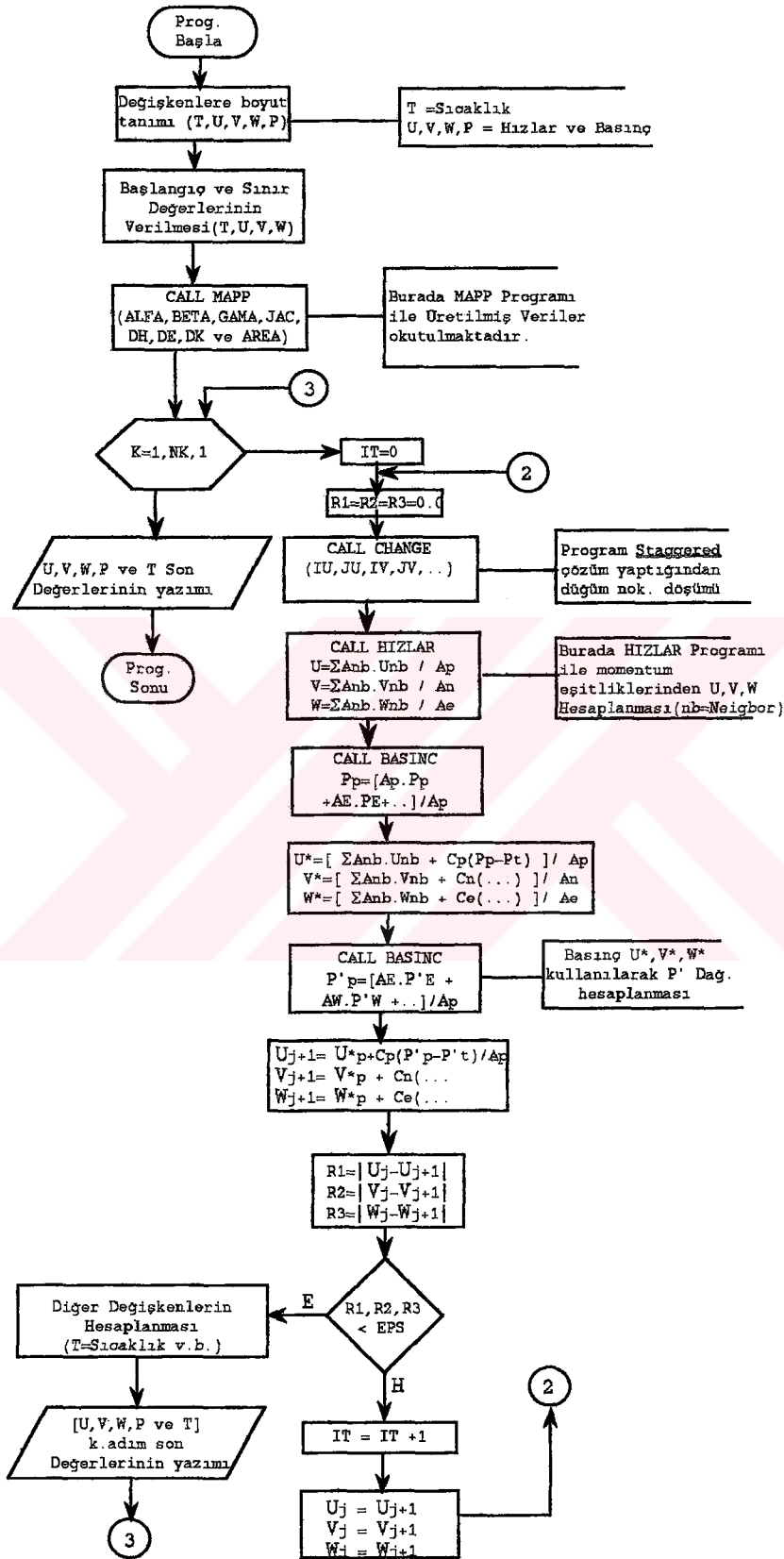
$$u_p = u^*_p + c_p(P'_p - P'^u) \quad (5.22)$$

$$v_s = v^*_s + c_s(P'_p - P'_s) + d_s(P'_E + P'_{SE} - P'_W - P'_{WS}) \quad (5.23)$$

$$w_e = w^*_e + c_e(P'_E - P'_p) + d_e(P'_N + P'_{NE} - P'_S - P'_{SE}) \quad (5.24)$$

Bu adımdan sonra tekrar ikinci adıma dönülerek işlemlere devam edilir. İşlemler belli bir hata düzeyine ulaşıncaya kadar iterasyon devam ettirilir.

Giriş bölgesi çözümlerinde Tablo 6.1. ve Tablo 6.2'de görüldüğü gibi akış yönünde istenilen uzaklığa gidilememiştir. Bunun nedeni her bir iterasyonun fazla sayıda iç iterasyona sahip olması ve bilgisayar zamanı olarak fazla zaman gerektirmesinden kaynaklanmaktadır. Akış yönü adım uzunluğu olarak boyutsuz $\Delta z = 1.0e-6$ bazı kesitler içinse $5.0E-5$ alınmıştır. Tabloya ise çözüm adımlarının tamamı alınmamıştır. Tabloların grafiksel ifadeleri sonuçlar kısmında verilmiştir. Elde edilen çözümlerin, akış yönünde ilerledikçe elde edilecek tam gelişmiş sonuçları Bölüm 3.'de gösterilmektedir.



Şekil 5.1. SIMPLER Çözüm Algoritmasının FORTRAN Programı Akış Diyagramı.

6. SONUÇLAR VE TARTIŞMA

6.1. Hidrodinamik Tam Gelişmiş Akış Çözümleri

Bu çalışmada elde edilen sonuçlar üç bölümde toplanabilir. Bunlardan birincisi düzensiz sınırlı kanalların eliptik grid üretim yöntemiyle düzgün sınırlı dikdörtgen geometriye dönüştürülmesi ve bu geometriye dönüştürürken çözülecek denklemlere ek terimlerin gelmesiyle dönüşümün sağlanmasıdır. Bu şekilde daha önce yapılan çalışmaların çoğunda kullanılan belirli geometrik şekildeki kanalların tamamına yakın kısmı bu çalışmada düzgün sınırlı geometriye dönüştürülmüştür. Örneğin Asako(1988) baklava kesitli kanalları, Lawal(1989) daire,üçgen ve kare kesitli kanalları, Shah(1975) sinüs, trapez ve baklava kesitli kanalları incelemişlerdir. Bu çalışmada ise kare, daire, sinüs, değişik açılı baklava, üçgen, eşanjör tip-1 ve eşanjör tip-2 kesitlerin düzgün geometriye dönüşümü tek yöntem içerisinde toplanmış ve çözümleri gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmada hazırlanan yazılım serbest gelişigüzel kesitli kanalların dönüşümünü de yapabilecek şekilde tasarlanmış ancak, zaman yetersizliği nedeniyle bu çalışmaya serbest sınırlı kesitlerin dönüşümü dahil edilememiştir. Dönüşüm fonksiyonlarının elde edilmesi ve birkaç kesitin dönüşüm sonuçları Bölüm.2.'de gösterilmiştir.

Dönüşüm fonksiyonlarının çözüm algoritması akış diyagramı Şekil.2.12.'de verilmiştir. Dönüşüm fonksiyonları için MAPP FORTRAN programı kullanılmış ve çözüm alanı grid sayısı genellikle 32x32 olarak ve çözümün sonlandırılması için EPS değeri 1.0E-10 alınmıştır. Bu yaklaşımı bütün kesitler için elde etmek mümkün olmamaktadır. Bunun için belirli bir yöntem olmamakla birlikte bazı kesitlerde EPS değeri

1.0E-15'e yükseltilmiş Bazılarında da 1.0E-09'a düşürülmüştür. Bunun nedeni fiziksel ortamdaki kesit fonksiyonlarının keskin köşelerindeki ani değişimlerin olması, kesme ve yuvarlatma hatalarının iterasyon sayısı arttıkça büyümesi ve çözüm aralıklarının kesit düzleminin farklı bölgelerinde farklı uzunlukta alınmamasından kaynaklanmaktadır.

Dönüşüm fonksiyonlarının hızlı yaklaşımının sağlanması için genel tanımı $f_{n+1}=f_n+a(f_{n-1}-f_n)$ Arpacı ve Larsen (1984), şeklinde yapılan ifadede farklı yaklaşım katsayısı (a) kullanılmıştır. Bu ifadedeki a sayısının $2>a>1$ veya $1>a>0$ aralığında alınması çok önemli olmaktadır. Çünkü bazı durumlarda yakınsamanın süresi gittikçe artabilmektedir. Bunu program içerisinde, bir önceki iterasyondaki değerle yeni hesaplanan değer arasındaki mutlak hatanın giderek azalıp azalmadığının test edilmesi ile gözleyebiliriz. Eğer bu hata büyüyorsa o an kullanılan aralığı değiştirerek hatanın azalması sağlanmalıdır. Program değişkenleri "Double Precision" tanımlanmalıdır. Çünkü "Single Precision" tanımlamalarda iterasyon sayıları ilerledikçe hatalar tamsayılar kadar ilerleyebilmektedir. Çalışmada çözümü yapılacak bütün kesitlerin dönüşümü MAPP programı ile elde edilerek bilgisayar ortamına kaydedilmiş daha sonra bu veriler hız ve sıcaklık problemlerinin çözümünü gerçekleştiren programlarca okunarak işleme sokulmuşlardır. Bu şekilde daha az bilgisayar belleği ve bilgisayar zamanı kullanımı sağlanmıştır.

Dönüşümler tamamlandıktan sonra tam gelişmiş hız ve gelişmekte olan sıcaklık dağılımları için çözümler elde edilmiştir. Elde edilen tam gelişmiş hız dağılımları ile sıcaklık dağılımları boyutsuz sayılarla bulunmuş ve değişik çalışmalarda elde edilen değerlerle karşılaştırılmıştır. Bölüm.3.'de formülasyonu ve boyutsuz sayılarla

cebirsel olarak gösterilen ifadeler iki alt bölümde toplanmıştır. Birincisi sabit duvar sıcaklığı sınır şartı altındaki çözümler. Diğeri ise sabit ısı akısı sınır şartı altındaki çözümlerdir. Sabit duvar sıcaklığı sınır şartı için Şekil 3.5'de verilen akış diyagramının ve bu diyagramdaki bazı değişikliklerle elde edilen sabit ısı akısı sınır şartı bilgisayar programları hazırlanmıştır. Bu programlar sırasıyla MAPPTW FORTRAN ve MAPPH1 FORTRAN olarak isimlendirilmişlerdir. Bu programlardan birincisi bütün kesitler için çok iyi sonuç vermesine karşılık ikinci program olan sabit ısı akısı sınır şartını çözen program bazı kesitler için özel rutinler gerektirmektedir. Çünkü daha önceki bölümlerin bazılarında belirtildiği gibi sabit ısı akısı sınır şartında yaklaşımı sağlayan yığışik sıcaklık değeri de değişken olan sıcaklık dağılımı ile değişmektedir. Kesit sınırlarında keskin köşeler içeren kesitlerde örneğin Eşanjör tip-1 kesitte yaklaşım hassasiyetini daha büyük tutarak sonuçlar üretilmelidir. Aksi takdirde programın sonlandırma rutininin belirli bir aralıkta sonsuz döngüye girmesi olasıdır.

Tam gelişmiş bölge çözümlerinde sıcaklık gelişmelerini tam gözleyebilmek için akış yönünde belirli aralıklarla dağılımlar alınarak izlenmiştir. Bunu yaparken genellikle çözüm alanındaki değerler ve fiziksel ortamdaki değerler dikkate alınarak ayrı grafikler üretilmiştir. Çözüm alanındaki değerler her ne kadar gerçek değerler ise de kesit görünümünün hep düzgün dörtgen olması hangi geometrinin çözümü olduğu hakkında ilk bakışta fikir vermeyebilir. Ancak bu değerler geriye dönülerek fiziksel kesit üzerine ve gerçek koordinatlarındaki düğümlere taşındığında daha anlaşılır ve anlamlı olduğu gözlenir. Çözüm alanlarına ait olan değişik kesitlerden de grafik örnekleri verilmiştir.

Hidrodinamik tam gelişmiş ve gelişmekte olan sıcaklık problemi

çözümünde değişik kesitler için elde edilen çözümlerden Grafik 1. Şekil 3.9.'da gösterilen eşanjör tip kesitli kanala ait Nu sayısının değişimi gösterilmektedir. Dairesel kesitteki Nu sayısının gelişimi ise Grafik 2. ile gösterilmiştir. Dairesel kesitte bulunan tam gelişmiş bölge Nu sayısı analitik ve sayısal birçok çalışmadan 3.66 olduğu bilinmektedir. Bu çalışmada ise bu değer 3.65 olarak bulunmuştur. Grafik 3. ile gösterilen üçgen kesitli kanaldaki Nu sayısının değişimi ve tam gelişmiş bölgedeki değeri 2.35 olarak gösterilmiştir. Shah (1974), bu özellikteki bir kanaldaki Nu sayısı değerini 2.34 olarak vermektedir.

Grafik 4. - Grafik 7. değişik açılardaki baklava kesitli kanalların tam gelişmiş bölge çözümlerini ve Nu sayısı değişimlerini göstermektedir. Bulunan baklava kesitli kanalların Nu sayısı değerleri Asako (1988)'deki değişik açılar için karşılaştırılmış ve yüzde düzeyindeki hatalarla sağladığı gözlenmiştir. Burada $\alpha=90^\circ$ olan baklava kesit gerçekte 45° döndürülmüş kare kesitli kanalı temsil etmektedir. Literatürde ve Shah (1974) ve Asako (1988)' den kare kesitli kanal için verilen tam gelişmiş bölge Nu sayısı 2.976 dır. Bu çalışmada bulunan değer ise 2.96 olarak bulunmuştur. Bulunan bu değerler yöntemin doğru sonuç verdiğini göstermektedir.

Grafik 8. - Grafik 11. ile gösterilen kare kanalın tam gelişmiş durumdaki akış yönü hız konturları hız değerlerinin üç boyutlu parabolik görünümü, üç boyutlu hız konturları görünümünde alınan bir kesit ve grid ağı gösterilmektedir. Bu grafikler her ne kadar kare kesitli kanal için değişmese de çözüm düzlemindeki şekliyle Wingz programıyla üretilen grafiklerdir.

Grafik 12. - Grafik 15. $\alpha=60^\circ$ ve $\alpha=45^\circ$ baklava kesitli kanalda tam gelişmiş bölge hız dağılımlarının çözüm düzlemindeki yüzeysel grid

ağı ve hız konturları gösterilmektedir. Grafik 13.'deki grid ağının hız konturları üzerindeki görünümüleri (32x32 grid sayısında) ve grafik 15'deki konturların kare kesitli hız konturlarıyla kıyaslanması yapıldığında köşelerdeki hızların nasıl yayıldığı dikkat çekmektedir. Çözüm alanındaki gözlenen bu değişim fiziksel kesit düzleminde daha iyi gözlemlendiği ilerleyen grafiklerde gösterilmiştir.

Grafik 16.'dan Grafik 21.'e kadar olan grafikler ise daire, eşanjör, sinuzoidal ve üçgen kesitli kanalların çözüm alanındaki tam gelişmiş hız dağılımlarını ve hız konturlarını göstermektedir. Burada dairesel kesitli kanaldaki hız konturları ile üçgen kesitli kanaldaki hız konturların maksimum değerlerine dikkat edildiğinde maksimum hız üçgen kesitli kanalda daha yüksek olduğu gözlenebilir.

Grafik 22. Hidrodinamik tam gelişmiş ve gelişmekte olan sıcaklığın akış yönündeki farklı uzaklıklarda nasıl değiştiği gösterilmektedir. Bu şekildeki (a)'da girişten hemen sonraki sıcaklık dağılımı, (b)'de boyutsuz Z uzaklığının $1.0E-01$ olduğu noktadaki dağılımı ve ilerleyen şekillerde de akış yönünde ilerledikçe sıcaklığın kare kesitli kanalda nasıl geliştiği gözlenmektedir. Grafik 22. (f)'de tam gelişmiş sıcaklık dağılımının üç boyutlu görünümü gösterilmektedir.

Grafik 23. ile başlayan ve grafik 29.'a kadar olan grafikler daha önceki kısımlarda bir kısmı gösterilen tam gelişmiş bölge hız dağılımlarının çözüm alanındaki değerlerinin fiziksel kesitler üzerindeki görünüşleri gösterilmektedir. Bu grafikler hız dağılımlarının sayısal verilerden elde edilen uydurulmuş denklemlerden yararlanılarak üretilen eğrileri göstermektedir. Bu grafiklerin tamamı Mathematica'da çizilmişlerdir. Çizimler x,y ve akış yönü tam gelişmiş hız değerleri verilerek elde edilmişlerdir. Daha önce verilen çözüm alanı grafikleri ile

fiziksel ortamlardaki grafiklerin kesit düzlemine göre nasıl şekillendikleri ve dağılımlarının ne şekilde oldukları daha iyi gözlenebilmektedir.

Grafik 30. kare kesitli, grafik 31. daire kesitli ve grafik 32. ise üçgen kesitli kanalın sabit ısı akısı sınır şartında elde edilen Nut ve Num değerlerini göstermektedir. Bu grafiklerde gösterilen değerler Shah (1974), Asako ve Faghri (1988) ile kıyaslanarak küçük hatalarla aynı olduğu gözlenmiştir. Örneğin üçgen kesitli kanal için Asako (1988), 2.982 Bulmuş, bu çalışmada ise 3.157 bulunmuştur. Bu sapmanın nedeni az grid sayısı ve daha büyük yaklaşım hassasiyeti kullanılmasındandır. Sabit duvar sıcaklığı sınır şartına göre sabit ısı akısı sınır şartındaki sapmaların fazla olmasının nedeni, yaklaşım kriterinin yüzey üzerinden alınan yığışik sıcaklık olmasındandır. Çünkü bir yığışik sıcaklık varsayımından sıcaklık dağılımına ulaşmak belli sayısal hatalarla mümkündür.

6.2.Hidrodinamik ve Sıcaklık Giriş Bölgesi için Çözümler

Çalışmanın önemli bir bölümünü oluşturan hidrodinamik ve sıcaklık giriş bölgesi çözümlerinin formülasyonu Bölüm 4.'de verilmiştir. Bu bölümde bölüm 3.'den farklı olan bazı tanımlamalar ve ekler bulunmaktadır. Bölüm 3.'de sadece akış yönü hızı kullanılmış Bölüm 4. de ise bütün yönlerdeki hızlar formülasyona sokulmuştur. Bölüm 3.'de basınç terimi akış yönü hız tanımı kapsamında verildiği halde Bölüm 4.'de basınç ifadeleri de çözülerek değişimleri ve dağılımları hesaplanmıştır. Giriş bölgesi denklemlerinin oldukça fazla ifade içermesi ve bu ve ifadelerin birçok şartla bağımlı bulunması bilgisayar programlarının karmaşık ve fazla bellek ve bilgisayar zamanı gerektirmesine neden olmuştur. Çalışmada elde edilen sonuçlar şöyle

özetlenebilir.

- Bu çalışmada kullanılan ve genelde pratik uygulamalarda sıkça karşılaşılan dikdörtgen, üçgen, daire, baklava, sinüzoidal, eşanjör tip ve benzeri kesitli kanallardaki tam gelişmiş ve gelişmekte olan ısı taşınımı problemlerinin çözümü gerçekleştirilmiştir.

- Problemin çözüm algoritması genel hazırlanmış olup 2. Bölümde gösterildiği gibi sınırları bir fonksiyonla ifade edilebilen bütün kesitlerin çözülebileceği esneklikte yazılmıştır.

- Düzensiz sınırların dönüşümü ile ısı taşınım problemi birbirinden bağımsız olarak tasarlandığından istenilen kesit çözümü kolayca ilave edilebilecektir. Hatta serbest el çizgisi kapalı kanalların çözümü bile işleme sokulabilecektir.

- Elde edilen tam gelişmiş ve gelişmekte olan sonuçların çoğu, çözümü farklı yöntemlerle yapılmış kesitler için karşılaştırılmış ve mevcut çalışmalarla çok küçük kesme ve yuvarlatma hataları dışında uyumlu sonuçlar verdikleri görülmüştür.

- Elde edilen sonuçların çok azının bilgisayar çıktıları tablo şeklinde verilmiş genellikle grafiklerle ifadesi yeğlenmiştir.

- Problemin çözümünde boyutsuz ifadeler kullanılmış ve sıcaklık denkleminde bulunan Pr sayısı 0.6 olarak alınmıştır. Bunda çalışmanın ana hedefinin sınırları düzensiz kanallardaki akışın çözümünün ilke edinilmesi ve çözülecek kesit sayısının fazlalığına önem verilmiş olmasındandır. Ancak, istenildiğinde, bu boyutsuz sayıların değişik değerlerinin probleme etkileri de mevcut çözüm algoritması ve bilgisayar programıyla incelenebilir.

- Çalışmanın sayısal çözümlerinde sonlu fark denklemleri kullanılmıştır. Bunun nedeni çözümü yapılacak kesitin düzgün sınırlı

kesit şekline dönüştürülmüş olmasındandır.

- Çalışmada kullanılan üst düzey programlama dillerinden FORTRAN v.b. diller yerine Mathematica, Matlab gibi çok amaçlı programların çözüm için kullanılması daha uygun olacağı görüşü çalışmanın sonlarına doğru ağırlık kazanmıştır. Bu nedenle çalışma sonuçlarının grafikleri bu programlarla yapılmıştır. Çünkü bu tür komple programlar daha az deyim daha fazla yetenek içermekte ancak daha fazla bilgisayar belleği ve hızı istemektedirler.

- Çalışmanın bilgisayar programları alt program ağırlıklı hazırlanmış olup bellekleri ortak kullanarak daha az bellek kullanması sağlanmıştır. Hız denklemleri HIZLAR, basınç denklemleri BASINC, denklem takımı çözümleri GELB(Bant yapısındaki denklemlerin Gauss Eliminasyon yöntemiyle) gibi alt programlar oluşturularak geliştirilmeye çalışılmıştır. Bu şekildeki yapı programa ilave ve değişikliklerin kolay yapılmasını sağlamaktadır.

- Çalışmanın gerçek orijinal yönünü büyük ölçüde bilgisayar yetenekleri ortaya çıkarmıştır. Çalışmanın Bilgisayar ortamında yürütülmesinde ve sonuçlarının yorumlanmasında ülkemizde çok yaygın olmayan ancak oldukça mükemmel mühendislik, fizik ve matematik ağırlıklı bilgisayar programlarından yararlanılmıştır. Bu programların kullanımı, birbiriyle entegrasyonu, uyumluluğu ve dosya dönüşümleri bilgisayar ortamında oldukça güçlü bilgisayarlarla yapılmasına karşılık yine de fazlaca zaman almıştır. Genel olarak bakıldığında çalışmanın çözüm algoritması için yazılan bilgisayar programları IBM 4361 orta büyüklükte bir merkezi bilgisayar sisteminde üretilmiştir. Bu sonuçlar Kişisel bilgisayar ortamına bazı emülasyon programları kullanılarak aktarılmıştır. Daha sonra grafik yetenekleri üstün bir diğer kişisel

bilgisayar ortamına geçirilerek gelecek bölümlerde görüleceği üzere mükemmel grafik sonuçlar alınmıştır. Bilgisayar ortamında üretilen bu grafikler Mathematica, Matlab, Wingz, Cricket Graph gibi yazılımlar kullanılarak üretilmişlerdir. Grafiklerin orijinalliğini bozmamak için bilgisayar çıktıları da renkli alınarak fiziksel olayın daha iyi tanıtılması sağlanmaya çalışılmıştır. Bu konuda önerilecek birçok konu olmakla birlikte en önemli olarak gözlediğimiz, çözüm algoritmalarının iyi bir düzenlemeyle merkezi bilgisayar sistemi yerine grafik özellikli güçlü bir kişisel bilgisayarda bile yapılabileceğinin görülmesidir. Çözülecek problemin boyutları kişisel bilgisayar boyutlarını ve hızını zorlamıyorsa bu durumda sonuçların yorumlanmasında oldukça fazla yeteneklere sahip kişisel bilgisayar olanaklarının kullanılması zamanı kısaltacak, etkinliği artıracak ve çözüm programları içinde bile sonuç ve grafik çıktıları üretilebileceklerdir. Hatta eşzamanlı kişisel bilgisayar-Merkezi bilgisayar kullanımının bile mümkün olduğu bu uygulama programlarında görülmüştür.

- Bu çalışmadaki bütün hesaplamalarda boyutsuz sayılar kullanılmıştır. Boyutsuz sayıların kullanılması hesaplamaları kolaylaştırdığı, yorumlamalara bir genellik kazandırdığı halde tanımlamadan dolayı gelen karmaşıklığa da açık olduğu unutulmamalıdır. Probleme fiziksel ortamda gerçek boyutlarıyla bakıldığında alabileceği değerler için geçerli aralıktaki boyutsuz tanımlamaların kullanılması yerinde olacaktır. Değilse boyutsuz olarak bütün aralıkta geçerli gözüken problem istenilen sonuçları her zaman vermeyebilir. Örneğin bir ikizkenar üçgen kesitli kanalda hidrolik yarıçapının 1mm alınmasıyla 100m alınması arasında probleme bazı düzenlemelerin getirilmesi gereği vardır. Birindeki varsayımlar diğeri için geçerli olmayabileceği

gözardı edilmemelidir.

- Giriş bölgesi sonuçlarında hesaplama algoritmasının uzun, bilgisayarda çok yer ve zaman alması nedeniyle bütün kesitler için tam gelişmiş bölge çözümlerine ulaşmak mümkün olmamıştır. Ancak tam gelişmiş bölge çözümleri daha önceki bölümlerde bütün kesitler için çözüldüğünden burada giriş bölgesi çözümleri bazı kesitlerde akış yönünde istenildiği kadar ilerlememesi çok problem olmamaktadır. Giriş bölgesi çözümlerinin grafiksel ifadeleri içerisinde özellikle akış yönü maksimum hızı, basınç ve Nusselt sayısı değişimleri için çizimler yapılmıştır. Sonuçların yorumlanması genellikle tam gelişmiş bölge çözümlerine olan yaklaşımları dikkate alınarak yapılmıştır. Giriş bölgesi çözümlerine ait grafikler Grafik 33. ile Grafik 51. arasındaki grafiklerle gösterilmiştir.

