

T.C.
FIRAT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

77658

ORTASINDA DAİRESEL DELİK BULUNAN KOMPOZİT
DÜZLEM LEVHALARDA ELASTO-PLASTİK
GERİLME ANALİZİ

FUAT OKUMUŞ

DOKTORA TEZİ

MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

FIRAT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
77658

77658

1998

ELAZIĞ

T.C.
FIRAT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ORTASINDA DAİRESEL DELİK BULUNAN KOMPOZİT
DÜZLEM LEVHALARDA ELASTO-PLASTİK
GERİLME ANALİZİ

FUAT OKUMUŞ

DOKTORA TEZİ
MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

Bu tez, 12/ MART/ 1999 Tarihinde, Aşağıda Belirtilen Jüri Tarafından
Oybirliği/Oyçokluğu ile Başarılı/Başarısız Olarak Değerlendirilmiştir.

Danışman



Prof. Dr. AYDIN TURGUT



Prof. Dr. SAMİ AKSOY



Doç Dr. MEHMET ÜLKER

ÖZET

Doktora Tezi

ORTASINDA DAİRESEL DELİK BULUNAN KOMPOZİT
DÜZLEM LEVHALARDA ELASTO – PLASTİK
GERİLME ANALİZİ

Fuat OKUMUŞ

Fırat Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Makina Mühendisliği Anabilim Dalı
1998, Sayfa:247

Bu çalışmada, ortasında dairesel delik bulunan kompozit malzemeden yapılmış levhalarda elasto – plastik gerilme analizi yapılmıştır. Analizde çözüm yöntemi olarak sonlu elemanlar metodu uygulanmış, malzeme olarak alüminyum matrix ve çelik fiberden oluşmuş kompozit malzeme kullanılmıştır.

Levha ortasındaki dairesel deliğin "R" çapı değiştirilerek farklı boyutlarda düzlemsel levhalar elde edilmiştir. Bu levhalara plastik deformasyon meydana getirecek şekilde arttırılarak üniform çeki yükleri tatbik edilmiştir. Oryantasyon açısına ve uygulanan yüklere bağlı olarak plastik bölgelerin yayılımı, elastik, elasto – plastik ve artık gerilmeler elde edilmiştir. Artık gerilmelerin levha yüksekliğine bağlı değişimi ve maximum gerilmelerin oluştuğu yerler araştırılmış sonuçlar grafik ve tablolar halinde sunulmuştur.

Sonuçta plastik bölgelerin oryantasyon açısına bağlı olarak delik çevresinde yayılım yaptığı, delik çapı büyüdükçe ortaya çıkan gerilmelerin de arttığı görülmüştür. Ayrıca uygulanan yükün artmasıyla plastik bölgelerin yayılımında da artımlar elde edilmiş, maximum gerilme değerlerinin oryantasyon açısına bağlı olarak değişim gösterdiği görülmüştür.

ANAHTAR KELİMELELER: Elasto – plastik gerilme analizi, plastik bölgeler, artık gerilme, oryantasyon açısı.

TEŞEKKÜR

Bu çalışmanın yapılıp sonuçlandırılmasında her türlü yardımı gösteren, çalışmanın her aşamasında sürekli ilgi ve katkılarıyla bana ışık tutan çok değerli insan danışman hocam Sayın Prof.Dr.Aydın TURGUT'a teşekkürü bir borç bilirim. Çalışmalarımda sürekli olarak yardımlarını gördüğüm ilgi ve alakasını hiç esirgemeyen çok değerli hocam Sayın Prof.Dr.Onur SAYMAN'a özellikle teşekkür ederim. Bölüm Başkanımız Sayın Prof.Dr.Kazım PIHTILI'ya, çok değerli mümtaz insan Sayın Prof.Dr. Ömer Erkin PEREMECİ'ye, çok kıymetli hocam Sayın Doç.Dr.Bülent TUTAK'a teşekkür eder saygılar sunarım. Ayrıca kendisinden istifade ettiğim Dr.Nurettin ARSLAN'a ve üniversitemizin makina mühendisliği Bölüm Elemanlarına teşekkür eder, saygılar sunarım.

Fuat OKUMUŞ
Makina Yüksek Mühendisi

**ÖZET
ABSTRAC**

TEŞEKKÜR
İÇİNDEKİLER
ŞEKİLLER LİSTESİ
TABLOLAR LİSTESİ
SİMGELER LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
1. GİRİŞ	1
2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI	4
3. SONLU ELEMANLAR METODU	8
3.1. Metod Hakkında Genel Bilgiler	8
3.2. Sonlu Elemanlar Metodunun Çalışma Şekli	9
3.3. Sonlu Elemanlar Metodunun Uygulama Alanları	10
3.4. Temel Eleman Şekilleri	11
3.5. Çözüm Bölgesinde Sonlu Elemanlar Ağının Teşkil Edilmesi	15
3.6. İnterpolasyon Fonksiyonları	15
3.6.1. Bir Değişgenli İnterpolasyon Fonksiyonu	16
3.6.2. İki Değişgenli İnterpolasyon Fonksiyonları	16
3.6.3. Genelleştirilmiş Koordinatlar ve Dügümsayısı-İnterpolasyon Fonksiyonu İlişkisi	17
3.6.4. İnterpolasyon Fonksiyonu Olarak Lagrange Polinomlarının Kullanılması	19
3.6.5. İki Boyutlu Elemanlar İçin İnterpolasyon Fonksiyonu Olarak Lagrange Polinomlarının Kullanılması	21
4. ANİZOTROPİK MALZEMELER İÇİN GERİLME- ŞEKİLDEĞİŞTİRME BAĞINTILARI	24
4.1. Genelleştirilmiş Hooke Yasası.....	24
4.2. Ortotropik Malzemede Düzlem Gerilme İçin Gerilme- Şekildeğiştirme Bağintıları	30
4.3. Keyfi Takviyeli Ortotropik Malzemede Düzlem Gerilme İçin Gerilme-Şekildeğiştirme Bağintıları	32
4.4. Kompozit Malzemenin Mukavemet Değerlerinin Bulunması	38
4.4.1. Kompozit Malzemede E_1 Elastisite Modülünün Bulunması	40
4.4.2. Kompozit Malzemelerin E_2 Elastisite Modülünün Bulunması	41
4.4.3. Kompozit Malzemenin Poisson Oranının Bulunması	42
4.4.4. Kompozit Malzemenin G_{12} Kayma Modülünün Bulunması	43

5. ELASTO-PLASTİK GERİLME ANALİZİ	46
5.1. Elasto-Plastik Gerilme Analizine Genel Yaklaşım	46
5.2. Akma Kriterleri	46
5.2.1. Maximum Gerilme Teorisi	49
5.2.2. Maximum Şekildeğiştirme Teorisi	51
5.2.3. Tsai - Hill Teorisi	54
5.2.4. Tsai - Wu Tansör Teorisi	57
5.3. Soğuk Sertleşme Teorisi	59
5.3.1. Anizotropik Şekildeğiştirme Sertleşmesi	59
5.3.2. Elasto-Plastik Gerilme-Şekildeğiştirme Bağlılıkları	61
6. PROBLEMİN ELASTO-PLASTİK SONLU ELEMAN ANALİZİ	66
6.1. Problemin Tanımı	66
6.2. Sonlu Elemanlar Metodunun Probleme Tatbik Edilmesi	66
6.2.1. Gerilme-Şekildeğiştirme Bağlılıklarının Kurulması	67
6.2.2. Sistemin Direngenlik Matrisi	74
6.2.3. Nümerik İntegrasyon	75
6.2.4. Sonlu Eleman Modelinin Kurulması	77
6.3. Elasto-Plastik Gerilmelerin Hesaplanması	77
7. SAYISAL ÇÖZÜMLER VE ELDE EDİLEN SONUÇLAR	83
7.1. Sonlu Eleman Ağının Elde Edilmesi	83
7.2. Düğüm Noktalarının Numaralandırılması	85
7.3. Elde Edilen Sonuçlar	88
7.3.1. Değişik Modellerde Farklı Yükleme ve Oryantasyon Açılarına Göre Plastik Bölgelerin Yayılımı	88
7.3.2. Ortası Dairesel Delikli Levhalarda σ_x İç Gerilme Bileşeninin Levha Yüksekliğine Bağlı Olarak Değişimi	101
7.3.3. Ortası Dairesel Delikli Levhalarda Meydana Gelen Elastik, Plastik Ve Artık Gerilmelerin Maximum Normal Gerilme Bileşenlerinin (σ_{xmax}) Oluştduğu Noktalar	125
7.3.4. Ortası Dairesel Delikli Levhalarda Meydana Gelen Gerilmelerin Levha Yüksekliğine Bağlı Olarak Değişimi	149
8. GENEL SONUÇLAR VE ÖNERİLER	213

KAYNAKLAR

EK . Elasto-Plastik Gerilme Analizi Yapan Bilgisayar Programı

ŞEKİLLER LİSTESİ

	Sayfa
Şekil 3.1. Bir Boyutlu Elemanlar	12
Şekil 3.2. İki Boyutlu Eleman Şekilleri	12
Şekil 3.3. Üçgen Elemanların Kombinasyonundan Elde Edilen Yamuk Elemanlar	13
Şekil 3.4. Üç Boyutlu Elemanlar	13
Şekil 3.5. Asimetrik Halka Elemanlar	14
Şekil 3.6. İzoparametrik Eleman Şekilleri	14
Şekil 3.7. İki Boyutlu Polinom Terimleri	17
Şekil 3.8. Verilen Bir Fonksiyonun Lagrange Polinomuyla Yaklaşık İfadesi	20
Şekil 3.9. İki Boyutlu 4 Düğümlü Eleman	22
Şekil 3.10. Dokuz Düğümlü İki Boyutlu Elemanın İnterpolasyon fonksiyonları	23
Şekil 4.1. Ortotropik Malzemenin Düzlemsel Durumu	30
Şekil 4.2. x-y Eksen Takımıyla θ Açısı Yapan Ortotropik Kompozit Levha Elemanı	33
Şekil 4.3. 1- Doğrultusunda Yüklenmiş Kompozit Malzeme	40
Şekil 4.4. 2- Doğrultusunda Yüklenmiş Kompozit Malzeme	41
Şekil 4.5. 1- Doğrultusunda Yüklenmiş Kompozit Malzeme	42
Şekil 4.6. Kompozit Malzemede Kayma Gerilmesi	44
Şekil 5.1. Malzemenin Gerilme-Şekildeğiştirme Diyagramı ve Mekanik Yüklemedeki Davranışının Dinamik Modelleri : (a) Tam Elastik (b) Rijit, Tam Plastik (c) Rijit, Lineer Şekildeğiştirme Sertleşmeli (d) Elastik, Tam Plastik Davranış	48
Şekil 5.2. Kompozit Malzemede Eksenel Olmayan Yükleme Durumu .	50
Şekil 5.3. Maximum Gerilme Teorisi (Çekme Gerilmesinde Deneysel Sonuçlar, Basma Halinde Deneysel Sonuçlar)	51
Şekil 5.4. Maximum Şekildeğiştirme Teorisi (Çekme Halinde Deneysel Sonuçlar, Basma Halinde Deneysel Sonuçlar)	54
Şekil 5.5. 1- Doğrultusundaki Takviye Edilmiş Kompozit Malzeme	56
Şekil 5.6. Tsai-Hill Teorisi (Çekme Durumundaki Deneysel Sonuçlar, Basma Durumundaki Deneysel Sonuçlar)	57
Şekil 5.7. Tsai-Wu Tansör Teori	59
Şekil 6.1. Ortasında Dairesel Delik Bulunan Kompozit Levha	65
Şekil 6.2. Kompozit Malzemenin Yapımı	65
Şekil 6.3. Dokuz Düğümlü İki Boyutlu İzoparametrik Eleman	67
Şekil 6.4. $1/4$ Levhada Kurulan Sonlu Eleman Modeli	77
Şekil 6.5. Başlangıç Gerilmesi Metodu	79
Şekil 7.1. İki Kısma Ayrılmış Düzlemsel Levha	83
Şekil 7.2. Yarım Parça Düzlemsel Levhanın Sonlu Eleman Ağının Elde Edilmesi (1 Numaralı Kısım)	84

VII

Şekil 7.3.	Yarım Parça Düzlemsel Levhanın Sonlu Eleman Ağının Elde Edilmesi (2 Numaralı Kısım)	85
Şekil 7.4.	Sonlu Eleman Ağında Düğüm Noktalarının Numaralandırılması (a) Dikdörtgen Elemanda Numaralandırma (b) Dairesel Formda Numaralandırma	86
Şekil 7.5.	Çözüm Bölgesi Sonlu Elemanlara Ayrılmış Ortası Delikli Levha	87
Şekil 7.6.	Farklı Yükleme Basamaklarında Plastik Bölgelerin Yayılışı ($R = 25\text{mm}$, $\theta = 0^\circ$)	91
Şekil 7.7.	Farklı Yükleme Basamaklarında Plastik Bölgelerin Yayılışı ($R = 25\text{mm}$, $\theta = 15^\circ$)	91
Şekil 7.8.	Farklı Yükleme Basamaklarında Plastik Bölgelerin Yayılışı ($R = 25\text{mm}$, $\theta = 30^\circ$)	92
Şekil 7.9.	Farklı Yükleme Basamaklarında Plastik Bölgelerin Yayılışı ($R = 25\text{mm}$, $\theta = 45^\circ$)	92
Şekil 7.10.	Farklı Yükleme Basamaklarında Plastik Bölgelerin Yayılışı ($R = 25\text{mm}$, $\theta = 60^\circ$)	93
Şekil 7.11.	Farklı Yükleme Basamaklarında Plastik Bölgelerin Yayılışı ($R = 25\text{mm}$, $\theta = 75^\circ$)	93
Şekil 7.12.	Farklı Yükleme Basamaklarında Plastik Bölgelerin Yayılışı ($R = 25\text{mm}$, $\theta = 90^\circ$)	94
Şekil 7.13.	Farklı Yükleme Basamaklarında Plastik Bölgelerin Yayılışı ($R = 30\text{mm}$, $\theta = 0^\circ$)	94
Şekil 7.14.	Farklı Yükleme Basamaklarında Plastik Bölgelerin Yayılışı ($R = 30\text{mm}$, $\theta = 15^\circ$)	95
Şekil 7.15.	Farklı Yükleme Basamaklarında Plastik Bölgelerin Yayılışı ($R = 30\text{mm}$, $\theta = 30^\circ$)	95
Şekil 7.16.	Farklı Yükleme Basamaklarında Plastik Bölgelerin Yayılışı ($R = 30\text{mm}$, $\theta = 45^\circ$)	96
Şekil 7.17.	Farklı Yükleme Basamaklarında Plastik Bölgelerin Yayılışı ($R = 30\text{mm}$, $\theta = 60^\circ$)	96
Şekil 7.18.	Farklı Yükleme Basamaklarında Plastik Bölgelerin Yayılışı ($R = 30\text{mm}$, $\theta = 75^\circ$)	97
Şekil 7.19.	Farklı Yükleme Basamaklarında Plastik Bölgelerin Yayılışı ($R = 30\text{mm}$, $\theta = 90^\circ$)	97
Şekil 7.20.	Farklı Yükleme Basamaklarında Plastik Bölgelerin Yayılışı ($R = 40\text{mm}$, $\theta = 0^\circ$)	98
Şekil 7.21.	Farklı Yükleme Basamaklarında Plastik Bölgelerin Yayılışı ($R = 40\text{mm}$, $\theta = 30^\circ$)	98
Şekil 7.22.	Farklı Yükleme Basamaklarında Plastik Bölgelerin Yayılışı ($R = 40\text{mm}$, $\theta = 45^\circ$)	99
Şekil 7.23.	Farklı Yükleme Basamaklarında Plastik Bölgelerin Yayılışı ($R = 40\text{mm}$, $\theta = 60^\circ$)	99
Şekil 7.24.	Farklı Yükleme Basamaklarında Plastik Bölgelerin Yayılışı ($R = 40\text{mm}$, $\theta = 75^\circ$)	100

VIII

Şekil 7.25.	Farklı Yükleme Basamaklarında Plastik Bölgelerin Yayılışı ($R = 40\text{mm}$, $\theta = 90^\circ$)	100
Şekil 7.26.	Farklı Yükleme Basamaklarında, σ_x İç Gerilme Bileşeninin Dairesel Delik ve Levha Yüksekliği Arasında Değişimi ($R = 25\text{mm}$, $\theta = 0^\circ$)	105
Şekil 7.27.	Farklı Yükleme Basamaklarında, σ_x İç Gerilme Bileşeninin Dairesel Delik ve Levha Yüksekliği Arasında Değişimi ($R = 25\text{mm}$, $\theta = 15^\circ$)	106
Şekil 7.28.	Farklı Yükleme Basamaklarında, σ_x İç Gerilme Bileşeninin Dairesel Delik ve Levha Yüksekliği Arasında Değişimi ($R = 25\text{mm}$, $\theta = 30^\circ$)	107
Şekil 7.29.	Farklı Yükleme Basamaklarında, σ_x İç Gerilme Bileşeninin Dairesel Delik ve Levha Yüksekliği Arasında Değişimi ($R = 25\text{mm}$, $\theta = 45^\circ$)	108
Şekil 7.30.	Farklı Yükleme Basamaklarında, σ_x İç Gerilme Bileşeninin Dairesel Delik ve Levha Yüksekliği Arasında Değişimi ($R = 25\text{mm}$, $\theta = 60^\circ$)	109
Şekil 7.31.	Farklı Yükleme Basamaklarında, σ_x İç Gerilme Bileşeninin Dairesel Delik ve Levha Yüksekliği Arasında Değişimi ($R = 25\text{mm}$, $\theta = 75^\circ$)	110
Şekil 7.32.	Farklı Yükleme Basamaklarında, σ_x İç Gerilme Bileşeninin Dairesel Delik ve Levha Yüksekliği Arasında Değişimi ($R = 25\text{mm}$, $\theta = 90^\circ$)	111
Şekil 7.33.	Farklı Yükleme Basamaklarında, σ_x İç Gerilme Bileşeninin Dairesel Delik ve Levha Yüksekliği Arasında Değişimi ($R = 30\text{mm}$, $\theta = 0^\circ$)	112
Şekil 7.34.	Farklı Yükleme Basamaklarında, σ_x İç Gerilme Bileşeninin Dairesel Delik ve Levha Yüksekliği Arasında Değişimi ($R = 30\text{mm}$, $\theta = 15^\circ$)	113
Şekil 7.35.	Farklı Yükleme Basamaklarında, σ_x İç Gerilme Bileşeninin Dairesel Delik ve Levha Yüksekliği Arasında Değişimi ($R = 30\text{mm}$, $\theta = 30^\circ$)	114
Şekil 7.36.	Farklı Yükleme Basamaklarında, σ_x İç Gerilme Bileşeninin Dairesel Delik ve Levha Yüksekliği Arasında Değişimi ($R = 30\text{mm}$, $\theta = 45^\circ$)	115
Şekil 7.37.	Farklı Yükleme Basamaklarında, σ_x İç Gerilme Bileşeninin Dairesel Delik ve Levha Yüksekliği Arasında Değişimi ($R = 30\text{mm}$, $\theta = 60^\circ$)	116
Şekil 7.38.	Farklı Yükleme Basamaklarında, σ_x İç Gerilme Bileşeninin Dairesel Delik ve Levha Yüksekliği Arasında Değişimi ($R = 30\text{mm}$, $\theta = 75^\circ$)	117
Şekil 7.39.	Farklı Yükleme Basamaklarında, σ_x İç Gerilme Bileşeninin Dairesel Delik ve Levha Yüksekliği Arasında Değişimi ($R = 30\text{mm}$, $\theta = 90^\circ$)	118

Şekil 7.40.	Farklı Yükleme Basamaklarında, σ_x İç Gerilme Bileşeninin Dairesel Delik ve Levha Yüksekliği Arasında Değişimi ($R = 40\text{mm}$, $\theta = 0^\circ$)	119
Şekil 7.41.	Farklı Yükleme Basamaklarında, σ_x İç Gerilme Bileşeninin Dairesel Delik ve Levha Yüksekliği Arasında Değişimi ($R = 40\text{mm}$, $\theta = 30^\circ$)	120
Şekil 7.42.	Farklı Yükleme Basamaklarında, σ_x İç Gerilme Bileşeninin Dairesel Delik ve Levha Yüksekliği Arasında Değişimi ($R = 40\text{mm}$, $\theta = 45^\circ$)	121
Şekil 7.43.	Farklı Yükleme Basamaklarında, σ_x İç Gerilme Bileşeninin Dairesel Delik ve Levha Yüksekliği Arasında Değişimi ($R = 40\text{mm}$, $\theta = 60^\circ$)	122
Şekil 7.44.	Farklı Yükleme Basamaklarında, σ_x İç Gerilme Bileşeninin Dairesel Delik ve Levha Yüksekliği Arasında Değişimi ($R = 40\text{mm}$, $\theta = 75^\circ$)	123
Şekil 7.45.	Farklı Yükleme Basamaklarında, σ_x İç Gerilme Bileşeninin Dairesel Delik ve Levha Yüksekliği Arasında Değişimi ($R = 40\text{mm}$, $\theta = 90^\circ$)	124
Şekil 7.46.	Ortası Delikli Levhada $R = 25\text{mm}$, $\theta = 0^\circ$ İçin Farklı Yükleme Basamaklarında Meydana Gelen Maximum Normal Gerilmelerin Oluştugu Noktalar	129
Şekil 7.47.	Ortası Delikli Levhada $R = 25\text{mm}$, $\theta = 15^\circ$ İçin Farklı Yükleme Basamaklarında Meydana Gelen Maximum Normal Gerilmelerin Oluştugu Noktalar	130
Şekil 7.48.	Ortası Delikli Levhada $R = 25\text{mm}$, $\theta = 30^\circ$ İçin Farklı Yükleme Basamaklarında Meydana Gelen Maximum Normal Gerilmelerin Oluştugu Noktalar	131
Şekil 7.49.	Ortası Delikli Levhada $R = 25\text{mm}$, $\theta = 45^\circ$ İçin Farklı Yükleme Basamaklarında Meydana Gelen Maximum Normal Gerilmelerin Oluştugu Noktalar	132
Şekil 7.50.	Ortası Delikli Levhada $R = 25\text{mm}$, $\theta = 60^\circ$ İçin Farklı Yükleme Basamaklarında Meydana Gelen Maximum Normal Gerilmelerin Oluştugu Noktalar	133
Şekil 7.51.	Ortası Delikli Levhada $R = 25\text{mm}$, $\theta = 75^\circ$ İçin Farklı Yükleme Basamaklarında Meydana Gelen Maximum Normal Gerilmelerin Oluştugu Noktalar	134
Şekil 7.52.	Ortası Delikli Levhada $R = 25\text{mm}$, $\theta = 90^\circ$ İçin Farklı Yükleme Basamaklarında Meydana Gelen Maximum Normal Gerilmelerin Oluştugu Noktalar	135
Şekil 7.53.	Ortası Delikli Levhada $R = 30\text{mm}$, $\theta = 0^\circ$ İçin Farklı Yükleme Basamaklarında Meydana Gelen Maximum Normal Gerilmelerin Oluştugu Noktalar	136
Şekil 7.54.	Ortası Delikli Levhada $R = 30\text{mm}$, $\theta = 15^\circ$ İçin Farklı Yükleme Basamaklarında Meydana Gelen Maximum Normal Gerilmelerin Oluştugu Noktalar	137

Şekil 7.55.	Ortası Delikli Levhada $R = 30\text{mm}$, $\theta = 30^\circ$ İçin Farklı Yükleme Basamaklarında Meydana Gelen Maximum Normal Gerilmelerin Oluştugu Noktalar	138
Şekil 7.56.	Ortası Delikli Levhada $R = 30\text{mm}$, $\theta = 45^\circ$ İçin Farklı Yükleme Basamaklarında Meydana Gelen Maximum Normal Gerilmelerin Oluştugu Noktalar	139
Şekil 7.57.	Ortası Delikli Levhada $R = 30\text{mm}$, $\theta = 60^\circ$ İçin Farklı Yükleme Basamaklarında Meydana Gelen Maximum Normal Gerilmelerin Oluştugu Noktalar	140
Şekil 7.58.	Ortası Delikli Levhada $R = 30\text{mm}$, $\theta = 75^\circ$ İçin Farklı Yükleme Basamaklarında Meydana Gelen Maximum Normal Gerilmelerin Oluştugu Noktalar	141
Şekil 7.59.	Ortası Delikli Levhada $R = 30\text{mm}$, $\theta = 90^\circ$ İçin Farklı Yükleme Basamaklarında Meydana Gelen Maximum Normal Gerilmelerin Oluştugu Noktalar	142
Şekil 7.60.	Ortası Delikli Levhada $R = 40\text{mm}$, $\theta = 0^\circ$ İçin Farklı Yükleme Basamaklarında Meydana Gelen Maximum Normal Gerilmelerin Oluştugu Noktalar	143
Şekil 7.61.	Ortası Delikli Levhada $R = 40\text{mm}$, $\theta = 30^\circ$ İçin Farklı Yükleme Basamaklarında Meydana Gelen Maximum Normal Gerilmelerin Oluştugu Noktalar	144
Şekil 7.62.	Ortası Delikli Levhada $R = 40\text{mm}$, $\theta = 45^\circ$ İçin Farklı Yükleme Basamaklarında Meydana Gelen Maximum Normal Gerilmelerin Oluştugu Noktalar	145
Şekil 7.63.	Ortası Delikli Levhada $R = 40\text{mm}$, $\theta = 60^\circ$ İçin Farklı Yükleme Basamaklarında Meydana Gelen Maximum Normal Gerilmelerin Oluştugu Noktalar	146
Şekil 7.64.	Ortası Delikli Levhada $R = 40\text{mm}$, $\theta = 75^\circ$ İçin Farklı Yükleme Basamaklarında Meydana Gelen Maximum Normal Gerilmelerin Oluştugu Noktalar	147
Şekil 7.65.	Ortası Delikli Levhada $R = 40\text{mm}$, $\theta = 90^\circ$ İçin Farklı Yükleme Basamaklarında Meydana Gelen Maximum Normal Gerilmelerin Oluştugu Noktalar	148
Şekil 7.66.	Yükleme Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düğüm Noktaları (A-Noktası Düğüm No=13, B-Noktası Düğüm No=45, C-Noktası Düğüm No=77)	153
Şekil 7.67.	Yükleme Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düğüm Noktaları (A-Noktası Düğüm No=13, B-Noktası Düğüm No=45, C-Noktası Düğüm No=77)	154
Şekil 7.68.	Yükleme Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düğüm Noktaları (A-Noktası Düğüm No=13, B-Noktası Düğüm No=45, C-Noktası Düğüm No=77)	155

Şekil 7.69.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düşüm Noktaları (A-Noktası Düşüm No=13, B-Noktası Düşüm No=141, C-Noktası Düşüm No=269)	156
Şekil 7.70.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düşüm Noktaları (A-Noktası Düşüm No=13, B-Noktası Düşüm No=141, C-Noktası Düşüm No=269)	157
Şekil 7.71.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düşüm Noktaları (A-Noktası Düşüm No=13, B-Noktası Düşüm No=141, C-Noktası Düşüm No=269)	158
Şekil 7.72.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düşüm Noktaları (A-Noktası Düşüm No=13, B-Noktası Düşüm No=141, C-Noktası Düşüm No=269)	159
Şekil 7.73.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düşüm Noktaları (A-Noktası Düşüm No=13, B-Noktası Düşüm No=141, C-Noktası Düşüm No=269)	160
Şekil 7.74.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düşüm Noktaları (A-Noktası Düşüm No=13, B-Noktası Düşüm No=141, C-Noktası Düşüm No=269)	161
Şekil 7.75.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düşüm Noktaları (A-Noktası Düşüm No=13, B-Noktası Düşüm No=141, C-Noktası Düşüm No=269)	162
Şekil 7.76.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düşüm Noktaları (A-Noktası Düşüm No=13, B-Noktası Düşüm No=141, C-Noktası Düşüm No=269)	163
Şekil 7.77.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düşüm Noktaları (A-Noktası Düşüm No=13, B-Noktası Düşüm No=141, C-Noktası Düşüm No=269)	164
Şekil 7.78.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düşüm Noktaları (A-Noktası Düşüm No=13, B-Noktası Düşüm No=141, C-Noktası Düşüm No=269)	165
Şekil 7.79.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düşüm Noktaları (A-Noktası Düşüm No=13, B-Noktası Düşüm No=141, C-Noktası Düşüm No=269)	166

Şekil 7.80.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düşüm Noktaları (A-Noktası Düşüm No=13, B-Noktası Düşüm No=141, C-Noktası Düşüm No=269)	167
Şekil 7.81.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düşüm Noktaları (A-Noktası Düşüm No=13, B-Noktası Düşüm No=141, C-Noktası Düşüm No=269)	168
Şekil 7.82.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düşüm Noktaları (A-Noktası Düşüm No=13, B-Noktası Düşüm No=141, C-Noktası Düşüm No=269)	169
Şekil 7.83.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düşüm Noktaları (A-Noktası Düşüm No=13, B-Noktası Düşüm No=141, C-Noktası Düşüm No=269)	170
Şekil 7.84.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düşüm Noktaları (A-Noktası Düşüm No=13, B-Noktası Düşüm No=45, C-Noktası Düşüm No=77)	171
Şekil 7.85.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düşüm Noktaları (A-Noktası Düşüm No=13, B-Noktası Düşüm No=45, C-Noktası Düşüm No=77)	172
Şekil 7.86.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düşüm Noktaları (A-Noktası Düşüm No=13, B-Noktası Düşüm No=45, C-Noktası Düşüm No=77)	173
Şekil 7.87.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düşüm Noktaları (A-Noktası Düşüm No=13, B-Noktası Düşüm No=45, C-Noktası Düşüm No=77)	174
Şekil 7.88.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düşüm Noktaları (A-Noktası Düşüm No=13, B-Noktası Düşüm No=45, C-Noktası Düşüm No=77)	175
Şekil 7.89.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düşüm Noktaları (A-Noktası Düşüm No=13, B-Noktası Düşüm No=45, C-Noktası Düşüm No=77)	176
Şekil 7.90.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düşüm Noktaları (A-Noktası Düşüm No=13, B-Noktası Düşüm No=141, C-Noktası Düşüm No=269)	177

Şekil 7.91.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düşüm Noktaları (A-Noktası Düşüm No=13, B-Noktası Düşüm No=141, C-Noktası Düşüm No=269)	178
Şekil 7.92.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düşüm Noktaları (A-Noktası Düşüm No=13, B-Noktası Düşüm No=141, C-Noktası Düşüm No=269)	179
Şekil 7.93.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düşüm Noktaları (A-Noktası Düşüm No=13, B-Noktası Düşüm No=141, C-Noktası Düşüm No=269)	180
Şekil 7.94.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düşüm Noktaları (A-Noktası Düşüm No=13, B-Noktası Düşüm No=141, C-Noktası Düşüm No=269)	181
Şekil 7.95.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düşüm Noktaları (A-Noktası Düşüm No=13, B-Noktası Düşüm No=141, C-Noktası Düşüm No=269)	182
Şekil 7.96.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düşüm Noktaları (A-Noktası Düşüm No=13, B-Noktası Düşüm No=141, C-Noktası Düşüm No=269)	183
Şekil 7.97.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düşüm Noktaları (A-Noktası Düşüm No=13, B-Noktası Düşüm No=141, C-Noktası Düşüm No=269)	184
Şekil 7.98.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düşüm Noktaları (A-Noktası Düşüm No=13, B-Noktası Düşüm No=141, C-Noktası Düşüm No=269)	185
Şekil 7.99.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düşüm Noktaları (A-Noktası Düşüm No=13, B-Noktası Düşüm No=141, C-Noktası Düşüm No=269)	186
Şekil 7.100.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düşüm Noktaları (A-Noktası Düşüm No=13, B-Noktası Düşüm No=141, C-Noktası Düşüm No=269)	187
Şekil 7.101.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düşüm Noktaları (A-Noktası Düşüm No=13, B-Noktası Düşüm No=141, C-Noktası Düşüm No=269)	188

XIV

Şekil 7.102.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düşüm Noktaları (A-Noktası Düşüm No=13, B-Noktası Düşüm No=141, C-Noktası Düşüm No=269)	189
Şekil 7.103.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düşüm Noktaları (A-Noktası Düşüm No=13, B-Noktası Düşüm No=141, C-Noktası Düşüm No=269)	190
Şekil 7.104.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düşüm Noktaları (A-Noktası Düşüm No=13, B-Noktası Düşüm No=141, C-Noktası Düşüm No=269)	191
Şekil 7.105.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düşüm Noktaları (A-Noktası Düşüm No=13, B-Noktası Düşüm No=45, C-Noktası Düşüm No=77)	192
Şekil 7.106.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düşüm Noktaları (A-Noktası Düşüm No=13, B-Noktası Düşüm No=45, C-Noktası Düşüm No=77)	193
Şekil 7.107.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düşüm Noktaları (A-Noktası Düşüm No=13, B-Noktası Düşüm No=45, C-Noktası Düşüm No=77)	194
Şekil 7.108.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düşüm Noktaları (A-Noktası Düşüm No=13, B-Noktası Düşüm No=45, C-Noktası Düşüm No=77)	195
Şekil 7.109.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düşüm Noktaları (A-Noktası Düşüm No=13, B-Noktası Düşüm No=45, C-Noktası Düşüm No=77)	196
Şekil 7.110.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düşüm Noktaları (A-Noktası Düşüm No=13, B-Noktası Düşüm No=45, C-Noktası Düşüm No=77)	197
Şekil 7.111.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düşüm Noktaları (A-Noktası Düşüm No=13, B-Noktası Düşüm No=141, C-Noktası Düşüm No=269)	198
Şekil 7.112.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düşüm Noktaları (A-Noktası Düşüm No=13, B-Noktası Düşüm No=141, C-Noktası Düşüm No=269)	199

Şekil 7.113.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düğüm Noktaları (A-Noktası Düğüm No=13, B-Noktası Düğüm No=141, C-Noktası Düğüm No=269)	200
Şekil 7.114.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düğüm Noktaları (A-Noktası Düğüm No=13, B-Noktası Düğüm No=141, C-Noktası Düğüm No=269)	201
Şekil 7.115.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düğüm Noktaları (A-Noktası Düğüm No=13, B-Noktası Düğüm No=141, C-Noktası Düğüm No=269)	202
Şekil 7.116.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düğüm Noktaları (A-Noktası Düğüm No=13, B-Noktası Düğüm No=141, C-Noktası Düğüm No=269)	203
Şekil 7.117.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düğüm Noktaları (A-Noktası Düğüm No=13, B-Noktası Düğüm No=141, C-Noktası Düğüm No=269)	204
Şekil 7.118.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düğüm Noktaları (A-Noktası Düğüm No=13, B-Noktası Düğüm No=141, C-Noktası Düğüm No=269)	205
Şekil 7.119.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düğüm Noktaları (A-Noktası Düğüm No=13, B-Noktası Düğüm No=141, C-Noktası Düğüm No=269)	206
Şekil 7.120.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düğüm Noktaları (A-Noktası Düğüm No=13, B-Noktası Düğüm No=141, C-Noktası Düğüm No=269)	207
Şekil 7.121.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düğüm Noktaları (A-Noktası Düğüm No=13, B-Noktası Düğüm No=141, C-Noktası Düğüm No=269)	208
Şekil 7.122.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düğüm Noktaları (A-Noktası Düğüm No=13, B-Noktası Düğüm No=141, C-Noktası Düğüm No=269)	209
Şekil 7.123.	Yüklemeye Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düğüm Noktaları (A-Noktası Düğüm No=13, B-Noktası Düğüm No=45, C-Noktası Düğüm No=77)	210

Şekil 7.124. Yükleme Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düğüm Noktaları (A-Noktası Düğüm No=13, B-Noktası Düğüm No=45, C-Noktası Düğüm No=77)	211
Şekil 7.125. Yükleme Doğrultusuna Dik Eksende, Dairesel Delikten Farklı Uzaklıklarda Seçilen Düğüm Noktaları (A-Noktası Düğüm No=13, B-Noktası Düğüm No=45, C-Noktası Düğüm No=77)	212



TABLOLAR LİSTESİ

	Sayfa
Tablo 3.1. Üçgen ve Dikdörtgen Elemanlar İçin Düğüm Sayısı- Interpolasyon Fonksiyonu İlişkisi	18
Tablo 3.2. Bir Boyutlu Elemanın 2'den 4'e Kadar Değişen Düğüm Sayılarına Göre Interpolasyon Fonksiyonları (Bathe, 1982, s.199)	21
Tablo 4.1. Gerilme-Şekildeğiştirme İçin Tansör ve Kısaltılmış Notasyon Tablosu	25
Tablo 6.1. Kompozit Malzemenin Mekanik Özellikleri ve Mukavemet Değerleri	66
Tablo 7.1. Oryantasyon Açısı, Delik Çapı ve Farklı Yükleme Basamaklarına Bağlı Olarak, Max. Normal Gerilmelerin Oluşturduğu Düğüm Noktaları ve Gerilme Değerleri (R = 25mm, $\theta = 0^\circ$)	129
Tablo 7.2. Oryantasyon Açısı, Delik Çapı ve Farklı Yükleme Basamaklarına Bağlı Olarak, Max. Normal Gerilmelerin Oluşturduğu Düğüm Noktaları ve Gerilme Değerleri (R = 25mm, $\theta = 15^\circ$)	130
Tablo 7.3. Oryantasyon Açısı, Delik Çapı ve Farklı Yükleme Basamaklarına Bağlı Olarak, Max. Normal Gerilmelerin Oluşturduğu Düğüm Noktaları ve Gerilme Değerleri (R = 25mm, $\theta = 30^\circ$)	131
Tablo 7.4. Oryantasyon Açısı, Delik Çapı ve Farklı Yükleme Basamaklarına Bağlı Olarak, Max. Normal Gerilmelerin Oluşturduğu Düğüm Noktaları ve Gerilme Değerleri (R = 25mm, $\theta = 45^\circ$)	132
Tablo 7.5. Oryantasyon Açısı, Delik Çapı ve Farklı Yükleme Basamaklarına Bağlı Olarak, Max. Normal Gerilmelerin Oluşturduğu Düğüm Noktaları ve Gerilme Değerleri (R = 25mm, $\theta = 60^\circ$)	133
Tablo 7.6. Oryantasyon Açısı, Delik Çapı ve Farklı Yükleme Basamaklarına Bağlı Olarak, Max. Normal Gerilmelerin Oluşturduğu Düğüm Noktaları ve Gerilme Değerleri (R = 25mm, $\theta = 75^\circ$)	134
Tablo 7.7. Oryantasyon Açısı, Delik Çapı ve Farklı Yükleme Basamaklarına Bağlı Olarak, Max. Normal Gerilmelerin Oluşturduğu Düğüm Noktaları ve Gerilme Değerleri (R = 25mm, $\theta = 90^\circ$)	135
Tablo 7.8. Oryantasyon Açısı, Delik Çapı ve Farklı Yükleme Basamaklarına Bağlı Olarak, Max. Normal Gerilmelerin Oluşturduğu Düğüm Noktaları ve Gerilme Değerleri (R = 30mm, $\theta = 0^\circ$)	136

Tablo 7.9.	Oryantasyon Açısı, Delik Çapı ve Farklı Yükleme Basamaklarına Bağlı Olarak, Max. Normal Gerilmelerin Oluşturduğu Düğüm Noktaları ve Gerilme Değerleri ($R = 30\text{mm}$, $\theta = 15^\circ$)	137
Tablo 7.10.	Oryantasyon Açısı, Delik Çapı ve Farklı Yükleme Basamaklarına Bağlı Olarak, Max. Normal Gerilmelerin Oluşturduğu Düğüm Noktaları ve Gerilme Değerleri ($R = 30\text{mm}$, $\theta = 30^\circ$)	138
Tablo 7.11.	Oryantasyon Açısı, Delik Çapı ve Farklı Yükleme Basamaklarına Bağlı Olarak, Max. Normal Gerilmelerin Oluşturduğu Düğüm Noktaları ve Gerilme Değerleri ($R = 30\text{mm}$, $\theta = 45^\circ$)	139
Tablo 7.12.	Oryantasyon Açısı, Delik Çapı ve Farklı Yükleme Basamaklarına Bağlı Olarak, Max. Normal Gerilmelerin Oluşturduğu Düğüm Noktaları ve Gerilme Değerleri ($R = 30\text{mm}$, $\theta = 60^\circ$)	140
Tablo 7.13.	Oryantasyon Açısı, Delik Çapı ve Farklı Yükleme Basamaklarına Bağlı Olarak, Max. Normal Gerilmelerin Oluşturduğu Düğüm Noktaları ve Gerilme Değerleri ($R = 30\text{mm}$, $\theta = 75^\circ$)	141
Tablo 7.14.	Oryantasyon Açısı, Delik Çapı ve Farklı Yükleme Basamaklarına Bağlı Olarak, Max. Normal Gerilmelerin Oluşturduğu Düğüm Noktaları ve Gerilme Değerleri ($R = 30\text{mm}$, $\theta = 90^\circ$)	142
Tablo 7.15.	Oryantasyon Açısı, Delik Çapı ve Farklı Yükleme Basamaklarına Bağlı Olarak, Max. Normal Gerilmelerin Oluşturduğu Düğüm Noktaları ve Gerilme Değerleri ($R = 40\text{mm}$, $\theta = 0^\circ$)	143
Tablo 7.16.	Oryantasyon Açısı, Delik Çapı ve Farklı Yükleme Basamaklarına Bağlı Olarak, Max. Normal Gerilmelerin Oluşturduğu Düğüm Noktaları ve Gerilme Değerleri ($R = 40\text{mm}$, $\theta = 30^\circ$)	144
Tablo 7.17.	Oryantasyon Açısı, Delik Çapı ve Farklı Yükleme Basamaklarına Bağlı Olarak, Max. Normal Gerilmelerin Oluşturduğu Düğüm Noktaları ve Gerilme Değerleri ($R = 40\text{mm}$, $\theta = 45^\circ$)	145
Tablo 7.18.	Oryantasyon Açısı, Delik Çapı ve Farklı Yükleme Basamaklarına Bağlı Olarak, Max. Normal Gerilmelerin Oluşturduğu Düğüm Noktaları ve Gerilme Değerleri ($R = 40\text{mm}$, $\theta = 60^\circ$)	146
Tablo 7.19.	Oryantasyon Açısı, Delik Çapı ve Farklı Yükleme Basamaklarına Bağlı Olarak, Max. Normal Gerilmelerin Oluşturduğu Düğüm Noktaları ve Gerilme Değerleri ($R = 40\text{mm}$, $\theta = 75^\circ$)	147

Tablo 7.20.	Oryantasyon Açısı, Delik Çapı ve Farklı Yükleme Basamaklarına Bağlı Olarak, Max. Normal Gerilmelerin Oluşturduğu Düğüm Noktaları ve Gerilme Değerleri ($R = 40\text{mm}$, $\theta = 90^\circ$)	148
Tablo 7.21.	$R = 25\text{mm}$, $P = 25\text{ MPa}$, $\theta = 0^\circ$ İçin A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	153
Tablo 7.22.	$R = 25\text{mm}$, $P = 25\text{ MPa}$, $\theta = 0^\circ$ İçin B Noktasındaki (Düğüm No:45) Gerilmeler	153
Tablo 7.23.	$R = 25\text{mm}$, $P = 25\text{ MPa}$, $\theta = 0^\circ$ İçin C Noktasındaki (Düğüm No:77) Gerilmeler	153
Tablo 7.24.	$R = 25\text{mm}$, $P = 30\text{ MPa}$, $\theta = 0^\circ$ İçin A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	154
Tablo 7.25.	$R = 25\text{mm}$, $P = 30\text{ MPa}$, $\theta = 0^\circ$ İçin B Noktasındaki (Düğüm No:45) Gerilmeler	154
Tablo 7.26.	$R = 25\text{mm}$, $P = 30\text{ MPa}$, $\theta = 0^\circ$ İçin C Noktasındaki (Düğüm No:77) Gerilmeler	154
Tablo 7.27.	$R = 25\text{mm}$, $P = 35\text{ MPa}$, $\theta = 0^\circ$ İçin A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	155
Tablo 7.28.	$R = 25\text{mm}$, $P = 35\text{ MPa}$, $\theta = 0^\circ$ İçin B Noktasındaki (Düğüm No:45) Gerilmeler	155
Tablo 7.29.	$R = 25\text{mm}$, $P = 35\text{ MPa}$, $\theta = 0^\circ$ İçin C Noktasındaki (Düğüm No:77) Gerilmeler	155
Tablo 7.30.	$R = 25\text{mm}$, $P = 30\text{ MPa}$, $\theta = 15^\circ$ İçin A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	156
Tablo 7.31.	$R = 25\text{mm}$, $P = 30\text{ MPa}$, $\theta = 15^\circ$ İçin B Noktasındaki (Düğüm No:141) Gerilmeler	156
Tablo 7.32.	$R = 25\text{mm}$, $P = 30\text{ MPa}$, $\theta = 15^\circ$ İçin C Noktasındaki (Düğüm No:269) Gerilmeler	156
Tablo 7.33.	$R = 25\text{mm}$, $P = 35\text{ MPa}$, $\theta = 15^\circ$ İçin A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	157
Tablo 7.34.	$R = 25\text{mm}$, $P = 35\text{ MPa}$, $\theta = 15^\circ$ İçin B Noktasındaki (Düğüm No:141) Gerilmeler	157
Tablo 7.35.	$R = 25\text{mm}$, $P = 35\text{ MPa}$, $\theta = 15^\circ$ İçin C Noktasındaki (Düğüm No:269) Gerilmeler	157
Tablo 7.36.	$R = 25\text{mm}$, $P = 40\text{ MPa}$, $\theta = 15^\circ$ İçin A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	158
Tablo 7.37.	$R = 25\text{mm}$, $P = 40\text{ MPa}$, $\theta = 15^\circ$ İçin B Noktasındaki (Düğüm No:141) Gerilmeler	158
Tablo 7.38.	$R = 25\text{mm}$, $P = 40\text{ MPa}$, $\theta = 15^\circ$ İçin C Noktasındaki (Düğüm No:269) Gerilmeler	158
Tablo 7.39.	$R = 25\text{mm}$, $P = 20\text{ MPa}$, $\theta = 30^\circ$ İçin A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	159
Tablo 7.40.	$R = 25\text{mm}$, $P = 20\text{ MPa}$, $\theta = 30^\circ$ İçin B Noktasındaki (Düğüm No:141) Gerilmeler	159
Tablo 7.41.	$R = 25\text{mm}$, $P = 20\text{ MPa}$, $\theta = 30^\circ$ İçin C Noktasındaki (Düğüm No:269) Gerilmeler	159

Tablo 7.42.	R = 25mm, P = 25 MPa, $\theta = 30^\circ$ İçin A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	160
Tablo 7.43.	R = 25mm, P = 25 MPa, $\theta = 30^\circ$ İçin B Noktasındaki (Düğüm No:141) Gerilmeler	160
Tablo 7.44.	R = 25mm, P = 25 MPa, $\theta = 30^\circ$ İçin C Noktasındaki (Düğüm No:269) Gerilmeler	160
Tablo 7.45.	R = 25mm, P = 30 MPa, $\theta = 30^\circ$ İçin A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	161
Tablo 7.46.	R = 25mm, P = 30 MPa, $\theta = 30^\circ$ İçin B Noktasındaki (Düğüm No:141) Gerilmeler	161
Tablo 7.47.	R = 25mm, P = 30 MPa, $\theta = 30^\circ$ İçin C Noktasındaki (Düğüm No:269) Gerilmeler	161
Tablo 7.48.	R = 25mm, P = 20 MPa, $\theta = 45^\circ$ İçin A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	162
Tablo 7.49.	R = 25mm, P = 20 MPa, $\theta = 45^\circ$ İçin B Noktasındaki (Düğüm No:141) Gerilmeler	162
Tablo 7.50.	R = 25mm, P = 20 MPa, $\theta = 45^\circ$ İçin C Noktasındaki (Düğüm No:269) Gerilmeler	162
Tablo 7.51.	R = 25mm, P = 25 MPa, $\theta = 45^\circ$ İçin A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	163
Tablo 7.52.	R = 25mm, P = 25 MPa, $\theta = 45^\circ$ İçin B Noktasındaki (Düğüm No:141) Gerilmeler	163
Tablo 7.53.	R = 25mm, P = 25 MPa, $\theta = 45^\circ$ İçin C Noktasındaki (Düğüm No:269) Gerilmeler	163
Tablo 7.54.	R = 25mm, P = 30 MPa, $\theta = 45^\circ$ İçin A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	164
Tablo 7.55.	R = 25mm, P = 30 MPa, $\theta = 45^\circ$ İçin B Noktasındaki (Düğüm No:141) Gerilmeler	164
Tablo 7.56.	R = 25mm, P = 30 MPa, $\theta = 45^\circ$ İçin C Noktasındaki (Düğüm No:269) Gerilmeler	164
Tablo 7.57.	R = 25mm, P = 20 MPa, $\theta = 60^\circ$ İçin A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	165
Tablo 7.58.	R = 25mm, P = 20 MPa, $\theta = 60^\circ$ İçin B Noktasındaki (Düğüm No:141) Gerilmeler	165
Tablo 7.59.	R = 25mm, P = 20 MPa, $\theta = 60^\circ$ İçin C Noktasındaki (Düğüm No:269) Gerilmeler	165
Tablo 7.60.	R = 25mm, P = 25 MPa, $\theta = 60^\circ$ İçin A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	166
Tablo 7.61.	R = 25mm, P = 25 MPa, $\theta = 60^\circ$ İçin B Noktasındaki (Düğüm No:141) Gerilmeler	166
Tablo 7.62.	R = 25mm, P = 25 MPa, $\theta = 60^\circ$ İçin C Noktasındaki (Düğüm No:269) Gerilmeler	166
Tablo 7.63.	R = 25mm, P = 30 MPa, $\theta = 60^\circ$ İçin A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	167
Tablo 7.64.	R = 25mm, P = 30 MPa, $\theta = 60^\circ$ İçin B Noktasındaki (Düğüm No:141) Gerilmeler	167

Tablo 7.65.	R = 25mm, P = 30 MPa, $\theta = 60^\circ$ için C Noktasındaki (Düğüm No:269) Gerilmeler	167
Tablo 7.66.	R = 25mm, P = 20 MPa, $\theta = 75^\circ$ için A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	168
Tablo 7.67.	R = 25mm, P = 20 MPa, $\theta = 75^\circ$ için B Noktasındaki (Düğüm No:141) Gerilmeler	168
Tablo 7.68.	R = 25mm, P = 20 MPa, $\theta = 75^\circ$ için C Noktasındaki (Düğüm No:269) Gerilmeler	168
Tablo 7.69.	R = 25mm, P = 25 MPa, $\theta = 75^\circ$ için A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	169
Tablo 7.70.	R = 25mm, P = 25 MPa, $\theta = 75^\circ$ için B Noktasındaki (Düğüm No:141) Gerilmeler	169
Tablo 7.71.	R = 25mm, P = 25 MPa, $\theta = 75^\circ$ için C Noktasındaki (Düğüm No:269) Gerilmeler	169
Tablo 7.72.	R = 25mm, P = 30 MPa, $\theta = 75^\circ$ için A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	170
Tablo 7.73.	R = 25mm, P = 30 MPa, $\theta = 75^\circ$ için B Noktasındaki (Düğüm No:141) Gerilmeler	170
Tablo 7.74.	R = 25mm, P = 30 MPa, $\theta = 75^\circ$ için C Noktasındaki (Düğüm No:269) Gerilmeler	170
Tablo 7.75.	R = 25mm, P = 12.5 MPa, $\theta = 90^\circ$ için A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	171
Tablo 7.76.	R = 25mm, P = 12.5 MPa, $\theta = 90^\circ$ için B Noktasındaki (Düğüm No:45) Gerilmeler	171
Tablo 7.77.	R = 25mm, P = 12.5 MPa, $\theta = 90^\circ$ için C Noktasındaki (Düğüm No:77) Gerilmeler	171
Tablo 7.78.	R = 25mm, P = 15 MPa, $\theta = 90^\circ$ için A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	172
Tablo 7.79.	R = 25mm, P = 15 MPa, $\theta = 90^\circ$ için B Noktasındaki (Düğüm No:45) Gerilmeler	172
Tablo 7.80.	R = 25mm, P = 15 MPa, $\theta = 90^\circ$ için C Noktasındaki (Düğüm No:77) Gerilmeler	172
Tablo 7.81.	R = 25mm, P = 17.5 MPa, $\theta = 90^\circ$ için A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	173
Tablo 7.82.	R = 25mm, P = 17.5 MPa, $\theta = 90^\circ$ için B Noktasındaki (Düğüm No:45) Gerilmeler	173
Tablo 7.83.	R = 25mm, P = 17.5 MPa, $\theta = 90^\circ$ için C Noktasındaki (Düğüm No:77) Gerilmeler	173
Tablo 7.84.	R = 30mm, P = 20 MPa, $\theta = 0^\circ$ için A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	174
Tablo 7.85.	R = 30mm, P = 20 MPa, $\theta = 0^\circ$ için B Noktasındaki (Düğüm No:45) Gerilmeler	174
Tablo 7.86.	R = 30mm, P = 20 MPa, $\theta = 0^\circ$ için C Noktasındaki (Düğüm No:77) Gerilmeler	174
Tablo 7.87.	R = 30mm, P = 25 MPa, $\theta = 0^\circ$ için A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	175

Tablo 7.88.	R = 30mm, P = 25 MPa, $\theta = 0^\circ$ İçin B Noktasındaki (Düğüm No:45) Gerilmeler	175
Tablo 7.89.	R = 30mm, P = 25 MPa, $\theta = 0^\circ$ İçin C Noktasındaki (Düğüm No:77) Gerilmeler	175
Tablo 7.90.	R = 30mm, P = 30 MPa, $\theta = 0^\circ$ İçin A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	176
Tablo 7.91.	R = 30mm, P = 30 MPa, $\theta = 0^\circ$ İçin B Noktasındaki (Düğüm No:45) Gerilmeler	176
Tablo 7.92.	R = 30mm, P = 30 MPa, $\theta = 0^\circ$ İçin C Noktasındaki (Düğüm No:77) Gerilmeler	176
Tablo 7.93.	R = 30mm, P = 25 MPa, $\theta = 15^\circ$ İçin A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	177
Tablo 7.94.	R = 30mm, P = 25 MPa, $\theta = 15^\circ$ İçin B Noktasındaki (Düğüm No:141) Gerilmeler	177
Tablo 7.95.	R = 30mm, P = 25 MPa, $\theta = 15^\circ$ İçin C Noktasındaki (Düğüm No:269) Gerilmeler	177
Tablo 7.96.	R = 30mm, P = 30 MPa, $\theta = 15^\circ$ İçin A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	178
Tablo 7.97.	R = 30mm, P = 30 MPa, $\theta = 15^\circ$ İçin B Noktasındaki (Düğüm No:141) Gerilmeler	178
Tablo 7.98.	R = 30mm, P = 30 MPa, $\theta = 15^\circ$ İçin C Noktasındaki (Düğüm No:269) Gerilmeler	178
Tablo 7.99.	R = 30mm, P = 35 MPa, $\theta = 15^\circ$ İçin A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	179
Tablo 7.100.	R = 30mm, P = 35 MPa, $\theta = 15^\circ$ İçin B Noktasındaki (Düğüm No:141) Gerilmeler	179
Tablo 7.101.	R = 30mm, P = 35 MPa, $\theta = 15^\circ$ İçin C Noktasındaki (Düğüm No:269) Gerilmeler	179
Tablo 7.102.	R = 30mm, P = 20 MPa, $\theta = 30^\circ$ İçin A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	180
Tablo 7.103.	R = 30mm, P = 20 MPa, $\theta = 30^\circ$ İçin B Noktasındaki (Düğüm No:141) Gerilmeler	180
Tablo 7.104.	R = 30mm, P = 20 MPa, $\theta = 30^\circ$ İçin C Noktasındaki (Düğüm No:269) Gerilmeler	180
Tablo 7.105.	R = 30mm, P = 25 MPa, $\theta = 30^\circ$ İçin A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	181
Tablo 7.106.	R = 30mm, P = 25 MPa, $\theta = 30^\circ$ İçin B Noktasındaki (Düğüm No:141) Gerilmeler	181
Tablo 7.107.	R = 30mm, P = 25 MPa, $\theta = 30^\circ$ İçin C Noktasındaki (Düğüm No:269) Gerilmeler	181
Tablo 7.108.	R = 30mm, P = 30 MPa, $\theta = 30^\circ$ İçin A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	182
Tablo 7.109.	R = 30mm, P = 30 MPa, $\theta = 30^\circ$ İçin B Noktasındaki (Düğüm No:141) Gerilmeler	182
Tablo 7.110.	R = 30mm, P = 30 MPa, $\theta = 30^\circ$ İçin C Noktasındaki (Düğüm No:269) Gerilmeler	182

Tablo 7.111. R = 30mm, P = 20 MPa, $\theta = 45^\circ$ için A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	183
Tablo 7.112. R = 30mm, P = 20 MPa, $\theta = 45^\circ$ için B Noktasındaki (Düğüm No:141) Gerilmeler	183
Tablo 7.113. R = 30mm, P = 20 MPa, $\theta = 45^\circ$ için C Noktasındaki (Düğüm No:269) Gerilmeler	183
Tablo 7.114. R = 30mm, P = 25 MPa, $\theta = 45^\circ$ için A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	184
Tablo 7.115. R = 30mm, P = 25 MPa, $\theta = 45^\circ$ için B Noktasındaki (Düğüm No:141) Gerilmeler	184
Tablo 7.116. R = 30mm, P = 25 MPa, $\theta = 45^\circ$ için C Noktasındaki (Düğüm No:269) Gerilmeler	184
Tablo 7.117. R = 30mm, P = 30 MPa, $\theta = 45^\circ$ için A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	185
Tablo 7.118. R = 30mm, P = 30 MPa, $\theta = 45^\circ$ için B Noktasındaki (Düğüm No:141) Gerilmeler	185
Tablo 7.119. R = 30mm, P = 30 MPa, $\theta = 45^\circ$ için C Noktasındaki (Düğüm No:269) Gerilmeler	185
Tablo 7.120. R = 30mm, P = 20 MPa, $\theta = 60^\circ$ için A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	186
Tablo 7.121. R = 30mm, P = 20 MPa, $\theta = 60^\circ$ için B Noktasındaki (Düğüm No:141) Gerilmeler	186
Tablo 7.122. R = 30mm, P = 20 MPa, $\theta = 60^\circ$ için C Noktasındaki (Düğüm No:269) Gerilmeler	186
Tablo 7.123. R = 30mm, P = 25 MPa, $\theta = 60^\circ$ için A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	187
Tablo 7.124. R = 30mm, P = 25 MPa, $\theta = 60^\circ$ için B Noktasındaki (Düğüm No:141) Gerilmeler	187
Tablo 7.125. R = 30mm, P = 25 MPa, $\theta = 60^\circ$ için C Noktasındaki (Düğüm No:269) Gerilmeler	187
Tablo 7.126. R = 30mm, P = 30 MPa, $\theta = 60^\circ$ için A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	188
Tablo 7.127. R = 30mm, P = 30 MPa, $\theta = 60^\circ$ için B Noktasındaki (Düğüm No:141) Gerilmeler	188
Tablo 7.128. R = 30mm, P = 30 MPa, $\theta = 60^\circ$ için C Noktasındaki (Düğüm No:269) Gerilmeler	188
Tablo 7.129. R = 30mm, P = 20 MPa, $\theta = 75^\circ$ için A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	189
Tablo 7.130. R = 30mm, P = 20 MPa, $\theta = 75^\circ$ için B Noktasındaki (Düğüm No:141) Gerilmeler	189
Tablo 7.131. R = 30mm, P = 20 MPa, $\theta = 75^\circ$ için C Noktasındaki (Düğüm No:269) Gerilmeler	189
Tablo 7.132. R = 30mm, P = 25 MPa, $\theta = 75^\circ$ için A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	190
Tablo 7.133. R = 30mm, P = 25 MPa, $\theta = 75^\circ$ için B Noktasındaki (Düğüm No:141) Gerilmeler	190

Tablo 7.134. R = 30mm, P = 25 MPa, $\theta = 75^\circ$ İçin C Noktasındaki (Düğüm No:269) Gerilmeler	190
Tablo 7.135. R = 30mm, P = 30 MPa, $\theta = 75^\circ$ İçin A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	191
Tablo 7.136. R = 30mm, P = 30 MPa, $\theta = 75^\circ$ İçin B Noktasındaki (Düğüm No:141) Gerilmeler	191
Tablo 7.137. R = 30mm, P = 30 MPa, $\theta = 75^\circ$ İçin C Noktasındaki (Düğüm No:269) Gerilmeler	191
Tablo 7.138. R = 30mm, P = 7.5 MPa, $\theta = 90^\circ$ İçin A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	192
Tablo 7.139. R = 30mm, P = 7.5 MPa, $\theta = 90^\circ$ İçin B Noktasındaki (Düğüm No:45) Gerilmeler	192
Tablo 7.140. R = 30mm, P = 7.5 MPa, $\theta = 90^\circ$ İçin C Noktasındaki (Düğüm No:77) Gerilmeler	192
Tablo 7.141. R = 30mm, P = 10 MPa, $\theta = 90^\circ$ İçin A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	193
Tablo 7.142. R = 30mm, P = 10 MPa, $\theta = 90^\circ$ İçin B Noktasındaki (Düğüm No:45) Gerilmeler	193
Tablo 7.143. R = 30mm, P = 10 MPa, $\theta = 90^\circ$ İçin C Noktasındaki (Düğüm No:77) Gerilmeler	193
Tablo 7.144. R = 30mm, P = 12.5 MPa, $\theta = 90^\circ$ İçin A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	194
Tablo 7.145. R = 30mm, P = 12.5 MPa, $\theta = 90^\circ$ İçin B Noktasındaki (Düğüm No:45) Gerilmeler	194
Tablo 7.146. R = 30mm, P = 12.5 MPa, $\theta = 90^\circ$ İçin C Noktasındaki (Düğüm No:77) Gerilmeler	194
Tablo 7.147. R = 40mm, P = 15 MPa, $\theta = 0^\circ$ İçin A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	195
Tablo 7.148. R = 40mm, P = 15 MPa, $\theta = 0^\circ$ İçin B Noktasındaki (Düğüm No:45) Gerilmeler	195
Tablo 7.149. R = 40mm, P = 15 MPa, $\theta = 0^\circ$ İçin C Noktasındaki (Düğüm No:77) Gerilmeler	195
Tablo 7.150. R = 40mm, P = 20 MPa, $\theta = 0^\circ$ İçin A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	196
Tablo 7.151. R = 40mm, P = 20 MPa, $\theta = 0^\circ$ İçin B Noktasındaki (Düğüm No:45) Gerilmeler	196
Tablo 7.152. R = 40mm, P = 20 MPa, $\theta = 0^\circ$ İçin C Noktasındaki (Düğüm No:77) Gerilmeler	196
Tablo 7.153. R = 40mm, P = 25 MPa, $\theta = 0^\circ$ İçin A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	197
Tablo 7.154. R = 40mm, P = 25 MPa, $\theta = 0^\circ$ İçin B Noktasındaki (Düğüm No:45) Gerilmeler	197
Tablo 7.155. R = 40mm, P = 25 MPa, $\theta = 0^\circ$ İçin C Noktasındaki (Düğüm No:77) Gerilmeler	197

Tablo 7.156. R = 40mm, P = 15 MPa, $\theta = 30^\circ$ için A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	198
Tablo 7.157. R = 40mm, P = 15 MPa, $\theta = 30^\circ$ için B Noktasındaki (Düğüm No:141) Gerilmeler	198
Tablo 7.158. R = 40mm, P = 15 MPa, $\theta = 30^\circ$ için C Noktasındaki (Düğüm No:269) Gerilmeler	198
Tablo 7.159. R = 40mm, P = 20 MPa, $\theta = 30^\circ$ için A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	199
Tablo 7.160. R = 40mm, P = 20 MPa, $\theta = 30^\circ$ için B Noktasındaki (Düğüm No:141) Gerilmeler	199
Tablo 7.161. R = 40mm, P = 20 MPa, $\theta = 30^\circ$ için C Noktasındaki (Düğüm No:269) Gerilmeler	199
Tablo 7.162. R = 40mm, P = 25 MPa, $\theta = 30^\circ$ için A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	200
Tablo 7.163. R = 40mm, P = 25 MPa, $\theta = 30^\circ$ için B Noktasındaki (Düğüm No:141) Gerilmeler	200
Tablo 7.164. R = 40mm, P = 20 MPa, $\theta = 30^\circ$ için C Noktasındaki (Düğüm No:269) Gerilmeler	200
Tablo 7.165. R = 40mm, P = 15 MPa, $\theta = 45^\circ$ için A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	201
Tablo 7.166. R = 40mm, P = 15 MPa, $\theta = 45^\circ$ için B Noktasındaki (Düğüm No:141) Gerilmeler	201
Tablo 7.167. R = 40mm, P = 15 MPa, $\theta = 45^\circ$ için C Noktasındaki (Düğüm No:269) Gerilmeler	201
Tablo 7.168. R = 40mm, P = 20 MPa, $\theta = 45^\circ$ için A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	202
Tablo 7.169. R = 40mm, P = 20 MPa, $\theta = 45^\circ$ için B Noktasındaki (Düğüm No:141) Gerilmeler	202
Tablo 7.170. R = 40mm, P = 20 MPa, $\theta = 45^\circ$ için C Noktasındaki (Düğüm No:269) Gerilmeler	202
Tablo 7.171. R = 40mm, P = 25 MPa, $\theta = 45^\circ$ için A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	203
Tablo 7.172. R = 40mm, P = 25 MPa, $\theta = 45^\circ$ için B Noktasındaki (Düğüm No:141) Gerilmeler	203
Tablo 7.173. R = 40mm, P = 25 MPa, $\theta = 45^\circ$ için C Noktasındaki (Düğüm No:269) Gerilmeler	203
Tablo 7.174. R = 40mm, P = 15 MPa, $\theta = 60^\circ$ için A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	204
Tablo 7.175. R = 40mm, P = 15 MPa, $\theta = 60^\circ$ için B Noktasındaki (Düğüm No:141) Gerilmeler	204
Tablo 7.176. R = 40mm, P = 15 MPa, $\theta = 60^\circ$ için C Noktasındaki (Düğüm No:269) Gerilmeler	204
Tablo 7.177. R = 40mm, P = 20 MPa, $\theta = 60^\circ$ için A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	205
Tablo 7.178. R = 40mm, P = 20 MPa, $\theta = 60^\circ$ için B Noktasındaki (Düğüm No:141) Gerilmeler	205

Tablo 7.179. R = 40mm, P = 20 MPa, $\theta = 60^\circ$ İçin C Noktasındaki (Düğüm No:269) Gerilmeler	205
Tablo 7.180. R = 40mm, P = 25 MPa, $\theta = 60^\circ$ İçin A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	206
Tablo 7.181. R = 40mm, P = 25 MPa, $\theta = 60^\circ$ İçin B Noktasındaki (Düğüm No:141) Gerilmeler	206
Tablo 7.182. R = 40mm, P = 25 MPa, $\theta = 60^\circ$ İçin C Noktasındaki (Düğüm No:269) Gerilmeler	206
Tablo 7.183. R = 40mm, P = 15 MPa, $\theta = 75^\circ$ İçin A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	207
Tablo 7.184. R = 40mm, P = 15 MPa, $\theta = 75^\circ$ İçin B Noktasındaki (Düğüm No:141) Gerilmeler	207
Tablo 7.185. R = 40mm, P = 15 MPa, $\theta = 75^\circ$ İçin C Noktasındaki (Düğüm No:269) Gerilmeler	207
Tablo 7.186. R = 40mm, P = 20 MPa, $\theta = 75^\circ$ İçin A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	208
Tablo 7.187. R = 40mm, P = 20 MPa, $\theta = 75^\circ$ İçin B Noktasındaki (Düğüm No:141) Gerilmeler	208
Tablo 7.188. R = 40mm, P = 20 MPa, $\theta = 75^\circ$ İçin C Noktasındaki (Düğüm No:269) Gerilmeler	208
Tablo 7.189. R = 40mm, P = 25 MPa, $\theta = 75^\circ$ İçin A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	209
Tablo 7.190. R = 40mm, P = 25 MPa, $\theta = 75^\circ$ İçin B Noktasındaki (Düğüm No:141) Gerilmeler	209
Tablo 7.191. R = 40mm, P = 25 MPa, $\theta = 75^\circ$ İçin C Noktasındaki (Düğüm No:269) Gerilmeler	209
Tablo 7.192. R = 40mm, P = 7.5 MPa, $\theta = 90^\circ$ İçin A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	210
Tablo 7.193. R = 40mm, P = 7.5 MPa, $\theta = 90^\circ$ İçin B Noktasındaki (Düğüm No:45) Gerilmeler	210
Tablo 7.194. R = 40mm, P = 7.5 MPa, $\theta = 90^\circ$ İçin C Noktasındaki (Düğüm No:77) Gerilmeler	210
Tablo 7.195. R = 40mm, P = 10 MPa, $\theta = 90^\circ$ İçin A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	211
Tablo 7.196. R = 40mm, P = 10 MPa, $\theta = 90^\circ$ İçin B Noktasındaki (Düğüm No:45) Gerilmeler	211
Tablo 7.197. R = 40mm, P = 10 MPa, $\theta = 90^\circ$ İçin C Noktasındaki (Düğüm No:77) Gerilmeler	211
Tablo 7.198. R = 40mm, P = 12.5 MPa, $\theta = 90^\circ$ İçin A Noktasındaki (Düğüm No:13) Gerilmeler	212
Tablo 7.199. R = 40mm, P = 12.5 MPa, $\theta = 90^\circ$ İçin B Noktasındaki (Düğüm No:45) Gerilmeler	212
Tablo 7.200. R = 40mm, P = 12.5 MPa, $\theta = 90^\circ$ İçin C Noktasındaki (Düğüm No:77) Gerilmeler	212

SİMGELER LİSTESİ

[B]	: Şekildeğiştirme-yerdeğiştirme dönüşüm matrisi	-
C_{ij}	: Rijitlik matrisi	-
D	: Elastik sabitler matrisi	-
E	: Elastisite modülü	(MPa)
F,f	: Akma yüzeyi fonksiyonu	-
G	: Kayma modülü	(MPa)
J	: Jakobien operatörü	-
[J]	: Jakobien matris	-
K	: Sertleşme parametresi	(MPa)
K_i	: Direngenlik matrisi	-
L,a,b	: Levhanın geometrik boyutları	(mm)
L_k, N_k	: İzoparametrik elemanlarda interpolasyon fonksiyonu	-
P	: Kuvvet	(N)
{P}	: Kuvvet vektörü	-
P_n	: İnterpolasyon fonksiyonu polinomu	-
R	: Delik çapı	(mm)
r,s	: Lokal koordinatlar	-
S	: Elastiklik matrisi	-
[T]	: Dönüşüm matrisi	-
t_{ij}	: Kalınlık	(mm)
U	: Yer değiştirme vektörü	-
u	: x yönündeki yer değiştirme	(mm)

v	: y yönündeki yer değiştirme	(mm)
V	: Hacim	-
W	: Dış kuvvet işi	-
W_p	: Soğuk sertleşme işi	-
W^*	: Levha yüksekliği	(mm)
w	: z yönündeki yer değiştirme	(mm)
x, y	: Kartazyen koordinat	-
σ_{ij}	: Gerilme vektörü	-
ν	: Poisson oranı	-
$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_{xy}$	: Kartazyen koordinatlarda şekil değiştirme bileşenleri	-
$\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$	: Kartazyen koordinatlarda gerilme bileşenleri	-
σ_o	: Akma gerilmesi	(MPa)
$\bar{\sigma}$	: Eşlenik gerilme	(MPa)
τ	: Kayma gerilmesi	(MPa)
ε_{ij}	: Şekil değiştirme vektörü	-
$\alpha_{l,j,k}$	: İnterpolasyon fonksiyonu katsayısı	-
θ	: Oryantasyon açısı	(°)
λ	: Orantı sabiti	-
Q_{ij}	: İndirgenmiş rijitlik matrisi	-
ϕ	: İnterpolasyon fonksiyonu	-
Not	: Diğer semboller tez içerisinde kullanıldıkları yerde tanımlanmıştır.	

1. GİRİŞ

Kuvvet sistemlerinin (Dış Kuvvetler) etkisi altında kalan yapı elemanlarının kesitlerinde iç kuvvetler oluşur. Yapı elemanlarının moleküler yapısının dış kuvvetlere karşı tepkisinin ifadesi olan bu iç kuvvetler gerilmeleri meydana getirirler. Artan kuvvetlerin etkisiyle gerilmelerin belirli bir değeri aşması sonucu yapı elemanlarında soğuk sertleşme deformasyonu meydana gelir. Bu durumda yapı elemanın deformasyonlar cinsinden davranışının incelenmesi elasto-plastik gerilme analizi ile mümkün olur. Böylece elemanın dış kuvvetlere karşı tepkimelerini elastik ve plastik bölgelerde çözümüleme imkanı elde edilir. Günümüzde uygulamalı bilimlerde alışılmış analitik yöntemlerle çözümlenmesi mümkün olmayan birçok karmaşık ve kompleks geometrik yapılara ve malzeme özelliklerine rastlanmaktadır. Bu tip karmaşık problemlerin çözümü için sayısal çözüm metodları geliştirilmiştir. Çalışmada bu metodlardan en çok kullanılan bir yöntem olan sonlu elemanlar metodu kullanılmıştır.

Yapılan literatür taramasında anizotropik malzemeden yapılmış çeşitli tipte dairesel delikli levhalardan oluşan gerilme dağılımlarının farklı yöntemlerle elde edildiği görülmüştür. Karakuzu ve Sayman (1993) metal-matrix kompozit malzemeden yapılmış üzerinde dairesel delikler açılmış dönen bir diskte gerilme analizi yapmışlar, Snedon (1969) ortasında delik ve delikle birleşik çatlağı olan düzlem levhada, Slot (1972) ortası delikli hexagonal levhada gerilme dağılımlarını inceleyen çalışma yapmışlardır. Ancak anizotropik malzemeden yapılmış, ortası dairesel delikli tek plaka levhadan oluşmuş metal-matrix kompozit malzemenin, oryantasyon açısına bağlı olarak elasto-plastik incelemesine ve artık gerilmelerin hesaplanmasına, maximum gerilmelerin levha üzerindeki dağılımına ait bir çalışmaya rastlanmamıştır.

Bu çalışmada anizotropik malzemeden yapılmış ortası dairesel delikli metal-matrix levhalarda elasto-plastik gerilme analizi sayısal analiz yöntemi ile yapılmıştır. Ele alınan ortası delikli levhanın elasto-plastik gerilme analizi aşamalı olarak incelenmiştir. Önce dairesel delik çapları değiştirilerek farklı boyutta levhalar elde edilmiştir. Elde edilen bu levhalara akma meydana getirecek şekilde farklı değerlerde üniform çeki yükleri tatbik edilerek gerekli analizler yapılmıştır. Analizler oryantasyon

açısının 0° ile 90° arasındaki değişen değerlerinde yapılmış olup, elastik, plastik ve artık gerilmeler hesaplanarak elde edilen farklı modellerde değişen çeki yükü ve oryantasyon açısına bağlı olarak incelemeler yapılmıştır.

Sayısal çözüm yöntemi olarak son yıllarda oldukça geniş uygulama alanı bulan, özellikle bilgisayarların bilimsel çalışmalara girmesiyle problem çözümlerinde büyük kolaylıklar sağlayan sonlu elemanlar metodu kullanılmıştır. Eleman tipi olarak, eğrisel geometrik yapıya sahip problemlerin çözümünde çoğunlukla tercih edilen eğri kenarlı izoparametrik sonlu elemanlar kullanılmıştır. Bu elemanlar çözüm bölgesinin sonlu elemanlara ayrılmasında ve eğri kenarların tanımlanmasında büyük kolaylıklar sağladığından, problemin çözümünde dokuz düğümlü izoparametrik sonlu elemanlar tercih edilmiştir. Dokuz düğümlü izoparametrik elemanlar için yerdeğiştirmeleri ifade eden interpolasyon fonksiyonları lokal koordinatlarda Lagrange polinomlarından seçilmişlerdir. Interpolasyon fonksiyonlarının yüksek mertebeden seçilmesi izoparametrik elemanın her düğüm noktasındaki gerilmelerin hesaplanmasını sağlar. Komple sistemin direngenlik matrisi ve kuvvet vektörünün teşkil edilmesiyle bütün sisteme ait düğüm noktalarının yerdeğiştirmeleri hesaplanmıştır. Tüm sistemin direngenlik matrisinin hesaplanmasında en uygun yöntem olan virtüel iş prensibi kullanılmıştır. Elasto-plastik gerilme analizinde, bugün için en çok kullanılan ve Zienkiewicz (1969) tarafından geliştirilen başlangıç gerilmeleri metodu kullanılmıştır. Bu çalışma sekiz bölümden meydana gelmiştir:

Birinci bölümde; konunun tanıtılması ve konu ile ilgili önceki çalışmaların gözden geçirilmesi yer almaktadır.