Bunlardan Grafik 33. kare kesitli kanalda maksimum hız değerlerinin, Grafik 34. aynı kesite ilişkin kanal boyunca $P_i-P(z)$ ve Grafik 35. akış yönü hızı değişiminin nasıl geliştiğini göstermektedir. Bu grafikler ve gelecek maksimum hız değişimi grafikleri dikkatle incelendiğinde; girişe yakın bölgede hız değişiminin sadece sınırlarda olduğu, iç bölgelerde değişme olmadığı ancak akış boyunca ilerlendiğinde bu değişimin kesitin tamamına yayıldığı, tam gelişmiş bölgeye gelindikçe de değişimin bütün kesitte oldukça azaldığı görülmektedir. Asako (1988)'den de görüleceği gibi kare kesitli kanalda akış yönü boyutsuz hız konturlarının tam gelişmiş bölgede 2.0 civarında olduğu görülmektedir. Aynı şekilde bu çalışmada da aynı kesit için hız konturları 2.0 civarında gelişmiş bölgeye ulaşmaktadır. Grafik 36. 60°'lik baklava kesitli kanala ait akış yönü U_{max} değişimini göstermektedir. Bu grafikte yukarıda sözü edilen hemen girişteki ve tam

gelişmiş bölgeye yakın yerdeki değişimler çok iyi gözükmemektedir. Grafik 37. 60°'lik baklava kesite ilişkin basınç değişimini göstermektedir. Buradan da gelişmiş bölgeye doğru basınç değişiminin doğrusal olduğu görülmektedir. Grafik 38. ve Grafik 39. akış yönünde az ilerlenmiş daire kesitli kanalın U_{max} ve basınç değişimini göstermektedir. Üçgen kesitli kanalda akış yönünde yeterince ilerlenerek elde edilen hız ve basınç değerlerini Grafik 40. ve Grafik 41. göstermektedir. Bu grafiklerde fazla nokta elde edildiği için değişimler daha iyi görülmektedir. Grafik 40. diğer U_{max} grafiklerinden farklı olarak çizilmiş ve tam gelişmiş bölgeye yakınlaştıkça hız artışının azaldığı buna karşılık girişten hemen sonra oldukça yüksek olduğu daha iyi görülmektedir.

Grafik 42. kare kesit ve Grafik 43. 60°'lik baklava kesit için elde edilen Nu ve Num değerlerini göstermektedir. Bu grafiklerde Nusselt sayılarının tam gelişmiş bölge değerlerine iyi yaklaştığı görülmektedir ancak bilgisayar zamanı yetersizliğinden diğer kesitler için tam gelişmiş bölgeye kadar çözüm ilerletilememiştir. Bu grafiklerden de görüleceği üzere elde edilen giriş bölgesi Nu ve Num değerleri literatürdeki çalışmalarla grafikler üzerinde ve tablolarda karşılaştırılmıştır. Giriş bölgesi çözümlerinde işlem adımları daha fazla ilerletilebilseydi, tam gelişmiş bölge çözümleri bütün kesitler için elde edilebileceği grafiklerde görülmektedir. Grafik 44. ve Grafik 45. ise üçgen kesitli kanala ait Nu ve Num değerleri ile daire kesitli kanalın hesaplanan Z uzunluğu boyunca Nusselt sayısı değişimini göstermektedir. Üçgen kesitli kanalda giriş bölgesi çözümünde elde edilen 3.545 Num değeri tam gelişmiş durum için Bölüm 3.'de 3.42 olarak bulunmuştu. Aynı kesit için Nu değeri Arpacı (1984) ve diğer literatürde 2.35 olarak verildiği ve bu değer Tablo 3.2'de de 2.35 olarak elde edildiği

görülmektedir. Grafik 46. ve Grafik 47. ise Eşanjör tip-1 kesitli kanalın akış yönündeki U_{max} ve Nusselt sayısı değişimi gösterilmektedir. Grafik 48. ile Grafik 51. arasındaki grafikler ise kesit düzlemi üzerindeki akış yönü hızı dışındaki (v) , (w) hızlarının görünümelerini göstermektedir. Bu hızların çözüm düzlemindeki negatif değerlerini göstermek mümkün olmadığından sıfır yerine 1.0 değeri esas alınarak grafikler çizilmiştir. Bu grafiklerden (v) ve (w) hızlarının köşelerde fazlaca değiştiği ve akış yönünde ilerledikçe bunun iç kısımlara yayıldığı görülmektedir. (v) ve (w) hızlarının bileşkelerini vektörel olarak göstermek mevcut kullanılan bilgisayar programlarıyla yapılamadığından iki hız değeri ayrı ayrı gösterilmiştir. Ancak yine de Grafik 48(a). ile Grafik 48(b). beraber üst üste düşürüldüğünde kesit üzerindeki hızların yönünün köşelere doğru olduğu görülebilmektedir. Bu hızların en yüksek değerleri köşelerde aldığı mevcut grafiklerden anlaşılmaktadır.

Çalışmadaki yöntemle elde edilen sonuçlardan bazıları literatürde rastlanan kesit çözümleri için karşılaştırılmış ve iyi sonuç verdiği yukarıda gösterilmiştir. Literatürde rastlanılmayan bazı kesitler için ise böyle bir kıyaslama olanağı olmadığından karşılaştırma yapılamamıştır. Ancak literatürlerde değişik yöntemler kullanılarak, farklı kesitler için elde edilen sayısal değerleri sağlayan bu çalışma yönteminin, karşılaştırma yapılmayan kesitler için de oldukça iyi sonuç vereceğini söylemenin yanlış olmayacağı düşünülmektedir.

Tablo 6.1. Giriş bölgesi çözümünde kare kesitli kanala ait maksimum hız ve basınç değişimleri.

$Z=z/(Dh.Re)$	$Pi-P(z)$	$[u/ue]_{max}$	θ_b	Nut	Num
0.00005	1.00625	0.00678	0.99228	38.92401	38.92401
0.00107	1.11813	0.12843	0.86661	27.86733	33.68609
0.00159	1.1625	0.18287	0.82563	21.43941	30.35653
0.00203	1.19444	0.22726	0.80003	17.07704	27.70439
0.00256	1.22791	0.28052	0.77656	13.26602	24.88709
0.00357	1.28114	0.38441	0.74466	9.39193	20.78916
0.00442	1.31930	0.47724	0.72404	7.97792	18.37116
0.00546	1.36038	0.59790	0.70271	7.09276	16.27053
0.00605	1.38222	0.67202	0.69159	6.74486	15.33305
0.00743	1.42882	0.85688	0.66833	6.12506	13.65403
0.00822	1.45367	0.9723	0.65618	5.83496	12.90000
0.00910	1.47959	1.1069	0.64370	5.55456	12.19553
0.01084	1.52781	1.3728	0.62096	5.09002	11.06967
0.01520	1.63122	2.0227	0.57378	4.26724	9.20329
0.02044	1.73037	2.7828	0.52923	3.65349	7.84152
0.02567	1.80859	3.5280	0.49302	3.24796	6.93691
0.03004	1.86100	4.1401	0.46724	3.00086	6.37887
...					

Tablo 6.2. Giriş bölgesi çözümünde üçgen ve eşanjör tip-1 kesitlere ait maksimum hız ve basınç değişimleri.

$Z=z/(Dh.Re)$	Üçgen Kesitli kanal		Eşanjör tip kesitli Kanal	
	$[u/ue]_{max}$	$Pi-P(z)$	$[u/ue]_{max}$	$Pi-P(z)$
0.00005	1.00614	0.00661	1.00602	0.01420
0.00011	1.01283	0.01377	1.01189	0.02249
0.00023	1.02799	0.02983	1.02389	0.03682
0.00031	1.03650	0.03882	1.03016	0.04393
0.00047	1.05552	0.05887	1.04344	0.05886
0.00057	1.06606	0.07003	1.05051	0.06687
0.00068	1.07726	0.08203	1.05790	0.07533
0.00080	1.08914	0.09492	1.06563	0.08434
0.00093	1.10166	0.10879	1.07372	0.09398
0.00107	1.11481	0.12373	1.08217	0.10432
0.00203	1.18889	0.21929	1.13096	0.17090
0.00320	1.25769	0.33506	1.17887	0.25281
0.00442	1.31457	0.46325	1.22088	0.34385
0.00546	1.35610	0.58039	1.25238	0.42662
0.00605	1.37794	0.65213	1.26919	0.47701
0.00743	1.42383	0.83056	1.30499	0.60129
0.00822	1.44797	0.94173	1.32426	0.67797
0.00910	1.47356	1.07125	1.34431	0.76665
0.01084	1.52088	1.32682	1.38157	0.93958
0.02044	1.72176	2.67898	1.54301	1.82199
0.03004	1.85626	3.97795	1.65645	2.63842
0.04051	1.95359	5.35796	1.74794	3.48776
0.04574	1.98872	6.03680	1.78489	3.90098
0.05010	2.01280	6.59758	1.81217	4.24053

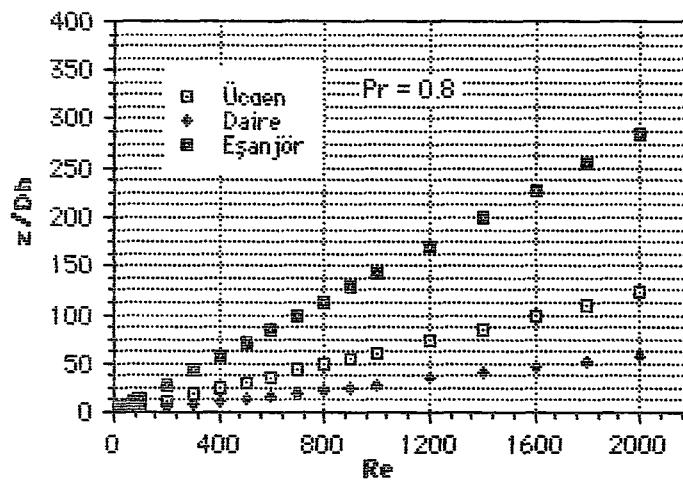
Tablo 6.3. Giriş bölgesi çözümünde Daire ve Baklava ($\alpha=60^\circ$) kesitlere ait maksimum hız ve basınç değişimleri.

$Z=z/(Dh.Re)$	Baklava($\alpha=60^\circ$) Kesitli kanal		Daire kesitli Kanal	
	$[u/ue]_{max}$	$Pi-P(z)$	$[u/ue]_{max}$	$Pi-P(z)$
0.00005	1.00625	0.00678	0.007535	1.006537
0.00011	1.01307	0.01412	0.015634	1.013646
0.00107	1.11811	0.12841	0.141989	1.119718
0.00203	1.19441	0.22725	0.263185	1.199215
0.00320	1.26292	0.34582	0.422502	1.276294
0.00442	1.31928	0.47722	0.608285	1.342546
0.00546	1.36036	0.59788	0.782940	1.391384
0.00605	1.38220	0.67199	0.891393	1.417267
0.00743	1.42880	0.85684	1.164457	1.472332
0.00822	1.45365	0.97225	1.336301	1.501638
0.00910	1.47957	1.10685	1.537684	1.532049
0.01084	1.52779	1.37273	-	-
0.04051	1.95139	5.58316	-	-
0.06057	2.03926	8.27471	-	-
0.08064	2.07486	10.89129	-	-
0.10071	2.09048	13.44602	-	-

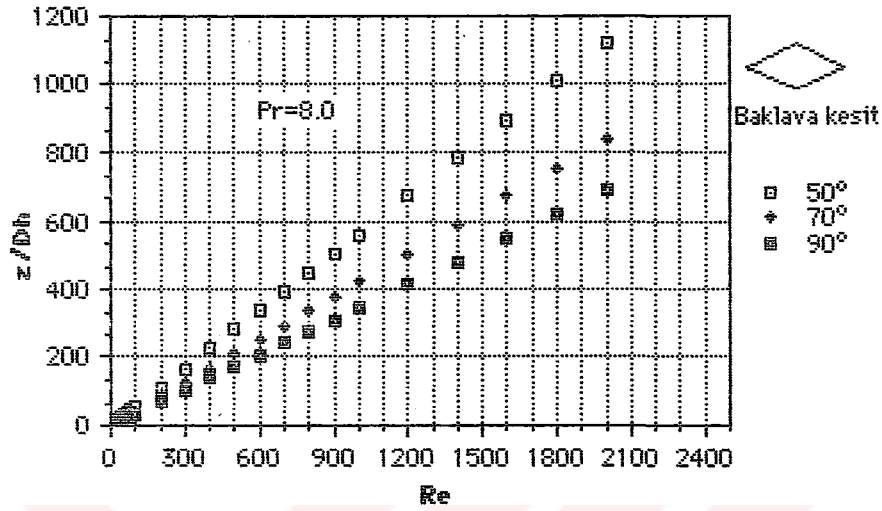
- Bu çalışmada hidrodinamik ve sıcaklık problemleri laminar akış için geçerli denklemler kullanılarak incelendiğinden elde edilmiş olan sonuçlar Re sayısının 2000' den küçük olduğu bölgede geçerli olacaktır.

- Literatürde, hidrodinamik giriş bölgesi uzunluğu kanal girişinden itibaren tam gelişmiş durumdaki maksimum hızın 0.99 ile çarpımı olan değere ulaşıldığındaki uzunluk olarak alınmaktadır. Sıcaklık giriş bölgesi uzunluğu için ise ısıtmanın başlatıldığı noktadan, tam gelişmiş durumdaki Nusselt sayısının 1.05 ile çarpımından elde edilecek yerel Nusselt sayısı değerine ulaşılan nokta arasındaki uzunluk olarak tarif edilmektedir (Özişik, 1987). Hidrodinamik giriş bölgesi uzunluğu Re sayısına bağlı olarak değişmesine rağmen sıcaklık giriş bölgesi uzunluğu Re ve Pr sayılarının fonksiyonu olan Pe sayısı ile değişmektedir. Sıcaklık ve hidrodinamik giriş bölgesi uzunlukları Prandtl sayısının 1 değeri mertebesinde olması halinde birbirine yakın değerler alırken yağ gibi Prandtl sayısı büyük olan akışkanlarda sıcaklık giriş bölgesi hidrodinamik giriş bölgesinden büyük olur. Prandtl sayısı küçük olan sıvı

metallerde ise bunun aksine hidrodinamik giriş bölgesi, sıcaklık giriş bölgesinden daha büyük olur. Hidrodinamik olarak gelişmiş olan sıcaklık giriş bölgesi ısıl probleminin çözümünden elde edilen Nu sayısının akış yönü boyutsuz uzunluğuna göre değişimi, farklı geometriler için Grafik.1., Grafik.2., ...,Grafik.7.'de gösterilmişlerdir. Burada boyutsuz akış yönü uzunluğu tanımı olan $[Z=z/(D_h Re.Pr)]$ ifadesinden hareket ederek ve tam gelişmiş durumdaki Nu sayısının 1.05 ile çarpımından elde edilen yerel Nu sayısına karşılık gelen Boyutsuz uzunluk (Z) bulunduğundan sonra (z/D_h) ifadesi hesaplanabilir. Örneğin dairesel kesit için tam gelişmiş durumdaki Nu sayısı 3.65 olarak bulunmuştu. Bu değerin 1.05 ile çarpımından elde edilecek $Nu=3.83$ sayısı giriş bölgesi sonundaki yerel Nusselt sayısını verecektir. Tablo 3.2'den veya Grafik 2'den $Nu= 3.83$ sayısına karşılık gelen (Z) değeri $Z=0.03584$ bulunur. Daha sonra $[(z/D_h)=0.03584 \times Re \times Pr]$ ifadesinden farklı Re sayıları için elde edilen (z/D_h) değerleri farklı kesitteki kanallar için aşağıdaki Şekil 6.1. ve Şekil 6.2'de gösterilmiştir.



Şekil 6.1. Daire, Üçgen ve Eşanjör Tip Kesitli Kanallarda Giriş Bölgesi Uzunlukları ile Re Sayısı Arasındaki İlişki.



Şekil 6.2. Değişik Açılardaki Baklava Tip Kesitli Kanallarda Giriş Bölgesi Uzunlukları ile Re Sayısı Arasındaki İlişki.

- Çözülen denklemlerin farklı başlangıç şartları altında aynı sonucu ürettiği gözlenmiştir. Akış yönündeki hız dağılımının bulunmasında, başlangıçta bir hız dağılımı varsayımı yapılmakta ve bu varsayım iterasyonla her defasında çözüme yaklaşacak şekilde düzeltilmektedir. İki farklı varsayım ile başlanarak aynı dağılımın elde edilip edilemeyeceği sınanmış ve aşağıdaki Tablo 6.4.b. ve Tablo 6.5.b.'de başlangıç varsayımları yapıldıktan sonra yakınsama neticesi elde edilen son hız dağılımları bulunarak gösterilmiştir. Tablo 6.4.a.'da gösterilen ilk varsayımda $A=1.0/\text{FLOAT}(NIP-1)$, $B=1.0/\text{FLOAT}(NJP-1)$, $U_{j,i}=0.5*(1.0-A^2)*(1.0-B^2)$ olarak alınmış ve bütün düğümler için eşit bir hız dağılımı varsayımıyla iterasyona başlanmıştır. Tablo 6.5.a.'de gösterilen ikinci başlangıç hız dağılımı varsayımında $U_{j,i}=1.0/\text{FLOAT}(I+J)$ eşitliği ile bir varsayım yapılarak iterasyona başlanmıştır. Burada kullanılan NI, NJ ξ ve η

Tablo 6.5.a. Uniform Olmayan Bir Başlangıç Hız Dağılımı.

U HIZ DAĞILIMI BAŞ DEĞERLERİ

0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.25000	0.20000	0.16667	0.14286	0.12500	0.11111	0.10000	0.09091	0.08333	0.00000
0.00000	0.20000	0.16667	0.14286	0.12500	0.11111	0.10000	0.09091	0.08333	0.07692	0.00000
0.00000	0.16667	0.14286	0.12500	0.11111	0.10000	0.09091	0.08333	0.07692	0.07143	0.00000
0.00000	0.14286	0.12500	0.11111	0.10000	0.09091	0.08333	0.07692	0.07143	0.06667	0.00000
0.00000	0.12500	0.11111	0.10000	0.09091	0.08333	0.07692	0.07143	0.06667	0.06250	0.00000
0.00000	0.11111	0.10000	0.09091	0.08333	0.07692	0.07143	0.06667	0.06250	0.05882	0.00000
0.00000	0.10000	0.09091	0.08333	0.07692	0.07143	0.06667	0.06250	0.05882	0.05556	0.00000
0.00000	0.09091	0.08333	0.07692	0.07143	0.06667	0.06250	0.05882	0.05556	0.05263	0.00000
0.00000	0.08333	0.07692	0.07143	0.06667	0.06250	0.05882	0.05556	0.05263	0.05000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000

Tablo 6.5.b. Uniform Olmayan Bir Başlangıç Hız Dağılımı Alınarak Yakınsama Sonucu Elde Edilen Hız Dağılımı.

U HIZ DAĞILIMI SON DEĞERLERİ İTER. SAYISI: 102

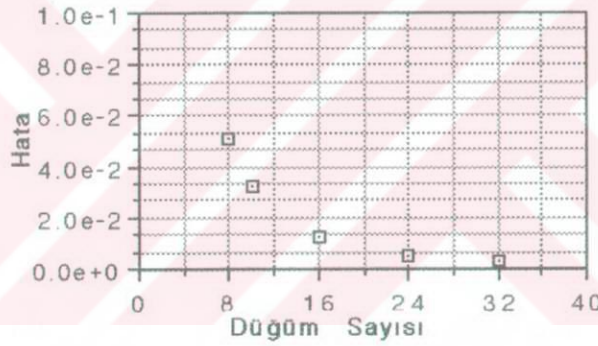
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.01281	0.02063	0.02540	0.02800	0.02883	0.02800	0.02540	0.02063	0.01281	0.00000
0.00000	0.02063	0.03430	0.04296	0.04777	0.04932	0.04777	0.04296	0.03430	0.02063	0.00000
0.00000	0.02540	0.04296	0.05439	0.06081	0.06289	0.06081	0.05439	0.04296	0.02540	0.00000
0.00000	0.02800	0.04777	0.06081	0.06821	0.07060	0.06821	0.06081	0.04777	0.02800	0.00000
0.00000	0.02883	0.04932	0.06289	0.07060	0.07310	0.07060	0.06289	0.04932	0.02883	0.00000
0.00000	0.02800	0.04777	0.06081	0.06821	0.07060	0.06821	0.06081	0.04777	0.02800	0.00000
0.00000	0.02540	0.04296	0.05439	0.06081	0.06289	0.06081	0.05439	0.04296	0.02540	0.00000
0.00000	0.02063	0.03430	0.04296	0.04777	0.04932	0.04777	0.04296	0.03430	0.02063	0.00000
0.00000	0.01281	0.02063	0.02540	0.02800	0.02883	0.02800	0.02540	0.02063	0.01281	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000

- Sayısal çözümlerde düğüm sayısının sonlu olması halinde elde edilecek çözümdeki hata yüzdesinin hangi mertebede olduğunun irdelenmesi de önem taşımaktadır. Özellikle yetersiz bilgisayar belleği ve yetersiz bilgisayar hızı nedeniyle az sayıda düğümle çözüm yeğlendiğinden, bu hata analizi önemlidir. Bu amaçla hidrodinamik olarak tam gelişmiş, sıcaklık giriş bölgesi probleminde farklı düğüm sayılarında elde edilen sonuçların hata yüzdeleri hesaplanarak Tablo 6.6'da verilmiştir. Hata analizi çözüm olarak kullanılan boyutsuz sayılar

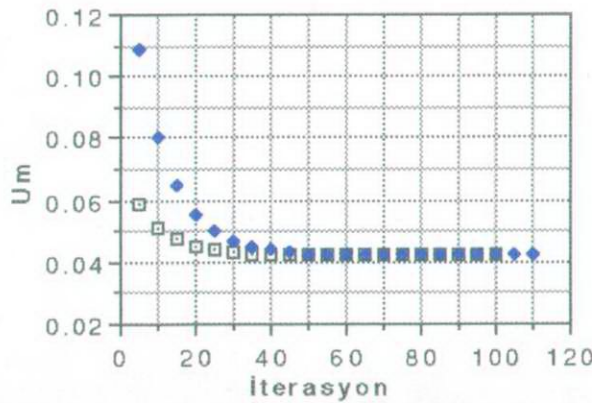
hesaplanarak yapılmıştır. Hata analizinde kare kesitli kanalın bilinen literatürde mevcut tam gelişmiş değerleri ($Nu=2.976$) referans olarak alınmıştır. Hız dağılımı çözümlerinde başlangıç varsayımları farklı alındığında farklı iterasyon sayılarında yaklaşım sağlanmaktadır. Başlangıç varsayımının uygun olması iterasyon sayısını da azaltmaktadır.

Tablo 6.6. Farklı Grid Sayılarında Hata Oranları (kare kesitli kanal için).

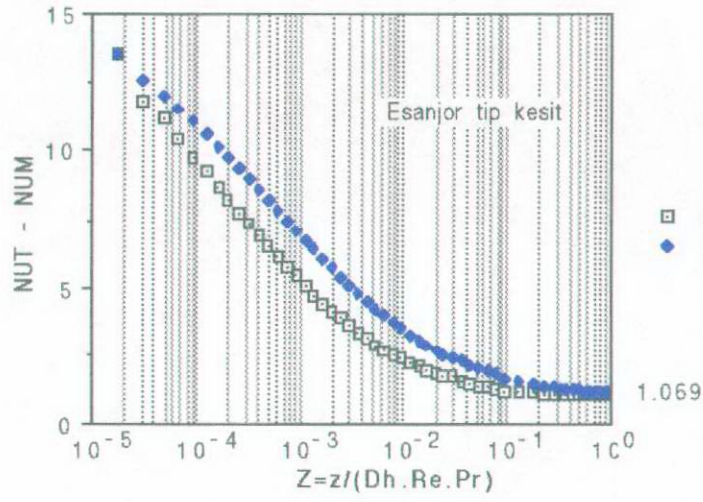
Düğüm sayısı	NUT	Bağıl Hata($1-Nut/2.976$)
(8 x 8)	2.82408	0.05104
(10 x 10)	2.87854	0.03274
(16 x 16)	2.93788	0.01281
(24 x 24)	2.95920	0.00565
(32 x 32)	2.96632	0.00325



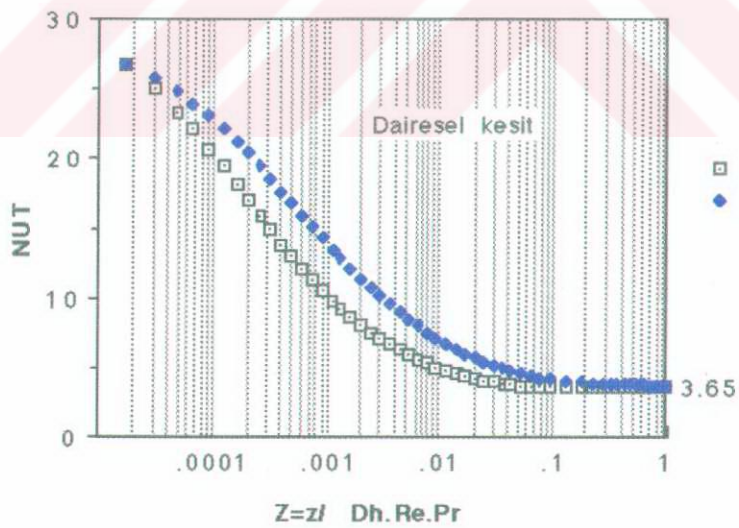
Şekil 6.3. Değişik $\Delta\xi$ ve $\Delta\eta$ değerlerinde bağıl hata değişimi



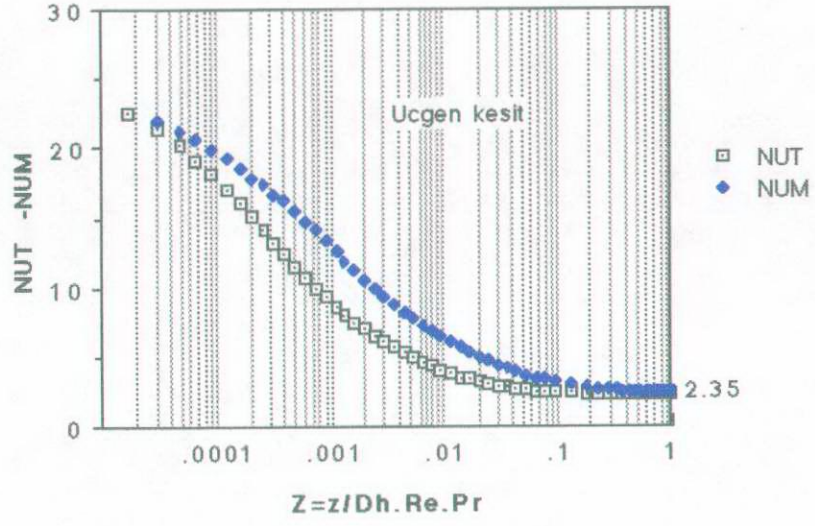
Şekil 6.4. Farklı başlangıç hız dağılımı varsayımlarında iterasyon sayısının değişimi.