İkinci bölümde; elasto-plastik gerilme analizleri hakkında literatür araştırması yapılmıştır.

Üçüncü bölümde; sonlu elemanlar metodu, cismin sonlu elemanlara bölünmesi, interpolasyon fonksiyonları ele alınmıştır.

Dördüncü bölümde; Anizotropik malzemeler için gerilme-şekil değiştirme bağıntıları incelenmiştir. Genelleştirilmiş Hooke yasası anizotropik malzemelere uygulanarak gerilme-şekil değiştirme formülasyonu elde edilmiştir. Ortotropik malzemeler için gerilme-şekil değiştirme bağıntıları ele alınarak inceleme yapılmıştır. Keyfi takviyeli kompozit malzemelerde düzlem gerilme için gerilme-şekil değiştirme

bağıntıları ele alınmıştır. Bu bölümde ayrıca kompozit malzemenin mukavemet değerlerinin hesaplanması ile ilgili bilgilere yer verilmiştir.

Beşinci bölümde; soğuk sertleşme teorisinin temel esasları ve anizotropik malzemelerin elasto-plastik davranışları incelenmiştir. Anizotropik malzemeler için akma kriterleri üzerinde durulmuştur. Elasto-plastik davranışlarda gerilme-şekil değiştirme formülasyonu ele alınmış, plastik deformasyon sonucu ortaya çıkan gerilmelere ait bilgilere yer verilmiştir.

Altıncı bölümde; problemin elasto-plastik sonlu eleman analizi incelenmiştir. Ortası dairesel delikli metal-matrix levhanın mekanik özellikleri ve mukavemet değerleri hakkında bilgi verilmiş daha sonra sonlu elemanlar metodunun probleme tatbik edilmesi ele alınmıştır. Dokuz düğümlü iki boyutlu izoparametrik elemanın gerilme-şekil değiştirme bağıntıları incelenmiş, komple sistemin direngenlik matrisinin elde edilmesine yer verilmiştir. Bu bölümde ayrıca Elasto-plastik gerilmelerin hesaplama metotları hakkında bilgi verilmiş, başlangıç gerilmesi metodunun analitik formülasyonu ele alınmış ve plastik deformasyon sonucu ortaya çıkan artık gerilmelere ait bilgilere yer verilmiştir.

Yedinci bölümde; sayısal çözümler ve elde edilen sonuçlar üzerinde durulmuş, ortaya çıkan sonuçlar grafik ve tablolar halinde verilmiştir.

Sekizinci bölümde; genel sonuçlar ve öneriler üzerinde durulmuştur.

Eklerde ise hazırlanan bilgisayar programına yer verilmiştir.

2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI

İncelemeye alınan konu ile ilgili daha önce yapılan çalışmalar aşağıdaki gibi ele alınabilir.

Düzlemsel gerilme halinde, ortası delikli, kenarlarında yarım daire ve "U" çentik bulunan levhalarda elasto-plastik gerilme analizi Zienkiewicz (1969) tarafından sonlu elemanlar metodu kullanılarak yapılmış; çözümde başlangıç gerilmeleri metodu kullanılmıştır.

Karakuzu ve Sayman (1993), üzerinde dairesel delikler açılmış dönen bir diskte, elasto-plastik gerilme analizini sonlu elemanlar metodu kullanarak yapmışlardır. Çalışmada fiber olarak çelik, matrix olarak Alüminyumdan oluşmuş kompozit malzeme kullanılmıştır. Akma Tsai-Hill kriteri ile kontrol edilip, plastik bölgelerin yayılımı şekillerle gösterilmiştir. Ayrıca artık gerilmeler diskin elasto-plastik sınırlarında resmedilmiştir. Ortotropik disk santrifuj kuvvete maruz kaldığında, artık gerilmeler etkisiyle diskin açılma hızının değişimi tespit edilmiştir.

Pomies ve Carlsson (1994), sonlu elemanlar metodu kullanarak kompozit malzemede yanal yüklemelerde rijitlik ve mukavemet analizi yapmışlardır. Çalışmadan elde edilen deneysel sonuçları, cam-epoksi, karbon-epoksi kompozit malzemelerle mukayese yaparak sonuçları irdelemişlerdir.

Sayman (1993), Alüminyum matrix ve çelik fiberden meydana gelmiş iki ve dört tabakalı kompozit malzemelerde elasto-plastik gerilme analizini sonlu elemanlar metoduyla yapmıştır. Kompoziti oluşturan tabakaların simetrik ve antisimetrik durumlarında plastik bölgelerin dağılımı ve artık gerilmeler tespit edilmiştir. Çalışmada simetrik levhalardaki akma gerilmelerinin antisimetrik levha durumuna göre daha yüksek olduğu tespit edilmiştir.

Karakuzu vd (1992) tarafından çelik-alüminyum malzemeden yapılmış kompozit plakalardan oluşmuş ankastre levhalarda elasto-plastik gerilme analizi yapılmıştır. Analizde plastik bölgelerin yayılımı ve iç gerilmelerin değişimi değişik oryantasyon açılarına göre incelenmiştir. Çözümde anatik metod kullanılmıştır.

Svabodnik vd (1991), metal matrix kompozit malzemeler için mikromekanik çerçevede sonlu eleman tekniği araştırması yapmış, çalışmada matrix malzeme için

plastik bölgede tek eksenli gerilme şekil değiştirme bağıntısı romber-Osgood yasasına uydurulmuştur.

Ananth et al (1995), metalik ve metalik olmayan matrix kompozit malzemelerde, kompoziti oluşturan unsurların iç yüzeylerdeki mekanik davranışları sonlu elemanlar metodu kullanılarak incelenmiş, elde edilen sonuçları deneysel bulgularla irdelemiştir.

Reddy (1981) tarafından Sandwich levhalar halindeki kompozit malzemelerde, bası yüklemelerinde kayma gerilmeleri açısından optimizasyon çalışması yapılmış, ayrıca çalışmada kompozit malzemenin direngenlik özelliklerinin bası ve çeki yükleri altındaki değişimi incelenmiştir.

Owen ve Figueiras (1983) anizotropik levha ve kabuklarda elasto-plastik sonlu eleman analizleri yapmışlardır. Kabuklarda kullanılan matematik formülasyon kayma-şekildeğiştirmesi için ele alınmıştır. Plastik deformasyon için Hill tarafından geliştirilen Huber-Mises akma yüzeyi esas alınmıştır.

Sloan (1979) tarafından dikdörtgen şekle sahip kompozit malzemede kayma deformasyonu higrotermal etki altında incelenmiştir. Yüklemeler düzgün artımlarla yapılmış kayma deformasyonu minimum potansiyel enerji formülasyonu kullanılarak hesaplanmıştır.

Dobyns (1981), ortotropik levhalardan oluşmuş kompozit malzemeleri statik ve dinamik yüklemelere tabi tutarak zamana bağlı mekanik davranışları incelemiştir.

Foye ve Baker (1970), ortotropik levhalardan oluşmuş kompozit malzemelerde gerilme analizi ve yorulma mukavemeti araştırması yapmışlardır. İncelemede, levha tabakaları $\pm 15^\circ$ ve $\pm 45^\circ$ simetrik açılarda tanzim edilerek değişik yükleme durumlarında normal gerilme dağılımı araştırılmıştır.

Topçu (1991) tarafından, Tranmisyon zincirleri yan plakalarında elasto-plastik gerilme analizi, hem izotrop ve hem anizotrop malzemeler için yapılmış, anizotropik malzeme olarak cam-epoksi, grafit-epoksi ve kevlar-epoksi malzemeler kullanılmıştır. Kompozit plakaya iç basınç nedeniyle uygulanan kuvvete bağlı olarak oluşan plastik bölgelerin dağılımı incelenmiş ve plastik deformasyon sonucu meydana gelen iç gerilmeler hesaplanmıştır.

Snedon (1969) tarafından ortasında delik ve deliğin yatay eksen doğrultusunda radyal çatlağı bulunan düzlemsel bir levhada oluşan gerilmelerin analizi yapılmıştır.

Analizde bir ve iki eksenli gerilme durumuna bağılı olarak çatlağın davranışı delik kalınlığının fonksiyonu olarak incelenmiştir.

Sternberg ve Sodowsky (1949), ortasında dairesel delik bulunan ince bir izotropik plakada gerilme analizini Airy fonksiyonu kullanarak yapmışlardır. Çalışmada delik etrafındaki artık gerilmeler tek eksenli olmayan normal gerilme ve kayma gerilmeleri açısından incelenmiş, delik çevresindeki maximum gerilmeler hesaplanmıştır.

Kline ve Hancock (1965), düzgün dairesel plakalarda gerilme analizleri yapılmıştır. Yapılan çalışmada malzeme simetri eksenlerine göre rotasyona tabi tutularak değişik oryantasyonlarda bası yükleri altında oluşan gerilmelerin incelenmesi yapılmış sonuçlar deneysel-teorik olarak irdelenmiştir.

Sierakowski ve Winson (1987), izotropik plakalarda gerilme analizini sonsuz seriler yardımıyla analitik yoldan yapmışlar, aynı yöntemi kompozit malzemelerden yapılmış plakalara tatbik ederek plakalardaki gerilmeleri hesaplamışlardır.

Tsai ve Pogano (1968), birçok tabakalardan oluşmuş kompozit malzemelerde direngenlik değişimini incelemişlerdir. İncelemede kompoziti meydana getiren levha tabakaları keyfi olarak değiştirilerek farklı kompozitler elde edilmiştir, bu farklı kompozitlerdeki direngenlik değişimi keyfi oryantasyona bağılı olarak incelenmiştir.

Greszczuk (1972) tarafından ortasında dairesel bir delik bulunan ortotropik bir plakada, dairesel delik çevresindeki gerilme dağılımı araştırılmıştır. İncelemede gerilme analizi değişik takviye açılarına bağılı olarak yapılmış, çalışmada kompozit malzeme olarak grafit-epoksi, cam-epoksi, Boron-epoksi malzemeler kullanılmıştır. Sonuçlar mukayeseli olarak yorumlanmıştır.

Ortasında delik bulunan hexagonal bir levha da gerilme analizi slot (1972) tarafından yapılmıştır. Çalışmada hexagonal levha üç eksenli bası yüküne tabi tutulmuş, gerilme analizi kayma gerilmeleri ve normal gerilmelerin delik çevresindeki dağılımını araştırmak şeklinde icra edilmiştir.

Choi ve Kwak (1989), sonlu elemanlar metodu kullanarak çelik fiber ve beton matrixten oluşan levhalarda gerilme analizi ve çatlak araştırması yapmışlardır. Çalışmada malzeme düzgün artımlı yüklemelere tabi tutulmuş, hem fiber hem matrix malzeme için gerilme-şekildeğiştirme bağıntıları incelenmiş ayrıca çatlak gerilmeleri araştırılmıştır. Beton matrix plastik bölgeye kadar elastik olarak kabul edilmiş, takviye malzemesi fiber eleman lineer soğuk sertleşen malzeme olarak ele alınmıştır.

İncelemede analitik sonuçlarla deneysel sonuçlar mukayese edilmiş, benzer konuda daha önce yapılan çalışma sonuçlarıyla test edilmişlerdir.

Bahei-El-Din ve Dvorak (1982) tarafından birçok tabakadan meydana gelmiş metal matrix kompozit malzemelerde gerilme analizi, sonlu elemanlar metodu kullanılarak yapılmıştır. Çalışmada kompoziti meydana getiren elemanların mikromekanik etkileşimi ele alınmış, elasto-plastik deformasyon herbir tabakada ayrı ayrı incelenmiştir. Akma gerilmesi, sertleşme parametreleri ve şekil değiştirmeler kompozitin her bir tabakasında fiber ve matrix için ayrı ayrı ele alınmış ve hesaplanmıştır.

Arslan vd. (1993), "U" çentikli kompozit levhalarda, fiber olarak kullanılan malzemenin değişimine göre gerilme yığılması katsayısının değişimini incelemiştir. Kompozit malzeme olarak cam-epoksi, boron-epoksi, ve grafit-epoksi malzemeler kullanılmış, fiber malzeme düz ve çapraz olarak tanzim edilerek inceleme yapılmıştır.

Üzerinde "U" çentikler bulunan çelik fiber ve Alüminyum matrix malzemeden yapılmış kompozit levhada elasto-plastik gerilme analizi. Özel (1993) tarafından yapılmıştır. Çalışmada çentik derinliği 5 mm'de sabit tutulmuş, farklı yarıçaplarda değişik kompozitler elde edilerek akma için gerekli yükler hesaplanmıştır. Çalışmada ayrıca kompozit malzeme çekme mukavemetine yakın değerlerde yüklenerek iç gerilmelerin dağılımı incelenmiştir.

3. SONLU ELEMANLAR METODU

3.1. Metod Hakkında Genel Bilgiler

Elemanter mukavemette gerilme analizleri elastisite teorisi yardımıyla yapılabilmektedir. Ancak uygulamalı mühendislikte karşılaşılan karışık ve kompleks geometrik yapıların analizlerinde elastisite teorisi ve alışılmış analitik yöntemler bazen yetersiz kalmakta hatta imkansız olabilmektedir. Bu tip karmaşık problemlerin çözülmesi için bir çok sayısal çözüm metodları geliştirilmiştir. Bu çalışmada bu metodlardan en popüler ve oldukça fazla tercih edilen bir yöntem olan sonlu elemanlar metodu kullanılmıştır.

Sonlu elemanlar metodu son 30 yıl içerisinde, lineer olmayan malzeme ve sınır şartı problemleri ile kompleks geometrik yapıların analizlerinde son derece etkin bir yöntem olarak kullanılmıştır. İlk olarak uçak endüstrisinde, oldukça karmaşık geometriye sahip malzemelerin emniyetli, doğru ve optimum çözümlerin gerçekleşmesi için kullanılmış ve daha sonra gemi ve otomotiv sanayinde aynı amaçlar doğrultusunda sayısal bir yöntem olarak uygulama alanını genişletmiştir.

Aynı dönem içerisinde özellikle bilgisayarların sanayiye girmesiyle değişik mekanik özelliklere sahip malzemelerin kısa süre içerisinde analiz edilmeleri ve optimum çözümlerin elde edilmesi mümkün olmuştur.

Sonlu elemanlar metodunun esnek kullanım yapısı nedeniyle, incelemeye alınan malzemenin karmaşık geometrik yapısı analizde güçlük oluşturmaz. Değişik mekanik karakteristiğe ve geometriye sahip malzemeler bu metod yardımıyla kolayca çözümlenmeye tabi tutulurlar ve elde edilen sonuçların doğruluğu hayli yüksektir.

Değişik kategorideki problemler, değişik çözüm teknikleri gerektirir. Uygulamalı mühendislikte farklı kategorideki problemler sonlu elemanlar metoduyla geliştirilecek bilgisayar programı ile kolayca çözümlenir. Metodun bu universal yapısı nedeniyle gerek teorik eğitimde gerekse uygulamalı bilim ve sanayide bugün en çok kullanılan bir sayısal çözüm yöntemidir.

3.2. Sonlu Elemanlar Metodunun Çalışma Şekli

Sonlu elemanlar metodunun temel çalışma şekli, tüm çözüm bölgesini sonlu eleman ağına bölmek ve bir elemana ait tüm sistemin özelliklerini tanımlayan denklemlerini çıkartmak ve daha sonra tüm çözüm bölgesini temsil edecek şekilde lineer denklem takımını elde etmektir.

Tek bir elemana ait özelliklerin formüle edilmesinde birçok değişik yaklaşım yolları kullanılabilir. Bunlardan en çok kullanılan yaklaşımlar aşağıdaki şekilde incelenebilir:

a) Direkt yaklaşım:

Bu yaklaşım basit şekilli elemanların özelliklerini formüle etmede kullanılır.

b) Varyasyonel yaklaşım:

Bu yaklaşım çok yönlü ve daha gelişmiş bir yaklaşımdır. Bu yaklaşımın esas fonksiyonun extrimize edilmesidir. Yani fonksiyonun birinci türevinin sıfır olduğu nokta bulunur. Daha sonra ikinci türevinin sıfırdan büyük veya küçük olmasına göre extrim değerler maksimum veya minimum değeri tespit edilir. Direkt yaklaşımda basit şekilli eleman özelliklerini formüle etmek uygun olurken, varyasyonel yaklaşım hem basit hem de karmaşık şekilli eleman özelliklerini formüle etmede uygun bir yaklaşımdır.

c) Enerji dengesi yaklaşımı:

Bu yaklaşım global enerji dengesinden sonlu elemana ait denklemlerin çıkartılması esasına dayanır. Sisteme dahil olan ve sistemden çıkan termal ve mekanik enerjilerin eşit olması dikkate alınarak elemana ait özellikler formüle edilirler.

Yukarıda ifade edilen yaklaşımlardan herhangi birisi kullanılarak bir elemana ait özelliklerin matematik formülasyonu kurulabilir. Sonlu elemanlar metodunun çalışma şekli aşağıdaki şekilde özetlenebilir:

a) Cismin sonlu elemanlara bölünmesi

Yöntemde birinci adım çözüm bölgesinin sonlu elemanlara bölünmesidir. Bölünmede değişik eleman şekilleri kullanılabilir.

b) İnterpolasyon fonksiyonlarının seçilmesi

Yöntemde ikinci adım interpolasyon fonksiyonlarının seçimidir. İnterpolasyon fonksiyonları olarak genelde polinomlar tercih edilirler. Çünkü polinomların integral ve türevlerinin alınması kolaydır.

c) Bir elemana ait direngenlik matrisinin elde edilmesi

Bu aşamada bir elemana ait özelliklerin matris denklemi teşkil olunur. Bu işlem için yukarıda bahsedilen yaklaşımlardan herhangi birisi kullanılabilir. Tercih edilecek yaklaşım problemin yapısına bağlıdır.

d) Sistem denklemlerinin elde edilmesi (komple direngenlik matrisinin elde edilmesi):

Sistemin komple özelliklerinin elde edilmesi için, tüm eleman özelliklerinin sisteme "monte" edilmesi gerekmektedir. Sistemin matris denklemleri bir elemanın direngenlik matrisinin aynı formuna sahiptir. Bu işlem genel olarak bilgisayar operasyonu ile gerçekleştirilir.

e) Sistem denklemlerinin çözümü

Denklemlerin lineer veya nonlineer olması durumuna göre standart çözüm yöntemlerinden birisi kullanılarak denklemler çözülür.

f) Diğer önemli parametrelerin hesaplanması

İstenmesi durumunda kesme gerilmesi, asal gerilme gibi gerilme değerlerinin hesaplanması.

3.3. Sonlu Elemanlar Metodunun Uygulama Alanları

Sonlu elemanlar metodunun uygulama alanı olarak üç kategoriye ayrılması mümkündür. Bunlardan birincisi zaman faktöründen bağımsız denge problemlerine uygulanmasıdır. Sonlu elemanlar metodunun en çok uygulandığı konular bu tip problemlerdir. (Mekanik ve termal yüklemelerde gerilme ve sıcaklık dağılımlarının

hesaplanması konuları). Ayrıca akışkanlar mekaniğinde, basınç, hız ve sıcaklık dağılımlarının hesaplanması da aynı uygulama alanı içerisindedir.

Sonlu elemanlar metodunun ikinci uygulama alanı katılar ve akışkanlar mekaniğindeki özdeğer problemleridir. Kararlı hal (steady-state) olarak ortaya çıkan bu tip problemlerde katıların ve akışkanların doğal frekanslarının hesaplanmaları sonlu elemanlar metoduyla yapılır.

Üçüncü uygulama alanı olarak ilk iki kategoride bahsedilen zamandan bağımsız olgulara, zaman boyutunun dahil edilmesiyle ortaya çıkan süreklilik problemi konuları teşkil eder.

Sonlu elemanlar metodunun uygulama alanları yukarıda ifade edilen konularla sınırlı değildir. Uygulamalı ve teorik mühendislik bilimlerinin tüm disiplinleri sonlu elemanlar metodunun uygulamasına müsait konumdadır. Fakat en çok uygulama konuları uçak, uzay ve makine mühendisliğinde malzemelerin gerilme analizlerinde kullanılmakta olup bu problemler için paket bilgisayar programları hazırlanmıştır.

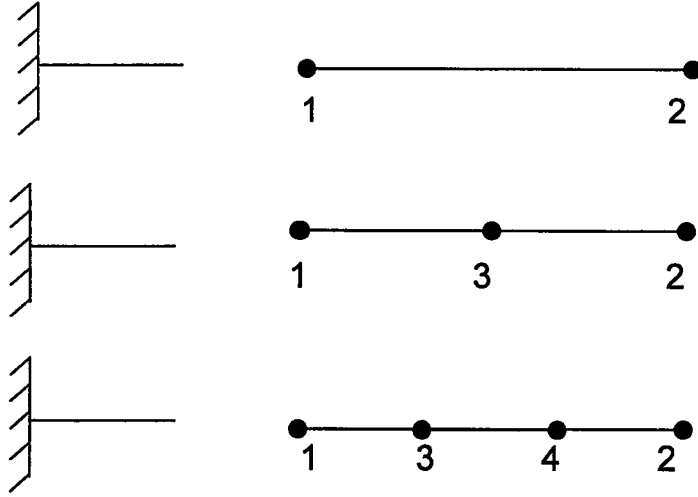
Yapılan bu çalışmada malzemenin sonlu elemanlar ağına bölünmesi (mesh generation) ve gerilme analizleri bilgisayar programıyla yapılmıştır.

3.4. Temel Eleman Şekilleri

Sonlu elemanlar metoduyla yapılan analizlerde öncelikle eleman tipinin doğru olarak tespit edilmesi gerekir. Sonlu elemanlar metodunda bir çok eleman tipi mevcuttur. Problemin yapısına bağlı olarak eleman seçimi yapılır. Doğru elemanın seçilmesi gerçek çözüme daha fazla yaklaşmak için gerekli bir husustur. Sonlu elemanlar metodunda kullanılan elemanlar basit geometrik yapılara sahip olup, genel olarak eleman boyutlarına göre dört kısma ayrılırlar:

a-) Bir boyutlu elemanlar

Bir bağımsız değişkeni olan bir boyutlu problemlerin çözümünde bu tip elemanlar kullanılırlar (Şekil 3.1.).

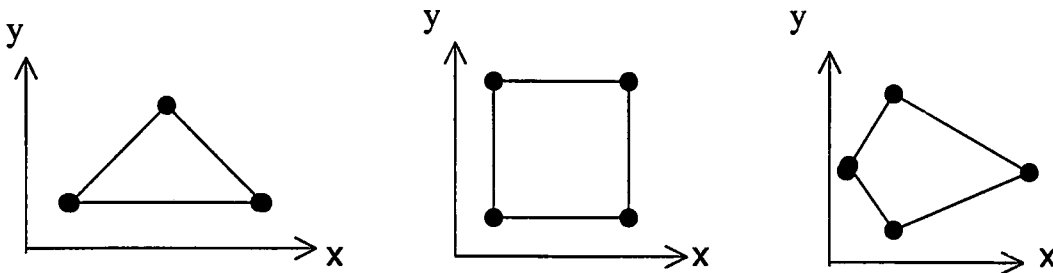


Şekil 3.1. Bir boyutlu elemanlar

b-) İki boyutlu elemanlar

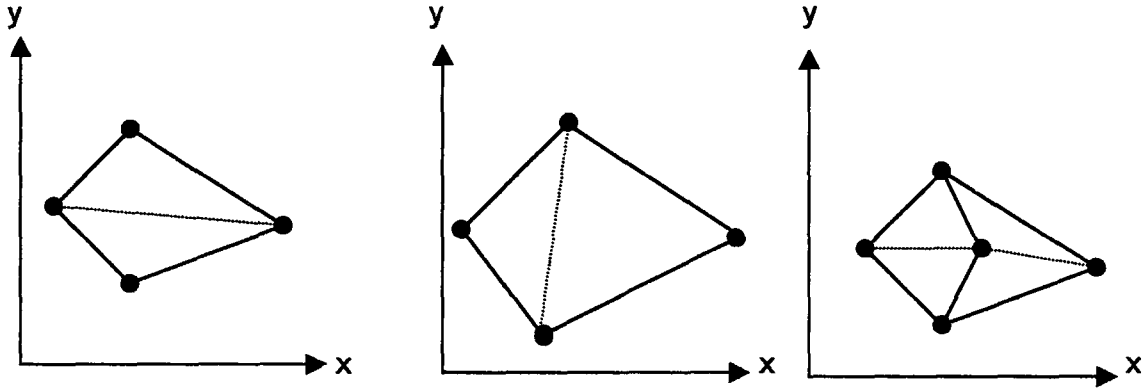
Uygulamada en çok kullanılan eleman şekilleri bu tip elemanlardır. Bunlardan üç düğümlü üçgen eleman çözüm bölgelerinin özelliklerini ifade bakımından daha kullanışlı bir elemandır (Topçu, 1991).

Düzlemsel gerilme analizlerinde iki boyutlu elemanlar elverişli elemanlar olup üçgen, dikdörtgen ve yamuk şeklinde değişik düğüm sayılarına sahip elemanlar mevcuttur (Şekil 3.2.). Dikdörtgen elemanlar global koordinat sisteminde kenarlarının paralelliklerinden ötürü sıkça kullanılan elemanlardır. Çözüm bölgesinin bilgisayarla düzgün olarak bölünmesinde bu tip elemanlar uygundur. Fakat eğrisel geometrik yapıya sahip problemlerde bu tip eleman düzgün şeklinden ötürü çok uygun değildir.



Şekil 3.2. İki boyutlu eleman şekilleri

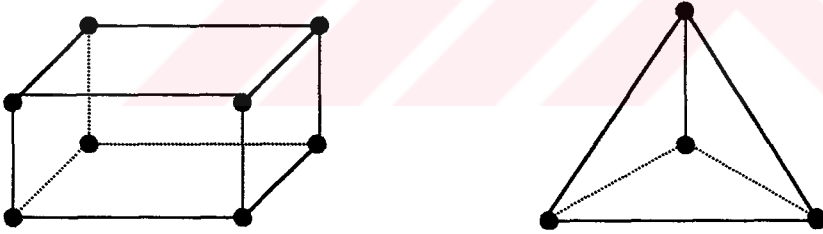
Yamuk tipteki elemanlar iki veya daha fazla üçgen elemanın kombinasyonu şeklinde teşkil olunabilirler (Şekil 3.3).



Şekil 3.3. Üçgen elemanların kombinasyonundan elde edilen yamuk elemanlar.

c-) Üç boyutlu elemanlar:

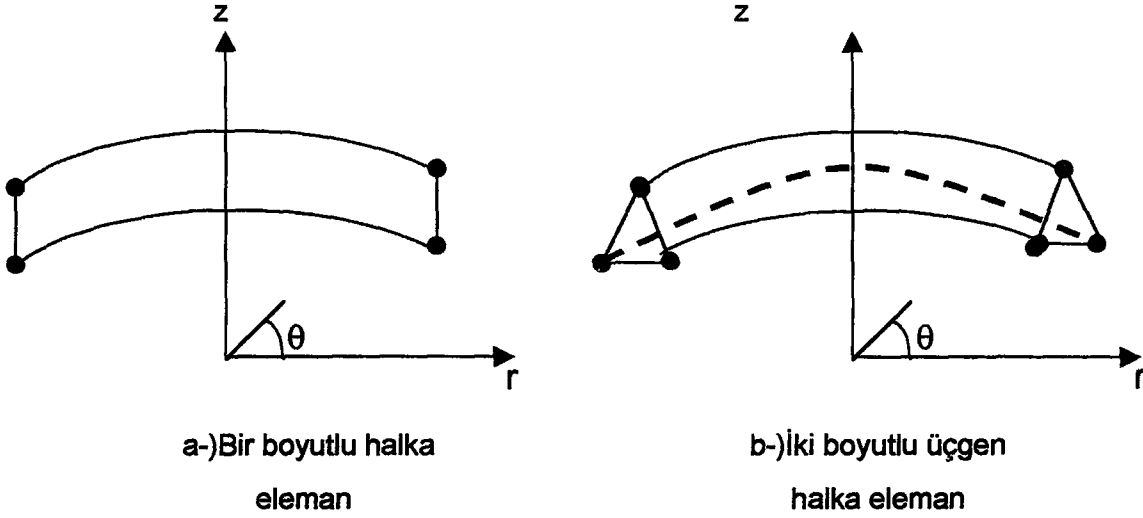
Bu tip elemanlar üçgen ve dikdörtgen prizması şeklindeki elemanlardır (Şekil 3.4)



Şekil 3.4. Üç boyutlu elemanlar.

d-) Asimetrik veya halka tip elemanlar

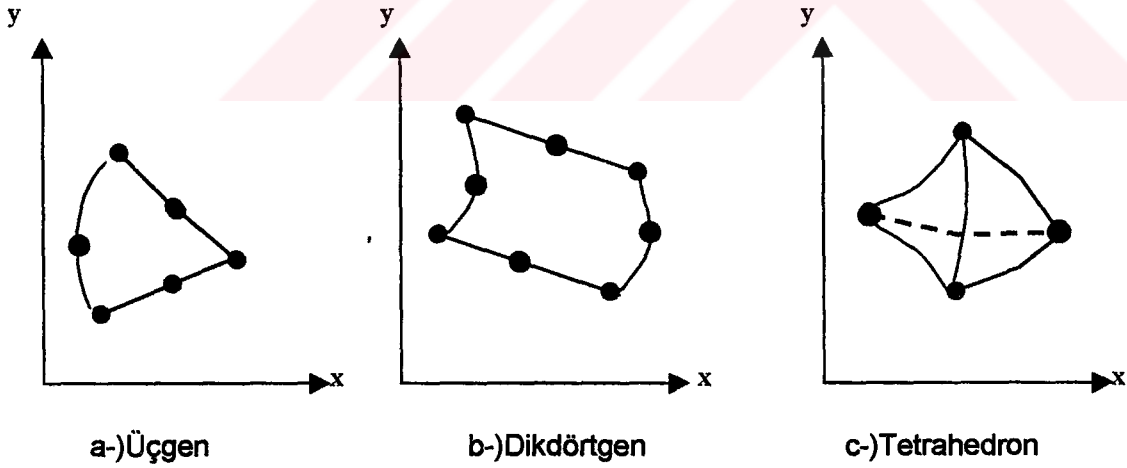
Bu tip elemanlar gerçekte üç boyutlu olmasına rağmen bir veya iki serbest değişgenle ifade edilebilen elemanlardır. Bu tip elemanlar silindirik koordinatlarda eksenel simetriye sahip problemler için uygun eleman tipleridir. (şekil 3.5.). Uygulamada birçok problem asimetriktir. (pistonlar, valfler, şaftlar vs.)



Şekil 3.5. Asimetrik halka elemanlar.

e-) İzoparametrik elemanlar.

Bu tip elemanlar sınır çizgileri eğrisel olan elemanlardır (Şekil 3.6.). Bu elemanlar eğrisel geometrik yapıya sahip problemlerin çözümünde kullanılırlar. Bu elemanlar yardımıyla üç boyutlu problemler iki boyutlu problem gibi çözümlenebilirler.



Şekil 3.6. İzoparametrik eleman şekilleri

3.5. Çözüm Bölgesinde Sonlu Elemanlar Ağının Teşkil Edilmesi

Analizi yapılacak problemin sınır çizgileri eğrisel bir yapıya sahip ise, düzgün geometrik şekle sahip sonlu eleman tiplerinin çözüm bölgesini doğru olarak tanımlaması mümkün olmayacaktır. Dolayısıyla bu şartlarda yapılacak çözümleme gerçek durum yansıtamaz. Böyle bir durumda ya kullanılan elemanların boyutlarını küçülterek sayılarını arttırmak gerekecektir, ya da eğri kenar şekillerine sahip sonlu eleman tipleri kullanmak gerekecektir. Birinci durumda bilgisayara yapılacak girdilerin artması sonucu çözüm zamanı uzayacaktır. Bu nedenle eğrisel forma sahip bölgelerde eğri kenarlı elemanlar kullanılmalıdır. Böylece hem çözüm bölgesi daha iyi tanımlamak ve hem de daha az eleman kullanılacağından çözüm süresi kısıllacaktır.

Bu çalışmada çözüm bölgesi dikdörtgen izoparametrik sonlu eleman tipiyle düzgün bir ağ şeklinde bölünmüştür. Kullanılan düzlemsel levha kompozit malzeme olduğundan takviye açısı $\theta=0^\circ$ ve $\theta=90^\circ$ için çözüm bölgesinin dörtte bir kısmının incelemeye alınması aksenel simetriden ötürü yeterlidir. Fakat diğer açı değerlerinde levhanın tamamı sonlu eleman ağına bölünmüştür. Bölmeleme işlemi bilgisayar programıyla yapılmıştır. Böylece hem çözüm süresi kısaltılmış, hemde problem bilgilerinin hazırlanmasında muhtemel hatalar en aza indirilmiştir.

3.6. İnterpolasyon Fonksiyonları

Sonlu elemanlar terminolojisinde interpolasyon fonksiyonu, alan değişkeninin (field variable) davranışının eleman üzerindeki temsilini ifade eder. İnterpolasyon fonksiyonu ayrıca şekil fonksiyonu veya yaklaşım fonksiyonu olarak da isimlendirilir. Birçok fonksiyon tipi interpolasyon fonksiyonu olarak kullanılabilir. Fakat uygulamada polinomlar matematik manipulasyona kolayca uymalarından ötürü (integral ve diferonsiyellerinin kolayca alınması) en çok tercih edilen fonksiyonlardır. Trigonometrik fonksiyonlar da aynı özelliğe sahiptirler fakat nadir olarak kullanılırlar. Yapılan bu çalışmada interpolasyon fonksiyonu olarak polinomlar tercih edilmiştir.

Seçilen sonlu eleman tipi interpolasyon fonksiyonunu belirler. Çünkü elemandaki düğüm sayısı interpolasyon fonksiyonunun mertebesini tayin eder (Topçu,1991).

3.6.1. Bir değişkenli interpolasyon fonksiyonu

n'nci dereceden bir boyutlu polinomun genel gösterimi

$$P_n(x) = \sum_{i=0}^{T_n^{(1)}} \alpha_i x^i \quad (3.1)$$

şeklindedir. Burada polinom içersindeki terim sayısı $T_n^{(1)}=n+1$ dir. Polinom 1.

Dereceden yazılırsa, $n=1$ için $T_2=2$ ve $P_1(x) = \alpha_0 + \alpha_1 x$,

2 nci dereceden yazılırsa, $n=2$ için $T_2^{(1)}=3$ ve

$$P_2(x) = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 x^2 \quad (3.2)$$

elde edilir.

3.6.2. İki Değişgenli İnterpolasyon Fonksiyonları

n. dereceden iki boyutlu bir polinomun ifadesi aşağıdaki gibidir.

$$P_n(x, y) = \sum_{k=1}^{T_n^{(2)}} \alpha_k x^i y^j \quad (i + j \leq n) \quad (3.3)$$

Burada polinom içersindeki terim sayısı

$T_n = (n + 1)(n + 2) / 2$ şeklindedir. Birinci dereceden polinom için $n=1$, $T=3$

ve

$$P_1(x, y) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \quad (3.4)$$

olur. İkinci dereceden bir polinom için $n=2$, $T_2=6$ ve,

$$P_2(x, y) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 xy + \alpha_5 x^2 + \alpha_6 y^2 \quad (3.5)$$

elde edilir. İki boyutlu polinomlar için, tüm terimlerin kolayca temin edilebileceği Paskal üçgeni Gallagher tarafından verilmiştir (şekil 3.7). Üç değişgenli polinomlarda benzer tarzda elde edilirler (Gallagher, 1969).

<u>Terimler</u>	<u>Terim sayısı</u>
1.....	1
x y.....	3
x^2 xy y^2	6
x^3 x^2y xy^2 y^3	10
x^4 x^3y x^2y^2 xy^3 y^4	15
x^5 x^4y x^3y^2 x^2y^3 xy^4 y^5	21
x^6 x^5y x^4y^2 x^3y^3 x^2y^4 xy^5 y^6	28

Şekil 3.7. İki boyutlu polinom terimleri.

3.6.3. Genelleştirilmiş Koordinatlar ve Düğüm sayısı-İnterpolasyon fonksiyonu ilişkisi.

Sonlu elemanlar metodunda kullanılan elemanların serbestlik derecesi, alan değişgeninin matematiksel ifadesi olan polinomların derecesine eşittir. Diğer bir deyimle, polinomlardaki katsayı adedi elemandaki düğüm sayısına eşit olmalıdır (Topçu,1991).

Bir polinom serisi içerisindeki katsayılar, elemanın genelleştirilmiş koordinatları olarak adlandırılır. Üç düğümlü bir üçgen eleman için alan değişgeninin ifadesi, lineer bir polinom serisi olarak,

$$\phi(x, y) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \quad (3.6)$$

şeklinde ifade edilir.

ϕ fonksiyonun α_1 , α_2 ve α_3 katsayıları üçgen elemanlarının üç düğüm değerlerini tanımlar. Şayet ϕ fonksiyonunu temsil için altı terimli bir polinom seçilmiş olsaydı, altı adet polinom katsayısını hesaplamak için altı adet düğüm değişgenine gerek olacaktı.

Buradan hareketle elemanlardaki düğüm sayıları ile interpolasyon fonksiyonları arasında birebir bir ilişki mevcuttur. Üç düğümlü bir üçgen eleman için interpolasyon fonksiyonu;

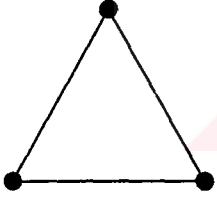
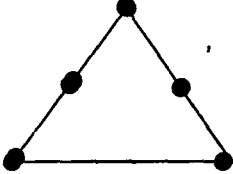
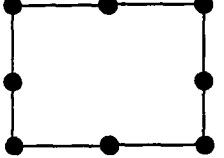
$$P(x, y) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \quad (3.7)$$

şeklinde ifade edilir. Kenar ortalarında düğümler bulunan altı düğümlü bir üçgen elemanın interpolasyon fonksiyonu;

$$P(x, y) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 xy + \alpha_5 x^2 + \alpha_6 y^2 \quad (3.8)$$

olur. Benzer şekilde diğer tip elemanlar ve düğüm noktaları için interpolasyon fonksiyonları (tablo 3.1.)'de verilmiştir.

Tablo 3.1. Üçgen ve dikdörtgen elemanlar için düğüm sayısı-interpolasyon fonksiyonu ilişkisi.

Eleman şekli	Düğüm sayısı	İnterpolasyon fonksiyonu
	3	$P(x, y) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y$
	6	$P(x, y) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 xy + \alpha_5 x^2 + \alpha_6 y^2$
	4	$P(x, y) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 xy$
	9	$P(x, y) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 xy + \alpha_5 x^2 + \alpha_6 y^2 + \alpha_7 x^2 y + \alpha_8 xy^2 + \alpha_9 x^2 y^2$

3.6.4. İnterpolasyon fonksiyonu olarak Lagrange polinomlarının kullanılması.

Sonlu elemanlar ağına bölünmüş çözüm bölgesinin toplam elemanlar karakteristiği, tek tek tüm elemanların karakteristiğinin sistematik bir şekilde toplanmasıyla elde edilir. Burada koordinat transformlarına ihtiyaç duyulur. Eleman karakteristiklerinin elde edilmesinde kolay bir yol lokal koordinat sistemidir. (Eleman ile birleşmiş r, s, t ile gösterilen koordinat sistemi). Elemanların tek tek birleştirilmesinde her bir elemanın lokal koordinat sistemi farklı olabilir. Toplam tüm elemanların karakteristiğinin elde edilmesi için önceden elemanlara ait eşitliklerin genel global koordinat sistemine transformasyon yapılması gerekir.

Bunun yanında elemanların birbirleriyle teşkil ettikleri ara yüzeylerde sürekliliğin sağlanması bir esastır. İnterpolasyon fonksiyonlarının seçilmesindeki bir zorlukta eleman aralarındaki ortak ara yüzeylerindeki sürekliliğin sağlanmasıdır. Sürekliliğin sağlanması için ortak eleman düğüm koordinatları ve yerdeğiştirmeler aynı olmalıdır. Bu işlem katı cisim yerdeğiştirmesi ve sabit şekil değiştirmenin meydana gelmesiyle sağlanır (Bathe, 1982). İnterpolasyon fonksiyonlarının lokal koordinat sistemlerinden seçilmesi eleman özelliklerinin ortaya çıkmasında uygunluk sağlar. Daha sonra global koordinat sistemine transform edilirler.

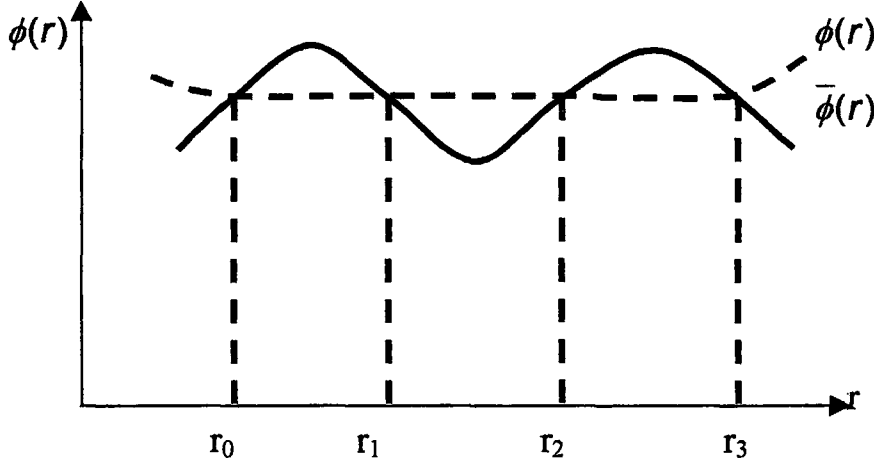
İnterpolasyon fonksiyonu olarak çoğunlukla polinomlar kullanılırlar. Lagrange polinomları ise keyfi fonksiyonların tanımlanmasına uygun polinom tipleridir. Lagrange polinomları kullanılarak elde edilen interpolasyon fonksiyonları düğüm noktalarında sürekliliği sağladığı için yerdeğiştirme fonksiyonu olarak tercih olunurlar (Topçu, 1991).

n. dereceli lagrange polinomunun genel formu

$$L_k(r) = \prod_{\substack{m=0 \\ m \neq k}}^n \frac{r - r_m}{r_k - r_m} = \frac{(r - r_0)(r - r_1) \dots (r - r_{k-1}) \dots (r - r_n)}{(r_k - r_0) \dots (r_k - r_{k-1})(r_k - r_{k+1}) \dots (r_k - r_n)} \quad (3.9)$$

şeklindedir. Burada $L_k(r)$, n lineer faktörlerinin çarpımıdır. Açıkça görülmektedir ki n polinomun derecesidir. $r=r_k$ olduğunda $L_k(r_k)$ nın değeri birim değere sahip olur. Fakat $r = r_m$ ve $m \neq k$ olduğunda polinomun değeri sıfıra eşit olur. Bu özelliğinden dolayı bu polinomlar, x -ekseni üzerinde herhangi bir aralıkta keyfi bir fonksiyonu tanımlama

imkanı getirir. Örneğin bir $\phi(r)$ fonksiyonunun r_0, r_1, r_2 ve r_3 noktalarındaki değerleri verilmiş ise bu ϕ fonksiyonu üçüncü dereceden bir polinomla tanımlanabilir (şekil 3.8).



Şekil 3.8. Verilen bir fonksiyonun lagrange polinomuyla yaklaşık ifadesi

$\phi(r)$ fonksiyonu,

$$\bar{\phi}(r) \cong \phi(r) = \sum_{l=0}^3 \phi_l L_l(r) = \phi_0 L_0 + \phi_1 L_1 + \phi_2 L_2 + \phi_3 L_3 \quad (3.10)$$

şeklinde ifade edilir.

Polinom içerisinde ifade edilen L_i katsayıları bazan Lagrange interpolasyon katsayısı olarak isimlendirilir. $L_3(r)$ katsayısının değeri

$$L_3(r) = \frac{(r - r_0)(r - r_1)(r - r_2)}{(r_3 - r_0)(r_3 - r_1)(r_3 - r_2)} \quad (3.11)$$

olur.

Lagrange interpolasyon katsayıları, düğüm noktalarındaki özelliklere sahip olduğundan, herhangi bir boyutlu eleman için $N_i(r) = L_i(r)$ yazılabilir.

Böylece,

$$\phi = \sum_{l=1}^n N_l r_l \quad (3.12)$$

elde edilir. Bathe tarafından, bir veya iki boyutlu elemanlar için düğüm noktalarının interpolasyon fonksiyonları hesaplanarak tablolar şeklinde verilmiştir. Bir boyutlu eleman için 2'den 4'e kadar değişebilen düğüm noktalarının interpolasyon fonksiyonları (tablo 3.2)'de verilmiştir. Bu tablodan istenilen interpolasyon fonksiyonu doğrudan alınabilir (Bathe, 1982).

Tablo 3.2. Bir boyutlu elemanın 2'den 4'e kadar değişen düğüm sayılarına göre interpolasyon fonksiyonları (Bathe, 1982, s.199)

$L_1 = \frac{1}{2}(1-r)$	$\frac{1}{2}(1-r^2)$	$+\frac{1}{16}(-9r^3 + r^2 + 9r - 1)$
$L_2 = \frac{1}{2}(1+r)$	$-\frac{1}{2}(1-r^2)$	$+\frac{1}{6}(9r^3 + r^2 - 9r - 1)$
$L_3 = (1+r^2)$	---	$+\frac{1}{16}(27r^3 + 7r^2 - 27r - 7)$
$L_4 = \frac{1}{16}(-27r^3 - 9r^2 + 27r + 9)$	---	---

3.6.5. İki Boyutlu Elemanlar İçin İnterpolasyon Fonksiyonu Olarak Lagrange Polinomlarının Kullanılması

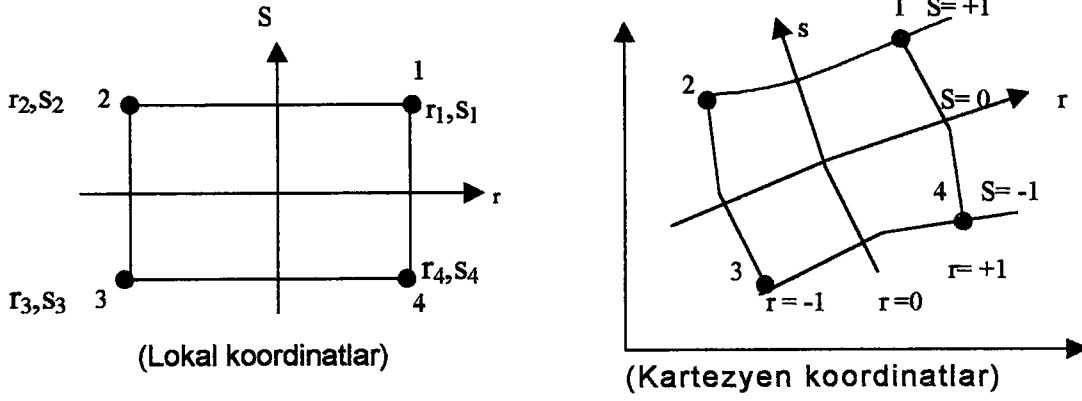
Genel olarak Lagrange polinomlarının ikişer ve üçer çarpımlarıyla, sırayla iki ve üç boyutlu elemanların interpolasyon fonksiyonları elde edilir. Örneğin dört düğümlü bir dikdörtgen izoparametrik bir elemana ait interpolasyon fonksiyonu,

$$\phi(r, s) = N_1(r, s)\phi_1 + N_2(r, s)\phi_2 + N_3(r, s)\phi_3 + N_4(r, s)\phi_4 \quad (3.13)$$

şeklinde yazılır. Burada

$$N_1(r, s) = L_1(r) L_1(s), \quad N_2(r, s) = L_2(r) \cdot L_2(s), \dots \quad (3.14)$$

şeklindedir. Dört düğümlü dikdörtgen bir elemanın interpolasyon fonksiyonun elemanları (şekil 3.9) da gösterilmiştir.



Şekil 3.9. İki boyutlu 4 düğümlü eleman

Üç No.lu düğümün Lagrange interpolasyon katsayıları

$$N_3(r, s) = L_3(r)L_3(s) \quad (3.15)$$

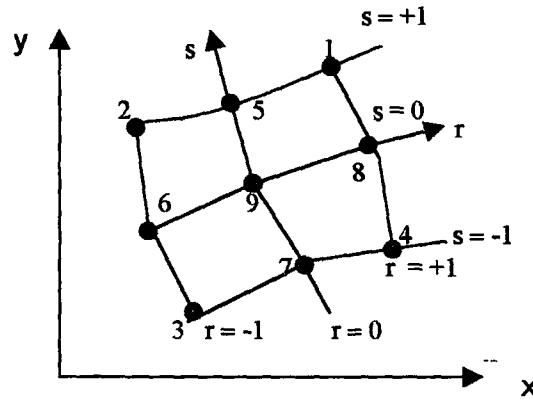
olur. Burada katsayıları

$$L_3(r) = \frac{r_1 - r_4}{r_3 - r_4} = \frac{r - 1}{-1 - 1}, \quad L_3(s) = \frac{s - s_2}{s_3 - s_2} = \frac{s - 1}{-1 - 1}, \quad (3.16)$$

$$N_3 = \frac{1}{4}(1 - r)(1 - s)$$

şeklinde ifade edilir.

Diğer düğümlere ait interpolasyon fonksiyonları aynı yoldan gidilerek elde edilirler. Bu çalışmada 9 düğümlü izoparametrik dikdörtgen eleman kullanıldığından bu elemana ait interpolasyon fonksiyonları (şekil 3.10.)'de verilmiştir. Bathe tarafından yapılan çalışmalarla iki ve üç boyutlu elemanların çeşitli sayıdaki düğüm miktarlarına göre interpolasyon fonksiyonları tablolar halinde verilmiştir (Bathe, 1982).



	i=5	i=6	i=7	i=8	i=9
$L_1 = \frac{1}{4}(1+r)(1+s)$	$-\frac{1}{2}L_5$			$-\frac{1}{2}L_8$	$-\frac{1}{4}L_9$
$L_2 = \frac{1}{4}(1-r)(1+s)$	$-\frac{1}{2}L_5$	$-\frac{1}{2}L_6$			$-\frac{1}{4}L_9$
$L_3 = \frac{1}{4}(1-r)(1-s)$		$-\frac{1}{2}L_6$	$-\frac{1}{2}L_7$		$-\frac{1}{4}L_9$
$L_4 = \frac{1}{4}(1+r)(1-s)$			$-\frac{1}{2}L_7$	$-\frac{1}{2}L_8$	$-\frac{1}{4}L_9$
$L_5 = \frac{1}{2}(1-r^2)(1+s)$					$-\frac{1}{2}L_9$
$L_6 = \frac{1}{2}(1-s^2)(1-r)$					$-\frac{1}{2}L_9$
$L_7 = \frac{1}{2}(1-r^2)(1-s)$					$-\frac{1}{2}L_9$
$L_8 = \frac{1}{2}(1-s^2)(1+r)$					$-\frac{1}{2}L_9$
$L_9 = \frac{1}{2}(1-r^2)(1-s^2)$					

Şekil 3.10. Dokuz düğümlü iki boyutlu elemanın interpolasyon fonksiyonları

4. ANİZOTROPİK MALZEMELER İÇİN GERİLME-ŞEKİLDEĞİŞTİRME BAĞINTILARI

Bütün doğrultularda mekanik özellikleri birbirinden farklı olan malzemeler “anizotropik malzemeler” olarak tanımlanır. Bu hâl malzemeler için en genel durumdur. Eğer malzemede karşılıklı olarak iki düzlemde simetri varsa, yani iki tane ortogonal simetri düzlemi varsa bu durum “ortogonal anizotropi” veya “ortotropi” olarak isimlendirilir.

4.1. Genelleştirilmiş Hooke Yasası

Anizotropik malzemelerde gerilme-şekildeğiştirme ile ilgili Hooke yasası aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\sigma_i = c_{ij} \varepsilon_j \quad i, j = 1, \dots, 6 \quad (4.1)$$

Burada σ_i gerilme bileşenleri, c_{ij} , rijitlik matrisi ve ε_j şekildeğiştirme bileşenlerini ifade eder. Kütle kuvvetlerinin olmadığı, gerilme ve şekildeğiştirme tansörlerinin simetrik olduğu durumlarda

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji} \quad , \quad \varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji} \quad (4.2)$$

eşitlikleri yazılır.

Üç boyutlu gerilme-şekildeğiştirme hali için daha kısa bir notasyon (vektör notasyon) (tablo 4.1)'de verilmiştir.

Tablo 4.1. Gerilme-Şekildeğiştirme İçin Tansör Ve Kısaltılmış Notasyon Tablosu

Gerilme		Şekildeğiştirme	
Tansör Notasyonu	Kısaltılmış Notasyon	Tansör Notasyonu	Kısaltılmış Notasyon
σ_{11}	σ_1	ϵ_{11}	ϵ_1
σ_{22}	σ_2	ϵ_{22}	ϵ_2
σ_{33}	σ_3	ϵ_{33}	ϵ_3
$\tau_{23} = \sigma_{23}$	σ_4	$\gamma_{23} = 2\epsilon_{23}$	ϵ_4
$\tau_{31} = \sigma_{31}$	σ_5	$\gamma_{31} = 2\epsilon_{31}$	ϵ_5
$\tau_{12} = \sigma_{12}$	σ_6	$\gamma_{12} = 2\epsilon_{12}$	ϵ_6

(Tablo 4.1.)’deki şekil değıştirmeler,

$$\begin{aligned} \epsilon_1 &= \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \epsilon_2 = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \epsilon_3 = \frac{\partial w}{\partial z} \\ \gamma_{23} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}, \quad \gamma_{31} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}, \quad \gamma_{12} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{aligned} \quad (4.3)$$

şeklindedir.

Burada u, v, w bağıntıları sırası ile x, y ve z doğrultularındaki deplasmanlardır. (4.1)’deki rijitlik matrisi 36 bağımsız elemana (sabite) sahip bir matristir. Elastik malzemeler için 36 sabite daha az bağımsız elemanla ifade edilebilir. Bunun için elastik potansiyel veya şekildeğiştirme enerji yoğunluğu fonksiyonu dikkate alınmalıdır. Elastik potansiyele sahip elastik bir malzemede, bir birim hacme gelen σ_i gerilmesi bu malzemede $d\epsilon_i$ kadar bir şekildeğişikliği meydana getirir. Bu şekildeğişimi elastik malzemenin birim hacmi elemanı içersinde dW kadar bir şekildeğiştirme enerjisi oluşturur. Bu durum

$$dW = \sigma_i d\epsilon_i \quad (4.4)$$

bağıntısıyla ifade edilebilir.

σ_i 'nin (4.1)'deki ifadesi (4.4)'de yerine konulursa,

$$dW = c_{ij} \varepsilon_j d\varepsilon_i \quad (4.5)$$

elde edilir. Böylece birim hacim elemanı için şekil değiştirme işi bulunmuş olur. Toplam şekil değiştirme enerjisi için (4.5)'in integrali alınarak

$$W = \frac{1}{2} c_{ij} \varepsilon_j \varepsilon_i \quad (4.6)$$

veya farklı bir yaklaşımla

$$W = \frac{1}{2} c_{ji} \varepsilon_i \varepsilon_j \quad (4.7)$$

elde edilir. Böylece elastik malzeme için şekil değiştirme enerjisi farklı iki denklemle ifade edilmiştir. (4.6) ve (4.7) denklemlerinin ayrı ayrı kısmi türevleri alınırsa, (4.6)'dan

$$\partial W = c_{ij} \varepsilon_j \partial \varepsilon_i \quad (4.8)$$

ve (4.7)'den,

$$\partial W = c_{ji} \varepsilon_i \partial \varepsilon_j \quad (4.9)$$

elde edilir. (4.8) ve (4.9) ifadeleri düzenlendiğinde

$$\frac{\partial W}{\partial \varepsilon_i} = c_{ij} \varepsilon_j \quad , \quad \frac{\partial W}{\partial \varepsilon_j} = c_{ji} \varepsilon_i \quad (4.10)$$

olur. (4.10) bağıntıları daha önce ifade edilen Hooke yasasının ifadesidir. Şekildeğiştirme enerji fonksiyon ifadesinin ikinci türevleri alındığında

$$\frac{\partial^2 W}{\partial \varepsilon_i \partial \varepsilon_j} = c_{ij} \quad , \quad \frac{\partial^2 W}{\partial \varepsilon_j \partial \varepsilon_i} = c_{ji} \quad (4.11)$$

elde edilir. Kısmi türev alma sırası türevde önemsiz olduğundan (4.11) ifadesinin sonucu olarak

$$C_{ij} = C_{ji} \quad (4.12)$$

yazılabilir. Böylece (4.12) ifadesinden rijitlik matrisinin simetrik olduğu görülür ve 21 bağımsız elemanla ifade edilebilir. Benzer tarzla (4.8) ifadesi

$$W = \frac{1}{2} S_{ij} \sigma_i \sigma_j \quad (4.13)$$

şeklinde ifadeler edilebilir. Burada S_{ij} elastiklik matrisidir ve şekildeğiştirmeler ile gerilmeler arasındaki bağıntıyı verir. S_{ij} matrisi için enerji fonksiyonları aynı tarzda teşkil edilip kısmi türevleri alınır, aynen c_{ij} rijitlik matrisi gibi simetrik bir matris olduğu ve 21 bağımsız sabitle ifade edilebileceği görülür. ($S_{ij}=S_{ji}$).

Gerilme-şekildeğiştirme bağıntısının açık bir gösterim tarzıyla (matris formunda) ifadesi aşağıdaki gibidir.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} \quad (4.14)$$

(4.14) ifadesi gibi benzer tarzda elastiklik matrisi de 21 bağımsız sabitle ifade edilebilir. Bu şekilde ifade edilebilen anizotropik malzemelere “triklinik” malzemeler denir. Diğer bir ifadeyle malzeme özellikleri için simetri düzlemi mevcut olmayan malzemelerdir. Malzeme özellikleri bakımından elastik cismin, bir simetri düzlemi olması halinde gerilme-şekildeğiştirme bağıntısı

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & C_{36} \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & C_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{45} & C_{55} & 0 \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} \quad (4.15)$$

şeklinde elde edilir. Burada simetri düzlemi (1-2) düzlemidir. Bu tür malzemelere “monoklinik” malzemeler denir ve 13 bağımsız elastik sabitle ifade edilirler.

Şayet malzemede üç tane simetri varsa bu durum “ortogonal anizotropi” olarak isimlendirilir ve gerilme-şekildeğiştirme bağıntısı

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} \quad (4.16)$$

şeklinde ifade edilir.

Bu tür malzemeler ortotropik malzeme olarak tanımlanır ve 9 bağımsız sabitle ifade edilebilir. Gerilme-şekildeğiştirme bağıntısı matrisi olan elastiklik matrisi ortotropik malzemeler için benzer tarzda aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\{S_{ij}\} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

(4.16) ve (4.17) ifadelerinden $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ normal gerilmeler ile $\gamma_{23} = \varepsilon_4$, $\gamma_{31} = \varepsilon_5$, $\gamma_{12} = \varepsilon_6$ kayma şekildeğiştirmeler arasında ortotropik malzemeler için anizotropik malzemelerde meydana çıkan ilişkilerin olmadığı görülür. Benzer olarak kayma gerilmelerinin sadece kendi düzlemlerindeki kayma şekildeğiştirmelerle ilişkili olduğu, farklı düzlemlerdeki kayma şekildeğiştirmeler ile etkileşim içinde olmadığı anlaşılır.

Eğer bir malzemede, mekanik özelliklerin tüm doğrultularda aynı olduğu tek bir düzlem, malzemenin her noktasında mevcut ise bu tür malzemelere “Transversely izotropik” denir ve 5 bağımsız sabitle ifade edilebilir. Bu tür malzemelerde gerilme-şekildeğiştirme bağıntısı

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (C_{11} - C_{12})/2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} \quad (4.18)$$

şeklinde ifade edilebilir.

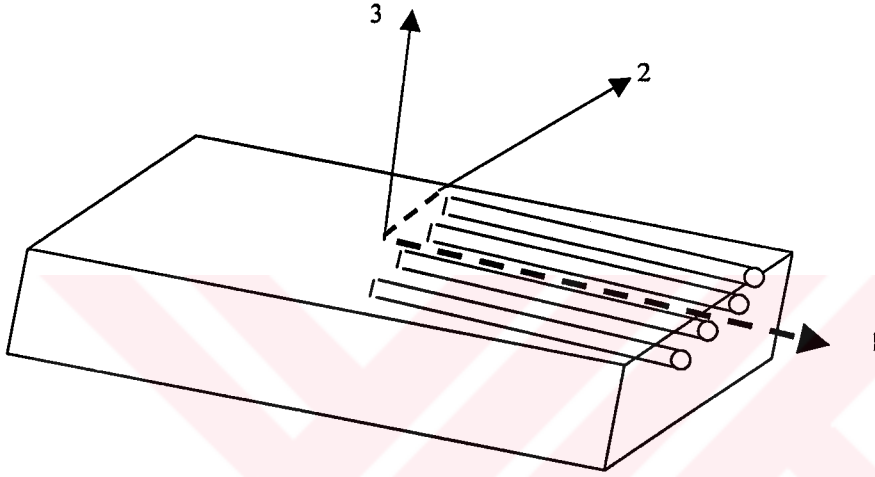
Eğer malzemede sınırsız sayıda simetri düzlemi mevcutsa bu tür malzemelere izotropik malzemeler denir ve 2 bağımsız sabitle rijitlik matrisi ifade edilebilir. Böylece

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (C_{11} - C_{12})/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (C_{11} - C_{12})/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (C_{11} - C_{12})/2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} \quad (4.19)$$

eşitliği elde edilir. (4.19) eşitliğinde görüldüğü gibi bağımsız sabitler sadece C_{11} ve C_{12} sabitleridir.

4.2. Ortotropik Malzemede Düzlem Gerilme İçin Gerilme- Şekildeğiştirme Bağlıları

1-2 düzlemi içersindeki ortotropik bir malzeme için (şekil 4.1), düzlemsel gerilme hali, 3'üncü düzlem ile ilgili gerilmelerin sıfır alınmasıyla ifade edilir.



Şekil 4.1. Ortotropik malzemenin düzlemsel durumu

$$\sigma_3 = 0 \quad \tau_{23} = 0 \quad \tau_{31} = 0 \quad (4.20)$$

ortotropik malzeme için şekildeğiştirmeler (4.17) ifadesinden

$$\begin{aligned} \varepsilon_3 &= S_{13}\sigma_1 + S_{23}\sigma_2 \\ \gamma_{23} &= 0 \quad \gamma_{31} = 0 \end{aligned} \quad (4.21)$$

elde edilir.

Böylece ortotropik kompozit malzemeler için düzlemsel gerilme-şekildeğiştirme bağıntıları aşağıdaki gibi,

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{12} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad (4.22)$$

bulunur. Burada elastiklik matris elemanlarını mühendislik sabitleri cinsinden ifade edilmesi,

$$S_{11} = \frac{1}{E_1}$$

$$S_{12} = -\frac{\nu_{12}}{E_1} = \frac{-\nu_{21}}{E_2}$$

(4.23)

$$S_{22} = \frac{1}{E_2}$$

$$S_{66} = \frac{1}{G_{12}}$$

şeklindedir. (4.22) ifadesi 4 adet bağımsız değişken ile ifade edilmektedir. (4.21) ifadesinde ε_3 'ün bulunabilmesi için ν_{13}, ν_{23} değerlerinin bilinmesi gerekir. Bu zorlukları gidermek için şekildeğiştirmeleri gerilmeler cinsinden ifade etmek yerine, gerilmeleri şekildeğiştirmeler cinsinden Q_{ij} rijitlik matrisi ile ifade etmek kolaylık sağlar. Bu durumda;

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (4.24)$$

elde edilir. Burada indirgenmiş rijitlik matrisin elemanlarını elastik matris elemanları cinsinden yazıldığında,

$$Q_{11} = \frac{S_{22}}{S_{11} S_{22} - S_{12}^2}$$

$$Q_{12} = -\frac{S_{12}}{S_{11} S_{22} - S_{12}^2}$$

$$Q_{22} = \frac{S_{11}}{S_{11} S_{22} - S_{12}^2}$$

$$Q_{66} = \frac{1}{S_{66}}$$

(4.25)

olur. Benzer şekilde aynı elemanları mühendislik sabitleri cinsinden yazıldığında,

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12} \nu_{21}}$$

$$Q_{12} = \frac{\nu_{12} E_2}{1 - \nu_{12} \nu_{21}}$$

$$Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12} \nu_{21}}$$

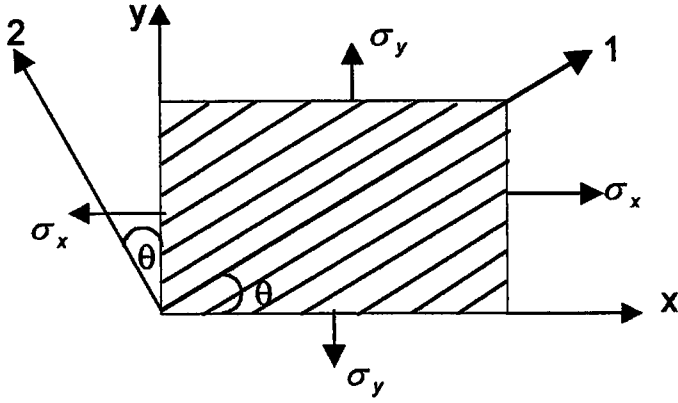
(4.26)

$$Q_{66} = G_{12}$$

elde edilir.

4.3. Keyfi Takviyeli Ortotropik Kompozit Malzemelerde Düzlem Gerilme İçin Gerilme-Şekildeğiştirme Bağlılıları

Ortotropik kompozit malzemelerde, malzemeye uygulanan gerilmelerin teşkil ettiği koordinat takımı ile asal malzeme doğrultuları arasında bir θ açısı bulunduğunda (şekil 4.2.) gerilme-şekildeğiştirme bağıntıları için bir koordinat sisteminden diğer koordinat sistemine dönüşüm denklemlerinin yazılması gerekir.



Şekil 4.2. x-y eksen takımıyla θ açısı yapan ortotropik kompozit levha elemanı.

(şekil 4.2.) deki levhada x-y eksen takımındaki gerilmeler 1-2 eksen takımına transform edildiğinde

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & -2\sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & 2\sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & -\sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{Bmatrix} \quad (4.27)$$

elde edilir. Benzer şekilde, şekildeğiştirme transformasyon denklemleri yazıldığında

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \frac{\gamma_{xy}}{2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & -2\sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & 2\sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & -\sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \frac{\gamma_{12}}{2} \end{Bmatrix} \quad (4.28)$$

bulunur. (4.27) ve (4.28) eşitliklerinden transformasyon işleminin malzeme özellikleriyle ilgili olmadığı, gerilmelerin rotasyonu ile ilgili olduğu görülmektedir. Burada transformasyon matrisi,

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & -2\sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & 2\sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & -\sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

şeklindedir. Gerilme ve şekildeğiştirme bağıntıları transformasyon matrisi yardımıyla aşağıdaki gibi gösterilebilir.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [T]^{-1} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad (4.30)$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \frac{\gamma_{xy}}{2} \end{Bmatrix} = [T]^{-1} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \frac{\gamma_{12}}{2} \end{Bmatrix} \quad (4.31)$$

Burada (-1) işareti matrisin tersini temsil eder. (4.31) eşitliğindeki $\frac{1}{2}$ çarpanının ortadan kaldırılması ve eşitliğin daha basit hale dönüştürülmesi için Reuter tarafından aşağıdaki matris tanımlanmıştır (Reuter, 1971).

$$[R] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

(4.32) matrisi işleme sokulduğunda şekildeğiştirme bileşenleri vektörü daha kullanışlı bir hale dönüşür.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = [R] \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \frac{\gamma_{12}}{2} \end{Bmatrix} \quad (4.33)$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = [R] \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \frac{\gamma_{xy}}{2} \end{Bmatrix} \quad (4.34)$$

elde edilir. (4.33) ve (4.34) eşitlikleri şekildeğiştirme transformasyon denklemlerinde şekildeğiştirme vektör bileşenleri olarak kullanılabilirler (Jones, 1975).

(şekil 4.2) de gösterilen 1-2 ve x-y eksen takımlarının birbirleriyle çakışması durumunda gerilme-şekildeğiştirme ifadesi,

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (4.35)$$

şeklinde olur. Eksen takımlarının çakışmaması durumunda, (4.30) ve (4.31) gerilme ve şekildeğiştirme transformasyon eşitlikleri ile (4.32) matrisi kullanılarak

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [T]^{-1} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = [T]^{-1} [Q] [R] [T] [R]^{-1} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (4.36)$$

eşitliği elde edilir.

Burada (4.35) eşitliği

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = [Q] \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (4.37)$$

şeklinde kısaltılmıştır.

(4.36) eşitliğindeki $[R][T][R]^{-1}$ ifadesi, $[T]$ matrisinin transpozesi $([T]^T)$ olarak gösterilebilir. Yani

$$[R][T][R]^{-1} = [T]^T \quad (4.38)$$

olur. Ayrıca aşağıdaki kısaltma yapılırsa

$$[\bar{Q}] = [T]^{-1} [Q] [T]^{-T} \quad (4.39)$$

x-y koordinatlarındaki gerilme-şekildeğiştirme bağıntısı;

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [\bar{Q}] \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (4.40)$$

elde edilir. Burada, rijitlik matrisi

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{11} &= \bar{Q}_{11} \cos^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{22} \sin^4 \theta \\ \bar{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{12} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) \\ \bar{Q}_{22} &= Q_{11} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{22} \cos^4 \theta \\ \bar{Q}_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta \\ \bar{Q}_{26} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^3 \theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta \\ \bar{Q}_{66} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66} - 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{66} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) \end{aligned} \quad (4.41)$$

şeklindedir. ($\bar{Q}_{ij}$ rijitlik matrisi, indirgenmiş Q_{ij} rijitlik matrisi yerine kullanılan transforme edilmiş rijitlik matrisini temsil eder.)

Şekildeğiştirmeleri gerilmeler cinsinden ifade etmek için (4.40) eşitliğinin tersini almak veya (4.22) eşitliğinde indirgenmiş Q_{ij} matrisine benzer S_{ij} matrisi tanımlamak gerekir. İkinci yol esas alındığında bu işlem ile (4.22) eşitliğindeki asal malzeme doğrultularındaki gerilme-şekildeğiştirme bağıntıları x-y koordinat takımına dönüştürülmüş olur. Asal malzeme doğrultularındaki gerilme-şekildeğiştirme bağıntısı

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{12} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad (4.42)$$

şeklindedir.

Reuter matrisi kullanılarak (4.30) ve (4.31) eşitliklerine transformasyon tatbik edildiğinde,

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = [T]^T [S] [T] \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{S}_{11} & \bar{S}_{12} & \bar{S}_{16} \\ \bar{S}_{12} & \bar{S}_{22} & \bar{S}_{26} \\ \bar{S}_{16} & \bar{S}_{26} & \bar{S}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (4.43)$$

elde edilir. Burada

$$[R][T]^{-1}[R]^{-1} = [T]^T$$

ve

$$[T]^T [S] [T] = [\bar{S}]$$

olarak alınır.

S_{ij} matris elemanları;

$$\bar{S}_{11} = S_{11} \cos^4 \theta + (2S_{12} + S_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + S_{22} \sin^4 \theta$$

$$\bar{S}_{12} = S_{12} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) + (S_{11} + S_{22} - S_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta$$

$$\bar{S}_{22} = S_{11} \sin^4 \theta + (2S_{12} + S_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + S_{22} \cos^4 \theta$$

$$\bar{S}_{16} = (2S_{11} - 2S_{12} - S_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta - (2S_{22} - 2S_{12} - S_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta \quad (4.44)$$

$$\bar{S}_{26} = (2S_{11} - 2S_{12} - S_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta - (2S_{22} - 2S_{12} - S_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta$$

$$\bar{S}_{66} = 2(2S_{11} + 2S_{22} - 4S_{12} - S_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + S_{66} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta)$$

şeklindedir. S_{ij} matris elemanlarının mühendislik sabitleri cinsinden ifadesi (4.23) de olduğu gibi

$$\begin{aligned} S_{11} &= \frac{1}{E_1} \\ S_{11} &= \frac{\nu_{12}}{E_1} = -\frac{\nu_{21}}{E_2} \end{aligned} \quad (4.45)$$

$$\begin{aligned} S_{22} &= \frac{1}{E_2} \\ S_{66} &= \frac{1}{G_{12}} \end{aligned}$$

şeklindedir.

4.4. Kompozit Malzemenin Mukavemet Değerlerinin Bulunması

Kompozit malzemelerin mukavemet değerlerinin bulunması homojen yapılı izotrop cisimlerden farklıdır. Kompoziti oluşturan matrix ve fiber malzemelerin mikromekanik etkileşimlerinden dolayı kompozitin mukavemet değerlerinin, fiber ve matrix'in hacimsel konsantrasyonlarına bağlı olarak hesaplanması gerekir. Mukavemet değerlerinin hesaplanmasında aşağıdaki esaslar kabul edilir.

a-) Kompozit malzeme makroskopik olarak homojen, ortotropik ve lineer-elastiktir.

b-) Fiber malzeme, homojen, lineer-elastik ve izotropiktir.

c-) Matrix, homojen, lineer-elastik ve izotropiktir.

d-) Fiber ve matrix malzemedeki şekildeğişimler aynı doğrultuda ve düzlem içindedir (şekil 4.3)

Yapılan temel kabüle göre,

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta_L}{L} \quad (4.47)$$

yazılabilir. Burada ε_1 matrix ve fibere beraberce tatbik edilir. Gerilmeler;

$$\begin{aligned}\sigma_f &= E_f \varepsilon_1 \\ \sigma_m &= E_m \varepsilon_1\end{aligned}\tag{4.48}$$

şekilde ifade edilir.

Kompozitin kesit alanı A ise, ortalama gerilme σ_1 bu alana etki eder ve kompozite etki eden kuvvet,

$$P = \sigma_1 A = \sigma_f A_f + \sigma_m A_m\tag{4.49}$$

olur.

Burada A_f ve A_m sırasıyla fiber ve matrix malzemelerin kesit alanlarıdır.

(4.48) eşitliği (4.49) denklemini içine dahil edilerek

$$\sigma_1 = E_1 \varepsilon_1\tag{4.50}$$

olur.

Bu esaslara ilaveten kompozitin mühendislik sabitleri, kompoziti oluşturan fiber ve matrix malzemelerin mühendislik sabitleri cinsinden hesaplanır. Örneğin, Fiber takviyeli bir kompozit malzemenin elastisite sabitleri, fiber ve matrix özellikleri ile fiber ve matrix'in hacimsel konsantrasyonları ile hesaplanmalıdır.

$$C_{ij} = C_{ij}(E_f, \nu_f, V_f, E_m, \nu_m, V_m)$$

Burada,

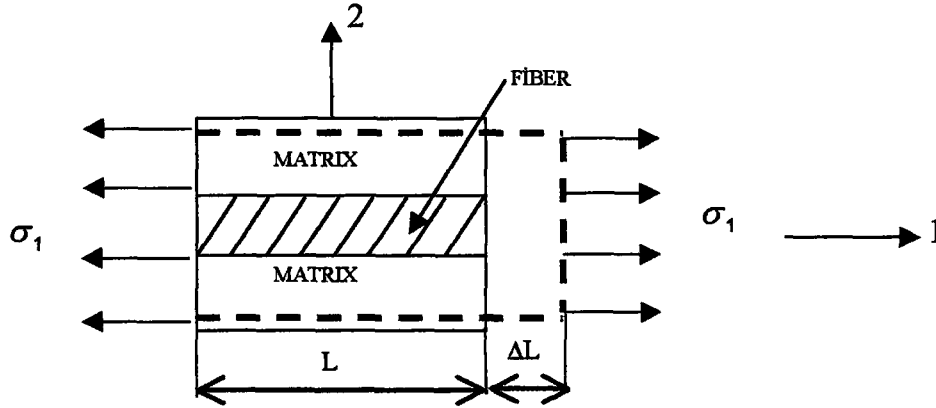
E_f = İzotropik fiberin Young modülü,

ν_f = İzotropik fiberin poisson oranı,

$$V_f = \frac{\text{Fiber hacmi}}{\text{Kompozitin toplam hacmi}}$$

şeklindedir. Benzer açıklama matrix için de aynıdır.

4.4.1. Kompozit Malzemede E_1 Elastisite Modülünün Bulunması



Şekil 4.3. 1-doğrultusunda yüklenmiş kompozit malzeme

Kompozit malzemenin elastisite modülü,

$$E_1 = E_f \frac{A_f}{A} + E_m \frac{A_m}{A} \quad (4.51)$$

olur. Fiber ve matrix'in hacimsel oranları aşağıdaki gibi yazılabilir;

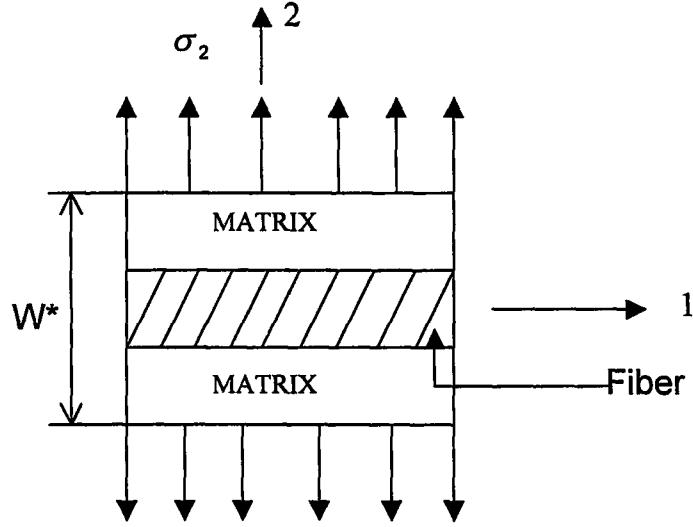
$$V_f = \frac{A_f}{A}, \quad V_m = \frac{A_m}{A} \quad (4.52)$$

Böylece Kompozit malzemenin 1-doğrultusundaki young modülü;

$$E_1 = E_f V_f + E_m V_m \quad (4.53)$$

olur.

4.4.2. Kompozit Malzemelerin E_2 Elastisite Modülünün Bulunması



Şekil 4.4. 2-Doğrultusunda yüklenmiş kompozit malzeme

Yanal doğrultuda yüklenmiş kompozit malzemede σ_2 gerilmesi fiber ve matrix'e aynı değerde etki eder (şekil 4.4). Fiber ve matrix'te şekil değiştirme böylece,

$$\begin{aligned}\varepsilon_f &= \frac{\sigma_2}{E_f} \\ \varepsilon_m &= \frac{\sigma_2}{E_m}\end{aligned}\tag{4.54}$$

olur. ε_f şekil değiştirme $V_f W^*$ üzerine etkirken, ε_m ise $V_m W^*$ üzerine etkir. Böylece toplam yanal deformasyon,

$$\varepsilon_2 = V_f W^* \varepsilon_f + V_m W^* \varepsilon_m\tag{4.55}$$

olur. Veya,

$$\varepsilon_2 = V_f \varepsilon_f + V_m \varepsilon_m\tag{4.56}$$

olur. (4.54) ifadeleri (4.56) ya dahil edilerek

$$\varepsilon_2 = V_f \frac{\sigma_2}{E_f} + V_m \frac{\sigma_2}{E_m} \quad (4.57)$$

elde edilir. Fakat,

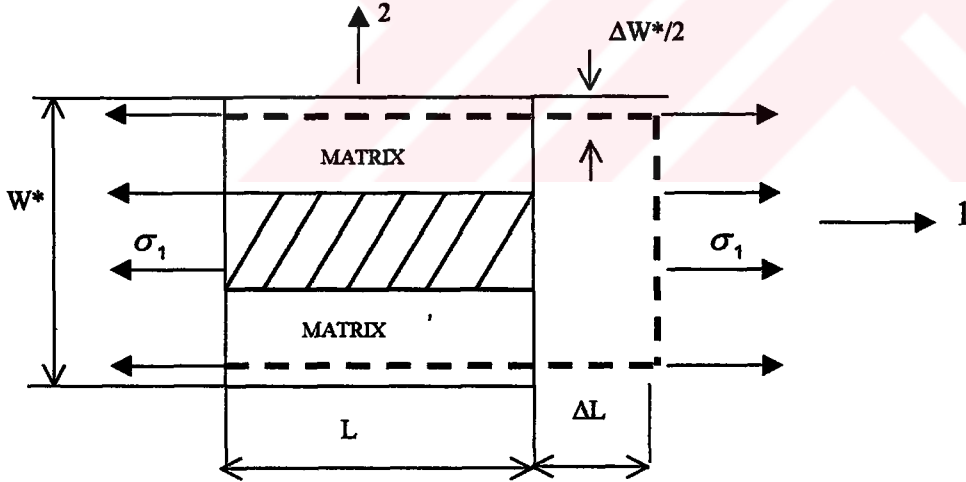
$$\sigma_2 = E_2 \varepsilon_2 = E_2 \left(\frac{V_f \sigma_2}{E_f} + \frac{V_m \sigma_2}{E_m} \right) \quad (4.58)$$

olduğundan, kompozit malzemenin 2-doğrultusundaki young modülü böylece,

$$E_2 = \frac{E_f E_m}{V_m E_f + V_f E_m} \quad (4.59)$$

elde edilir.

4.4.3. Kompozit Malzemenin Poisson Oranının Bulunması



Şekil 4.5. 1-Doğrultusunda yüklenmiş kompozit malzeme

Kompozit malzemenin poisson oranı E_1 'in bulunmasındaki benzer yaklaşım ile elde edilebilir.

Poisson oranı,

$$\nu_{12} = -\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \quad (4.60)$$

şeklindedir. Gerilme durumu $\sigma_1 = \sigma$ ve diğer gerilmeler sıfırdır. Deformasyon durumu (şekil4.5)'de görüldüğü gibidir. Yanal deformasyon,

$$\Delta_w = -W * \varepsilon_2 = W * \nu_{12} \varepsilon_1 \quad (4.61)$$

şeklindedir. Δ_w aynı zamanda aşağıdaki eşitliğe de sahiptir,

$$\Delta_w = \Delta_{mw} + \Delta_{fw} \quad (4.62)$$

Δ_{mw} ve Δ_{fw} deformasyonları yaklaşık olarak aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} \Delta_{mw} &= W * V_m \nu_m \varepsilon_1 \\ \Delta_{fw} &= W * V_f \nu_f \varepsilon_1 \end{aligned} \quad (4.63)$$

Böylece kompozit malzemenin poisson oranı (4.61), (4.62) ve (4.63) eşitliklerinden,

$$\nu_{12} = V_m \nu_m + V_f \nu_f \quad (4.64)$$

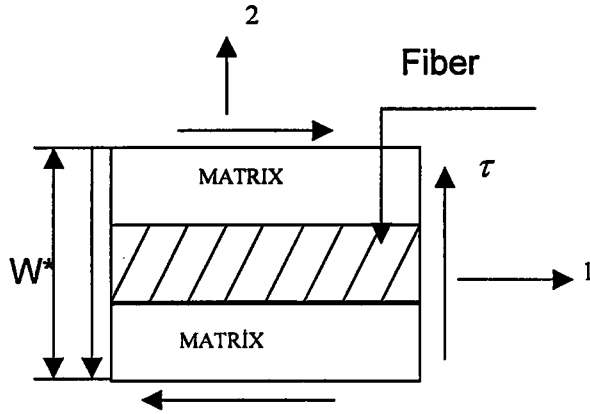
şeklinde elde edilir.

4.4.4. Kompozit Malzemenin G_{12} Kayma Modülünün Bulunması

Kompozit malzemenin kayma modülünün bulunmasında temel kabul, fiber ve matrix'te aynı kayma gerilmesinin oluştuğudur (şekil 4.6). Böylece,

$$\begin{aligned} \gamma_m &= \frac{\tau}{G_m} \\ \gamma_f &= \frac{\tau}{G_f} \end{aligned} \quad (4.65)$$

yazılabilir.



Şekil 4.6 Kompozit malzemede kayma gerilmesi

Kompozitte toplam deformasyon,

$$\Delta = \gamma W^* \quad (4.66)$$

olur. Matrix ve fiberdeki deformasyonlar,

$$\begin{aligned} \Delta_m &= V_m W^* \gamma_m \\ \Delta_f &= V_f W^* \gamma_f \end{aligned} \quad (4.67)$$

şeklindedir. $\Delta = \Delta_m + \Delta_f$ olduğundan W^* ile bölerek

$$\gamma = V_m \gamma_m + V_f \gamma_f \quad (4.68)$$

elde edilir. Şekildeğiştirme bağıntısı,

$$\gamma = \frac{\tau}{G_{12}} \quad (4.69)$$

olduğundan (4.68) eşitliği aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\frac{\tau}{G_{12}} = V_m \frac{\tau}{G_m} + V_f \frac{\tau}{G_f} \quad (4.70)$$

sonuç olarak kompozitin kayma modülü

$$G_{12} = \frac{G_m G_f}{V_m G_f + V_f G_m} \quad (4.71)$$

olur.



5. ELASTO-PLASTİK GERİLME ANALİZİ

5.1. Elasto-Plastik Gerilme Analizine Genel Yaklaşım

Elasto-plastik analiz, katı cisimlerde plastik bölgede gerilme-şekildeğiştirme ilişkilerini ve hesaplama metotlarını inceler. Bir malzeme şayet ideal elastik ise, bir kuvvet tatbik edildiğinde meydana gelen şekil değişimi kuvvetin kalkmasıyla tekrar geri kazanılır. Homojen ve izotrop cisimler için gerilme-şekildeğiştirme ilişkisi lineerdir.

Katı cisim elastik bölge aşıldıktan sonra plastik bölgedeki davranışı plastik deformasyon olarak adlandırılır. Malzemenin plastik davranışı tek eksenli olmayan gerilme ve şekildeğiştirme bağıntıları ile karakterize edilir. Plastisite, uygulanan yükün kalkmasından sonra kalıcı deformasyonun bulunması durumudur. Plastik bölgenin başlangıcı bir akma kriteri ile belirlenir; bu kriter izotrop ve anizotrop cisimler için farklıdır. Elasto-plastik analizin yapılabilmesi için aşağıdaki üç şartın dikkate alınması gerekir.

a-) Elastik bölgede lineer bir gerilme-şekildeğiştirme bağıntısı olmalıdır.

b-) Akmanın başladığı noktada anizotropik bir akma kriteri (gerilme durumu) dikkate alınmalıdır.

c-) Plastik bölgede gerilme-şekildeğiştirme matematik formülasyonuna gerek vardır.

(Şekil 5.1) de eksenel yük altındaki malzemenin mekanik davranışının dinamik modelleri ile gerilme-şekildeğiştirme bağıntıları görülmektedir. (Şekil 5.1.(a))' da yayın deplasmanı uygulanan kuvvetle orantılıdır, bu durum ideal elastik davranışı gösterir. (Şekil 5.1.(b))' de, blok sürtünmeye maruzdur ve blokun hareketi uygulanan kuvvetin muayyen bir değeri aşmasından sonra meydana gelir. Blok harekete başladıktan sonra sabit kuvvet altında hareketi değişmeden devam eder. Diğer diyağramlar bu iki modelin kombinasyonu şeklinde izah edilebilir.

5.2. Akma Kriteri

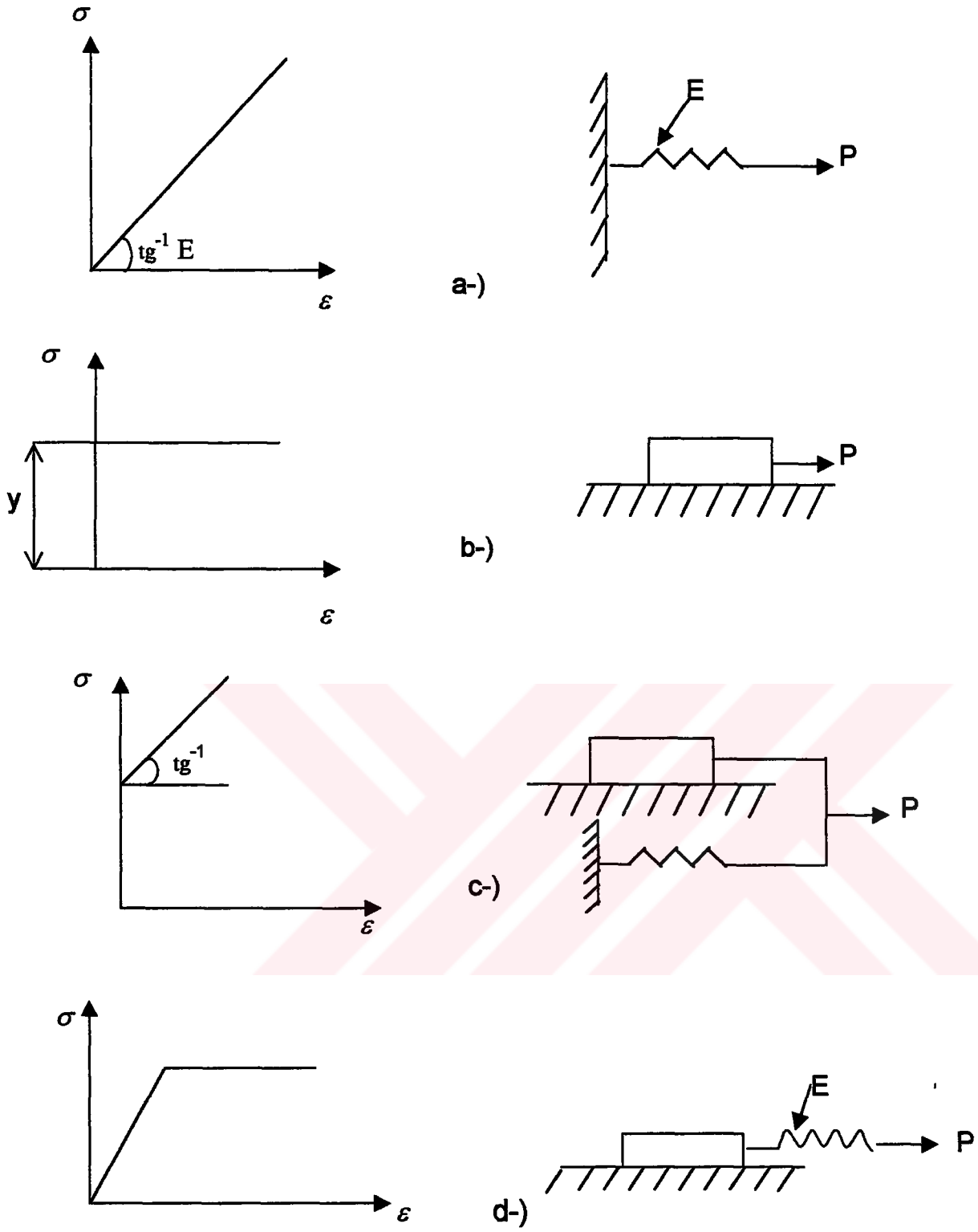
Kompozit bir malzemenin gerilmesi ve bunun sonucu olarak akması genelde tek eksenli gerilme durumunu ihtiva eden çalışmalarla tesbit edilirler. Fakat gerçek

durumda malzemeler iki veya üç eksenli gerilme durumlarına maruz kalırlar. Bu nedenle ortaya konan akma kriterleri deneylerle test edilirler.

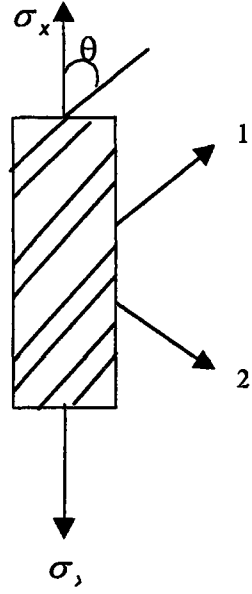
Plastik deformasyonun başlangıcı akma kriterlerine göre belirlenir. Malzemede meydana gelen gerilmeler akma kriterlerine göre kontrol edilerek akmanın başlayıp başlamadığı konusunda inceleme yapılır.

Kompozit malzemelerde akma kriteri olarak birçok teori ortaya konmuştur. Bunlardan deneysel sonuçlarla en iyi uyumlu teori Tsai-Hill teorisidir. Bu çalışmadaki analizlerde Tsai-Hill akma kriteri esas alınmıştır.





Şekil 5.1. Malzemenin gerilme-şekildeğiştirme diyağramı ve mekanik yüklemedeki davranışının dinamik modelleri:
 (a) Tam elastik, (b) Rijit, tam plastik, (c) rijit, lineer şekildeğiştirme sertleşmeli, (d) elastik, tam plastik davranış.



Şekil 5.2. Kompozit malzemede eksenel olmayan yükleme durumu

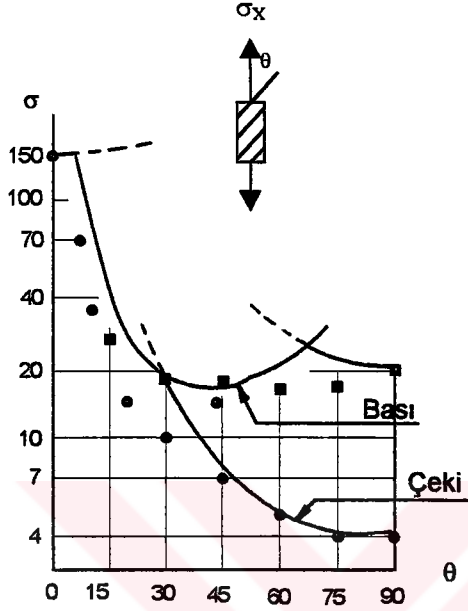
Yükleme asal malzeme doğrultularıyla θ açısı yapacak şekilde olmaktadır. Buna göre asal malzeme doğrultularındaki gerilmeler;

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= \sigma_x \cos^2 \theta \\ \sigma_2 &= \sigma_x \sin^2 \theta \\ \tau_{12} &= -\sigma_x \sin \theta \cos \theta\end{aligned}\tag{5.3}$$

olur. (5.3) eşitliklerinden σ_x değerleri çekilir ve (5.1) ifadelerinde konursa, Maximum eksenel olmayan gerilme

$$\begin{aligned}\sigma_x &< \frac{X}{\cos^2 \theta} \\ \sigma_x &< \frac{Y}{\sin^2 \theta} \\ \sigma_x &< \frac{S}{\sin \theta \cos \theta}\end{aligned}\tag{5.4}$$

şekilde elde edilir. Teorinin şematik gösterimi (şekil 5.3) de görüldüğü gibidir. Teorik ve deneysel çalışmaların mukayesesinde sonuçların uyumsuz çıkması teorinin uygulama alanını daraltmıştır (Jones, 1975).



Şekil 5.3. Maximum Gerilme Teorisi

- (● Çekme gerilmesinde deneysel sonuçlar
 ■ Basma halinde deneysel sonuçlar)

5.2.2. Maximum Şekildeğiştirme Teorisi

Bu teori maximum gerilme teorisine benzer. Burada sınır değerler olarak gerilmeler yerine şekil değiştirmeler alınır. Malzemede akma durumu basma ve çekme gerilmelerine göre tasnif edilir. Çekme durumunda akma hali aşağıdaki eşitsizliklerle ifade edilir (Jones, 1975).

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &< X_{sg} \\ \varepsilon_2 &< Y_{sg} \\ |\gamma_{12}| &< S_s \end{aligned} \quad (5.5)$$

Basma halinde ise,

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &> X_{\varepsilon B} \\ \varepsilon_2 &> Y_{\varepsilon B}\end{aligned}\quad (5.6)$$

şeklinde olur.

Burada, $X_{\varepsilon\checkmark}$ ve $X_{\varepsilon B}$ sırasıyla çekme halinde ve basma halinde 1-eksenindeki maximum şekil değiştirmeleri, $Y_{\varepsilon\checkmark}$ ve $Y_{\varepsilon B}$ sırasıyla çekme ve basma halinde 2-eksenindeki maximum şekil değiştirmeleri, S_{ε} ise 1-2 düzlemindeki maximum kayma şekil değiştirmelerini temsil ederler.

Maximum gerilme teorisinde olduğu gibi maximum şekil değiştirme teorisinde de kayma gerilmesinin işareti herhangi bir öneme sahip değildir. Teorinin uygulayabilmesi için asal malzeme doğrultularındaki şekil değiştirmelerin (takviye doğrultusu), malzemenin global koordinatlarındaki şekil değiştirmelerden transform edilerek elde edilmesi gerekir. (Şekil 5.2)'deki gerilme hali için şekil değiştirme transformasyonu aşağıdaki tarzda elde edilebilir.

Gerilme ve şekil değiştirmeler arasındaki bağıntılar;

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \frac{1}{E_1}(\sigma_1 - \nu_{12}\sigma_2) \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{E_2}(\sigma_2 - \nu_{21}\sigma_1) \\ \gamma_{12} &= \frac{\tau_{12}}{G_{12}}\end{aligned}\quad (5.7)$$

şeklindedir. Transformasyon denklemleri yazıldığında,

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= \sigma_x \cos^2 \theta \\ \sigma_2 &= \sigma_x \sin^2 \theta \\ \tau_{12} &= -\sigma_x \sin \theta \cos \theta\end{aligned}\quad (5.8)$$

elde edilir. (5.8) ifadeleri (5.7) eşitliklerinde yerlerine konursa şekil değiştirmeler;

elde edilir. (5.8) ifadeleri (5.7) eşitliklerinde yerlerine konursa şekildeğiştirmeler;

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \frac{1}{E_1} (\cos^2 \theta - \nu_{12} \sin^2 \theta) \sigma_x \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{E_2} (\sin^2 \theta - \nu_{21} \cos^2 \theta) \sigma_x \\ \gamma_{12} &= \frac{1}{G_{12}} (\sin \theta \cos \theta) \sigma_x\end{aligned}\quad (5.9)$$

şeklinde elde edilir.

Asal malzeme doğrultularındaki şekildeğiştirmeler kritik şekildeğiştirme değerlerine ulaştığında kompozit malzemede akma başlar. Çekme ve basmadaki max. şekildeğiştirmeler;

$$\begin{aligned}X_{\varepsilon\varphi} &= \frac{X_\varphi}{E_1} \\ Y_{\varepsilon\varphi} &= \frac{Y_\varphi}{E_2} \\ S_\varepsilon &= \frac{S}{G_{12}}\end{aligned}\quad (5.10)$$

ve

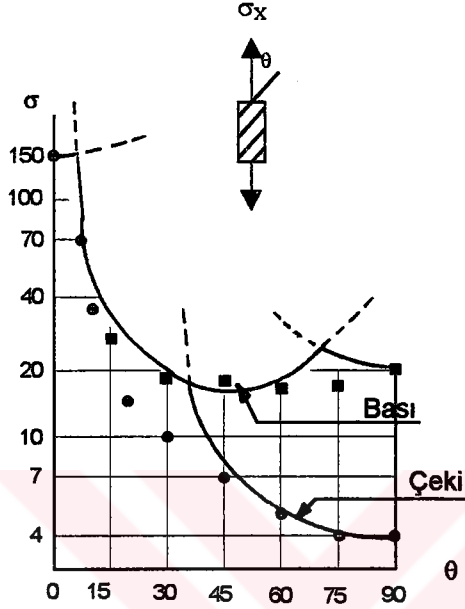
$$\begin{aligned}X_{\varepsilon B} &= \frac{X_B}{E_1} \\ Y_{\varepsilon B} &= \frac{Y_B}{E_2}\end{aligned}\quad (5.11)$$

olur. Maximum şekildeğiştirme kriteri aşağıdaki gibi ifade edilebilir;

$$\begin{aligned}\sigma_x &< \frac{X}{\cos^2 \theta - \nu_{12} \sin^2 \theta} \\ \sigma_x &< \frac{Y}{\sin^2 \theta - \nu_{12} \cos^2 \theta} \\ \sigma_x &< \frac{S}{\sin \theta \cos \theta}\end{aligned}\quad (5.12)$$

Maximum şekildeğiştirme kriteri ile Maximum gerilme kriteri mukayese yapıldığında aradaki farkın sadece Maximum şekildeğiştirme kriteri içerisinde poisson oranı teriminin bulunduğu görülür.

Maximum şekildeğiştirme teorisi deneysel sonuçlarla irdelendiğinde Maximum gerilme teorisinde olduğu gibi teori ile uyumsuz sonuçlar elde edilmiştir (şekil 5.4).



Şekil 5.4. Maximum Şekildeğiştirme Teorisi
(● Çekme halinde deneysel sonuçlar
■ Basma halinde deneysel sonuçlar)

5.2.3. Tsai-Hill Teorisi

Anizotropik malzemeler için akma kriteri Tsai ve Hill tarafından aşağıdaki gibi verilmiştir (Jones, 1975).

$$(G + H)\sigma_1^2 + (F + H)\sigma_2^2 + (F + G)\sigma_3^2 - 2H\sigma_1\sigma_2 - 2G\sigma_1\sigma_3 - 2F\sigma_2\sigma_3 + 2L\tau_{23}^2 + 2M\tau_{13}^2 + 2N\tau_{12}^2 = 1 \quad (5.13)$$

Burada F,G,H,L,M ve N akma mukavemet parametreleridir ve X,Y,S mukavemet değerleri ile ilişkilidir. (X=Eksenel mukavemet, Y= radyal mukavemet, S=Kayma mukavemetidir.)

Hill teorisi, Von Mises'in izotropik cisimler için ortaya koyduğu kriterin anizotropik cisimlere tatbiki şeklinde de değerlendirilebilir. Ancak şu farkla ki, Von

Mises şekildeğiştirme enerjisinin hacimsel değişimden ziyade biçim değiştirmede etkin olduğunu ifade eder. Halbuki ortotropik malzemelerde hacimsel değişimi distorsiyondan ayırmak kabil değildir (Jones, 1975).

Mukavemet değerlerinin parametrelerle ilişkisi aşağıdaki gibidir. Buna göre; malzeme üzerinde sadece τ_{12} kayma gerilmesi etkin ise, kayma gerilmesinin Maximum değeri S olduğundan,

$$2N = \frac{1}{S^2} \quad (5.14)$$

olur. Benzer şekilde sadece σ_1 etki ediyorsa,

$$G + H = \frac{1}{X^2} \quad (5.15)$$

olur. Sadece σ_2 nin etkimesi durumunda,

$$F + H = \frac{1}{Y^2} \quad (5.16)$$

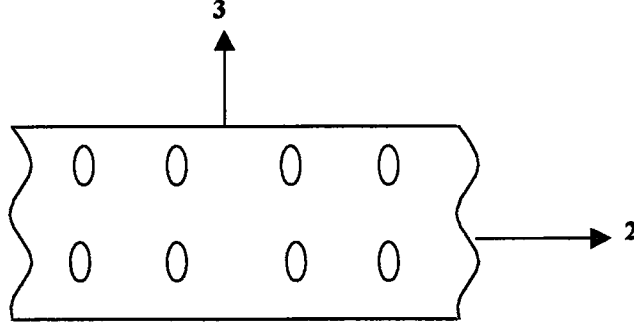
olur. 3-doğrultusundaki gerilme Z ile gösterilirse ve sadece σ_3 gerilmesinin etki etmesi halinde,

$$F + G = \frac{1}{Z^2} \quad (5.17)$$

olur. (5.14), (5.15), (5.16) ve (5.17) denklemlerinin kombinasyonundan F,G,H ve X,Y,Z arasındaki bağıntılar aşağıdaki gibi olur.

$$\begin{aligned} 2H &= \frac{1}{X^2} + \frac{1}{Y^2} - \frac{1}{Z^2} \\ 2G &= \frac{1}{X^2} + \frac{1}{Z^2} - \frac{1}{Y^2} \\ 2F &= \frac{1}{Y^2} + \frac{1}{Z^2} - \frac{1}{X^2} \end{aligned} \quad (5.18)$$

Düzlemsel gerilme halinde 1-doğrultusunda takviye edilmiş kompozit malzeme için $\sigma_3 = \tau_{13} = \tau_{23} = 0$ dır. Bununla beraber (şekil 5.5)'deki gibi takviye edilmiş kompozit malzemede, geometrik simetri düşüncesinden hareketle $Y=Z$ olur.



Şekil 5.5. 1-Doğrultusundaki takviye edilmiş kompozit malzeme.

Bu durumda (5.13) eşitliği aşağıdaki gibi;

$$\frac{\sigma_1^2}{X^2} - \frac{\sigma_1\sigma_2}{X^2} + \frac{\sigma_2^2}{Y^2} + \frac{\tau_{12}^2}{S^2} = 1 \quad (5.19)$$

olur. Malzeme asal doğrultuları ile θ açısı yapacak şekilde yapılan bir yüklemde, gerilmelerin malzeme asal doğrultu eksenlerine transformasyon yapılması gerekir.

Böylece,

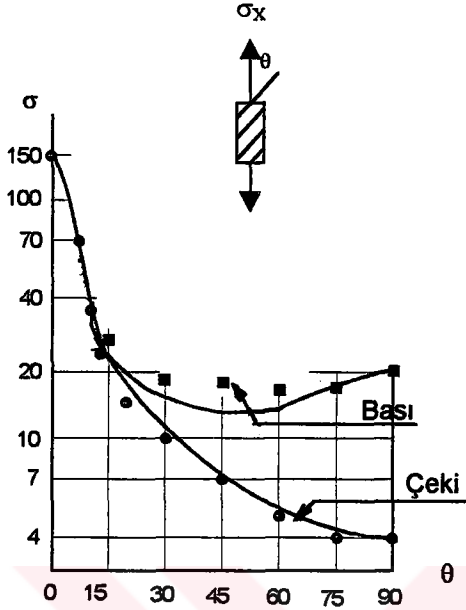
$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma_x \cos^2 \theta \\ \sigma_2 &= -\sigma_x \sin^2 \theta \\ \tau_{12} &= -\sigma_x \sin \theta \cos \theta \end{aligned} \quad (5.20)$$

olur. (5.20) ifadesindeki değerler (5.19) da yerlerine konursa, Tsai-Hill akma kriteri;

$$\frac{\cos^4 \theta}{X^4} + \left(\frac{1}{S^2} - \frac{1}{X^2} \right) \cos^2 \theta \sin^2 \theta + \frac{\sin^4 \theta}{Y^2} = \frac{1}{\sigma_x^2} \quad (5.21)$$

şeklinde elde edilir.

Bu kriterin deneysel sonuçları ile teorik sonuçları oldukça uyumludur (Şekil 5.6). Bu nedenle uygulamada genellikle tercih edilen bir kriterdir.



Şekil 5.6. Tsai-Hill Teorisi

(● Çekme durumundaki deneysel sonuçlar
■ Basma durumundaki deneysel sonuçlar)

5.2.4. Tsai-Wu Tansör Teori

Bu teoriye göre gerilme uzayı içerisinde akma yüzeyi aşağıdaki formda bulunur.

$$F_i \sigma_i + F_{ij} \sigma_i \sigma_j = 1 \quad i, j = 1, \dots, 6 \quad (5.22)$$

Burada F_i ve F_{ij} ikinci ve dördüncü dereceden gerilme tansörleridir. Gerilmeler kısaltılmış gerilme notasyonu ile $\sigma_4 = \tau_{23}$, $\sigma_5 = \tau_{31}$ ve $\sigma_6 = \tau_{12}$ şeklinde gösterilir.

(5.22) ifadesi ortotropik malzeme için düzlem gerilme durumunda

$$F_1 \sigma_1 + F_2 \sigma_2 + F_6 \sigma_6 + F_{11} \sigma_1^2 + F_{22} \sigma_2^2 + F_{66} \sigma_6^2 + 2F_{12} \sigma_1 \sigma_2 = 1 \quad (5.23)$$

şeklinde yazılabilir.

Burada yeni bir ifade olarak yazılan F_{12} terimi, 1-2 eksenlerindeki normal gerilmeler arasındaki etkileşimi temsil eder. Gerilme tansörü ile ifade edilen F katsayılarının malzemenin çekme ve basma mukavemet değerlerine göre ifadesi şöyle olur;

$$\begin{aligned} F_1 &= \frac{1}{X_C} + \frac{1}{X_B} \\ F_{11} &= -\frac{1}{X_C X_B} \end{aligned} \quad (5.24)$$

Benzer olarak;

$$\begin{aligned} F_2 &= \frac{1}{Y_C} + \frac{1}{Y_B} \\ F_{22} &= -\frac{1}{Y_C Y_B} \end{aligned} \quad (5.25)$$

olur. Daha önce ifade edildiği gibi asal malzeme eksenlerinde kayma mukavemeti, kayma gerilmesinin işaretinde bağımsızdır. Bu durumda;

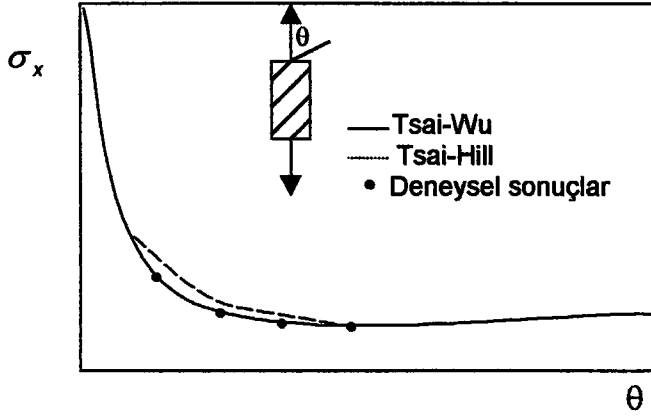
$$\begin{aligned} F_6 &= 0 \\ F_{66} &= \frac{1}{S^2} \end{aligned} \quad (5.26)$$

olur. F_{12} teriminin bulunması için $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ ve diğer tüm gerilmelerin sıfır olduğu kabul edilerek,

$$F_{12} = \frac{1}{2\sigma^2} \left[1 - \left(\frac{1}{X_C} + \frac{1}{X_B} + \frac{1}{Y_C} + \frac{1}{Y_B} \right) \sigma + \left(\frac{1}{X_C X_B} + \frac{1}{Y_C Y_B} \right) \sigma^2 \right] \quad (5.27)$$

elde edilir.

Tsai-Wu Tansör akma teorisi Tsai-Hill teorisinden daha genel karakterli bir teoridir. Teorik sonuçlar ile deneysel sonuçları uyumlu, çok eksenli mukavemet teorisi olarak kabul edilmektedir (şekil 5.7).



Şekil 5.7. Tsai-Wu Tansör Teori

5.3. Soğuk Sertleşme Teorisi

Klasik plastisite teorisine göre katılanların plastik davranışları tek eksenli olmayan gerilme-şekildeğiştirme bağıntıları ile ifade edilir (Zienkiewicz, 1991). Plastisite , malzemeye uygulanan yükün kalkmasıyla malzemede meydana gelen kalıcı deformasyon olarak tanımlanabilir (Şekil 5.1)'de görüldüğü gibi akma gerilmesinin belli bir sınır değeri vardır, ayrıca şekildeğiştirme sertleşmeli plastik davranış gösteren malzemeler için akma gerilmesi, K sertleşme parametresi olarak ifade edilen parametreye bağlıdır.

5.3.1. Anizotropik Şekildeğiştirme Sertleşmesi

Akmanın başlamasından sonra plastik deformasyonun ilerleme derecesi, plastik deformasyona neden olan gerilmelerin şiddetine bağlıdır. Bu fenomen "şekildeğiştirme sertleşmesi" olarak isimlendirilir ve K notasyonu ile gösterilir.

Şekildeğiştirme sertleşmesinin derecesi, toplam plastik şekildeğiştirmenin bir ölçüsü olarak kabul edilir ve

$$K = \bar{\varepsilon}_p \quad (5.28)$$

$$K = \bar{\varepsilon}_p \quad (5.28)$$

şeklinde ifade edilir. Burada $\bar{\varepsilon}_p$, şekildeğiştirme yolu üzerindeki $d\varepsilon_p$ 'nin integrasyonudur.

Anizotropik malzemeler için eşdeğer gerilme Hill tarafından aşağıdaki gibi verilmiştir (Hill, 1950).

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2}} \left[\frac{F(\sigma_y - \sigma_z)^2 + G(\sigma_z - \sigma_x)^2 + H(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 2L\tau_{yz}^2 + 2M\tau_{zx}^2 + 2N\tau_{xy}^2}{F + G + H} \right]^{1/2} \quad (5.29)$$

Burada F,G,H,L,M,N harfleri daha önce ifade edildiği gibi anizotropik akma halindeki karakteristik parametrelerdir.

İzotropik teoriden benzeşim yapılarak eşdeğer gerilmelerinin plastik şekildeğiştirme işinin bir fonksiyonu olacağı kabul edilmiştir (Hill, 1950).

Rijit plastik malzeme için birim hacimdeki plastik işin artımı,

$$dw = \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} = \sigma_{ij} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\lambda \quad (5.30)$$

ifadesiyle verilir. Burada λ orantı sabitidir, f ise akma fonksiyonudur.

$$dw = \sigma_{ij} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\lambda = 2f d\lambda = d\lambda \quad (5.31)$$

Burada genel şekildeğiştirme artımı $d\bar{\varepsilon}_p$,

$$\begin{aligned} dw &= \bar{\sigma} d\varepsilon_p = d\lambda, \\ d\bar{\varepsilon}_p &= \frac{d\lambda}{\bar{\sigma}} = \sqrt{\frac{3}{2}} [F + G + H]^{1/2} \end{aligned} \quad (5.32)$$

olur.

Z eksenini etrafında rotasyonel simetri durumunun olması halinde levha malzemeler için eşdeğer gerilme,

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2}} \left[\frac{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + r(\sigma_x - \sigma_y)^2}{2 + r} \right]^{1/2} \quad (5.33)$$

şeklindedir. Bu durumda şekildeğiştirmedeki artım ifadesi

$$d\varepsilon = \sqrt{\frac{2}{3}} \left[\frac{2 + r}{(1 + 2r)^2} \left\{ (d\varepsilon_y - rd\varepsilon_z)^2 + (d\varepsilon_x - rd\varepsilon_z)^2 + r(d\varepsilon_x - d\varepsilon_y)^2 \right\} \right]^{1/2} \quad (5.34)$$

olur. Burada $r = \frac{H}{G}$ dir.

5.3.2. Elasto-Plastik Gerilme-Şekildeğiştirme Bağlılıkları

Akmanın başlangıcından sonra şekildeğiştirmenin elastik ve plastik bölümlere ayrılacağı kabul edilir. Buna göre gerilmede meydana gelen sonsuz küçük bir artımda şekildeğiştirme değişimleri elastik ve plastik bileşenlere ayrılır. Diğer bir deyimle, toplam şekildeğiştirme elastik ve plastik bileşenlerin toplamıdır. Daha önce ifade edildiği gibi akma gerilmesi akma kriterleri ile belirlenir ve bu gerilme K sertleşme parametresiyle bağıntılıdır. DeneySEL bulgulardan elde edilen ve plastisitede bir postulat olarak kabul edilen “Akma yüzeyi” kavramına göre akma, sadece gerilmenin akma kriterleri ile belirlenen değere ulaştığında meydana gelebilir. Buna göre;

$$F(\sigma, K) = 0 \quad (5.35)$$

olur. Plastik şekildeğiştirme artımları aşağıda ifade edildiği gibidir;

$$d\varepsilon^p = d\lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma} \quad (5.36)$$

veya herhangi bir “n” bileşeni için

$$d\varepsilon_n^p = d\lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma_n} \quad (5.37)$$

olur. "Q " plastik şekildeğiştirmenin artımını ifade etmek üzere

$$Q = Q(\sigma, k) \quad (5.38)$$

şeklinde plastisitede "plastik potansiyel" olarak tanımlanan eşitlikle (5.36) ifadesi

$$d\varepsilon^p = d\lambda \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \quad (5.39)$$

olarak yazılabilir. Q=F durumu "Bileşik plastise" olarak bilinir. Elastik ve plastik toplam şekil değişimi artımları;

$$d\varepsilon = d\varepsilon^e + d\varepsilon^p \quad (5.40)$$

olarak yazılabilir "D" Elastiklik matrisini göstermek üzere kompozit malzemeler için bu ifade,

$$D = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{21} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \quad (5.41)$$

şeklindedir. Elastik artımları, D sabit matrisinin simetrliliğinden ötürü gerilme artımlarıyla bağıntılıdır. Bu nedenle (5.40) ifadesi (5.39) eşitliliğinde yazılırsa,

$$d\varepsilon = D^{-1} \left(d\sigma + \frac{\partial Q}{\partial \sigma} d\lambda \right) \quad (5.42)$$

elde edilir. Plastik şekildeğiştirme artışı sadece elastik gerilmedeki artımla meydana gelecektir. Plastik yükleme (akma) meydana geldiğinde gerilmeler (5.35) ifadesiyle gösterildiği gibi akma yüzeyindedir. Diferansiyel olarak,

$$dF = \frac{\partial F}{\partial \sigma_1} d\sigma_1 + \frac{\partial F}{\partial \sigma_2} d\sigma_2 + \dots + \frac{\partial F}{\partial K} dK = 0$$

veya

(5.43)

$$\left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T d\sigma - A d\lambda = 0$$

olur. Burada A elemanı,

$$A = - \frac{\partial F}{\partial K} \frac{dK}{d\lambda} \quad (5.44)$$

şeklinde elde edilir (5.42) ve (5.43) ifadeleri tekil bir simetrik matris formunda yazılabilir.

$$\begin{Bmatrix} d\varepsilon \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D^{-1} & \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\} \\ \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T & -A \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\sigma \\ d\lambda \end{Bmatrix} \quad (5.45)$$

Burada bilinmeyen $d\lambda$ sabiti elimine edilebilir. Bu ifadeden,

$$d\sigma = D_{ep}^* . d\varepsilon \quad (5.46)$$

ve

$$D_{ep}^* = D - D \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T D \left[A + \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T D \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\} \right]^{-1}$$

olur. Burada D_{ep}^* elasto-plastik matrisidir. Bu matris, birleşik plastisite oluşturduğunda simetrik bir matristir. Matris $A=0$ olduğunda ideal plastisite için tanımlanmış olur. Plastisitenin bu formdaki eksplisit formülasyonu ilk defa Zienkiewicz tarafından verilmiştir (Zienkiewicz, 1991). İdeal plastisitede, sertleşmede olmadan A'nın sıfır

olacağı açıktır. Şekildeğiştirme sertleşmesi gösteren bir malzemede K parametresi, plastikdeformasyon boyunca yapılan plastik işin miktarı ile ifade edilebilir. Böylece,

$$dK = \sigma_1 d\varepsilon_1^p + \sigma_2 d\varepsilon_2^p + \dots = \sigma^T d\varepsilon^p \quad (5.47)$$

olur. (5.39) ifadesi kullanılarak

$$dK = d\lambda \sigma^T \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \quad (5.48)$$

elde edilir. (5.48) ifadesi (5.51) bağıntısı içine dahil edilirse $d\lambda$ ortadan kalkar ve

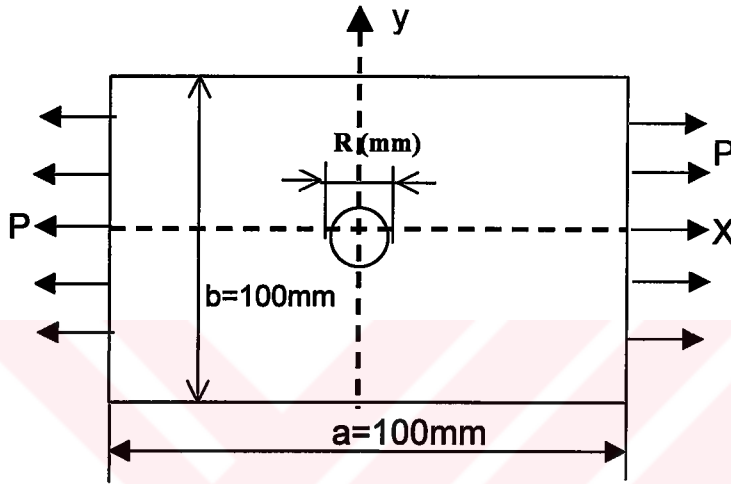
$$A = \frac{\partial F}{\partial K} \sigma^T \frac{\partial Q}{\partial F} \quad (5.49)$$

elde edilir. F ve K arasındaki bağıntı bilinirse ifadenin değeri tesbit edilir.

6- PROBLEMİN ELASTO-PLASTİK SONLU ELEMAN ANALİZİ

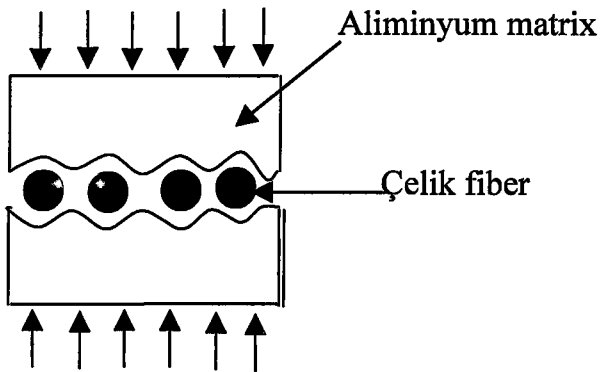
6.1. Problemin Tanımı

Bu çalışmada ortasından dairesel delik bulunan ve üniform çeki yüküne maruz kompozit levhada meydana gelen gerilme dağılımları incelenmiştir (şekil 6.1).



Şekil 6.1. Ortasında dairesel delik bulunan kompozit levha

İncelenen kompozit malzeme Alüminyum matrix ve çelik fiberden oluşmuş tek plaka düzlemsel levhadır. Levha kalınlığı 2 mm olup, 600°C sıcaklıkta 30 MPa hidrolik pres basıncıyla elde edilmiştir (Şekil 6.2).



Şekil 6.2. Kompozitin Yapımı

Kompozit malzemenin mekanik özellikleri şekildeğiştirme ölçüm cihazı ve mukavemet değerleri çekme cihazı ile elde edilmiş olup sonuçlar (tablo 6.1) de görülmektedir.

Tablo 6.1. Kompozit Malzemenin Mekanik Özellikleri ve Mukavemet Değerleri

Mekanik Özellikler	Mukavemet Değerler
$E_1=85$ GPa	Eksenel mukavemet (X)=230 MPa
$E_2=74$ GPa	Yanal mukavemet (Y)=24 MPa
$G_{12}=30$ GPa	Kayma gerilmesi (S)=49 MPa
$\nu_{12} = 0.3$	Sertleşme parametresi (K)=1250 MPa
	Şekildeğiştirme parametresi (n)=0.7

Kompozit malzemede çelik fiberin hacimsel oranı 0.15 tir. Fiberin yoğunluğu $g_f = 7800$ kg/m³, matrix'in yoğunluğu $g_m = 2560$ kg/m³, kompozit malzemenin yoğunluğu $g_c = 3300$ kg/m³ tür.

İncelemeye alınan problem;

- X-Y eksen takımında eksenel simetriye sahip düzlemsel bir levhadır.
- Kompozit levhanın takviye açısı 0° den 15° lik artımlarla 90° ye kadar değiştirilerek gerilmeler değişen yükler altında incelenmiştir.
- Yüklemeler elasto-plastik bölgede yapılmış elastik, plastik ve artık gerilmeler hesaplanmıştır.
- Analizlerde, dairesel delik çapları değiştirilerek farklı geometrilere sahip kompozit levhalar gözönüne alınmıştır.

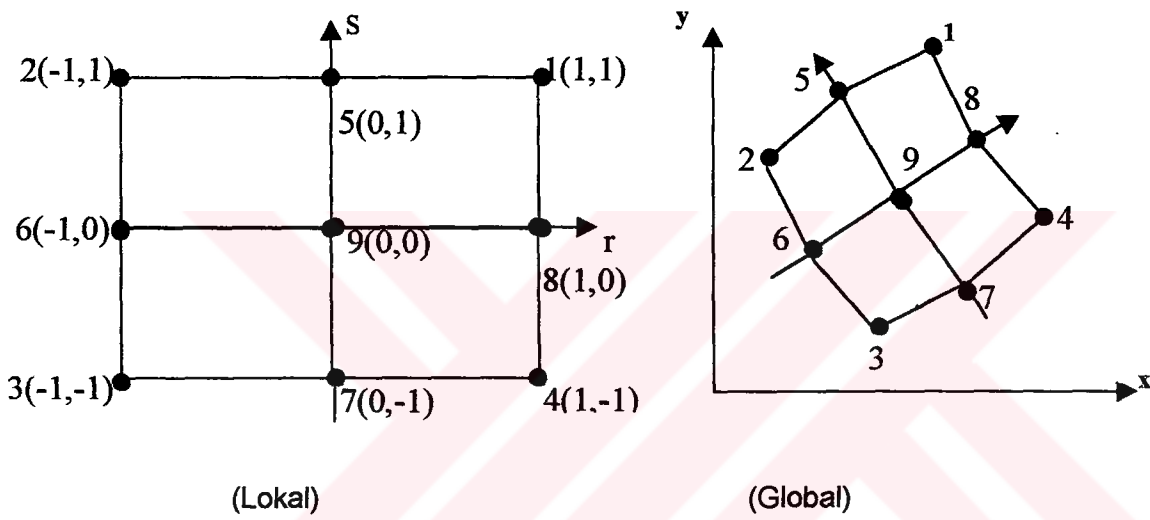
6.2. Sonlu Elemanlar Metodunun Probleme Tatbik Edilmesi

Eksenel simetriye sahip, ortasında dairesel delik bulunan düzlemsel levhaya ait gerilme-şekildeğiştirme formülasyonunun teşkil edilmesi ve bir elemana ait direngenlik matrisinin elde edilerek komple direngenlik matrisinin kurulması aşağıda takip edilen yöntemle gerçekleştirilmiştir.

6.2.1. Gerilme-Şekildeğiştirme Bağlıntılarının Kurulması

Problem çözümünde sonlu eleman şekli olarak dokuz düğümlü izoparametrik eleman seçilmiştir. İncelenen malzeme iki boyutlu düzlemsel levha olduğundan gerilme analizinde düzlemsel gerilme esas alınmalıdır. Eleman düğümlerinin X-Y eksen takımında yerdeğiştirmelerinin (displacement) iki bileşeni olacağından sistemin serbestlik derecesi iki olacaktır.

Çözümde kullanılan izoparametrik elemanın lokal ve global koordinatlarındaki gösterimi (şekil 6.3)'dedir.



Şekil 6.3. Dokuz Düğümlü İki Boyutlu İzoparametrik Eleman

Elemana ait koordinat bağıntıları (Bathe) tarafından verilen tablolardan istifade edilerek teşkil edilmiştir.

$$X = \sum_{i=1}^n h_i x_i \quad , \quad y = \sum_{i=1}^n h_i y_i \quad (6.1)$$

Bu ifadede x_i ve y_i eleman üzerindeki i düğümlerine ait yerdeğiştirmelerin, h_i ise lokal koordinatlarda, eleman üzerindeki i düğümlerine ait interpolasyon fonksiyonlarını ifade etmektedir. h_i interpolasyon fonksiyonları iki boyutlu lokal koordinatlarda r ve s

s eksenlerindeki değişimi temsil ederler. I nolu bir düğümün lokal koordinatlarda bu noktaya ait lagrange polinomları $L_i(r)$ ve $L_i(s)$ ise, h_i fonksiyonu,

$$h_i = L_i(r).L_i(s) \quad (6.2)$$

olur. X ve y koordinatlarının interpolasyon fonksiyonları (şekil 3.4)'den alınarak dokuz düğümlü eleman için aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned} x = & \frac{1}{4}(1+r)(1+s)x_1 + \frac{1}{4}(1-r)(1+s)x_2 + \frac{1}{4}(1-r)(1-s)x_3 \\ & + \frac{1}{4}(1+r)(1-s)x_4 + \frac{1}{2}(1-r^2)(1+s)x_5 + \frac{1}{2}(1-s^2)(1-r)x_6 \\ & + \frac{1}{2}(1-r^2)(1-s)x_7 + \frac{1}{2}(1-s^2)(1+r)x_8 + \frac{1}{2}(1-r^2)(1-s^2)x_9 \end{aligned} \quad (6.3)$$

$$\begin{aligned} y = & \frac{1}{4}(1+r)(1+s)y_1 + \frac{1}{4}(1-r)(1+s)y_2 + \frac{1}{4}(1-r)(1-s)y_3 \\ & + \frac{1}{4}(1+r)(1-s)y_4 + \frac{1}{2}(1-r^2)(1+s)y_5 + \frac{1}{2}(1-s^2)(1-r)y_6 \\ & + \frac{1}{2}(1-r^2)(1-s)y_7 + \frac{1}{2}(1-s^2)(1+r)y_8 + \frac{1}{2}(1-r^2)(1-s^2)y_9 \end{aligned}$$

olur. Daha kısa bir şekil içerisinde,

$$\begin{aligned} x = & h_1x_1 + h_2x_2 + h_3x_3 + h_4x_4 + h_5x_5 + h_6x_6 + h_7x_7 + h_8x_8 + h_9x_9 \\ y = & h_1y_1 + h_2y_2 + h_3y_3 + h_4y_4 + h_5y_5 + h_6y_6 + h_7y_7 + h_8y_8 + h_9y_9 \end{aligned} \quad (6.4)$$

yazılabilir. Interpolasyon fonksiyonları elemanın düğümlerini tanımladığından her düğüm noktasında sağlanmalıdır. Örneğin 4 nolu düğümde $r=1$, $s=-1$ olduğundan $x=x_4$ elde edilir. 8 Nolu düğümde $r=1$, $s=0$ olduğundan $x=x_8$ elde edilir. Bununla interpolasyon fonksiyonlarının seçiminin doğru olduğu kontrol edilmiş olur. Benzer tarzda hareket ederek yerdeğiştirme ifadeleri için interpolasyon fonksiyonları yazılabilir.

$$u = h_1 u_1 + h_2 u_2 + h_3 u_3 + h_4 u_4 + h_5 u_5 + h_6 u_6 + h_7 u_7 + h_8 u_8 + h_9 u_9 \quad (6.5)$$

$$v = h_1 v_1 + h_2 v_2 + h_3 v_3 + h_4 v_4 + h_5 v_5 + h_6 v_6 + h_7 v_7 + h_8 v_8 + h_9 v_9$$

olur. Dokuz düğümlü eleman için yerdeğiştirme fonksiyonları polinom formunda aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$u = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 xy + \alpha_5 x^2 + \alpha_6 y^2 + \alpha_7 x^2 y + \alpha_8 xy^2 + \alpha_9 x^2 y^2 \quad (6.6)$$

$$v = \alpha_{10} + \alpha_{11} x + \alpha_{12} y + \alpha_{13} xy + \alpha_{14} x^2 + \alpha_{15} y^2 + \alpha_{16} x^2 y + \alpha_{17} xy^2 + \alpha_{18} x^2 y^2$$

elde edilir. u ve v yerdeğiştirme vektör bileşenlerini kapalı matris formuna sokularak

$$\begin{aligned} \{\delta\} &= [C] \{\alpha\} \\ \{\alpha\} &= [C]^{-1} \{\delta\} \end{aligned} \quad (6.7)$$

yazılabilir. Şekil değiştirme bağıntısı ise

$$\{\varepsilon\} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (6.8)$$

olarak bulunur.

Polinom formunda yazılan (6.6) yerdeğiştirme ifadelerinin türevlerini almak oldukça basittir. Ancak interpolasyon fonksiyonları ile ifade edilen (6.5) bağıntılarında, lokal koordinat elemanlarını (r,s) , x ve y cinsinden ifade edip türevlerini almak oldukça

zordur. Bu işlemi sağlamak için kısmi türevlerde sık kullanılan zincir kaidesi tatbik edilerek türevler elde edilebilir

Örneğin,

$$\frac{\partial}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} \quad (6.9)$$

olur. Aynı işlem $\frac{\partial}{\partial s}$ için yapılır ve elde edilen ifadeler matris formuna sokulursa

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial r} \\ \frac{\partial}{\partial s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial r} \\ \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

elde edilir. Burada

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial r} \\ \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} \end{bmatrix} \quad (6.11)$$

ifadesi lokal koordinatlarından global koordinatlara transformasyonu sağlayan dönüşüm metrisidir. Kısmi türvelerden oluşan bu matrise “Jakobien” operatörü de denir. Global koordinatlardaki türevleri lokal koordinatlara bağlayan operatördür. (6.10) ifadesi kısa formuyla aşağıdaki gibi,

$$\frac{\partial}{\partial r} = j \frac{\partial}{\partial x} \quad , \quad \frac{\partial}{\partial s} = j \frac{\partial}{\partial y} \quad (6.12)$$

yazılabilir.

Jakobien operatörünün bileşenleri yazılırsa;

$$\begin{aligned}\frac{\partial x}{\partial r} &= \frac{1}{4}(1+s)x_1 - \frac{1}{4}(1+s)x_2 - \frac{1}{4}(1-s)x_3 + \frac{1}{4}(1-s)x_4 - \frac{1}{2}(1+s)x_5 \\ &\quad - \frac{1}{2}(1-s^2)x_6 - \frac{1}{2}(1-s)x_7 + \frac{1}{2}(1-s^2)x_8 - \frac{1}{2}(1-s^2)x_9 \\ \frac{\partial x}{\partial s} &= \frac{1}{4}(1+r)x_1 + \frac{1}{4}(1-r)x_2 - \frac{1}{4}(1-r)x_3 - \frac{1}{4}(1+r)x_4 + \frac{1}{2}(1-r^2)x_5 \\ &\quad - \frac{1}{2}(1-r)x_6 - \frac{1}{2}(1-r^2)x_7 - \frac{1}{2}(1+r)x_8 - \frac{1}{2}(1-r^2)x_9 \\ \frac{\partial y}{\partial r} &= \frac{1}{4}(1+s)y_1 - \frac{1}{4}(1+s)y_2 - \frac{1}{4}(1-s)y_3 + \frac{1}{4}(1-s)y_4 - \frac{1}{2}(1+s)y_5 \\ &\quad - \frac{1}{2}(1-s^2)y_6 - \frac{1}{2}(1-s)y_7 + \frac{1}{2}(1-s^2)y_8 - \frac{1}{2}(1-s^2)y_9 \\ \frac{\partial y}{\partial s} &= \frac{1}{4}(1+r)y_1 - \frac{1}{4}(1-r)y_2 - \frac{1}{4}(1-r)y_3 - \frac{1}{4}(1+r)y_4 + \frac{1}{2}(1-r^2)y_5 \\ &\quad - \frac{1}{2}(1-r)y_6 - \frac{1}{2}(1-r^2)y_7 - \frac{1}{2}(1+r)y_8 - \frac{1}{2}(1-r^2)y_9\end{aligned}\quad (6.13)$$

elde edilir.

İzoparametrik elemanın lokal koordinatlarda ve global koordinatlarda tanım aralığı -1 ve $+1$ olduğundan, $-1 \leq r \leq +1$ ve $-1 \leq s \leq +1$ aralığında değişen her “r” ve “s” değeri için yukarıdaki Jakobien operatörü bileşenlerinin değerleri hesaplanarak J jakobien operatörü teşkil edilmiş olur.

Burada Jakobien operatörünün i ve j noktalarında hesaplandığına dikkat edilmelidir. Benzer tarzda (6.13) deki türevler u ve v için oluşturulabilir.

En genel biçimde şekil değiştirme ifadesi

$$\{\varepsilon\} = [N][C]^{-1}\{\delta\} = [B]\{\delta\} \quad (6.14)$$

şeklinde yazılır.

u ve v nin türevleri alınarak matris formuna sokulursa:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} \end{bmatrix} &= \frac{1}{4} J_{ij}^{-1} \begin{bmatrix} 1+s_j & 0 & -(1+s_j) & 0 & -(1-s_j) & 0 & 1-s_j & 0 \\ 1+r_i & 0 & 1-r_i & 0 & -(1-r_i) & 0 & -(1+r_i) & 0 \\ -2(1+s_j) & 0 & -2(1-s_j^2) & 0 & -2((1-s_j) & 0 & 2(1-s_j^2) & 0 \\ 2(1-r_i^2) & 0 & -2(1-r_i) & 0 & -2(1-r_i^2) & 0 & -2(1+r_i) & 0 \\ -2(1-s_j^2) & 0 \\ -2(1-r_i^2) & 0 \end{bmatrix} u \quad (6.15)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \end{bmatrix} &= \frac{1}{4} J_{ij}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 1+s_j & 0 & -(1+s_j) & 0 & -(1-s_j) & 0 & 1-s_j & 0 \\ 0 & 1+r_i & 0 & 1-r_i & 0 & -(1-r_i) & 0 & -(1+r_i) & 0 \\ -2(1+s_j) & 0 & -2(1-s_j^2) & 0 & -2(1-s_j) & 0 & 2(1-s_j^2) & 0 \\ -2(1-r_i^2) & 0 & -2(1-r_i) & 0 & -2(1+r_i^2) & 0 & -2(1+r_i) & 0 \\ -2(1-s_j^2) \\ -2(1-r_i^2) \end{bmatrix} u \quad (6.16)
 \end{aligned}$$

elde edilir. Burada "u" matrisi,

$$U^T = [U_1 v_1 \quad U_2 v_2 \quad U_3 v_3 \quad U_4 v_4 \quad U_5 v_5 \quad U_6 v_6 \quad U_7 v_7 \quad U_8 v_8 \quad U_9 v_9] \quad (6.17)$$

şeklindedir.

(6.15) ve (6.16) bağıntılarından şekil-değiştirme dönüşüm matrisi $[B]$ elde edilir.

$$B_{ij} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1+s_j & 0 & -(1+s_j) & 0 & -(1-s_j) \\ 0 & 1+r_i & 0 & 1-r_i & 0 \\ 1+r_i & 1+s_j & 1-r_i & -(1+s_j) & -(1-r_i) \\ 0 & 1-s_j & 0 & -2(1+s_i) & -2(1-s_j^2) \\ -(1-r_i) & 0 & -(1+r_i) & 0 & 0 \\ -(1-s_j) & -(1-s_j) & (1-s_j) & 2(1-r_i^2) & -2(1+s_j) \\ 0 & -2(1-s_j) & 0 & 2(1-s_j^2) & 0 \\ 2(1-r_i^2) & 0 & -2(1-r_i) & 0 & -2(1-r_i^2) \\ -2(1-s_j^2) & 2(1-r_i^2) & -2(1-s_j) & 2(1-s_j^2) & 2(1-s_j^2) \\ -2(1-s_j^2) & 0 \\ 0 & -2(1+r_i) \\ -2(1-r_i^2) & -2(1-s_j^2) \end{bmatrix} \quad (6.18)$$

elde edilir. Buradan

$$\varepsilon_{ij} = B_{ij} \cdot U \quad (6.19)$$

eşitliği ile şekil değiştirmeler elde edilir. İki boyutlu düzlemsel gerilmelerde gerilmeler,

$$\sigma_{ij} = D \cdot \varepsilon_{ij} \quad (6.20)$$

ile hesaplanırlar.

Burada,

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad (6.21)$$

şeklindedir. Ayrıca D ifadesi simetrik elastisite matrisidir. Kompozit malzemeler için

$$D = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \quad (6.22)$$

şeklindedir.

6.2.2. Sistemin Direngenlik Matrisi

Komple sistemin direngenlik matrisinin hesaplanması için en uygun bir yöntem virtüel iş prensibidir.

Bir elemana etkiyen dış kuvvetleri sabit tutup bu kuvvetlerin meydana getirdiği yerdeğiştirmelere virtüel bir artış verilirse elemanda meydana gelen enerji değişimi aşağıdaki şekilde bulunabilir (Bathe, 1988).

$$\delta W = \int \int \{\delta \varepsilon\}^T \{\sigma\} dv \quad (6.23)$$

Benzer şekilde dış kuvvetlerin neden olduğu virtüel iş,

$$\delta W = \{\delta \delta\}^{-T} \{P\} \quad (6.24)$$

şeklindedir.

İç kuvvetlerin ve dış kuvvetlerin yapmış olduğu virtüel işin eşit olması gerektiğinden,

$$\{\delta \delta\}^{-T} \{P\} = \int \int \{\delta \varepsilon\}^T \{\sigma\} dv \quad (6.25)$$

olur. Düzlemsel gerilmede $\sigma = D.\varepsilon$ olduğundan ve $\varepsilon = B.\delta$ eşitliğinden bu ifadeler yukarıda yerine konursa,

$$\{\delta\delta\}^{-T} \{P\} = \int_V \{\delta\epsilon\} [D] \{\epsilon\} dv$$

$$\{\delta\delta\}^{-T} \{P\} = \int_V \{\delta\delta\}^{-T} [B]^T [D] dv \{\delta\} \quad (6.26)$$

$$\{P\} = \int_V [B]^T [D] [B] dv \{\delta\}$$

elde edilir. Bir elemana ait direngenlik matrisi

$$[K] = \int_V [B]^T [D] [B] dv \quad (6.27)$$

olduğundan i numaralı elemanın direngenlik matrisi,

$$[K_i] = \int_V [B_i]^T [D] [B_i] dv \quad (6.28)$$

olur. (6.28) eşitliği (6.26)' da dahil ederek komple sistemin direngenlik matrisi için

$$\{P\} = [K_i] \{\delta\} \quad (6.29)$$

genel ifade elde edilir. Bu denklemlerle bütün sisteme ait düğüm noktalarının yerdeğiştirme miktarları ve (6.20) eşitliği yardımıyla da her düğüme ait gerilmeler hesaplanır.

6.2.3. Nümerik İntegrasyon

Sistemin toplam direngenlik matrisinin elde edilmesi için (6.28) eşitliği ile elde edilen matris ifadesinin tüm elemanlara tatbik edilerek analitik yoldan integrasyon işlemini yapmak oldukça zordur. Bu nedenle bu hesaplama için geliştirilmiş bilgisayar programlarına müracaat edilir.

Elemanların direngenlik matrisi (6.28) bağıntısında verildiği gibi,

$$[K_i] = \int_v [B]^T [D] [B] dv$$

şeklindedir. İki boyutlu elemanlar için

$$dv = \det j . dr . ds \quad (6.30)$$

olur (Bathe, 1982).

Integral içindeki işlemler F ile gösterilirse,

$$[K_i] = \int_v F dr ds \quad (6.31)$$

olur. Burada F matrisi

$$F = B^T D . B \det j \quad (6.32)$$

şeklindedir. Nümerik integrasyon alındığında,

$$K_i = \sum_{i,j} t_{ij} . \alpha_{ij} F_{ij} \quad (6.33)$$

olarak bulunur (Arslan, 1995)

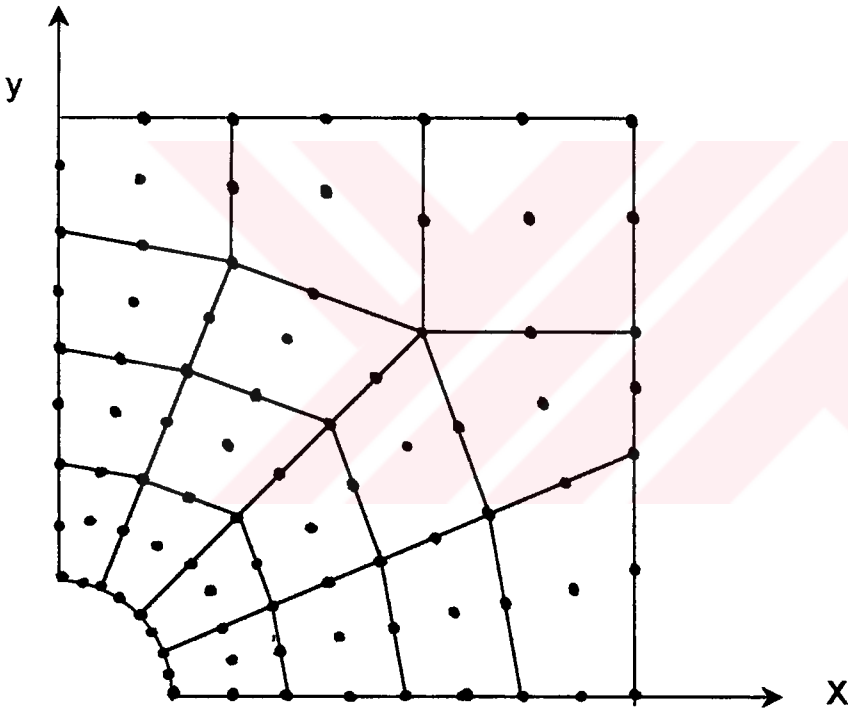
Burada F_{ij} , r_i ve s_j noktasında hesaplanan F matrisidir. t_{ij} ifadesi kalınlığı, α_{ij} değeri ise r_i , s_j değerlerine göre hesaplanan değerlerdir. İki boyutlu dikdörtgen izoparametrik elemanlar için integrasyonun açılımı aşağıdaki gibidir.

$$\int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} F(r,s) dr ds = \sum_{i,j} \alpha_i \alpha_j F(r_i, s_j) \quad (6.34)$$

çeşitli nümerik integrasyon metotlarından birisi kullanılarak integral çözümü yapılır.

6.2.4. Sonlu Eleman Modelinin Kurulması

Çözüm bölgesi dokuz düğümlü dikdörtgen izoparametrik sonlu eleman ile düzgün bir ağ şeklinde bölünmüştür. Delik kesitin bulunduğu bölge diğer bölgelere nazaran daha küçük elemanlarla taramaya tabi tutulmuştur. Bölmeleme işlemi otomatik olarak bilgisayar programlarıyla yapılmıştır. Herbir elemenda, kenar ortalarında ve eleman merkezinde birer tane olmak üzere toplam dokuz düğüm bulunmaktadır (şekil 6.4). Sonlu eleman modeli oryantasyon açısına bağlı olarak ayarlanmıştır. Takviye açısı θ 'nın 0° ve 90° olduğu durumlarda çözüm bölgesinin $\frac{1}{4}$ 'ü alınmış, diğer açı değerlerinde tüm çözüm bölgesi dikkate alınmıştır. (şekil 6.4)'de $\frac{1}{4}$ levhada kurulan sonlu eleman modeli görülmektedir.



Şekil 6.4. $\frac{1}{4}$ levhada kurulan sonlu eleman modeli

6.3. Elasto-plastik Gerilmelerin Hesaplanması

Malzemelerin elasto-plastik gerilmelerinin hesaplanmasında genelde en çok aşağıdaki üç metot kullanılır.

- a-) Artımlı elastise işlemi
- b-) Başlangıç gerilme metodu
- c-) Başlangıç şekildeğişimi metodu.

Başlangıç şekil değişimi metodunda elastik gerilmeler için malzemenin gerçek davranışına uygun elasto-plastik şekildeğişimi bilinmelidir (Topçu, 1991).

Artımlı elastise işleminde, plastik deformasyon bölgesindeki her iterasyon kademesinde, malzemenin direngenlik matrisi değiştiğinden her kademe için yeniden hesaplama yapılması gerekmektedir. Bu durum problemin çözüm süresini oldukça artırır.

Başlangıç gerilmesi metodu Zienkiewicz tarafından artımlı elastisite işlemine alternatif bir yaklaşım olarak geliştirilmiş bir metoddur (Zienkiewicz,1969). Bugün için elasto-plastik problemlerin çözümünde en çok kullanılan bir hesaplama yöntemi olup, yöntem bir boyutlu elemanın zorlanması için uygulanıp daha sonra iki ve üç boyutlu gerilme halleri için genelleştirilmiştir. Bu yöntem her zaman yakınsama yapan bir çözüm metodudur.

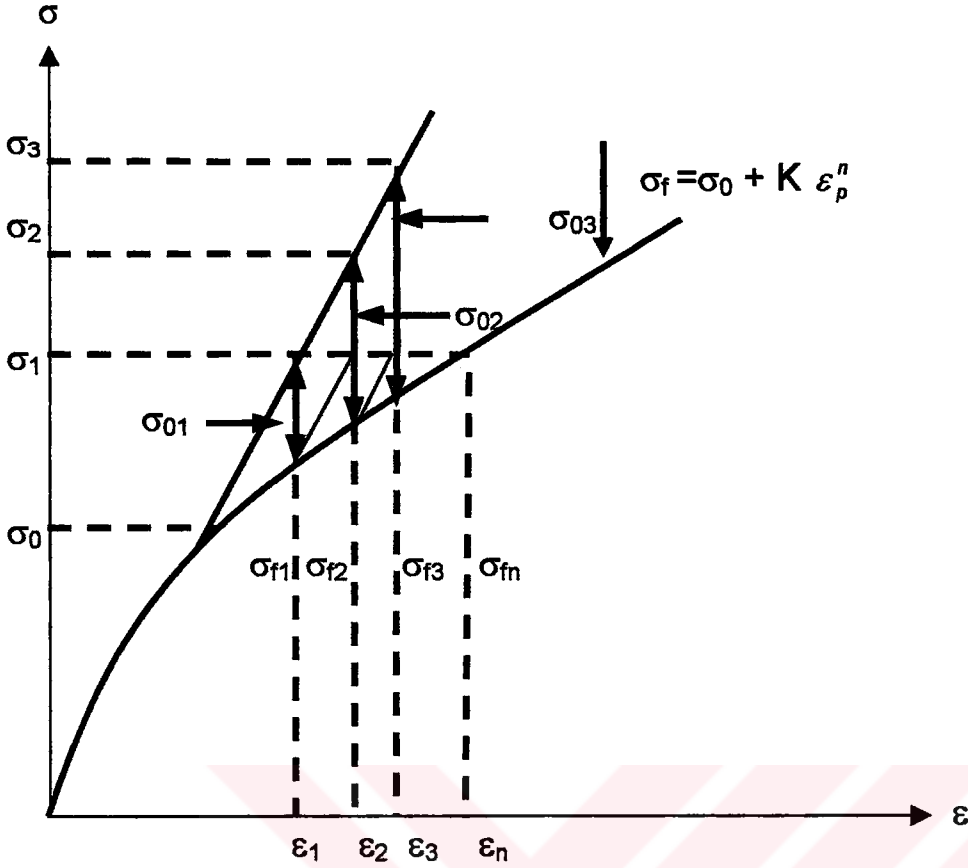
Bu çalışmada, elasto-plastik gerilme analizinde başlangıç gerilmesi metodu kullanılmıştır. Bu yöntemle göre lineer-elastik olarak hesaplanmış olan σ_1 gerilmesinin toplam deformasyonu ε_1 'dir (şekil 6.5). σ_{r1}, σ_{01} ve σ_1 arasında aşağıdaki bağıntı (şekil 6.5)'ten yazılabilir.

$$\sigma_{01} = \sigma_1 - \sigma_{r1} \quad (6.35)$$

Bu eşitlikten σ_{01} gerilmesi kullanılarak bir sonraki σ_2 gerilmesi bulunabilir.

$$\sigma_2 = \sigma_1 + \sigma_{01} \quad (6.36)$$

Bu gerilmenin toplam deformasyonu ise ε_2 dir.



Şekil 6.5. Başlangıç Gerilmesi Metodu

ε_2 noktasındaki reel gerilme ile σ_2 gerilmesi arasındaki fark σ_{02} gerilmesini verir. σ_3 gerilmesi (6.36) eşitliğinde σ_{01} gerilmesi yerine σ_{02} koyarak elde edilir.

Böylece birbirini takip eden benzer iterasyon kademeleri elasto-plastik şekildeğiştirmede ε_n noktasına kadar yürütülür. İterasyon işlemine, son iki iterasyona ait toplam yerdeğiştirme yüzdesi belirli bir değerden küçük oluncaya kadar devam edilir.

Mesela;

$$\frac{U_{I+1} - U_I}{U_I} \leq 0,001 \quad (6.37)$$

olunca iterasyon sona erdirilir. Bu durum bir boyutlu gerilme hali içindir. İki boyutlu ortotropik malzemeler için gerilme hesabında Tsai-Hill kriteri kullanılarak eşlenik gerilmeler hesaplanır. Düzlemsel gerilme durumunda eşlenik gerilme,

$$\bar{\sigma} = [\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + (x^2/y^2)\sigma_{22}^2 + (x^2/y^2)\tau_{12}^2]^{1/2} \quad (6.38)$$

ifadesiyle verilmiştir. Burada x ve y sırasıyla 1 ve 2 doğrultusundaki akma mukaveti, S ise 1-2 düzlemindeki kayma akma mukavemetidir. Şayet σ efektif gerilmesi x aksenal akma gerilmesinden büyükse elasto-plastik gerilme analizine son verilir.