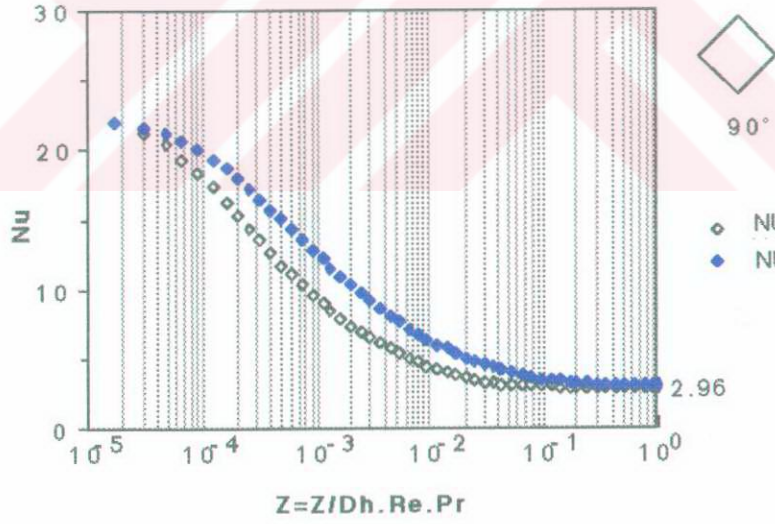
Grafik 1. Eşanjör tip kesitli kanallarda Nusselt sayısının değişimi.



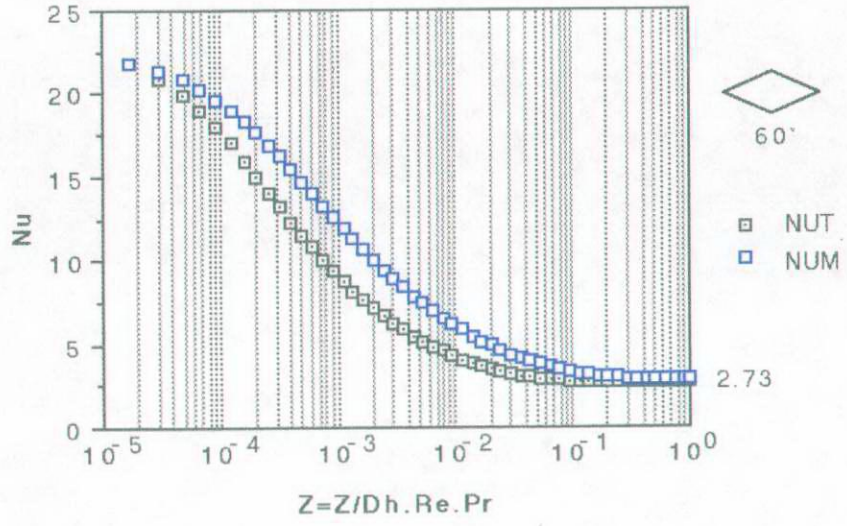
Grafik 2. Dairesel kesitli kanallarda Nusselt sayısının değişimi.



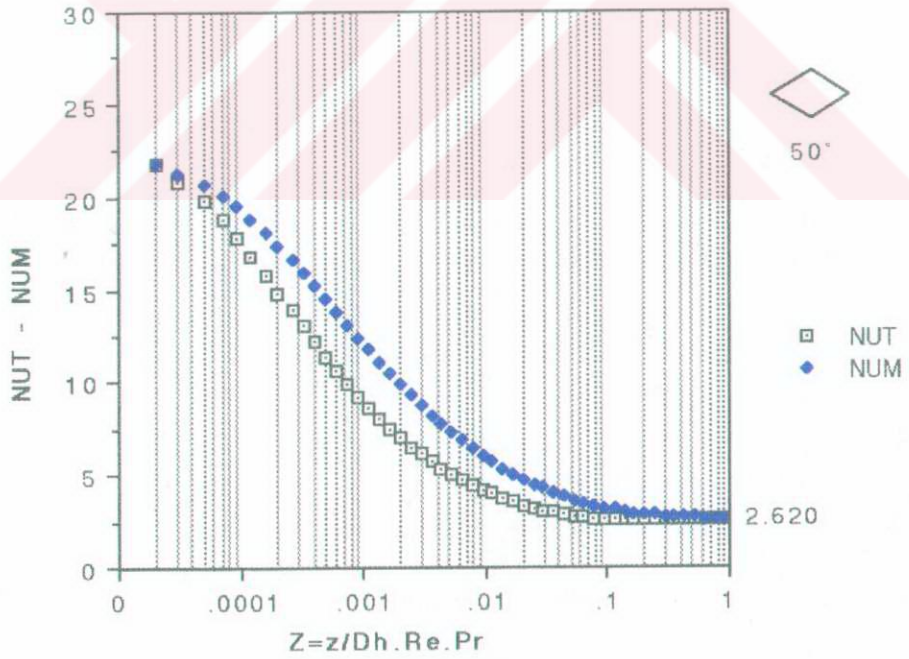
Grafik 3. Üçgen kesitli kanallarda Nusselt sayısının değişimi.



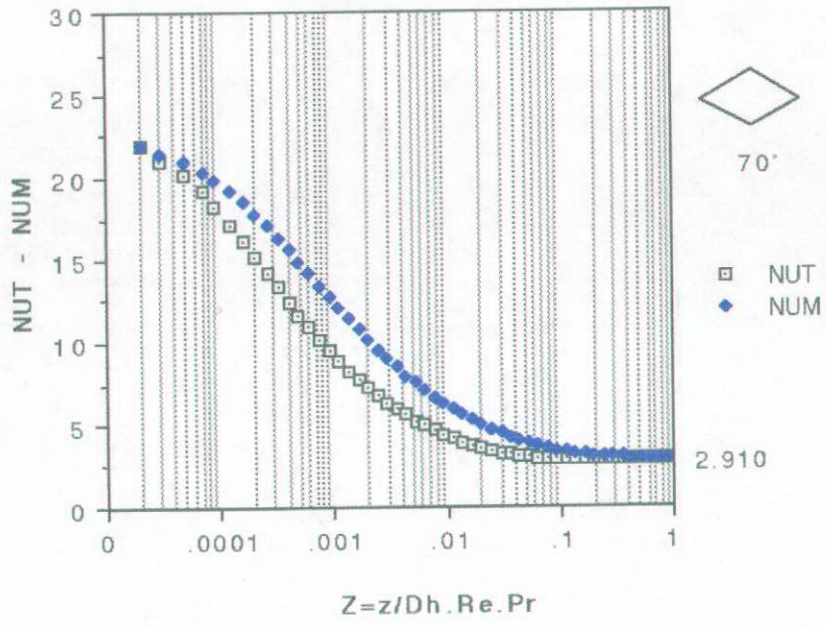
Grafik 4. Baklava dilimi kesitli ($\alpha=90^\circ$) kanallarda Nusselt sayısının değişimi.



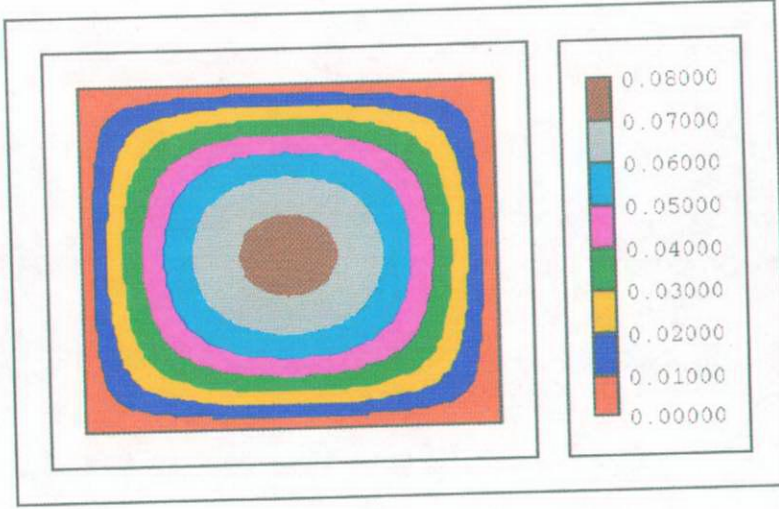
Grafik 5. Baklava dilimi kesitli kanallarda($\alpha=60^\circ$) Nusselt sayısının değişimi.



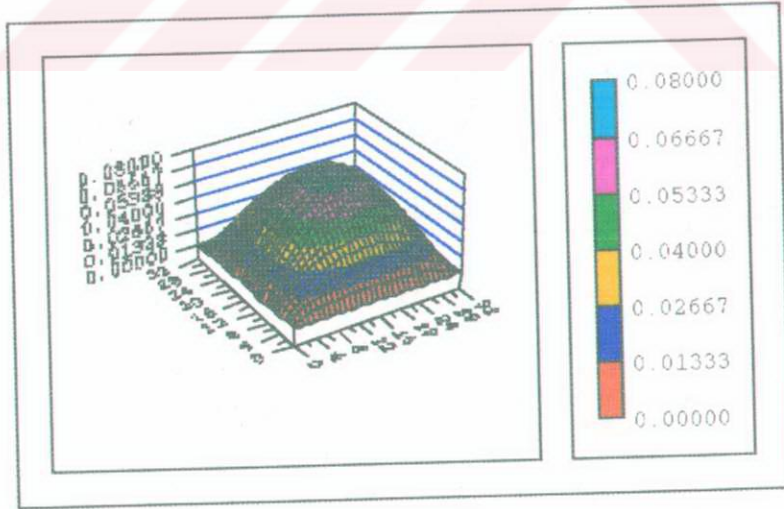
Grafik 6. Baklava dilimi kesitli kanallarda($\alpha=50^\circ$) Nusselt sayısının değişimi.



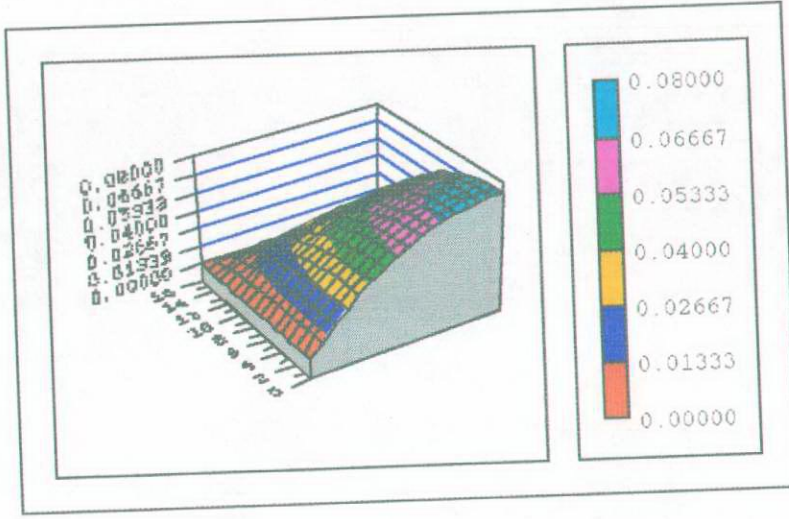
Grafik 7. Baklava dilimi kesitli kanallarda($\alpha=70^\circ$) Nusselt sayısının değişimi.



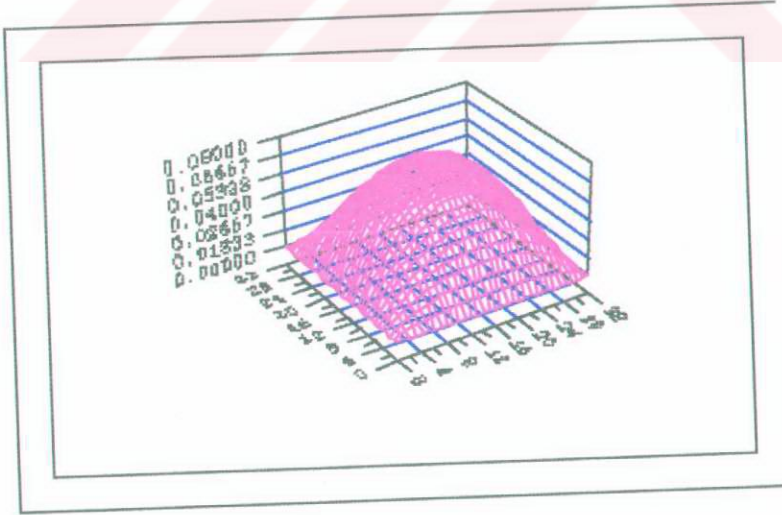
Grafik 8. Baklava kesitli kanalda ($\alpha=90^\circ$) tam gelişmiş hız dağılımı konturları.



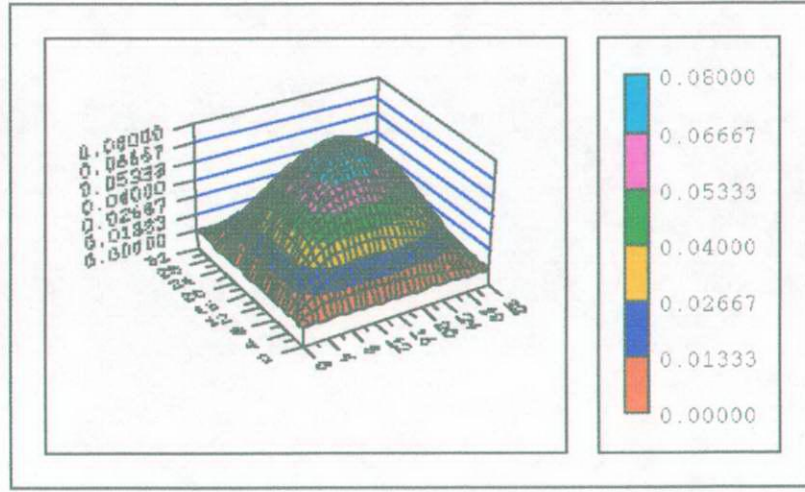
Grafik 9. Baklava kesitli kanalda ($\alpha=90^\circ$) tam gelişmiş hız dağılımı üç boyutu yüzeysel görünümü.



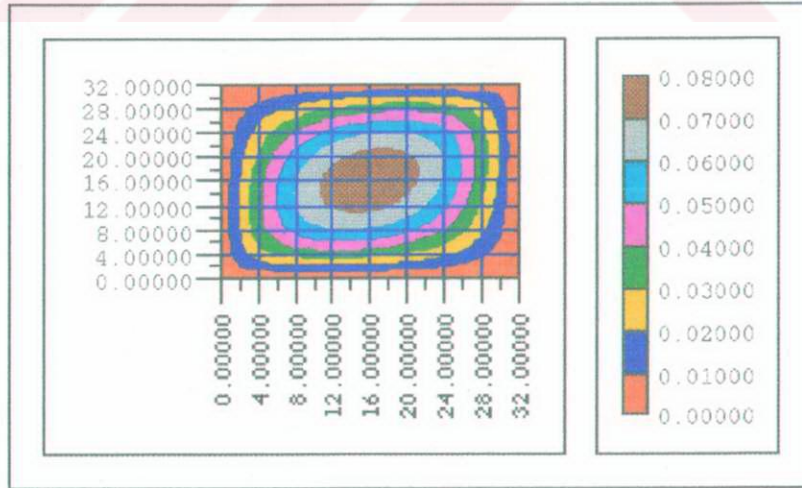
Grafik 10. Baklava kesitli kanalda ($\alpha=90^\circ$) tam gelişmiş hız dağılımı üç boyutlu yüzeysel görünümünden bir kesit.



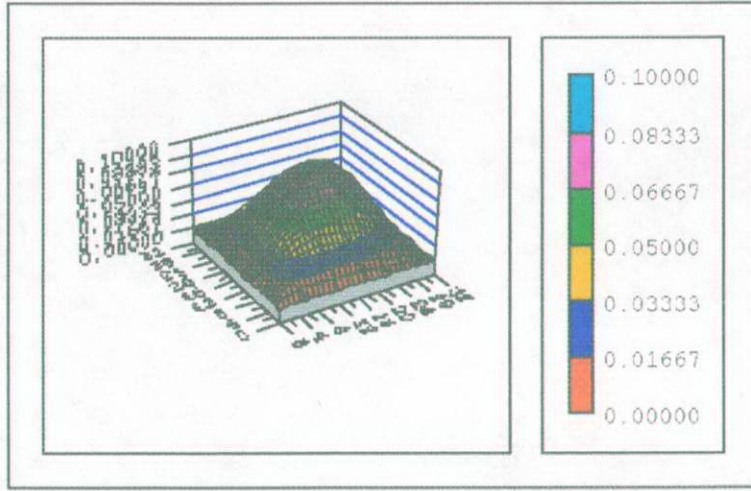
Grafik 11. Baklava kesitli kanalda ($\alpha=90^\circ$) tam gelişmiş hız dağılımı üç boyutlu grid ağının görünümü.



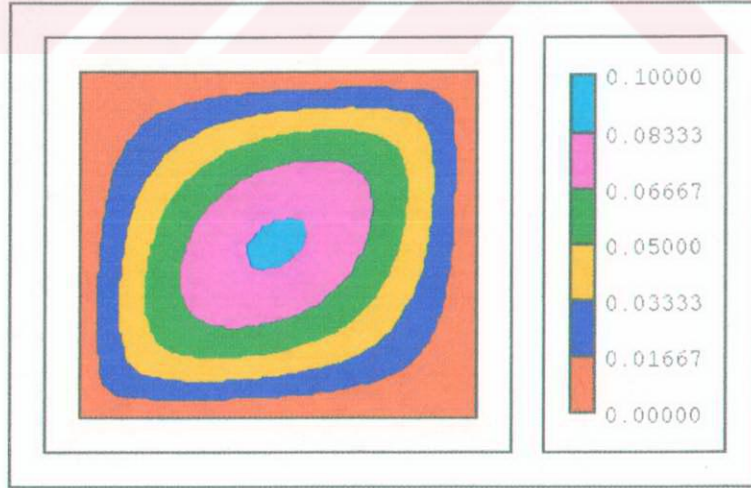
Grafik 12. Baklava kesitli kanalda ($\alpha=60^\circ$) tam gelişmiş hız dağılımının yüzeysel görünümü.



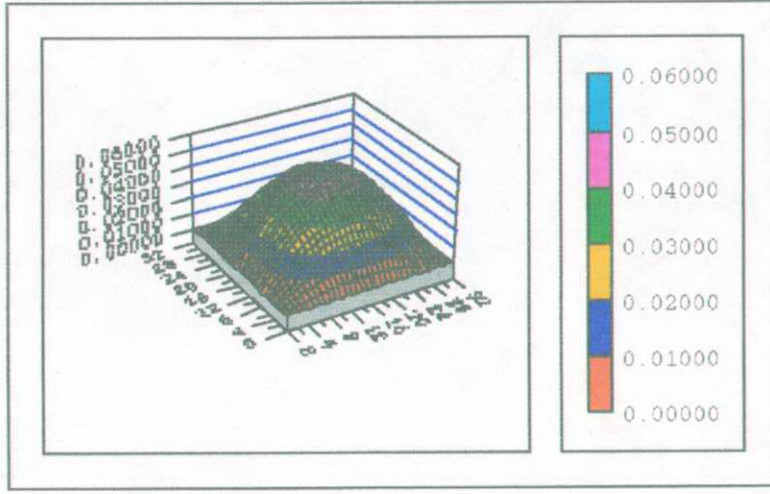
Grafik 13. Baklava kesitli kanalda ($\alpha=60^\circ$) tam gelişmiş hız dağılımının kontur görünümü.



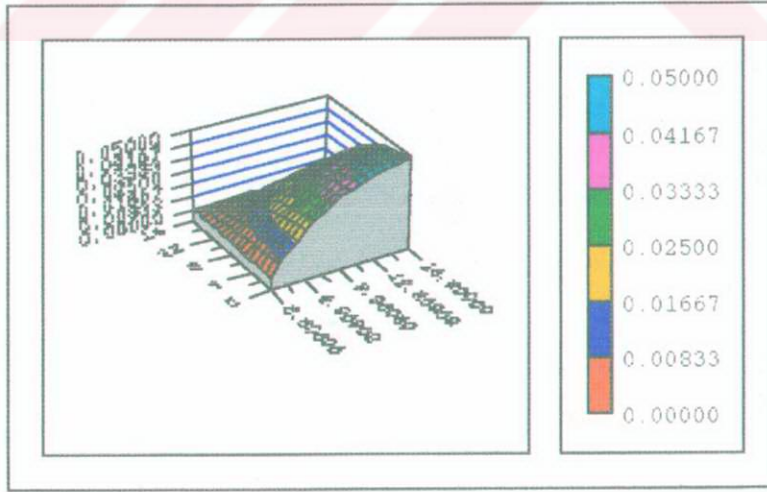
Grafik 14. Baklava kesitli kanalda ($\alpha=45^\circ$) tam gelişmiş hız dağılımının yüzeysel görünümü.



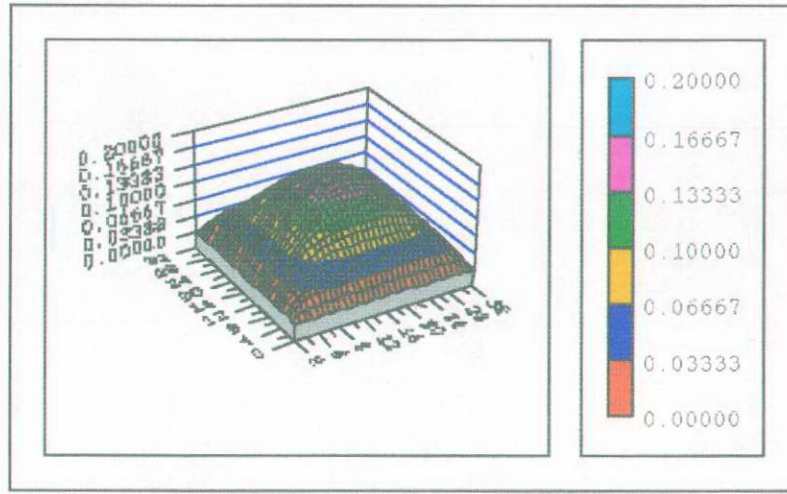
Grafik 15. Baklava kesitli kanalda ($\alpha=45^\circ$) tam gelişmiş hız dağılımının kontur görünümü.



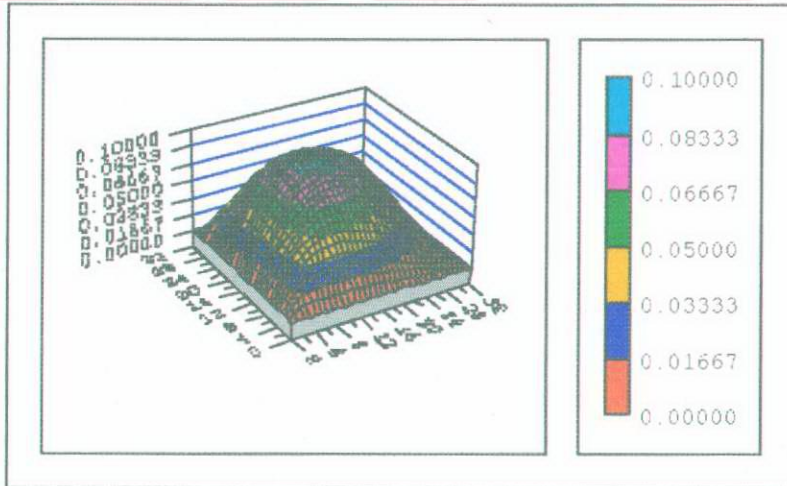
Grafik 16. Daire kesitli kanalda tam gelişmiş hız dağılımının yüzeysel görünümü.



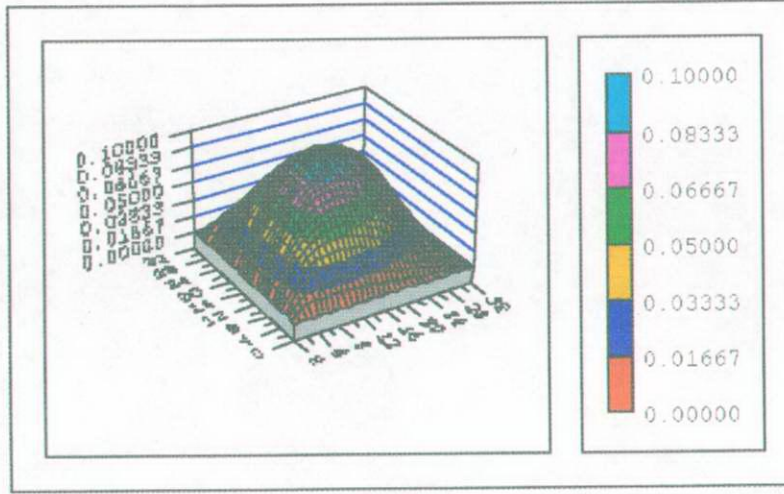
Grafik 17. Daire kesitli kanalda tam gelişmiş hız dağılımının yüzeysel görünümünden bir kesit.



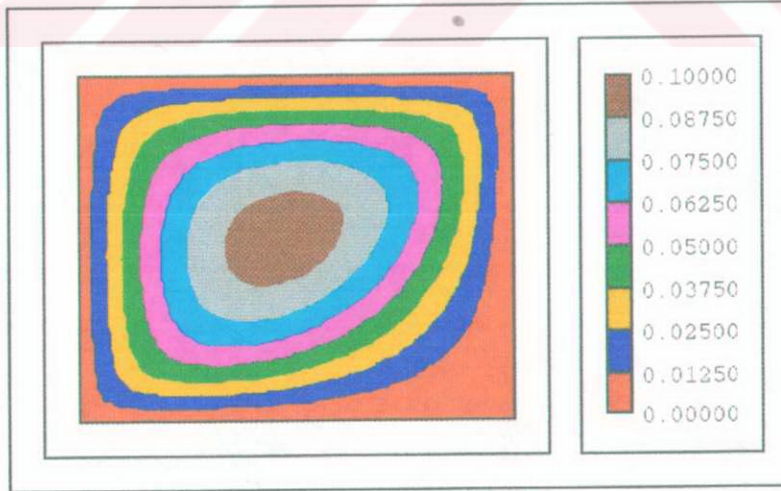
Grafik 18. Esanjör kesitli kanaldaki hız dağılımının yüzeysel görünümü.



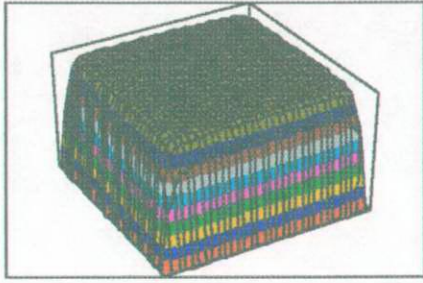
Grafik 19. Sinüzoidal kesitli kanaldaki hız dağılımının yüzeysel görünümü.



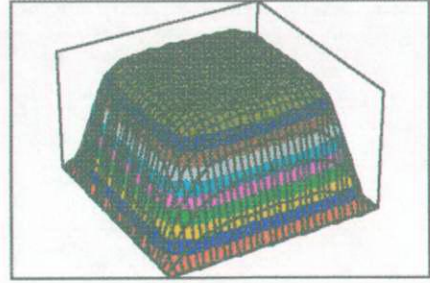
Grafik 20. Üçgen kesitli kanaldaki hız dağılımının yüzeysel görünümü.



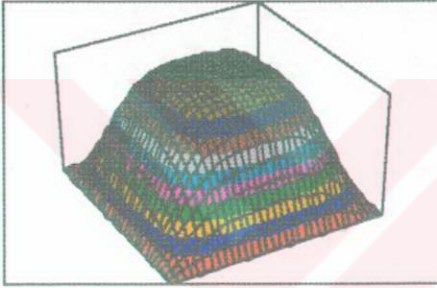
Grafik 21. Üçgen kesitli kanaldaki hız dağılımı çözüm alanının kontur görünümü.



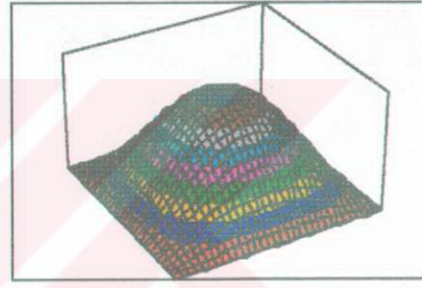
a



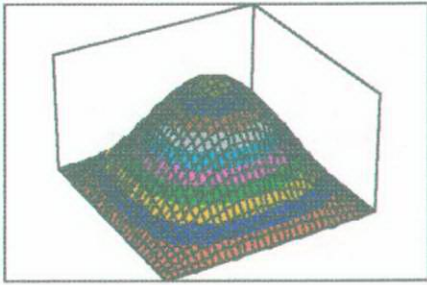
b



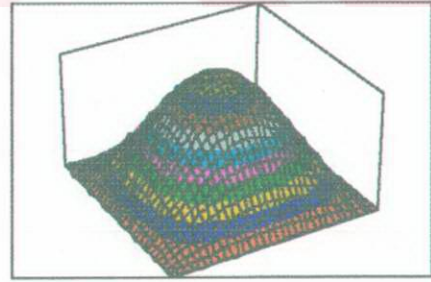
c



d



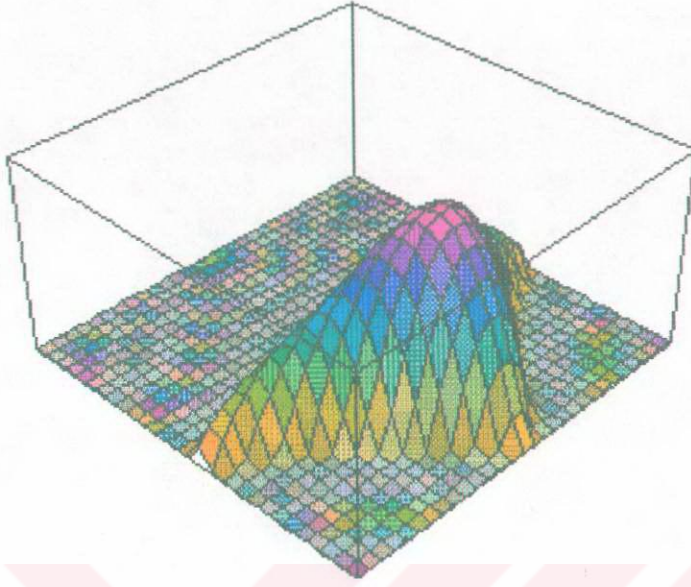
e



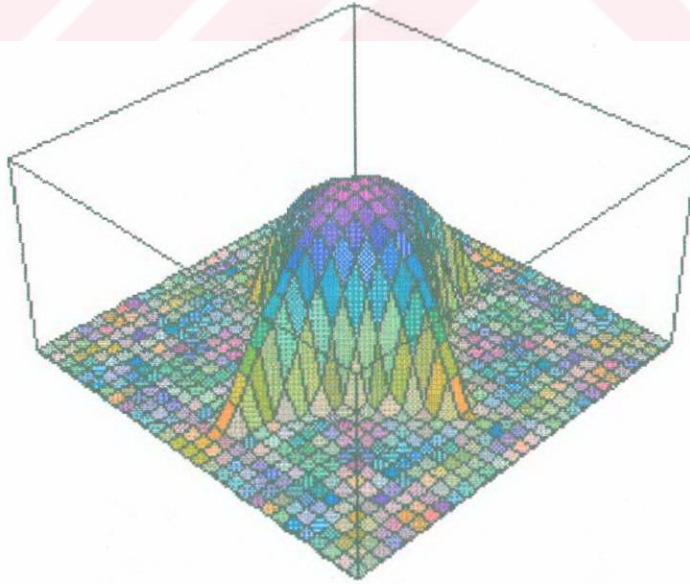
f

Grafik 22. Baklava kesitli kanalda ($\alpha=90^\circ$) Boyutsuz sıcaklık'nın akış yönündeki gelişimi.

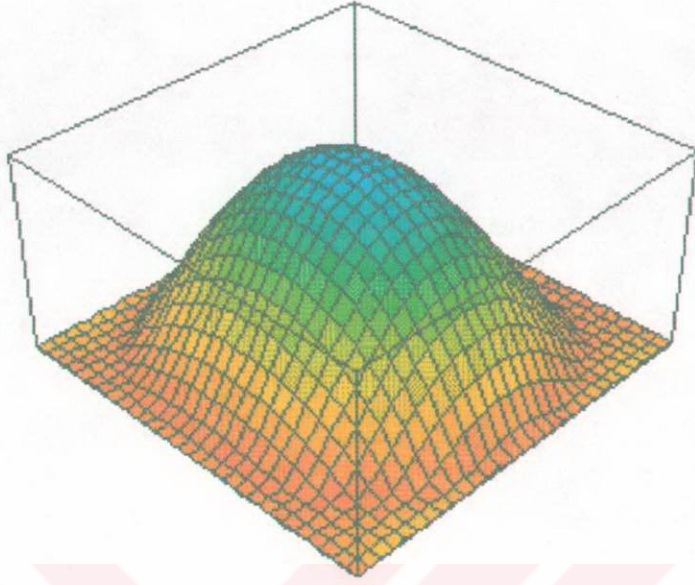
(a) $Z=1.0E-05$ (b) $Z=1.0E-04$ (c) $Z=1.0E-03$
(d) $Z=1.0E-02$ (e) $Z=1.0E-01$ (f) $Z=1.0E-00$



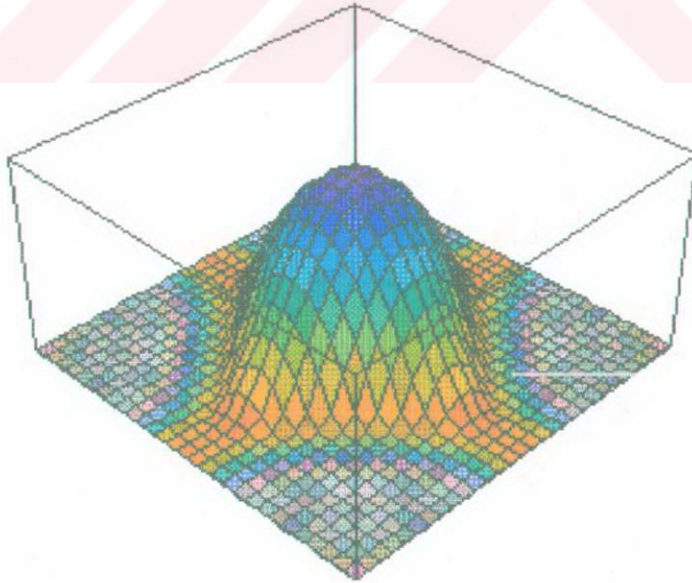
Grafik 23. Fiziksel ortamda sinüzoidal tip kesitli kanalda tam gelişmiş hız dağılımının görünümü [$X = \pm 1.2317$, $Y = \pm 1.2317$ $U_{max} = 0.09155$]



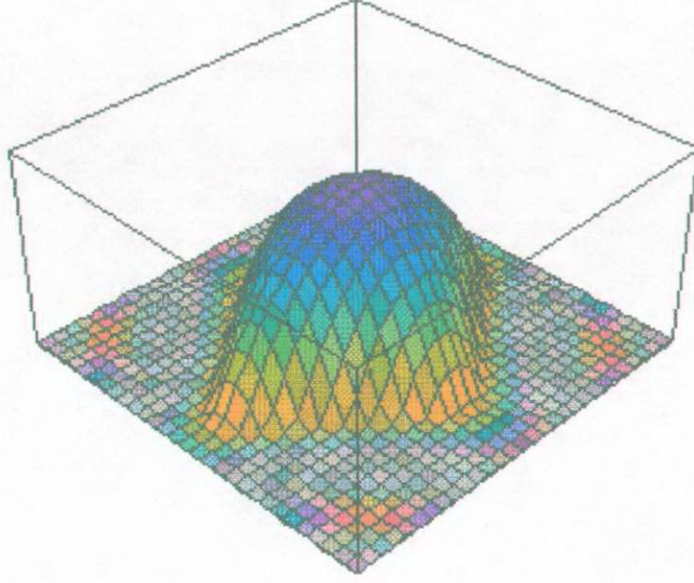
Grafik 24. Fiziksel ortamda eşanjör tip kesitli kanalda tam gelişmiş hız dağılımının görünümü [$X = \pm 1.82990$, $Y = \pm 1.82990$ $U_{max} = 0.15701$]



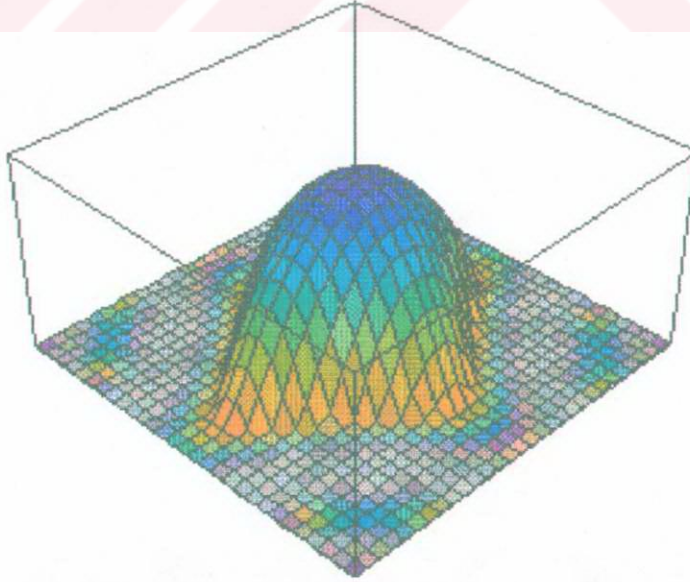
Grafik 25. Fiziksel ortamda daire tip kesitli kanalda tam gelişmiş hız dağılımının görünümü [$x = \pm 0.5$, $y = \pm 0.5$ $U_{max} = 0.04777$]



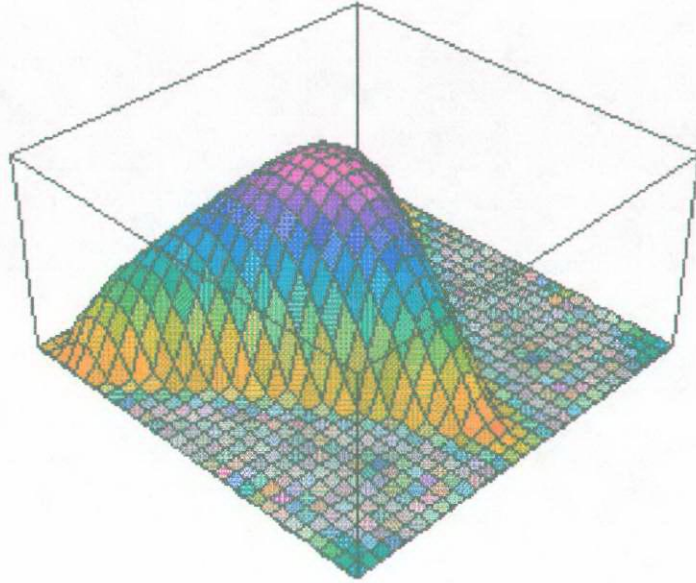
Grafik 26. Fiziksel ortamda kare kesitli kanalda tam gelişmiş hız dağılımının görünümü [$x = \pm 0.0707$, $y = \pm 0.0707$ $U_{max} = 0.0736$]



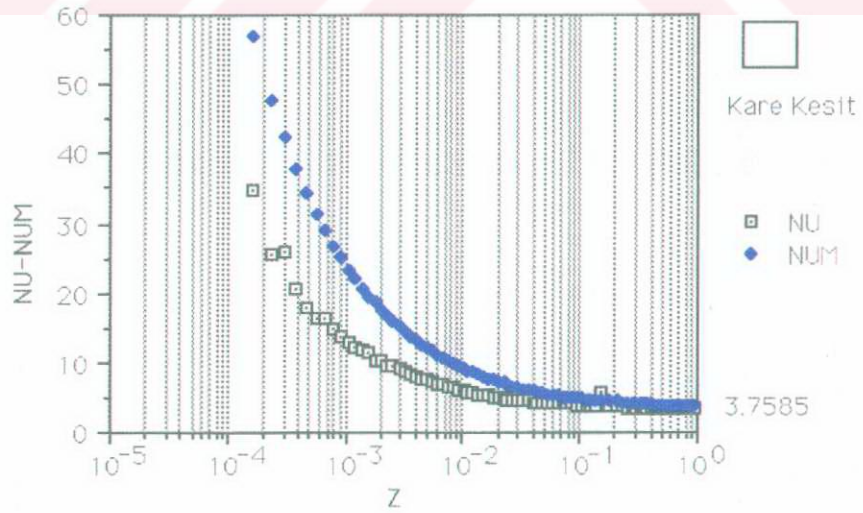
Grafik 27. Fiziksel ortamda baklava kesitli ($\alpha=45^\circ$) kanalda tam gelişmiş hız dağılımının görünümü [$x= \pm 1.30656, Y= \pm 0.5412$ $U_{max}=0.08517$]



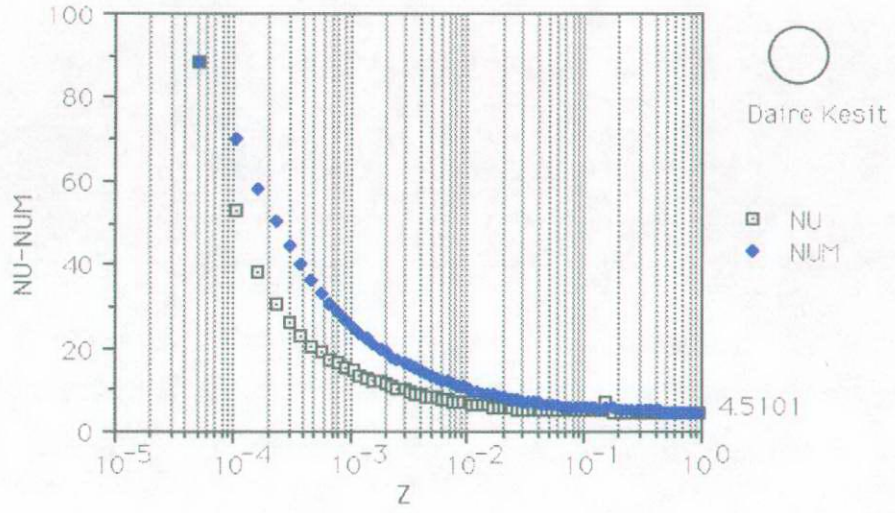
Grafik 28. Fiziksel ortamda baklava kesitli ($\alpha=60^\circ$) kanalda tam gelişmiş hız dağılımının görünümü [$X= \pm 1.0, Y= \pm 0.57735$ $U_{max}=0.07778$]



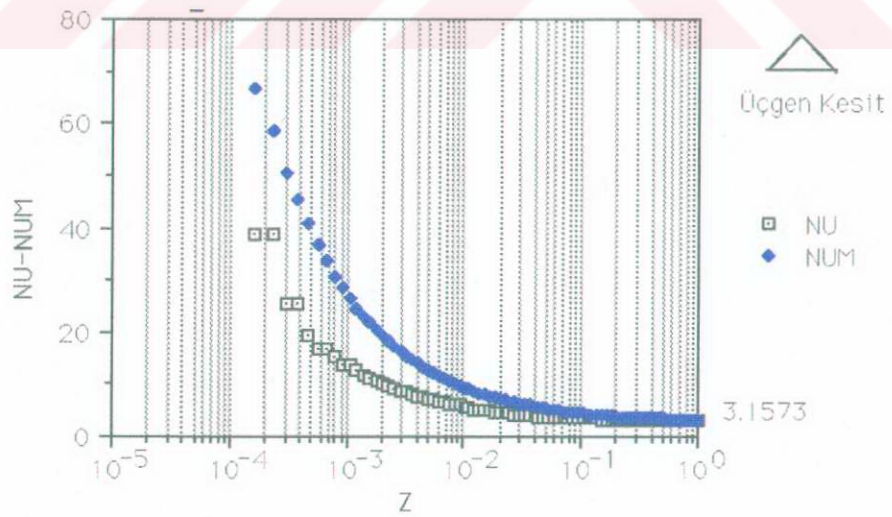
Grafik 29. Fiziksel ortamda üçgen kesitli kanalda tam gelişmiş hız dağılımının görünümü [$x = \pm 0.7544$, $Y = +1.2071$ $U_{max} = 0.09442$]



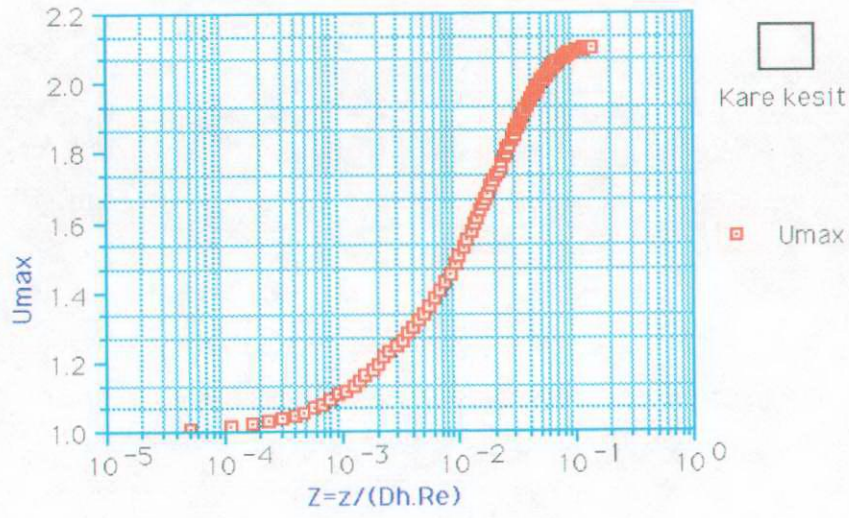
Grafik 30. Sabit ısı akısı sınır şartında kare kesitli kanallarda Nusselt sayısının değişimi.



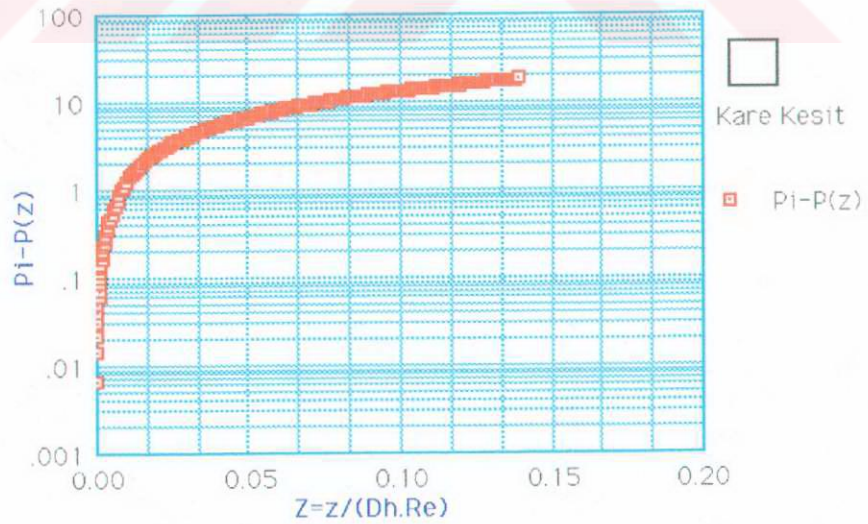
Grafik 31. Sabit ısı akısı sınır şartında daire kesitli kanallarda Nusselt sayısının değişimi.



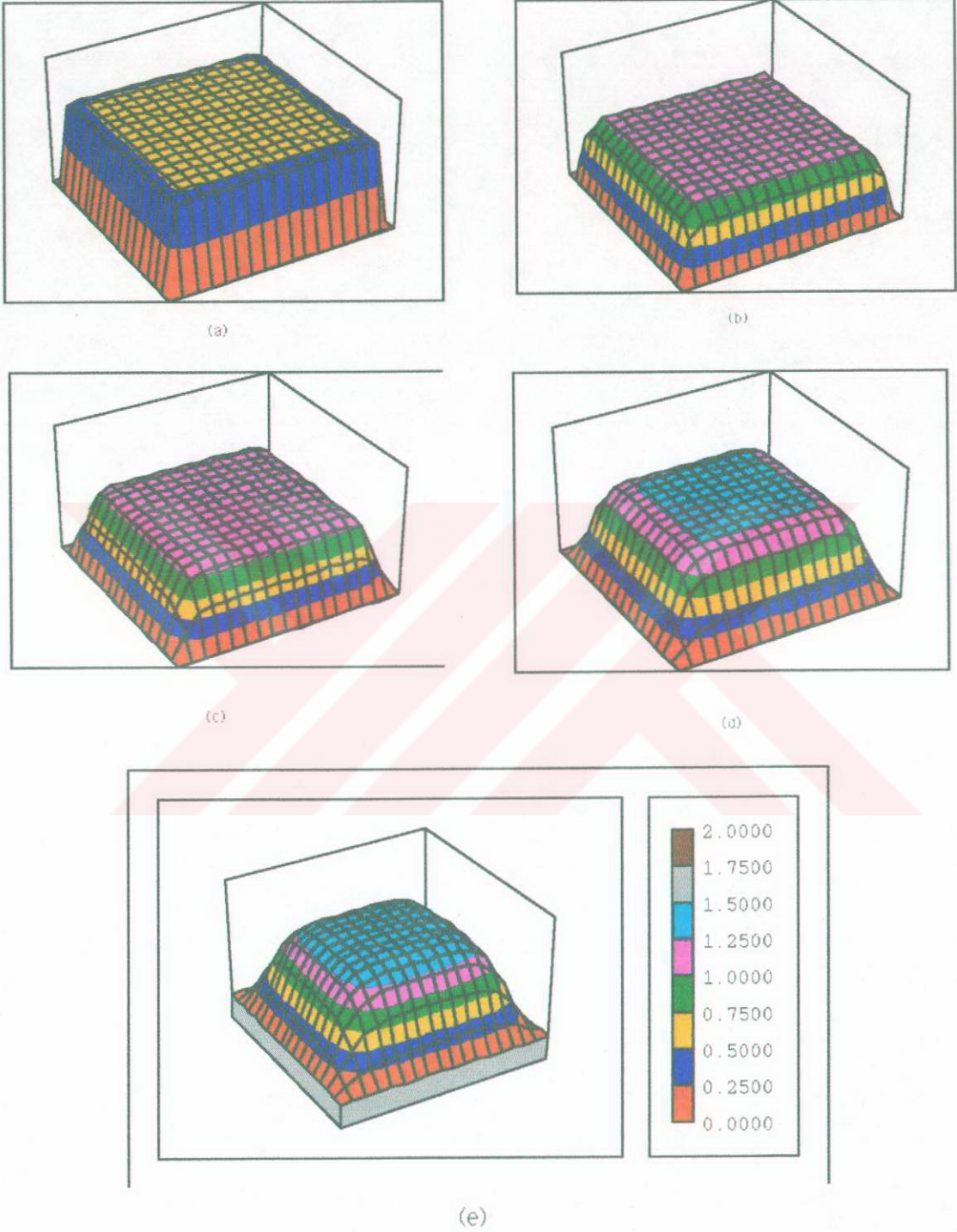
Grafik 32. Sabit ısı akısı sınır şartında üçgen kesitli kanallarda Nusselt sayısının değişimi.



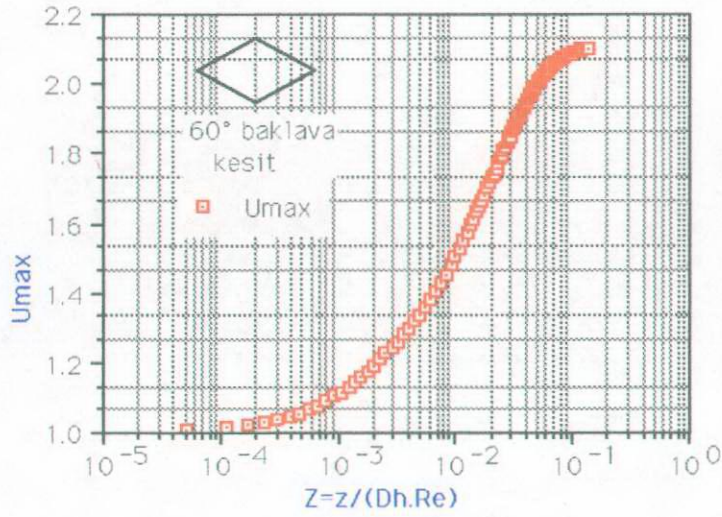
Grafik 33. Baklava kesitli kanalda ($\alpha=90^\circ$) giriş bölgesi maksimum hız değerlerinin akış yönündeki değişimi.



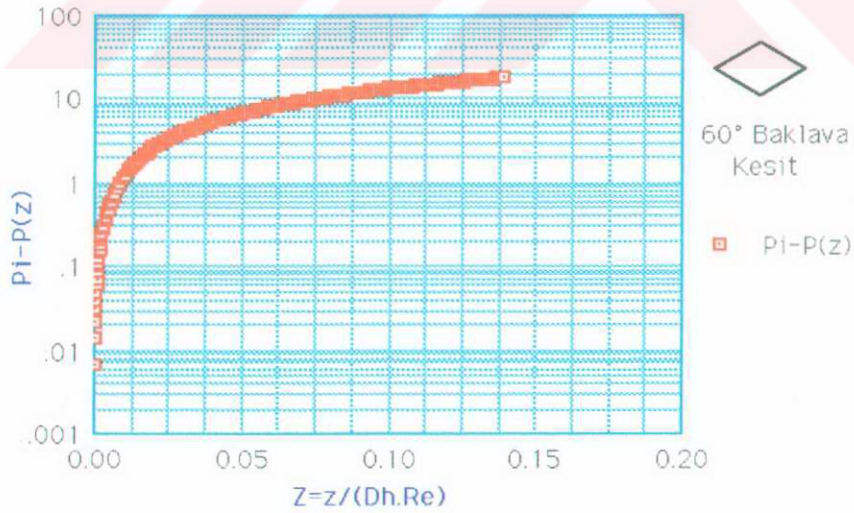
Grafik 34. Baklava kesitli kanalda ($\alpha=90^\circ$) giriş bölgesi basınç değişimi.