Bundan dolayı bir boyutlu gerilme durumunda, plastik bölge için başlangıç gerilmesi

$$\sigma_0 = \bar{\sigma} - \sigma_f \quad (6.39)$$

ifadesiyle elde edilebilir.

Burada σ_f gerilmesi, tek eksenli olmayan yükleme hali için (şekil 6.5)'ten elde edilir. Fakat başlangıç gerilmesi iki boyutlu hal için (şekil 6.5) ile gösterildiği şekli ile tam olarak açıklanmış olamaz. İki eksenli gerilme için matematiksel izaha ihtiyaç vardır. Buna göre başlangıç gerilmesi,

$$\{\sigma_0\} = \{\sigma_{01} \quad \sigma_{02} \quad \tau_{012}\} \quad (6.40)$$

şeklinde vektörel olarak yazılabilir.

Burada σ_{01} , σ_{02} ve τ_{012} başlangıç gerilmesinin düzlem gerilmesi halindeki bileşenleridir. Bu durumda formülasyon

$$\{\sigma_0\} = \{\sigma\} (\sigma_0 / \bar{\sigma}) \quad (6.41)$$

şeklinde yazılabilir.

Burada σ_0 gerilmesinin bileşenleri, elastik olarak hesaplanmış gerilme ile orantılıdır.

Başlangıç gerilmesine karşılık gelen yükleme kuvveti aşağıdaki gibidir.

$$\{F\}_{\sigma_0} = \int [B]^T \{\sigma_0\} dv \quad (6.42)$$

İlk iterasyon kademesinde mekanik yüklemde yerdeğiştirme vektörü,

$$\{\delta\}_1 = [K]^{-1} \{F\}_m \quad (6.43)$$

ifadesiyle elde edilir. Burada F_m vektörü

$$\{F\}_m = \{F_s\} + \{F\}_{\sigma_0} \quad (6.44)$$

bağıntısına sahiptir. Daha sonraki iterasyon kademeleri δ_i , $i = 1, 2, \dots, n$ işlemleri ile $\{\delta\}_i$ ve $\{\delta\}_{i+1}$ arasında fark kalmayınca kadar devam ettirilir n' nci kademelerdeki yerdeğiştirme vektörü,

$$\{\delta\}_n = [K]^{-1} \{F\}_m \quad (6.45)$$

Bağıntısından yararlanarak bulunur. Sonuçta (6.45) eşitliğini sağlayan σ_n elastik gerilmesi

$$\{\sigma\}_n = [C][B]\{\delta\} \quad (6.46)$$

ifadesinden hesaplanır.

Elasto-plastik bölgede "artık gerilmeler" (iç gerilmeler) iterasyonun sonunda plastik gerilmelerden elastik gerilmelerin farkı ile elde edilir. İç gerilmeler,

$$\{\sigma_{oi}\} = -\{\sigma\}_n (\sigma_0 / \bar{\sigma}) \quad (6.47)$$

dır.

Artık gerilmeler (iç gerilmeler) plastik deformasyon sonucu oluşurlar. Elastik sınır içerisinde kalmak kaydıyla bir cisme yük tatbik edilip daha sonra yükleme sona erdirilirse cisim ilk şeklini alır. Uygulanan kuvvet artırıldığında cismin herhangi bir yerinde elastik sınır üzerinde gerilmeler meydana gelirse bu noktalarda akma meydana gelir. Uygulanan artırılmış kuvvet kaldırıldığında akmanın meydana geldiği noktalar dışındaki yerler ilk durumlarını almaya çalışırlar. Uygulanan kuvvetin kalkmasından sonra cismin her noktasında gerilmeler sıfır olması gerekirken plastik

deformasyona uğrayan ve uğramayan yerlerde gerilmeler görülür. Geriye kalan bu gerilmelere “artık gerilmeler” denir. (6.43) ifadesi polar koordinatlarda yazılırsa,

$$\{\sigma_{\theta l}\}_{PC} = [T] \{\sigma_{\theta l}\} \quad (6.48)$$

olur.

Burada $[T]$ transformasyon matrisi;

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 2 \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -2 \sin \theta \cos \theta \\ -\sin \theta \cos \theta & \sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix} \quad (6.49)$$

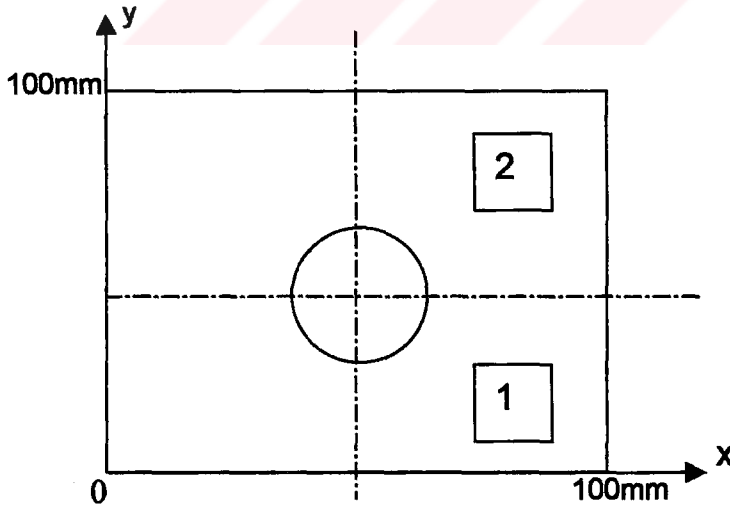
şeklindedir.

7. SAYISAL ÇÖZÜMLER VE ELDE EDİLEN SONUÇLAR

7.1. Sonlu Eleman Ağıının Elde Edilmesi

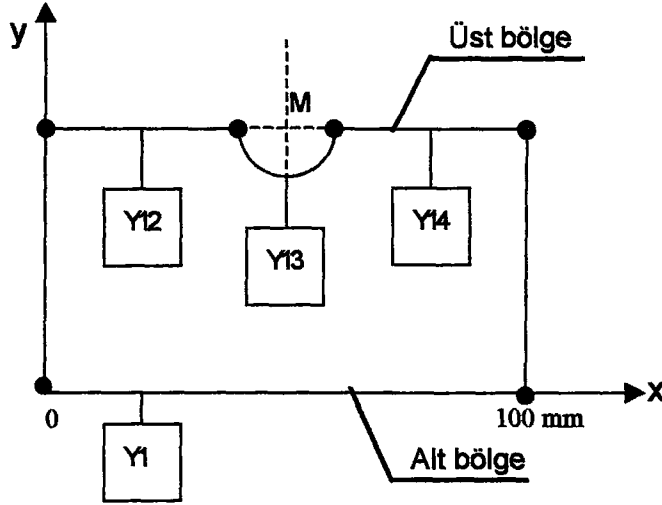
Sonlu elemanlar yönetimiyle yapılan çalışmalarda öncelikle sonlu eleman ağının teşkil edilmesi gerekir. Söz konusu bu ağın kurulması, çözüm bölgesinin sonlu elemanlara bölünmesi ve her bir elemanı çevreleyen düğüm noktalarının koordinat ve numaralarının belirlenmesi işlemini ihtiva eder (Arslan, 1995). Bilgisayar ortamında yapılan analizlerde, düğüm noktaları ve koordinatların girdi olarak bilgisayara yüklenmesi gerekmektedir. Çok sayıdaki düğümün koordinat ve numaralarının dışarıdan bilgisayara yüklenmesi hem zaman alıcı hem de hata yapma ihtimali yüksek bir işlemdir. Bu olumsuz durumdan kaçınmak, hata riskini en aza indirmek için, bu çalışmada sonlu eleman ağı hazırlanan bilgisayar programıyla otomatik olarak yapılmıştır. Otomatik bölmeleme programı bu çalışmanın ek'inde verilen asıl program içerisinde mevcuttur. Otomatik olarak bilgisayar programıyla yapılan sonlu eleman ağının teşkil edilmesinde kullanılan işlem mantığı şu şekilde hazırlanmıştır.

İncelemeye alınan ortası delikli düzlemsel levha, x-doğrultusu boyunca simetri ekseninden ikiye bölünerek 1 ve 2 numaralı parçaların birleşmesinden meydana geldiği farz ve kabul edilmiştir (şekil 7.1).



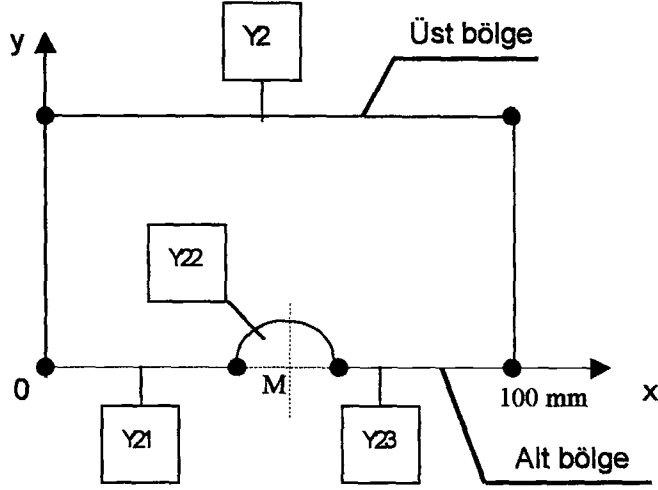
Şekil 7.1. İki Kısma Ayrılmış Düzlemsel Levha

1 numaralı kısım ile 2 numaralı kısım birbirinin benzeridir. 1 numaralı kısım ele alındığında şekil 7.2'de görüldüğü gibi parça alt ve üst olmak üzere iki bölgeye ayrılmıştır.



Şekil 7.2. Yarım Parça Düzlemsel Levhanın Sonlu Eleman Ağının Elde Edilmesi (1 Numaralı Kısım)

Alt bölge sadece tek bir Y1 doğru parçasından meydana gelmiştir. O halde bu kısım tek bir doğru denklemi ile ifade edilebilir. Aynı şekilde üst bölgede ele alındığında burası, Y12 doğru parçası, merkezi M olan Y13 yarımdaire parçası ve Y14 doğru parçasından oluştuğu görülür. Böylece 1 numaralı kısmın hem alt bölgesi hemde üst bölgesi tanımlanarak x'in bütün değerleri için bunlara karşılık gelen y değerleri elde edilmiş olur. Levhanın x eksenini boyunca yatay aralık sayısı (yataydaki bölüntü) belirlendikten sonra, y eksenini boyunca (düşeydeki bölüntü) düşey aralık sayısı belirlenmelidir. Böylece alt ve üst bölgeler ile arada kalan kısımlar bölümlendirilmiş olur. Bölümleme ile düğüm koordinatları elde edilir ve elemanları çevreleyen düğüm noktaları elde edilir ve elemanları çevreleyen düğüm noktaları belli bir sistem dahilinde numaralandırılır. Bu şekilde 1 numaralı parçanın otomatik bölmeleme tamamlanmış olur. Benzer tarzda 2 numaralı yarım düzlemsel levhanın da otomatik bölmeleme işlemi yapılır (şekil 7.3).

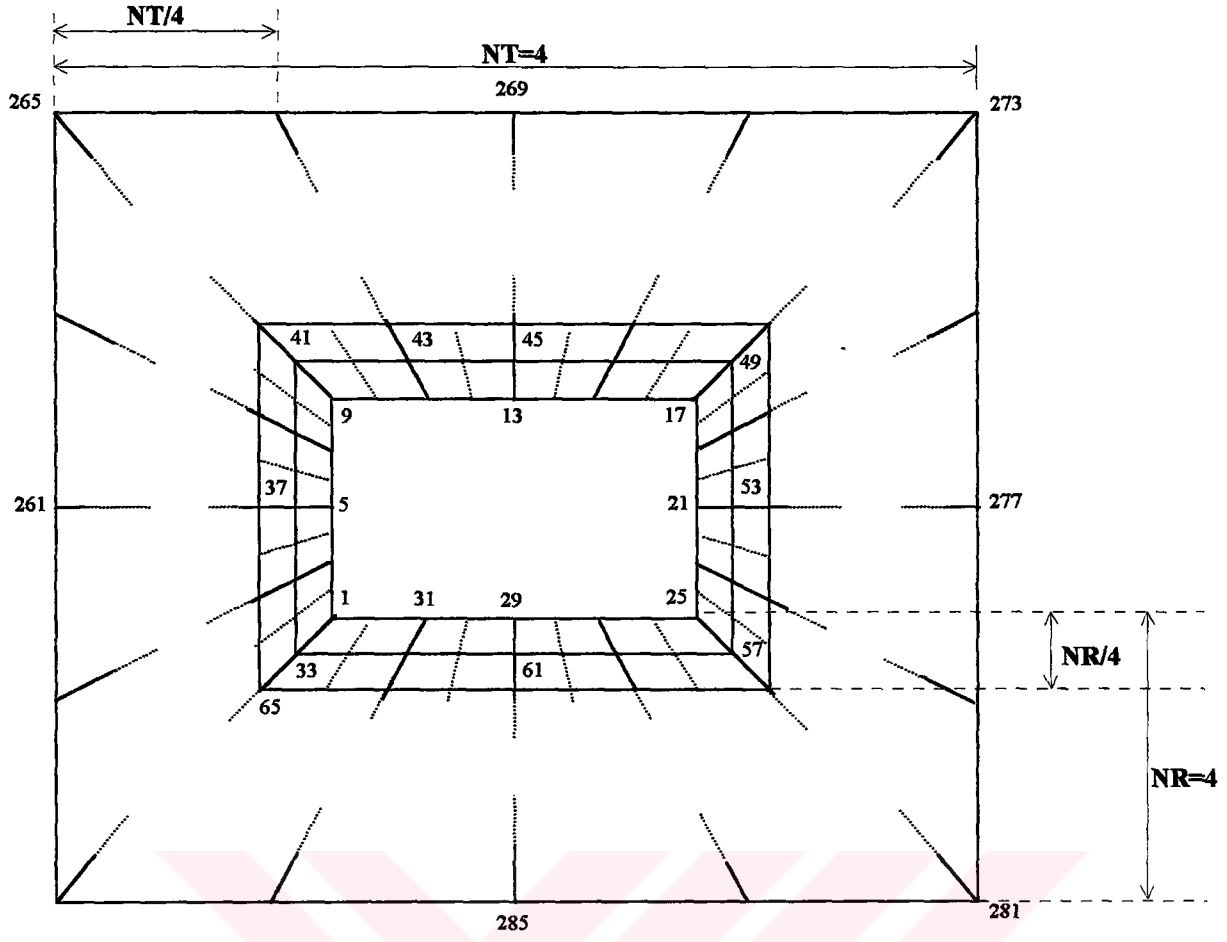


Şekil 7.3. Yarım Parça Düzlem Levhanın Sonlu Eleman Ağıının Elde Edilmesi (2 Numaralı Kısım)

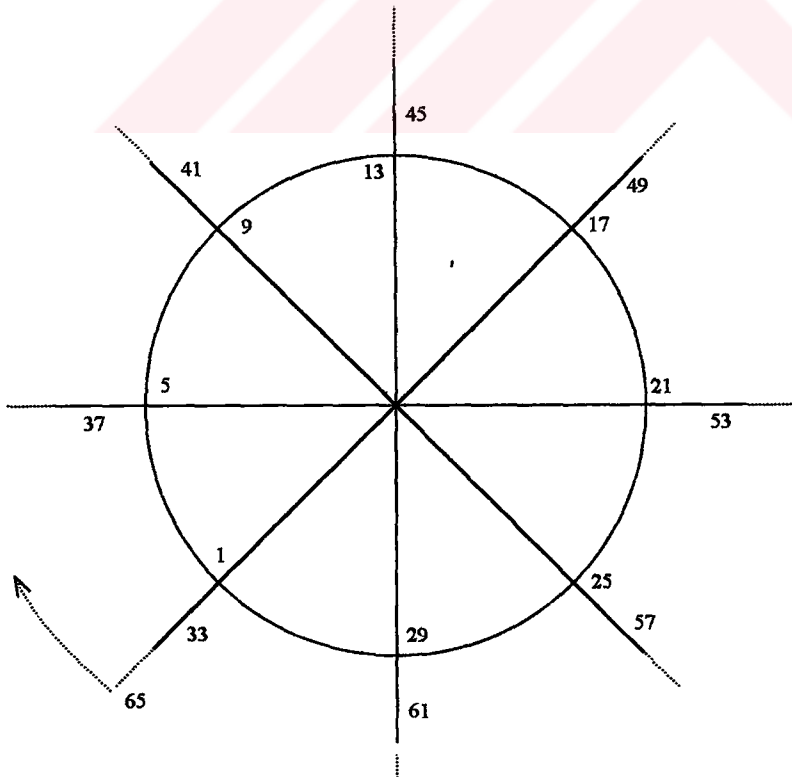
Böylece 1 ve 2 numaralı yarım kısım düzlemsel levhaların otomatik bölmelenmesi yapılmış olur. Her iki yarım kısım düzlemsel levhaların birleştirilmesiyle, ortası delikli düzlemsel levhanın komple bölmelendirilmesi elde edilir. Birleştirmede iki şeklin ara kesitlerindeki koordinatların aynı olmasına dikkat edilmelidir.

7.2. Düğüm Noktalarının Numaralandırılması

Yapılan çalışmada sonlu eleman modeli olarak dokuz düğümlü izoparametrik dikdörtgen eleman kullanılmıştır. Bilgisayar programıyla yapılan otomatik bölmelemede yatay ve dikey bölmeleme birimi olarak $NR=NT=4$ birim seçilmiş böylece tüm çözüm bölgesinin sonlu eleman ağı 64 eleman ve 288 düğüm noktası ile teşkil olunmuştur. Burada NT yatay, NR dikey bölmeleme birimleridir (şekil 7.4). Dikdörtgen formlu izoparametrik sonlu elemanlar Şekil 7.4.'de görüldüğü gibi numaralandırılmışlar, daha sonra tüm çözüm bölgesinin sonlu eleman ağı kurulmuştur (şekil 7.5).

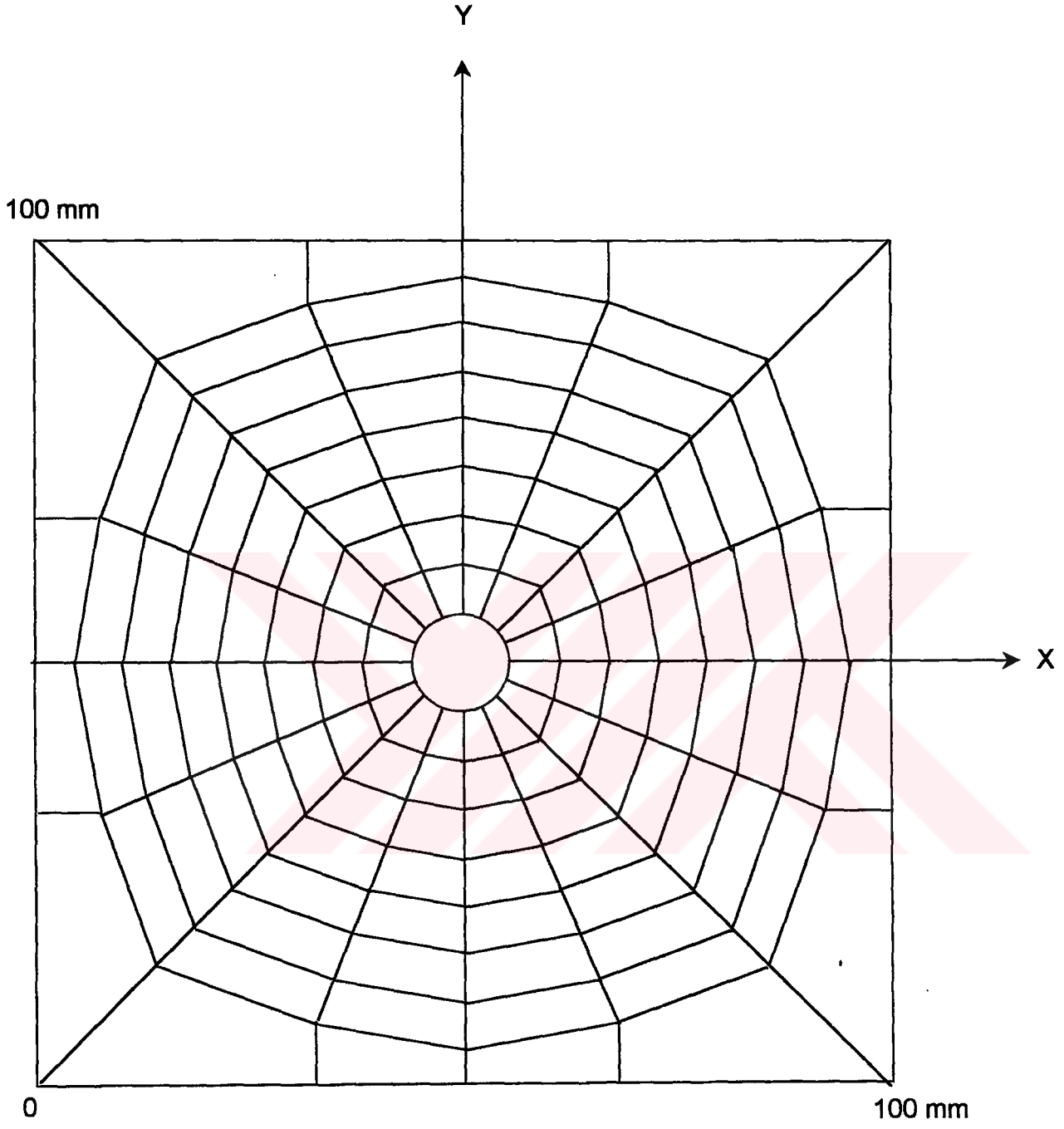


a - Dikdörtgen Elemanda Numaralama Durumu



b - Dairesel Formda Numaralama Durumu

Şekil 7.4. Sonlu Eleman Ağında Düğüm Noktalarının Numaralandırılması



Şekil 7.5. Çözüm Bölgesi Sonlu Elemanlara Ayrılmış Ortası Delikli Levha

7.3. Elde Edilen Sonuçlar

Bu çalışmada; ortasında dairesel delik bulunan kompozit levhalarda, daire çapı değiştirilerek elde edilen değişik modeller üzerinde, farklı oryantasyon açlarına bağlı olarak elastik ve elasto-plastik gerilme analizleri yapılmıştır. Yüklemler üniform çekme yükü şeklinde x-ekseni doğrultusunda tatbik edilmiş, elde edilen tüm modellerde çekme yükleri akmayı başlatan değerlerden uygulanmıştır. Oryantasyon açısının 0° ve 90° açılarında çözüm bölgelerinin $\frac{1}{4}$ 'lük kısmı alınmış, diğer açı değerlerinde bütün levha incelemeye alınmıştır. Herbir modelde farklı yükleme değerlerine ve değişik oryantasyon açlarına göre ortaya çıkan elastik, elasto-plastik ve artık gerilmeler incelenmiş, kalıcı deformasyon sonucu meydana gelen plastik bölgelerin dağılımı gözlenmiştir. Bilgisayar programıyla yapılan hesaplamalarda neticeler Elastik, Elasto-plastik ve artık gerilmeler şeklinde ayrı ayrı çizelgelerde σ_x , σ_y ve τ_{xy} gerilme bileşenleri olarak elde edilmiş inceleme sonuçları grafik ve tablolar halinde verilmiştir.

7.3.1. Değişik Modellerde Farklı Yükleme ve Oryantasyon Açlarına Göre Plastik Bölgelerin Yayılımı

Ortası delikli kompozit levhalarda, farklı yükleme miktarlarına bağlı olarak plastik bölgelerin yayılışı incelenmiştir. Yüklemler, delik çaplarına ve oryantasyon açlarına bağlı olarak akmayı başlatan değerlerden başlanarak arttırılmak suretiyle elde edilmişlerdir. Her bir yükleme kademesinde akan düğüm noktaları belirlenmiş, belirlenen bu düğüm noktaları birleştirilerek herbir yükleme kademesine karşı gelen plastik bölgelerin yayılışı elde edilmiştir. Şekil 7.6.'dan şekil 7.13.'e kadar delikçapı $R=25\text{mm}$ olan levhalardaki plastik bölgelerin yayılışı gösterilmiştir. Yüklemler oryantasyon açısı $\theta=0^\circ$ için $P=25\text{-}30\text{-}35\text{MPa}$, $\theta=15^\circ$ için $P=30\text{-}35\text{-}40\text{MPa}$, $\theta=90^\circ$ için $P=12.5\text{-}15\text{-}17.5\text{MPa}$ ve $\theta=30^\circ\text{-}45^\circ\text{-}60^\circ\text{-}75^\circ$ 'ler için $P=20\text{-}25\text{-}30\text{MPa}$ olarak seçilmiştir. Şekil 7.13.'ten şekil 7.20.'ye kadar delikçapı $R=30\text{mm}$ olan levhalardaki plastik bölgelerin yayılışı gösterilmiştir. Bu modelde yüklemler $\theta=15^\circ$ için $P=20\text{-}25\text{-}30\text{MPa}$ olarak seçilmiştir.

Şekil 7.20.'den şekil 7.26.'a kadar delikçapı $R=40\text{mm}$ olan modeldeki plastik bölgelerin yayılışı gösterilmiştir. Bu modeldeki yüklemler $\theta=75^\circ$ için $P=20\text{-}25\text{-}30\text{MPa}$,

$\theta=90^\circ$ için $P=7.5-10-12.5$ MPa olarak alınmış, diğer açılarda $P=15-20-25$ MPa olarak seçilmişlerdir. Plastik bölgelerin yayılışı geometrik olarak ölçekli biçimde çizilmiş, herbir yükleme kademesindeki akmaya katılan noktaların birleştirilmesi ile ilgili yükleme kademesine ait plastik bölge yayılışı elde edilmiştir.

Delik çapı $R=25\text{mm}$ olan modelde, $\theta=30^\circ$ için (şekil 7.8.'de görüldüğü gibi) Plastik bölgelerin yayılışı levha köşegenleri doğrultusunda birbirine karşıt iki bölgede yayılım gösterirken, $\theta=45^\circ-60^\circ-75^\circ$ oryantasyon açılarında plastik bölgelerin yayılımı uygulanan çeki yüklü doğrultusuna dik yönde meydana gelmiştir. Şekil 7.12.'de $\theta=90^\circ$ için plastik bölgelerin yayılımı, artan yük değerleri ile artım göstererek y-ekseni doğrultusunda genişleyerek yayılım göstermiştir.

Plastik bölgelerin yayılımı oryantasyon açısına bağlı olarak farklı doğrultuda oluşmakta, artan çeki yükü ile plastik bölgenin yayılma alanı genişlemektedir.

$R=30\text{mm}$ delik çapındaki modelde, plastik bölgelerin dağılımı bir önceki model'e göre $\theta=0^\circ$ ve $\theta=60^\circ$ açılarda benzerlik göstermiş, fakat diğer açılarda dairesel delik çevresinde daha geniş bir bölgede dağılım göstermektedir.

$R=40\text{mm}$ delik çapına sahip modelde plastik bölgelerin dağılımı, diğer modellere göre daha geniş bir alanı kapsamaktadır. Delik çapının büyümesi ile akan noktaların miktarlarında da artım meydana gelmektedir. $\theta=90^\circ$ için birinci modelde ($R=25\text{mm}$) uygulanan $P=12.5-15-17.5$ MPa çeki yüklerinde plastik bölgeler oluşurken, delik çapının arttığı diğer modellerde ($R=30\text{mm}$, $R=40\text{mm}$) plastik bölgeler daha geniş yayılım alanı oluşturarak $P=7.5-10-12.5$ MPa yükleme basamaklarında meydana gelmektedir.

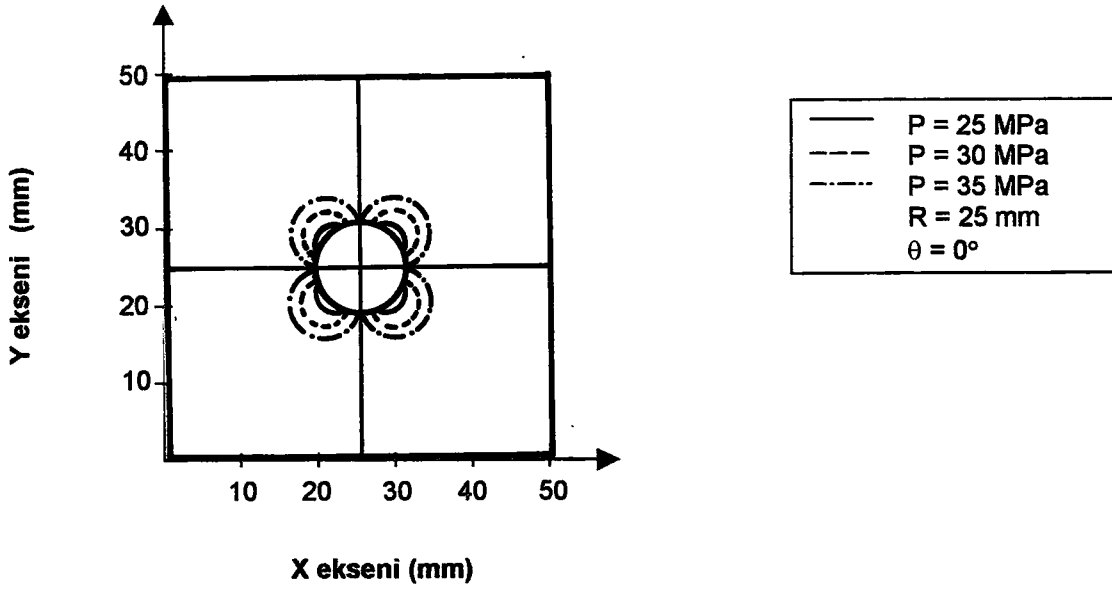
Her üç modelde de oryantasyon açısının $\theta=60^\circ$ pozisyonunda plastik bölgeler birbirine benzer yayılım formu göstermektedir. Ayrıca genel olarak $\theta=30^\circ-60^\circ-75^\circ$ açılarda plastik bölgelerin yayılımı uygulanan çeki yükü doğrultusuna dik doğrultuda gelişme göstermektedir. $\theta=90^\circ$ oryantasyon açısında plastik bölgelerin dağılımı, dairesel deliğin tüm çevresini kuşatan ve merkezden dışa doğru genişleyen bir yayılım biçimi sergilemektedir.

İncelenen tüm modellerde, fiber takviye doğrultusunun uygulanan çeki yükü doğrultusuyla aynı eksen üzerinde olduğu durumlarda ($\theta=0^\circ$), kompozit malzemenin yük doğrultusundaki rijitliği arttığından elastisite modülü artmakta ve plastik bölge dağılımı diğer açı pozisyonlarına göre daha az olmaktadır. Fiber takviye doğrultusunun uygulanan yük doğrultusuyla yaptığı açının büyümesiyle kompozit

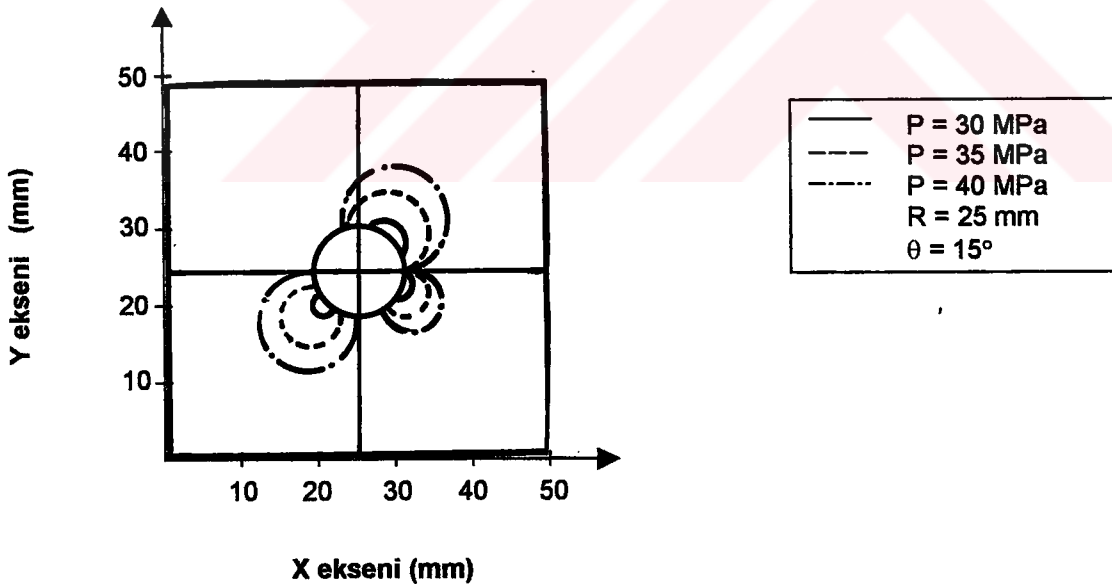
yükleme doğrultusundaki rijitliği azaldığından elastisite modülü azalmakta ve plastik bölge yayılımı levha kenarlarına doğru artan yüklerle genişlemektedir.

Bunun yanısıra, dairesel deliğin levha düzleminde neden olduğu kesit daralması gerilme yığılmalarına sebep olmaktadır. Bu nedenle maksimum gerilmeler uygulanan yük doğrultusuna göre dik eksen üzerinde dairesel deliğin alt ve üst noktalarında oluşmaktadır. Plastik bölgelerin yayılımında sadece yüklemeye doğrultusundaki gerilmeler değil, aynı zamanda bu doğrultuya dik yöndeki gerilmeler de etkindir. Bu konu da ayrıca incelenmeye alınmalıdır.

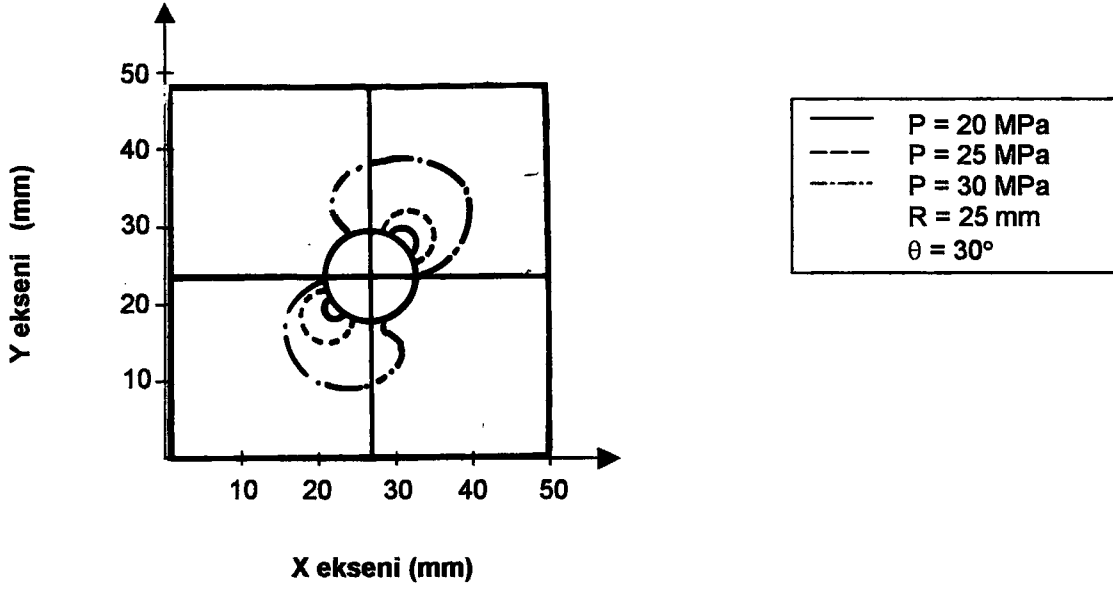




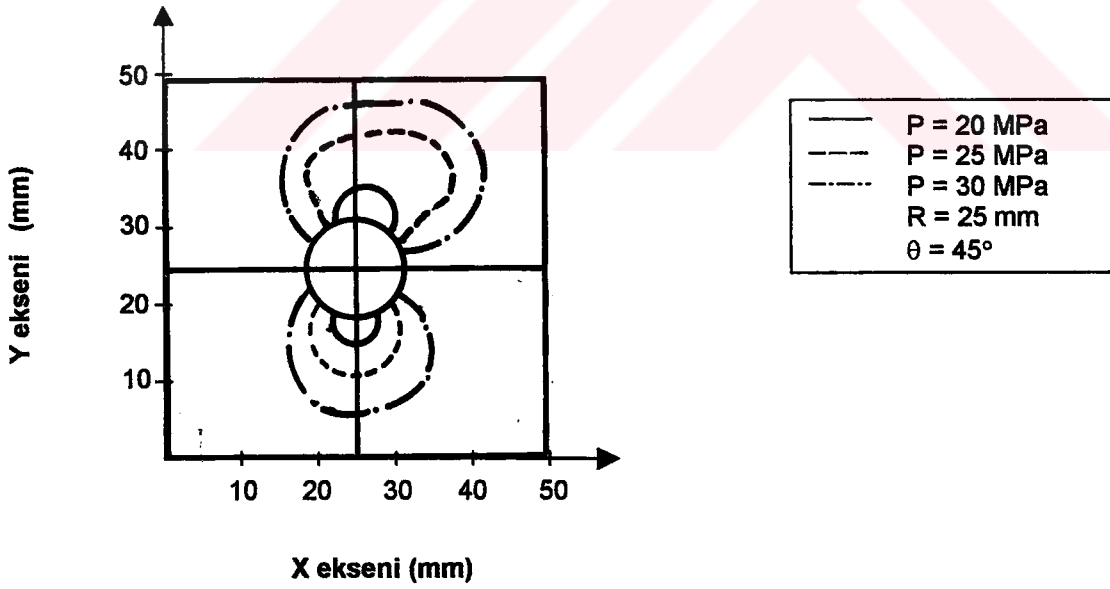
Şekil 7.6. Farklı Yükleme Basamaklarında Plastik Bölgelerin Yayılışı
 ($R = 25 \text{ mm}$ $\theta = 0^\circ$)



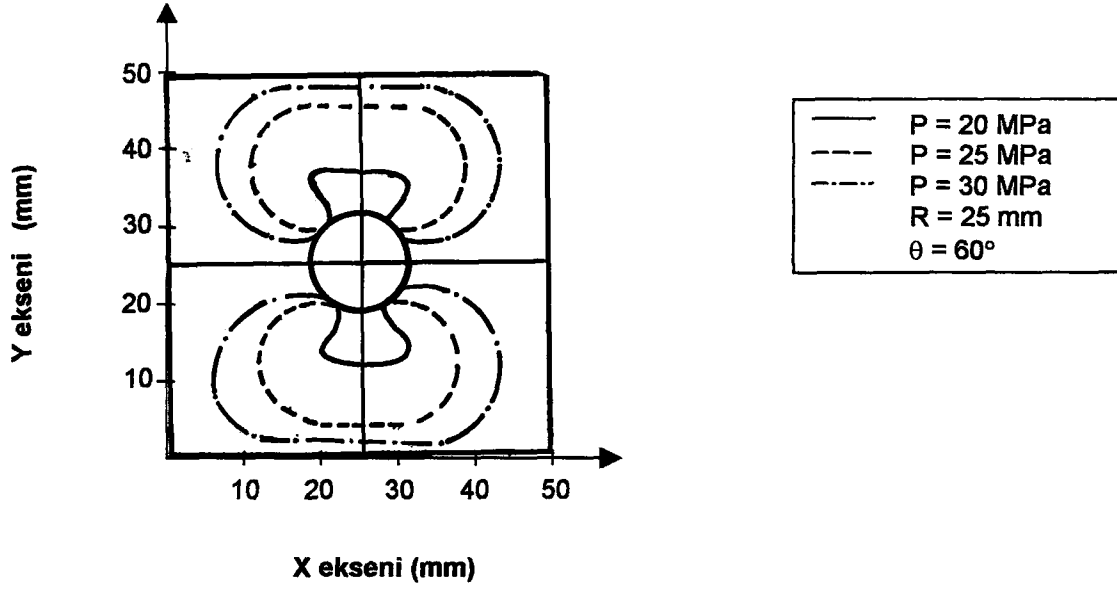
Şekil 7.7. Farklı Yükleme Basamaklarında Plastik Bölgelerin Yayılışı
 ($R = 25 \text{ mm}$ $\theta = 15^\circ$)



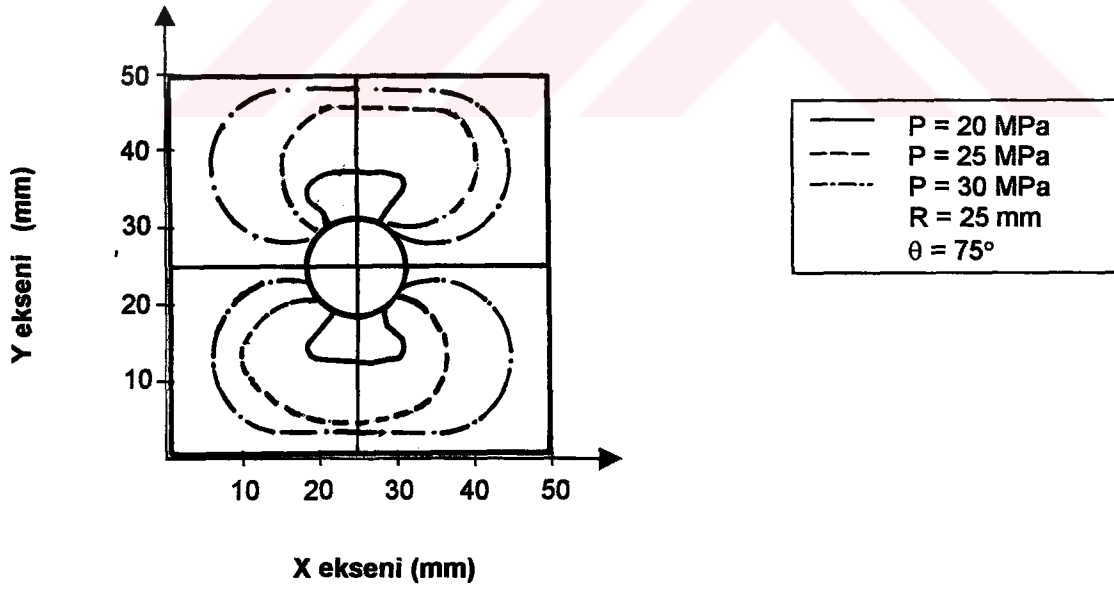
Şekil 7.8. Farklı Yükleme Basamaklarında Plastik Bölgelerin Yayılışı
 ($R = 25 \text{ mm}$ $\theta = 30^\circ$)



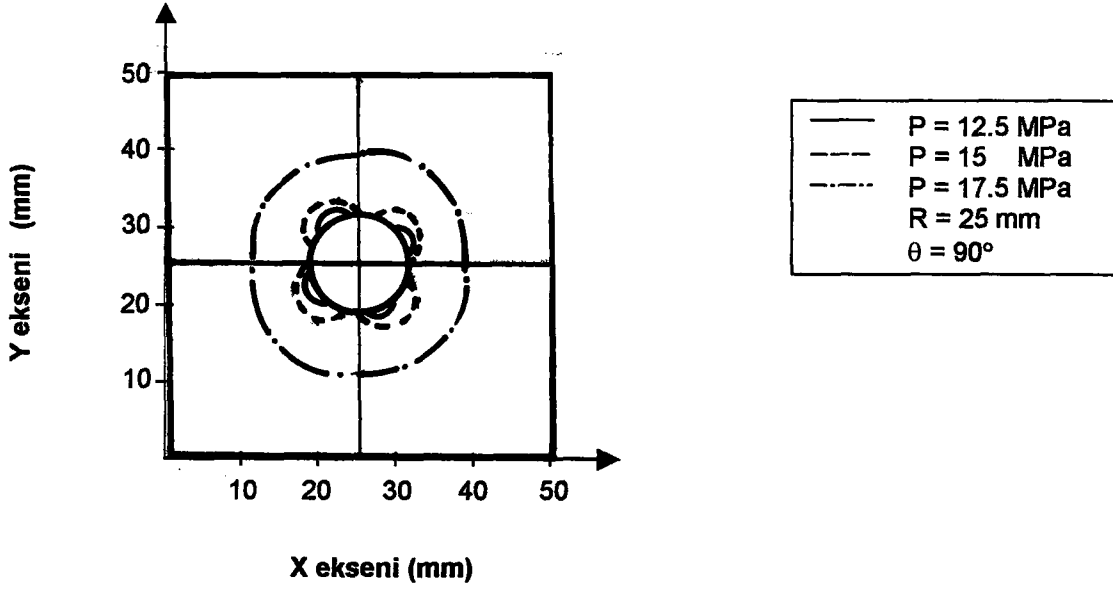
Şekil 7.9. Farklı Yükleme Basamaklarında Plastik Bölgelerin Yayılışı
 ($R = 25 \text{ mm}$ $\theta = 45^\circ$)



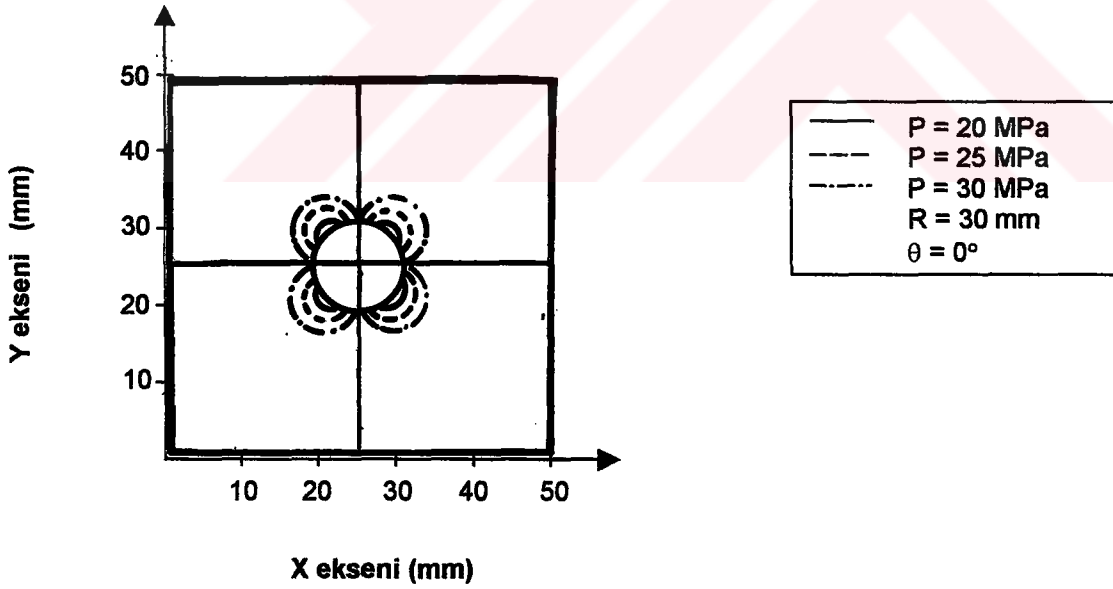
Şekil 7.10. Farklı Yükleme Basamaklarında Plastik Bölgelerin Yayılışı
 ($R = 25 \text{ mm}$ $\theta = 60^\circ$)



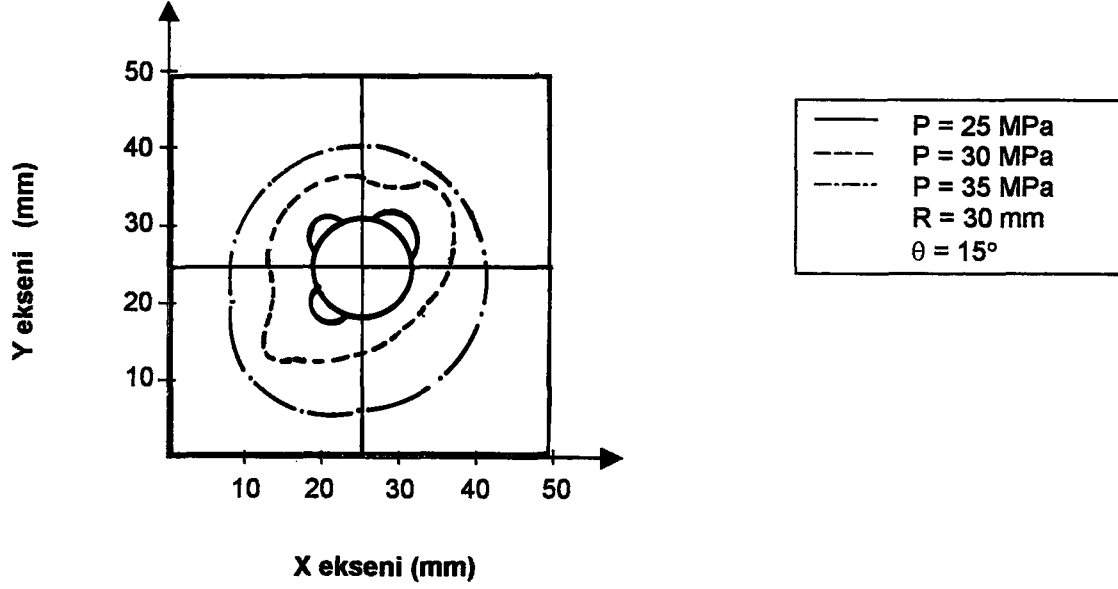
Şekil 7.11. Farklı Yükleme Basamaklarında Plastik Bölgelerin Yayılışı
 ($R = 25 \text{ mm}$ $\theta = 75^\circ$)



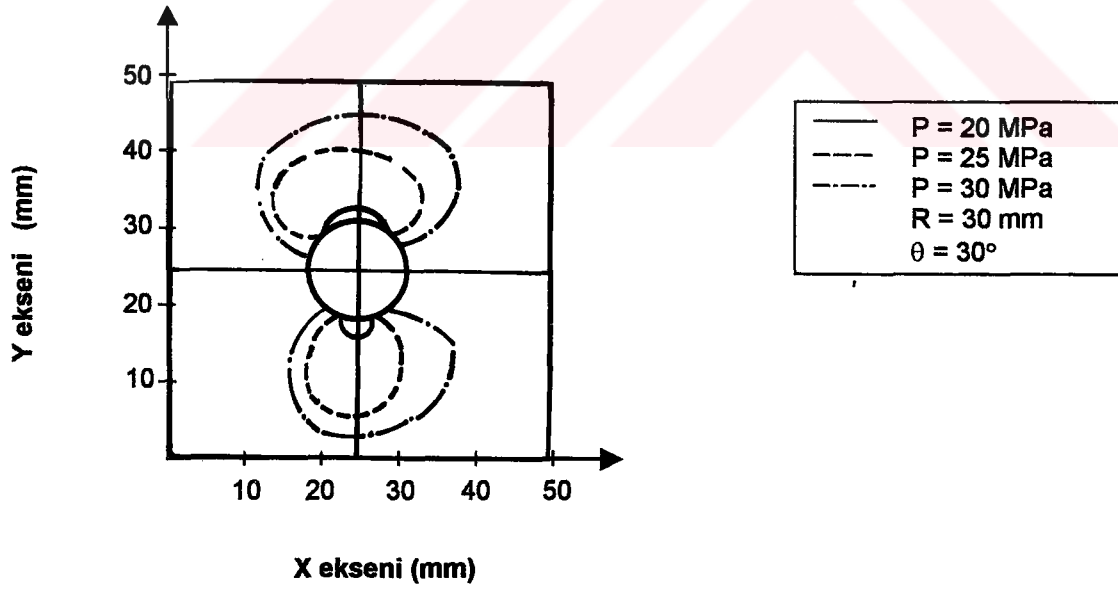
Şekil 7.12. Farklı Yükleme Basamaklarında Plastik Bölgelerin Yayılışı
($R = 25 \text{ mm}$ $\theta = 90^\circ$)



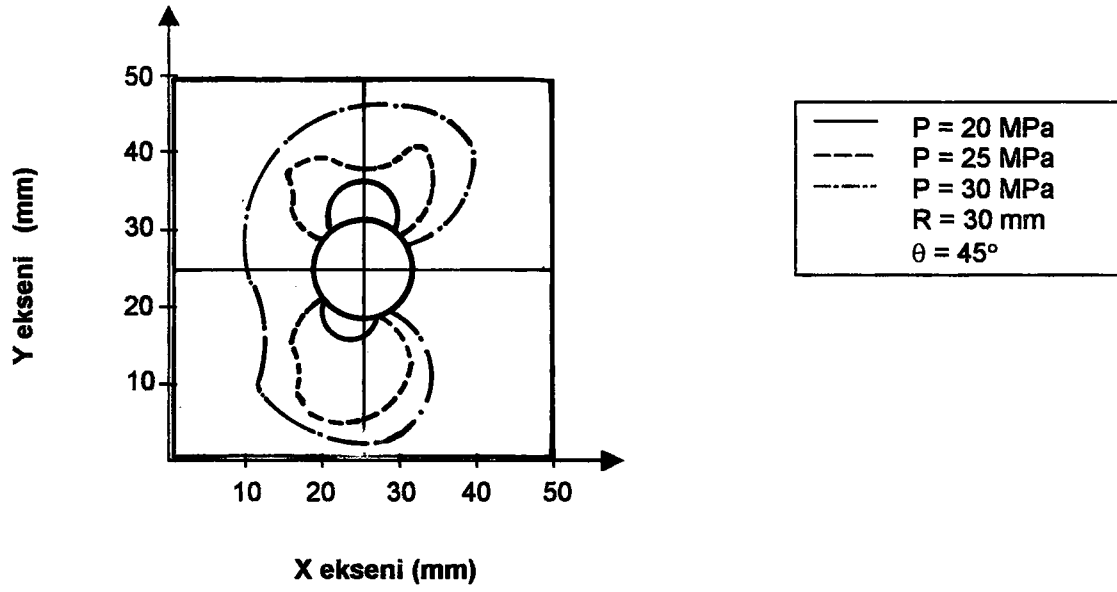
Şekil 7.13. Farklı Yükleme Basamaklarında Plastik Bölgelerin Yayılışı
($R = 30 \text{ mm}$ $\theta = 0^\circ$)



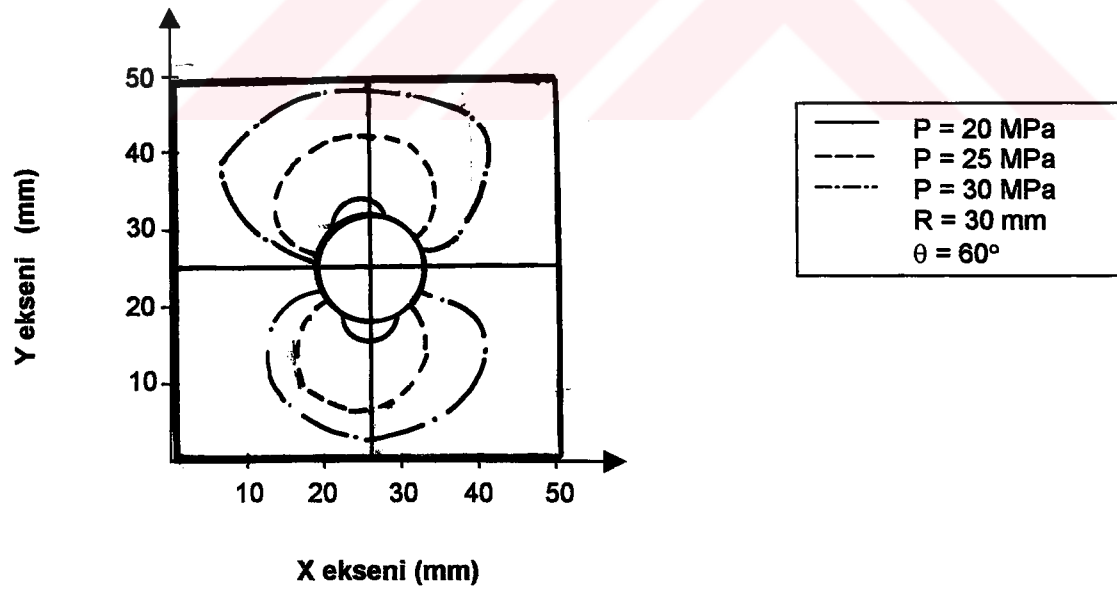
Şekil 7.14. Farklı Yükleme Basamaklarında Plastik Bölgelerin Yayılışı
 ($R = 30 \text{ mm}$ $\theta = 15^\circ$)



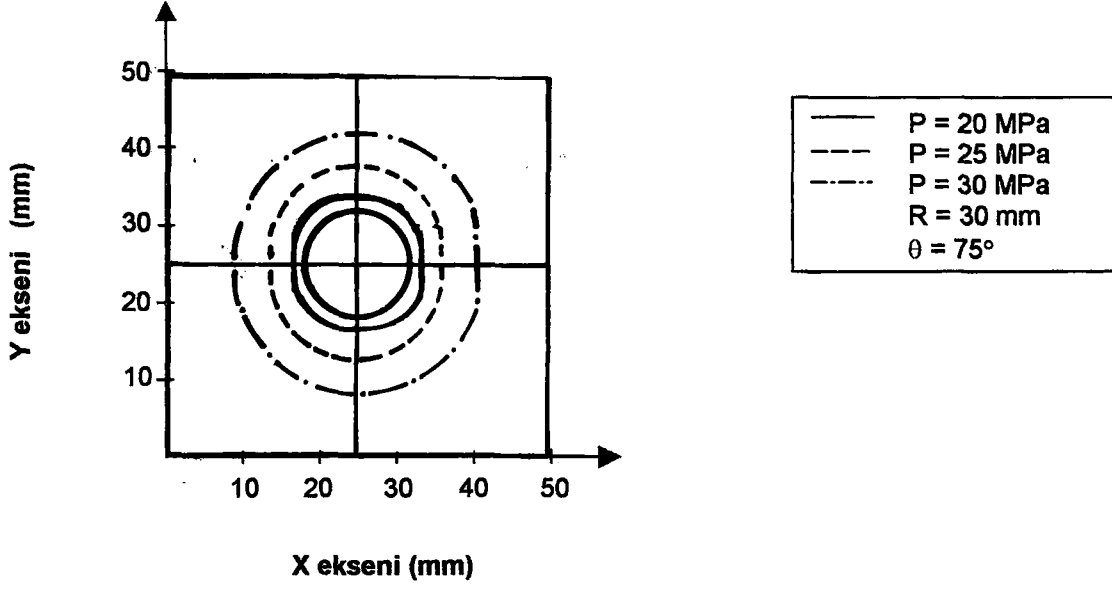
Şekil 7.15. Farklı Yükleme Basamaklarında Plastik Bölgelerin Yayılışı
 ($R = 30 \text{ mm}$ $\theta = 30^\circ$)



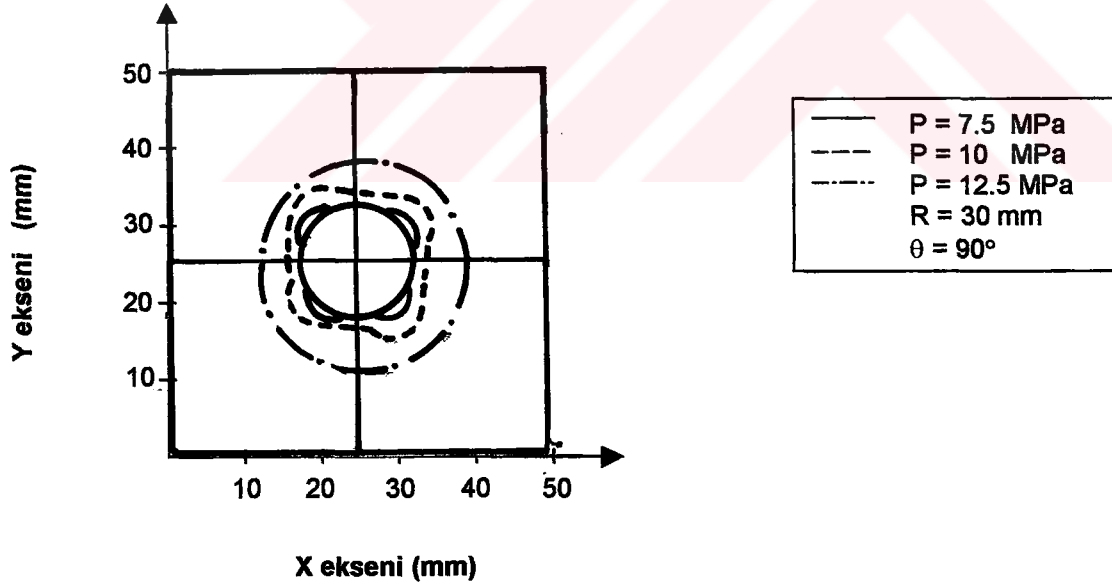
Şekil 7.16. Farklı Yükleme Basamaklarında Plastik Bölgelerin Yayılışı
 ($R = 30 \text{ mm}$ $\theta = 45^\circ$)



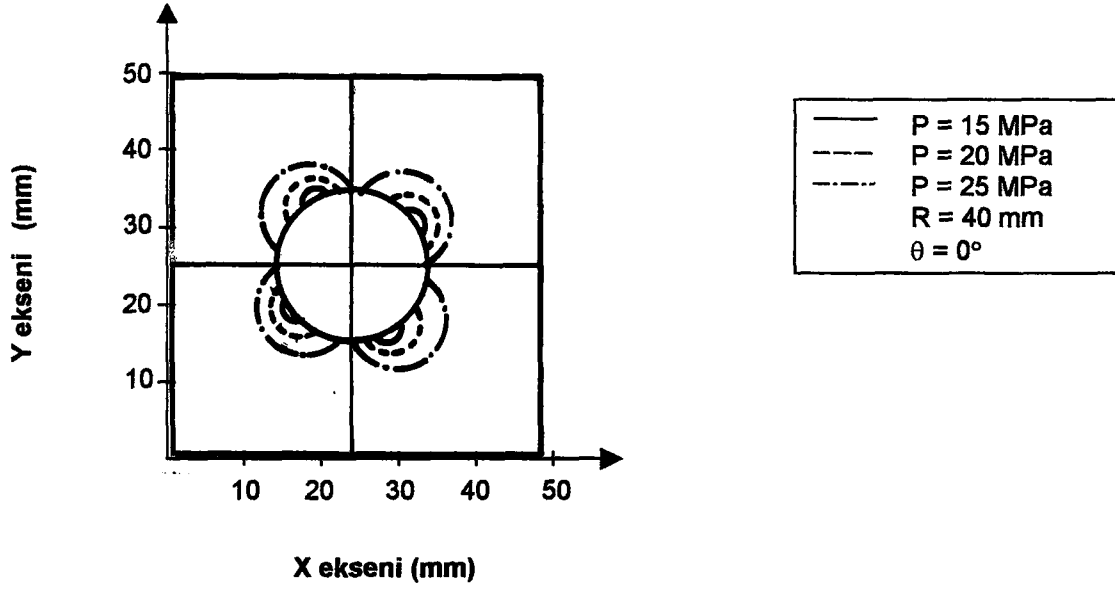
Şekil 7.17. Farklı Yükleme Basamaklarında Plastik Bölgelerin Yayılışı
 ($R = 30 \text{ mm}$ $\theta = 60^\circ$)



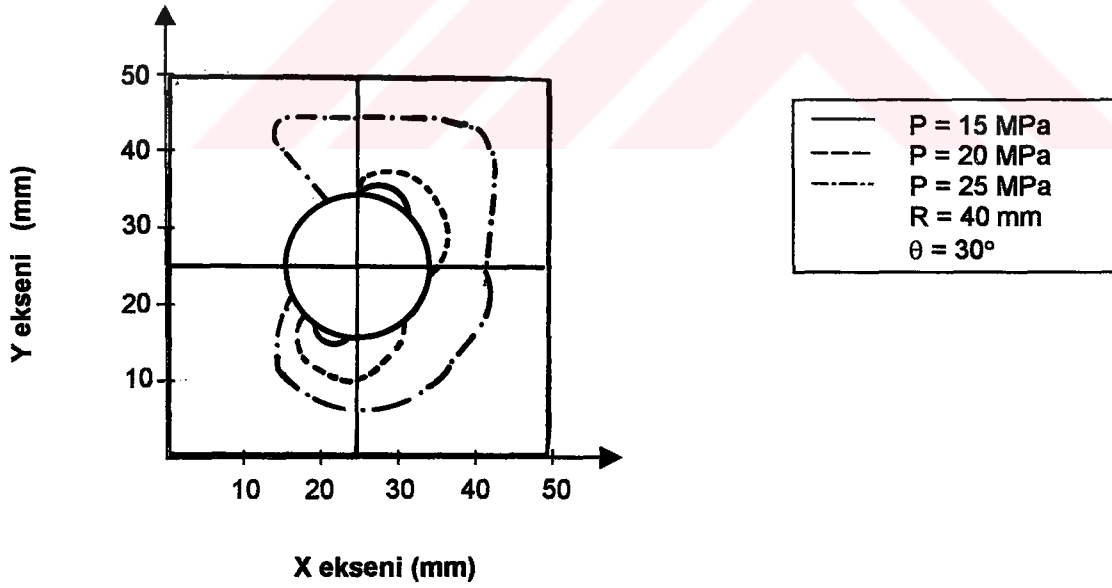
Şekil 7.18. Farklı Yükleme Basamaklarında Plastik Bölgelerin Yayılişu
 ($R = 30 \text{ mm}$ $\theta = 75^\circ$)



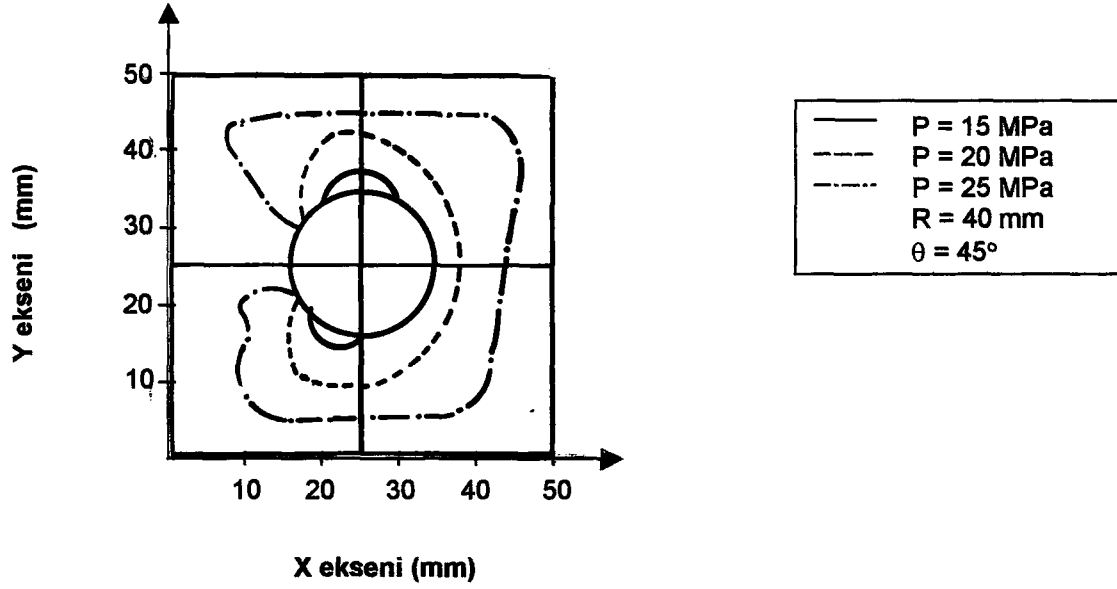
Şekil 7.19. Farklı Yükleme Basamaklarında Plastik Bölgelerin Yayılişu
 ($R = 30 \text{ mm}$ $\theta = 90^\circ$)



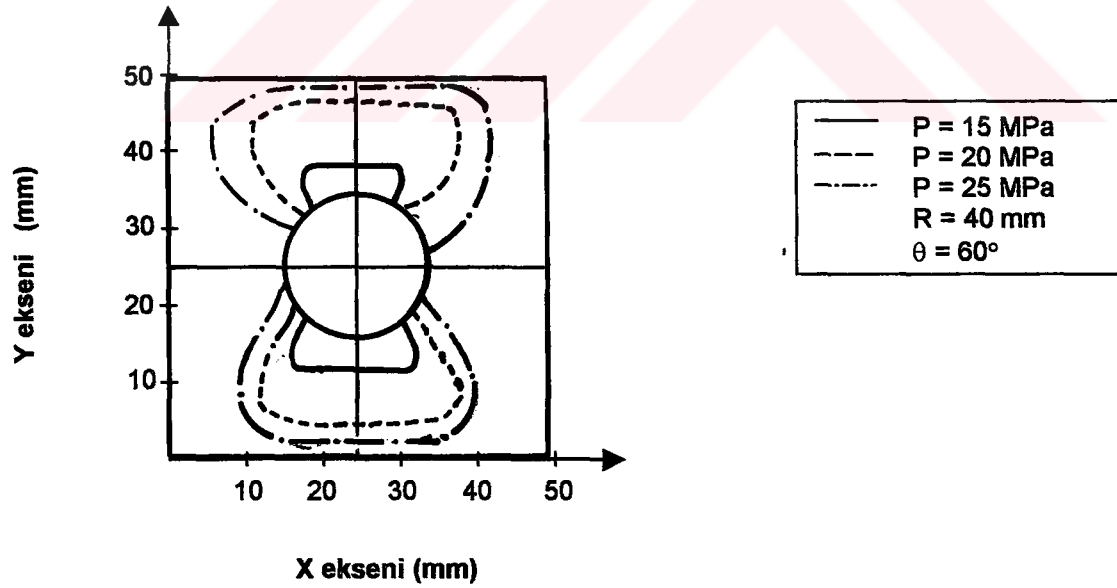
Şekil 7.20. Farklı Yükleme Basamaklarında Plastik Bölgelerin Yayılışı
 ($R = 40 \text{ mm}$ $\theta = 0^\circ$)



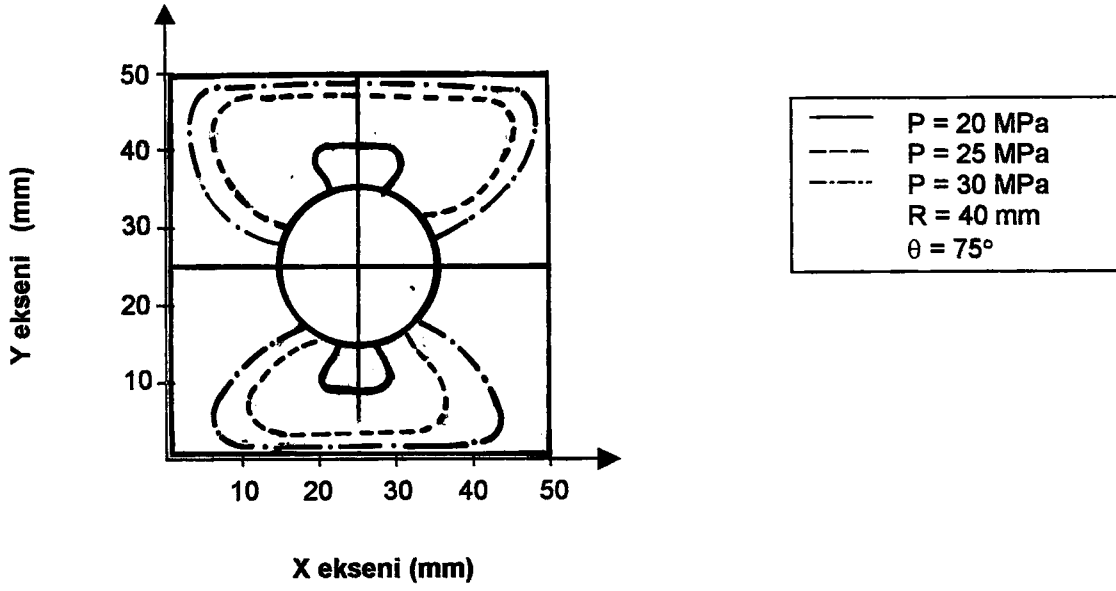
Şekil 7.21. Farklı Yükleme Basamaklarında Plastik Bölgelerin Yayılışı
 ($R = 40 \text{ mm}$ $\theta = 30^\circ$)



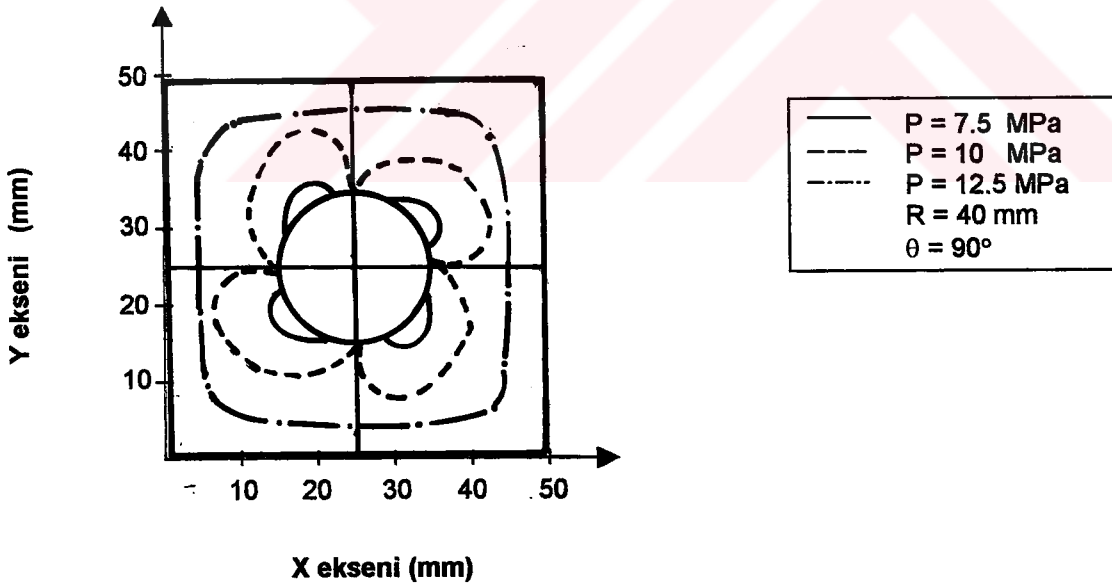
Şekil 7.22. Farklı Yükleme Basamaklarında Plastik Bölgelerin Yayılışı
 ($R = 40 \text{ mm}$ $\theta = 45^\circ$)



Şekil 7.23. Farklı Yükleme Basamaklarında Plastik Bölgelerin Yayılışı
 ($R = 40 \text{ mm}$ $\theta = 60^\circ$)



Şekil 7.24. Farklı Yükleme Basamaklarında Plastik Bölgelerin Yayılışı
($R = 40$ mm $\theta = 75^\circ$)



Şekil 7.25. Farklı Yükleme Basamaklarında Plastik Bölgelerin Yayılışı
($R = 40$ mm $\theta = 90^\circ$)

7.3.2. Ortası Dairesel Delikli Levhalarda σ_x İç Gerilme Bileşeninin Levha Yüksekliğine Bağlı Olarak Değişimi .

Ortası dairese delikli levhada ortaya çıkan σ_x iç gerilme bileşeninin, farklı yükleme basamaklarında levha yüksekliğine göre değişimi incelenmiştir. Dairesel delik çapının sırası ile R=25-30-40 mm olduğu levhalar ele alınmıştır. Levhalarda oryantasyon açısı 0° ile 90° arasında 15° artımlarla değiştirilerek, değişen çeki yükleri altında gerilme dağılımı analiz edilmiştir.

Şekil 7.26'da dairese delik çapı R=25 mm olan modelde, P=25-30-35 MPa çeki yükleri altında $\theta = 0^\circ$ oryantasyon açısında σ_x iç gerilme bileşeninin levha yüksekliğine bağlı olarak değişimi incelenmiştir. Burada P=25 MPa çeki yükü altında σ_x iç gerilme bileşeni y eksenı boyunca sıfır değerinde bir durum göstermiştir. P=30 MPa yükleme durumunda ise levha yüksekliği y=15 mm'den dairese delik üst noktası civarında negatif değerde bir gerilme göstermiş ve daha sonra delik üst noktasında sıfıra doğru gitmiştir. P=35 MPa yükleme durumunda aynı noktadan (y=15 mm) daha büyüyen bir negatif gerilme değeri göstererek delik üst noktasında $\sigma_x = 3.5$ MPa değerine düşmüştür.