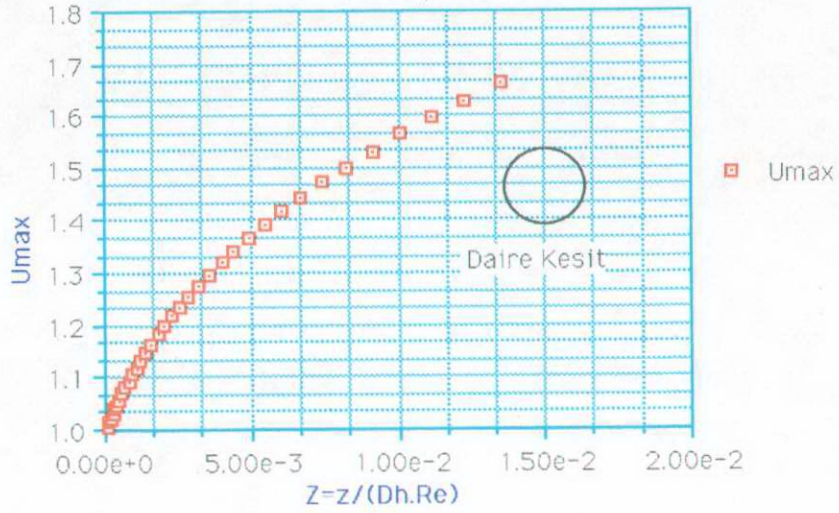
Grafik 35. Baklava kesitli kanalda ($\alpha=90^\circ$) giriş bölgesi akış yönü hızının gelişimi[(a): $Z=0.00005$, (b): $Z=0.00045$, (c): $Z=0.001247$, (d): $Z=0.003314$, (e): $Z=0.008675$]



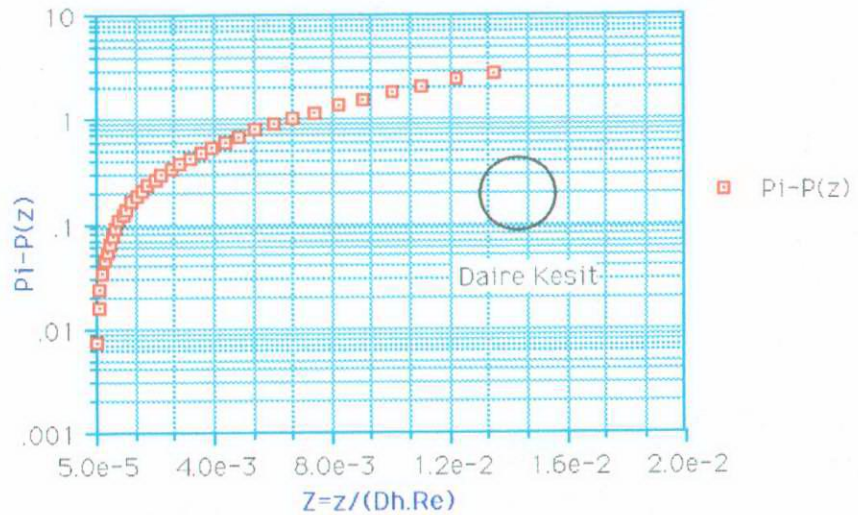
Grafik 36. Baklava kesitli kanalda ($\alpha=60^\circ$) giriş bölgesi maksimum hız değerlerinin akış yönündeki değişimi.



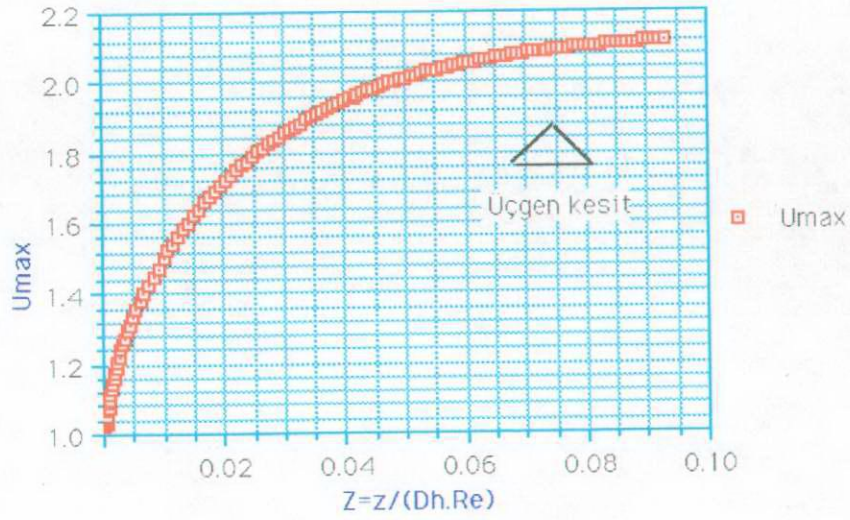
Grafik 37. Baklava kesitli kanalda ($\alpha=60^\circ$) giriş bölgesi basınç değişimi.



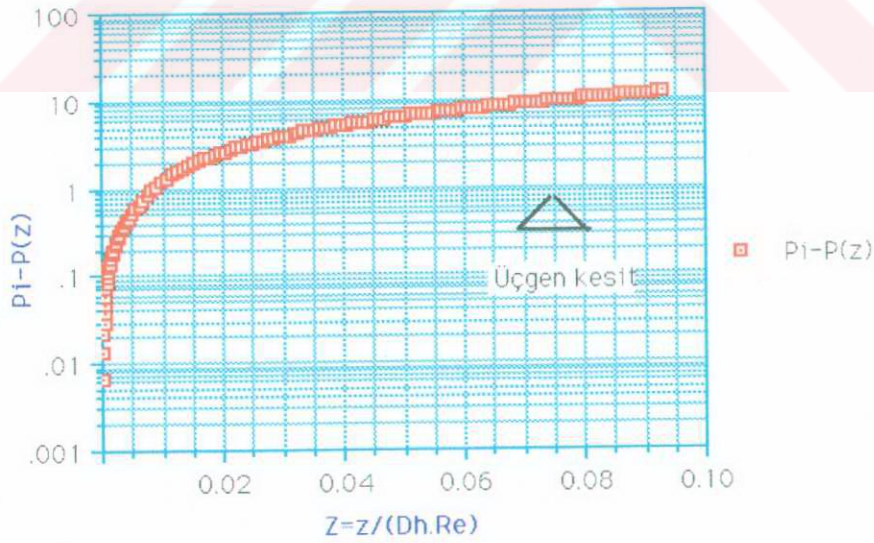
Grafik 38. Daire kesitli kanalda giriş bölgesi maksimum hız değerlerinin akış yönündeki değişimi ($U = u/U_e$).



Grafik 39. Daire kesitli kanalda giriş bölgesi boyutsuz basınç değerlerinin akış yönündeki değişimi.



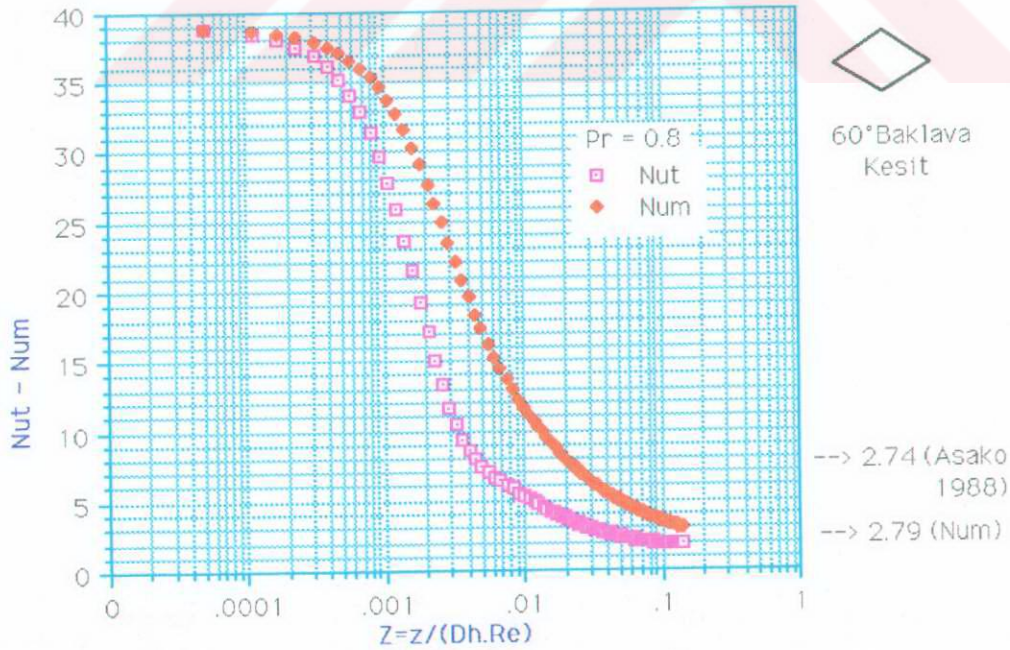
Grafik 40. Üçgen kesitli kanalda giriş bölgesi maksimum hız değerlerinin akış yönündeki değişimi ($U = u / u_e$).



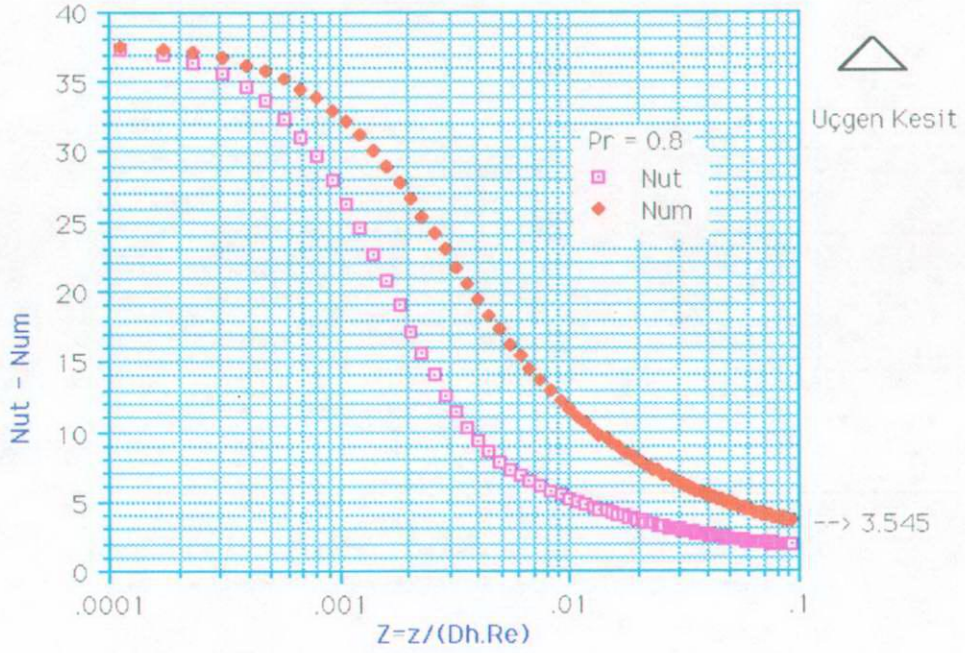
Grafik 41. Üçgen kesitli kanalda giriş bölgesi boyutsuz basınç değerlerinin akış yönündeki değişimi.



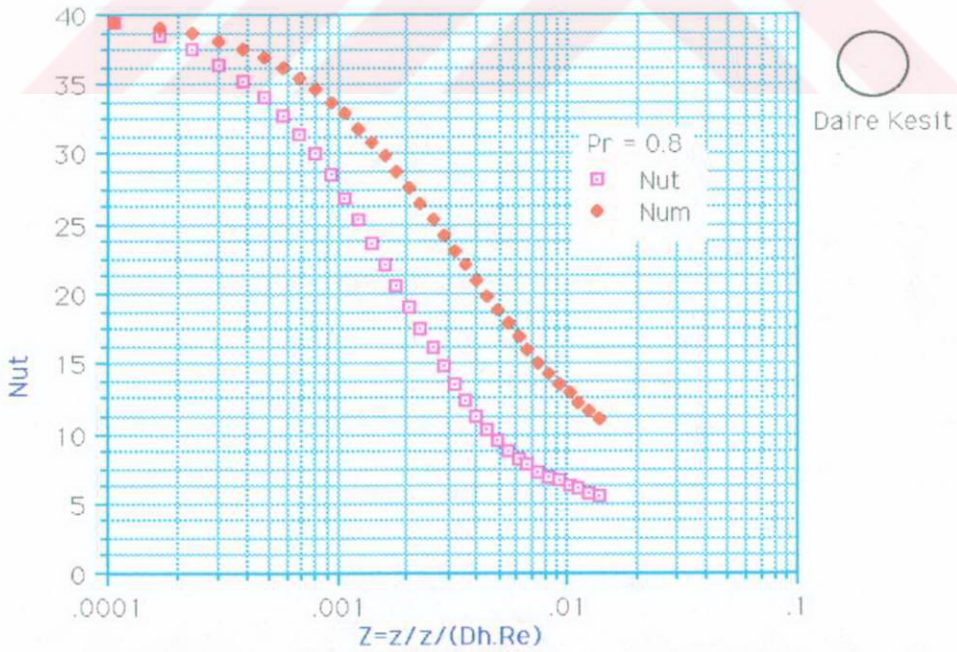
Grafik 42. Baklava kesitli ($\alpha=90^\circ$) kanalda giriş bölgesi boyutsuz Nusselt sayısının akış yönündeki değişimi.



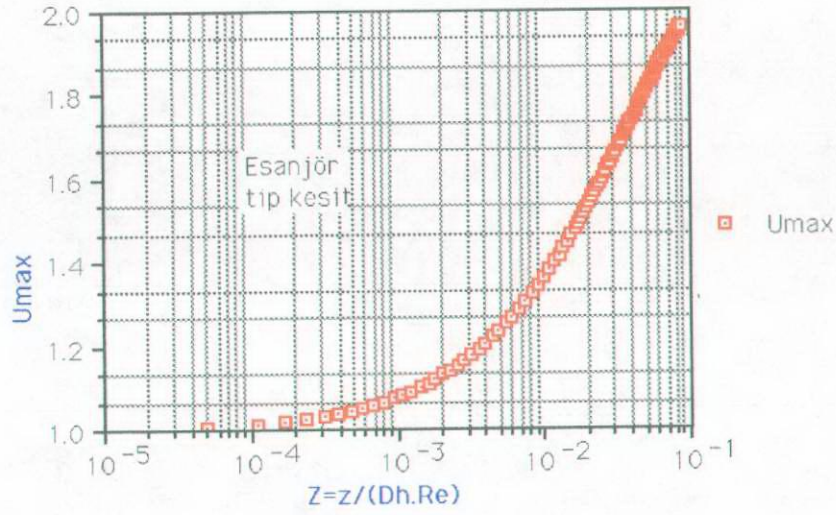
Grafik 43. Baklava kesitli ($\alpha=60^\circ$) kanalda giriş bölgesi boyutsuz Nusselt sayısının akış yönündeki değişimi.



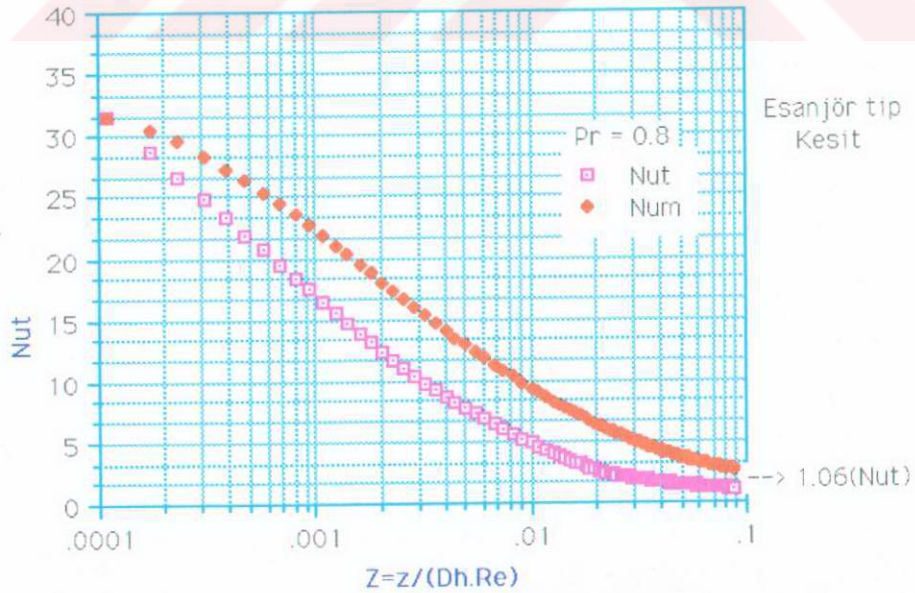
Grafik 44. Üçgen kesitli kanalda giriş bölgesi boyutsuz Nusselt sayısının akış yönündeki değişimi.



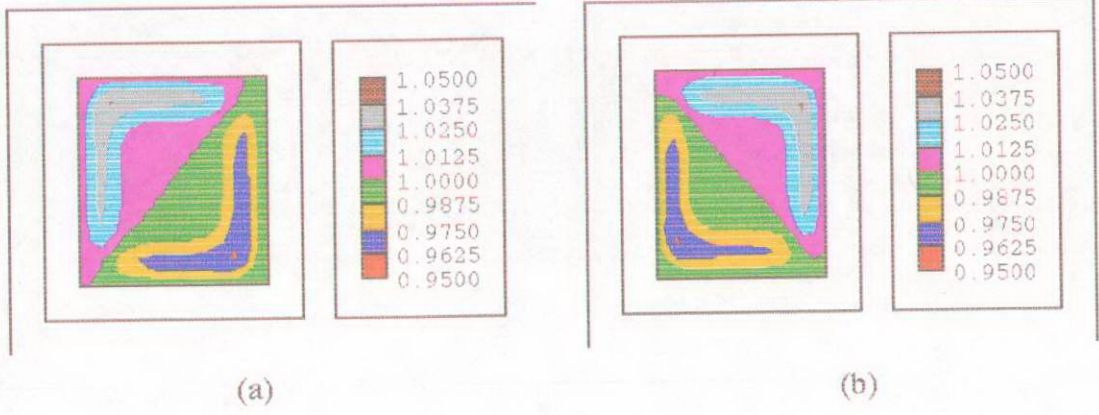
Grafik 45. Daire kesitli kanalda giriş bölgesi boyutsuz Nusselt sayısının akış yönündeki değişimi.



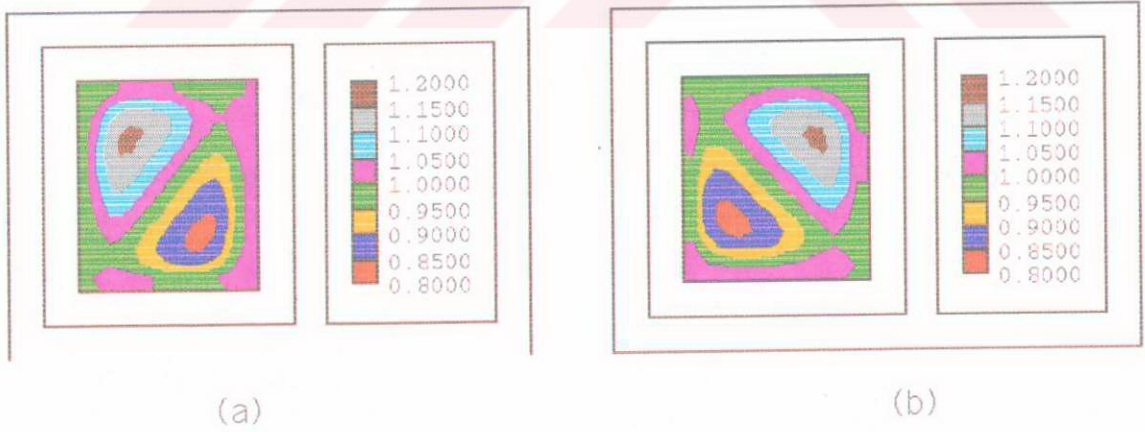
Grafik 46. Eşanjör tip-1 kesitli kanalda giriş bölgesi maksimum hız değerlerinin akış yönündeki değişimi ($U=u/u_e$).



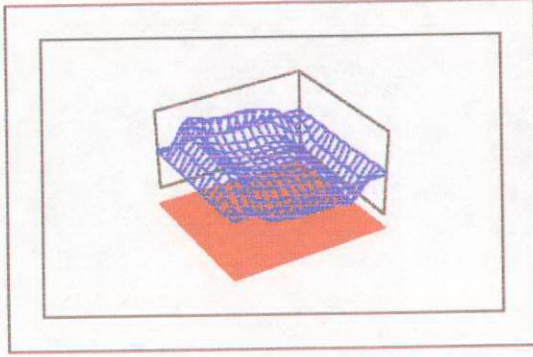
Grafik 47. Eşanjör tip-1 kesitli kanalda giriş bölgesi boyutsuz Nusselt sayısının akış yönündeki değişimi.



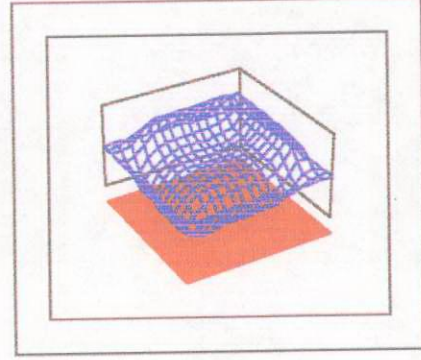
Grafik 48. Kare kesitli kanalda ξ - η düzlemindeki V,W hız dağılımı konturları (Z=0.0082).
(a) V hızı konturları (b) W hızı konturları



Grafik 49. Kare kesitli kanalda ξ - η düzlemindeki V,W hız dağılımı konturları (Z=0.04312).
(a) V hızı konturları (b) W hızı konturları



(a)

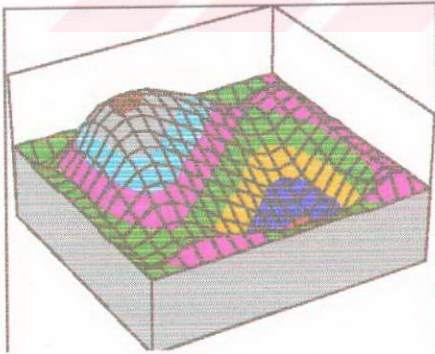


(b)

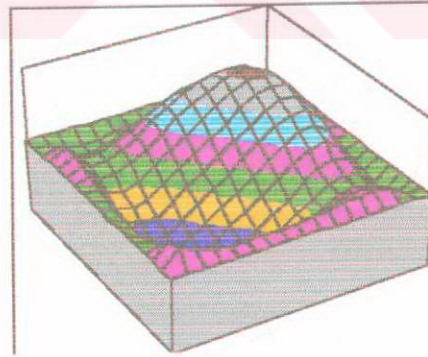
Grafik 50. Kare kesitli kanalda ξ - η düzlemindeki V,W hız dağılımı grid ağı görünümü ($Z=0.0082$).

(a) V hızı grid ağı

(b) W hızı grid ağı



(a)



(b)

Grafik 51. Kare kesitli kanalda ξ - η düzlemindeki V,W hız dağılımı yüzeyel görünümü ($Z=0.04312$).