Şekil 7.27'de aynı modelin $\theta = 15^\circ$ oryantasyon açısındaki σ_x iç gerilme bileşeninin levha yüksekliği boyunca değişimi gösterilmiştir. P=30 MPa yükleme durumunda delik üst noktası civarında y = 5 mm değerine kadar σ_x iç gerilme bileşeni yaklaşık sıfıra yakın bir değer gösterirken, y = 5 mm levha yüksekliğinde aniden -30 MPa'lık bir negatif gerilme gözlenmiştir. P = 35 MPa yükleme durumunda levha üst kenarından dairese deliğe doğru 2 MPa'dan 5 MPa gerilme değerine doğru pozitif değerde bir artım gösterirken, y = 12 mm levha yüksekliğinde sıçrama yaparak delik üst bölge civarında 35 MPa değerine ulaşan bir pozitif gerilme göstermiştir

.P = 40 MPa yükleme durumunda ise bu oryantasyon açısı konumunda delik üst bölgesi civarında σ_x iç gerilme bileşeni sıfıra yakın bir değer gösterirken, delik üst noktasında y = 5 mm değerinde -6 MPa'lık bir negatif gerilme meydana gelmiştir.

Bu modelde, $\theta = 15^\circ$ oryantasyon açısında, levha yüksekliğinin y = 10 mm ile y = 37.5 mm'lik değerine kadar olan aralıkta σ_x iç gerilme bileşeni farklı yükleme

basamaklarında çok küçük değerde kalmış, delik üst bölge civarında ise $y = 10$ mm ile $y = 0$ aralığında birden büyüme göstererek negatif ve pozitif değerler aldıkları görülmüştür. Çünkü levha plastik deformasyonu netice verecek şekilde yüklendiğinde, akmaya katılan düğümlerden bir kısmı negatif gerilme (bası gerilmesi), bir kısmı da pozitif gerilme (çeki gerilmesi) olacak şekilde iç gerilmeler vermiştir.

Şekil 7.28'de aynı modelin $\theta = 30^\circ$ oryantasyon açısında σ_x iç gerilme bileşeninin levha yüksekliği ve uygulanan yükle değişimi incelenmiştir. $P=20$ MPa yükleme durumunda σ_x iç gerilme bileşeni levha yüksekliği $y = 5$ mm değerine kadar sıfıra yakın bir gerilme verirken, $y= 5$ mm'de -3 MPa'lık bir bası gerilmesi göstermiştir. $P =30$ MPa yükleme değerinde, σ_x iç gerilme bileşeni levha üst kenarından ($y = 37.5$ mm) delik üst bölge civarına doğru artan bir pozitif çeki gerilmesi göstermiş $y = 5$ mm değerinde $\sigma_x = 12$ MPa'lık bir gerilme değerinden ani bir bükülme ile delik üst noktasında sıfıra gittiği görülmüştür. $P = 35$ MPa yükleme durumunda ise, levha üst kenarından dairesel delik üst bölge civarına kadar pozitif ve negatif iç gerilme değerleri oluşmuş, $y = 5$ mm civarında 30 MPa değerine ulaştıktan sonra aniden delik üst noktasında ($y = 0$) sıfıra yakın bir değere düşmüştür.

Şekil 7.29, şekil 30 ve şekil 7.31'de sırasıyla oryantasyon açısının $\theta = 45^\circ$, 60° ve 75° lik açı konumlarındaki σ_x iç gerilme bileşeninin levha yüksekliği ve uygulanan yükle değişimi gösterilmiştir. Her üç durumda da σ_x iç gerilme bileşeninin levha yüksekliği $y = 10$ mm civarına kadar pozitif değerde bir değişim gösterirken, $y = 10$ mm ile $y = 0$ aralığında negatif değerde bir değişim gösterdiği görülmüştür. $\theta = 45^\circ$ oryantasyon açısında ve $P = 30$ MPa yükleme durumunda σ_x iç gerilme bileşeni -25 MPa değeri ile bu üç konum için en yüksek iç gerilme bileşeni değerine ulaşırken, oryantasyon açısının artmasıyla bu değer düşüş göstermiştir ($\theta = 60^\circ$ ve $\theta = 75^\circ$). Oryantasyon açısının bu üç konumu için ($\theta = 45^\circ - 60^\circ - 75^\circ$) σ_x iç gerilme bileşeni levha üst kenarından itibaren A-B eksenini boyunca delik üst bölgesi civarına doğru genişleyen bir gerilme bölgesi göstererek pozitif ve negatif değerler aldıkları görülmüştür.

Şekil 7.32'de $\theta = 90^\circ$ oryantasyon açısı için σ_x iç gerilme bileşeninin levha yüksekliği ve uygulanan yüklemelerle değişimi gösterilmiştir. Bu oryantasyon açısında, $y = 37.5$ mm değerinden, $y = 10$ mm levha yüksekliğine kadar σ_x iç gerilme bileşeni

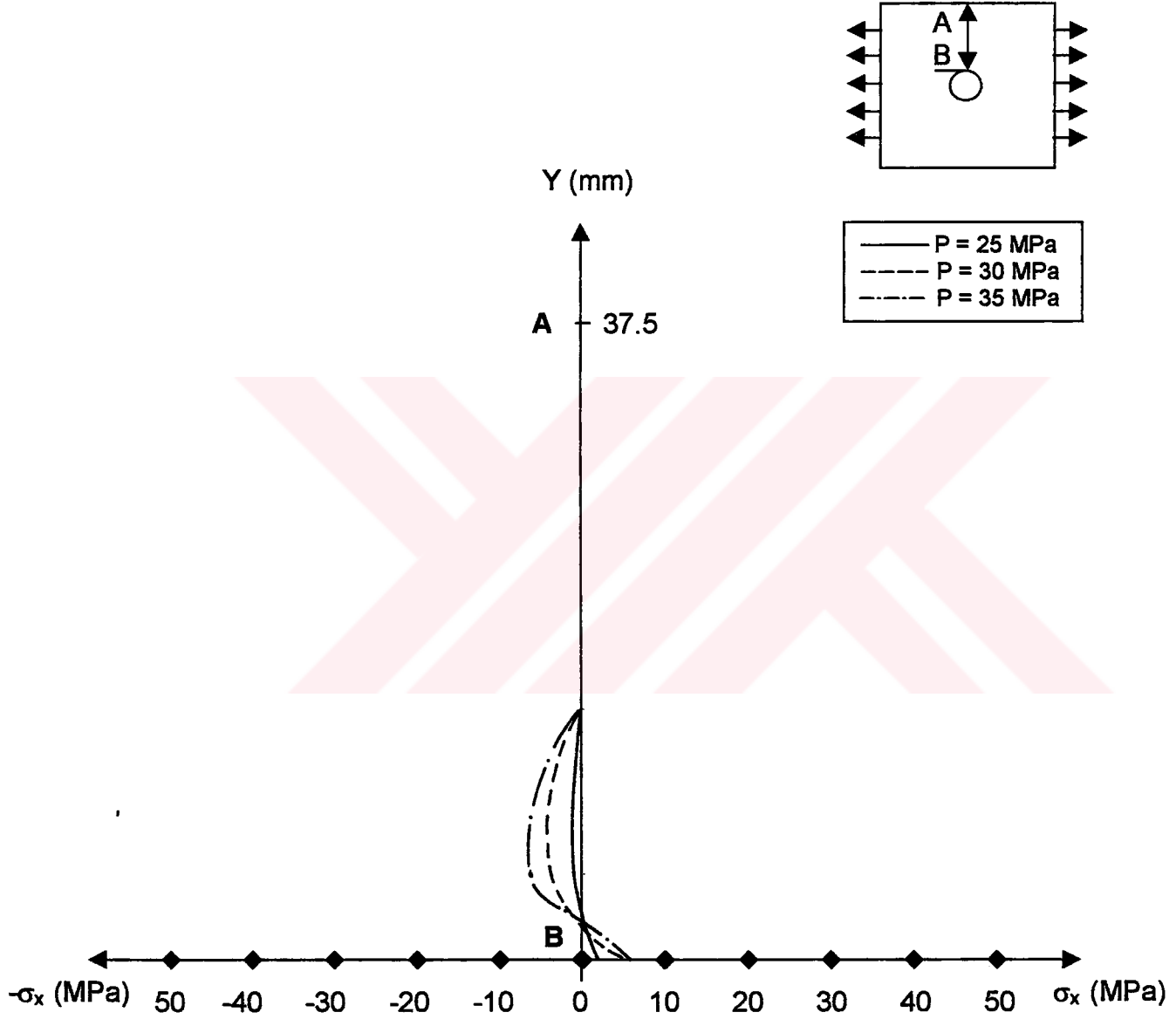
sıfır gerilme değeri gösterirken, $y = 10$ mm değeri ile $y = 0$ mm aralığı arasında bu modelin en yüksek σ_x iç gerilme bileşeni değeri oluşmuştur.

Bu modelde ($R = 25$ mm) yapılan incelemede artan yükleme değerlerine bağlı olarak σ_x iç gerilme bileşeninin dairesel delik bölgesinde artım gösterdiği görülmüştür. Ayrıca oryantasyon açısının artması ile levha üst kenarından ($y = 37.5$ mm) delik üst noktasına doğru ($y = 0$ mm) σ_x iç gerilme bileşeninin pozitif ve negatif değerler olarak (bası ve çeki gerilmeleri oluşturarak) artım gösterdiği görülmektedir. Oryantasyon açısının en büyük değerinde ($\theta = 90^\circ$) σ_x iç gerilme bileşeninin 90 MPa ile bu model için en büyük σ_x iç gerilme bileşeni değerine ulaştığı görülmüştür. Elde edilen sonuçlardan, σ_x iç gerilme bileşeninin dairesel delik civarında artarak büyüdüğü, levha üst kenarında ise ($y = 37.5$ mm) küçük değerlerde gerilme değeri verdiği görülmektedir. İç gerilmeler (Artık gerilmeler) plastik gerilmeler ile elastik gerilmeler arasındaki farktan oluşan gerilmelerdir. Levha plastik deformasyona girecek şekilde yüklendiğinde levhadaki delik nedeniyle kesit daralmasından dolayı dairesel delik civarında gerilme yığılması meydana gelmekte ve σ_x iç gerilme bileşeni delik civarında artım göstererek diğer bölgelere göre daha büyük değerlere ulaşmaktadır. Diğer şekillerden de görüleceği gibi (şekil 7.33-7.45) $R = 30$ mm ve $R = 40$ mm delik çapındaki modellerde de benzer şekilde fakat farklı değerlerde σ_x iç gerilme bileşenleri elde edilmiştir. Sonuçların incelenmesinden, delik çapının büyümesi ile σ_x iç gerilme bileşeninin levha üst kenarından delik civarına doğru daha büyük değerlere ulaşarak değişim gösterdiği görülmektedir. Her üç tip modelde de oryantasyon açısının $\theta = 0^\circ$ olduğu konumda levha üst noktası (A noktası) ile $y = 15$ mm aralığında σ_x iç gerilme bileşeni sıfır değer göstermiş, $y = 15$ mm ile $y = 0$ mm arasında ise dairesel delik civarında ani büyüme yaparak pozitif ve negatif değerler aldığı görülmüştür. Aynı benzer davranış $\theta = 90^\circ$.lik oryantasyon açısında da görülmektedir. $R = 25$ mm delik çapındaki modelde $\theta = 90^\circ$ için $y = 37.5$ mm ile $y = 10$ mm aralığında farklı yükleme durumlarında σ_x iç gerilme bileşeni sabit ve sıfır değer gösterirken $y = 10$ mm ile $y = 0$ arasında artan çeki yüklerini bağlı olarak σ_x iç gerilme bileşeni de artan değerler göstermiştir. Benzer şekilde $R = 30$ mm delik çapındaki modelde de, $y = 35$ mm ile $y = 20$ mm levha yüksekliği arasında σ_x iç gerilme bileşeni sıfır değer sergilemiş, $y = 20$ mm ile $y = 0$ aralığında ani sıçrama yaparak 80 MPa'lık bir değere ulaşmıştır. $R = 40$

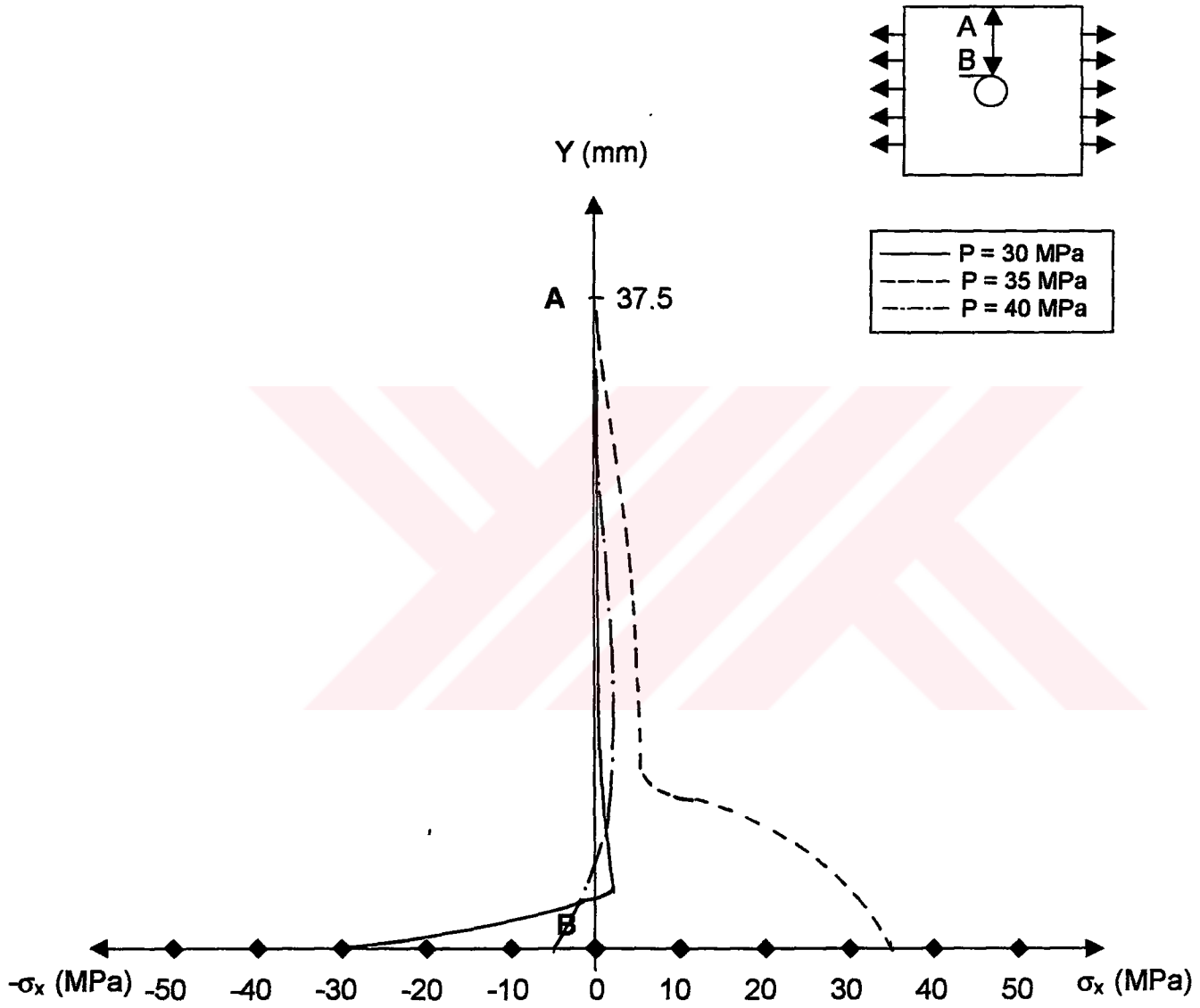
mm delik çapındaki modelde de benzer şekilde $y = 30$ mm ile $y = 10$ mm arası σ_x iç gerilme bileşeni sıfır değeri göstermiş, $y = 10$ mm'den $y = 0$ mm aralığında sıçrama yaparak 140 MPa gerilme değeriine ulaşmıştır.

Malzeme asal eksenini doğrultusu ile uygulanan yük doğrultusunun aynı doğrultu üzerinde olduğu $\theta = 0^\circ$ durumunda, levhanın rijitliği arttığından soğuk sertleşme direnci büyümekte ve dolayısıyla oluşan artık gerilmeler küçük değerlerde meydana gelmektedir. Malzeme asal eksen doğrultusu ile uygulanan çeki yükü doğrultusu arasındaki açının 90° olduğu konumda ise, levhanın rijitliği azaldığından elastik ve plastik deformasyon küçük gerilme değerlerinde meydana gelmekte artan yüklemelerle oluşan artık gerilmeler daha büyük değerlere ulaşmaktadır.

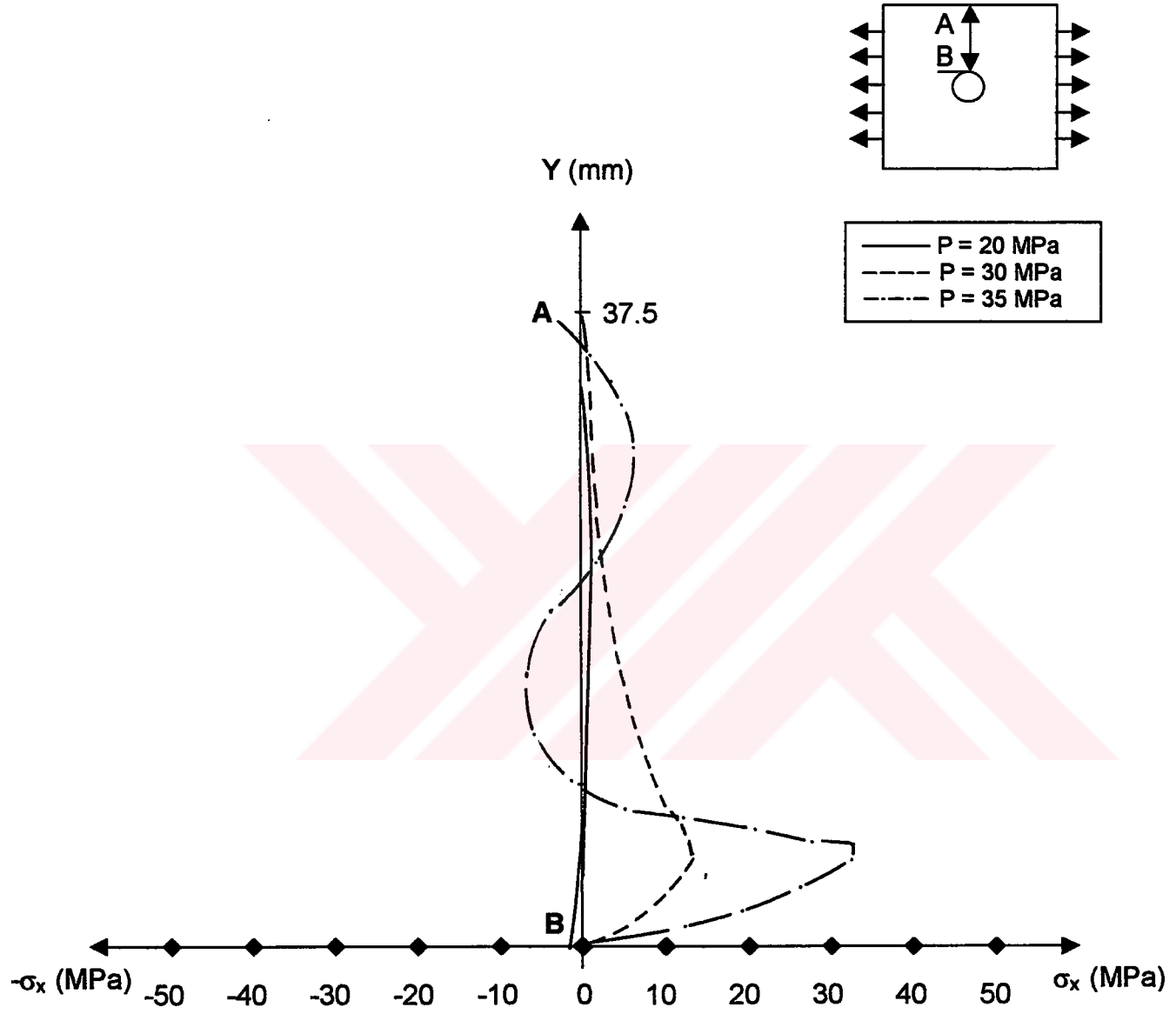
Sonuç olarak; oryantasyon açısının büyümesi ile σ_x iç gerilme bileşeninin de büyüdüğü görülmektedir. Ayrıca delik çapının büyümesiyle akan noktalarda artım meydana gelmekte ve bunun sonucunda σ_x iç gerilme bileşeni değerlerinde de büyümeler gözlenmektedir.



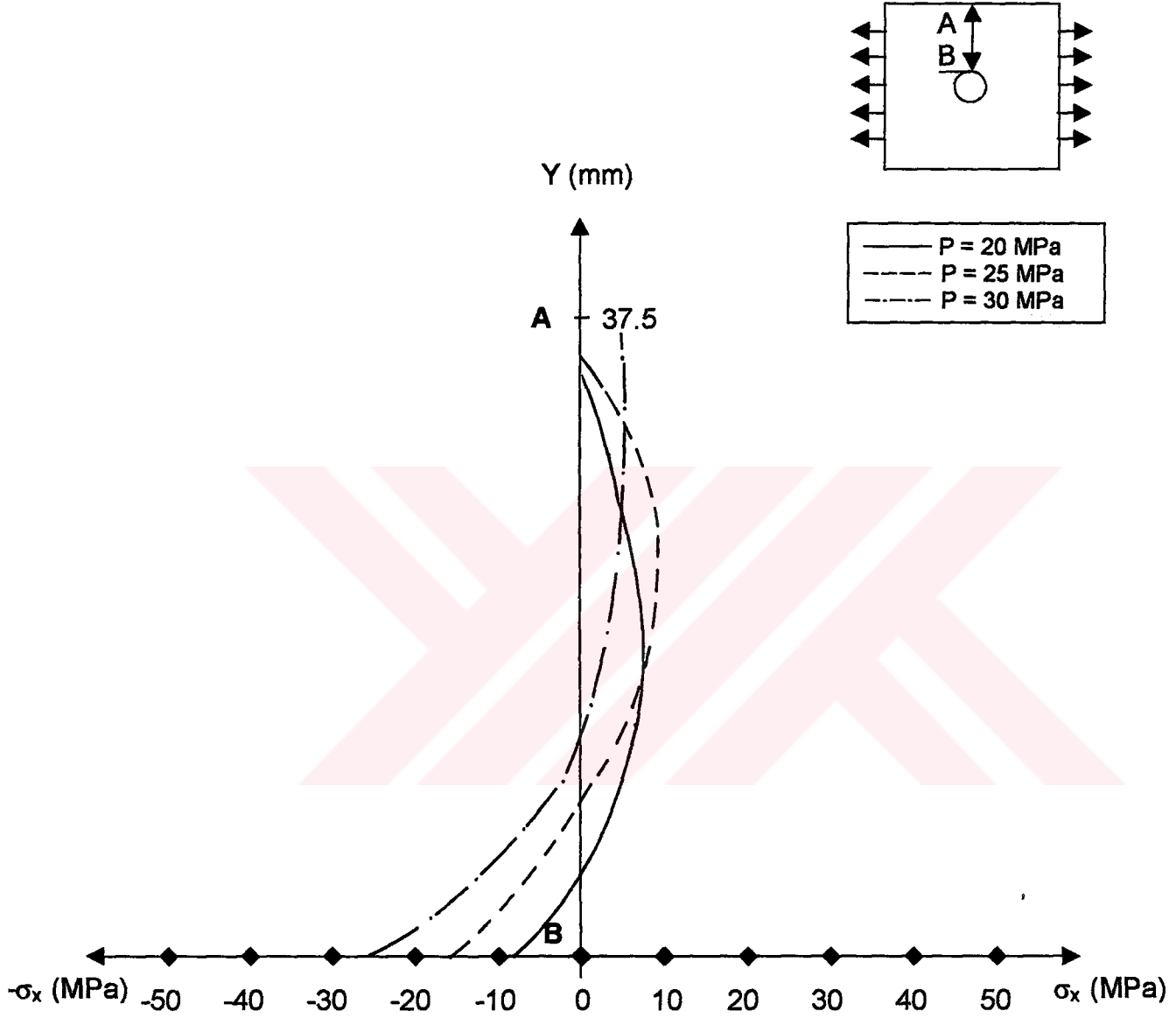
Şekil 7.26. Farklı yükleme basamaklarında, σ_x iç gerilme bileşeninin dairesel delik ve levha yüksekliği arasında değişimi ($R=25$ mm.ve $\theta= 0^\circ$).



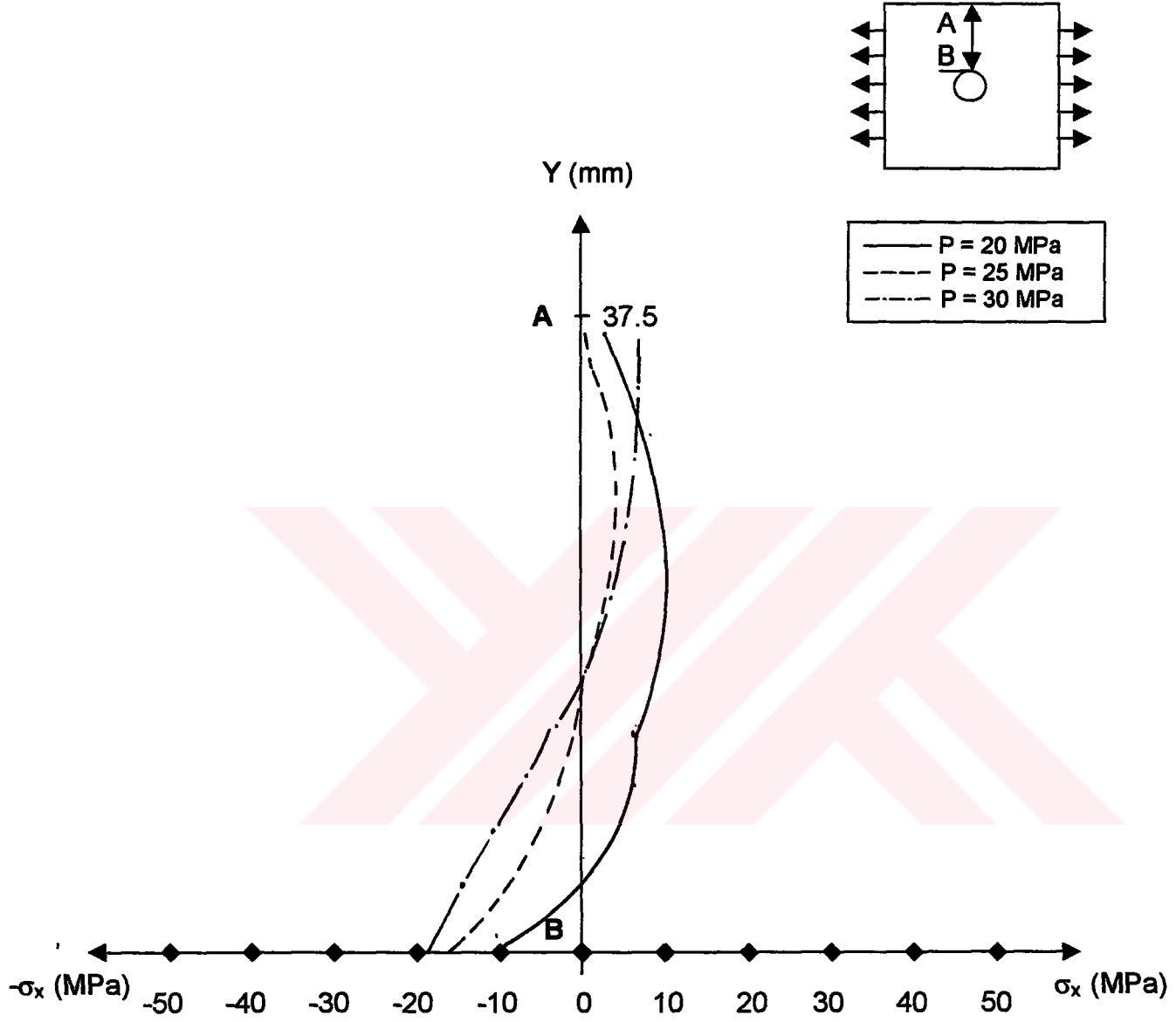
Şekil 7.27. Farklı yükleme basamaklarında, σ_x iç gerilme bileşeninin dairesel delik ve levha yüksekliği arasında değişimi ($R=25$ mm.ve $\theta= 15^\circ$).



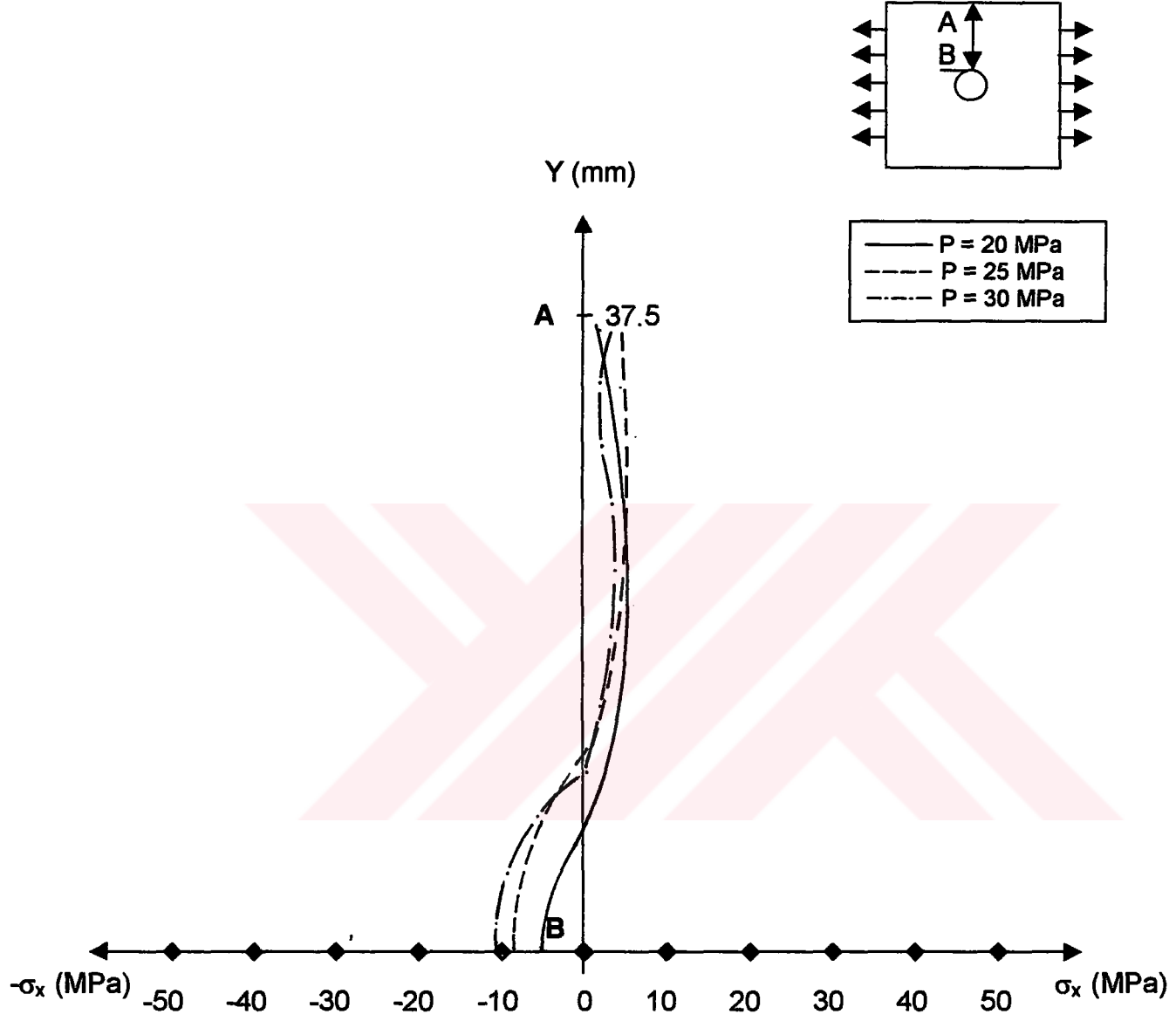
Şekil 7.28. Farklı yükleme basamaklarında, σ_x iç gerilme bileşeninin dairesel delik ve levha yüksekliği arasında değişimi ($R=25$ mm. ve $\theta= 30^\circ$).



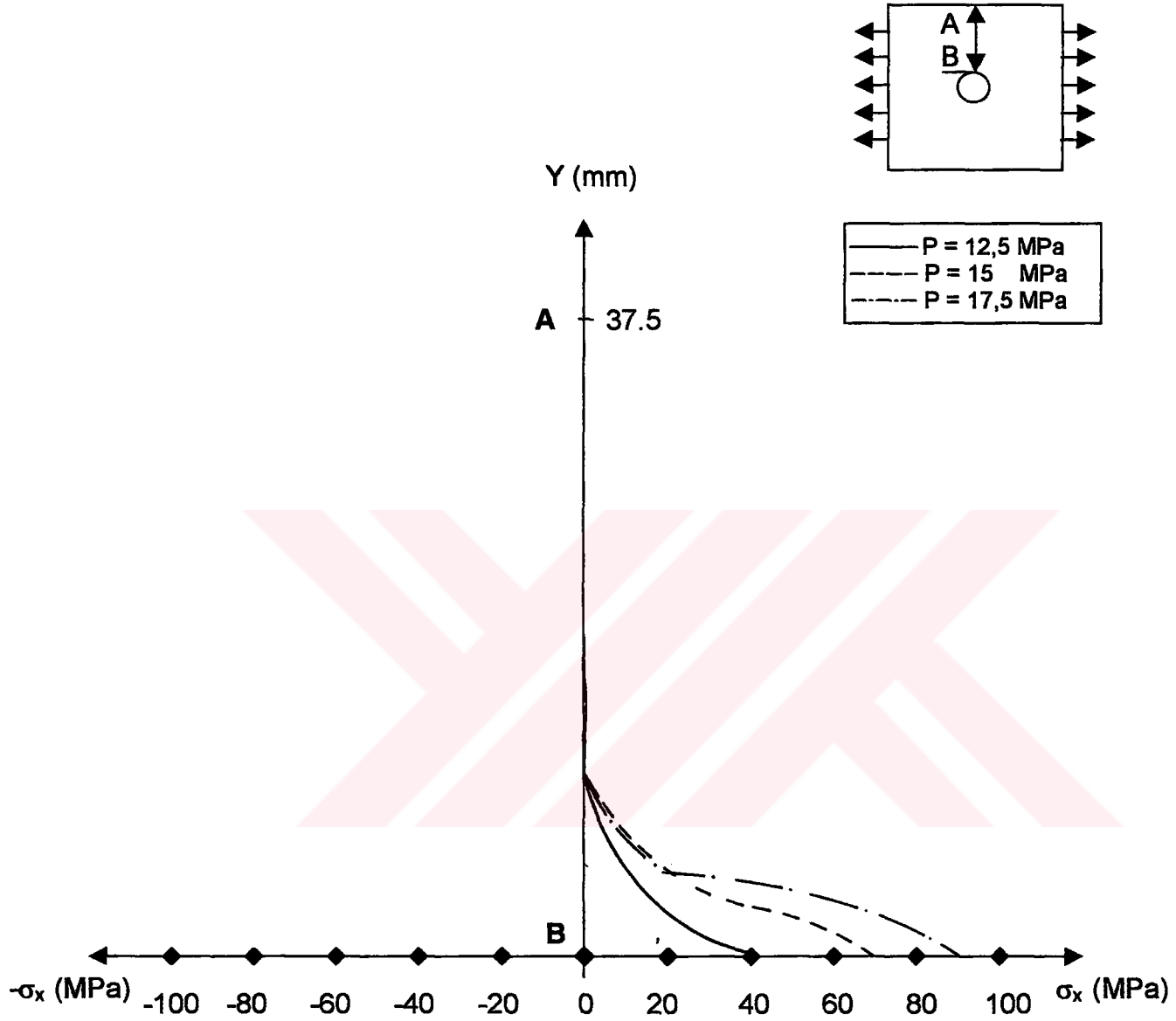
Şekil 7.29. Farklı yükleme basamaklarında, σ_x iç gerilme bileşeninin dairesel delik ve levha yüksekliği arasında değişimi ($R=25 \text{ mm.}$ ve $\theta=45^\circ$).



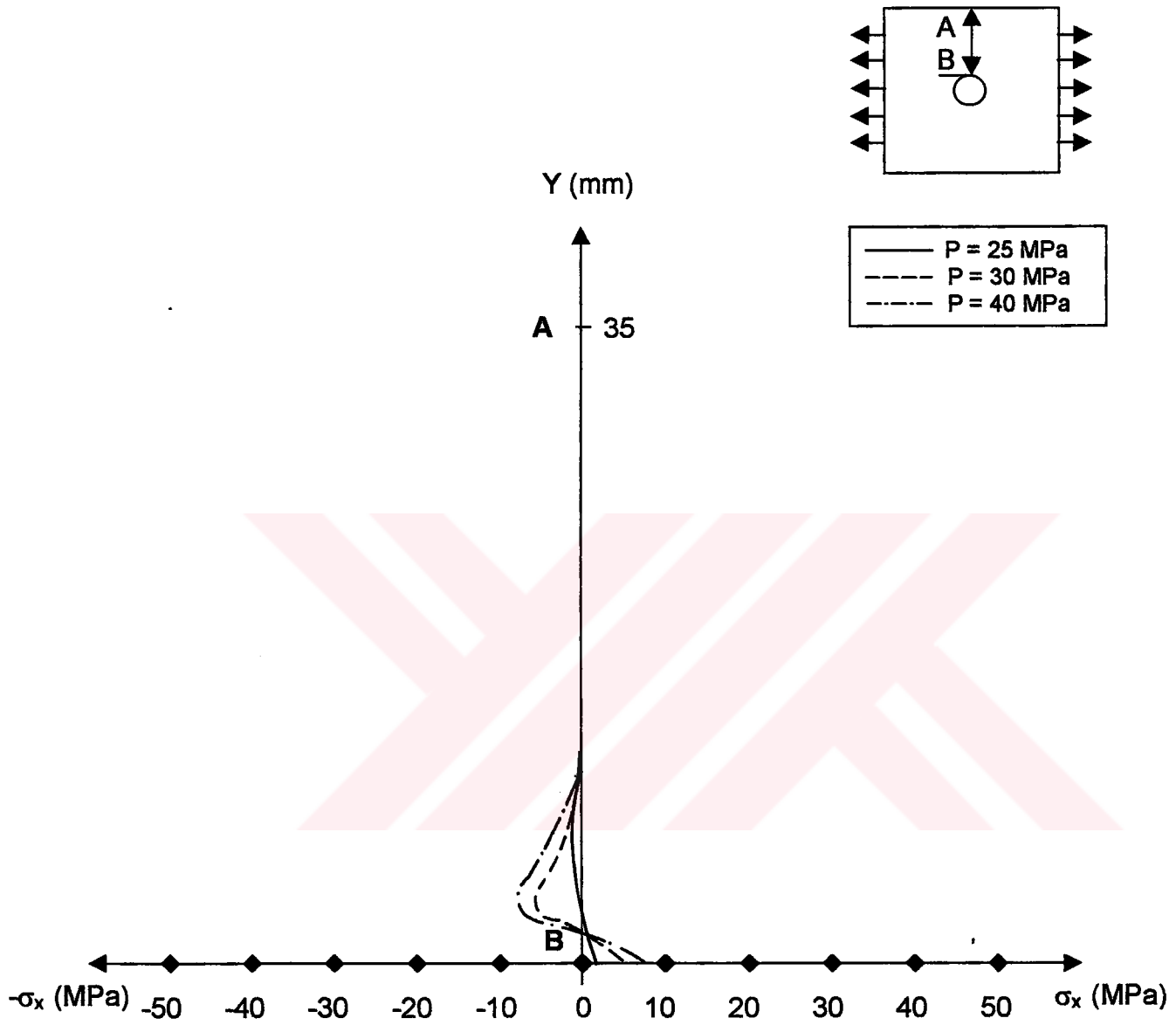
Şekil 7.30. Farklı yükleme basamaklarında, σ_x iç gerilme bileşeninin dairesel delik ve levha yüksekliği arasında değişimi ($R=25 \text{ mm.}$ ve $\theta=60^\circ$).



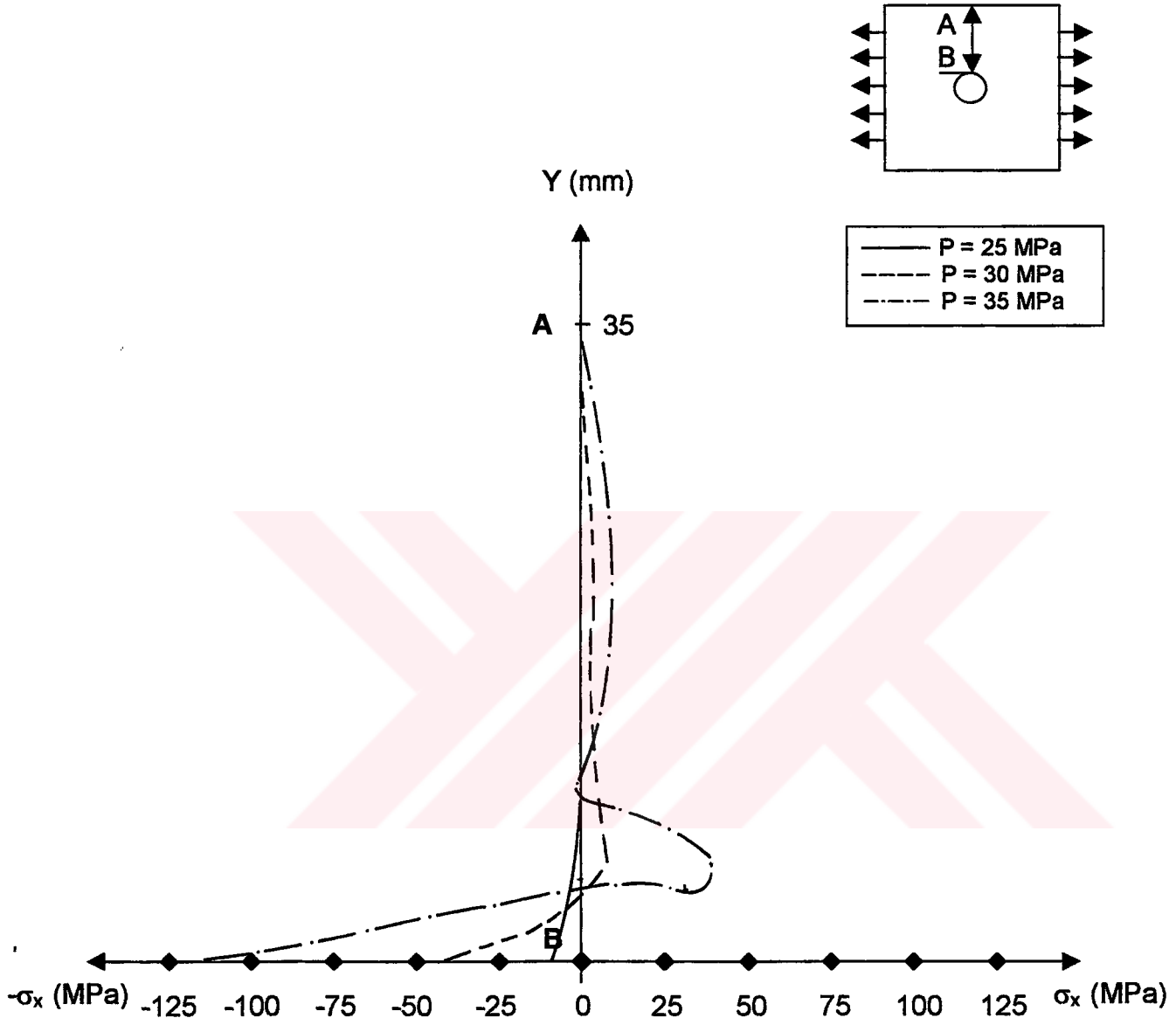
Şekil 7.31. Farklı yükleme basamaklarında, σ_x iç gerilme bileşeninin dairesel delik ve levha yüksekliği arasında değişimi ($R=25$ mm.ve $\theta=75^\circ$).



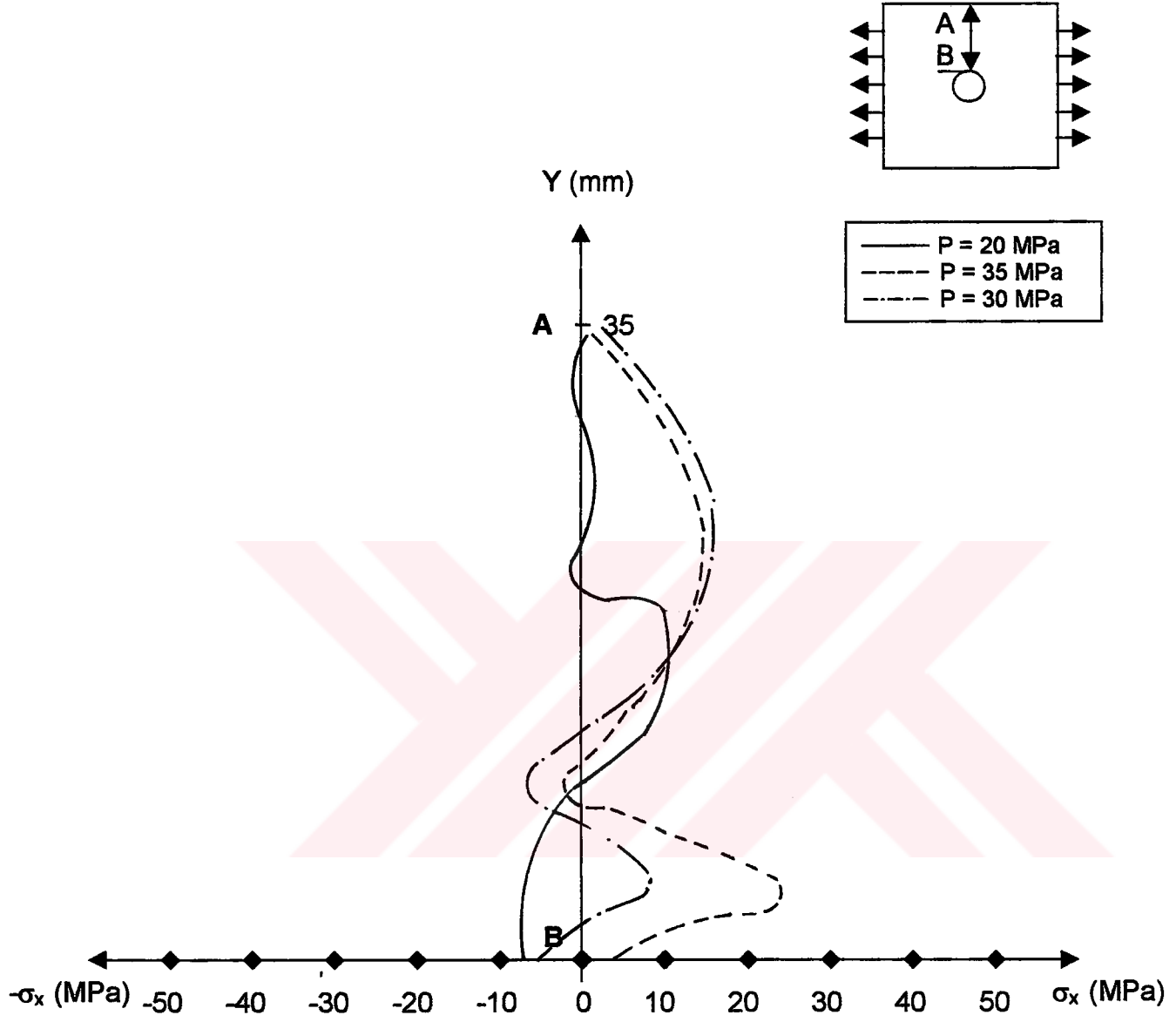
Şekil 7.32. Farklı yükleme basamaklarında, σ_x iç gerilme bileşeninin dairesel delik ve levha yüksekliği arasında değişimi ($R=25 \text{ mm.}$ ve $\theta= 90^\circ$).



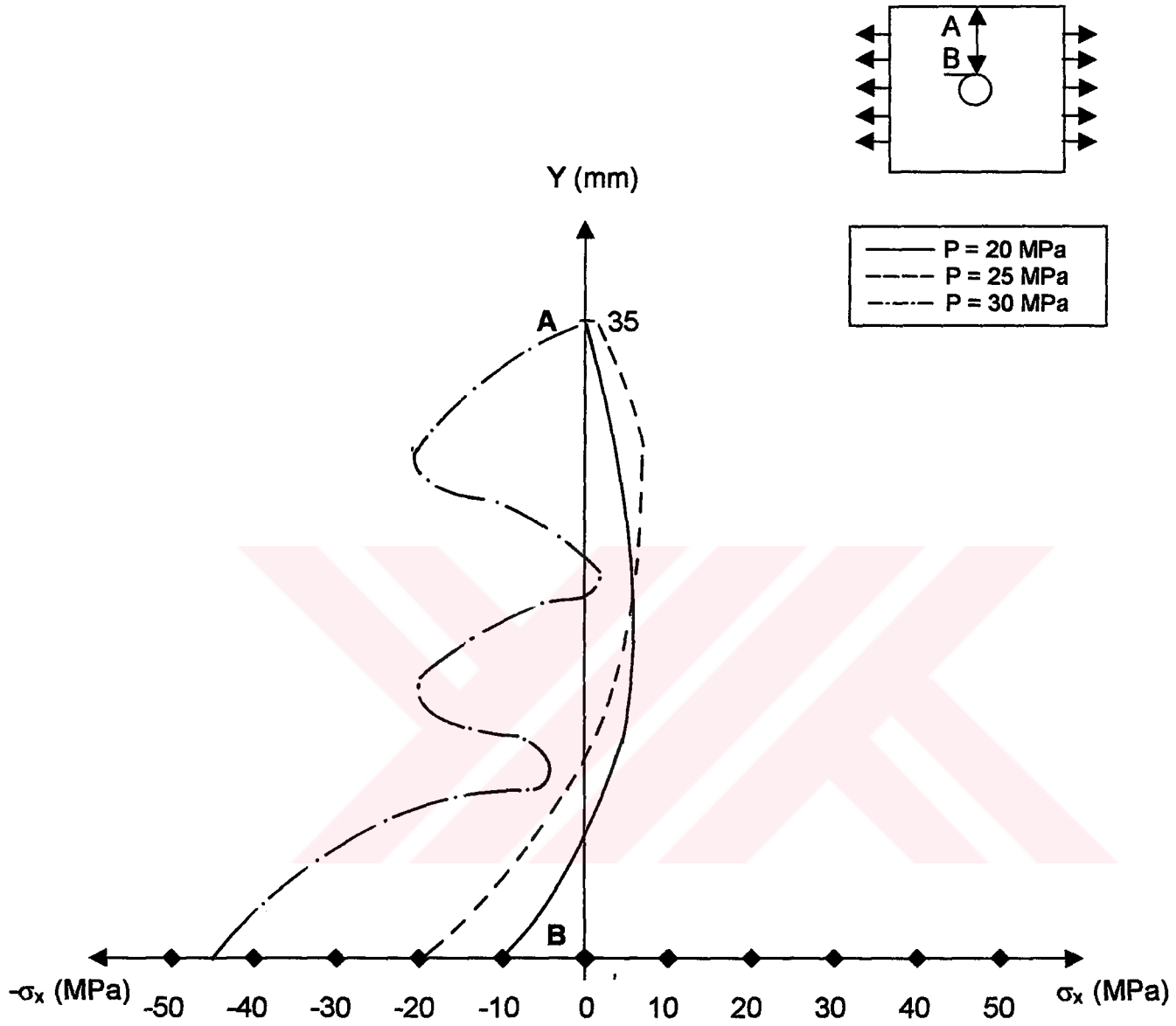
Şekil 7.33. Farklı yükleme basamaklarında, σ_x iç gerilme bileşeninin dairesel delik ve levha yüksekliği arasında değişimi ($R=30$ mm.ve $\theta= 0^\circ$).



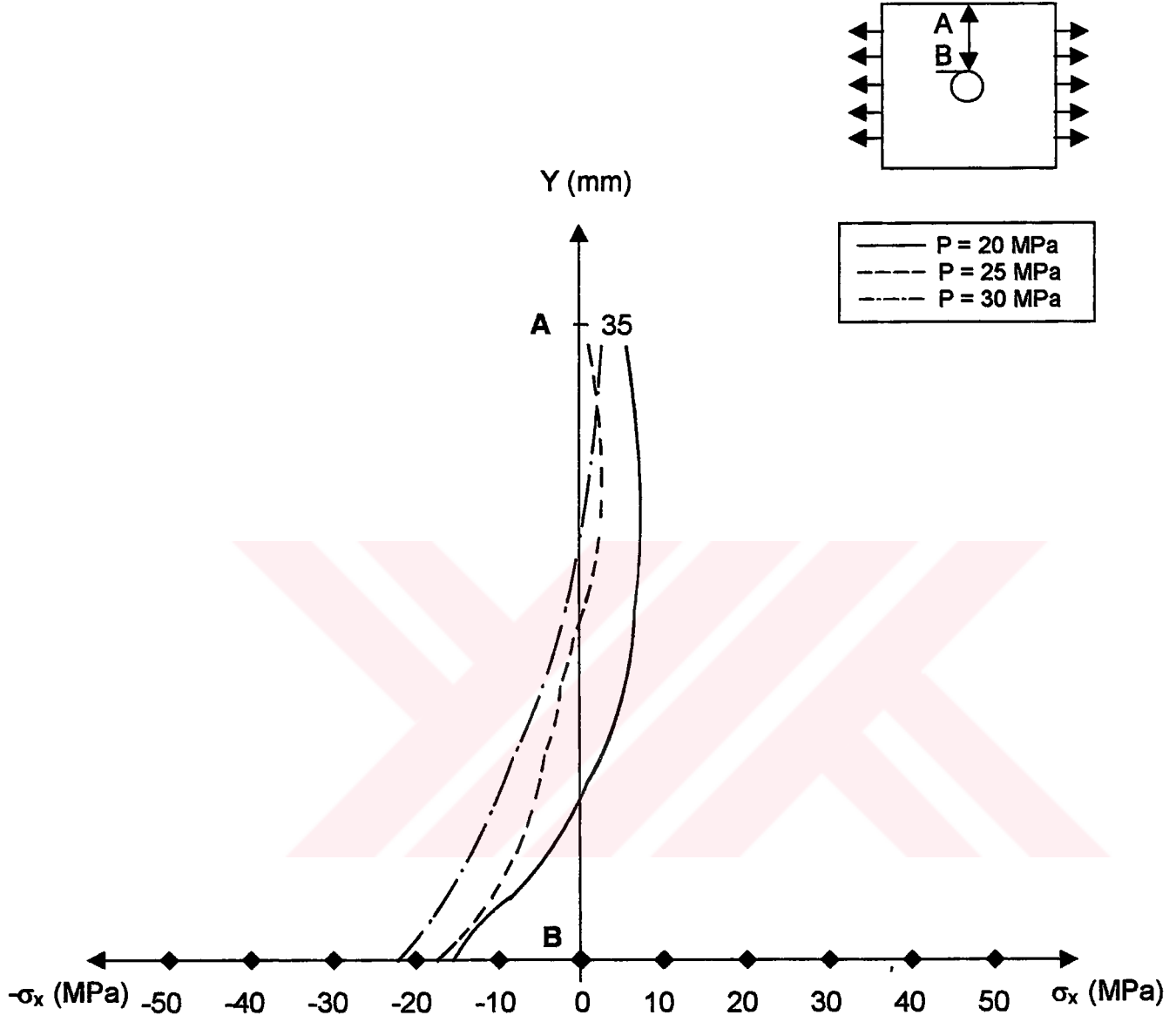
Şekil 7.34. Farklı yükleme basamaklarında, σ_x iç gerilme bileşeninin dairesel delik ve levha yüksekliği arasında değişimi ($R=30$ mm.ve $\theta= 15^\circ$).



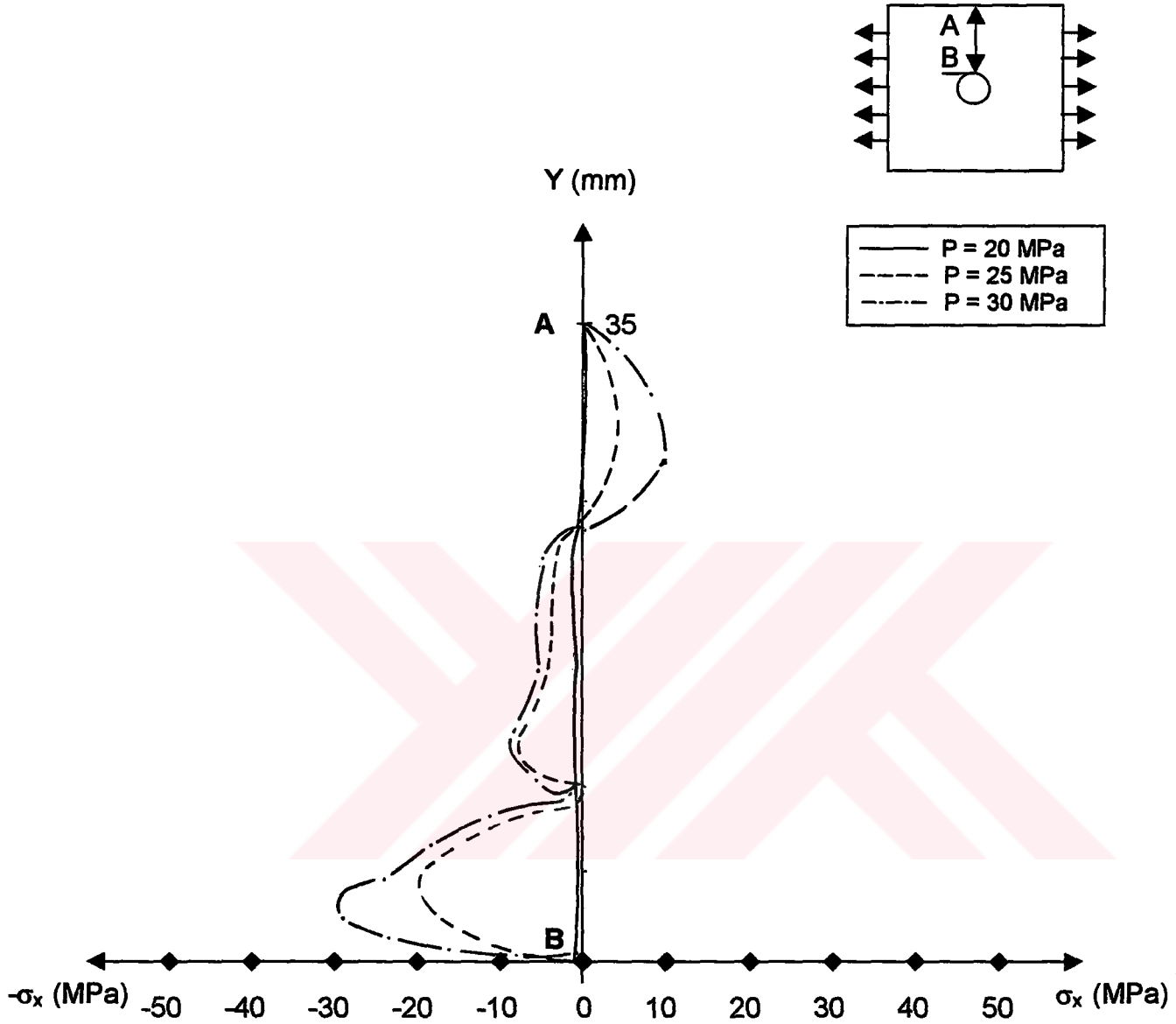
Şekil 7.35. Farklı yükleme basamaklarında, σ_x iç gerilme bileşeninin dairesel delik ve levha yüksekliği arasında değişimi ($R=30$ mm.ve $\theta= 30^\circ$).



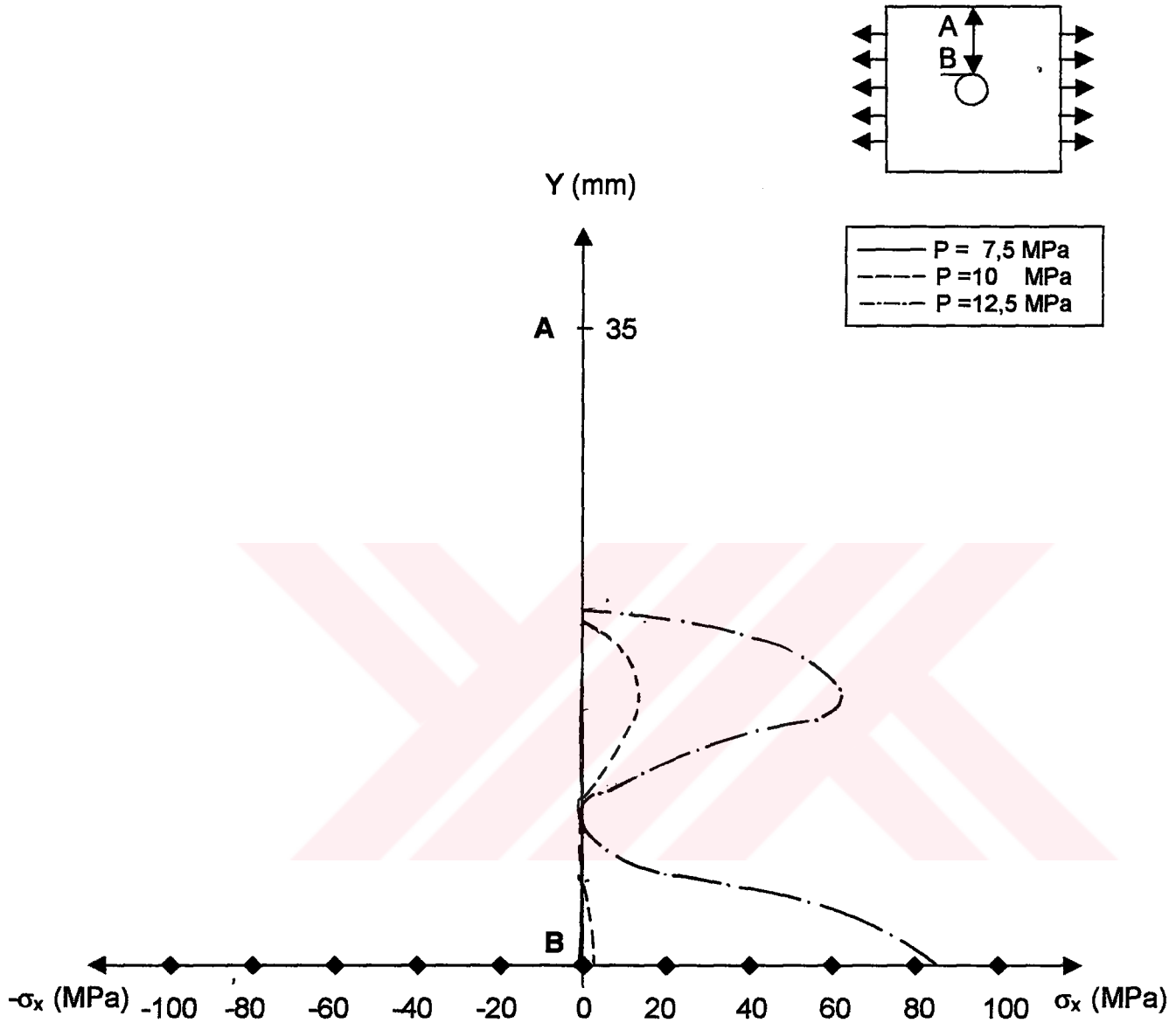
Şekil 7.36. Farklı yükleme basamaklarında, σ_x iç gerilme bileşeninin dairesel delik ve levha yüksekliği arasında değişimi ($R=30$ mm.ve $\theta= 45^\circ$).



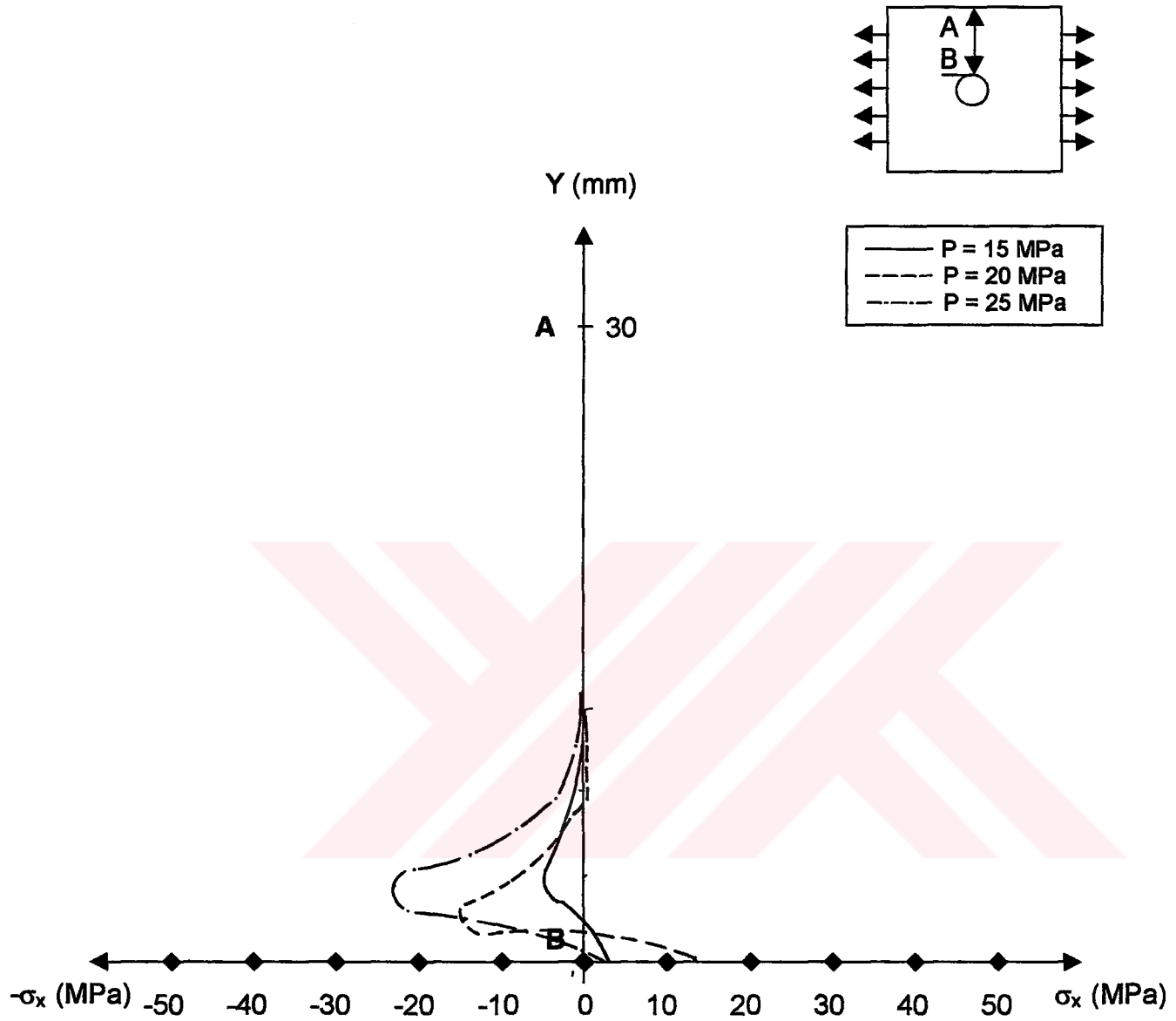
Şekil 7.37. Farklı yükleme basamaklarında, σ_x iç gerilme bileşeninin dairesel delik ve levha yüksekliği arasında değişimi ($R=30$ mm.ve $\theta= 60^\circ$).



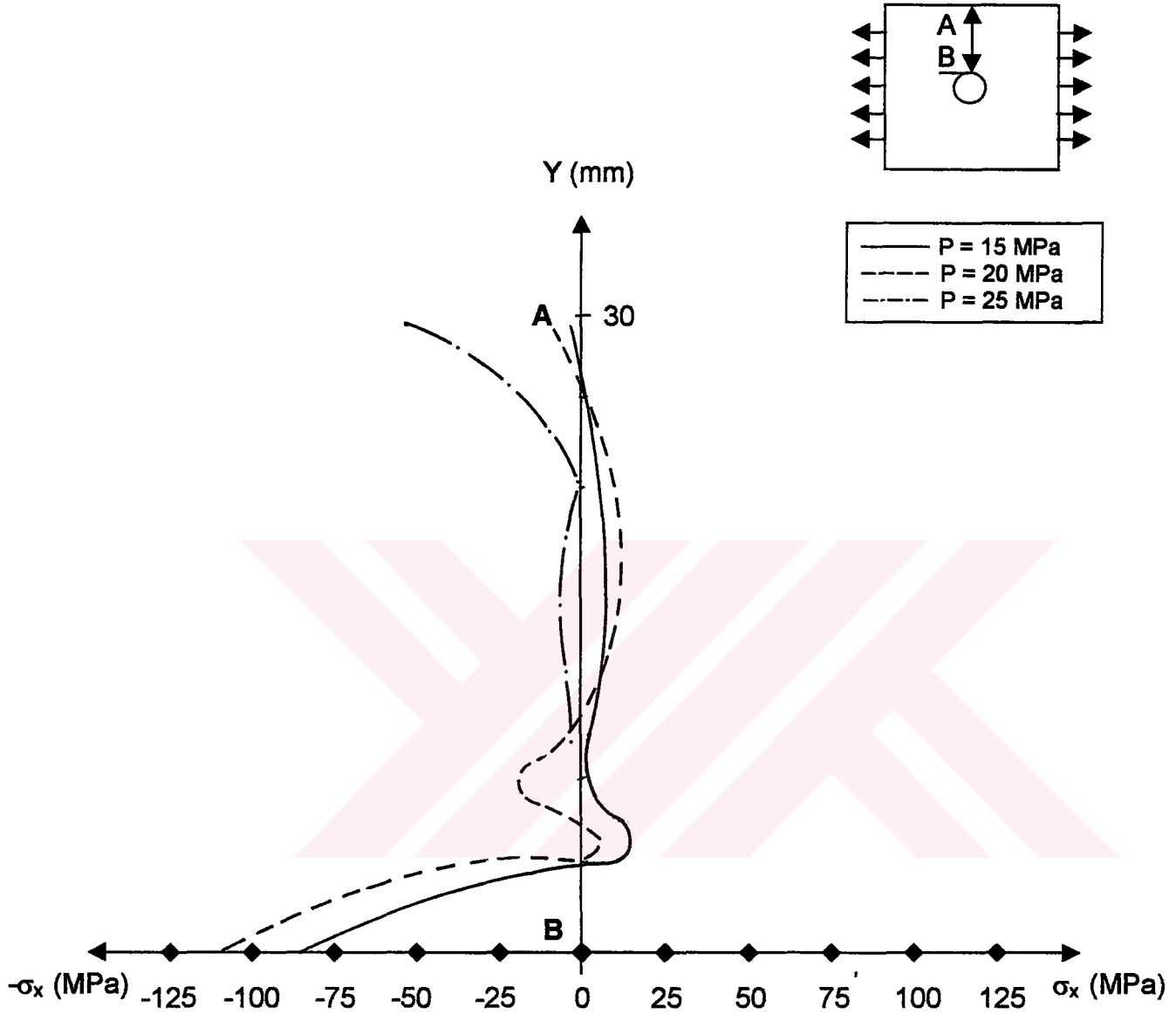
Şekil 7.38. Farklı yükleme basamaklarında, σ_x iç gerilme bileşeninin dairesel delik ve levha yüksekliği arasında değişimi ($R=30 \text{ mm.}$ ve $\theta=75^\circ$).



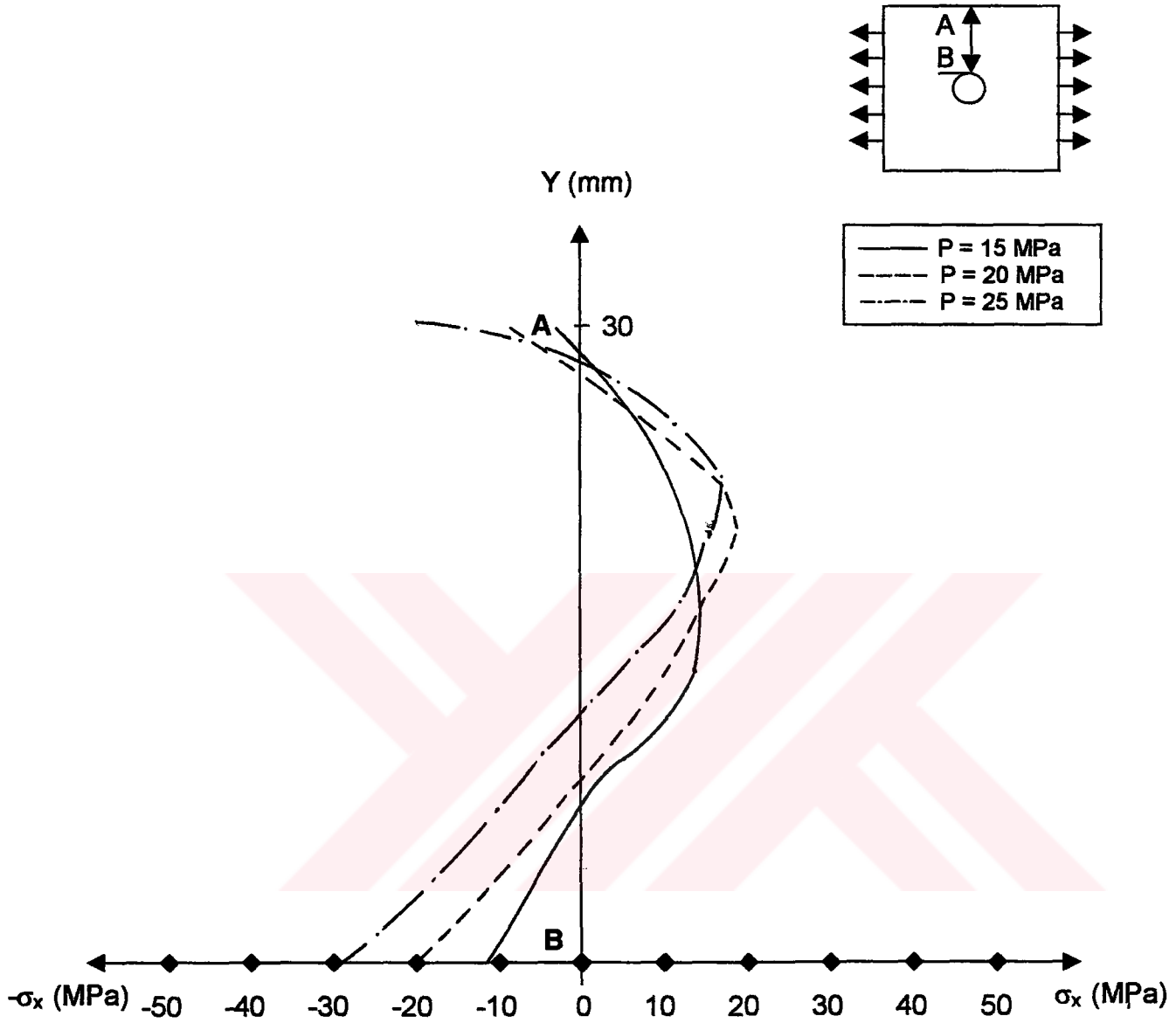
Şekil 7.39. Farklı yükleme basamaklarında, σ_x iç gerilme bileşeninin dairesel delik ve levha yüksekliği arasında değişimi ($R=30 \text{ mm}$.ve $\theta=90^\circ$).