(a) V hızı görünümü

(b) W hızı görünümü

KAYNAKLAR

- ACHARYA, S. and MOULKALLED, F.H., 1989, "Improvements to Incompressible Flow Calculation On a Nonstaggered Curvilinear grid", Numerical Heat Transfer, Part B Vol.15, 131-152
- AJAY, K.AGRAWAL and SENGUPTA, S., 1989, Laminar flow and heat transfer in blocked annuli, Numerical Heat Transfer, Vol.15, 489-508
- ARPACI, S.Y. and LARSEN, S.P., 1984, "Convection Heat Transfer", Prentice Hall
- ASAKO, Y. and FAGHRI, M., 1988, Three-Dimensional Laminar Heat Transfer and Fluid Flow Characteristics in the Entrance Region of a Rhombic Duct, Journal of Heat Transfer, Vol.110, 855-861
- ASHOK, R. CHANDRUPATLA and SASTRI, Y.M.K., 1977, Laminar Forced Convection Heat Transfer of A Non-Newtonian Fluid in A Square Duct, Int.J. Heat Mass Trasfer, Vol. 20., 1315-1324
- BEAYERS, G.S. and SPARROW, E.M., 1970, Experiments on hydrodynamically developping flow in rectangular ducts of arbitrary aspect ratio, Int.J. Heat Mass Trasfer, Vol. 13, 689-702
- BEYELER, E.P. and GÜÇERİ, S.I., 1988, Thermal analysis of laser-assisted thermoplastic-matrix composite tape consolidation, Transaction of the ASME, Vol. 110, 424-430
- FAGHRI, M. and SPARROW, E.M., 1984, Finite-difference solutions of convection-diffusion problems in irregular domains, using a nonortogonal coordinate transformation, Numerical Heat Transfer, Vol. 7, 183-209

JAMES, R.Welty, 1978, Engineering Heat Transfer, John Wiley and Sons, New York

KAKAÇ, S., 1974, "Isı Transferi", DDTÜ, Ankara

LAYAL, A., 1989, Mixed Convection Heat Transfer to Power Law Fluids in Arbitraray Cross-Sectional Ducts, Journal of Heat Transfer, Vol.11, 399-406

MERCER, W.E. and PEARCE, W.M.,1967, "Laminar Forced Convection in the Entrance Region Between Parallel Flat Plates", Journal of Heat transfer, 251-257

ÖZİŞİK, M.N, 1987, "Heat Transfer", McGraw-Hill, New York

PATANKAR, S.V. and Spalding, D.I., 1972, "A Calculation Procedure For Heat, Mass and Momentum Transfer in Three-Dimensional Parabolic Flows", Int.J.Heat Mass Transfer, Vol.15, 1787-1806

PATANKAR, S.V., 1988, Recent Developments in computational heat transfer, Journal of Heat Transfer, Vol. 110, 1037-1045

PRAKASH, C. and PATANKAR, S.V., 1987, A control-volume finite-element method for predicting flow and heat transfer in ducts of arbitrary cross sections-part I description of the method, Numerical Heat Transfer, Vol. 12, 389-412

PRAKASH, C. and PATANKAR, S.V., 1985, A control volume-based finite-element method for solving the navier-stokes equations using equal-order velocity-pressure interpolation, Numerical Heat Transfer, Vol. 8, 259-280

- RAMACHANDRAN, R.S. and KLEINSTREUER, C., 1989, *Forced convection heat transfer of interacting spheres*, Numerical Heat Transfer, Vol. 15, 471-487
- SHAH, R. K., 1987, "Laminar Flow Friction and Forced Convection Heat Transfer in Ducts of Arbitrary Geometry", Int.J.Heat Mass Transfer, Vol.18, 849-862 1975
- S., ABDALLAH, 1987, "Numerical Solitions for the Pressure Poisson Equation with Neumann Boundary Conditions Using a Non-staggered Grid, I", Journal of Computational Physics, 70, 182-192
- STEVEN, CHEN and ALBERT, Y. TONG, 1988, Aplication of elliptic grid generation technique to the solution of hydrodynamics and heat transfer of droplet arrays at intermediate Reynolds numbers, Int. J.Heat Mass Transfer, Vol.31, 1063-1072

EKLER

Ek . 1

```
C
C
C -----
C SABİT DUVAR SICAKLIĞI SINIR ŞARTINDA
C TAM GELİŞMİŞ HIZ DURUMUNDAKİ PROBLEMİN
C ANA PROGRAMI
C -----
C MAPPING PROGRAM-1
C IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
C COMMON /B2/X(41,41),Y(41,41)
C COMMON /B3/ALFA(41,41),BETA(41,41),GAMA(41,41)
C COMMON /B5/AJA(41,41)
C COMMON /B8/DH,NI,NJ,NK,NIP,NJP
C COMMON /B10/DE,DK,AREA
C DIMENSION U(41,41),T(41,41,2)
C DIMENSION TB(200),S(41,41),DZ(200)
C REAL*8 KL,KSI,NUM,NU
C DATA KL,BL,ZL,A,PI/1.0,1.0,1.0,1.,3.1415926535897931/
C DATA UM,TOTNU,P1,P,FP,FQ,SW1,ISW2/8*0.0/
C DATA TW,TI/60,30/
C DATA TW,TI,PE,IN,EPS,SW1,ISW2,IMAX/60,30,1.0,1,1.0E-3,4000/
C NI=32
C NJ=32
C NJP=NJ+1
C NIP=NI+1
C OPEN(UNIT=3,FILE='MAPPTW.CIKTI',STATUS='OLD')
C -----MAPPING DEĞERLERİNİN OKUTULMASI
C CALL OKU
C -----
C DE=DE/2.0D0
C DK=DK/2.0D0
C -----
C ***** DZ ARALIGININ GIDEREK ARTAN SEKİLDE DÜZENLENMESİ * *
C NK=1
C DZ(1)=0.00005
C TDZ=DZ(1)
5 NK=NK+1
C DZ(NK)=DZ(NK-1)*1.1
C IF(DZ(NK).GT.0.01)DZ(NK)=0.025
C TDZ=TDZ+DZ(NK)
C IF(TDZ.LT.1.0)GOTO 5
C DZ(NK)=ABS(1.0-TDZ)
C TDZ=1.0
C NK=NK-1
C *****
```



```
ZE=1./FLOAT(NIP-1)
ET=1./FLOAT(NJP-1)
DO 10 I=1,NIP
DO 10 J=1,NJP
U(J,I)=0.5*(1.-ET*ET)*(1.-ZE*ZE)
IF(I.EQ.1.OR.J.EQ.1.OR.I.EQ.NIP.OR.J.EQ.NJP) U(J,I)=0.000
T(J,I,1)=1.0
10  CONTINUE
C -----
C  HIZ DAGILIMININ BULUNMASI. SINIRLARDA HIZ=0
C -----
IT=0
GOTO 150
100 CONTINUE
RES3=0.0
IT=IT+1
DO 140 I=2,NI
DO 140 J=2,NJ
F41=ALFA(J,I)*((U(J,I+1)+U(J,I-1))/(DK*DK))
F43=((U(J+1,I+1)-U(J-1,I+1)-U(J+1,I-1)+U(J-1,I-1))/(4*DE*DK))
F43=F43*2*BETA(J,I)
F45=GAMA(J,I)*((U(J+1,I)+U(J-1,I))/DE**2)
F47=-2*ALFA(J,I)/DK**2-2*GAMA(J,I)/DE**2
Z3=(-1.0)*AJA(J,I)**2-F41+F43-F45)/F47
R3=1.0-U(J,I)/Z3
IF(ABS(R3).LT.RES3)GOTO 120
RES3=R3
120 U(J,I)=U(J,I)+A*(Z3-U(J,I))
140 CONTINUE
150 CONTINUE
C -----
IF(IT.EQ.0)GOTO 100
IF(ABS(RES3).GT.EPS)GOTO 100
WRITE(3,*)' U HIZ DAGILIMI SON DEGERLERI ITER. SAYISI :',IT
WRITE(3,('(1(X,F8.4))') ((U(J,I),I=1,NIP),J=1,NJP)
WRITE(3,*)'-----'
C -----
C  AVARAGE SPEED
C -----
UM1=0.0
TS=0.0
DO 160 I=1,NI
S(J,I)=(X(J,I)*(Y(J+1,I)-Y(J,I+1))+X(J+1,I)*(Y(J+1,I+1)-Y(J,I))
C + X(J+1,I+1)*(Y(J,I+1)-Y(J+1,I))+X(J,I+1)*(Y(J,I)-Y(J+1,I+1)))
C *(DH**2.0/2.0)
AVU=( U(J,I) + U(J+1,I) + U(J+1,I+1) + U(J,I+1) )/4.0
UM1=UM1+U(J,I)
TS=TS+S(J,I)
UM=UM+AVU*S(J,I)
160 CONTINUE
UM=UM/AREA
C -----GRAFIK VERILERI(SURFER, MATHEMATICA,...
OPEN(UNIT=4,FILE='UBAK90.DAT',STATUS='NEW')
```



```

WRITE(4,*)' GRAFIK VERILERI(FIZIKSEL ORTAMDA..X,Y,U :
WRITE(4,'(3(1X,F9.5))' ) ((X(J,I),Y(J,I),U(J,I),I=1,NIP),J=1,NJP)
C -----
WRITE(9,*) ' *****HIZ DAGILIMI SONU .....O.K *****
C
C SICAKLIK DAGILIMININ BULUNMASI
C -----
C SICAKLIK DAGILIMI Z=0 NOKTASINDAN BASLAYARAK Z=ZL OLUNCAYA KADAR
C DEVAM EDIYOR. YANI SICAKLIK DAGILIMI GELISMEKTE OLAN BIR DAGILIM
C T=1 GIRIS KESITINDE => T1 T=0 DIS WALL TEMP. ==> TW
C -----
NKP=NK+1
C -----SICAKLIK BASLANGIC DEGERLERININ VERILMESI VE Z
C -----YONUNDEKI ILERLEME DONGUSU
DO 260 K=2,NKP
DO 200 I=1,NIP
DO 200 J=1,NJP
C -----
T(J,I,2)=FLOAT(I+J)/FLOAT(I+J+K)
IF(I.EQ.1.OR.J.EQ.1.OR.I.EQ.NIP.OR.J.EQ.NJP)T(J,I,2)=0.0
200 CONTINUE
IT=0
210 RES4=0.0
IT=I+1
DO 240 I=2,NI
DO 240 J=2,NJ
F51=(U(J,I)*T(J,I,1) * AJA(J,I)**2 )/(DZ(K)*UM)
F53=ALFA(J,I)*(T(J,I+1,2)+T(J,I-1,2))/(DK**2)
F55=(T(J+1,I+1,2)-T(J-1,I+1,2)-T(J+1,I-1,2)+T(J-1,I-1,2))
F55=(2* BETA(J,I)*F55)/(4.*DE*DK)
F57=GAMA(J,I)*(T(J+1,I,2)+T(J-1,I,2))/DE**2
F59=(2*GAMA(J,I))/(DE**2)+(2*ALFA(J,I))/DK**2
F59=F59+(U(J,I)*AJA(J,I)**2)/(DZ(K)*UM)
Z4=(F51 + F53 - F55 + F57) / F59
R4=1.0-T(J,I,2)/Z4
IF(ABS(R4).LT.RES4) GOTO 220
RES4=R4
220 T(J,I,2)=T(J,I,2) + A * (Z4-T(J,I,2))
240 CONTINUE
C -----
IF(IT.GT.IMAX)THEN
WRITE(9,*) ' YAKLASIM SAGLANAMADI DENILEBILIR (IT.,K) :IT,K
WRITE(3,*)' YAKLASIM SAGLANAMADI DENILEBILIR (IT.,K) :IT,K
STOP
ENDIF
IF(ABS(RES4).GT.EPS)GOTO 210
IF((((K-2)/10)*10.EQ.(K-2))THEN
WRITE(3,*)' T SIC.DAG.SON.DE.(K,IT):,K,IT
WRITE(3,'(3(1X,F9.5))' )((T(J,I,2),I=1,NIP),J=1,NJP)
WRITE(3,*)'-----
STOP
ENDIF
C -----GRAFIK VERILERI(SURFER, MATHEMATICA,...
```

```

OPEN(UNIT=5,FILE='TBAK90.DAT',STATUS='NEW')
WRITE(5,*) ' GRAFIK VERILERI(FIZIKSEL ORTAMDA..X,Y,T : '
  WRITE(5,'(3(1X,F9.5))')((X(J,I),Y(J,I),T(J,I,2),I=1,NIP),J=1,NJP)
WRITE(4,'(3(1X,F9.5))')((X(J,I),Y(J,I),U(J,I),I=1,NIP),J=1,NJP)
C -----
C -----
C BULK TEMPERATURE
C -----
  TB(K)=0.
  DO 420 J=1,NJ
  DO 410 I=1,NI
    AVU=( U(J,I) + U(J+1,I) + U(J+1,I+1) + U(J,I+1) )/4.0
    TB(K)=TB(K) + T(J,I,2)*AVU*S(J,I)
410  CONTINUE
420  CONTINUE
    TB(K)=TB(K)/(AREA*UM)
    DO 431 J=1,NJP
    DO 430 I=1,NIP
      T(J,I,1)=T(J,I,2)
430  CONTINUE
431  CONTINUE
    IF(K/10.EQ.K/10.0)WRITE(9,*) ' NUMBER OF STEP',K,TB(K),IT
260  CONTINUE
    TB(1)=1.0
    WRITE(9,*) ' TEMPERATURE DISTURBITION AND BULK TEMP. O.K.*** '
    WRITE(3,*) ' DE, DK, NKP :',DE,DK,NKP
    WRITE(3,*) ' -----'
C -----
C FRICTION FACTOR AND NUSSELT NUMBER
C -----
    FMRE=1.0/(2.0*UM)
    FMRE1=1.0/(2.0*UM1)
    WRITE(3,*) ' TS,UM,DH,FMRE :',TS,UM,DH,FMRE
    WRITE(3,*) ' K..TDZ(K).....TB(K).....TBDIM.....NU(K).....NUM'
    WRITE(3,*) ' ----|-----|-----|-----|'
C WE ARE FIND THE H(K) & NU(K) IN FOLLOWING PART .
C THE K IS NUMBER OF H & NU.
    TDZ=0.0
    DO 440 K=3,NK
      TBDIM=TB(K) *(TI-TW)+TW
C —TB(BOYUTSUZ)=(TB-TW)/(TI-TW) —OLURSA ASAGIDAKI IFADE
      NU=(TB(K)-TB(K-1)) / (-4.*TB(K)*DZ(K))
      TOTNU=TOTNU+NU*DZ(K)
      TDZ=TDZ+DZ(K)
      NUM=1/(TDZ)*TOTNU
      WRITE(3,'(1X,I3,5(1X,F9.5))')K-1,TDZ,TB(K),TBDIM,NU,NUM
440  CONTINUE
450  CONTINUE
    WRITE(9,*) ' ****HEAT CONV.COEF.H(K) VE NUSS.NUM. NU(K) O.K.***'
    END
    SUBROUTINE OKU
    IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
    CHARACTER*1 SW

```

```
COMMON /B2/X(41,41),Y(41,41)
COMMON /B3/ALFA(41,41),BETA(41,41),GAMA(41,41)
COMMON /B5/AJA(41,41)
COMMON /B8/DH,NI,NJ,NK,NIP,NJP
COMMON /B10/DE,DK,AREA
OPEN(UNIT=1,FILE='MBAK90.DAT',STATUS='OLD')
READ(1,'(1X,A1)')SW
IF(SW.EQ.'X')THEN
  READ(1,100)((X(J,I),I=1,NIP),J=NJP,1,-1)
  READ(1,'(1X,A1)')SW
  READ(1,100)((Y(J,I),I=1,NIP),J=NJP,1,-1)
ELSE
  READ(1,100)((Y(J,I),I=1,NIP),J=NJP,1,-1)
  READ(1,'(1X,A1)')SW
  READ(1,100)((X(J,I),I=1,NIP),J=NJP,1,-1)
ENDIF
READ(1,100)((ALFA(J,I),I=1,NIP),J=NJP,1,-1)
READ(1,100)((BETA(J,I),I=1,NIP),J=NJP,1,-1)
READ(1,100)((GAMA(J,I),I=1,NIP),J=NJP,1,-1)
READ(1,100)((AJA(J,I),I=1,NIP),J=NJP,1,-1)
READ(1,100) DH,DE,DK,AREA
CLOSE(UNIT=1)
100 FORMAT(6(1X,F13.10))
101 FORMAT(4(1X,F15.12))
END
```

Ek . 2

```
C -----
C GIRIŞ BÖLGESİ PROBLEMİ İÇİN FORTRAN PROGRAMI VE ALT
C PROGRAMLARI
C -----

IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
DIMENSION S(35,35),PS(16,16),US(18,18),VS(18,18),WS(18,18)
COMMON /B1/U(18,18,2),V(18,18,2),W(18,18,2)
COMMON /B2/X(35,35),Y(35,35)
COMMON /B3/ALFA(35,35),BETA(35,35),GAMA(35,35)
COMMON /B4/P(16,16,2),A(-10:10000),R(256),DP,RE
COMMON /B5/AJA(35,35)
COMMON /B7/UC(18,18),VC(18,18),VD(18,18),WC(18,18),WD(18,18)
COMMON /B8/DH,NI,NJ,NK,NIP,NJP
COMMON /B10/DE,DK,DZ,AREA
COMMON /B11/T(18,18,2)
COMMON /B9/JU,IU,JV,IV,JW,IW
INTEGER SW
DATA SW,IYAZ,KYAZ,AA,EPS,EP1/0,0,2,1.0D0,1.0D-7,1.0E-6/
DATA US,VS,WS,S/972*0.0D0,1225*0.0D0/
DATA TZ,TS,TUS,TUC,TNU,TL/5*0.0D0,1.0D0/
DATA PE,TE/100.0D0,0.0D0/
OPEN(1,FILE='MBAK90.DAT')
  OPEN(2,FILE='GUBAK901.DAT',STATUS='NEW')
  OPEN(3,FILE='BAK901.LST')
NIPP=NIP+1
NJPP=NJP+1
CALL OKU
WRITE(9,*) "OKUMA TAMAM.",DE,DK,DZ,DH,AREA,NIP,NJP
C-----
C BAS SINIR SARTLARI Z=0'DA U=1,V=0,W=0,P=1 SIN. HEPSİ SIFIR
C U(7,7) V(6,7) W(7,6) P(5,5) NI=NP=5 OLDUGUNDA
C-----
  UE=RE*VIK/DH
  DO 60 K=1,2
  DO 60 I=1,NIPP
  DO 60 J=1,NJPP
        U(J,I,K)=1.0D0
        V(J,I,K)=0.0D0
        W(J,I,K)=0.0D0
        T(J,I,K)=1.0D0
  IF(I.LT.NIP.AND.J.LT.NJP) P(J,I,1)=PE
  IF(I.EQ.1.OR.J.EQ.1.OR.I.EQ.NIPP.OR.J.EQ.NJPP) U(J,I,K)=0.0D0
  IF(I.EQ.1.OR.J.EQ.1.OR.I.EQ.NIPP.OR.J.EQ.NJPP) T(J,I,K)=0.0D0
60  CONTINUE
C-----
  DO 61 J=2,NJP
  DO 61 I=2,NIP
  CALL CHANGE(J,I)
  JU=JU-1
  IU=IU-1
  S(J-1,I-1)=ABS(X(JU,IU)*(Y(JU+2,IU)-Y(JU,IU+2))+X(JU+2,IU)*
```

```
.(Y(JU+2,IU+2)-Y(JU,IU)) + X(JU+2,IU+2)*(Y(JU,IU+2)-Y(JU+2,IU))
.+X(JU,IU+2)*(Y(JU,IU)-Y(JU+2,IU+2))/2.0 *DH*DH
TS=TS+S(J-1,I-1)
61  CONTINUE
    DOTM=U(2,2,1)*TS
    ORTE=PE
    WRITE(3,*)" RE,ORTE,DOTM,TS :",RE,ORTE,DOTM,TS
    WRITE(3,*)" DH,DE,DK,DZ :",DH,DE,DK,DZ
    WRITE(3,*)" NI,NJ,NIP,NJP :",NI,NJ,NIP,NJP
C   WRITE(3,*)"X,Y,ALFA,BETA,GAMA JAC DEGERLERI          : "
C   WRITE(3, '(11(1X,F6.3))') ((X(J,I),I=11,1,-1),J=11,1,-1)
C   WRITE(3, '(11(1X,F6.3))') ((Y(J,I),I=11,1,-1),J=11,1,-1)
C   WRITE(3, '(11(1X,F6.3))') ((ALFA(J,I),I=11,1,-1),J=11,1,-1)
C   WRITE(3, '(11(1X,F6.3))') ((BETA(J,I),I=11,1,-1),J=11,1,-1)
C   WRITE(3, '(11(1X,F6.3))') ((GAMA(J,I),I=11,1,-1),J=11,1,-1)
C   WRITE(3, '(11(1X,F6.3))') ((AJA(J,I),I=11,1,-1),J=11,1,-1)
C   WRITE(3,*) "-----"
C   Z YONUNDEKI ILERLEME DONGUSU (K)---
C-----
    NK=0.1/(DZ)
    DO 1099 K=2,NK
    TZ=TZ+DZ
C-----
    IT=0
    UMAX=0.0D0
    71  CONTINUE
C-----
C   BASINCSIZ HIZLARIN(U SAPKA) BULUNMASI
C-----
    CALL HIZLAR
    TUS=0.0D0
    TUC=0.0D0
    DO 1001 J=2,NJP
    DO 1001 I=2,NIP
    TUS=TUS+U(J,I,2)*S(J-1,I-1)
    TUC=TUC+UC(J,I)*S(J-1,I-1)
1001 CONTINUE
    DP1=(TUS-DOTM)/TUC
C   IF(IT.LE.IYAZ AND.K.LE.KYAZ)THEN
C   WRITE(3,*) "BASINCSIZ HIZ DAG. U,V,W,DP1",DP1
C   WRITE(3, '(9(1X,F10.7))') ((U(J,I,2),I=1,NIPP/2),J=NJPP,1,-1)
C   WRITE(3,*) "-----"
C   WRITE(3, '(9(1X,F10.6))') ((V(J,I,2),I=1,NIPP/2),J=NJP,1,-1)
C   WRITE(3,*) "-----"
C   WRITE(3, '(8(F10.6))') ((W(J,I,2),I=1,NIP/2),J=NJPP,1,-1)
C   ENDIF
C-----
C   BASINC DAGILIMININ BULUNMASI
C-----
    CALL BASINC
    CALL GELB(NI*NJ,1,NIP,NIP,1.0D-10,IER)
    KK=0
    PORT=0.0D0
    DO 76 J=1,NJ
    DO 76 I=1,NI
    KK=KK+1
    P(J,I,2)=R(KK)
```

```

76  PORT=PORT+P(J,I,2)*S(J,I)
    PORT=PORT/TS
    DP=(PORT-ORTE)
C   IF(IT.LE.IYAZ.AND.K.LE.KYAZ)THEN
C     WRITE(3,*)"---BASINC.DAGILIMI --PORT,DP,IER :",PORT,DP,IER
C     WRITE(3, '(8(F12.6))') ((P(J,I,2),I=1,NJ/2),J=NJ,1,-1)
C   ENDIF
C-----
C   U*,V*,W* DEGERLERININ BULUNMASI.
C-----
    TUS=0.0D0
    DO 1004 J=2,NJP
    DO 1003 I=2,NIP
C   CALL HIZLAR(J,I,SW)
    M=J-1
    N=I-1
    U(J,I,2)=U(J,I,2)-UC(J,I)*DP
    IF(J.GE.NJP)GOTO 77
C   NORMAL
    IF(I.GT.2.AND.I.LT.NIP)
      V(J,I,2)=V(J,I,2)-VC(J,I)*(P(M+1,N,2)-P(M,N,2))
      +VD(J,I)/2.0 *(P(M,N+1,2)+P(M+1,N+1,2)-P(M,N-1,2)-P(M+1,N-1,2))
C   SOL TARAF
    IF(I.EQ.2) V(J,I,2)=V(J,I,2)-VC(J,I)*(P(M+1,N,2)-P(M,N,2))
      +VD(J,I)*(P(M+1,N+1,2)+P(M,N+1,2)-P(M,N,2)-P(M+1,N,2))
C   SAGTARAF
    IF(I.EQ.NIP) V(J,I,2)=V(J,I,2)-VC(J,I)*(P(M+1,N,2)-P(M,N,2))
      +VD(J,I)*(P(M,N,2)+P(M+1,N,2)-P(M,N-1,2)-P(M+1,N-1,2))
77  IF(I.GE.NIP)GOTO 78
C   NORMAL NODES FOR W
    IF(J.GT.2.AND.J.LT.NJP)
      W(J,I,2)=W(J,I,2)-WC(J,I)*(P(M,N+1,2)-P(M,N,2))
      +WD(J,I)/2.0 *(P(M+1,N,2)+P(M+1,N+1,2)-P(M-1,N,2)-P(M-1,N+1,2))
C   UST TARAF
    IF(J.EQ.NJP) W(J,I,2)=W(J,I,2)-WC(J,I)*(P(M,N+1,2)-P(M,N,2))
      +WD(J,I)*(P(M,N,2)+P(M,N+1,2)-P(M-1,N,2)-P(M-1,N+1,2))
C   ALT TARAF
    IF(J.EQ.2) W(J,I,2)=W(J,I,2)-WC(J,I)*(P(M,N+1,2)-P(M,N,2))
      +WD(J,I)*(P(M+1,N,2)+P(M+1,N+1,2)-P(M,N,2)-P(M,N+1,2))
78  TUS=TUS+U(J,I,2)*S(J-1,I-1)
1003 CONTINUE
1004 CONTINUE
    DP1=(TUS-DOTM)/(TUC)
C   IF(IT.LE.IYAZ.AND.K.LE.KYAZ)THEN
C     WRITE(3,*)"U*,V*,W* DAGILIMI DP1:",DP1
C     WRITE(3, '(9(F10.6))') ((U(J,I,2),I=1,NIPP/2),J=NJPP,1,-1)
C     WRITE(3,*)"-----"
C     WRITE(3, '(9(F10.6))') ((V(J,I,2),I=1,NIPP/2),J=NJP,1,-1)
C     WRITE(3,*)"-----"
C     WRITE(3, '(8(F10.6))') ((W(J,I,2),I=1,NIP/2),J=NJPP,1,-1)
C     WRITE(3,*)"-----"
C   ENDIF
C-----
C   P' BASINC DOGRULTMANI (Y VE X ICIN)
C-----
    CALL BASINC
    CALL GELB(NI*NJ,1,NIP,NIP,1.0D-10,IER)

```

```

KK=0
PORT1=0.0D0
DO 79 J=1,NJ
DO 79 I=1,NI
KK=KK+1
PS(J,I)= R(KK)
C P(J,I,2)= R(KK)
C P(J,I,2)= P(J,I,2)+AA*(P(J,I,2)-R(KK))
79 PORT1=PORT1+PS(J,I)*S(J,I)
PORT1=PORT1/(TS)
DPP=(PORT1-ORTE)
C IF(IT.LE.IYAZ.AND.K.LE.KYAZ)THEN
C WRITE(3,*)"---P USSU BASINC.DAGILIMI ---PORT1,DP :",PORT1,DPP,IER
C WRITE(3,'(8(F10.6))') ((PS(J,I),I=1,NI/2),J=NJ,1,-1)
C ENDIF
C-----
C U,V,W DÜZELTMELERİNİN YAPILMASI.
C-----
UORT=0.0D0
TUS=0.0D0
TUC=0.0D0
RES1=0.0D0
RES2=0.0D0
RES3=0.0D0
DO 1008 J=2,NJP
DO 1007 I=2,NIP
M=J-1
N=I-1
Z1=U(J,I,2)- UC(J,I)*DP1
R1=US(J,I)-Z1
IF(ABS(R1).LT.RES1)GOTO 80
RES1=R1
80 U(J,I,2)=US(J,I)+AA*(Z1-US(J,I))
IF(U(J,I,2).GT.UMAX)UMAX=U(J,I,2)
UORT=UORT+U(J,I,2)*S(J-1,I-1)
TUS=TUS+U(J,I,2)*S(J-1,I-1)
TUC=TUC+UC(J,I)*S(J-1,I-1)
IF(J.GE.NJP)GOTO 83
C NORMAL
IF(I.GT.2.AND.I.LT.NIP)
. Z2=V(J,I,2)-VC(J,I)*(PS(M+1,N)-PS(M,N))
. +VD(J,I)/2.0 *(PS(M,N+1)+PS(M+1,N+1)-PS(M,N-1)-PS(M+1,N-1))
C SOL TARAF
IF(I.EQ.2) Z2=V(J,I,2)-VC(J,I)*(PS(M+1,N)-PS(M,N))
. +VD(J,I)*(PS(M+1,N+1)+PS(M,N+1)-PS(M,N)-PS(M+1,N))
C SAGTARAF
IF(I.EQ.NIP)Z2=V(J,I,2)-VC(J,I)*(PS(M+1,N)-PS(M,N))
. +VD(J,I)*(PS(M,N)+PS(M+1,N)-PS(M,N-1)-PS(M+1,N-1))
R2=VS(J,I)-Z2
IF(ABS(R2).LT.RES2)GOTO 81
RES2=R2
81 V(J,I,2)=VS(J,I)+AA*(Z2-VS(J,I))
83 IF(I.GE.NIP)GOTO 1007
C NORMAL NODES FOR W
IF(J.GT.2.AND.J.LT.NJP)Z3=W(J,I,2)-WC(J,I)*(PS(M,N+1)-PS(M,N))
. +WD(J,I)/2.0 *(PS(M+1,N)+PS(M+1,N+1)-PS(M-1,N)-PS(M-1,N+1))
C UST TARAF