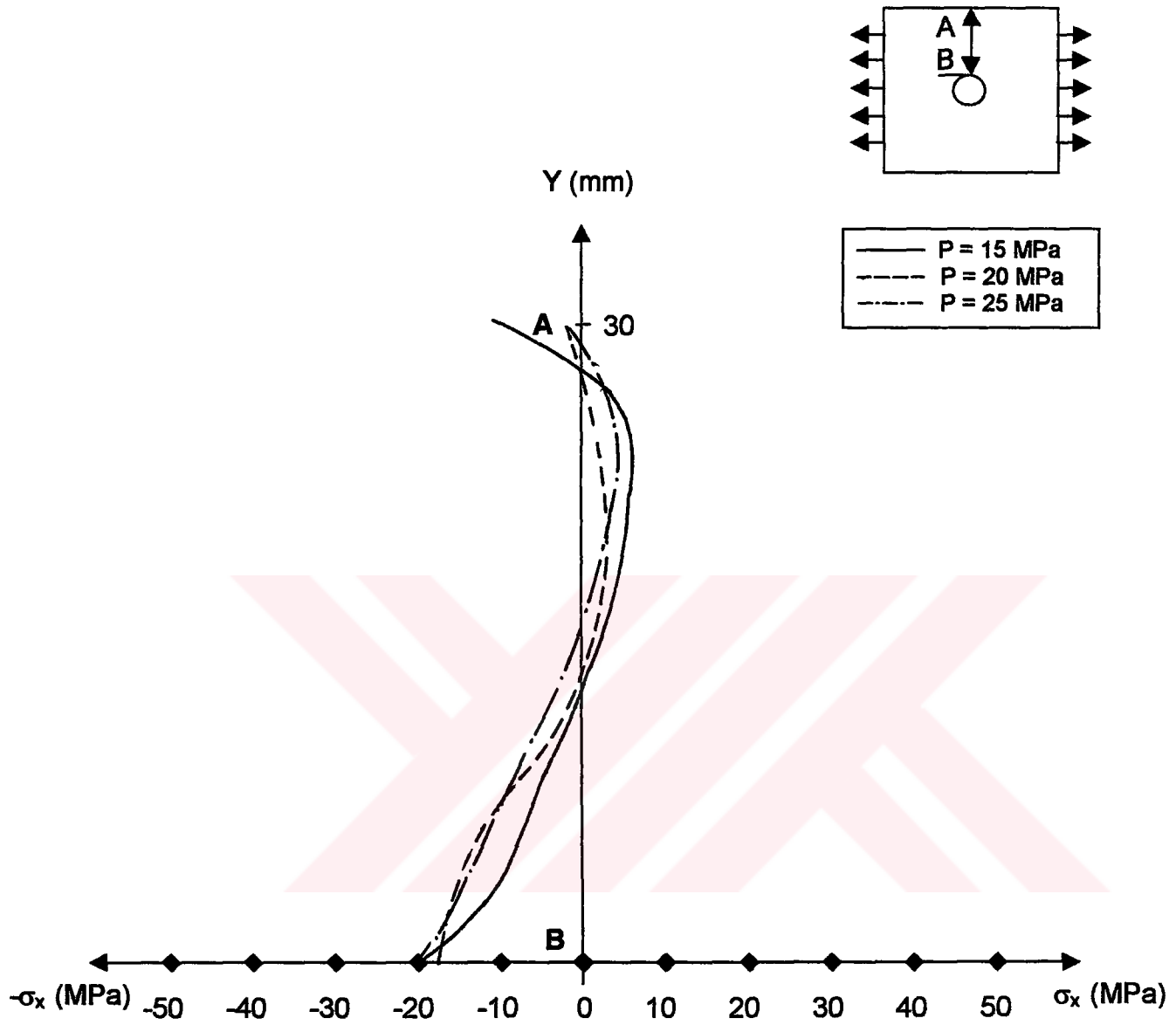
Şekil 7.40. Farklı yükleme basamaklarında, σ_x iç gerilme bileşeninin dairesel delik ve levha yüksekliği arasında değişimi ($R=40$ mm.ve $\theta=0^\circ$).



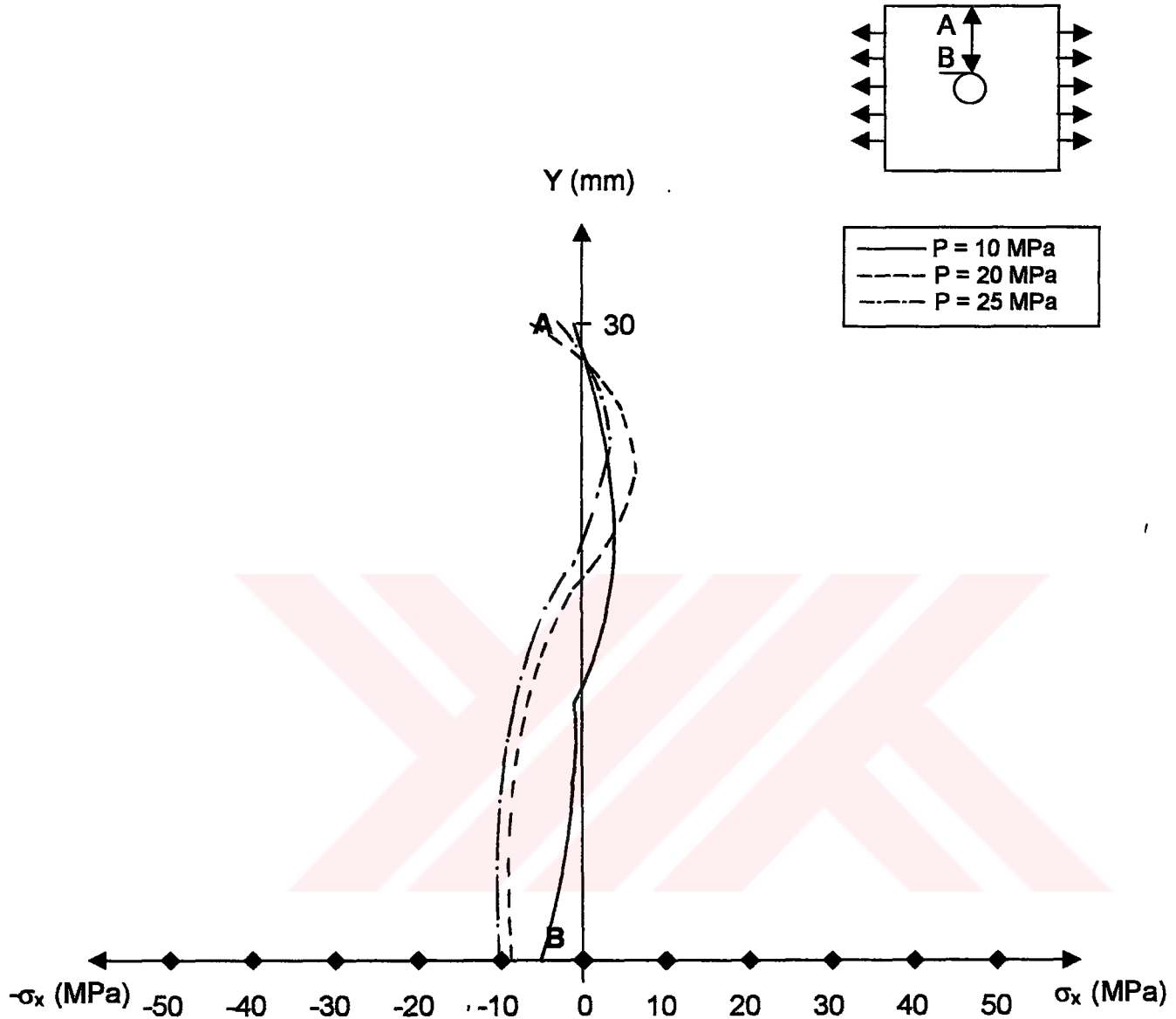
Şekil 7.41. Farklı yükleme basamaklarında, σ_x iç gerilme bileşeninin dairesel delik ve levha yüksekliği arasında değişimi ($R=40$ mm.ve $\theta=30^\circ$).



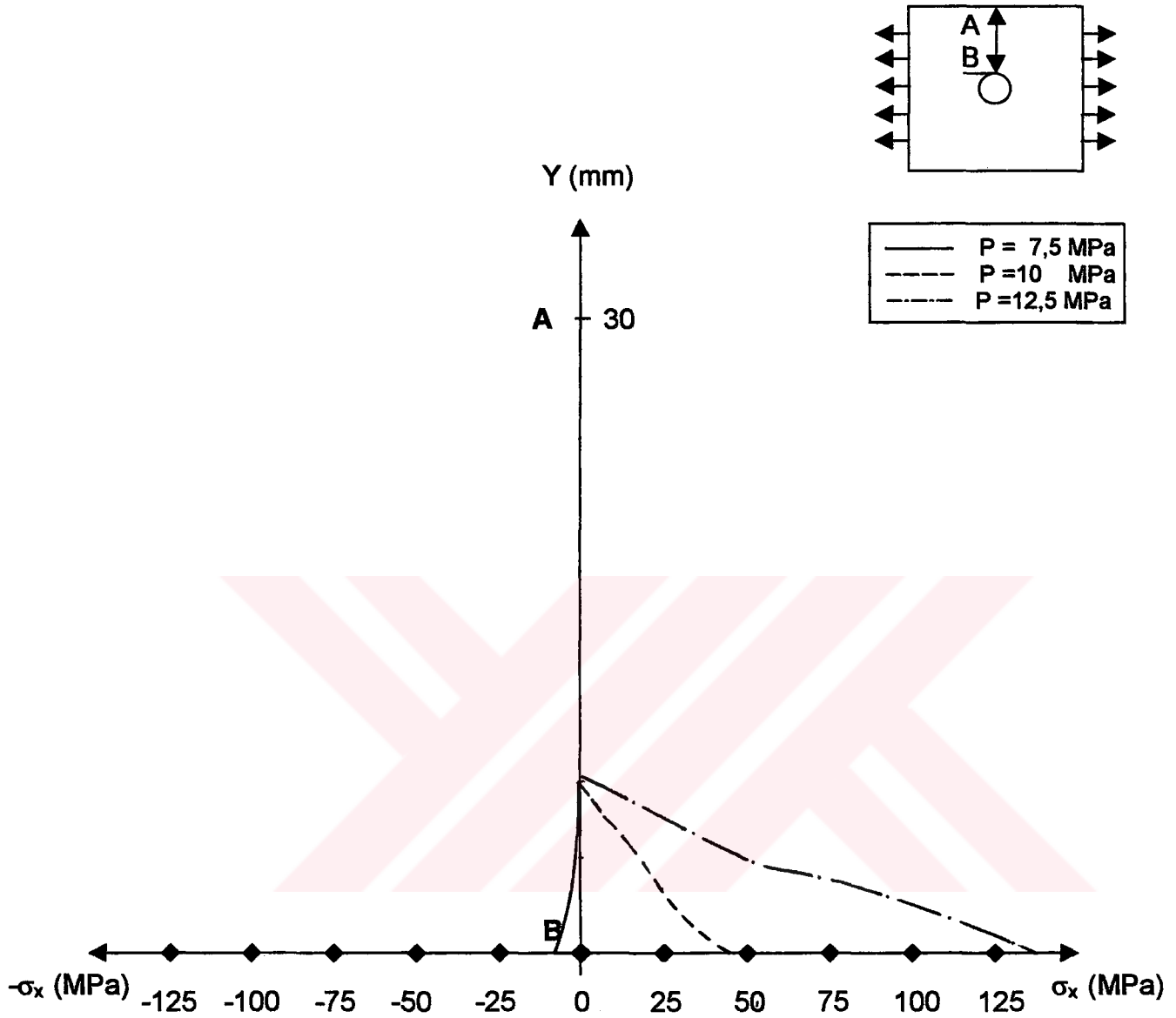
Şekil 7.42. Farklı yükleme basamaklarında, σ_x iç gerilme bileşeninin dairesel delik ve levha yüksekliği arasında değişimi ($R=40$ mm.ve $\theta=45^\circ$).



Şekil 7.43. Farklı yükleme basamaklarında, σ_x iç gerilme bileşeninin dairesel delik ve levha yüksekliği arasında değişimi ($R=40 \text{ mm.}$ ve $\theta=60^\circ$).



Şekil 7.44. Farklı yükleme basamaklarında, σ_x iç gerilme bileşeninin dairesel delik ve levha yüksekliği arasında değişimi ($R=40$ mm.ve $\theta=75^\circ$).



Şekil 7.45. Farklı yükleme basamaklarında, σ_x iç gerilme bileşeninin dairesel delik ve levha yüksekliği arasında değişimi ($R=40 \text{ mm.}$ ve $\theta=90^\circ$).

7.3.3. Ortası Dairesel Delikli Levhalarda Meydana Gelen Elastik, Plastik ve Artık Gerilmelerin Maximum Normal Gerilme Bileşenlerinin (σ_{xmax}) Oluştığı Noktalar

Ortası dairesel delikli levhalarda delik çapı $R=25, 30, 40$ mm olarak değiştirilerek farklı modeller elde edilmiştir. Bu modellere akmayı başlatan değerden itibaren kademeli olarak artış gösteren çekme yükleri uygulanarak elastik, plastik ve artık gerilmeler (iç gerilmeler) hesaplanmıştır. Hesaplama oryantasyon açısı 0° den 15° ’lik artırımlarla 90° ’ye kadar değiştirilerek her değişim kademesinde uygulanan farklı çeki yüklerine göre gerilme değerleri elde edilmiştir.

Elde edilen sonuçlardan elastik, plastik ve iç gerilmelerin σ_x normal gerilme bileşenlerinin maximum değerlerinin levha düzleminde nerelerde olduğu incelenmiş meydana gelen σ_{xmax} gerilme değerleri ve düğüm noktaları grafik ve tablolar halinde gösterilmiştir. Her sahifedeki tablolarda verilen maximum normal gerilme değerlerinin olduğu noktalar, aynı sahifedeki şekillerde düğüm noktaları şeklinde gösterilmiştir. Dolayısıyla her sahifedeki şekil ve tablolar beraberce değerlendirmeye alınmalıdır (Şekil 7.46 – 7.65 ile tablo 7.1 – 7.20). Delik çapı $R = 25$ mm olan modelde oryantasyon açısının $\theta = 0^\circ$ ’deki elastik, plastik ve artık gerilmelerin σ_{xmax} değerleri $P = 25, 30, 35$ MPa yükleme basamakları için şekil 7.46 ve tablo 7.1’de gösterilmiştir. Elastik ve plastik bölgedeki σ_x max gerilme değerlerinin dairesel delik üzerinde 1 nolu düğüm noktasından meydana geldiği görülmektedir. σ_{xmax} iç gerilme bileşeninin ise $P = 25$ MPa yükleme durumunda 9 nolu düğüm noktasında oluşurken $P = 30, 35$ MPa yükleme durumlarında 17 nolu düğüm noktasında meydana geldiği görülmektedir. Aynı modelin $\theta = 15^\circ$ oryantasyon açısındaki elastik ve plastik gerilmelere ait σ_{xmax} değerlerin $P = 30, 35, 40$ MPa yükleme durumlarında 13 ve 14 nolu düğüm noktalarında meydana geldiği görülmektedir. σ_{xmax} iç gerilmelerinde aynı yükleme basamaklarında birbirine yakın bölge içinde ortaya çıktığı gözlenmektedir (Şekil 7.48 ve tablo 7.3).

$\theta = 30^\circ$ oryantasyon açısındaki elastik, plastik ve iç gerilme σ_{xmax} değerlerinin $P = 20, 25, 30$ MPa çeki yükleri altında aldığı değerler ve meydana geldiği düğüm noktaları şekil 7.49 ve tablo 7.4’de gösterilmiştir. Elastik ve plastik gerilmelerin σ_{xmax}

değerleri bu oryantasyon açısında da $\theta = 15^\circ$ oryantasyon açısına benzer şekilde dairesel deliğin üst bölgesinde 13 ve 14 nolu düğüm noktalarında meydana gelmiştir. $\sigma_{x\max}$ iç gerilme bileşenleri çeki yükünün artmasıyla ($P = 25,30$ MPa) delik alt bölgesinde 1 ve 27 nolu düğüm noktalarında ortaya çıktığı görülmektedir.

$\theta = 45^\circ$ oryantasyon açısındaki $\sigma_{x\max}$ gerilme durumları şekil 7.49 ve tablo 7.4'de gösterilmiştir. $P = 20, 25, 30$ MPa yükleme basamaklarında elastik ve plastik gerilmelerin $\theta = 15^\circ$ ve $\theta = 30^\circ$ oryantasyon açı konumlarındakine benzer şekilde dairesel deliğin üst bölgesinde 14 ve 15 nolu düğüm noktalarında uygulanan çeki yükü doğrultusuna dik doğrultuda meydana geldiği görülmektedir. $\sigma_{x\max}$ iç gerilme bileşeni $\theta = 30^\circ$ oryantasyon açısındaki duruma benzer şekilde uygulanan çeki yükünün artımıyla dairesel deliğin alt bölgesinde 1 ve 27 nolu düğüm noktalarında oluşmuştur.

$\theta = 60^\circ$ oryantasyon açısındaki gerilme değerleri ve oluştuğu düğüm noktaları şekil 7.50 ve tablo 7.5'de gösterilmiştir. Elastik gerilmelerde $\sigma_{x\max}$ gerilmesi uygulanan çeki yükünün artmasına karşın söz konusu gerilmenin 15 nolu düğüm noktasında meydana geldiği görülmektedir. Buna karşılık olarak plastik gerilmenin $\sigma_{x\max}$ değerleri artan çeki yükü ile 21 ve 22 nolu düğüm noktalarında uygulanan üniform çeki yükü doğrultusuna bakan yönde ortaya çıktığı gözlenmektedir. $\sigma_{x\max}$ iç gerilme bileşeni bu oryantasyon açısından tüm yükleme basamaklarında negatif değerler olarak y eksenine doğrultusuna bakan yönde dairesel delik üzerinde ortaya çıktığı görülmektedir.

$\theta = 75^\circ$ oryantasyon açısında $\sigma_{x\max}$ gerilme değerleri ve oluştuğu noktalar şekil 7.51 ve tablo 7.6' da gösterildiği gibi; elastik gerilmeler için $P = 20,25,30$ MPa yükleme basamaklarının çeki yükü doğrultusuna bakan bölgede 21 nolu düğüm noktasında negatif değerler (bası gerilmeleri) olarak ortaya çıktığı görülmektedir. Plastik gerilmeler için söz konusu durum $P = 20, 25$ MPa yükleme şartlarında aynı noktanın yanında (düğüm No = 20) meydana gelirken $P = 30$ MPa yükleme durumunda tam tersi bir noktada (düğüm No = 6) meydana gelmektedir. $\sigma_{x\max}$ iç gerilme bileşenin tüm yükleme basamaklarında 18 nolu düğüm noktasında meydana geldiği görülmektedir. Bu oryantasyon açısında elastik , plastik ve iç gerilmelerin $\sigma_{x\max}$ bileşenleri negatif değerlerle ortaya çıkmışlardır.

$\theta = 90^\circ$ oryantasyon açısında $\sigma_{x\max}$ gerilme değerleri ve oluştuğu noktalar şekil 7.52 ve tablo 7.7'de görülmektedir. Elastik ve plastik gerilmelerin $\sigma_{x\max}$ bileşenleri 9

nolu düğüm noktasında meydana gelmiştir. Bu açı konumunda da elastik ve plastik gerilme bileşenleri negatif değer almışlardır. σ_{xmax} iç gerilme bileşenin $P = 17.5$ MPa yükleme durumunda negatif değer olarak 9 nolu düğüm noktasında meydana gelirken, daha düşük değerdeki çeki yüklerinde ($P = 12.5 - 15$ MPa) pozitif değerler olarak 12 ve 13 nolu düğüm noktalarında oluştuğu görülmektedir.

Gerilme analizi yapılan bu modelde elastik, plastik ve artık gerilmelerin σ_{xmax} bileşeninin daima dairesel delik kenarı üzerinde meydana geldiği gözlenmektedir. Oryantasyon açısının değişimi ile σ_{xmax} gerilmeleri dairesel delik kenarı üzerinde farklı yerlerde meydana gelmektedir. Ayrıca elastik ve plastik gerilmelerin σ_{xmax} bileşeninin değerlerinin θ oryantasyon açısına bağlı olarak belirgin bir değişim takip ettiği görülmektedir. Elastik gerilme durumunda θ açısına bağlı olarak bu değişim, $\theta = 0^\circ$ 'den sonra $\theta = 15^\circ$ de maximum bir değere ulaşan gerilme değerleri $\theta = 15^\circ$ den sonra azalma göstererek $\theta = 90^\circ$ de minimum değere ulaşmaktadır.

Elastik gerilme değerlerine ait bu değişim biçiminin uygulanan çeki yükünün bütün basamaklarında aynı şekilde olduğu görülmektedir. Plastik bölgedeki yüklemelerde σ_{xmax} gerilme değerlerinin θ açısına bağlı olarak değişimi, elastik gerilmelere göre farklılık gösterdiği gözlenmiştir. $\theta = 15^\circ$ den sonra düşme eğilimine giren σ_{xmax} plastik gerilme değerleri oryantasyon açısının en büyük olduğu açı değerinde artan yüklemelere paralel olarak en büyük gerilme değerlerine ulaştığı görülmüştür.

Elastik bölgedeki yüklemelerde σ_{xmax} gerilmelerinin en yüksek değerlerinin oryantasyon açısının $\theta = 0^\circ$ ve $\theta = 15^\circ$ değerlerinde ortaya çıktığı, yani uygulanan çeki yükü doğrultusunda malzeme asal eksen doğrultusu arasındaki açının en küçük olduğu açı değerlerinde ortaya çıktığı görülmektedir. Oryantasyon açısı büyüdükçe söz konusu gerilme değerleri azalarak $\theta = 90^\circ$ de en düşük değere ulaşmaktadır. Plastik bölgedeki yüklemelerde σ_{xmax} gerilmesinin değişimi, elastik bölgedeki gibi düzgün bir değişim sergilemediği görülmektedir. Bu bölgede σ_{xmax} gerilmesi $\theta = 15^\circ$ den sonra $\theta = 30^\circ$ ye doğru süratle düşmekte $\theta = 45^\circ$ den sonra tekrar yükselme eğilimine girerek $\theta = 90^\circ$ de en yüksek değere ulaştığı görülmektedir. σ_{xmax} iç gerilme bileşenin değişimi oryantasyon açısına bağlı olarak farklılık göstermektedir. Bu gerilme bileşeninin $\theta = 90^\circ$ ye kadar negatif değerde (bası gerilmesi) ortaya çıktığı görülmektedir.

R = 30 mm delik çapındaki modelde, elde edilen sonuçlar incelendiğinde bir önceki modeldekine benzer tespitler yapılabilir. Bir nceki modelde bütün σ_{xmax} gerilmeleri dairesel delik kenarı üzerinde meydana gelirken bu modelde σ_{xmax} i gerilme bileşeninin P = 20 MPa yükleme durumunda $\theta = 60^\circ$ oryantasyon açısında 90 nolu düğüm noktasında meydana geldiği görülmektedir. Bir nceki modelde olduğu gibi bu modelde de elastik gerilmelerin σ_{xmax} değerlerinin $\theta = 15^\circ$ de en yüksek değere ulaştıktan sonra $\theta = 90^\circ$ ye kadar değerleri düşerek $\theta = 90^\circ$ de en düşük seviyeye ulaşmaktadır. Bu modelde de bir önceki modele benzer şekilde σ_{xmax} i gerilme bileşenlerinin $\theta = 90^\circ$ ye kadar negatif değerler aldığı görülmektedir.

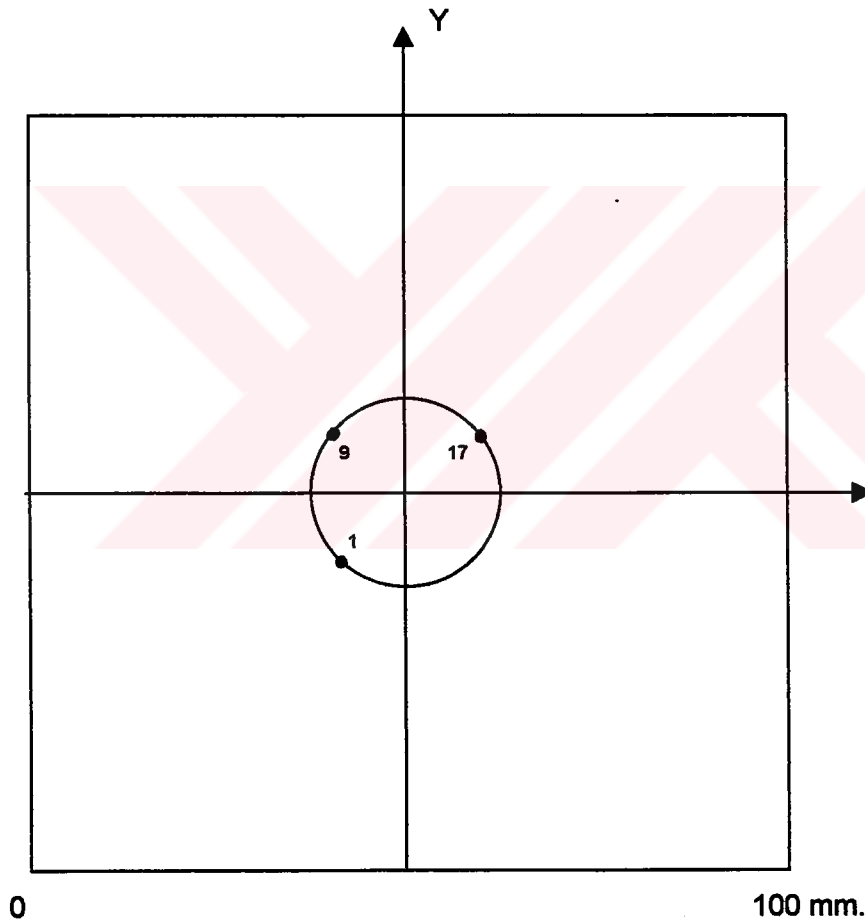
R = 40 mm delik çapındaki modelde, elastik, plastik ve artık gerilmelerin σ_x bileşeninin maximum değerleri $\theta = 0^\circ$, $\theta = 60^\circ$ ve $\theta = 90^\circ$ de sırasıyla 122, 87 ve 81 nolu düğüm noktalarında dairesel delik çevresi dışında oluşmuş, diğer gerilme değerlerinin hepsinin delik kenarı üzerinde meydana geldiği görülmüştür. Elde edilen modellerde maximum gerilmeler dairesel delik kenar üzerinde meydana gelirken, delik çapının büyümesiyle oryantasyon açılarına bağlı olarak maximum gerilmeler levhanın başka noktalarında da ortaya çıkmıştır.

Ayrıca modellerde delik çapı büyüdükçe plastik bölgelerdeki σ_{xmax} gerilme değerleri genel olarak, uygulanan çeki yükünün büyümesiyle (oryantasyon açısına bağlı olarak) artış gösterdiği görülmektedir. Bundan; aynı yükleme basamaklarında delik çapı büyük olan modelde akmanın, delik çapı küçük olan modele göre daha erken meydana geldiği anlaşılmaktadır. σ_{xmax} i gerilme bileşeni bütün modellerde $\theta = 90^\circ$ ye kadar negatif değerler de (bası gerilmesi) ortaya çıkmış, delik çapının büyümesine paralel olarak oryantasyon açısının artmasıyla söz konusu bu gerilme bileşeninin büyüklüğünde artış gözlenmiştir.

Burada yapılan inceleme sonucunda elastik, plastik ve i gerilmelerin σ_{xmax} değerlerinin dairesel delik kenarı üzerinde meydana geldiği görülmüştür. Oluşan bu maximum gerilmeden oryantasyon açısına bağlı olarak farklı noktalarda meydana gelmiştir. Ayrıca yükleme miktarlarına bağlı olarak i gerilmelerde de artış gözlenmektedir. Dairesel delik çapının büyük olduğu durumda akma daha küçük yükleme değerlerinde meydana gelmektedir.

Tablo 7.1. Oryantasyon açısı, delik çapı ve farklı yükleme basamaklarına bağlı olarak max. normal gerilmelerin oluştuğu düğüm noktaları ve gerilme değerleri
($R = 25 \text{ mm.}$, $\theta = 0^\circ$)

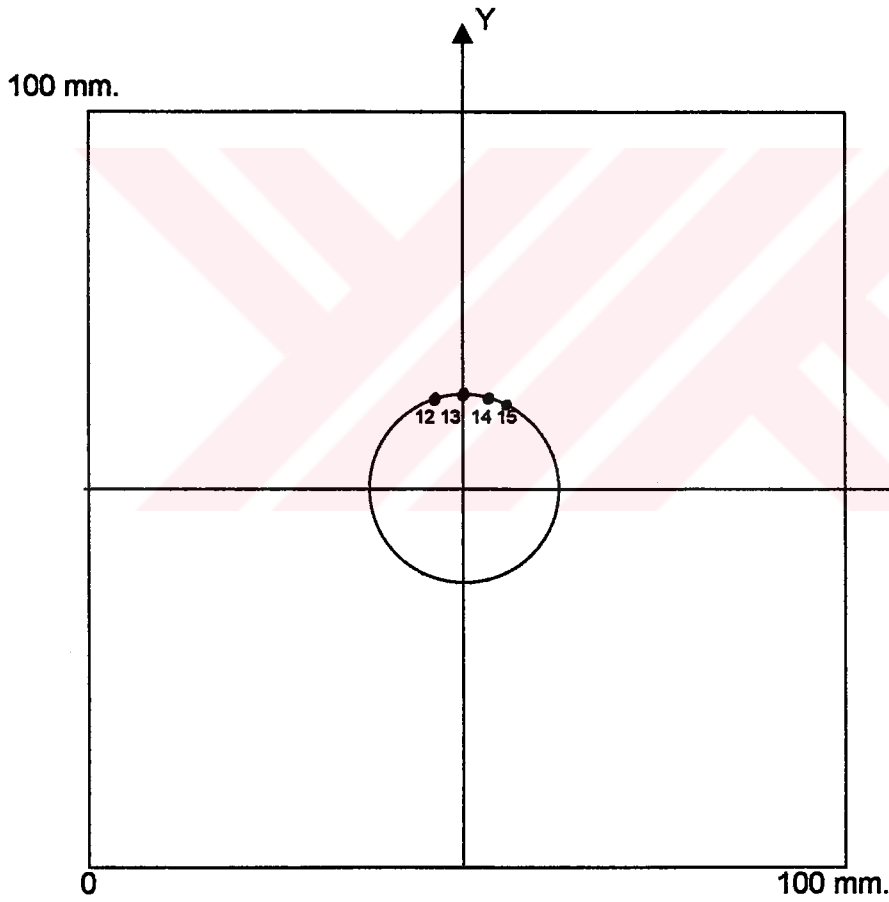
GERİLMELER	P = 25 (MPa)		P = 30 (MPa)		P = 35 (MPa)	
	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası
Elastik Gerilmeler	77.3410	1	92.8093	1	108.2775	1
Plastik Gerilmeler	77.5942	1	99.1775	1	119.6351	1
Artık Gerilmeler	-1.7923	9	-12.1116	17	-16.7125	17



Şekil 7.46. Ortası delikli levhada $R = 25 \text{ mm}$, $\theta = 0^\circ$ için farklı yükleme basamaklarında meydana gelen maximum normal gerilmelerin oluştuğu noktalar.

Tablo 7.2. Oryantasyon açısı, delik çapı ve farklı yükleme basamaklarına bağlı olarak max. normal gerilmelerin oluştuğu düğüm noktaları ve gerilme değerleri ($R = 25 \text{ mm.}$, $\theta = 15^\circ$)

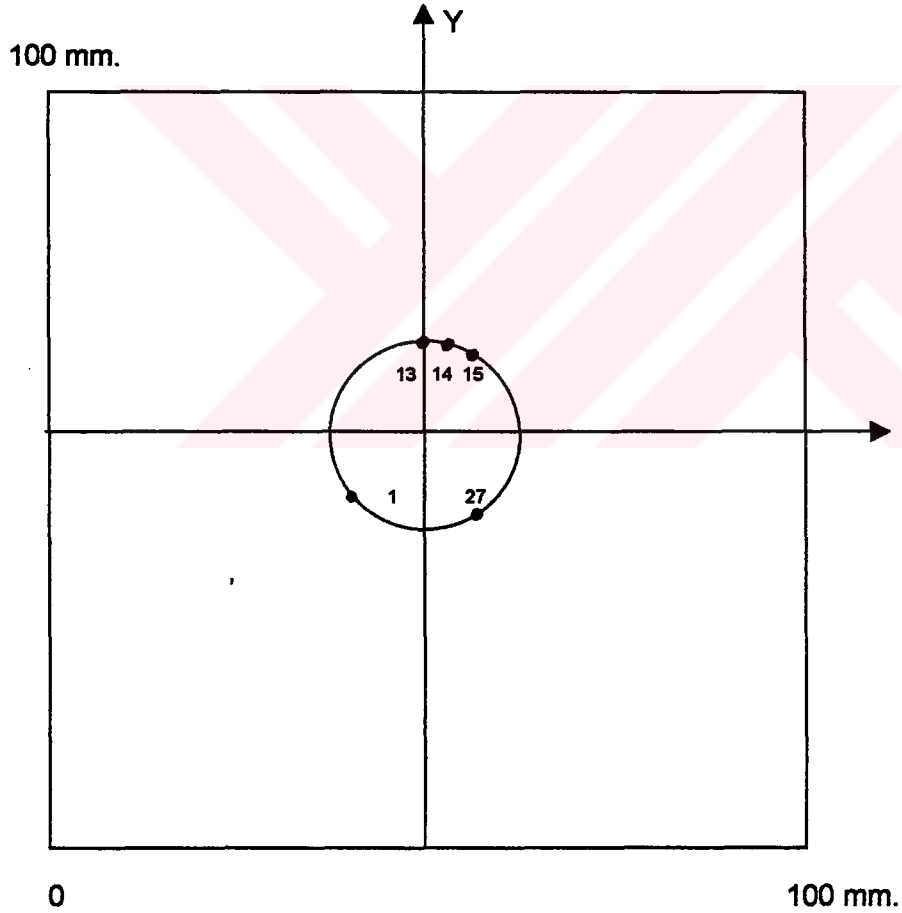
GERİLMELER	P = 30 (MPa)		P = 35 (MPa)		P = 40 (MPa)	
	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası
Elastik Gerilmeler	82.4247	13	96.1621	13	109.8996	13
Plastik Gerilmeler	96.5255	14	94.6608	14	103.1897	13
Artık Gerilmeler	-30.9265	13	-63.7422	12	-29.7565	15



Şekil 7.47. Ortası delikli levhada $R = 25 \text{ mm}$, $\theta = 15^\circ$ için farklı yükleme basamaklarında meydana gelen maximum normal gerilmelerin oluştuğu noktalar.

Tablo 7.3. Oryantasyon açısı, delik çapı ve farklı yükleme basamaklarına bağlı olarak max. normal gerilmelerin oluştuğu düğüm noktaları ve gerilme değerleri ($R = 25 \text{ mm.}$, $\theta = 30^\circ$)

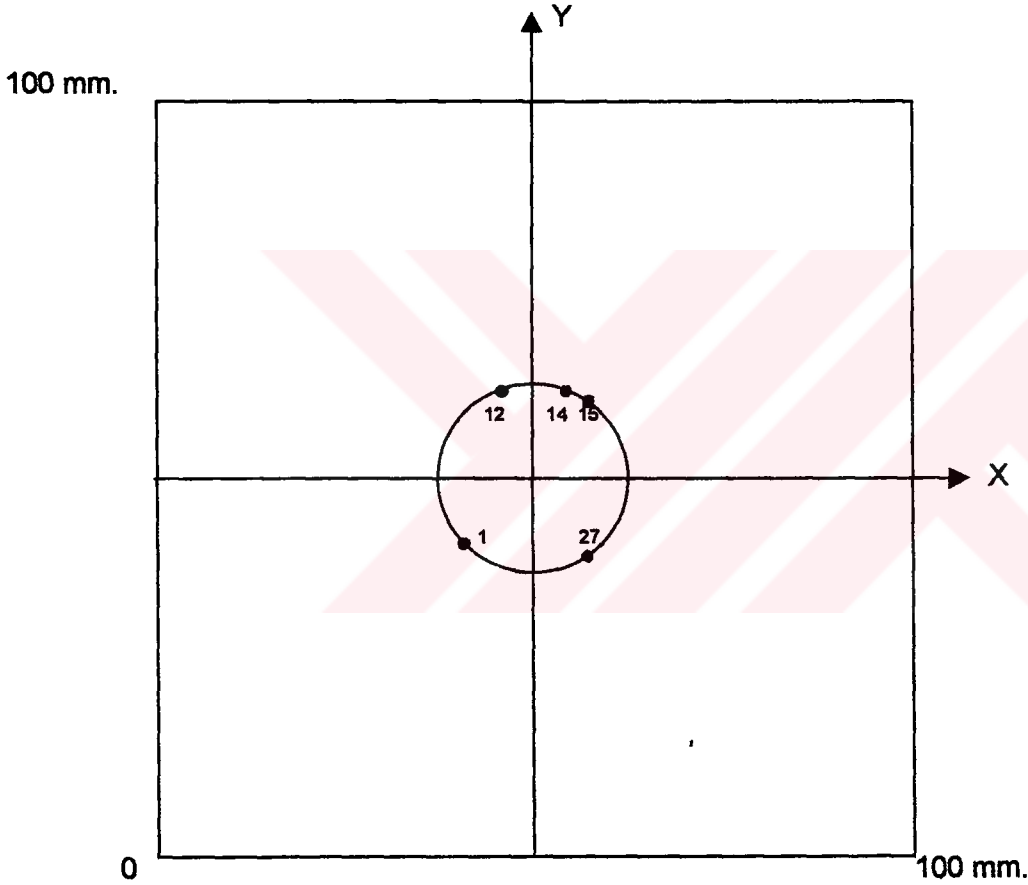
GERİLMELER	P = 20 (MPa)		P = 25 (MPa)		P = 30 (MPa)	
	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası
Elastik Gerilmeler	48.0320	14	60.0400	14	72.0480	14
Plastik Gerilmeler	44.0409	13	56.5624	13	71.1263	13
Artık Gerilmeler	-5.2960	15	-29.5974	1	97.2789	27



Şekil 7.48. Ortası delikli levhada $R = 25 \text{ mm}$, $\theta = 30^\circ$ için farklı yükleme basamaklarında meydana gelen maximum normal gerilmelerin oluştuğu noktalar.

Tablo 7.4. Oryantasyon açısı, delik çapı ve farklı yükleme basamaklarına bağlı olarak max. normal gerilmelerin oluştuğu düğüm noktaları ve gerilme değerleri ($R = 25 \text{ mm.}$, $\theta = 45^\circ$)

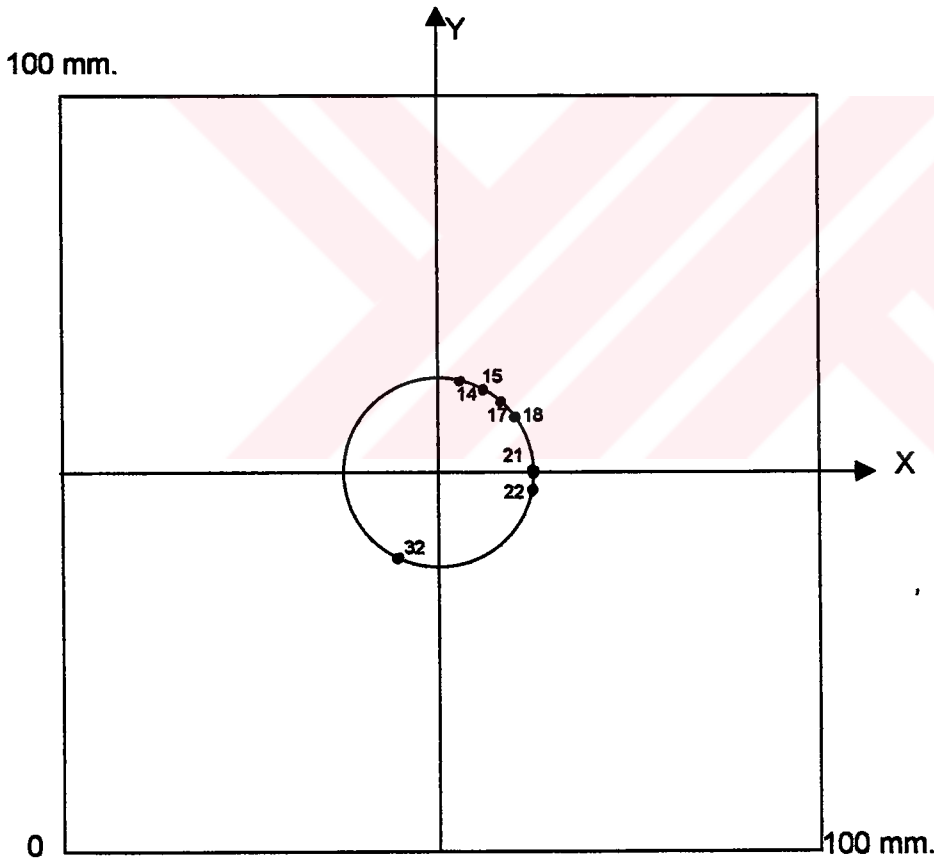
GERİLMELER	P = 20 (MPa)		P = 25 (MPa)		P = 30 (MPa)	
	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası
Elastik Gerilmeler	36.9983	14	46.2479	14	55.4974	14
Plastik Gerilmeler	28.4226	15	32.3442	15	29.3407	15
Artık Gerilmeler	-46.1475	12	-52.0514	1	-48.7036	27



Şekil 7.49. Ortası delikli levhada $R = 25 \text{ mm.}$, $\theta = 45^\circ$ için farklı yükleme basamaklarında meydana gelen maximum normal gerilmelerin oluştuğu noktalar.

Tablo 7.5. Oryantasyon açısı, delik çapı ve farklı yükleme basamaklarına bağlı olarak max. normal gerilmelerin olduğu düğüm noktaları ve gerilme değerleri ($R = 25 \text{ mm.}$, $\theta = 60^\circ$)

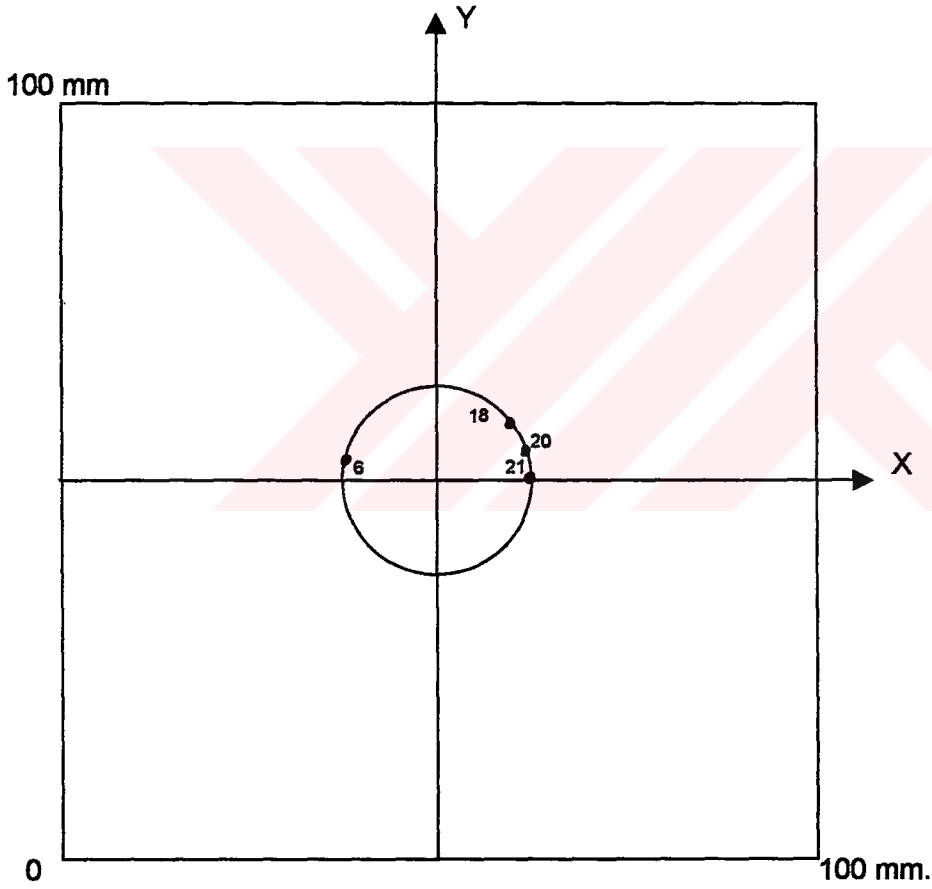
GERİLMELER	P = 20 (MPa)		P = 25 (MPa)		P = 30 (MPa)	
	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası
Elastik Gerilmeler	26.0345	15	32.5431	15	39.0517	15
Plastik Gerilmeler	42.4154	32	-19.7636	21	-52.1662	22
Artık Gerilmeler	-33.4658	17	-17.5240	14	-48.5038	18



Şekil 7.50. Ortası delikli levhada $R = 25 \text{ mm}$, $\theta = 60^\circ$ için farklı yükleme basamaklarında meydana gelen maximum normal gerilmelerin olduğu noktalar.

Tablo 7.6. Oryantasyon açısı, delik çapı ve farklı yükleme basamaklarına bağlı olarak max. normal gerilmelerin oluştuğu düğüm noktaları ve gerilme değerleri ($R = 25 \text{ mm.}$, $\theta = 75^\circ$)

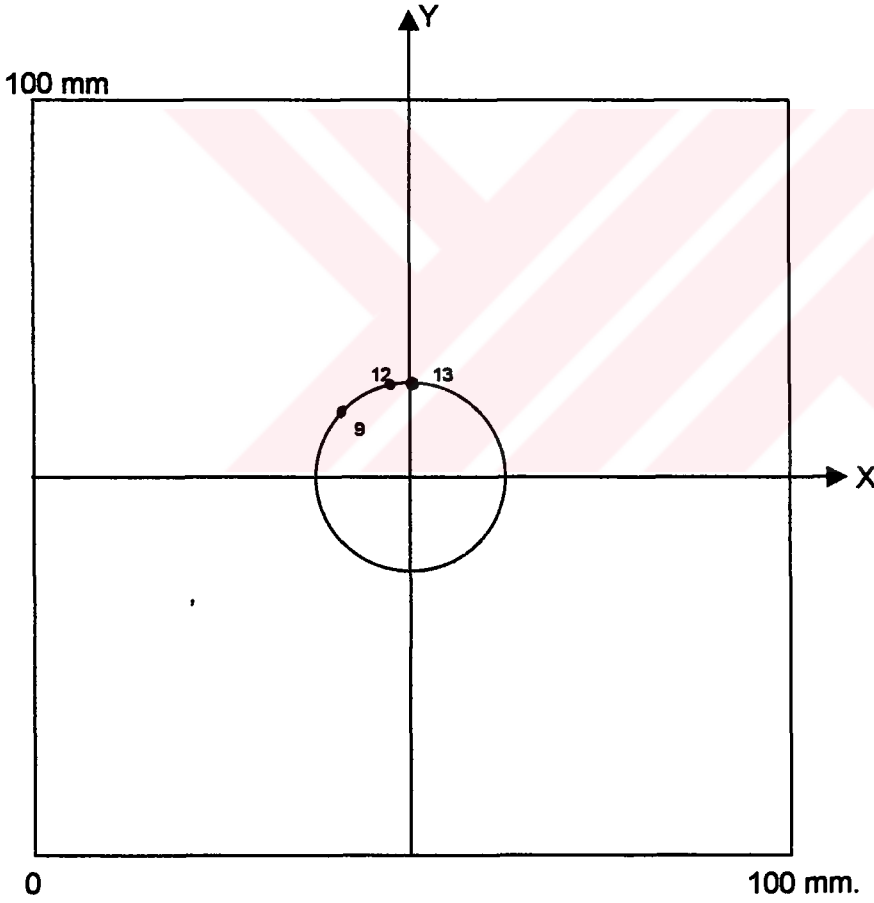
GERİLMELER	P = 20 (MPa)		P = 25 (MPa)		P = 30 (MPa)	
	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası
Elastik Gerilmeler	-17.9958	21	-22.4948	21	-26.9937	21
Plastik Gerilmeler	-36.6316	20	-67.9159	20	-99.1778	6
Artık Gerilmeler	-30.1477	18	-50.3501	18	-85.7776	18



Şekil 7.51. Ortası delikli levhada $R = 25 \text{ mm.}$, $\theta = 75^\circ$ için farklı yükleme basamaklarında meydana gelen maximum normal gerilmelerin oluştuğu noktalar.

Tablo 7.7. Oryantasyon açısı, delik çapı ve farklı yükleme basamaklarına bağlı olarak max. normal gerilmelerin oluştuğu düğüm noktaları ve gerilme değerleri
($R = 25 \text{ mm.}$, $\theta = 90^\circ$)

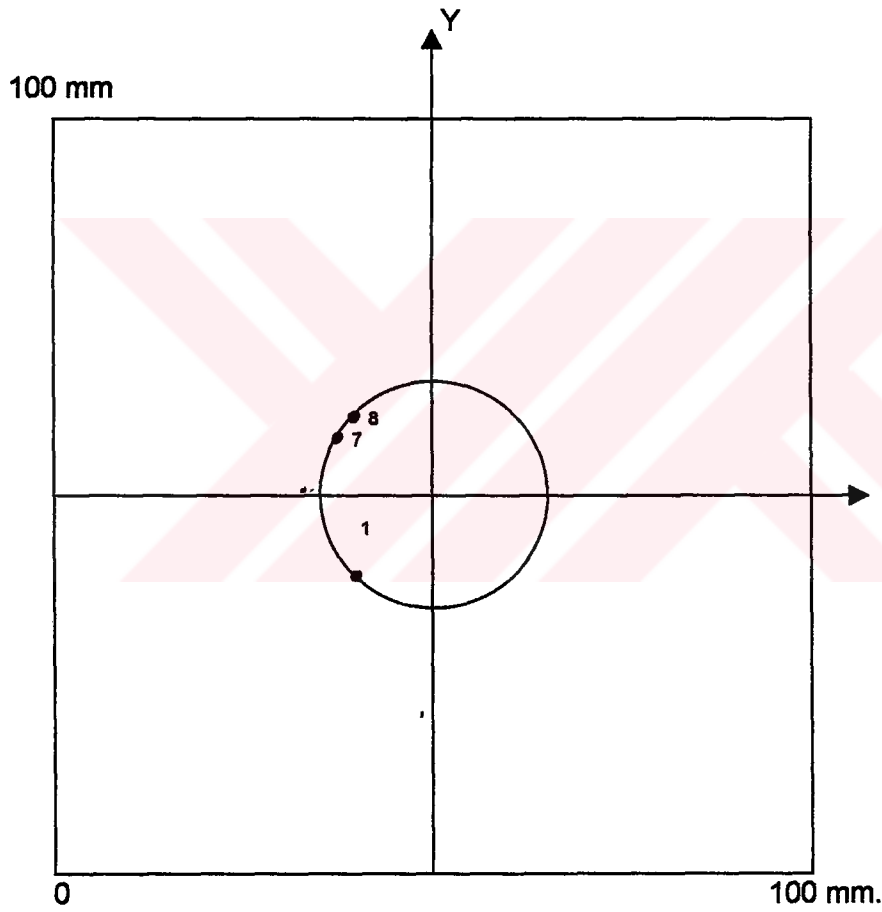
GERİLMELER	P = 12.5 (MPa)		P = 15 (MPa)		P = 17.5 (MPa)	
	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası
Elastik Gerilmeler	-13.8768	9	-16.6522	9	-19.4275	9
Plastik Gerilmeler	-82.6751	9	-103.4943	9	-140.8617	9
Artık Gerilmeler	82.8292	12	91.4402	13	-121.4341	9



Şekil 7.52. Ortası delikli levhada $R = 25 \text{ mm.}$, $\theta = 90^\circ$ için farklı yükleme basamaklarında meydana gelen maximum normal gerilmelerin oluştuğu noktalar.

Tablo 7.8. Oryantasyon açısı, delik çapı ve farklı yükleme basamaklarına bağlı olarak max. normal gerilmelerin oluştuğu düğüm noktaları ve gerilme değerleri ($R = 30 \text{ mm.}$, $\theta = 0^\circ$)

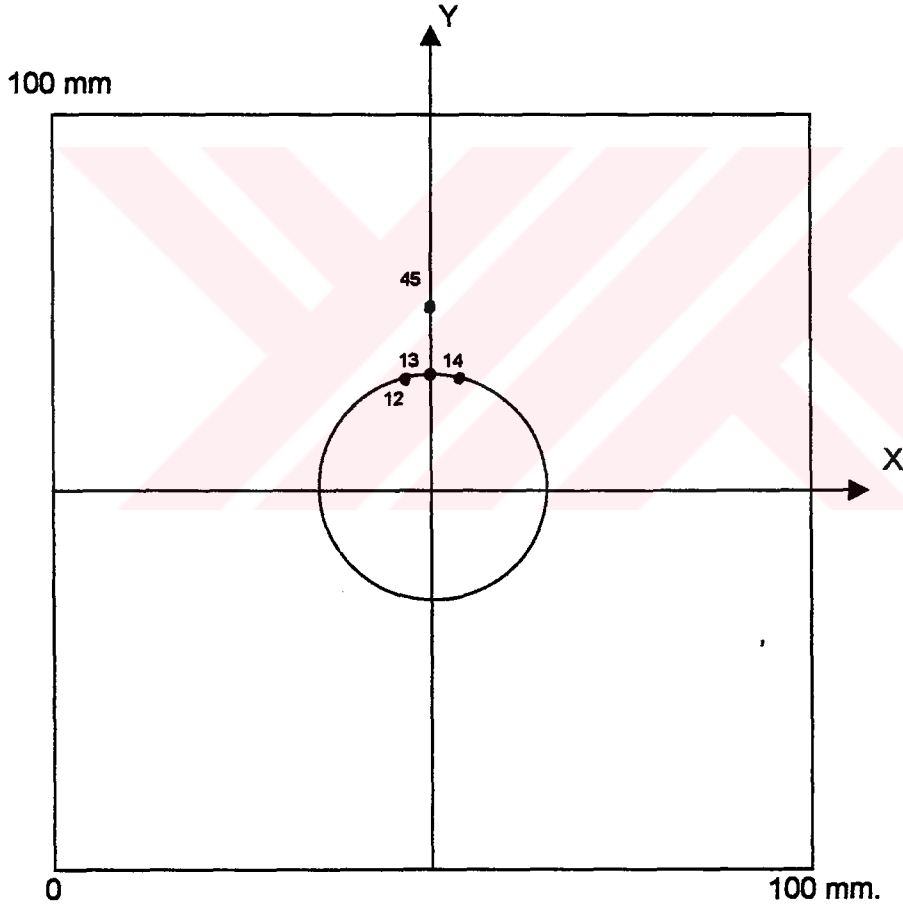
GERİLMELER	P = 20 (MPa)		P = 25 (MPa)		P = 30 (MPa)	
	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası
Elastik Gerilmeler	69.0335	1	88.5260	1	106.2312	1
Plastik Gerilmeler	69.4003	1	94.4748	1	114.44751	1
Artık Gerilmeler	2.3035	7	-13.5908	7	-14.4378	8



Şekil 7.53. Ortası delikli levhada $R = 30 \text{ mm}$, $\theta = 0^\circ$ için farklı yükleme basamaklarında meydana gelen maximum normal gerilmelerin oluştuğu noktalar.

Tablo 7.9. Oryantasyon açısı, delik çapı ve farklı yükleme basamaklarına bağlı olarak max. normal gerilmelerin oluştuğu düğüm noktaları ve gerilme değerleri ($R = 30 \text{ mm.}$, $\theta = 15^\circ$)

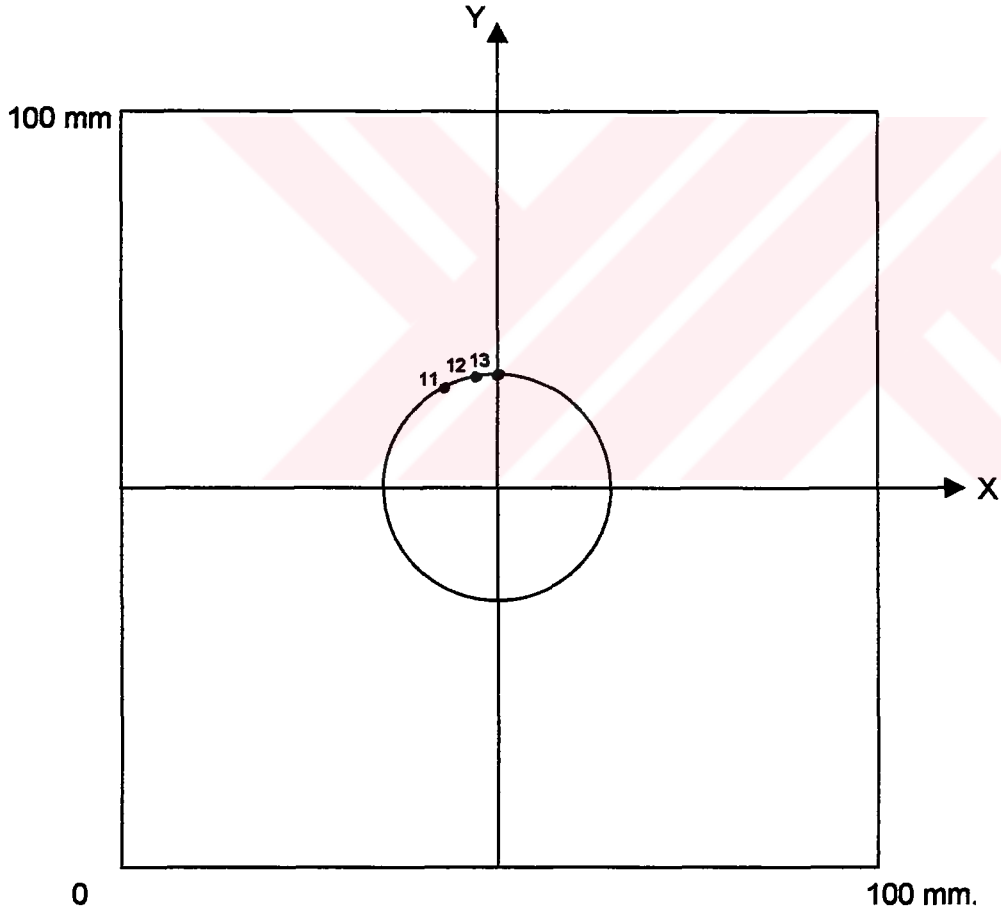
GERİLMELER	P = 25 (MPa)		P = 30 (MPa)		P = 35 (MPa)	
	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası
Elastik Gerilmeler	74.7032	14	89.6438	14	104.5845	14
Plastik Gerilmeler	76.7100	14	112.3820	14	113.1350	45
Artık Gerilmeler	-8.1110	13	-38.8467	13	-127.2224	12



Şekil 7.54. Ortası delikli levhada $R = 30 \text{ mm}$, $\theta = 15^\circ$ için farklı yükleme basamaklarında meydana gelen maximum normal gerilmelerin oluştuğu noktalar.

Tablo 7.10. Oryantasyon açısı, delik çapı ve farklı yükleme basamaklarına bağlı olarak max. normal gerilmelerin oluştuğu düğüm noktaları ve gerilme değerleri ($R = 30 \text{ mm.}$, $\theta = 30^\circ$)

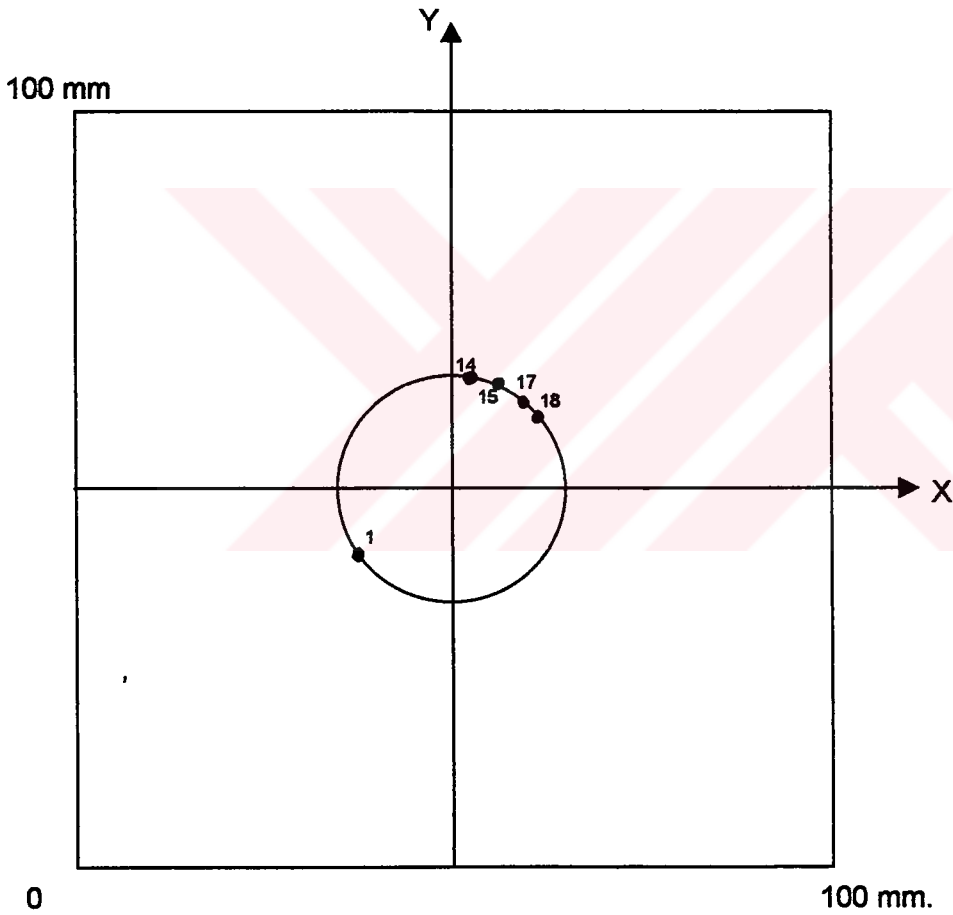
GERİLMELER	P = 20 (MPa)		P = 25 (MPa)		P = 30 (MPa)	
	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası
Elastik Gerilmeler	52.2702	17	65.6654	14	78.7985	14
Plastik Gerilmeler	49.8814	17	70.0696	13	69.1208	13
Artık Gerilmeler	-63.6446	15	-88.3015	12	-89.9984	11



Şekil 7.55. Ortası delikli levhada $R = 30 \text{ mm}$, $\theta = 30^\circ$ için farklı yükleme basamaklarında meydana gelen maximum normal gerilmelerin oluştuğu noktalar.

Tablo 7.11. Oryantasyon açısı, delik çapı ve farklı yükleme basamaklarına bağlı olarak max. normal gerilmelerin olduğu düğüm noktaları ve gerilme değerleri ($R = 30 \text{ mm.}$, $\theta = 45^\circ$)

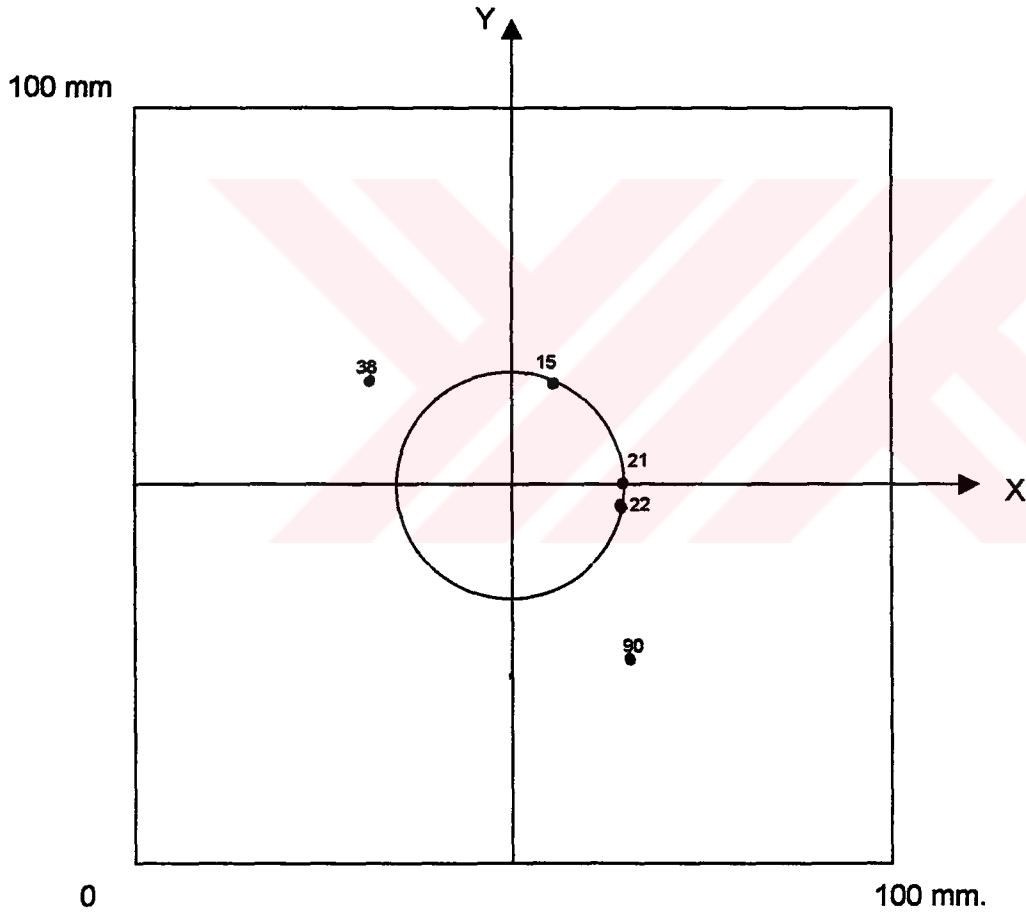
GERİLMELER	P = 20 (MPa)		P = 25 (MPa)		P = 30 (MPa)	
	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası
Elastik Gerilmeler	40.5013	14	50.6267	14	62.4536	18
Plastik Gerilmeler	27.026	15	29.1437	15	40.7442	18
Artık Gerilmeler	-42.3180	1	-50.0451	17	-64.4788	1



Şekil 7.56. Ortası delikli levhada $R = 30 \text{ mm.}$, $\theta = 45^\circ$ için farklı yükleme basamaklarında meydana gelen maximum normal gerilmelerin olduğu noktalar.

Tablo 7.12. Oryantasyon açısı, delik çapı ve farklı yükleme basamaklarına bağlı olarak max. normal gerilmelerin oluştuğu düğüm noktaları ve gerilme değerleri ($R = 30 \text{ mm.}$, $\theta = 60^\circ$)

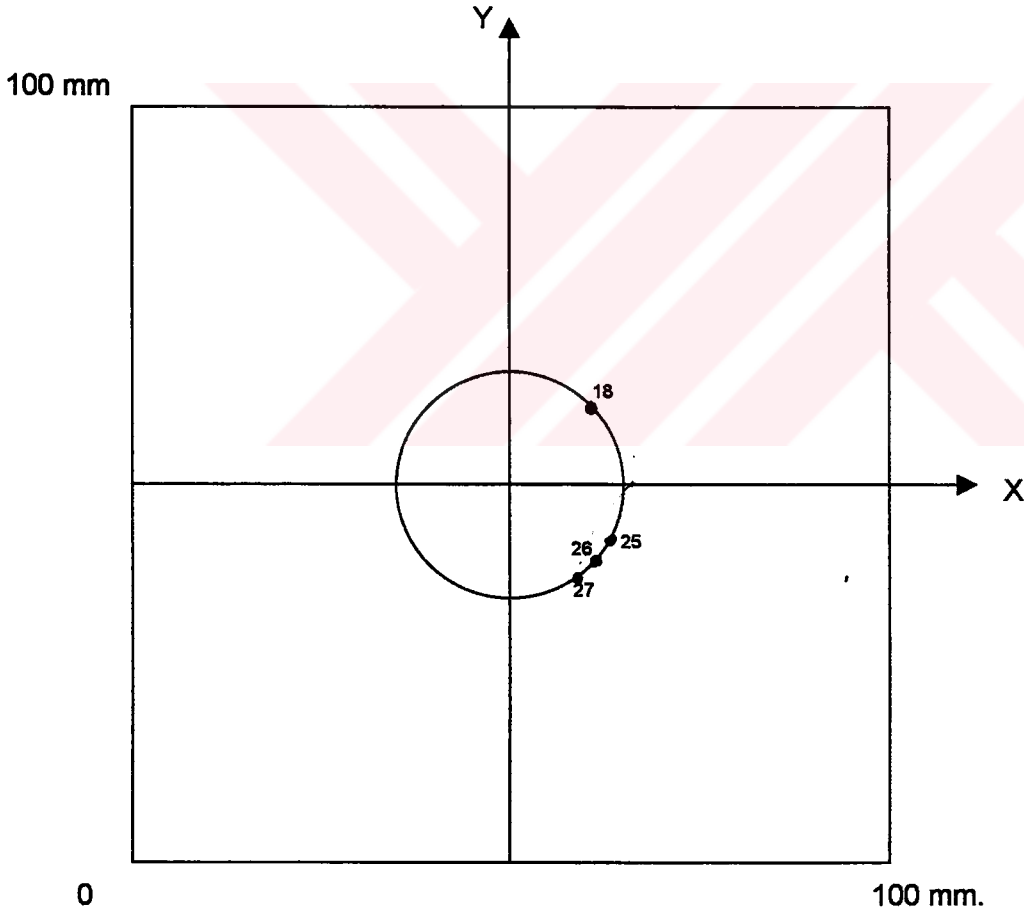
GERİLMELER	P = 20 (MPa)		P = 25 (MPa)		P = 30 (MPa)	
	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası
Elastik Gerilmeler	29.2591	15	36.5739	15	43.8887	15
Plastik Gerilmeler	-53.9341	22	-24.1422	21	-31.0661	21
Artık Gerilmeler	-38.0113	90	-20.2693	15	-27.2145	15



Şekil 7.57. Ortası delikli levhada $R = 30 \text{ mm.}$, $\theta = 60^\circ$ için farklı yükleme basamaklarında meydana gelen maximum normal gerilmelerin oluştuğu noktalar.

Tablo 7.13. Oryantasyon açısı, delik çapı ve farklı yükleme basamaklarına bağlı olarak max. normal gerilmelerin oluştuğu düğüm noktaları ve gerilme değerleri ($R = 30 \text{ mm.}$, $\theta = 75^\circ$)

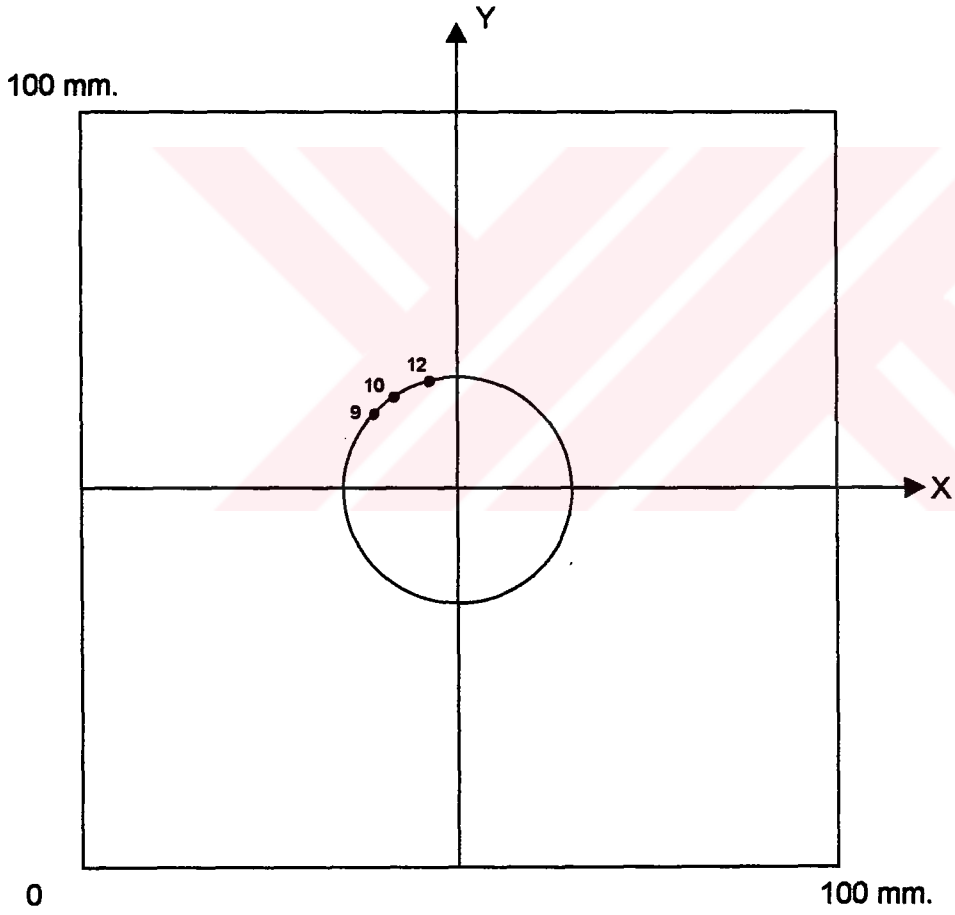
GERİLMELER	P = 20 (MPa)		P = 25 (MPa)		P = 30 (MPa)	
	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası
Elastik Gerilmeler	-22.1525	26	-27.6906	26	-33.2287	26
Plastik Gerilmeler	-24.5278	26	-82.0464	25	-113.6573	27
Artık Gerilmeler	-8.7227	18	-56.1468	25	-85.2428	27



Şekil 7.58. Ortası delikli levhada $R = 30 \text{ mm.}$, $\theta = 75^\circ$ için farklı yükleme basamaklarında meydana gelen maximum normal gerilmelerin oluştuğu noktalar.

Tablo 7.14. Oryantasyon açısı, delik çapı ve farklı yükleme basamaklarına bağlı olarak max. normal gerilmelerin oluştuğu düğüm noktaları ve gerilme değerleri ($R = 30 \text{ mm.}$, $\theta = 90^\circ$)

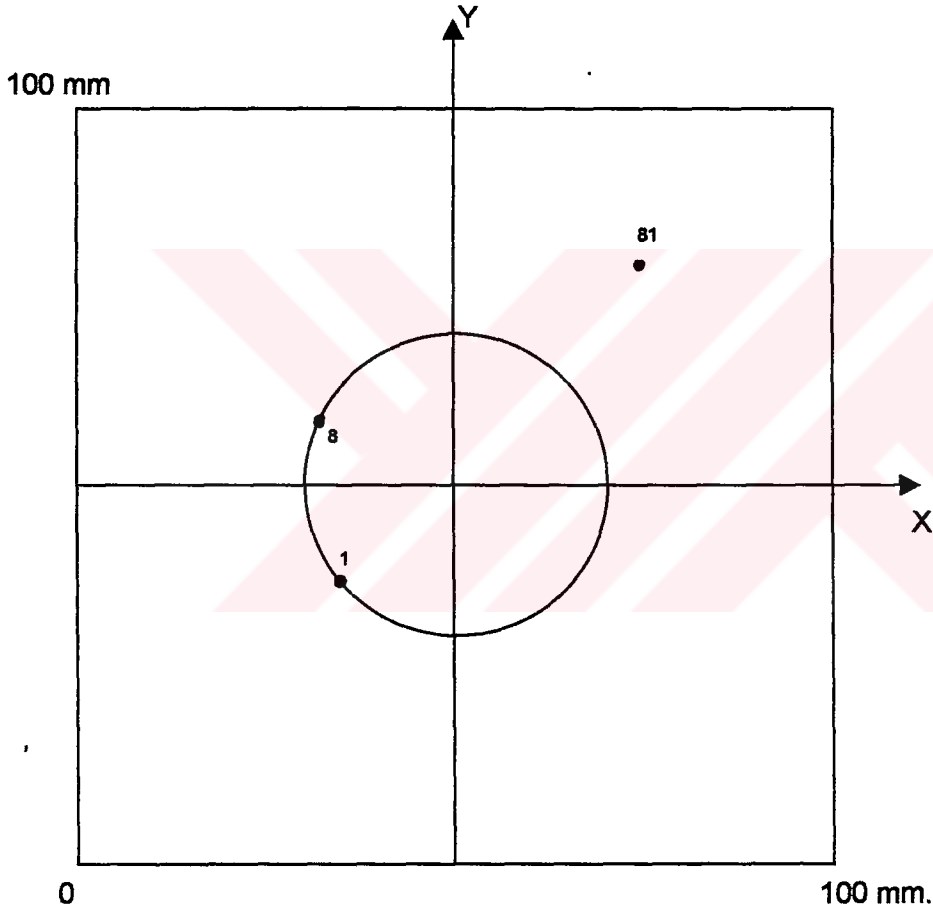
GERİLMELER	P = 7.5 (MPa)		P = 10 (MPa)		P = 12.5 (MPa)	
	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası
Elastik Gerilmeler	-11.0177	9	-14.6903	9	-18.3628	9
Plastik Gerilmeler	-11.4130	9	-34.0066	9	-124.1657	9
Artık Gerilmeler	4.0195	10	34.5056	12	-107.3687	12



Şekil 7.59. Ortası delikli levhada $R = 30 \text{ mm.}$, $\theta = 90^\circ$ için farklı yükleme basamaklarında meydana gelen maximum normal gerilmelerin oluştuğu noktalar.