```



```

      IF(J.EQ.NJP) Z3=W(J,I,2)-WC(J,I)*(PS(M,N+1)-PS(M,N))
      +WD(J,I)*(PS(M,N)+PS(M,N+1)-PS(M-1,N)-PS(M-1,N+1))
C     ALT TARAF
      IF(J.EQ.2) Z3=W(J,I,2)-WC(J,I)*(PS(M,N+1)-PS(M,N))
      +WD(J,I)*(PS(M+1,N)+PS(M+1,N+1)-PS(M,N)-PS(M,N+1))
      R3=WS(J,I)-Z3
      IF(ABS(R3).LT.RES3)GOTO 85
      RES3=R3
85    W(J,I,2)=WS(J,I)+AA*(Z3-WS(J,I))
1007  CONTINUE
1008  CONTINUE
      DP2=(TUS-DOTM)/(TUC)
      UORT=UORT/TS
C     FMRE=(PORT)/(TZ*2.0D0)
      FMRE=(PE-PORT)/(TZ*2.0D0)
C     FMRE=(DP)/(TZ*2.0D0)
C-----
      IF(IT.LE.IYAZ.AND.K.LE.KYAZ)THEN
      WRITE(3,*)" U,V,W DUZ. DEG.IT.,UORT.PORT:",IT,UORT,PORT
      WRITE(3, '(9(1X,F10.6))') ((U(J,I,2),I=1,NJPP/2),J=NJPP,1,-1)
      WRITE(3,*) "-----RES. .-",RES1,RES2,RES3
      WRITE(3, '(9(1X,F10.6))') ((V(J,I,2),I=1,NJPP/2),J=NJP,1,-1)
      WRITE(3,*) "-----"
      WRITE(3, '(8(1X,F10.6))') ((W(J,I,2),I=1,NIP/2),J=NJPP,1,-1)
      WRITE(3,*) "-----"
      WRITE(3, '(8(1X,F10.6))') ((P(J,I,2),I=1,NI/2),J=NJ,1,-1)
      WRITE(3,*) "-----",PORT
      ENDIF
C     -----CONVERGE ROUTINE
      WRITE(*, '(2I3,7(1X,E9.3),1X,F12.4)')K-1,IT,TZ,UMAX,PORT,DP,RES1
      IF(DABS(RES1).GT.EPS.OR.DABS(RES2).GT.EP1.OR.
      DABS(RES3).GT.EP1)THEN
      IT=IT+1
      IF(IT.GT.500)THEN
      WRITE(3,*) IT," ***ITERASYONDA YAKLASIM SAGLANAMADI *****"
      STOP
      ENDIF
      DO 69 I=1,NJPP
      DO 69 J=1,NJPP
      US(J,I)=U(J,I,2)
      VS(J,I)=V(J,I,2)
      WS(J,I)=W(J,I,2)
69    CONTINUE
      GOTO 71
      ENDIF
      CALL SICAK
C-----
C     BULK TEMPERATURE
C-----
      TB=0.
      DO 420 J=2,NJP
      DO 410 I=2,NIP
      AVU=(U(J,I,2)+U(J+1,I,2)+U(J+1,I+1,2)+U(J,I+1,2))/4.0
      TB=TB + T(J,I,2)*S(J-1,I-1)
410   CONTINUE
420   CONTINUE
      TB=TB/(AREA)

```

```

YNU=(TB-TL)/(-4.0*TB*DZ)
TL=TB
TNU=TNU+YNU*DZ
ANU=TNU/TZ
C-----
WRITE(3,'(2I3,8(1X,F14.5))')K-1,IT,TZ,UORT,UMAX
.,PORT,DP,TB,YNU,ANU
C WRITE(4,'(2I3,8(1X,F13.6))')K-1,IT,TZ,UORT,UMAX
C .,PORT,DP,TB,YNU,ANU
WRITE(*,'(2I3,6(1X,F11.5))')K-1,IT,TZ,UMAX,PORT,TB,YNU,ANU
IF((K/10).EQ.(K/10.0).OR.K.LT.3) THEN
WRITE(3,*)" U,V,W,P SON DEG.IT,DP,UORT,RES1 :",IT,DP,UORT,RES1
WRITE(3,'(18(F7.4))')((U(J,I,2),I=1,NIPP),J=NJPP,1,-1)
WRITE(3,*)"----- RES2 :",RES2
WRITE(3,'(18(F9.4))')((V(J,I,2),I=1,NIPP),J=NJP,1,-1)
WRITE(3,*)"----- RES3 :",RES3
WRITE(3,'(1X,17(F9.4))')((W(J,I,2),I=1,NIP),J=NJPP,1,-1)
WRITE(3,*)"----- PORT,PE-PORT",PORT,PE-PORT
WRITE(3,'(16(1X,F9.4))')((P(J,I,2),I=1,NI),J=NJ,1,-1)
WRITE(3,*)"-----T DAGILIMI-----"
WRITE(3,'(9(1X,E13.8))')((T(J,I,2),I=1,9),J=NJPP,1,-1)
WRITE(3,*)"-----P USSU-- PE-PORT1",PE-PORT1
WRITE(3,'(16(1X,F7.4))')((PS(J,I),I=1,NI),J=NJ,1,-1)
WRITE(3,*)"-----"
WRITE(3,*)" K IT TZ UORT UMAX PORT
DP TB YNU TNU"
WRITE(3,*)"-----"
C----- GRAFIK DOSYALARININ OLUŞTURULMASI (MATH., WINGZ, ....)
WRITE(2,*)"K-1,IT,TZ,UORT,UMAX,PORT,PORT1 : "
WRITE(2,'(2I3,5(1X,F14.8))')K-1,IT,TZ,UORT,UMAX,PORT,PORT1
WRITE(2,*)"-----X,Y,U,V,W,T,-----"
DO 73 J=1,NJPP
DO 73 I=1,NIPP
JU=J*2-2
IU=I*2-2
IF(J.EQ.1)JU=J*2-1
IF(J.EQ.NJPP)JU=J*2-3
IF(I.EQ.1)IU=I*2-1
IF(I.EQ.NIPP)IU=I*2-3
73 WRITE(2,'(6(1X,F13.8))')X(JU,IU),Y(JU,IU),U(J,I,2),V(J,I,2),
W(J,I,2),T(J,I,2)
ENDIF
C-----
C Z YONUNDEKI ILERLEME DONGUSU VE AKTARMA ISLEMLERI
C-----
WRITE(*,*) K-1,".KESIT SONU"
ORTE=PORT
IF(TZ.LT.0.0090)DZ=DZ*1.1
IF((TZ).GT.1.0)GOTO 1100
C----- BULUNAN DEGERLERIN ONCEKI KESITE AKTARILMASI
DO 70 I=1,NIPP
DO 70 J=1,NJPP
U(J,I,1)=U(J,I,2)
T(J,I,1)=T(J,I,2)
V(J,I,1)=V(J,I,2)
W(J,I,1)=W(J,I,2)

```

```

      IF(J.LT.NJP.AND.I.LT.NIP) THEN
C      IF(P(J,I,2).LE.PE) P(J,I,1)=PS(J,I)
        P(J,I,1)=P(J,I,2)
      ENDIF
70    CONTINUE
1099  CONTINUE
1100  WRITE(*,*)" PROG.SONU"
      WRITE(3,*)" PROG.SONU"
      END
      BLOCK DATA
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
      COMMON /B8/DH,NI,NJ,NK,NIP,NJP
      COMMON /B7/UC(18,18),VC(18,18),VD(18,18),WC(18,18),WD(18,18)
      COMMON /B10/DE,DK,DZ,AREA
      DATA UC,VC,VD,WC,WD/1620*0.0D0/
      DATA DH,NI,NJ,NK,NIP,NJP/0.0D0,2*16,3*17/
      DATA DE,DK,DZ/2*0.0D0,0.000050D0/
      END
C-----
C      UC BOYUTLU SICAKLIK ALT PROGRAMI
C-----
      SUBROUTINE SICAK
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
      DIMENSION NO(9),C(9)
      COMMON /B1/U(18,18,2),V(18,18,2),W(18,18,2)
      COMMON /B3/ALFA(35,35),BETA(35,35),GAMA(35,35)
      COMMON /B4/P(16,16,2),A(-10:10000),R(256),DP,RE
      COMMON /B5/AJA(35,35)
      COMMON /B6/YEP,YES,YEE,XEP,XES,XEE,YKP,YKS,YKE,XKP,XKS,XKE
      COMMON /B8/DH,NI,NJ,NK,NIP,NJP
      COMMON /B9/JU,IU,JV,IV,JW,IW
      COMMON /B10/DE,DK,DZ,AREA
      COMMON /B11/T(18,18,2)
      DATA PR,AA,EPS/0.8,0.5,1.0E-8/
      DO 9 J=2,NJP
      DO 9 I=2,NIP
        T(J,I,2)=.0005
9      CONTINUE
C      REP=RE*PR
      IT=0.0
5      CONTINUE
      RES=0.0
      DO 10 J=2,NJP
      DO 10 I=2,NIP
        CALL CHANGE(J,I)
        CALL XYJAC(J,I)
        CALL SINIR(I,J,NIP,NJP,NO)
C-----
      BP=BETA(JU,IU)*0.5*DZ/PR
      DO 1 K=1,9
1      C(K)=0.0D0
      XEZ=XEP*(V(J+1,I,1)+V(J,I,1))*AJA(JU,IU)/4.0
      XKZ=XKP*(V(J+1,I,1)+V(J,I,1))*AJA(JU,IU)/4.0
      YEZ=YEP*(W(J,I-1,1)+W(J,I,1))*AJA(JU,IU)/4.0
      YKZ=YKP*(W(J,I-1,1)+W(J,I,1))*AJA(JU,IU)/4.0
      IF(NO(2).EQ.0) C(2)=((-XEZ+YEZ)+ALFA(JU,IU)/(2*DK*PR))*DE*DZ
      IF(NO(8).EQ.0) C(8)=((XKZ-YKZ)+GAMA(JU,IU)/(2*DE*PR))*DK*DZ

```

```

IF(NO(6).EQ.0) C(6)=(XEZ-YEZ)+ALFA(JU,IU)/(2*DK*PR))*DE*DZ
IF(NO(4).EQ.0) C(4)=((-KKZ+YKZ)+GAMA(JU,IU)/(2*DE*PR))*DK*DZ
IF(NO(2).EQ.1.OR.NO(4).EQ.1)C(3)=BP
IF(NO(2).EQ.1.OR.NO(8).EQ.1)C(1)=-BP
IF(NO(4).EQ.1.OR.NO(6).EQ.1)C(5)=-BP
IF(NO(6).EQ.1.OR.NO(8).EQ.1)C(7)=BP
AU=U(J,I,1)*AJA(JU,IU)*AJA(JU,IU)*DK*DE
AP=C(1)+C(2)+C(3)+C(4)+C(5)+C(6)+C(7)+C(8)+AU
IF(NO(2).EQ.1.OR.NO(6).EQ.1)AP=AP+2.0*ALFA(JU,IU)/(DK*PR)*DE*DZ
IF(NO(4).EQ.1.OR.NO(8).EQ.1)AP=AP+2.0*GAMA(JU,IU)/(DE*PR)*DK*DZ
Z1=(T(J,I-1,2)*C(2)+T(J-1,I,2)*C(8)+T(J,I+1,2)*C(6)
.+T(J+1,I,2)*C(4)+T(J-1,I-1,2)*C(1)+T(J-1,I+1,2)*C(7)
.+T(J+1,I-1,2)*C(3)+T(J+1,I+1,2)*C(5) +T(J,I,1)*AU )/(AP)
R1=T(J,I,2)-Z1
IF(ABS(R1).LT.RES)GOTO 8
RES=R1
      8 T(J,I,2)=T(J,I,2)+AA*(Z1-T(J,I,2))
     10 CONTINUE
        IF(DABS(RES).LT.EPS) GOTO 20
           IT=IT+1
              GOTO 5
    20 RETURN
END
C-----BASINC KATSAYILARI ALT PROGRAMI
SUBROUTINE BASINC
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
DIMENSION PK(-20:420)
COMMON /B1/U(18,18,2),V(18,18,2),W(18,18,2)
COMMON /B4/P(16,16,2),A(-10:10000),R(256),DP,RE
COMMON /B5/AJA(35,35)
COMMON /B6/YEP,YES,YEE,XEP,XES,XEE,YKP,YKS,YKE,XKP,XKS,XKE
COMMON /B7/UC(18,18),VC(18,18),VD(18,18),WC(18,18),WD(18,18)
COMMON /B8/DH,NI,NJ,NK,NIP,NJP
COMMON /B10/DE,DK,DZ,AREA
COMMON /B9/JU,IU,JV,IV,JW,IW
K=0
DO 10 J=2,NJP
DO 10 I=2,NIP
CALL CHANGE(J,I)
CALL XYJAC(J,I)
NS=(J-2)*NI+I-1
DO 3 NN=-20,NI*NJ+20
PK(NN)=0.0D0
YEZ=YEP*DE*DZ
YKZ=YKP*DK*DZ/4.0
XEZ=XEP*DE*DZ/4.0
XKZ=XKP*DK*DZ
C-----
C AP=PK(NS), AE=PK(NS+1), AN=(NS+NI), AS=(NS-NI), AW=(NS-1)
C ANW=PK(NS+NI-1), ANE=PK(NS+NI+1), ASW=(NS-NI-1), ASE=(NS-NI+1)
C -----
IF(I.GT.2.AND.J.GT.2.AND.I.LT.NIP.AND.J.LT.NJP)THEN
PK(NS+1)=YEZ*(-WC(J,I))-YKZ*(-WD(J+1,I)-WD(J-1,I))
.-XEZ*(VC(J,I+1)+VD(J,I+1)-VC(J-1,I+1)+VD(J-1,I+1))
.+XKZ*(VD(J,I)/2.0-WD(J-1,I)/2.0)
PK(NS+NI)=YEZ*(WD(J,I)/2.0-WD(J,I-1)/2.0)
.-YKZ*(WC(J+1,I)-WC(J-1,I-1))+WD(J+1,I)+WD(J-1,I-1))

```

```

      -XEZ*(-VD(J,I+1)-VD(J,I-1))+XKZ*(-VC(J,I))
      PK(NS-NI)=YEZ*(-WD(J,I)/2.0+WD(J,I-1)/2.0)
      -YKZ*(WC(J-1,I-1)-WC(J-1,I)+WD(J-1,I-1)+WD(J-1,I))
      -XEZ*(-VD(J-1,I+1)-VD(J-1,I-1))+XKZ*(-VC(J-1,I))
      PK(NS-1)=YEZ*(-WC(J,I-1))-YKZ*(-WD(J+1,I-1)-WD(J-1,I-1))
      -XEZ*(VC(J-1,I-1)-VC(J,I-1)+VD(J-1,I-1)+VD(J,I-1))
      +XKZ*(-VD(J,I)+VD(J-1,I))/2.0
      PK(NS+NI-1)=YEZ*(-WD(J,I-1)/2.0)-YKZ*(WC(J+1,I-1)+WD(J+1,I-1))
      -XEZ*(VC(J,I-1)+VD(J,I-1))+XKZ*(-VD(J,I)/2.0)
      PK(NS+NI+1)=YEZ*WD(J,I)/2.0-YKZ*(-WC(J+1,I)+WD(J+1,I))
      -XEZ*(-VC(J,I+1)+VD(J,I+1))+XKZ*(VD(J,I)/2.0)
      PK(NS-NI-1)=YEZ*WD(J,I-1)/2.0-YKZ*(-WC(J-1,I-1)+WD(J-1,I-1))
      -XEZ*(-VC(J-1,I-1)+VD(J-1,I-1))+XKZ*VD(J-1,I)/2.0
      PK(NS-NI+1)=YEZ*(-WD(J,I)/2.0)-YKZ*(WC(J-1,I)+WD(J-1,I))
      -XEZ*(VC(J-1,I+1)+VD(J-1,I+1))+XKZ*(-VD(J-1,I)/2.0)
      PK(NS)=PK(NS-1)+PK(NS+1)+PK(NS+NI)+PK(NS+NI+1)
      +PK(NS+NI-1)+PK(NS-NI)+PK(NS-NI-1)+PK(NS-NI+1)
      R(NS)=-(YEZ*(W(J,I,2)-W(J,I-1,2))-YKZ*(W(J+1,I,2)+W(J+1,I-1,2))
      -W(J-1,I-1,2)-W(J-1,I,2))-XEZ*(V(J,I+1,2)+V(J-1,I+1,2))
      -V(J-1,I-1,2)-V(J,I-1,2))+XKZ*(V(J,I,2)-V(J-1,I,2))
      ELSE
C    SOL UST KOSE
      IF(J.EQ.NJP.AND.I.EQ.2) THEN
        PK(NS+1)=YEZ*(-WC(J,I)+WD(J,I))-YKZ*(WC(J,I)-WD(J,I)-WD(J-1,I))
        -XEZ*(VD(J-1,I)-VC(J-1,I+1)+VD(J-1,I+1))+XKZ*(-VD(J-1,I))
        PK(NS-NI)=YEZ*(-WD(J,I))-YKZ*(WD(J,I)-WC(J-1,I)+WD(J-1,I))
        -XEZ*(VC(J-1,I)-VD(J-1,I)-VD(J-1,I+1))+XKZ*(-VC(J-1,I)+VD(J-1,I))
        PK(NS-NI+1)=YEZ*(-WD(J,I))-YKZ*(WD(J,I)+WC(J-1,I)+WD(J-1,I))
        -XEZ*(VD(J-1,I)+VC(J-1,I+1)+VD(J-1,I+1))+XKZ*(-VD(J-1,I))
        PK(NS)=PK(NS+1)+PK(NS-NI)+PK(NS-NI+1)
        R(NS)=-(YEZ*W(J,I,2)-YKZ*(-W(J,I,2)-W(J-1,I,2))
        -XEZ*(V(J-1,I,2)+V(J-1,I+1,2))+XKZ*(-V(J-1,I,2)))
      ENDIF
C    UST SIRA
      IF(I.GT.2.AND.I.LT.NIP.AND.J.EQ.NJP)THEN
        PK(NS+1)=YEZ*(-WC(J,I)+WD(J,I))
        -YKZ*(WC(J,I)-WD(J,I)-WD(J-1,I))
        -XEZ*(-VC(J-1,I+1)+VD(J-1,I+1))+XKZ*(-VD(J-1,I)/2.0)
        PK(NS-1)=YEZ*(-WC(J,I-1)-WD(J,I-1))-YKZ*(-WC(J,I-1)-WD(J,I-1)
        -WD(J-1,I-1))-XEZ*(VC(J-1,I-1)+VD(J-1,I-1))+XKZ*(VD(J-1,I)/2.0)
        PK(NS-NI)=YEZ*(-WD(J,I)+WD(J,I-1))-YKZ*(WD(J,I-1)+WD(J,I)
        +WC(J-1,I-1)+WD(J-1,I-1)-WC(J-1,I)+WD(J-1,I))
        -XEZ*(-VD(J-1,I+1)-VD(J-1,I-1))+XKZ*(-VC(J-1,I))
        PK(NS-NI+1)=YEZ*(-WD(J,I))-YKZ*(WD(J,I)+WC(J-1,I)+WD(J-1,I))
        -XEZ*(VC(J-1,I+1)+VD(J-1,I+1))+XKZ*(-VD(J-1,I)/2.0)
        PK(NS-NI-1)=YEZ*(WD(J,I-1))-YKZ*(WD(J,I-1)-WC(J-1,I-1)
        +WD(J-1,I-1))-XEZ*(-VC(J-1,I-1)+VD(J-1,I-1))+XKZ*(VD(J-1,I)/2.0)
        PK(NS)=PK(NS+1)+PK(NS-1)+PK(NS-NI)+PK(NS-NI+1)
        +PK(NS-NI-1)
        R(NS)=-(YEZ*(W(J,I,2)-W(J,I-1,2))-YKZ*(-W(J,I-1,2)-W(J,I,2)
        -W(J-1,I-1,2)-W(J-1,I,2))-XEZ*(V(J-1,I+1,2)-V(J-1,I-1,2))
        +XKZ*(-V(J-1,I,2)))
      ENDIF
C    SOL SIRA
      IF(J.GT.2.AND.J.LT.NJP.AND.I.EQ.2)THEN
        PK(NS+1)=YEZ*(-WC(J,I))-YKZ*(-WD(J+1,I)-WD(J-1,I))-XEZ*
        *(VD(J,I)+VC(J,I+1)+VD(J,I+1)+VD(J-1,I)-VC(J-1,I+1)+VD(J-1,I+1))

```

```

      +XKZ*(VD(J,I)-VD(J-1,I))
      PK(NS+NI)=YEZ*(WD(J,I)/2.0)-YKZ*(WC(J+1,I)+WD(J+1,I))
      -XEZ*(-VC(J,I)-VD(J,I)-VD(J,I+1))+XKZ*(-VC(J,I)-VD(J,I))
      PK(NS+NI+1)=YEZ*(WD(J,I)/2.0)-YKZ*(-WC(J+1,I)+WD(J+1,I))
      -XEZ*(VD(J,I)-VC(J,I+1)+VD(J,I+1))+XKZ*(VD(J,I))
      PK(NS-NI+1)=YEZ*(-WD(J,I)/2.0)-YKZ*(WC(J-1,I)+WD(J-1,I))
      -XEZ*(VD(J-1,I)+VC(J-1,I+1)+VD(J-1,I+1))+XKZ*(-VD(J-1,I))
      PK(NS-NI)=YEZ*(-WD(J,I)/2.0)-YKZ*(-WC(J-1,I)+WD(J-1,I))
      -XEZ*(VC(J-1,I)-VD(J-1,I)-VD(J-1,I+1))+XKZ*(-VC(J-1,I)+VD(J-1,I))
      PK(NS)=PK(NS+1)+PK(NS+NI)+PK(NS+NI+1)+PK(NS-NI+1)
      +PK(NS-NI)
      R(NS)=-(YEZ*W(J,I,2)-YKZ*(W(J+1,I,2)-W(J-1,I,2))-XEZ*(V(J,I,2)
      +V(J,I+1,2)+V(J-1,I,2)+V(J-1,I+1,2))+XKZ*(V(J,I,2)-V(J-1,I,2)))
      ENDIF

```

C ALT SIRA

```

      IF(I.GT.2.AND.I.LT.NIP.AND.J.EQ.2)THEN
      PK(NS+1)=YEZ*(-WC(J,I)-WD(J,I))-YKZ*(-WD(J+1,I)-WC(J,I)-WD(J,I))
      -XEZ*(VC(J,I+1)+VD(J,I+1))+XKZ*(VD(J,I)/2.0)
      PK(NS-1)=YEZ*(-WC(J,I-1)+WD(J,I-1))-YKZ*(-WD(J+1,I-1)
      +WC(J,I-1)-WD(J,I-1))-XEZ*(-VC(J,I-1)+VD(J,I-1))
      +XKZ*(-VD(J,I)/2.0)
      PK(NS+NI+1)=YEZ*(WD(J,I))-YKZ*(-WC(J+1,I)+WD(J+1,I)+WD(J,I))
      -XEZ*(-VC(J,I+1)+VD(J,I+1))+XKZ*(VD(J,I)/2.0)
      PK(NS+NI-1)=YEZ*(-WD(J,I-1))-YKZ*(WC(J+1,I-1)+WD(J+1,I-1)
      +WD(J,I-1))-XEZ*(VC(J,I-1)+VD(J,I-1))+XKZ*(-VD(J,I)/2.0)
      PK(NS+NI)=YEZ*(WD(J,I)-WD(J,I-1))-YKZ*(-WC(J+1,I-1)
      +WD(J+1,I-1)+WC(J+1,I)+WD(J+1,I)+WD(J,I-1)+WD(J,I))
      -XEZ*(-VD(J,I+1)-VD(J,I-1))+XKZ*(-VC(J,I))
      PK(NS)=PK(NS+1)+PK(NS-1)+PK(NS+NI+1)+PK(NS+NI-1)
      +PK(NS+NI)
      R(NS)=-(YEZ*(W(J,I,2)-W(J,I-1,2))-YKZ*(W(J+1,I-1,2)+W(J+1,I,2)
      +W(J,I-1,2)+W(J,I,2))-XEZ*(V(J,I+1,2)-V(J,I-1,2))
      +XKZ*(V(J,I,2)))
      ENDIF

```

C SAG SIRA

```

      IF(J.GT.2.AND.J.LT.NJP.AND.I.EQ.NIP)THEN
      PK(NS-1)=YEZ*(-WC(J,I-1))-YKZ*(-WD(J+1,I-1)-WD(J-1,I-1))
      -XEZ*(-VC(J,I-1)+VD(J,I-1)+VD(J,I)+VC(J-1,I-1)+VD(J-1,I-1)
      +VD(J-1,I))+XKZ*(-VD(J,I)+VD(J-1,I))
      PK(NS-NI)=YEZ*(WD(J,I-1)/2.0)-YKZ*(WC(J-1,I-1)+WD(J-1,I-1))
      -XEZ*(-VD(J-1,I-1)-VC(J-1,I)-VD(J-1,I))+XKZ*(-VC(J-1,I)-VD(J-1,I))
      PK(NS-NI-1)=YEZ*(WD(J,I-1)/2.0)-YKZ*(-WC(J-1,I-1)+WD(J-1,I-1))
      -XEZ*(-VC(J-1,I-1)+VD(J-1,I-1)+VD(J-1,I))+XKZ*(VD(J-1,I))
      PK(NS+NI)=YEZ*(-WD(J,I-1)/2.0)-YKZ*(-WC(J+1,I-1)+WD(J+1,I-1))
      -XEZ*(-VD(J,I-1)+VC(J,I)-VD(J,I))+XKZ*(-VC(J,I)+VD(J,I))
      PK(NS+NI-1)=YEZ*(-WD(J,I-1)/2.0)-YKZ*(WC(J+1,I-1)+WD(J+1,I-1))
      -XEZ*(VC(J,I-1)+VD(J,I-1)+VD(J,I))+XKZ*(-VD(J,I))
      PK(NS)=PK(NS-1)+PK(NS-NI)+PK(NS-NI-1)+PK(NS+NI)
      +PK(NS+NI-1)
      R(NS)=-(YEZ*(-W(J,I-1,2))-YKZ*(W(J+1,I-1,2)-W(J-1,I-1,2))
      -XEZ*(-V(J,I-1,2)-V(J,I,2)-V(J-1,I-1,2)-V(J-1,I,2))
      +XKZ*(V(J,I,2)-V(J-1,I,2)))
      ENDIF

```

C SOL ALT KOSE

```

      IF(I.EQ.2.AND.J.EQ.2) THEN
      PK(NS+1)=YEZ*(-WC(J,I)-WD(J,I))-YKZ*(-WD(J+1,I)-WC(J,I)-
      WD(J,I))-XEZ*(VD(J,I)+VC(J,I+1)+VD(J,I+1))+XKZ*VD(J,I)

```

```

    PK(NS+NI)=YEZ*WD(J,I)-YKZ*(WC(J+1,I)+WD(J+1,I)+WD(J,I))
    -XEZ*(-VC(J,I)-VD(J,I)-VD(J,I+1))+XKZ*(-VC(J,I)-VD(J,I))
    PK(NS+NI+1)=YEZ*WD(J,I)-YKZ*(-WC(J+1,I)+WD(J+1,I)+WD(J,I))
    -XEZ*(VD(J,I)-VC(J,I+1)+VD(J,I+1))+XKZ*(VD(J,I))
    PK(NS)=PK(NS+1)+PK(NS+NI)+PK(NS+NI+1)
    R(NS)=-(YEZ*W(J,I,2)-YKZ*(W(J+1,I,2)+W(J,I,2))
    -XEZ*(V(J,I,2)+V(J,I+1,2))+XKZ*(V(J,I,2)))
    ENDIF
C   SAG ALT KOSE
    IF(J.EQ.2.AND.I.EQ.NIP) THEN
    PK(NS-1)=YEZ*(-WC(J,I-1)+WD(J,I-1))-YKZ*(-WD(J+1,I-1)
    +WC(J,I-1)-WD(J,I-1))-XEZ*(-VC(J,I-1)+VD(J,I-1)+VD(J,I))
    +XKZ*(-VD(J,I))
    PK(NS+NI)=YEZ*(-WD(J,I-1))-YKZ*(-WC(J+1,I-1)
    +WD(J+1,I-1)+WD(J,I-1))-XEZ*(-VD(J,I-1)+VC(J,I)-VD(J,I))
    +XKZ*(-VC(J,I)+VD(J,I))
    PK(NS+NI-1)=YEZ*(-WD(J,I-1))-YKZ*(WC(J+1,I-1)+WD(J+1,I-1)
    +WD(J,I-1))-XEZ*(VC(J,I-1)+VD(J,I-1)+VD(J,I))+XKZ*(-VD(J,I))
    PK(NS)=PK(NS-1)+PK(NS+NI)+PK(NS+NI-1)
    R(NS)=-(YEZ*(-W(J,I-1,2))-YKZ*(W(J+1,I-1,2)-W(J,I-1,2))
    -XEZ*(-V(J,I-1,2)-V(J,I,2))+XKZ*(V(J,I,2)))
    ENDIF
C   SAG UST KOSE
    IF(I.EQ.NIP.AND.J.EQ.NJP) THEN
    PK(NS-NI)=YEZ*(WD(J,I-1))-YKZ*(WD(J,I-1)+WC(J-1,I-1)
    +WD(J-1,I-1))-XEZ*(-VD(J-1,I-1)-VC(J-1,I)-VD(J-1,I))
    +XKZ*(-VC(J-1,I)-VD(J-1,I))
    PK(NS-1)=YEZ*(-WC(J,I-1)-WD(J,I-1))-YKZ*(-WC(J,I-1)
    -WD(J,I-1)-WD(J-1,I-1))-XEZ*(VC(J-1,I-1)+VD(J-1,I-1)+VD(J-1,I))
    +XKZ*(VD(J-1,I))
    PK(NS-NI-1)=YEZ*(WD(J,I-1))-YKZ*(WD(J,I-1)-WC(J-1,I-1)+WD(J-1,I-1)
    )-XEZ*(-VC(J-1,I-1)+VD(J-1,I-1)+VD(J-1,I))+XKZ*(VD(J-1,I))
    PK(NS)=PK(NS-NI)+PK(NS-1)+PK(NS-NI-1)
    R(NS)=-(YEZ*(-W(J,I-1,2))-YKZ*(-W(J,I-1,2)-W(J-1,I-1,2))
    -XEZ*(-V(J-1,I-1,2)-V(J-1,I,2))+XKZ*(-V(J-1,I,2)))
    ENDIF
    ENDIF
C   -----
    R(NS)=R(NS)-(U(J,I,2)+UC(J,I)*P(J-1,I-1,1)-U(J,I,1))
    *AJA(JU,IU)*DE*DK
    PK(NS)=PK(NS)-UC(J,I)*AJA(JU,IU)*DE*DK
C   R(NS)=R(NS)-(U(J,I,2)-UC(J,I)*DP/DZ-U(J,I,1))
C   *AJA(JU,IU)*DE*DK
C   PK BANT KATSAYILAR MATRISININ A VEKTORUNE DONUSTURULMESI
    IF(NS.LE.NIP)KF=1
    IF(NS.GT.NIP)KF=NS-NIP
    IF(NS.LE.(NI*NJ-NIP)) KL=NS+NIP
    IF(NS.GT.(NI*NJ-NIP)) KL=NJ*NI
    DO 9 KK=KF,KL
    K=K+1
    9   A(K)=PK(KK)
C   IF(NS.LT.6.OR.NS.GT.21.AND.NS.LT.25.OR.NS.GT.64.AND.NS.LT.70)THEN
C   WRITE(3,'(6I3)')J,I,NS,KF,KL,K
C   WRITE(3,'(10(1X,E10.4))')(A(KK),KK=K-KL+1,K)
C   WRITE(3,'(3I3,10(1X,E11.4))')J,I,NS
C   ,PK(NS-NI-1),PK(NS-NI),PK(NS-NI+1),PK(NS-1),PK(NS),PK(NS+1)
C   ,PK(NS+NI-1),PK(NS+NI),PK(NS+NI+1),R(NS)

```



```

C      WRITE(3, '(8(1X,F11.5))') YEZ,YKZ,XEZ,XKZ,U(J,I,2),UC(J,I),VC(J,I).
C      . -(U(J,I,2)+UC(J,I)*P(J-1,I-1,1)-U(J,I,1))*AJA(JU,IU)*DE*DK
C      ENDIF
10    CONTINUE
      RETURN
      END
C
C      UC BOYUTLU HIZ(U,V,W) ICIN HIZ ALT PROGRAMI
C
      SUBROUTINE HIZLAR
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
      DIMENSION NO(9),C(9)
      COMMON /B1/U(18,18,2),V(18,18,2),W(18,18,2)
      COMMON /B3/ALFA(35,35),BETA(35,35),GAMA(35,35)
      COMMON /B4/P(16,16,2),A(-10:10000),R(256),DP,RE
      COMMON /B5/AJA(35,35)
      COMMON /B6/YEP,YES,YEE,XEP,XES,XEE,YKP,YKS,YKE,XKP,XKS,XKE
      COMMON /B7/UC(18,18),VC(18,18),VD(18,18),WC(18,18),WD(18,18)
      COMMON /B8/DH,NI,NJ,NK,NIP,NJP
      COMMON /B9/JU,IU,JV,IV,JW,IW
      COMMON /B10/DE,DK,DZ,AREA
      DATA AP,AE,AW,AS,AN,ANE,ASE,ANW,ASW/9*0.0D0/
      DATA ZZ/0.0D0/
      DO 10 J=2,NJP
      DO 10 I=2,NIP
      CALL CHANGE(J,I)
      CALL XYJAC(J,I)
      CALL SINIR(I,J,NIP,NJP,NO)
      DO 6 K=1,9
16    C(K)=0.0D0
C-----
C      (U)  MOMENTUM EQ. OF AXIAL DIRECTION (Z)
C-----
      FE=( YEP*W(J,I,1)-XEP*(V(J,I,1)+V(J,I+1,1)
      * +V(J-1,I,1)+V(J-1,I+1,1))/4.0 )*AJA(JU,IU)
      FW=( XEP*(V(J,I-1,1)+V(J,I,1)+V(J-1,I-1,1)
      * +V(J-1,I,1))/4.0 -YEP*W(J,I-1,1) )*AJA(JU,IU)
      FN=( XKP*V(J,I,1)-YKP*(W(J+1,I-1,1)
      * +W(J+1,I,1)+W(J,I-1,1)+W(J,I,1))/4.0 )*AJA(JU,IU)
      FS=( YKP*(W(J,I-1,1)+W(J,I,1)+W(J-1,I,1)
      * +W(J-1,I-1,1))/4.0-XKP*V(J-1,I,1) )*AJA(JU,IU)
      FU=U(J,I,1)*AJA(JU,IU)*AJA(JU,IU)
      BP=BETA(JU,IU)*0.5*DZ
      IF(NO(2).EQ.0) C(2)=(-DMAX1(FW,ZZ)+ ALFA(JU,IU)/(DK))*DE*DZ
      IF(NO(8).EQ.0) C(8)=(-DMAX1(FS,ZZ)+ GAMA(JU,IU)/(DE))*DK*DZ
      IF(NO(6).EQ.0) C(6)=(DMAX1(-FE,ZZ)+ ALFA(JU,IU)/(DK))*DE*DZ
      IF(NO(4).EQ.0) C(4)=(DMAX1(-FN,ZZ)+ GAMA(JU,IU)/(DE))*DK*DZ
      IF(NO(2).EQ.1.OR.NO(8).EQ.1)C(1)=-BP
      IF(NO(2).EQ.1.OR.NO(4).EQ.1)C(3)=BP
      IF(NO(4).EQ.1.OR.NO(6).EQ.1)C(5)=-BP
      IF(NO(6).EQ.1.OR.NO(8).EQ.1)C(7)=BP
      AU=FU*DK*DE
      AP=C(1)+C(2)+C(3)+C(4)+C(5)+C(6)+C(7)+C(8)+AU
      IF(NO(2).EQ.1.OR.NO(6).EQ.1)AP=AP+(2.0*ALFA(JU,IU)/(DK))*DE*DZ
      IF(NO(4).EQ.1.OR.NO(8).EQ.1)AP=AP+(2.0*GAMA(JU,IU)/(DE))*DK*DZ
      U(J,I,2)=(U(J,I-1,2)*C(2)+U(J-1,I,2)*C(8)+U(J,I+1,2)*C(6)
      . +U(J+1,I,2)*C(4)+U(J-1,I-1,2)*C(1)+U(J-1,I+1,2)*C(7)

```

```

      .+U(J+1,I-1,2)*C(3)+U(J+1,I+1,2)*C(5)+U(J,I,1)*AU)/(AP)
      UC(J,I)= AJA(JU,IU)*AJA(JU,IU)*DE*DK/(AP)
C      IF(J.LE.2.AND.I.LT.5)THEN
C      WRITE(3,'(2I2,12(1X,F5.2))') J,I,YEP,YES,YEE,XEP,XES,XEE,YKP,
C      . YKS,YKE,XKP,XKS,XKE
C      WRITE(3,'(9I2)') NO
C      WRITE(3,'(2I2,12(1X,E10.3))') J,I,BP,BETA(JU,IU),C,UC(J,I)
C      WRITE(3,'(10(1X,F9.6))') FE,FW,FN,FS,FD,FU,UT(J,I)
C      ENDIF
C-----
C      (V) HIZI ICIN SINIRA YAKIN NOKTALARIN DENK. CIKARILMASI
C-----
2      IF(J.GT.NJ)GOTO 3
      IF(J.EQ.NJ)CALL SINIR(I,J+1,NIP,NJP,NO)
      FNE=( YES*(W(J,I,1)+W(J+1,I,1))/2.0
      . -XES*(V(J,I,1)+V(J,I+1,1))/2.0 )*AJA(JV,IV)
      FNW=( -YES*(W(J,I-1,1)+W(J+1,I-1,1))/2.0
      . +XES*(V(J,I,1)+V(J,I-1,1))/2.0 )*AJA(JV,IV)
      FN=(-YKS*(W(J+1,I,1)+W(J+1,I-1,1))/2.0
      . +XKS*(V(J,I,1)+V(J+1,I,1))/2.0 )*AJA(JV,IV)
      FP=( YKS*(W(J,I-1,1)+W(J,I,1))/2.0
      . -XKS*(V(J,I,1)+V(J-1,I,1))/2.0 )*AJA(JV,IV)
      FU=(U(J,I,1)+U(J+1,I,1))/2.0*AJA(JV,IV)*AJA(JV,IV)
      DO 8 K=1,9
8      C(K)=0.0D0
      BN=BETA(JV,IV)*0.5*DZ
      IF(NO(2).EQ.0) C(2)=(-DMAX1(FNW,ZZ)+ ALFA(JV,IV)/(DK))*DE*DZ
      IF(NO(8).EQ.0) C(8)=(-DMAX1(FP,ZZ)+ GAMA(JV,IV)/(DE))*DK*DZ
      IF(NO(6).EQ.0) C(6)=(DMAX1(-FNE,ZZ)+ ALFA(JV,IV)/(DK))*DE*DZ
      IF(NO(4).EQ.0) C(4)=(DMAX1(-FN,ZZ)+ GAMA(JV,IV)/(DE))*DK*DZ
      IF(NO(2).EQ.1.OR.NO(8).EQ.1)C(1)=-BN
      IF(NO(2).EQ.1.OR.NO(4).EQ.1)C(3)=-BN
      IF(NO(4).EQ.1.OR.NO(6).EQ.1)C(5)=-BN
      IF(NO(6).EQ.1.OR.NO(8).EQ.1)C(7)=-BN
      AU=FU*DK*DE
      AN=C(1)+C(2)+C(3)+C(4)+C(5)+C(6)+C(7)+C(8)+AU
      IF(NO(2).EQ.1.OR.NO(6).EQ.1)AN=AN+(2.0*ALFA(JV,IV)/(DK))*DE*DZ
      IF(NO(4).EQ.1.OR.NO(8).EQ.1)AN=AN+(GAMA(JV,IV)/(DE))*DK*DZ
      V(J,I,2)=( V(J,I-1,2)*C(2)+V(J-1,I,2)*C(8)+V(J,I+1,2)*C(6)
      . +V(J+1,I,2)*C(4)+V(J-1,I-1,2)*C(1)+V(J-1,I+1,2)*C(7)
      . +V(J+1,I-1,2)*C(3)+V(J+1,I+1,2)*C(5)+ V(J,I,1)*AU)/(AN)
      VC(J,I)= XKS*DK*DZ/AN * AJA(JV,IV)
      VD(J,I)= XES*DE*DZ/AN/2.0 *AJA(JV,IV)
C      IF(J.LE.2.AND.I.LT.5)THEN
C      WRITE(3,'(11(1X,E10.3))') BETA(JV,IV),BN,C
C      ENDIF
C-----
C      (W) HIZI ICIN SINIRA YAKIN NOKTALARIN DENK. CIKARILMASI
C-----
3      IF(I.GT.NI)GOTO 10
      CALL SINIR(I,J,NIP,NJP,NO)
      IF(I.EQ.NI)CALL SINIR(I+1,J,NIP,NJP,NO)
      FNE=( -YKE*(W(J+1,I,1)+W(J,I,1))/2.0
      . +XKE*(V(J,I,1)+V(J,I+1,1))/2.0 )*AJA(JW,IW)
      FSE=(YKE*(W(J-1,I,1)+W(J,I,1))/2.0
      . -XKE*(V(J-1,I,1)+V(J-1,I+1,1))/2.0 )*AJA(JW,IW)
      FE=(YEE*(W(J,I,1)+W(J,I+1,1))/2.0

```

```

      -XEE*(V(J,I+1,1)+V(J-1,I+1,1))/2.0 )*AJA(JW,IW)
      FP=(-YEE*(W(J,I-1,1)+W(J,I,1))/2.0
      +XEE*(V(J-1,I,1)+V(J,I,1))/2.0 )*AJA(JW,IW)
      FU=(U(J,I,1)+U(J,I+1,1))/2.*AJA(JW,IW)*AJA(JW,IW)
      BE=BETA(JW,IW)*0.5*DZ
      DO 7 K=1,9
7      C(K)=0.0D0
      IF(NO(2).EQ.0) C(2)=(-DMAX1(FP,ZZ)+ ALFA(JW,IW)/(DK))*DE*DZ
      IF(NO(8).EQ.0) C(8)=(-DMAX1(FSE,ZZ)+ GAMA(JW,IW)/(DE))*DK*DZ
      IF(NO(6).EQ.0) C(6)=(DMAX1(-FE,ZZ)+ ALFA(JW,IW)/(DK))*DE*DZ
      IF(NO(4).EQ.0) C(4)=(DMAX1(-FNE,ZZ)+ GAMA(JW,IW)/(DE))*DK*DZ
      IF(NO(2).EQ.1.OR.NO(8).EQ.1)C(1)=-BE
      IF(NO(2).EQ.1.OR.NO(4).EQ.1)C(3)=BE
      IF(NO(4).EQ.1.OR.NO(6).EQ.1)C(5)=-BE
      IF(NO(6).EQ.1.OR.NO(8).EQ.1)C(7)=BE
      AU=FU*DK*DE
      AE=C(1)+C(2)+C(3)+C(4)+C(5)+C(6)+C(7)+C(8)+AU
      IF(NO(2).EQ.1.OR.NO(6).EQ.1)AE=AE+(ALFA(JW,IW)/(DK))*DE*DZ
      IF(NO(4).EQ.1.OR.NO(8).EQ.1)AE=AE+(2.0*GAMA(JW,IW)/(DE))*DK*DZ
      W(J,I,2)=( W(J,I-1,2)*C(2)+W(J-1,I,2)*C(8)+W(J,I+1,2)*C(6)
      +W(J+1,I,2)*C(4)+W(J-1,I-1,2)*C(1)+W(J-1,I+1,2)*C(7)
      +W(J+1,I-1,2)*C(3)+W(J+1,I+1,2)*C(5)+W(J,I,1)*AU)/(AE)
      WC(J,I)= YEE*DE*DZ/AE      *AJA(JW,IW)
      WD(J,I)= YKE*DK*DZ/AE/2.0  *AJA(JW,IW)
C      IF(J.LE.2.AND.I.LT.5)THEN
C      WRITE(3,'(11(1X,E10.3))') BETA(JW,IW),BE,C
C      ENDIF
10     CONTINUE
      RETURN
      END
      SUBROUTINE OKU
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
      CHARACTER*1 SW
      COMMON /B2/X(35,35),Y(35,35)
      COMMON /B3/ALFA(35,35),BETA(35,35),GAMA(35,35)
      COMMON /B5/AJA(35,35)
      COMMON /B8/DH,NI,NJ,NK,NIP,NJP
      COMMON /B10/DE,DK,DZ,AREA
      NIPP=NI*2+1
      NJPP=NJ*2+1
      WRITE(9,*) " OKUMAYA GIRIS "
      READ(1,'(1X,A1)')SW
      IF(SW.EQ.'X')THEN
      READ(1,100)((X(J,I),I=1,NIPP),J=1,NJPP)
      READ(1,'(1X,A1)')SW
      READ(1,100)((Y(J,I),I=1,NIPP),J=1,NJPP)
      ELSE
      READ(1,100)((Y(J,I),I=1,NIPP),J=1,NJPP)
      READ(1,'(1X,A1)')SW
      READ(1,100)((X(J,I),I=1,NIPP),J=1,NJPP)
      ENDIF
      READ(1,100)((ALFA(J,I),I=1,NIPP),J=1,NJPP)
      READ(1,100)((BETA(J,I),I=1,NIPP),J=1,NJPP)
      READ(1,100)((GAMA(J,I),I=1,NIPP),J=1,NJPP)
      READ(1,100)((AJA(J,I),I=1,NIPP),J=1,NJPP)
      READ(1,101) DH,DE,DK,AREA
      WRITE(9,*) " OKUMA SONU ",DH,DE,DK,AREA

```

```
CLOSE(1)
100 FORMAT(6(F13.10))
C 100 FORMAT(5(F15.10))
101 FORMAT(4(1X,F15.12))
END
SUBROUTINE CHANGE(J,I)
COMMON /B9/JU,IU,JV,IV,JW,IW
JU=J*2-2
IU=I*2-2
JV=J*2-1
IV=I*2-2
JW=J*2-2
IW=I*2-1
RETURN
END
C-----KOORDINAT CARPANLARI ALT PROGRAMI
C-----BU PROGRAMDA DE==> MAPP.DEKININ IKI KATıDıR.
SUBROUTINE XYJAC(J,I)
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
COMMON /B2/X(35,35),Y(35,35)
COMMON /B6/YEP,YES,YEE,XEP,XES,XEE,YKP,YKS,YKE,XKP,XKS,XKE
COMMON /B8/DH,NI,NJ,NK,NIP,NJP
COMMON /B10/DE,DK,DZ,AREA
COMMON /B9/JU,IU,JV,IV,JW,IW
CALL CHANGE (J,I)
C-----U HIZI ICIN-----
YEP=( (Y(JU+1,IU)-Y(JU-1,IU)) / (DE) )
XEP=( (X(JU+1,IU)-X(JU-1,IU)) / (DE) )
YKP=( (Y(JU,IU+1)-Y(JU,IU-1)) / (DK) )
XKP=( (X(JU,IU+1)-X(JU,IU-1)) / (DK) )
C-----V HIZI ICIN-----
IF(J.GT.NJ)GOTO 1
YES=( (Y(JV+1,IV)-Y(JV-1,IV)) / (DE) )
XES=( (X(JV+1,IV)-X(JV-1,IV)) / (DE) )
YKS=( (Y(JV,IV+1)-Y(JV,IV-1)) / (DK) )
XKS=( (X(JV,IV+1)-X(JV,IV-1)) / (DK) )
C-----W HIZI ICIN-----
1 IF(I.GT.NI)GOTO 2
YKE=( (Y(JW,IW+1)-Y(JW,IW-1)) / (DK) )
XKE=( (X(JW,IW+1)-X(JW,IW-1)) / (DK) )
YEE=( (Y(JW+1,IW)-Y(JW-1,IW)) / (DE) )
XEE=( (X(JW+1,IW)-X(JW-1,IW)) / (DE) )
2 RETURN
END
SUBROUTINE SINIR(I,J,NIP,NJP,NO)
C NO(K)=1 OLAN NOKTALAR SINIR NOKTALARIDIR.
DIMENSION NO(9)
DO 1 K=1,9
1 NO(K)=0
IF(I.GT.2.AND.I.LT.NIP)GOTO 3
IF(I.EQ.2)N=1
IF(I.EQ.NIP)N=5
DO 2 K=N,N+2,1
2 NO(K)=1
3 IF(J.GT.2.AND.J.LT.NJP)RETURN
IF(J.EQ.2)N=7
IF(J.EQ.NJP)N=3
```

```
DO 4 K=N,N+2,1
4 NO(K)=1
RETURN
END
SUBROUTINE GELB(M,N,MUD,MLD,EPS,IER)
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
COMMON /B4/P(16,16,2),A(-10:10000),R(256),DP,RE
C TEST ON WRONG INPUT PARAMETERS
IF(MLD)47,1,1
1 IF(MUD)47,2,2
2 MC=1+MLD+MUD
IF(MC+1-M-M)3,3,47
3 IF(MC-M)5,5,4
4 MC=M
5 MU=MC-MUD-1
ML=MC-MLD-1
MR=M-ML
MZ=(MU*(MU+1))/2
MA=M*MC-(ML*(ML+1))/2
NM=N*M
C MOVE ELEMENTS BACKWARD AND SEARCH FOR ABSOLUTELY GREATEST ELEMENT
C (NOT NECESSARY IN CASE OF A MATRIX WITHOUT LOWER CODIAGONALS)
IER=0
PIV=0.0D0
IF(MLD)14,14,6
6 JJ=MA
J=MA-MZ
KST=J
DO 9 K=1,KST
TB=A(J)
A(JJ)=TB
TB=DABS(TB)
IF(TB-PIV)8,8,7
7 PIV=TB
8 J=J-1
9 JJ=JJ-1
C INSERT ZEROS IN FIRST MU ROWS (NOT NECESSARY IN CASE MZ=0)
IF(MZ)14,14,10
10 JJ=1
J=1+MZ
IC=1+MUD
DO 13 I=1,MU
DO 12 K=1,MC
A(JJ)=0.0D0
IF(K-IC)11,11,12
11 A(JJ)=A(J)
J=J+1
12 JJ=JJ+1
13 IC=IC+1
C GENERATE TEST VALUE FOR SINGULARITY
14 TOL=EPS*PIV
C START DECOMPOSITION LOOP
KST=1
IDST=MC
IC=MC-1
DO 38 K=1,M
IF(K-MR-1)16,16,15
```

```
15 IDST=IDST-1
16 ID=IDST
   ILR=K+MLD
   IF(ILR-M)18,18,17
17 ILR=M
18 II=KST
C   PIVOT SEARCH IN FIRST COLUMN (ROW INDEXES FROM I=K UP TO I=ILR)
   PIV=0.0D0
   DO 22 I=K,ILR
     TB=DABS(A(II))
     IF(TB-PIV)20,20,19
19 PIV=TB
   J=I
   JJ=II
20 IF(I-MR)22,22,21
21 ID=ID-1
22 II=II+ID
C   TEST ON SINGULARITY
   IF(PIV)47,47,23
23 IF(IER)26,24,26
24 IF(PIV-TOL)25,25,26
25 IER=K-1
26 PIV=1./A(JJ)
C   PIVOT ROW REDUCTION AND ROW INTERCHANGE IN RIGHT HAND SIDE R
   ID=J-K
   DO 27 I=K,NM,M
     II=I+ID
     TB=PIV*R(II)
     R(II)=R(I)
27 R(I)=TB
C   PIVOT ROW REDUCTION AND ROW INTERCHANGE IN COEFFICIENT MATRIX A
   II=KST
   J=JJ+IC
   DO 28 I=JJ,J
     TB=PIV*A(I)
     A(I)=A(II)
     A(II)=TB
28 II=II+1
C   ELEMENT REDUCTION
   IF(K-ILR)29,34,34
29 ID=KST
   II=K+1
   MU=KST+1
   MZ=KST+IC
   DO 33 I=II,ILR
C   IN MATRIX A
     ID=ID+MC
     JJ=I-MR-1
     IF(JJ)31,31,30
30 ID=ID-JJ
31 PIV=-A(ID)
   J=ID+1
   DO 32 JJ=MU,MZ
     A(J-1)=A(J)+PIV*A(JJ)
32 J=J+1
   A(J-1)=0.0D0
C   IN MATRIX R
```

```
J=K
DO 33 JJ=I,NM,M
R(JJ)=R(JJ)+PIV*R(J)
33 J=J+M
34 KST=KST+MC
  IF(ILR-MR)36,35,35
35 IC=IC-1
36 ID=K-MR
  IF(ID)38,38,37
37 KST=KST-ID
38 CONTINUE
C   END OF DECOMPOSITION LOOP
C   BACK SUBSTITUTION
  IF(MC-1)46,46,39
39 IC=2
  KST=MA+ML-MC+2
  II=M
  DO 45 I=2,M
    KST=KST-MC
    II=II-1
    J=II-MR
    IF(J)41,41,40
40 KST=KST+J
41 DO 43 J=II,NM,M
  TB=R(J)
  MZ=KST+IC-2
  ID=J
  DO 42 JJ=KST,MZ
    ID=ID+1
42 TB=TB-A(JJ)*R(ID)
43 R(J)=TB
  IF(IC-MC)44,45,45
44 IC=IC+1
45 CONTINUE
46 RETURN
C   ERROR RETURN
47 WRITE(3,*)PIV
  IER=-1
  RETURN
END
```

□