Tablo 7.15. Oryantasyon açısı, delik çapı ve farklı yükleme basamaklarına bağlı olarak max. normal gerilmelerin olduğu düğüm noktaları ve gerilme değerleri ($R = 40 \text{ mm.}$, $\theta = 0^\circ$)

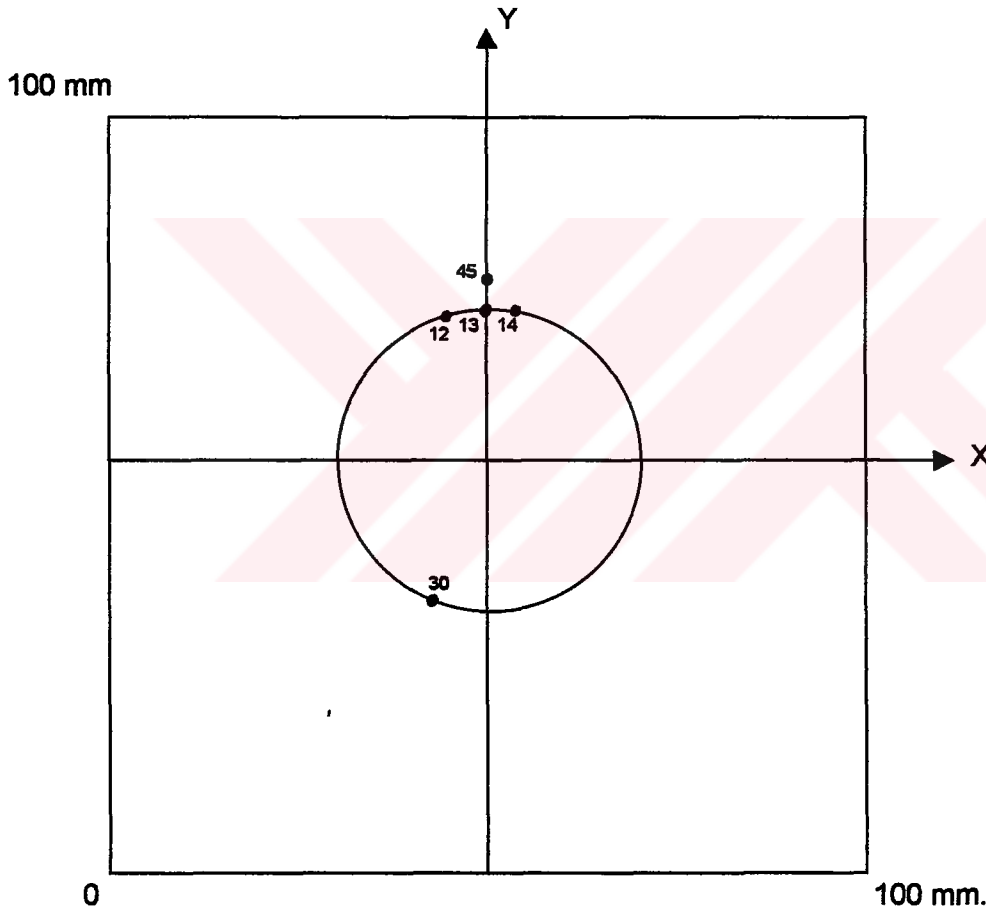
GERİLMELER	P = 15 (MPa)		P = 20 (MPa)		P = 25 (MPa)	
	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası
Elastik Gerilmeler	67.4961	1	89.9947	1	112.4934	1
Plastik Gerilmeler	73.3756	1	133.5409	1	186.94371	1
Artık Gerilmeler	-17.1924	8	-81.4679	81	-243.08781	81



Şekil 7.60. Ortası delikli levhada $R = 40 \text{ mm.}$, $\theta = 0^\circ$ için farklı yükleme basamaklarında meydana gelen maximum normal gerilmelerin olduğu noktalar.

Tablo 7.16. Oryantasyon açısı, delik çapı ve farklı yükleme basamaklarına bağlı olarak max. normal gerilmelerin oluştuğu düğüm noktaları ve gerilme değerleri ($R = 40 \text{ mm.}$, $\theta = 30^\circ$)

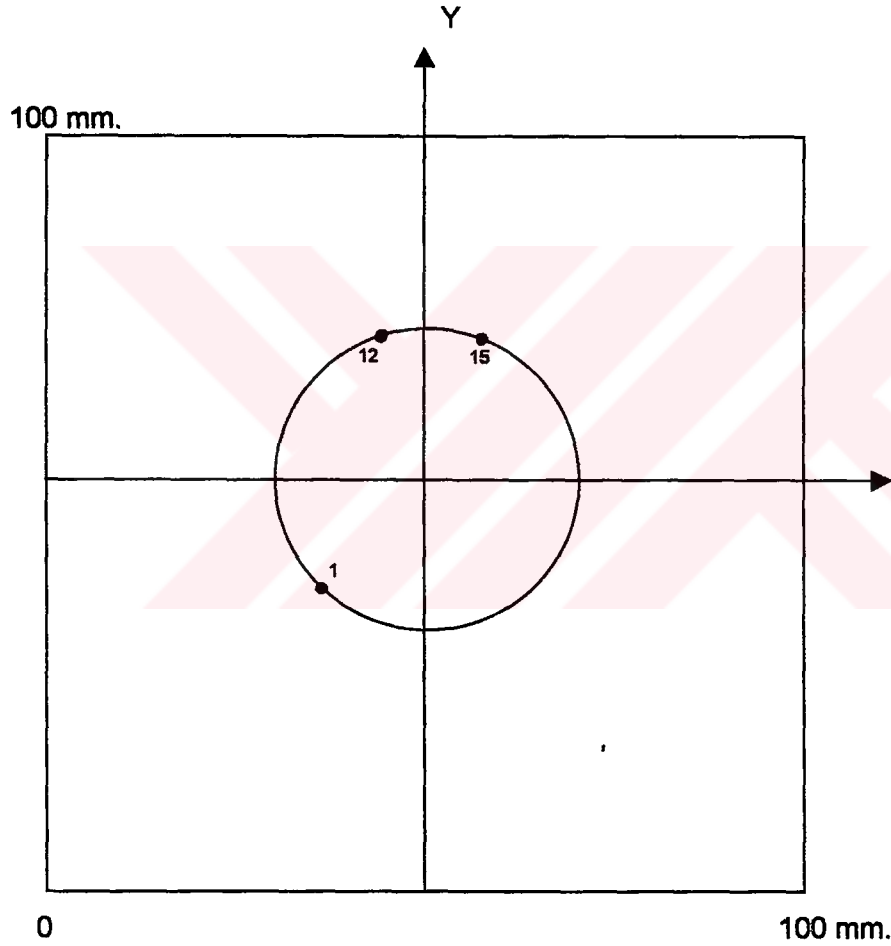
GERİLMELER	P = 15 (MPa)		P = 20 (MPa)		P = 25 (MPa)	
	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası
Elastik Gerilmeler	47.7801	14	63.7068	14	79.6335	14
Plastik Gerilmeler	55.2747	45	66.5227	30	82.6390	14
Artık Gerilmeler	-73.3337	13	-107.9837	13	-105.31261	12



Şekil 7.61. Ortası delikli levhada $R = 40 \text{ mm.}$, $\theta = 30^\circ$ için farklı yükleme basamaklarında meydana gelen maximum normal gerilmelerin oluştuğu noktalar.

Tablo 7.17. Oryantasyon açısı, delik çapı ve farklı yükleme basamaklarına bağlı olarak max. normal gerilmelerin oluştuğu düğüm noktaları ve gerilme değerleri ($R = 40 \text{ mm.}$, $\theta = 45^\circ$)

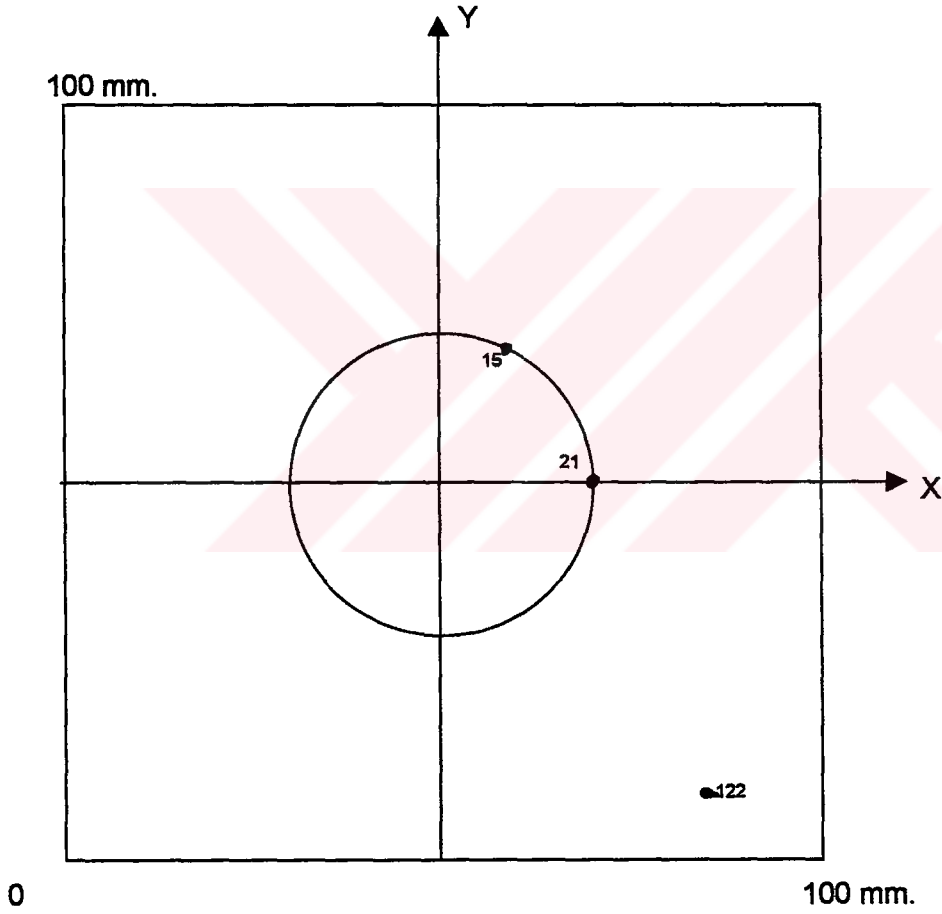
GERİLMELER	P = 15 (MPa)		P = 20 (MPa)		P = 25 (MPa)	
	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası
Elastik Gerilmeler	37.0927	15	49.4570	15	61.8212	15
Plastik Gerilmeler	27.8300	15	32.3122	15	36.8135	15
Artık Gerilmeler	-42.6432	12	-44.9727	12	-51.7727	1



Şekil 7.62. Ortası delikli levhada $R = 40 \text{ mm.}$, $\theta = 45^\circ$ için farklı yükleme basamaklarında meydana gelen maximum normal gerilmelerin oluştuğu noktalar.

Tablo 7.18. Oryantasyon açısı, delik çapı ve farklı yükleme basamaklarına bağlı olarak max. normal gerilmelerin oluştuğu düğüm noktaları ve gerilme değerleri ($R = 40 \text{ mm.}$, $\theta = 60^\circ$)

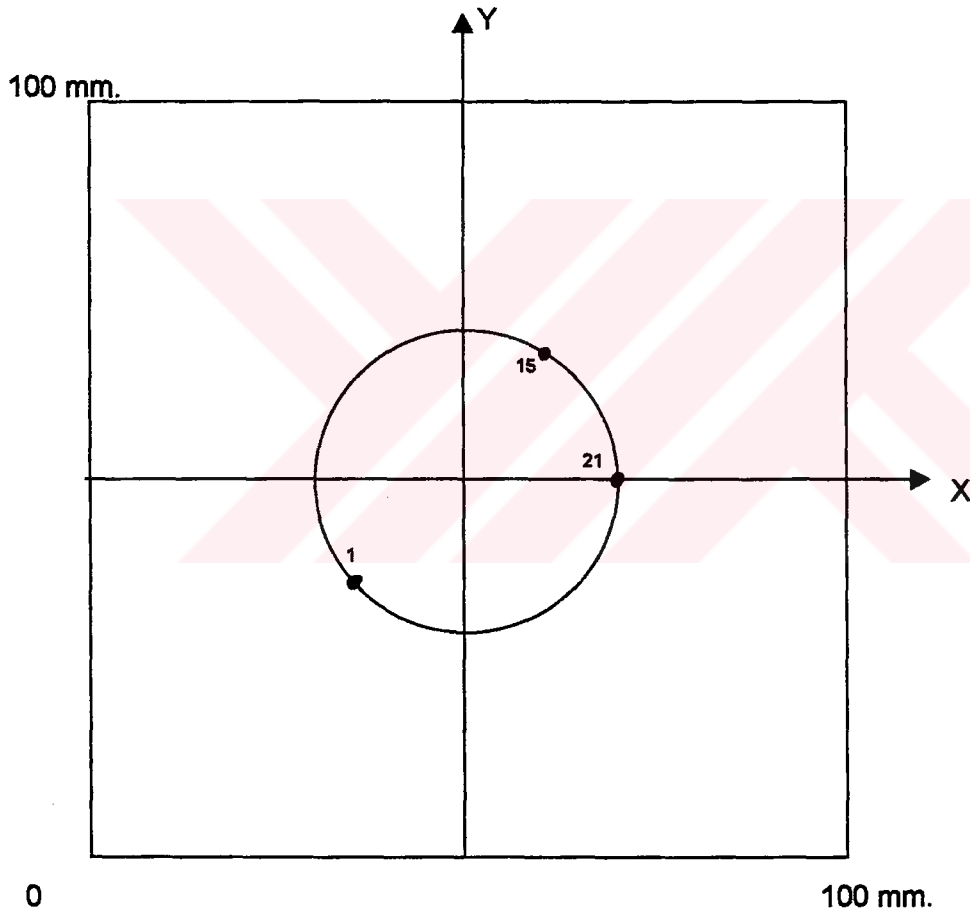
GERİLMELER	P = 15 (MPa)		P = 20 (MPa)		P = 25 (MPa)	
	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası
Elastik Gerilmeler	27.6431	15	36.8575	15	46.0719	15
Plastik Gerilmeler	-51.1941	21	-26.7048	21	-36.0214	21
Artık Gerilmeler	-44.7797	122	-20.0790	15	-28.9138	15



Şekil 7.63. Ortası delikli levhada $R = 40 \text{ mm.}$, $\theta = 60^\circ$ için farklı yükleme basamaklarında meydana gelen maximum normal gerilmelerin oluştuğu noktalar.

Tablo 7.19. Oryantasyon açısı, delik çapı ve farklı yükleme basamaklarına bağlı olarak max. normal gerilmelerin oluştuğu düğüm noktaları ve gerilme değerleri ($R = 40 \text{ mm.}$, $\theta = 75^\circ$)

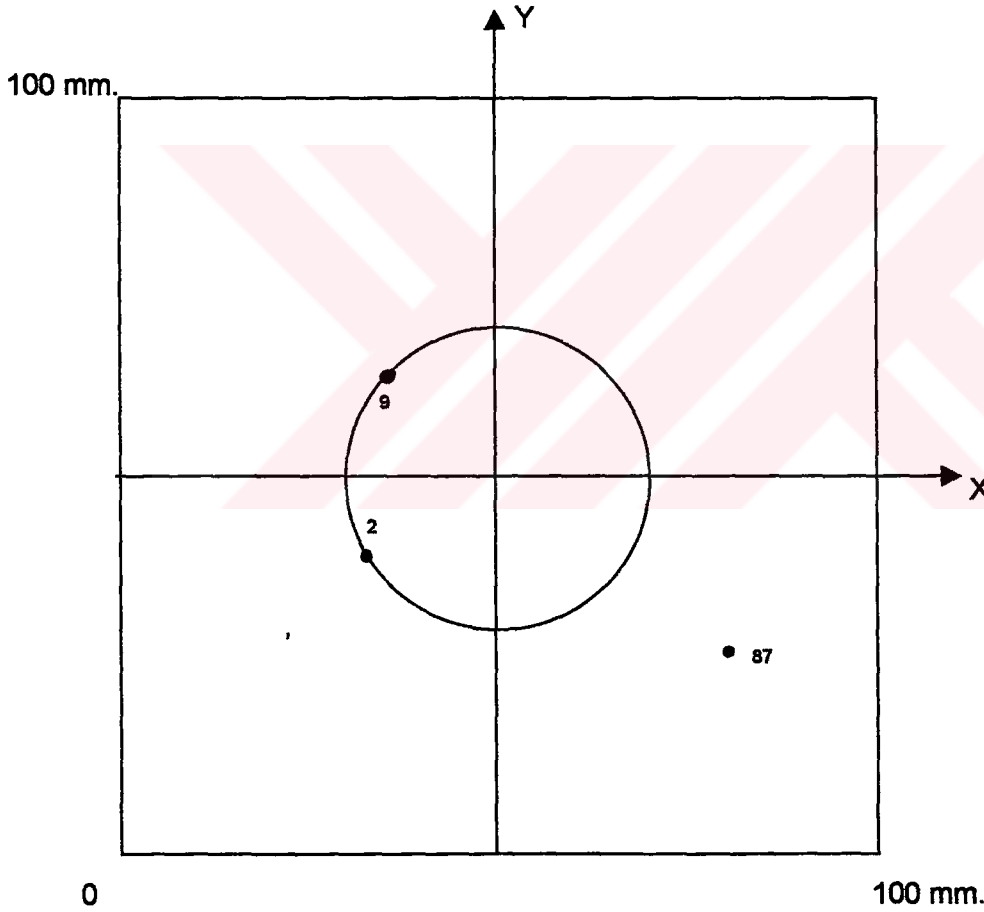
GERİLMELER	P = 15 (MPa)		P = 20 (MPa)		P = 25 (MPa)	
	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası
Elastik Gerilmeler	-22.8169	21	-30.4225	21	-38.0281	21
Plastik Gerilmeler	-26.5901	21	-81.0054	21	-47.7312	21
Artık Gerilmeler	-6.7323	1	-51.5691	20	-17.7182	15



Şekil 7.64. Ortası delikli levhada $R = 40 \text{ mm.}$, $\theta = 75^\circ$ için farklı yükleme basamaklarında meydana gelen maximum normal gerilmelerin oluştuğu noktalar.

Tablo 7.20. Oryantasyon açısı, delik çapı ve farklı yükleme basamaklarına bağlı olarak max. normal gerilmelerin oluştuğu düğüm noktaları ve gerilme değerleri ($R = 40 \text{ mm.}$, $\theta = 90^\circ$)

GERİLMELER	P = 7.5 (MPa)		P = 10 (MPa)		P = 12.5 (MPa)	
	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası	σ_x (MPa)	Düğüm Noktası
Elastik Gerilmeler	-17.1487	9	-22.1563	9	-27.6954	9
Plastik Gerilmeler	54.7694	2	-163.2567	9	210.0783	87
Artık Gerilmeler	52.4206	2	-141.1004	9	192.4376	87



Şekil 7.65. Ortası delikli levhada $R = 40 \text{ mm.}$, $\theta = 90^\circ$ için farklı yükleme basamaklarında meydana gelen maximum normal gerilmelerin oluştuğu noktalar.

7.3.4. Ortası Dairesel Delikli Levhalarda Meydana Gelen Gerilmelerin Levha Yüksekliğine Bağlı Olarak Değişimi

Farklı çeki yükleri altında ve değişen oryantasyon açılarına bağlı olarak ortası dairesel delikli levhalarda ortaya çıkan σ_x , σ_y , τ_{xy} gerilmelerinin levha yüksekliğine (y) göre değişimi incelenmiştir. Şekil 7.66'da gösterildiği gibi y eksenini boyunca (kuvvet doğrultusuna dik eksen) dairesel deliğin üst noktası (A noktası) referans alınarak, bu nokta ile levha üst kenarı arasındaki orta nokta (B noktası) ve levha üst noktasındaki (C noktası) elastik, plastik ve artık gerilmelerin (iç gerilmeler) σ_x , σ_y ve τ_{xy} gerilme bileşenlerinin değerleri, söz konusu bu noktalara rastgelen düğüm noktalarında hesaplanmıştır. Dairesel delik çapı sırası ile $R = 25, 30, 40$ mm olduğu levhalar ele alınmıştır. Herbir yükleme basamağında, oryantasyon açısının $\theta = 0^\circ$ 'den $\theta = 90^\circ$ 'ye kadar olan aralığında $\theta = 15^\circ$ 'lik artımlarla elde edilen yükleme basamaklarında, seçilen noktalardaki (A, B, C noktaları) gerilme değerleri hesaplanarak sonuçlar tablolar halinde verilmiştir. Tablolarda verilen gerilme değerlerinin yerleri (düğüm noktaları) aynı sahifede tabloların altındaki şekillerde gösterilmiştir. Bu kısımda tablolar ve aynı sahifedeki şekiller beraberce değerlendirmeye alınmıştır. İncelemede, $\theta = 0^\circ$ 've $\theta = 90^\circ$ oryantasyon açısı değerlerinde levhanın $\frac{1}{4}$ 'lük kısmı incelemeye alınmış, diğer açı değerlerinde levhanın tamamı ele alınmıştır.

Şekil 7.66 ve tablo 7.21 – 7.22 – 7.23'de dairesel delik çapı $R = 25$ mm olan modelde, $P = 25$ MPa çeki yükü altında $\theta = 0^\circ$ oryantasyon açısındaki gerilme bileşenlerinin y eksenini boyunca seçilen noktalardaki (A, B ve C noktaları) değişimi incelenmiştir. Aynı oryantasyon açısında $P = 30$ Mpa ve $P = 35$ MPa çeki yükleri altındaki gerilme değerleri sırasıyla şekil 7.67 ve tablo 7.24 – 7.25 – 7.26 ile şekil 7.68 ile tablo 7.27 – 7.28 – 7.29'da verilmiştir. Elastik bölgedeki gerilme değerinde σ_x gerilme bileşeni A noktasında en yüksek değeri vermiş artan çeki yüklemelerinde bu gerilme bileşeni de artış göstermiştir. Bu bölgede de σ_x gerilme bileşeni delik üzerindeki noktada (A noktası) en büyük gerilme değerini vermiş, bu değer uygulanan çeki

yükünün artımıyla büyüme göstermiştir. σ_y gerilme bileşeninin delik üzerindeki noktada, hem elastik ve hem de plastik deformasyon durumlarında sıfıra yakın küçük değerler aldığı görülmektedir. Kayma gerilmelerinin dairesel delik üzerinde en yüksek değerde, elastik ve plastik bölgeler için birbirine yakın negatif değerlerle ortaya çıktığı, delik noktasından uzaklaştıkça sıfıra doğru kaydığı görülmektedir. İç gerilme bileşenlerinin de dairesel delik üzerinde en yüksek değerde ortaya çıktığı delik üzerindeki noktadan levha üst noktalarına doğru gidildiğinde bu gerilme bileşeni değerlerinin azalma gösterdiği görülmektedir. $P = 25$ MPa yükleme durumunda iç gerilme bileşenleri bütün y değerlerinde sıfıra yakın çok küçük değerler ile ortaya çıkmışlardır. Yüklemenin artmasıyla ($P = 30, 35$ MPa) iç gerilme bileşenlerinin de artış gösterdiği görülmüştür.

Şekil 7.69 ve tablo 7.30 – 7.31 – 7.32’de aynı modelin $\theta = 15^\circ$ oryantasyon açısında $P = 30$ MPa yükleme basamağındaki gerilme bileşenleri verilmiştir. Tabloların incelenmesinden dairesel delik üzerindeki A noktasında elastik ve plastik gerilmelerin σ_x ve σ_y bileşenlerinin en yüksek değerde olduğu, delik üzerindeki noktadan levha üst noktasına doğru (C noktası) hareket edildikçe bu gerilme bileşenlerinin değerlerinin A noktasındaki değerlere göre oldukça küçük çıktığı görülmektedir. τ_{xy} kayma gerilmesi de A noktasında en yüksek değerde ortaya çıkmıştır. Bu gerilme bileşeninin B ve C noktalarındaki değerlerinin birbirlerine yakın olduğu gözlenmektedir. Şekil 7.70 – 7.71 ile tablo 7.33 – 7.38’de aynı modelin $\theta = 15^\circ$ oryantasyon açısında sırasıyla $P = 35, 40$ MPa yükleme basamaklarındaki σ_x , σ_y , τ_{xy} gerilme bileşenlerinin değerleri gösterilmiştir. Bu yükleme basamaklarındaki da bir önceki yükleme durumundakine ($P = 30$ MPa) benzer şekilde en büyük gerilme bileşeni değerlerinin A noktasında ortaya çıktığı görülmektedir. Delik civarından levha kenarına doğru uzaklaştıkça gerilme değerlerinde büyük düşüşler meydana gelmektedir (Kayma gerilmesi B ve C noktasında birbirine yakın değerlerle ortaya çıkmaktadır). Uygulanan çeki yükünün artmasıyla gerilme bileşenlerinin de değerlerinde artışlar görülmektedir. En büyük gerilmeler yükleme miktarının en büyük olduğu durumda meydana gelmektedir. Delik üzerindeki A noktasında en büyük gerilme bileşeninin (Elastik ve plastik bölgelerde) kuvvet doğrultusundaki σ_x gerilme bileşeni olduğu görülmektedir. Y eksenine doğrultusundaki σ_y gerilme bileşeni σ_x gerilme bileşenine göre oldukça küçük değerlerde kalmaktadır.

τ_{xy} kayma gerilmeleri delik üzerinde A noktasında en büyük değerine ulaşmaktadır. Levha üst noktasına doğru ilerledikçe bu gerilme değeri azalma göstermektedir. τ_{xy} gerilme bileşeninin levha orta noktası ile (B noktası) üst noktasında (C noktası) birbirine yakın gerilme değerleri verdiği görülmektedir.

İç gerilmelerin σ_x , σ_y , τ_{xy} gerilme bileşenleri de benzer davranış göstermede olup, A noktasında en büyük değerde ortaya çıkmakta, y eksenini boyunca gözle görülür değer kaybederek levha üst noktasında en küçük değerlere ulaştığı görülmektedir. Tablolardan σ_y iç gerilme bileşeninin $\theta = 15^\circ$ oryantasyon açısında diğer gerilme değerleri yanında çok küçük değerlerde kaldığı görülmektedir.

Delik üzerindeki A noktası referans alındığında; başlangıçta düşük yükleme basamağında ($P = 30$ MPa) elastik ve plastik bölgelerdeki σ_x gerilme bileşeni arasında büyük bir fark görülürken, yüklemenin artmasıyla bu gerilme değeri farkı azalarak $P = 40$ MPa yükleme durumunda 6 MPa'lık bir değer farkına ulaşmıştır. Artan yükleme ile plastik deformasyona zorlanan levhada akan noktalarda artışlar meydana gelmektedir.

Şekil 7.72 – 7.74 ile tablo 7.39 – 7.47 arasında aynı modelin ($R = 25$ mm) $\theta = 30^\circ$ oryantasyon açısındaki gerilme bileşenlerinin levha yüksekliğine bağlı değişim gösterilmiştir. Bu yükleme şartlarında da daha önceki yükleme şartlarına ($\theta = 0^\circ, 15^\circ$) benzer olarak en büyük gerilme değerlerinin delik üzerindeki A noktasında meydana geldiği görülmektedir. Elastik ve plastik bölgelerde σ_x gerilme bileşeni diğer gerilme bileşenlerine göre en büyük değerde gerilme bileşeni olarak ortaya çıkmıştır. Yükleme arttıkça bu gerilme bileşeninin değeri de büyümeye göstermiştir. Dairesel delik üzerinden (A noktası) levha üst kenarına doğru hareket edildikçe bu gerilmede, daha önce de görüldüğü gibi azalma göstererek C noktasında en düşük değere ulaşmaktadır.

σ_y gerilme bileşeni de benzer bir davranış göstererek bütün yükleme basamaklarında ($P = 20, 25, 30$ MPa) A noktasında en büyük değerde ortaya çıkarken C noktasına doğru değer kaybedip C noktasında en düşük değer noktasına ulaşmaktadır. Yükleme artmasıyla bu gerilme bileşeninde de büyümeler gözlenmektedir.

İç gerilmelerin (artık gerilmeler) σ_x bileşeni benzer şekilde bir davranış göstermektedir. Ancak yüklemenin artmasıyla $P = 30$ MPa durumunda levha üst noktasında A noktasına göre bir artış göstererek delik civarındaki 2 MPa'lık pozitif gerilmelere karşıt olarak C noktasında -13 MPa'lık negatif bir gerilme (bası gerilmesi)

ortaya koymuştur. σ_y gerilme bileşeni de artan yükleme basamaklarına bağlı olarak büyüme göstermektedir. Bu gerilme bileşeni de en büyük yüklemelerde en büyük değerleri aldığı görülmektedir. τ_{xy} iç gerilme bileşenin de A noktasında en yüksek değerde olduğu C noktasında ise en düşük değere indiği tablolardan görülmektedir. İç gerilme bileşenlerinin diğer gerilme bileşenleri yanında oldukça küçük değerlerde kaldığı gözlenmektedir.

Aynı modelin diğer oryantasyon açılarındaki ($\theta = 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ$) gerilme değerleri incelendiğinde, benzer davranışları farklı gerilmelerde gösterdiği görülmektedir. Dairesel delik üzerindeki A noktası ele alındığında, bu nokta üzerinde ortaya çıkan elastik gerilmelerin oryantasyon açısının değişimi ile değiştiği gözlenmektedir. Elastik gerilmenin σ_x bileşeni aynı yükleme basamaklarında $\theta = 15^\circ$ de en büyük değere ulaşmakta, daha sonra θ açısının 90° ye kadar 15° 'lik artımlarında azalma göstererek $\theta = 90^\circ$ de en az değere ulaştığı görülmektedir. Oryantasyon açısının $0^\circ - 90^\circ$ arasındaki değişiminde açının büyümesi ile iç gerilme değerleri de artış göstermektedir.

Diğer modellerden elde edilen sonuçlar $R = 30$ mm için şekil 7.87 – 7.107 ile tablo 7.84 – 146'da, $R = 40$ mm için şekil 7.108 – 7.125 ile tablo 7.147 – 7.200'de gösterilmiştir. Bu modellerde de gerilme ve iç gerilme bileşenlerinin levha yüksekliğine bağlı olarak değişimleri verilmiştir. Elde edilen değerlerin $R = 25$ mm delik çapındaki modeldekine benzer davranış gösterdikleri incelenebilir. Dairesel delik çapı büyüdükçe levha üzerindeki aynı noktalar ele alındığında gerilme ve iç gerilme bileşenlerinin değerlerinde artışlar meydana geldiği görülmüştür. Ayrıca aynı yükleme basamaklarında delik çapı büyüdükçe oryantasyon açısının artımına paralel olarak daireysel delik üzerindeki A noktası ve levha üst kenarındaki C noktasındaki iç gerilmelerde gözle görülür artışlar meydana gelmiştir.

Dairesel delik çapının büyük olduğu durumda levha daha küçük kuvvetlerde akmaya başlamaktadır. Ayrıca artan yüklemelere ve oryantasyon açısının büyümesine paralel olarak iç gerilmelerde de artışlar meydana gelmiştir.

Tablo 7.21. R= 25 mm. P= 25 MPa, $\theta = 0^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No:13) gerilmeler

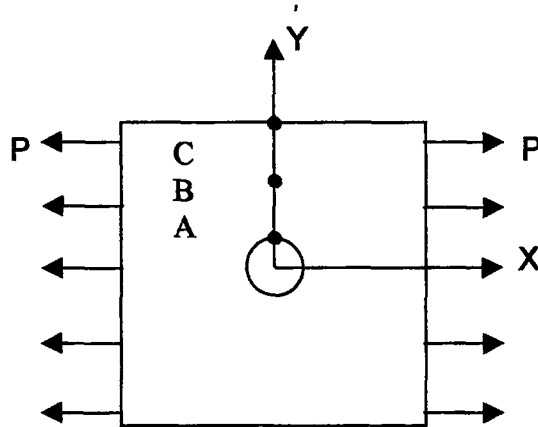
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	37.8609	-0.2032	-5.3532
Plastik Gerilmeler	37.9640	-0.0096	-5.3969
Artık Gerilmeler	0.1031	0.1935	-0.0437

Tablo 7.22. R= 25 mm. P= 25 MPa, $\theta = 0^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 45) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	19.5055	2.3088	-1.1270
Plastik Gerilmeler	19.3588	2.2276	-1.1678
Artık Gerilmeler	-0.1468	-0.0812	-0.0408

Tablo 7.23. R= 25 mm. P= 25 MPa, $\theta = 0^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 77) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	23.5693	0.2633	0.0393
Plastik Gerilmeler	23.4697	0.2677	0.0419
Artık Gerilmeler	-0.0997	0.0044	0.0026



Şekil 7.66. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 45, C-noktası düğüm No: 77)

Tablo 7.24. R= 25 mm. P= 30 MPa, $\theta=0^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

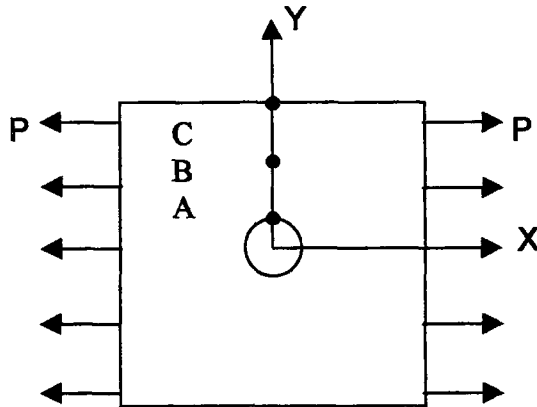
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	45.4331	-0.2438	-6.4238
Plastik Gerilmeler	47.6121	5.5651	-7.1470
Artık Gerilmeler	2.1791	5.8089	-0.7231

Tablo 7.25. R= 25 mm. P= 30 MPa, $\theta=0^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 45) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	23.4066	2.7706	-1.3524
Plastik Gerilmeler	20.5270	1.0174	-2.0705
Artık Gerilmeler	-2.8796	-1.7531	-0.7181

Tablo 7.26. R= 25 mm. P= 30 MPa, $\theta=0^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 77) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	28.2832	0.3159	0.0472
Plastik Gerilmeler	26.0023	0.4226	0.1169
Artık Gerilmeler	-2.2809	0.1066	0.0697



Şekil 7.67. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 45, C-noktası düğüm No: 77)

Tablo 7.27. R= 25 mm. P= 35 MPa, $\theta= 0^0$ için A noktasındaki (Düğüm No:13) gerilmeler

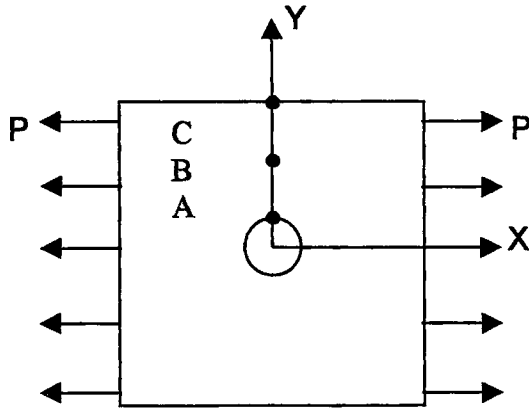
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	53.0053	-0.2845	-7.4945
Plastik Gerilmeler	56.5462	9.0389	-8.7060
Artık Gerilmeler	3.5409	9.3233	-1.2115

Tablo 7.28. R= 25 mm. P= 35 MPa, $\theta= 0^0$ için B noktasındaki (Düğüm No: 45) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	27.3077	3.2323	-1.5778
Plastik Gerilmeler	22.6710	-0.0983	-2.7772
Artık Gerilmeler	-4.6367	-3.3306	-1.1994

Tablo 7.29. R= 25 mm. P= 35 MPa, $\theta= 0^0$ için C noktasındaki (Düğüm No: 77) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	32.9971	0.3686	0.0550
Plastik Gerilmeler	29.1910	0.5426	0.1727
Artık Gerilmeler	-3.8061	0.1740	0.1177



Şekil 7.68. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No:13, B-noktası düğüm No: 45 , C-noktası düğüm No: 77)

Tablo 7.30. $R= 25 \text{ mm}$. $P= 30 \text{ MPa}$, $\theta=15^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

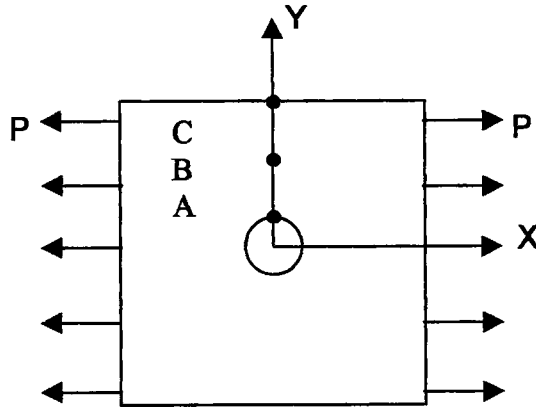
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	82.4247	13.4037	17.1393
Plastik Gerilmeler	51.4982	6.6920	21.1948
Artık Gerilmeler	-30.9265	-6.7118	4.0554

Tablo 7.31. $R= 25 \text{ mm}$. $P= 30 \text{ MPa}$, $\theta= 15^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 141) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	32.4760	5.2289	6.8166
Plastik Gerilmeler	33.3580	5.1977	6.0461
Artık Gerilmeler	0.8829	-0.0311	-0.7704

Tablo 7.32. $R= 25 \text{ mm}$. $P= 30 \text{ MPa}$, $\theta= 15^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 269) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	23.6994	1.6671	6.8571
Plastik Gerilmeler	23.2422	1.5227	6.6889
Artık Gerilmeler	-0.4573	-0.1444	-0.1682



Şekil 7.69. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 141, C-noktası düğüm No:269)

Tablo 7.33. $R= 25 \text{ mm}$. $P= 35 \text{ MPa}$, $\theta=15^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

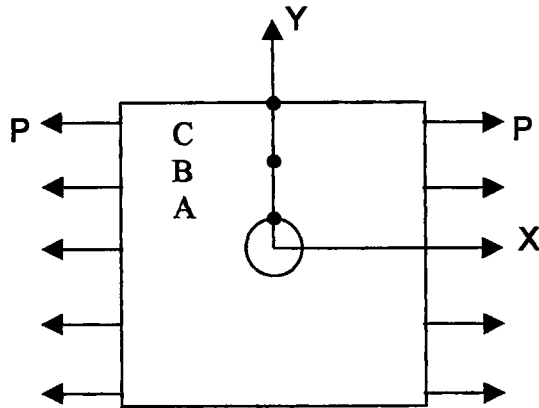
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	96.1621	15.6377	19.9959
Plastik Gerilmeler	60.6218	18.3103	40.7721
Artık Gerilmeler	-35.5404	2.6726	20.7763

Tablo 7.34. $R= 25 \text{ mm}$. $P= 35 \text{ MPa}$, $\theta= 15^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 141) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	37.8887	6.1003	7.9526
Plastik Gerilmeler	41.6390	6.3591	4.7128
Artık Gerilmeler	3.7503	0.2587	-3.2398

Tablo 7.35. $R= 25 \text{ mm}$. $P= 35 \text{ MPa}$, $\theta= 0^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 269) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	27.6493	1.9450	7.9999
Plastik Gerilmeler	25.1159	1.2928	7.1864
Artık Gerilmeler	-2.5335	-0.6522	-0.8135



Şekil 7.70. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 141, C-noktası düğüm No: 269)

Tablo 7.36. R= 25 mm. P= 40 MPa, $\theta=15^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

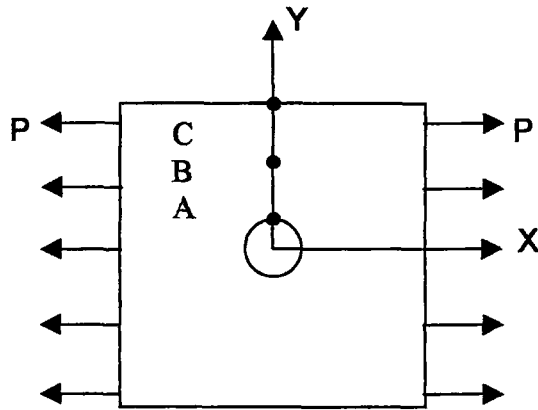
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	109.8996	17.8716	22.8524
Plastik Gerilmeler	103.1897	17.8197	23.8452
Artık Gerilmeler	-6.7099	-0.0519	0.9928

Tablo 7.37. R= 25 mm. P= 40 MPa, $\theta= 15^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 141) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	43.3014	6.9718	9.0887
Plastik Gerilmeler	43.7076	6.9984	8.7620
Artık Gerilmeler	0.4063	0.0266	-0.3267

Tablo 7.38. R= 25 mm. P= 40 MPa, $\theta= 15^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 269) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	31.5993	2.2228	9.1427
Plastik Gerilmeler	31.3123	2.1538	9.0528
Artık Gerilmeler	-0.2870	-0.0690	-0.0901



Şekil 7.71. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No:13, B-noktası düğüm No: 141, C-noktası düğüm No: 269)

Tablo 7.39. $R= 25 \text{ mm}$. $P= 20 \text{ MPa}$, $\theta=30^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

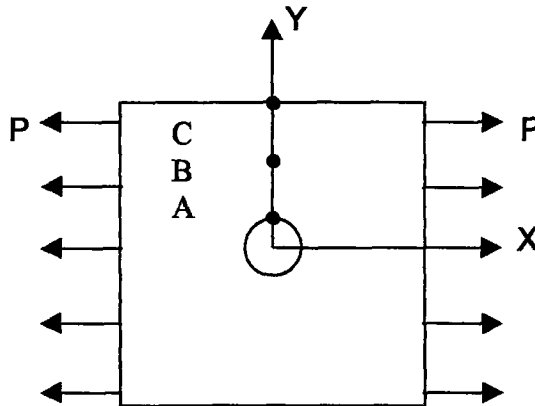
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	45.6816	17.8117	21.2341
Plastik Gerilmeler	44.0409	17.7035	21.5249
Artık Gerilmeler	-1.6408	-0.1082	0.2908

Tablo 7.40. $R= 25 \text{ mm}$. $P= 20 \text{ MPa}$, $\theta= 30^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 141) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	18.1888	7.0082	8.4346
Plastik Gerilmeler	18.3500	6.9715	8.3769
Artık Gerilmeler	0.1612	-0.0366	-0.0577

Tablo 7.41. $R= 25 \text{ mm}$. $P= 20 \text{ MPa}$, $\theta= 30^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 269) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	12.5494	4.3704	7.6328
Plastik Gerilmeler	12.4999	4.3372	7.6028
Artık Gerilmeler	-0.0495	-0.0333	-0.0300



Şekil 7.72. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No:13, B-noktası düğüm No: 141, C-noktası düğüm No: 269)

Tablo 7.42. R= 25 mm. P= 25 MPa, $\theta=30^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

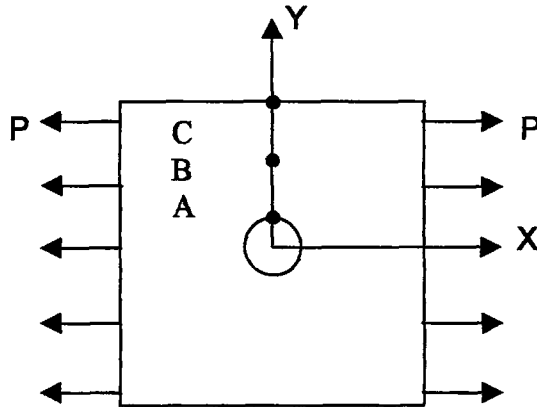
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	57.1020	22.2646	26.5427
Plastik Gerilmeler	56.5624	37.9626	37.5591
Artık Gerilmeler	-0.5396	15.6980	11.0164

Tablo 7.43. R= 25 mm. P= 25 MPa, $\theta= 30^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 141) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	22.7360	8.7602	10.5433
Plastik Gerilmeler	25.7138	8.2988	9.6636
Artık Gerilmeler	2.9778	-0.4614	-0.8796

Tablo 7.44. R= 25 mm. P= 20 MPa, $\theta= 30^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 269) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	15.6867	5.4631	9.5410
Plastik Gerilmeler	14.8148	4.8904	9.0285
Artık Gerilmeler	-0.8719	-0.5727	-0.5124



Şekil 7.73. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 141, C-noktası düğüm No:269)

Tablo 7.45. R= 25 mm. P= 30 MPa, $\theta=30^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

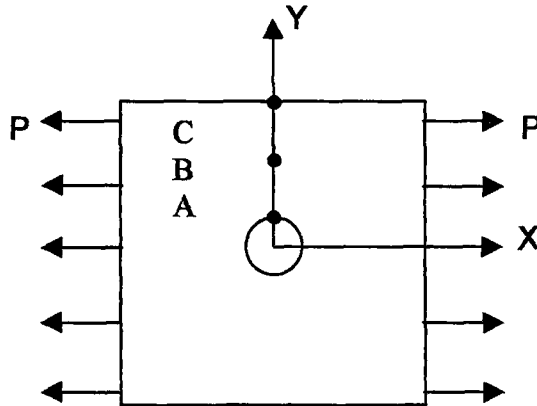
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	68.5225	26.7176	31.8512
Plastik Gerilmeler	71.1263	84.2067	59.3262
Artık Gerilmeler	2.6038	57.4891	27.4750

Tablo 7.46. R= 25 mm. P= 30 MPa, $\theta= 30^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 141) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	27.2832	10.5123	12.6519
Plastik Gerilmeler	29.2957	11.4242	0.7594
Artık Gerilmeler	2.0125	0.9119	-11.8925

Tablo 7.47. R= 25 mm. P= 30 MPa, $\theta= 30^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 269) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	18.8241	6.5557	11.4492
Plastik Gerilmeler	5.7781	0.6926	4.3445
Artık Gerilmeler	-13.0460	-5.8631	-7.1046



Şekil 7.74. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 141, C-noktası düğüm No:269)

Tablo 7.48. R= 25 mm. P= 20 MPa, $\theta=45^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

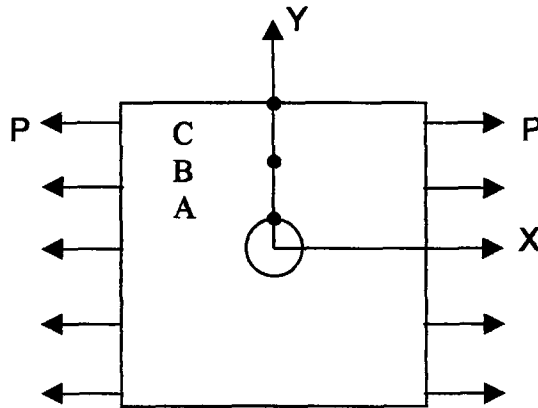
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	33.0265	30.0369	25.0803
Plastik Gerilmeler	24.2861	40.7379	22.6744
Artık Gerilmeler	-8.7404	10.7010	-2.4059

Tablo 7.49. R= 25 mm. P= 20 MPa, $\theta= 45^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 141) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	13.2510	12.0682	10.0629
Plastik Gerilmeler	20.9703	12.6979	10.1070
Artık Gerilmeler	7.7193	0.6297	0.0441

Tablo 7.50. R= 25 mm. P= 20 MPa, $\theta= 45^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 269) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	8.1717	8.7520	8.6565
Plastik Gerilmeler	6.1517	6.7224	7.1211
Artık Gerilmeler	-2.0199	-2.0296	-1.5353



Şekil 7.75. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 141, C-noktası düğüm No:269)

Tablo 7.51. R= 25 mm. P= 25 MPa, $\theta=45^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

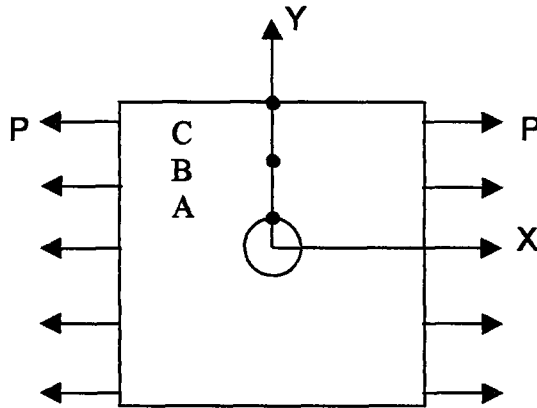
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	41.2831	37.5461	31.3504
Plastik Gerilmeler	25.8979	21.8823	28.7765
Artık Gerilmeler	-15.3853	-15.6639	-2.5739

Tablo 7.52. R= 25 mm. P= 25 MPa, $\theta= 45^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 141) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	16.5638	15.0852	12.5786
Plastik Gerilmeler	24.4986	18.0265	10.5081
Artık Gerilmeler	7.9348	2.9413	-2.0706

Tablo 7.53. R= 25 mm. P= 25 MPa, $\theta= 45^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 269) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	10.2146	10.9401	10.8206
Plastik Gerilmeler	3.9161	7.5500	6.8386
Artık Gerilmeler	-6.2985	-3.3901	-3.9820



Şekil 7.76. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 141, C-noktası düğüm No:269)

Tablo 7.54. $R= 25 \text{ mm}$. $P= 30 \text{ MPa}$, $\theta=45^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

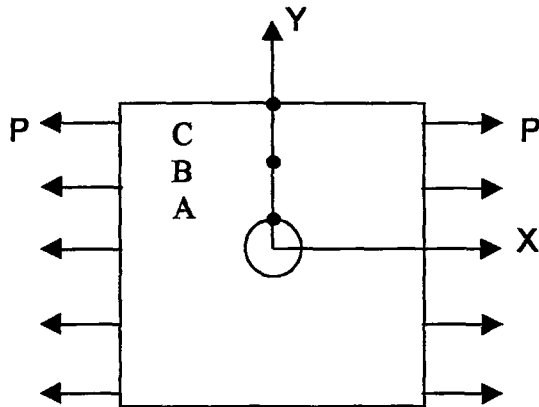
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	49.5398	45.0553	37.6205
Plastik Gerilmeler	25.7831	32.9499	25.3782
Artık Gerilmeler	-23.7567	-12.1055	-12.2423

Tablo 7.55. $R= 25 \text{ mm}$. $P= 30 \text{ MPa}$, $\theta= 45^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 141) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	19.8765	18.1023	15.0943
Plastik Gerilmeler	24.5035	19.7438	14.0551
Artık Gerilmeler	4.6269	1.6415	-1.0393

Tablo 7.56. $R= 25 \text{ mm}$. $P= 30 \text{ MPa}$, $\theta= 45^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 269) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	12.2575	13.1281	12.9847
Plastik Gerilmeler	8.1387	13.0727	11.9550
Artık Gerilmeler	-4.1188	-0.0554	-1.0297



Şekil 7.77. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 141, C-noktası düğüm No:269)

Tablo 7.57. $R=25$ mm. $P=20$ MPa, $\theta=60^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

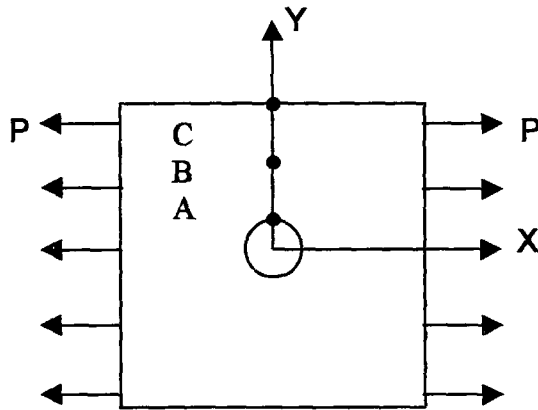
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	20.3367	42.3902	22.3971
Plastik Gerilmeler	10.4137	27.4465	17.3721
Artık Gerilmeler	-9.1230	-14.9437	-5.0250

Tablo 7.58. $R=25$ mm. $P=20$ MPa, $\theta=60^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 141) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	8.1677	17.2970	8.9505
Plastik Gerilmeler	16.9339	18.1105	8.6323
Artık Gerilmeler	8.7662	0.8135	-0.3182

Tablo 7.59. $R=25$ mm. $P=20$ MPa, $\theta=60^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 269) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	3.8522	13.0938	7.3396
Plastik Gerilmeler	0.0228	7.4263	3.5022
Artık Gerilmeler	-3.8294	-5.6674	-3.8374



Şekil 7.78. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 141, C-noktası düğüm No:269)

Tablo 7.60. R= 25 mm. P= 25 MPa, $\theta=60^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

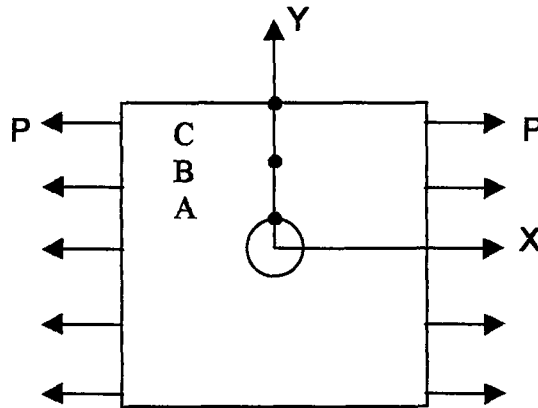
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	25.4209	52.9878	27.9964
Plastik Gerilmeler	11.1848	24.0675	12.5515
Artık Gerilmeler	-14.2361	-28.9203	-15.4449

Tablo 7.61. R= 25 mm. P= 25 MPa, $\theta= 60^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 141) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	10.2096	21.6213	11.1882
Plastik Gerilmeler	11.3300	21.3193	11.4151
Artık Gerilmeler	1.1204	-0.3020	0.2269

Tablo 7.62. R= 25 mm. P= 25 MPa, $\theta= 60^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 269) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	4.8153	16.3672	9.1745
Plastik Gerilmeler	4.5354	16.1963	9.0328
Artık Gerilmeler	-0.2799	-0.1709	-0.1417



Şekil 7.79. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 141, C-noktası düğüm No:269)

Tablo 7.63. $R= 25 \text{ mm}$. $P= 30 \text{ MPa}$, $\theta=60^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

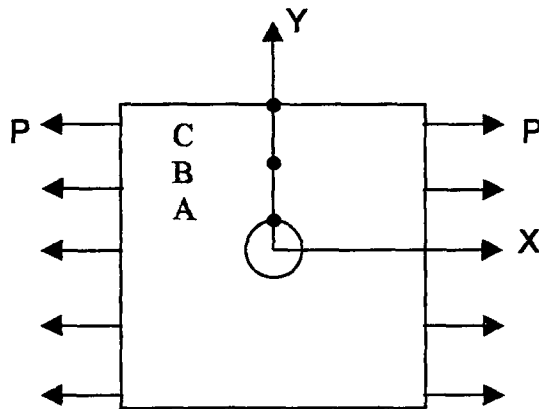
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	30.5051	63.5853	33.5956
Plastik Gerilmeler	13.6127	32.4361	16.5085
Artık Gerilmeler	-16.8924	-31.1492	-17.0872

Tablo 7.64. $R= 25 \text{ mm}$. $P= 30 \text{ MPa}$, $\theta= 60^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 141) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	12.2515	25.9455	13.4258
Plastik Gerilmeler	13.5872	22.6495	12.3283
Artık Gerilmeler	1.3357	-3.2960	-1.0975

Tablo 7.65. $R= 25 \text{ mm}$. $P= 30 \text{ MPa}$, $\theta= 60^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 269) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	5.7783	19.6407	11.0094
Plastik Gerilmeler	7.0819	25.7010	13.7326
Artık Gerilmeler	1.3035	6.0604	2.7231



Şekil 7.80. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 141, C-noktası düğüm No:269)

Tablo 7.66. R= 25 mm. P= 20 MPa, $\theta=75^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

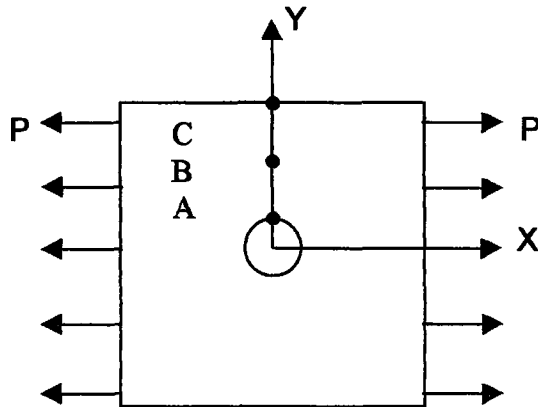
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	10.6555	51.8883	13.9866
Plastik Gerilmeler	5.8602	28.5092	7.4198
Artık Gerilmeler	-4.7953	-23.3791	-6.5668

Tablo 7.67. R= 25 mm. P= 20 MPa, $\theta=75^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 141) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	4.3292	21.2386	5.3952
Plastik Gerilmeler	7.8657	22.9128	6.6944
Artık Gerilmeler	3.5365	1.6742	1.2992

Tablo 7.68. R= 25 mm. P= 20 MPa, $\theta=75^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 269) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	0.7703	16.2220	4.0165
Plastik Gerilmeler	-0.7973	13.2719	2.2417
Artık Gerilmeler	-1.5676	-2.9501	-1.7748



Şekil 7.81. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 141, C-noktası düğüm No:269)

Tablo 7.69. R= 25 mm. P= 25 MPa, $\theta=75^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

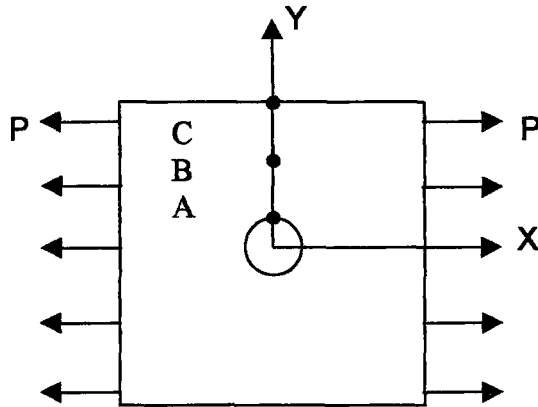
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	13.3193	64.8604	17.4832
Plastik Gerilmeler	6.3184	31.3863	8.4397
Artık Gerilmeler	-7.0010	-33.4740	-9.0435

Tablo 7.70. R= 25 mm. P= 25 MPa, $\theta=75^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 141) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	5.4145	26.5483	6.7440
Plastik Gerilmeler	6.7386	25.0499	6.5376
Artık Gerilmeler	1.3271	-1.4984	-0.2064

Tablo 7.71. R= 25 mm. P= 25 MPa, $\theta=75^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 269) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	0.9629	20.2775	5.0206
Plastik Gerilmeler	0.5915	25.3664	5.4678
Artık Gerilmeler	-0.3714	5.0889	0.4472



Şekil 7.82. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 141, C-noktası düğüm No:269)

Tablo 7.72. $R= 25 \text{ mm}$. $P= 30 \text{ MPa}$, $\theta=75^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

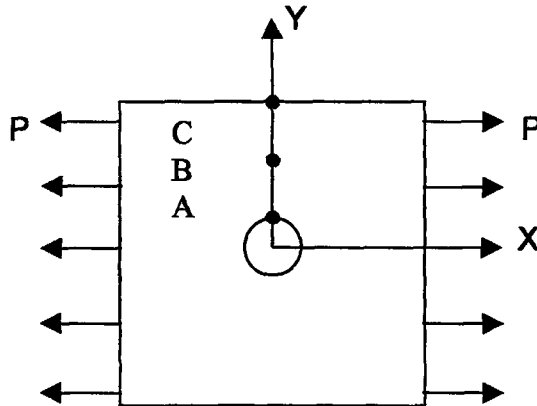
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	15.9832	77.8325	20.9798
Plastik Gerilmeler	7.8458	40.0167	10.5487
Artık Gerilmeler	-8.1374	-37.8158	-10.4311

Tablo 7.73. $R= 25 \text{ mm}$. $P= 30 \text{ MPa}$, $\theta= 75^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 141) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	6.4938	31.8579	8.0928
Plastik Gerilmeler	7.7473	28.1271	7.2177
Artık Gerilmeler	1.2535	-3.7308	-0.8751

Tablo 7.74. $R= 25 \text{ mm}$. $P= 30 \text{ MPa}$, $\theta= 75^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 269) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	1.1555	24.3330	6.0247
Plastik Gerilmeler	0.1565	27.3605	5.6964
Artık Gerilmeler	-0.9990	3.0275	-0.3284



Şekil 7.83. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 141, C-noktası düğüm No:269)

Tablo 7.75. $R=25\text{ mm}$. $P=12.5\text{ MPa}$, $\theta=90^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

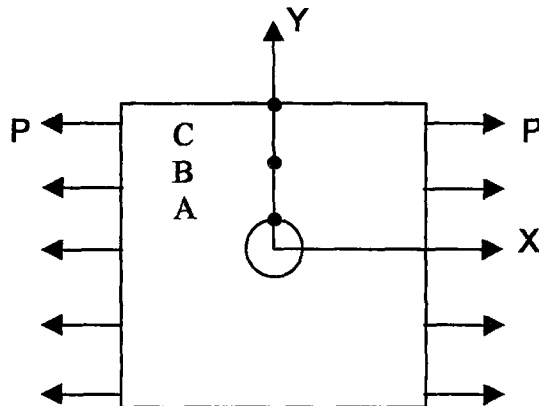
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	-0.2181	18.4654	2.8091
Plastik Gerilmeler	37.9390	21.6682	23.3962
Artık Gerilmeler	38.1572	3.2027	20.5871

Tablo 7.76. $R=25\text{ mm}$. $P=12.5\text{ MPa}$, $\theta=90^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 45) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	1.2207	9.9549	0.5112
Plastik Gerilmeler	20.1198	-14.1593	3.7637
Artık Gerilmeler	18.8991	-24.1142	3.2525

Tablo 7.77. $R=25\text{ mm}$. $P=12.5\text{ MPa}$, $\theta=90^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 77) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	0.1317	12.2276	-0.0208
Plastik Gerilmeler	0.2792	11.8109	-0.2617
Artık Gerilmeler	0.1475	-0.4167	-0.2409



Şekil 7.84. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 45, C-noktası düğüm No: 77)

Tablo 7.78. R= 25 mm. P= 15 MPa, $\theta=90^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

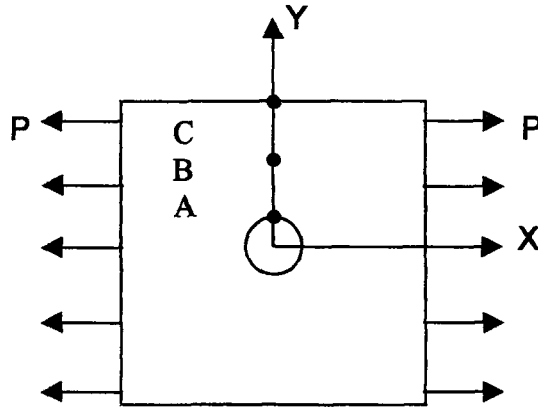
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	-0.2617	22.1585	3.3709
Plastik Gerilmeler	91.1785	17.3700	33.2183
Artık Gerilmeler	91.4402	-4.7885	29.8474

Tablo 7.79. R= 25 mm. P= 15 MPa, $\theta= 90^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 45) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	1.4648	11.9459	0.6135
Plastik Gerilmeler	19.4492	-13.1323	4.4255
Artık Gerilmeler	17.9844	-25.0782	3.8120

Tablo 7.80. R= 25 mm. P= 15 MPa, $\theta= 90^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 77) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	0.1581	14.6731	-0.0249
Plastik Gerilmeler	0.7350	14.8657	0.1419
Artık Gerilmeler	0.5770	0.1926	0.1668



Şekil 7.85. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 45, C-noktası düğüm No: 77)

Tablo 7.81. R= 25 mm. P= 17.5 MPa, $\theta=90^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

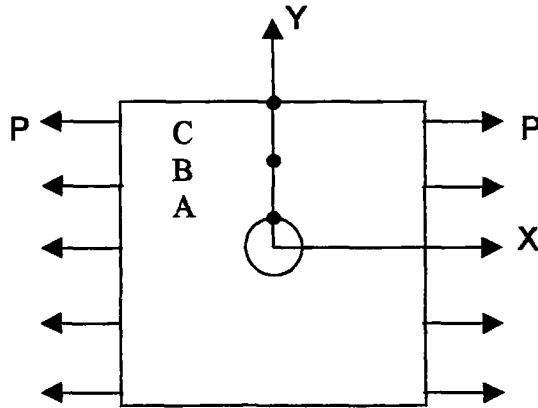
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	-0.3054	25.8516	3.9327
Plastik Gerilmeler	64.7766	17.8809	40.4884
Artık Gerilmeler	65.0820	-7.9707	36.5556

Tablo 7.82. R= 25 mm. P= 17.5 MPa, $\theta=90^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 45) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	1.7090	13.9369	0.7157
Plastik Gerilmeler	48.9562	-23.4625	6.7510
Artık Gerilmeler	47.2472	-37.3994	6.0353

Tablo 7.83. R= 25 mm. P= 17.5 MPa, $\theta=90^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 77) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	0.1844	17.1186	-0.0291
Plastik Gerilmeler	2.2827	5.6279	0.7222
Artık Gerilmeler	2.0982	-11.4908	0.7513



Şekil 7.86. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 45, C-noktası düğüm No:77)

Tablo 7.84. R= 30 mm. P= 20 MPa, $\theta=0^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

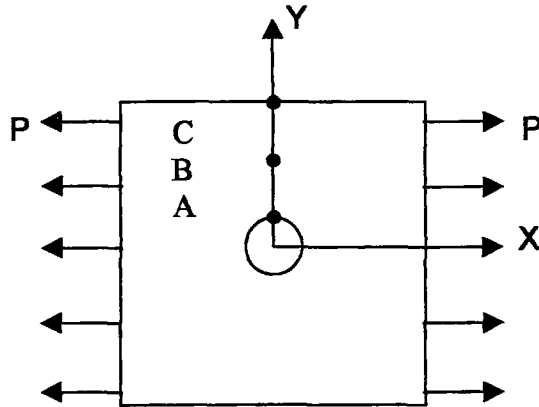
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	32.8146	0.5900	-5.8196
Plastik Gerilmeler	32.9802	0.7948	-5.8976
Artık Gerilmeler	0.1656	0.2048	-0.0779

Tablo 7.85. R= 30 mm. P= 20 MPa, $\theta=0^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 45) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	14.3219	2.5328	-1.2575
Plastik Gerilmeler	14.0672	2.4055	-1.3394
Artık Gerilmeler	-0.2546	-0.1273	-0.0819

Tablo 7.86. R= 30 mm. P= 20 MPa, $\theta=0^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 77) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	18.1611	0.3182	0.0218
Plastik Gerilmeler	17.9981	0.3268	0.0235
Artık Gerilmeler	-0.1630	0.0086	0.0018



Şekil 7.87. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 45, C-noktası düğüm No: 77)

Tablo 7.87. R= 30 mm. P= 25 MPa, $\theta=0^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

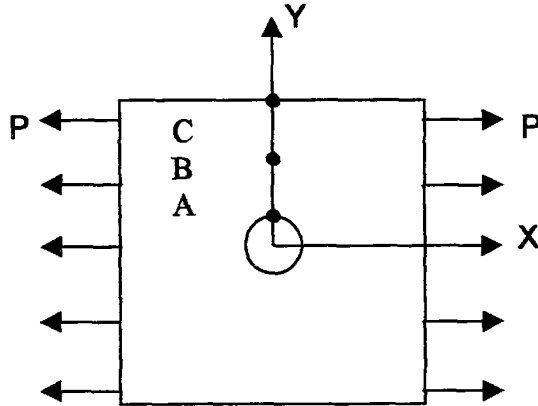
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	41.4242	2.2157	-9.0441
Plastik Gerilmeler	44.4173	6.4035	-10.8064
Artık Gerilmeler	2.9932	4.1879	-1.7623

Tablo 7.88. R= 30 mm. P= 25 MPa, $\theta=0^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 45) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	14.3367	1.1485	-1.7026
Plastik Gerilmeler	9.6607	-2.1953	-2.7918
Artık Gerilmeler	-4.6961	-3.3438	-1.0893

Tablo 7.89. R= 30 mm. P= 25 MPa, $\theta=0^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 77) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	26.9789	-0.8667	-1.4561
Plastik Gerilmeler	26.9995	-1.9051	-0.9742
Artık Gerilmeler	0.0206	-1.0984	0.4819



Şekil 7.88. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 45, C-noktası düğüm No:77)

Tablo 7.90. $R= 30 \text{ mm}$. $P= 30 \text{ MPa}$, $\theta=0^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

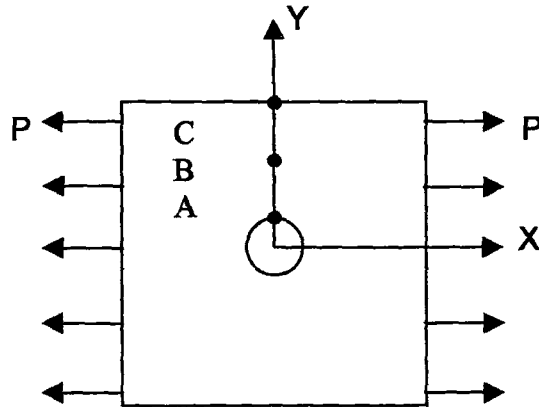
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	49.7090	2.6588	-10.8530
Plastik Gerilmeler	53.9048	8.3158	-13.3373
Artık Gerilmeler	4.1959	5.6570	-2.4844

Tablo 7.91. $R= 30 \text{ mm}$. $P= 30 \text{ MPa}$, $\theta= 0^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 45) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	17.2281	1.3782	-2.0431
Plastik Gerilmeler	10.9016	-3.5117	-3.4864
Artık Gerilmeler	-6.3265	-4.8900	-1.4433

Tablo 7.92. $R= 30 \text{ mm}$. $P= 30 \text{ MPa}$, $\theta= 0^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 77) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	32.3747	-0.9681	-1.7474
Plastik Gerilmeler	32.3929	-2.4838	-1.0713
Artık Gerilmeler	0.0183	-1.5157	0.6761



Şekil 7.89. Yükleme doğrultusuna dik eksende, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 45, C-noktası düğüm No:77)

Tablo 7.93. R= 30 mm. P= 25 MPa, $\theta=15^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

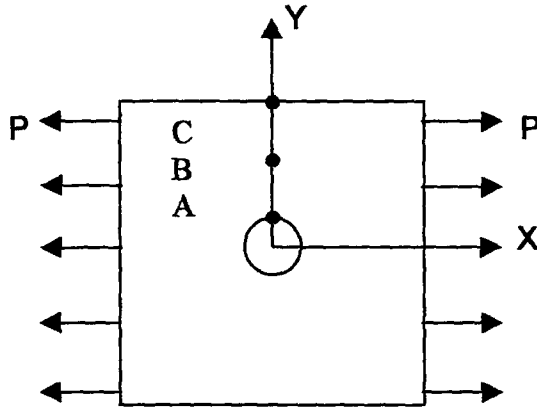
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	74.5076	10.4854	15.3670
Plastik Gerilmeler	66.3966	8.5855	15.4556
Artık Gerilmeler	-8.1110	-1.8999	0.0886

Tablo 7.94. R= 25 mm. P= 20 MPa, $\theta= 15^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 141) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	28.8590	4.9699	5.4341
Plastik Gerilmeler	29.0189	4.9074	5.2960
Artık Gerilmeler	0.1599	-0.0625	-0.1381

Tablo 7.95. R= 30 mm. P= 25 MPa, $\theta= 15^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 269) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	17.9674	1.2266	5.4561
Plastik Gerilmeler	17.8918	1.1975	5.4215
Artık Gerilmeler	-0.0756	-0.0290	-0.0346



Şekil 7.90. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 141, C-noktası düğüm No:269)

Tablo 7.96. R= 30 mm. P= 30 MPa, $\theta=15^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

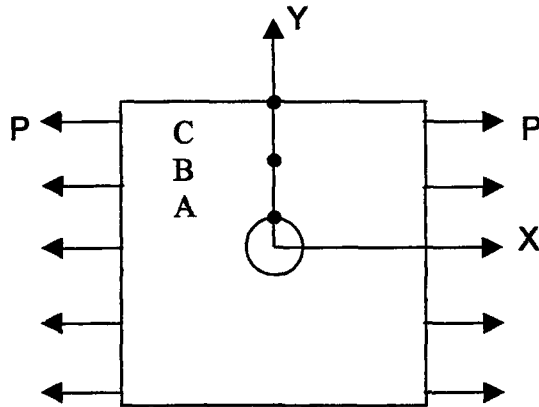
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	89.4091	12.5825	18.4403
Plastik Gerilmeler	50.5624	8.0014	31.3801
Artık Gerilmeler	-38.8467	-4.5810	12.9398

Tablo 7.97. R= 30 mm. P= 30 MPa, $\theta=15^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 141) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	34.6308	5.9636	6.5210
Plastik Gerilmeler	37.3013	5.5082	4.1235
Artık Gerilmeler	2.6705	-0.4557	-2.3975

Tablo 7.98. R= 30 mm. P= 30 MPa, $\theta=15^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 269) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	21.5609	1.4719	6.5473
Plastik Gerilmeler	19.7391	0.9483	5.8923
Artık Gerilmeler	-1.8219	-0.5236	-0.6550



Şekil 7.91. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 141, C-noktası düğüm No:269)

Tablo 7.99. R= 30 mm. P= 35 MPa, $\theta=15^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

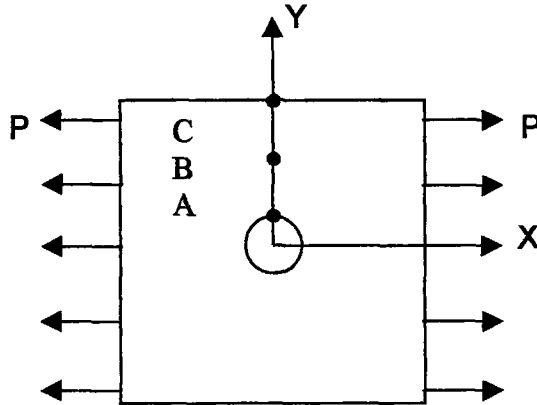
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	104.3106	14.6795	21.5137
Plastik Gerilmeler	-12.6829	21.6522	36.9472
Artık Gerilmeler	-116.9935	6.9726	15.4335

Tablo 7.100. R= 30 mm. P= 35 MPa, $\theta= 15^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 141) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	40.4026	6.9579	7.6078
Plastik Gerilmeler	51.0176	7.0086	-2.5863
Artık Gerilmeler	10.6151	0.0508	-10.1941

Tablo 7.101. R= 30 mm. P= 30 MPa, $\theta= 15^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 269) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	25.1544	1.7172	7.6385
Plastik Gerilmeler	15.5704	-0.5362	4.6677
Artık Gerilmeler	-9.5840	-2.2534	-2.9708



Şekil 7.92. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 141, C-noktası düğüm No:269)

Tablo 7.102. R= 30 mm. P= 20 MPa, $\theta=30^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

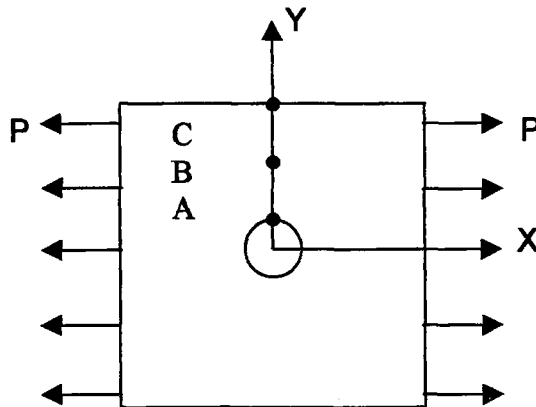
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	22.5377	25.4757	20.9018
Plastik Gerilmeler	14.2705	20.0999	15.5285
Artık Gerilmeler	-8.2672	-5.3758	-5.3734

Tablo 7.103. R= 30 mm. P= 20 MPa, $\theta= 30^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 141) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	22.2627	-0.5272	11.1182
Plastik Gerilmeler	25.7657	-3.9721	10.6417
Artık Gerilmeler	3.5029	-3.4449	-0.4765

Tablo 7.104. R= 30 mm. P= 20 MPa, $\theta= 30^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 269) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	11.8333	8.9092	11.2113
Plastik Gerilmeler	11.2528	9.7315	11.5664
Artık Gerilmeler	-0.5748	0.8223	0.3551



Şekil 7.93. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 141, C-noktası düğüm No:269)

Tablo 7.105. R= 30 mm. P= 25 MPa, $\theta=30^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

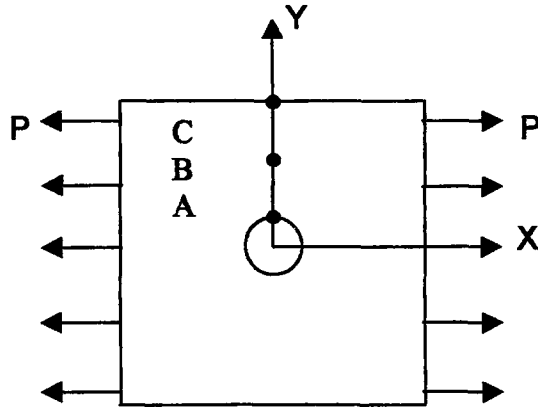
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	61.8329	22.4905	29.0729
Plastik Gerilmeler	70.0969	143.8199	84.0521
Artık Gerilmeler	8.2640	121.3294	54.9792

Tablo 7.106. R= 30 mm. P= 25 MPa, $\theta= 30^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 141) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	24.5843	9.3436	10.6208
Plastik Gerilmeler	33.2454	5.7945	3.4729
Artık Gerilmeler	8.6611	-3.5491	-7.1478

Tablo 7.107. R= 30 mm. P= 25 MPa, $\theta= 30^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 269) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	14.1606	5.0657	8.9222
Plastik Gerilmeler	7.5170	1.3580	5.3414
Artık Gerilmeler	-6.6436	-3.7077	-3.5808



Şekil 7.94. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 141, C-noktası düğüm No:269)

Tablo 7.108. R= 30 mm. P= 30 MPa, $\theta=30^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

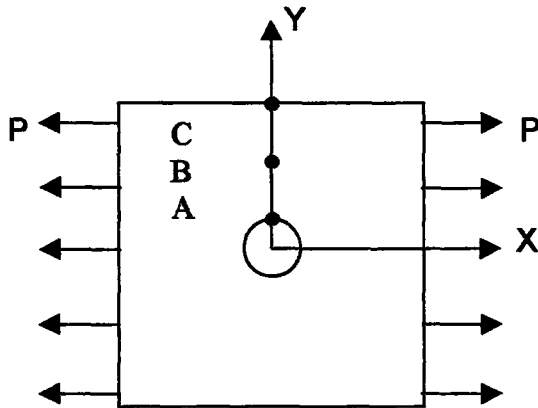
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	74.1995	26.9886	34.8875
Plastik Gerilmeler	69.1208	60.2507	56.5350
Artık Gerilmeler	-5.0787	33.2612	21.6476

Tablo 7.109. R= 30 mm. P= 30 MPa, $\theta=30^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 141) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	29.5012	11.2123	12.7449
Plastik Gerilmeler	36.7449	10.7344	7.9395
Artık Gerilmeler	7.2337	-0.4779	-4.8054

Tablo 7.110. R= 30 mm. P= 30 MPa, $\theta=30^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 269) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	16.9927	6.0788	10.7066
Plastik Gerilmeler	10.5417	3.1588	7.8140
Artık Gerilmeler	-6.4509	-2.9200	-2.8927



Şekil 7.95. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 141, C-noktası düğüm No:269)

Tablo 7.111. R= 30 mm. P= 20 MPa, $\theta=45^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

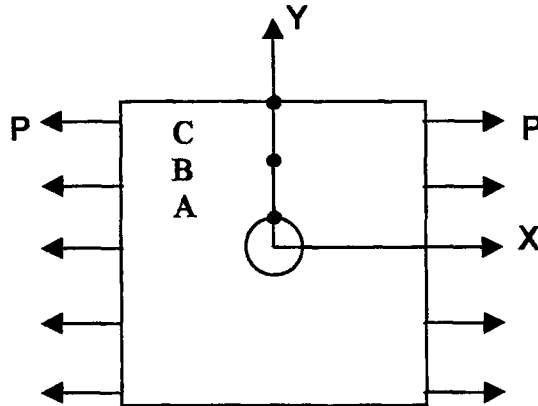
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	35.4933	31.4137	27.7065
Plastik Gerilmeler	23.5129	34.7001	22.5229
Artık Gerilmeler	-11.9804	3.2864	-5.1836

Tablo 7.112. R= 30 mm. P= 20 MPa, $\theta= 45^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 141) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	14.6315	12.6675	10.3712
Plastik Gerilmeler	22.0028	12.7393	10.9643
Artık Gerilmeler	7.3713	0.0718	0.5931

Tablo 7.113. R= 30 mm. P= 20 MPa, $\theta= 45^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 269) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	7.2553	8.1409	8.0070
Plastik Gerilmeler	5.4739	6.2056	6.6469
Artık Gerilmeler	-1.7813	-1.9352	-1.3600



Şekil 7.96. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 141, C-noktası düğüm No:269)

Tablo 7.114. $R= 30 \text{ mm}$. $P= 25 \text{ MPa}$, $\theta=45^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

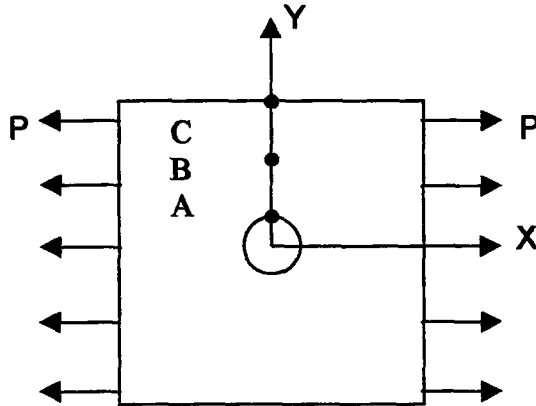
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	44.3667	38.2671	34.6331
Plastik Gerilmeler	24.5190	28.9079	26.7404
Artık Gerilmeler	-19.8477	-10.3592	-7.8926

Tablo 7.115. $R= 30 \text{ mm}$. $P= 25 \text{ MPa}$, $\theta= 45^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 141) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	18.2894	15.8343	12.9640
Plastik Gerilmeler	24.2735	17.3890	11.5859
Artık Gerilmeler	5.9842	1.5546	-1.3781

Tablo 7.116. $R= 30 \text{ mm}$. $P= 25 \text{ MPa}$, $\theta= 45^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 269) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	9.0691	10.1761	10.0087
Plastik Gerilmeler	4.0046	7.6763	7.0868
Artık Gerilmeler	-5.0645	-2.4998	-2.9219



Şekil 7.97. Yükleme doğrultusuna dik eksenle, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 141, C-noktası düğüm No:269)

Tablo 7.117. $R= 30 \text{ mm}$. $P= 30 \text{ MPa}$, $\theta=45^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

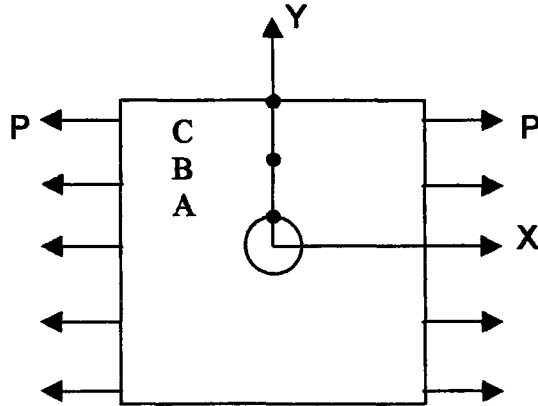
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	18.2104	54.0309	25.7962
Plastik Gerilmeler	-27.3855	-57.3040	-36.1004
Artık Gerilmeler	-45.5958	-111.3350	-61.8965

Tablo 7.118. $R= 30 \text{ mm}$. $P= 30 \text{ MPa}$, $\theta= 45^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 141) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	22.5341	9.4301	22.9984
Plastik Gerilmeler	24.7422	-58.6112	5.2314
Artık Gerilmeler	2.2080	-68.0413	-17.7670

Tablo 7.119. $R= 30 \text{ mm}$. $P= 30 \text{ MPa}$, $\theta= 45^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 269) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	8.9649	22.1029	15.6096
Plastik Gerilmeler	-23.9940	58.1231	1.2388
Artık Gerilmeler	-32.9589	36.0202	-14.3709



Şekil 7.98. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 141, C-noktası düğüm No:269)

Tablo 7.120. R= 30 mm. P= 20 MPa, $\theta=60^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

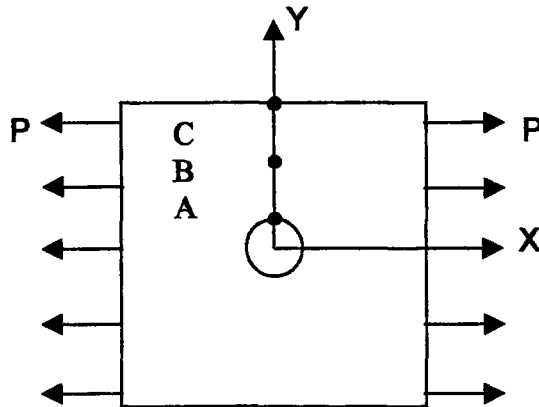
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	21.3864	45.1234	24.9247
Plastik Gerilmeler	7.9371	29.0294	21.2355
Artık Gerilmeler	-13.4494	-16.0939	-3.6891

Tablo 7.121. R= 30 mm. P= 20 MPa, $\theta= 60^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 141) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	9.3351	18.1422	9.4078
Plastik Gerilmeler	15.1630	20.2745	10.6412
Artık Gerilmeler	5.8279	2.1322	1.2335

Tablo 7.122. R= 30 mm. P= 20 MPa, $\theta= 60^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 269) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	3.2694	12.1609	6.6981
Plastik Gerilmeler	-5.5042	7.3393	0.5569
Artık Gerilmeler	-8.7736	-4.8216	-6.1412



Şekil 7.99. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 141, C-noktası düğüm No:269)

Tablo 7.123. $R= 30 \text{ mm}$. $P= 25 \text{ MPa}$, $\theta=60^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

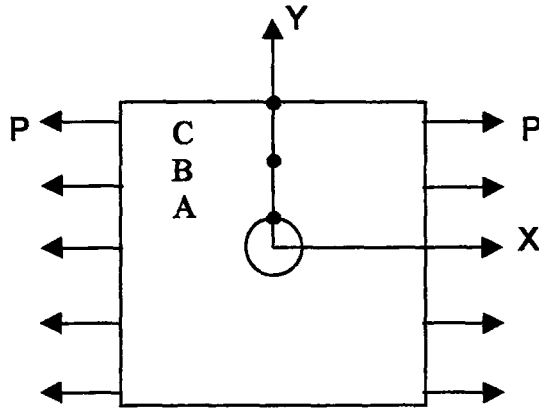
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	26.7331	56.4042	31.1558
Plastik Gerilmeler	10.9273	23.7614	13.0805
Artık Gerilmeler	-15.8058	-32.6428	-18.0753

Tablo 7.124. $R= 30 \text{ mm}$. $P= 25 \text{ MPa}$, $\theta= 60^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 141) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	11.6689	22.6778	11.7597
Plastik Gerilmeler	11.9022	21.2429	11.2667
Artık Gerilmeler	0.2333	-1.4349	-0.4930

Tablo 7.125. $R= 30 \text{ mm}$. $P= 25 \text{ MPa}$, $\theta= 60^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 269) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	4.0867	15.2011	8.3726
Plastik Gerilmeler	3.8132	15.0969	8.2684
Artık Gerilmeler	-0.2736	-0.1042	-0.1042



Şekil 7.100. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 141, C-noktası düğüm No:269)

Tablo 7.126. $R= 30 \text{ mm}$. $P= 30 \text{ MPa}$, $\theta=60^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

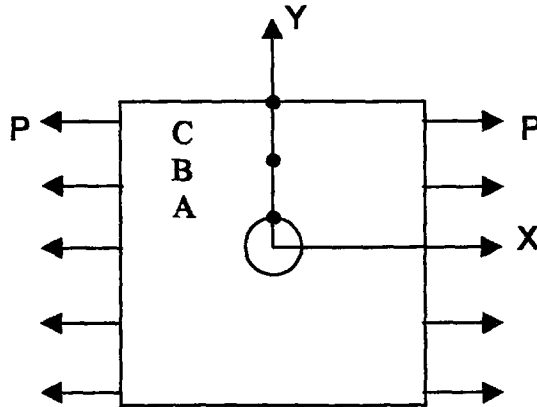
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	32.0797	67.6851	37.3870
Plastik Gerilmeler	11.2010	24.2221	13.3627
Artık Gerilmeler	-20.8786	-43.4630	-24.0243

Tablo 7.127. $R= 30 \text{ mm}$. $P= 30 \text{ MPa}$, $\theta= 60^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 141) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	14.0026	27.2133	14.1117
Plastik Gerilmeler	11.8070	22.2229	11.4585
Artık Gerilmeler	-2.1957	-4.9904	-2.6532

Tablo 7.128. $R= 30 \text{ mm}$. $P= 30 \text{ MPa}$, $\theta= 60^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 269) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	4.9041	18.2413	10.0472
Plastik Gerilmeler	4.8714	19.2002	10.4762
Artık Gerilmeler	-0.0327	0.9588	0.4290



Şekil 7.101. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 141, C-noktası düğüm No:269)

Tablo 7.129. $R= 30 \text{ mm}$. $P= 20 \text{ MPa}$, $\theta=75^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

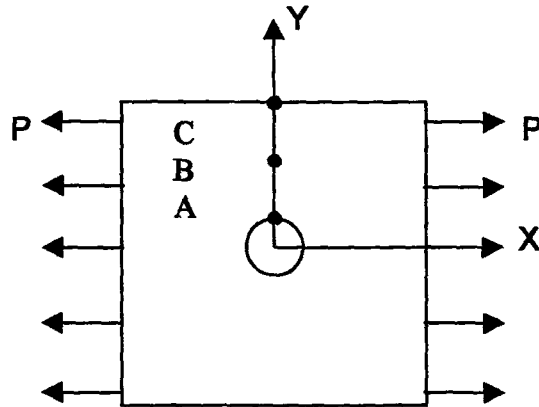
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	3.3662	44.3429	-1.8901
Plastik Gerilmeler	2.0661	32.9685	-1.9428
Artık Gerilmeler	-1.3001	-11.3744	-0.0527

Tablo 7.130. $R= 30 \text{ mm}$. $P= 20 \text{ MPa}$, $\theta= 75^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 141) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	-0.7208	21.5302	11.5536
Plastik Gerilmeler	-0.8810	19.0167	11.7090
Artık Gerilmeler	-0.1602	-2.5135	0.1554

Tablo 7.131. $R= 30 \text{ mm}$. $P= 20 \text{ MPa}$, $\theta= 75^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 269) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	-1.0302	21.5325	1.2966
Plastik Gerilmeler	-1.0904	21.7819	0.5485
Artık Gerilmeler	-0.0602	0.2493	-0.7481



Şekil 7.102. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 141, C-noktası düğüm No:269)

Tablo 7.132. R= 30 mm. P= 25 MPa, $\theta=75^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

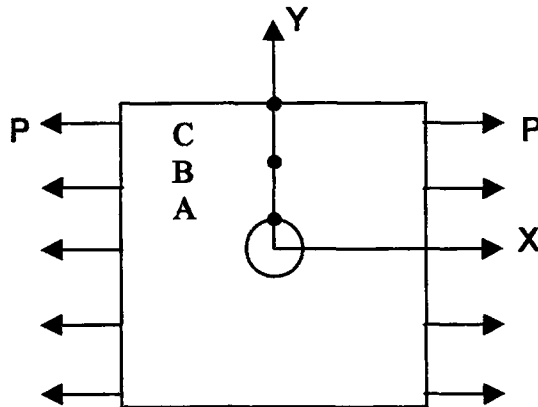
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	4.2077	55.4286	-2.3626
Plastik Gerilmeler	0.4794	38.6687	-4.3157
Artık Gerilmeler	-3.7284	-16.7600	-1.9531

Tablo 7.133. R= 30 mm. P= 25 MPa, $\theta=75^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 141) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	-0.9011	26.9127	14.4420
Plastik Gerilmeler	-4.7418	15.7481	18.5620
Artık Gerilmeler	-3.8408	-11.1646	4.1199

Tablo 7.134. R= 30 mm. P= 25 MPa, $\theta=75^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 269) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	-1.2877	26.9157	1.6207
Plastik Gerilmeler	-1.2823	29.8447	-6.6122
Artık Gerilmeler	0.0054	2.9290	-8.2330



Şekil 7.103. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 141, C-noktası düğüm No:269)

Tablo 7.135. R= 30 mm. P= 30 MPa, $\theta=75^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

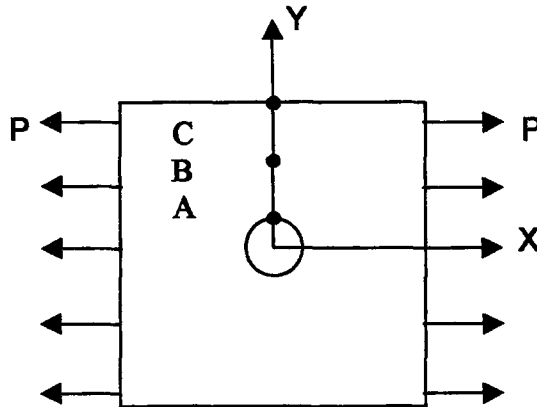
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	5.0493	66.5144	-2.8352
Plastik Gerilmeler	-0.0691	41.5624	-3.1765
Artık Gerilmeler	-5.1184	-24.9520	-0.3414

Tablo 7.136. R= 30 mm. P= 30 MPa, $\theta=75^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 141) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	-1.0813	32.2953	17.3304
Plastik Gerilmeler	-5.1962	19.1616	18.5910
Artık Gerilmeler	-4.1150	-13.1337	1.2606

Tablo 7.137. R= 30 mm. P= 30 MPa, $\theta=75^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 269) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	-1.5452	32.2988	1.9449
Plastik Gerilmeler	-2.9769	39.0195	-6.0474
Artık Gerilmeler	-1.4317	6.7207	-7.9923



Şekil 7.104. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 141, C-noktası düğüm No:269)

Tablo 7.138. $R= 30 \text{ mm}$. $P= 7.5 \text{ MPa}$, $\theta=90^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

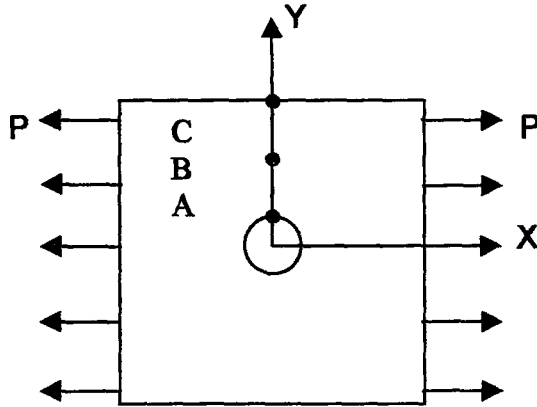
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	0.6759	12.0899	2.7860
Plastik Gerilmeler	0.6371	11.0622	2.7654
Artık Gerilmeler	-0.0388	-1.0278	-0.0206

Tablo 7.139. $R= 30 \text{ mm}$. $P= 7.5 \text{ MPa}$, $\theta= 90^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 45) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	0.3859	4.4925	0.4795
Plastik Gerilmeler	0.3592	4.4264	0.4851
Artık Gerilmeler	-0.0267	-0.0661	0.0055

Tablo 7.140. $R= 30 \text{ mm}$. $P= 7.5 \text{ MPa}$, $\theta= 90^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 77) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	-0.1640	8.0864	0.5723
Plastik Gerilmeler	-0.1427	8.1237	0.6352
Artık Gerilmeler	0.0213	0.0373	0.0629



Şekil 7.105. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 45, C-noktası düğüm No:77)

Tablo 7.141. $R= 30 \text{ mm}$. $P= 10 \text{ MPa}$, $\theta=90^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

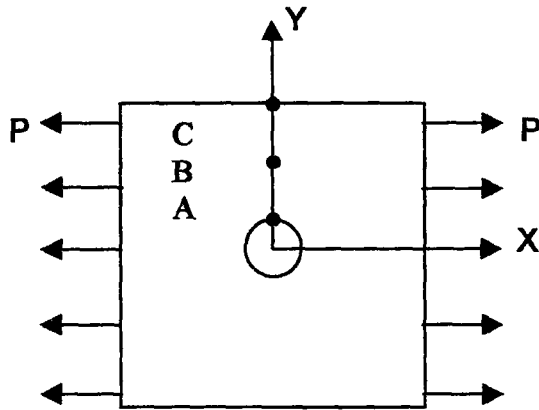
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	0.9012	16.1199	3.7147
Plastik Gerilmeler	2.7321	4.0563	26.7888
Artık Gerilmeler	1.8309	-12.0636	23.0740

Tablo 7.142. $R= 30 \text{ mm}$. $P= 10 \text{ MPa}$, $\theta= 90^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 45) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	0.5146	5.9901	0.6394
Plastik Gerilmeler	0.3237	0.3072	1.13253
Artık Gerilmeler	-0.1909	-5.6829	0.4960

Tablo 7.143. $R= 30 \text{ mm}$. $P= 10 \text{ MPa}$, $\theta= 90^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 77) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	-0.2186	10.7819	0.7631
Plastik Gerilmeler	-0.3582	12.6569	2.8650
Artık Gerilmeler	-0.1396	1.8751	2.1019



Şekil 7.106. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 45, C-noktası düğüm No:77)

Tablo 7.144. $R= 30 \text{ mm}$. $P= 12.5 \text{ MPa}$, $\theta=90^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

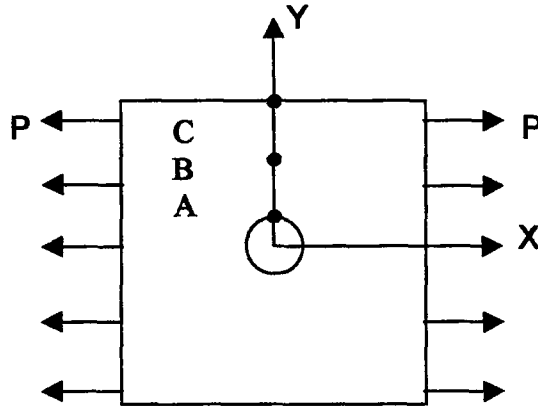
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	1.1265	20.1499	4.6434
Plastik Gerilmeler	82.3308	-9.5004	42.0461
Artık Gerilmeler	81.2043	-29.6503	37.4027

Tablo 7.145. $R= 30 \text{ mm}$. $P= 12.5 \text{ MPa}$, $\theta= 90^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 45) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	0.6432	7.4876	0.7992
Plastik Gerilmeler	15.6646	-23.9386	3.8630
Artık Gerilmeler	15.0214	-31.4262	3.0638

Tablo 7.146. $R= 30 \text{ mm}$. $P= 12.5 \text{ MPa}$, $\theta= 90^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 77) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	-0.2733	13.4773	0.9539
Plastik Gerilmeler	-1.7445	19.5902	6.0328
Artık Gerilmeler	-1.4713	6.1128	5.0789



Şekil 7.107. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 45, C-noktası düğüm No:77)

Tablo 7.147. $R=40$ mm. $P=15$ MPa, $\theta=0^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) getirilmeler

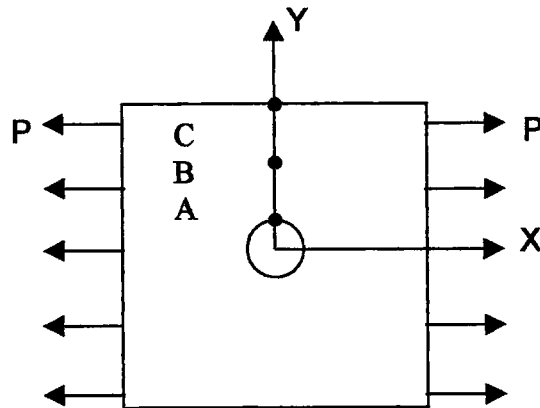
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	29.3098	3.1790	-8.4917
Plastik Gerilmeler	32.1589	5.2680	-10.0331
Artık Gerilmeler	2.8491	2.0891	-1.5414

Tablo 7.148. $R=40$ mm. $P=15$ MPa, $\theta=0^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 45) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	6.2155	0.0198	-1.6494
Plastik Gerilmeler	1.2085	-4.0806	-3.0302
Artık Gerilmeler	-5.0069	-4.1004	-1.3808

Tablo 7.149. $R=40$ mm. $P=15$ MPa, $\theta=0^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 77) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	17.1482	-0.9086	-1.4312
Plastik Gerilmeler	17.1054	-1.9009	-0.8035
Artık Gerilmeler	-0.0428	-0.9922	0.6277



Şekil 7.108. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 45, C-noktası düğüm No:77)

Tablo 7.150. R= 40 mm. P= 20 MPa, $\theta=0^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

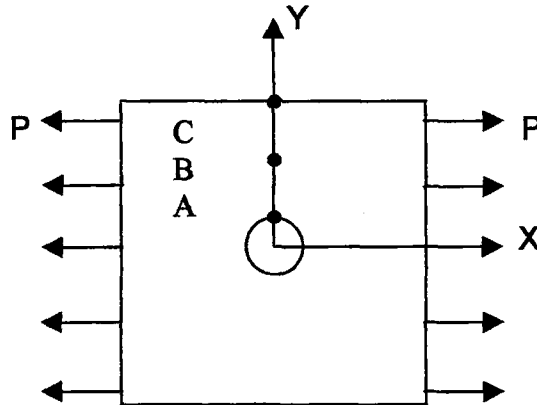
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	39.0798	4.2386	-11.3222
Plastik Gerilmeler	50.8944	21.0349	-20.6801
Artık Gerilmeler	11.8146	16.7962	-9.3579

Tablo 7.151. R= 40 mm. P= 20 MPa, $\theta=0^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 45) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	8.2873	0.0264	-2.1992
Plastik Gerilmeler	-5.5478	-9.2380	-2.8616
Artık Gerilmeler	-13.8351	-9.2644	-0.6624

Tablo 7.152. R= 40 mm. P= 20 MPa, $\theta=0^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 77) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	22.8642	-1.2115	-1.9082
Plastik Gerilmeler	23.2753	-7.3300	0.3869
Artık Gerilmeler	0.4111	-6.1185	2.2951



Şekil 7.109. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 45, C-noktası düğüm No:77)

Tablo 7.153. $R= 40 \text{ mm}$. $P= 25 \text{ MPa}$, $\theta=0^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

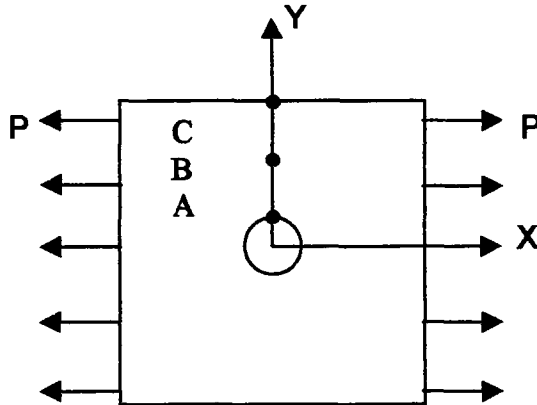
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	48.8497	5.2983	-14.1528
Plastik Gerilmeler	50.7399	22.2031	-13.6821
Artık Gerilmeler	1.8902	16.9048	-5.5292

Tablo 7.154. $R= 40 \text{ mm}$. $P= 25 \text{ MPa}$, $\theta= 0^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 45) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	10.3592	0.0331	-2.7491
Plastik Gerilmeler	-11.0856	-24.3662	-6.4006
Artık Gerilmeler	-21.4448	-24.3992	-3.6515

Tablo 7.155. $R= 40 \text{ mm}$. $P= 25 \text{ MPa}$, $\theta= 0^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 77) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	28.5803	-1.5144	-2.3853
Plastik Gerilmeler	27.5783	-14.9762	4.4611
Artık Gerilmeler	-1.0020	-13.4618	6.8464



Şekil 7.110. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 45, C-noktası düğüm No:77)

Tablo 7.156. $R= 40 \text{ mm}$. $P= 15 \text{ MPa}$, $\theta=30^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

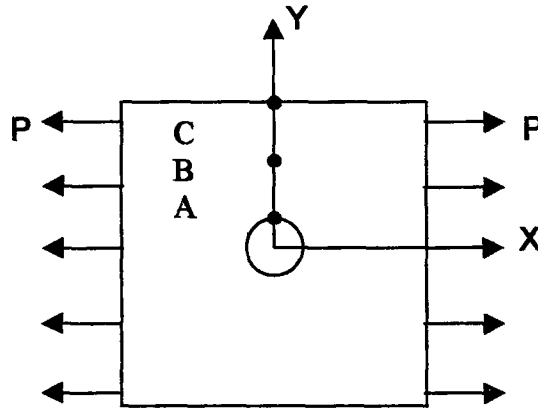
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	43.9868	14.2395	21.0360
Plastik Gerilmeler	-29.3468	24.4120	8.4166
Artık Gerilmeler	-73.3337	10.1725	-12.6194

Tablo 7.157. $R= 40 \text{ mm}$. $P= 15 \text{ MPa}$, $\theta= 30^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 141) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	17.8531	5.9668	6.6328
Plastik Gerilmeler	25.2258	1.8773	1.9943
Artık Gerilmeler	7.3728	-4.0895	-4.6385

Tablo 7.158. $R= 40 \text{ mm}$. $P= 15 \text{ MPa}$, $\theta= 30^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 269) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	5.8608	2.3126	4.2993
Plastik Gerilmeler	1.4987	-0.1743	1.8018
Artık Gerilmeler	-4.3622	-2.4869	-2.4976



Şekil 7.111. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 141, C-noktası düğüm No:269)

Tablo 7.159. $R=40\text{ mm}$, $P=20\text{ MPa}$, $\theta=30^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

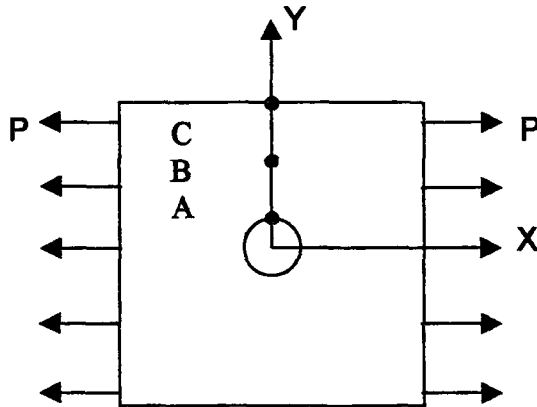
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	58.6491	18.9860	28.0480
Plastik Gerilmeler	-49.3346	14.3175	-13.3290
Artık Gerilmeler	-107.9837	-4.6685	-41.3770

Tablo 7.160. $R=40\text{ mm}$, $P=20\text{ MPa}$, $\theta=30^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 141) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	23.8041	7.9557	8.8438
Plastik Gerilmeler	28.3142	-2.7287	-4.0938
Artık Gerilmeler	4.5101	-10.6844	-12.9376

Tablo 7.161. $R=40\text{ mm}$, $P=20\text{ MPa}$, $\theta=30^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 269) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	7.8144	3.0835	5.7325
Plastik Gerilmeler	-6.6716	-5.7048	-2.Ç6242
Artık Gerilmeler	-14.4861	-8.7883	-8.3567



Şekil 7.112. Yükleme doğrultusuna dik eksenle, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 141, C-noktası düğüm No: 269)

Tablo 7.162. R= 40 mm. P= 25 MPa, $\theta=30^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

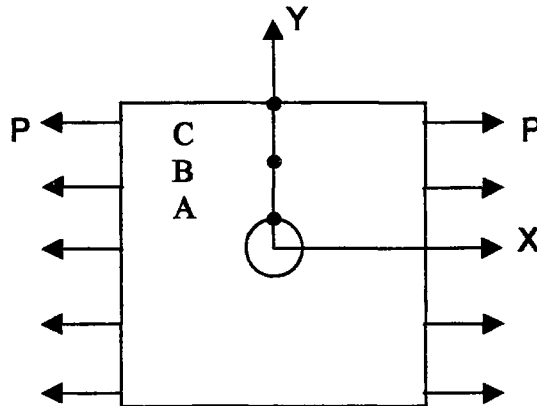
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	73.3114	23.7325	35.0599
Plastik Gerilmeler	-11.1026	101.9237	49.1018
Artık Gerilmeler	-84.4139	78.1913	14.0419

Tablo 7.163. R= 40 mm. P= 25 MPa, $\theta=30^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No 141) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	29.7552	9.9446	11.0547
Plastik Gerilmeler	25.1107	10.8066	-5.2620
Artık Gerilmeler	-4.6444	0.8620	-16.3168

Tablo 7.164. R= 40 mm. P= 20 MPa, $\theta=30^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 269) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	9.7681	3.8543	7.1656
Plastik Gerilmeler	-45.7920	-23.8414	-21.3636
Artık Gerilmeler	-55.5601	-27.6958	-28.5292



Şekil 7.113. Yükleme doğrultusuna dik eksen, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 141, C-noktası düğüm No:269)

Tablo 7.165. R= 40 mm. P= 15 MPa, $\theta=45^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

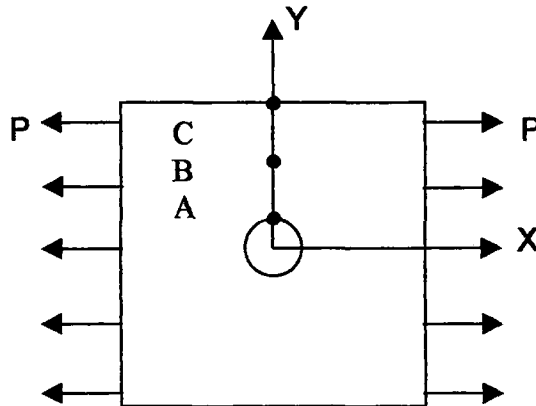
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	31.2082	26.4521	25.3765
Plastik Gerilmeler	19.1535	47.3112	32.3113
Artık Gerilmeler	-12.0547	20.8591	6.9348

Tablo 7.166. R= 40 mm. P= 15 MPa, $\theta=45^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 141) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	13.7559	10.2240	8.7059
Plastik Gerilmeler	23.7136	8.8689	10.0574
Artık Gerilmeler	9.9577	-1.3551	1.3515

Tablo 7.167. R= 40 mm. P= 15 MPa, $\theta=45^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 269) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	3.4636	4.7669	4.6362
Plastik Gerilmeler	0.4167	1.2906	2.3192
Artık Gerilmeler	-3.0469	-3.4763	-2.3169



Şekil 7.114. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 141, C-noktası düğüm No:269)

Tablo 7.168. $R=40$ mm. $P=20$ MPa, $\theta=45^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

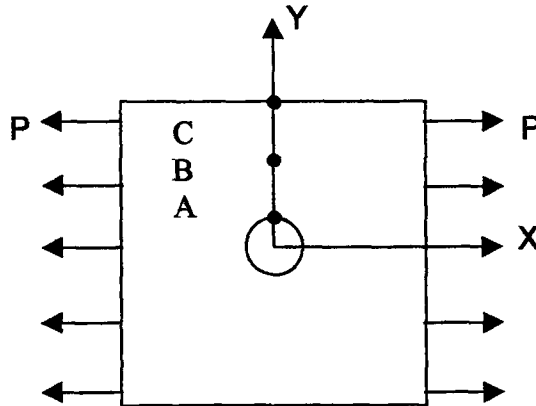
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	41.6109	35.2695	33.8354
Plastik Gerilmeler	21.9432	35.2611	36.7317
Artık Gerilmeler	-19.6677	-0.0084	2.8963

Tablo 7.169. $R=40$ mm. $P=20$ MPa, $\theta=45^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 141) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	18.3412	13.6320	11.6079
Plastik Gerilmeler	25.4925	14.3163	12.2218
Artık Gerilmeler	7.1514	0.6844	0.6139

Tablo 7.170. $R=40$ mm. $P=20$ MPa, $\theta=45^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 269) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	4.6181	6.3558	6.1816
Plastik Gerilmeler	-4.1410	1.9570	2.5656
Artık Gerilmeler	-8.7591	-4.3988	-3.6160



Şekil 7.115. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 141, C-noktası düğüm No:269)

Tablo 7.171. R= 40 mm. P= 25 MPa, $\theta=45^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

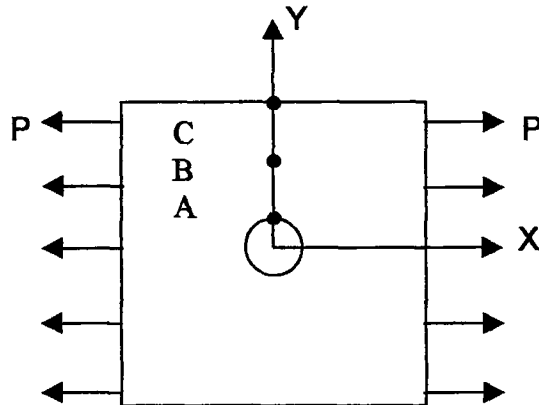
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	52.0137	44.0869	42.2942
Plastik Gerilmeler	24.0943	35.1740	44.1790
Artık Gerilmeler	-27.9194	-8.9129	1.8848

Tablo 7.172. R= 40 mm. P= 25 MPa, $\theta= 45^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 141) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	22.9265	17.0399	14.5098
Plastik Gerilmeler	28.1532	9.8434	14.6031
Artık Gerilmeler	5.2267	-7.1966	0.0933

Tablo 7.173. R= 40 mm. P= 25 MPa, $\theta= 45^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 269) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	5.7726	7.9448	7.7270
Plastik Gerilmeler	-13.7732	27.1874	18.3619
Artık Gerilmeler	-19.5458	19.2426	10.6349



Şekil 7.116. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 141, C-noktası düğüm No:269)

Tablo 7.174. $R= 40 \text{ mm}$. $P= 15 \text{ MPa}$, $\theta=60^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

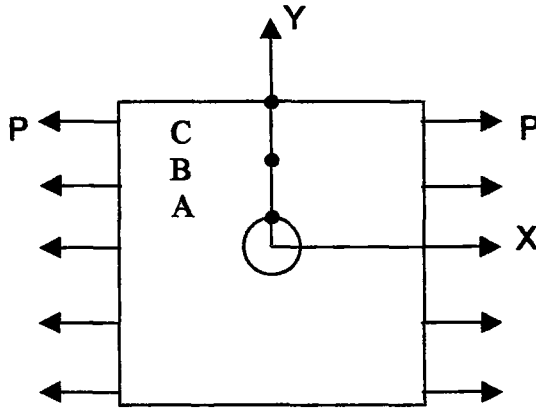
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	18.1733	39.1197	23.0614
Plastik Gerilmeler	-2.5672	24.1267	28.2179
Artık Gerilmeler	-20.7405	-14.9905	5.1565

Tablo 7.175. $R= 40 \text{ mm}$. $P= 15 \text{ MPa}$, $\theta= 60^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 141) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	9.1563	14.9902	8.3776
Plastik Gerilmeler	13.9686	21.3328	11.3886
Artık Gerilmeler	4.8123	6.3426	3.0110

Tablo 7.176. $R= 40 \text{ mm}$. $P= 15 \text{ MPa}$, $\theta= 60^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 269) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	1.1824	7.1006	3.6781
Plastik Gerilmeler	-7.8437	1.9934	-3.2436
Artık Gerilmeler	-9.0261	-5.1072	-6.9217



Şekil 7.117. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 141, C-noktası düğüm No:269)

Tablo 7.177. $R= 40 \text{ mm}$. $P= 20 \text{ MPa}$, $\theta=60^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

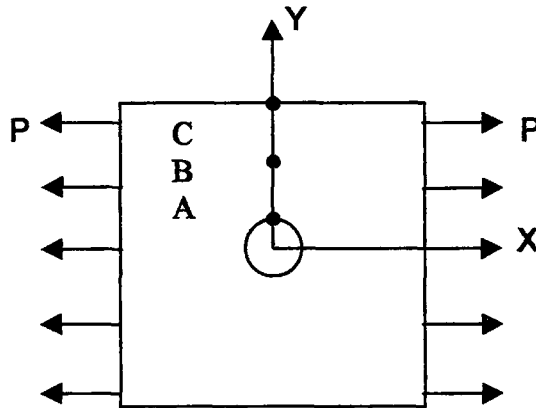
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	24.2311	52.1563	30.7485
Plastik Gerilmeler	10.3843	22.9090	13.5758
Artık Gerilmeler	-13.8467	-29.2473	-17.1727

Tablo 7.178. $R= 40 \text{ mm}$. $P= 20 \text{ MPa}$, $\theta= 60^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 141) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	12.2085	19.9870	11.1702
Plastik Gerilmeler	12.8483	19.1949	11.1810
Artık Gerilmeler	0.6398	-0.7921	0.0109

Tablo 7.179. $R= 40 \text{ mm}$. $P= 20 \text{ MPa}$, $\theta= 60^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 269) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	1.5765	9.4674	4.9041
Plastik Gerilmeler	1.0896	9.0905	4.6356
Artık Gerilmeler	-0.4870	-0.3769	-0.2686



Şekil 7.118. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 141, C-noktası düğüm No:269)

Tablo 7.180. $R= 40 \text{ mm}$. $P= 25 \text{ MPa}$, $\theta=60^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

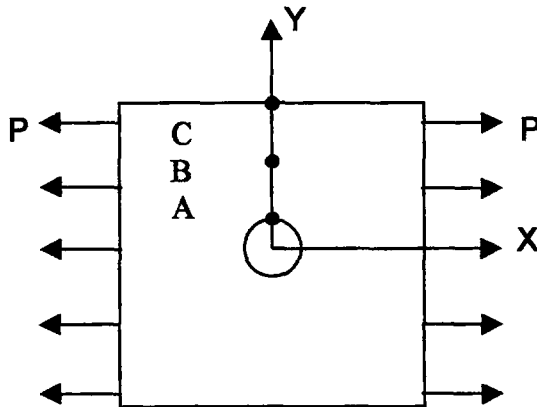
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	30.2889	65.1953	38.4356
Plastik Gerilmeler	10.6086	23.4533	13.9647
Artık Gerilmeler	-19.6803	-41.7420	-24.4709

Tablo 7.181. $R= 40 \text{ mm}$. $P= 25 \text{ MPa}$, $\theta= 60^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 141) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	15.2606	24.9837	13.9627
Plastik Gerilmeler	12.7073	20.3491	11.4366
Artık Gerilmeler	-2.5532	-4.6347	-2.5262

Tablo 7.182. $R= 40 \text{ mm}$. $P= 25 \text{ MPa}$, $\theta= 60^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 269) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	1.9707	11.8343	6.1302
Plastik Gerilmeler	1.5887	12.0609	6.1737
Artık Gerilmeler	-0.3819	0.2266	0.0435



Şekil 7.119. Yükleme doğrultusuna dik eksen, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 141, C-noktası düğüm No:269)

Tablo 7.183. R= 40 mm. P= 15 MPa, $\theta=75^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

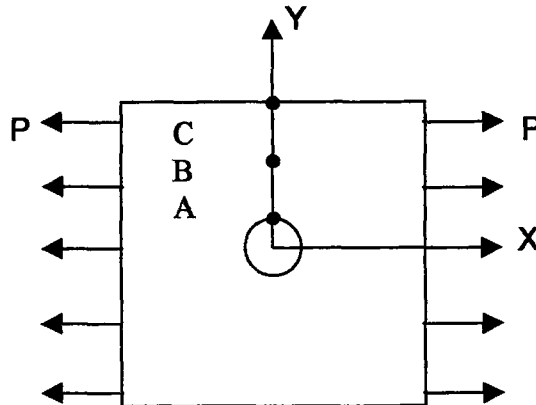
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	8.0542	49.0672	14.7713
Plastik Gerilmeler	3.7367	24.5403	7.5383
Artık Gerilmeler	-4.3175	-24.5269	-7.2330

Tablo 7.184. R= 40 mm. P= 15 MPa, $\theta=75^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 141) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	5.3517	18.8992	5.7223
Plastik Gerilmeler	7.2248	21.6660	7.0509
Artık Gerilmeler	1.8731	2.7668	1.3287

Tablo 7.185. R= 40 mm. P= 15 MPa, $\theta=75^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 269) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	-0.3225	8.6536	1.6636
Plastik Gerilmeler	-0.8227	7.5339	1.0685
Artık Gerilmeler	-0.5002	-1.1197	-0.5951



Şekil 7.120. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 141, C-noktası düğüm No:269)

Tablo 7.186. R= 40 mm. P= 20 MPa, $\theta=75^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

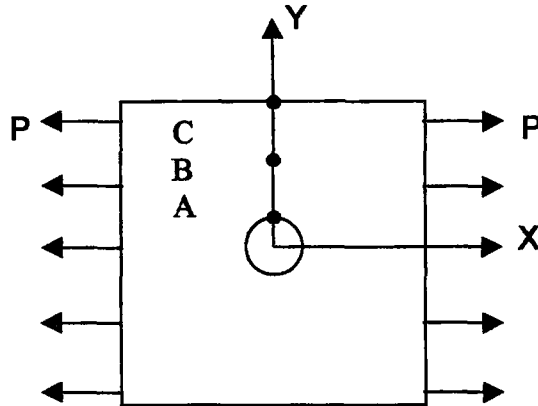
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	10.7389	65.4229	19.6950
Plastik Gerilmeler	3.9077	29.4689	8.9685
Artık Gerilmeler	-6.8312	-32.3583	-14.6482

Tablo 7.187. R= 40 mm. P= 20 MPa, $\theta=75^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 141) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	7.1356	25.1990	7.6297
Plastik Gerilmeler	7.0064	24.3077	7.6012
Artık Gerilmeler	-0.1292	-0.8913	-0.0285

Tablo 7.188. R= 40 mm. P= 20 MPa, $\theta=75^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 269) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	-0.4300	11.5381	2.2182
Plastik Gerilmeler	-4.1666	12.7169	-0.2554
Artık Gerilmeler	-3.7367	1.1788	-2.4736



Şekil 7.121. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 141, C-noktası düğüm No:269)

Tablo 7.189. $R= 40 \text{ mm}$. $P= 25 \text{ MPa}$, $\theta=75^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

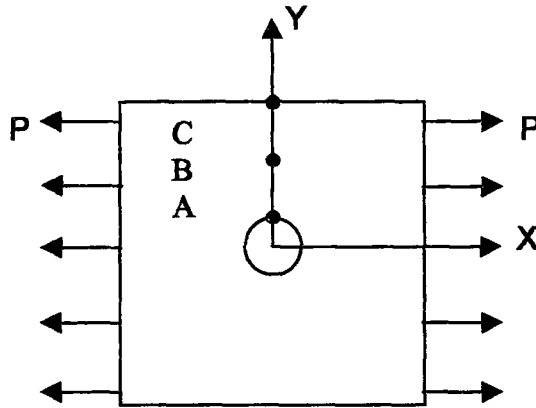
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	13.4236	81.7787	24.6188
Plastik Gerilmeler	4.0437	25.7161	7.7882
Artık Gerilmeler	-9.3800	-56.0626	-16.8306

Tablo 7.190. $R= 40 \text{ mm}$. $P= 25 \text{ MPa}$, $\theta= 75^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 141) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	8.9196	31.4987	9.5371
Plastik Gerilmeler	6.7074	23.3224	6.8106
Artık Gerilmeler	-2.2121	-8.1763	-2.7265

Tablo 7.191. $R= 40 \text{ mm}$. $P= 25 \text{ MPa}$, $\theta= 75^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 269) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	-0.5374	14.4226	2.7727
Plastik Gerilmeler	-1.0796	15.3080	2.5257
Artık Gerilmeler	-0.5421	0.8854	-0.2470



Şekil 7.122. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 141, C-noktası düğüm No:269)

Tablo 7.192. $R= 40 \text{ mm}$. $P= 7.5 \text{ MPa}$, $\theta=90^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

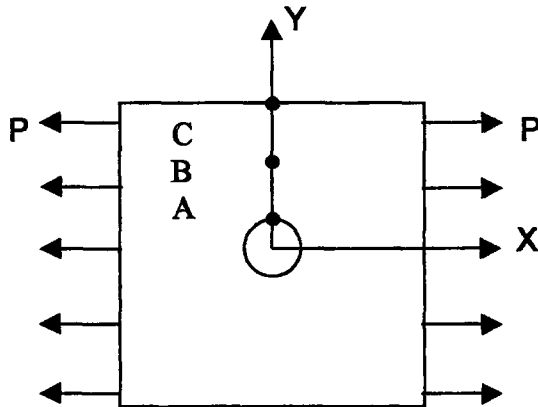
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	1.6214	14.1819	4.2605
Plastik Gerilmeler	-4.1340	-5.0682	11.3941
Artık Gerilmeler	-5.7554	-19.2501	7.1336

Tablo 7.193. $R= 40 \text{ mm}$. $P= 7.5 \text{ MPa}$, $\theta= 90^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 45) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	0.0872	3.2594	0.7971
Plastik Gerilmeler	-0.5932	2.1645	0.9554
Artık Gerilmeler	-0.6805	-1.0950	0.1584

Tablo 7.194. $R= 40 \text{ mm}$. $P= 7.5 \text{ MPa}$, $\theta= 90^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 77) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	-0.3230	8.5589	0.8315
Plastik Gerilmeler	0.0370	9.4122	2.2787
Artık Gerilmeler	0.3600	0.8533	1.3472



Şekil 7.123. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 45, C-noktası düğüm No:77)

Tablo 7.195. $R= 40 \text{ mm}$. $P= 10 \text{ MPa}$, $\theta=90^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

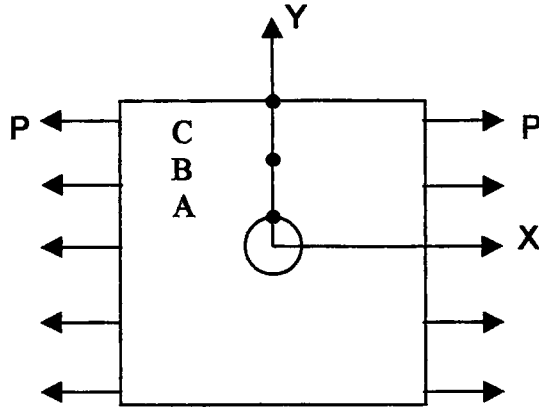
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	1.3131	18.8152	4.7887
Plastik Gerilmeler	39.5810	-19.9386	27.6157
Artık Gerilmeler	38.2679	-38.7538	22.8270

Tablo 7.196. $R= 40 \text{ mm}$. $P= 10 \text{ MPa}$, $\theta= 90^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 45) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	2.3860	6.0988	1.0415
Plastik Gerilmeler	19.1706	-11.1562	5.1206
Artık Gerilmeler	16.7846	-17.2550	4.0791

Tablo 7.197. $R= 40 \text{ mm}$. $P= 10 \text{ MPa}$, $\theta= 90^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 77) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	0.2590	8.8746	-0.0169
Plastik Gerilmeler	2.3132	-2.5786	-1.7565
Artık Gerilmeler	2.0541	-10.9532	-1.7396



Şekil 7.124. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 45, C-noktası düğüm No:77)

Tablo 7.198. $R= 40 \text{ mm}$. $P= 12.5 \text{ MPa}$, $\theta=90^\circ$ için A noktasındaki (Düğüm No: 13) gerilmeler

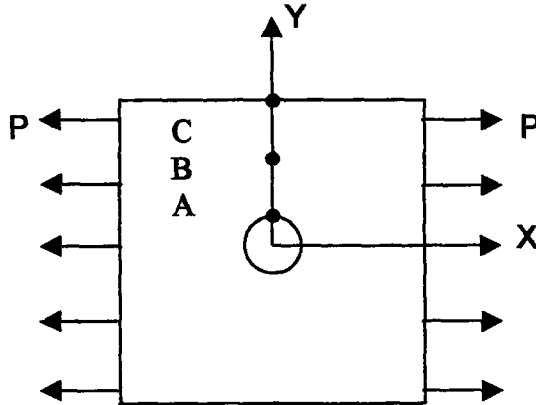
GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	1.6413	23.5190	5.9858
Plastik Gerilmeler	137.0168	14.5589	35.3011
Artık Gerilmeler	135.3754	-8.9601	29.3153

Tablo 7.199. $R= 40 \text{ mm}$. $P= 12.5 \text{ MPa}$, $\theta= 90^\circ$ için B noktasındaki (Düğüm No: 45) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	2.9825	7.6234	1.3019
Plastik Gerilmeler	63.4969	-22.7675	6.1744
Artık Gerilmeler	60.5144	-30.3909	4.8725

Tablo 7.200. $R= 40 \text{ mm}$. $P= 12.5 \text{ MPa}$, $\theta= 90^\circ$ için C noktasındaki (Düğüm No: 77) gerilmeler

GERİLMELER	σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)
Elastik Gerilmeler	0.3238	11.0932	-0.0211
Plastik Gerilmeler	5.1109	-19.0891	-10.8641
Artık Gerilmeler	4.7871	-30.1823	-10.8430



Şekil 7.125. Yükleme doğrultusuna dik ekseninde, dairesel delikten farklı uzaklıklarda seçilen düğüm noktaları (A-noktası düğüm No: 13, B-noktası düğüm No: 45, C-noktası düğüm No:77)

8. GENEL SONUÇLAR VE ÖNERİLER

1. Ortası dairesel delikli anizotropik levhalarda yükleme miktarına ve oryantasyon açısına bağlı olarak, plastik bölgelerin yayılışı incelenmiştir. İlgili grafikler şekil 7.6 ... 7.25 arasında verilmiştir. Yükleme sonucunda akma gösteren düğüm noktaları birleştirilerek, plastik bölgelerin yayılışı elde edilmiştir. Yükleme miktarlarının artışı karşısında plastik bölgelerin ilerlemeleri izlenmiştir. Yükleme miktarına paralel olarak akmaya katılan düğüm noktaları sayısı da artış göstermekte ve plastik bölgelerin alanı genişleme göstermektedir. Ayrıca dairesel delik çapının ve oryantasyon açısı değerlerinin büyümesine bağlı olarak plastik bölgelerin yayılımında genişleme meydana gelmektedir.

2. Farklı yükleme basamaklarında ortası dairesel delikli levhada ortaya çıkan σ_x iç gerilme bileşeninin, y eksenini boyunca (kuvvet doğrultusuna dik eksen) değişimi incelenmiştir (şekil 7.26 ... 7.45). Herbir modelde oryantasyon açısı 0° 'den itibaren 15° 'lik artımlarla 90° 'ye kadar değiştirilerek elde edilen sonuçlar üzerinde analiz yapılmıştır. Delik çapı $R = 25, 30, 40$ mm olarak seçilen modellerde artan yükleme basamaklarına ve oryantasyon açılarına bağlı olarak σ_x iç gerilme bileşeninin levha üst kenar noktasından dairesel delik civarına doğru genişleme yaptığı ve en büyük değerleri dairesel delik bölgesinde aldığı görülmektedir. Her üç tip modelde de oryantasyon açısının $\theta = 0^\circ$ olduğu konumda levha üst kenar noktası (A noktası) ile levha yükseliğinin $y = 15$ mm noktası civarına kadar σ_x iç gerilme bileşeni sıfır değer göstermiş, bu noktadan sonra delik bölgesine doğru ani bir büyüme ile genişlemiştir. Levha benzer davranışı $\theta = 90^\circ$ oryantasyon açısında da göstermiştir. Oryantasyon açısının $\theta = 0^\circ$ 'den itibaren artmasıyla σ_x iç gerilme bileşeninin levha yüksekliği boyunca (A – B doğrusu) pozitif ve negatif değerler alarak artış gösterdiği gözlenmektedir. Modellerdeki delik çapının büyümesine paralel olarak (kesit daralması nedeniyle) akan noktalarda artışlar meydana gelerek σ_x iç gerilme bileşeni büyüme göstermektedir.

3. Elastik, plastik ve iç gerilme σ_x bileşeninin maximum değerlerinin levha üzerinde hangi noktalarda meydana geldiği incelenmiştir. Sonuçlar şekil 7.46 ... 7.65 ile tablo 7.1 ... 7.20'de verilmiştir. Herbir yükleme basamağında oryantasyon açısı $\theta = 0^\circ$ 'den 15° 'lik artırımlarla kademeli olarak artırılmış, artış $\theta = 90^\circ$ de sona ermiştir. Her kademede elastik, plastik ve iç gerilmelerin σ_x bileşeninin maximum değerlerinin (σ_{xmax}) olduğu noktalar belirlenerek levha üzerinde gösterilmiştir. Maximum gerilme değerleri dairesel delik çevresi üzerinde meydana gelmektedir. Delik çapı en büyük modelde $\theta = 0^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ oryantasyon açılarındaki maximum gerilmelerin 81, 87 ve 122 numaralı düğüm noktalarında delik çevresi dışında olduğu görülmektedir. Bunun dışında maximum gerilmeler delik kenarı üzerinde meydana gelmektedir. Delik çapı büyük olan modelde akma, küçük olan modellere göre aynı yükleme basamaklarında daha erken safhada başlamaktadır. Maximum gerilme noktaları oryantasyon açısına bağlı olarak delik kenarı üzerinde farklı yerlerde meydana gelmektedir. Oryantasyon açısının büyümesine paralel olarak söz konusu gerilme değerlerinin büyüklüğünde de artışlar görülmektedir. Bu durum oryantasyon açısının, levhanın davranışı üzerine etkinliğini göstermektedir. Söz konusu maximum gerilmeler dairesel delik kenarı üzerinde meydana gelmektedir. Bu nedenle levhanın en kritik bölgesi delik çevresi etrafında oluşmaktadır.

4. Farklı çeki yükleri altında, değişen oryantasyon açılarına bağlı olarak levhada ortaya çıkan elastik, plastik ve iç gerilmelerin $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ bileşenlerinin y eksenini boyunca delik kenarı üst noktası ile levha yüksekliği arasında seçilen noktalara göre değişimi incelenmiştir. Sonuçlar şekil 7.66 ... 7.125 ile tablo 7.21 ... 7.200'de verilmiştir. σ_x normal gerilmesi delik üzerinde en yüksek değerde ortaya çıkmaktadır. Çeki yükünün artmasına paralel olarak bu gerilme bileşeni de artış göstermektedir. Delik kenarından levha üst kenarına doğru ilerledikçe gerilme değerinde düşüş meydana gelmekte ve levha üst kenar noktasında minimum değerine ulaşmaktadır.

σ_y gerilme bileşeni de σ_x gerilme bileşenine benzer davranış göstermektedir. Elastik ve plastik bölgelerdeki yüklemelerde delik kenarı üzerinde en yüksek değerde meydana çıkan σ_y bileşeni, levha üst kenarında en düşük değer noktasına

ulaşmaktadır. Yüklemlerin artışına bağlı olarak bu gerilme bileşeninde artış görülmektedir.

τ_{xy} kayma gerilmesi de benzer şekilde değişim göstermiştir. Delik üzerinde en büyük değerler ile ortaya çıkan bu gerilme bileşeni, levha üst noktasına doğru küçülme göstermektedir. İç gerilmelerin σ_x , σ_y ve τ_{xy} bileşenleri delik çevresinde en yüksek, delik bölgesinden uzaklaştıkça azalan bir değer sergilemişlerdir. Tablolardan da görülebileceği gibi iç gerilme bileşenleri oryantasyon açısına bağlı olarak diğer gerilme bileşenlerinin yanında küçük değerlerde kalmaktadır.

Delik çapının büyümesi ile levha üzerindeki aynı noktalar ele alındığında, gerilme ve iç gerilme bileşenlerinin değerlerinde artışlar meydana gelmektedir. Artan yükleme basamaklarına ve oryantasyon açısına paralel olarak iç gerilmelerde de artışlar ortaya çıkmaktadır.

Ek 'te sunulan bilgisayar programı ortası dairesel delikli düzlemsel levhalar için kullanılabildiği gibi, aynı program ile ortası eliptik, kare, dikdörtgen şeklinde deliklere sahip düzlem levhalar için de kullanılabilir, elastik, elasto-plastik ve artık gerilme analizleri yapılabilir.

Bu araştırmada; ortası dairesel delikli alüminyum matrix ve çelik fiberden oluşmuş tek plakâ düzlem levhalara çekme yükleri uygulanarak, elasto-plastik gerilme analizi yapılmıştır. Levhanın ortasındaki delik biçimi, kullanılan metal matrix malzeme değiştirilerek ilgili büyüklükler yeniden elde edilebilir. Tek plakâ levha yerine çok tabakalı kompozit malzemeler ile aynı analizler yapılabilir. Araştırmada yükleme şekli olarak çekme kuvvetleri uygulandığından, bu durumdaki en önemli gerilme olan σ_x bileşeni üzerinde durulmuş, diğer gerilme bileşenleri ile ilgili bir değerlendirmeye girilmemiştir. Bu nedenle diğer gerilme bileşenlerinin esas alındığı bir çalışma yapılabilir. Uygulanan yükleme şekli değiştirilerek, artık gerilme hesaplamaları yeniden analiz edilebilir.

KAYNAKLAR

ANANTH, C.R., CHANDRA, N.,(1995). "Numerical modeling of Fiber Push-out Test in Metallic and İntermetallic Matrix Composite-Mechanics of the Failure Process", **Journal of Composite Materials**, 29:1488-1514.

ARSLAN, N., TURGUT, A., SANCAKTAR, E., (1993). "The Effect of Fiber Type on The Level of stress Concentration created by U-Notches in Long Fiber Composite Plates. Reliability, stress Analysis, And failure Prevention". –1993-ASME.DE-Vol.55,PP.125-134.

ARSLAN, N., (1995). "U-Çentikli levhalarda Elasto-Plastik Bölgelerin İncelenmesi ve İç Gerilmelerin Araştırılması." **Doktora Tezi**. FÜ.-1995, Elazığ.

BAHEİ-EL-DİN, Y.A. and DVORAK, G.J., (1982). " Plasticity Analysis of Laminated Composite Plates". **Transaction of the Asme**, 49.740-746.

BATHE, K.J., (1982) "Finite Element Procedures in Engineering Analysis". **Prentice-Hall inc., U.S.A.**

CHOI, C.K. and KWAK, H.G., (1989). " The Effect of Finite Element Mesh size in Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Structures", **Computers and Structures**, 36:807-815.

DOBYNS, A.L., (1981). "The Analysis of Simply-Supported Orthotropic Plates Subjected to Static and Dynamic Loads". **American İnstitute of Aeronautics and Astronoutics Journal**, (May 1981): 642-650.

FOYE, R.L., and BAKER, D.J., (1970). "Design of Orthotropic Laminates". **A/AA/ASME 11 th. Confrance. Structures, Structural Dynamics, and Materials**, Denver, Colorado, April 1970.

GFESZCZUK, L.B., (1972) "Stress Concentration and Failure Criteria for Orthotropic and Anisotropic Plates Witw Circular Openings".

ASTM, STP 497, American Society for Testing and Materials, 1972, PP. 363-381.

JONES, R.M., (1975) "Mechanics of Composite Materials". McGraw-Hill Koakusha, Ltd.

KARAKUZU, R. And SAYMAN, O., (1993). "Elasto-plastic Element Analysis of Orthotropic Rotating Discs with Holes", Computers & structures, 51: 695-703.

KARAKUZU, R., AKBULUT, H., SAYMAN, O., (1993). "Eksenel Yüklü Ankastre Plaklarda Elasto-Plastik Gerilme Analizi. VIII.Ulusal Mekanik Kongresi. PP. 361-370, Eylül 1993, Antalya.

KLINE, L. V., and HANCOCK, J. O., (1965). "Journal of Engineering for Industry", ASME., August 1965, P.323.

HILL, R., (1950) "The Mathematical Theory of Plasticity", chap.12, O.U.P.

OWEN, D.,R.,J., and FIGUERIAS, J., A., (1983). " Anisotropic Elasto-Plastic Finite Element Analysis of Thick and Thin Plates and Sheets", International Journal for Numerical Methods in Engineering. Vol. 19, PP. 541-566.

ÖZEL, A., SAYMAN, O., KARACA, H., (1993). "U Çentikli Kompozit Levhalarda Elasto-Plastik Gerilme Analizi". 5. Denizli Malzeme Sempozyumu. PP. 681-691, Nisan 1993, Denizli.

POMIES, F., and CARLSSON, L., A., (1994). "Analysis of Modulus and Strength of Dry and Wet Thermoset and Thermoplastic Composites Loaded in Transverse Tension", Journal of Composite Materials, 28:22-35.

REDDY, J.,N., (1981) "Analysis of Layered Composite Plates Accounting for Large Deflection and Transverse Shear Strain", Recent Advances in Nonlinear Computational Mechanics., Pine Ridge Press, (1981).

REUTER, R., C., Jr., (1971). "Concise Property Transformation Relations for an Anisotropic Lamina", J.Composite Materials, April, 1971, PP. 270-272.

SAYMAN, O., (1988). " Sonlu Elemanlar Metoduna Giriş". Yüksek Lisans Programı Ders Notları, Elazığ.

SAYMAN, O., (1993) "Elasto-Plastic Stress Analysis in Stainless Steel Fiber Reinforced Aliminum Metal Matrix Laminated Plates Loaded Transversely", Department of Mechanical Engineering, Dokuz Eylül University, Bornova, İzmir, Turkey.

SIERAKOWSKI, R., L., and WINSON, J., R., (1987). " The Behaviour of Structures Composed of Composite Materials," Dordrecht.

SLOAN, J., G., (1979). "The Behaviour of Rectangular Composite Material Plates Under Lateral and Hygrothermal Loads", MMAE Thesis, University of Delaware, 1979.

SLOT, T., (1972) " Stress Analysis of Thick Perforated Plates".

SNEDON, I.,N., (1969) "Crack Problems in The Classical Theory of Elasticity", Scotland, 1969.

STERNBERG, E., and SODOWSKY, M., (1949). "Three-Dimensional Solution for The Stress Concentration Around A CIRCULAR HOLE in The Plate of Arbitrary Tickness", Journal Applied Mechanics, Vol.16, PP.27-38, 1949.

SVOBODNIK, A., J., BÖHM, H., J., RAMMERSTORFER, F., G., (1991). " A 3/D finite Element Approach for Metal Matrix Composites Based on Micromechanical Models". International Journal of Plasticity. Vol.7, PP. 781-802.

TOPÇU, M., (1991). "Transmisyon Zincirleri Yan Plakalarında Elasto-Plastik Gerilme Analizi". Doktora Tezi. PAÜ.-1991, Denizli.

TSAI , S.W., and PAGANO, N., J., (1968). " Invariant Properties of Composite Materials", in S.W. Tsai J.C. Halpin and N.J. Pagano (Eds.), "Composite Materials Workshop", Technomic Publishing Co., Westport, Conn., 1968, PP.233-253.

ZIENKIEWICZ, O., C., VALLIAPPAN, S., KING, I.,P., (1969). "Elasto-Plastic Solutions of Engineering Problems", Initial stress, Finite Element Approach. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**. Vol. 1, PP. 75-100.



```

*****
C BU PROGRAM 30 OCAK 1998 DE DUZENLENMIS OLUP 9 DUGUMLU
C ISOPARAMETRIC ELEMANLAR KULLANILARAK BIR PLAKTAKI ELASTO-PLASTIC
C GERILMELER HESAPLANMAKTADIR.....
*****

```

```

C*
C*
C*      MERKEZİNDE BİR DELİK (DIKDORTGEN VEYA ELİPTİK)      *
C*      BULUNAN VEYA BULUNMAYAN      *
C*      BİR PLAGİN ELASTO PLASTİK GERİLME HESABI      *
C*
C*
*****

```

```

C 2*LX : YATAY UZUNLUK
C 2*LY : GENİŞLİK
C SD : SERBESTLİK DERECEİ
C E : ELASTİSİTE MODULU
C NU : POISSON ORANI
C N1 : Y YONUNDEKİ SINIR DUGUMLAR
C N2 : X " " "
C N3 : Y " " "
C N4 : Y " " "
C U : KUVVET-YERDEĞİŞTİRME VEKTÖRÜ
C D : DUGUMLER
C B : KOORDİNATLAR
C GG : DUGUMLERDE OLUSAN GERILMELER
C PV : UYGULANAN KONSANTRE KUVVET
C BA:AKMA GERILMESİ
C So:SIGMAO GERILMESİ ,AKMA DİYAGRAMINDA ,So=SİGO
C K:AKMA KATSAYISI
C NN:USTEL KATSAYI ,NN=n

```

```

*****
C IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C DIMENSION BK(1900,400),BK1(1900,400),PV(1900),U(999),UU(1900),
C *IT(1900),VV(1000),GP(500,3),G(500,3),GE(500,3),C(3,3),rr(3),al(3),
C *GD(1000),S1(99),S2(99),S3(99),S4(99),D(999,9),B(999,2),SZ(999,2),
C *S0(99),SS3(99),SS4(99),TG(1500,3),TGE(1500,3),TGP(1500,3)

```

```

C
C INTEGER S0,S1,S2,S3,S4,SS3,SS4,ES,DS,D,SD,SZ
C REAL*8 LX,LY,NU,NU12

```

```

C.....
C DATA rr/-.77459 66692 41483, 0, .77459 66692 41483/ SD/2/
C DATA al/ .55555 55555 55556,.88888 88888 88889,.55555 55555 55556/
C DATA LX,LY/100,100/T/2/
C DATA NU12,E1,E2,G12/.3,85000,74000,30000/
C DATA NU12,E1,E2/.25,181000,10300/
C DATA NU12,E1,E2/.23,204000,18500/
C DATA NU12,E1,E2/.2601,159160,21880/G12/15270/
C DATA NU12,E1,E2,G12/.2466,49580,18160,9120/
C DATA NU12,E1/.25,200000/
C DATA BA/240/SO/200/K/861/NN/0.568/
C DATA BA/250/SO/193/K/1126/NN/0.65/
C DATA E,NU/2E5,.3/ PI/3.141592654/

```

```

C
C PRINT*,'İZOTROPIK MALZEME GİRMEK İSTİYORSANIZ..... 0 '
C PRINT*,'KOMPOZİT MALZEME GİRMEK İSTİYORSANIZ..... 1 '

```

```
PRINT*, 'GİRİNİZ '
READ*, IK
IK=1
```

IZOTROPIK MALZEME İÇİN ELASTISITE MATRİSİ

```
IF(IK.EQ.0)THEN
CALL IZOTROP(T,NU,E,C)
PRINT*, 'DELİK BULUNMAYAN 1/4 PLAK İÇİN DATALARI GİRİNİZ.....'
LE=2
LT=0
GOTO 200
```

```
ELSE
PRINT*, 'TAKVIYE ACISINI "TETA " YI GİRİNİZ'
READ*, TETA
CALL ELAST(TETA,PI,NU12,E1,E2,G12,C)
ENDIF
```

```
PRINT*, '"1/4" PLAKA GİRMEK İSTİYORSANIZ..... 0 '
PRINT*, '"TAM" PLAKA GİRMEK İSTİYORSANIZ..... 1 '
READ*, LT
```

```
LT=1
PRINT*, 'ELİPTİK DELİKLİ PLAKA GİRMEK İSTİYORSANIZ..... 0 '
PRINT*, 'DİKD™RTGEN DELİKLİ PLAKA GİRMEK İSTİYORSANIZ..... 1 '
IF(LT.NE.0)GOTO 110
PRINT*, 'DELİK BULUNMAYAN PLAKA GİRMEK İSTİYORSANIZ..... 2 '
```

```
110 PRINT*, 'GİRİNİZ '
READ*, LE
C LE=1
```

```
200 IF(LT.EQ.0)THEN
IF(LE.LT.2)THEN
PRINT*, 'DELİKTEKİ B™LÜM SAYISI (IDBS) Yİ GİRİNİZ '
PRINT*, 'IDBS ÇİFT SAYI OLACAK (IDBS=2,4,6.....) '
READ*, IDBS
PRINT*, 'RADYAL B™LÜM SAYISI (NY) Yİ GİRİNİZ '
READ*, NY
DS=(2*IDBS+1)*(2*NY+1)+6
ES=IDBS*NY+1
N1=2*NY+1
N2=N1
N3=2*(1+IDBS/2)+1
N4=N3
N=(2*N1)+(2*N1)+(2*N3-1)+(2*N4-2)
NYY=1+IDBS/2
```

```
ELSE
PRINT*, 'YATAY VE DÜŞEY B™LÜM SAYILARI (NX , NY) Yİ GİRİNİZ '
READ*, NX,NY
ES=NX*NY
DS=(2*NX+1)*(2*NY+1)
N1=2*NY+1
N3=N1
N2=2*NX+1
```

```

N4=N2
N=(2*N1)+(2*N1)+(2*N1-1)+(2*N1-2)
NYY=NY
GOTO 201
ENDIF
ELSE
PRINT*,'RADYAL B™LÜM SAYISI " NR " Yİ GİRİNİZ '
READ*,NR
) NR=2
PRINT*,'KENARDAKİ B™LÜM SAYISI " NT " Yİ GİRİNİZ '
READ*,NT
) NT=4
MM=4*(2*NT)
ES=NR*4*NT
DS=(2*NR+1)*MM
M=2*NT+1
N4=M
N3=M
N2=MM
N1=2*M
N0=2*M
NYY=NT
LX=2*LX
LY=2*LY
N=N4+N3+N2+N1+N0
ENDIF
C-----
PRINT*,'DELİĞİN GENİŞLİKLERİ (AX VE BY Yİ GİRİNİZ '
READ*,AX,BY
201 IDS=2*DS
PRINT*,'BİLEŞKE KUVVETİ GİRİNİZ ..... '
READ*,FK1
FK=-FK1*LY*T
XY=0
C-----
IF(LT.EQ.0)THEN
CALL MESH0(LE,AX,BY,NX,NY,IDBS,LX,LY,D,B,N1,N2,N3,N4,S1,S2,S3,
* S4,ES,DS)
CALL PMAT0(NYY,LE,S3,S4,N3,N4,FK,DS,XY,PV)
ELSE
CALL MESH1(LE,NR,NT,MM,AX,BY,LX,LY,ES,DS,SZ,D,B,S4,S3,S2,S1,S0,
* N4,N3,N2,N1,N0,SS4,SS3)
CALL PMAT1(NYY,SS4,SS3,M,FK,DS,XY,PV)
ENDIF
C-----
C----- ELASTO - PLASTİK GERİLME HESABI -----
C-----
CALL BANDGEN(D,ES,KBG,SD)
CALL KMAT(IDS,T,BK,SD,ES,DS,rr,al,C,D,B,KBG,ALAN)
IF(LT.EQ.1)THEN
CALL GERSIN1(XY,SD,BK,DS,KBG,S4,S3,M)
ELSE
CALL GERSIN0(SD,BK,DS,KBG,S1,S2,N1,N2)
ENDIF
CALL EPLAS(SD,D,B,T,BK,KBG,rr,al,DS,ES,IDS,PV,UU,IT,VV,GP,G,GE,U,

```

*C,E,S1,S2,S3,S4,M,N1,N2,GD,BK1,TETA,IK,LT,XY,TG,TGE,TGP)

```

WRITE(*,*)'*****'
IF(IK.EQ.0)GOTO 5
WRITE(*,*)'***      E1=',E1,          '***'
WRITE(*,*)'***      E2=',E2,          '***'
WRITE(*,*)'***      G12=',G12,        '***'
WRITE(*,*)'***      NU12=',NU12,      '***'
WRITE(*,*)'***      TETA=',TETA,      '***'
WRITE(*,*)'***      FK=',FK,          '***'
WRITE(*,*)'***      AX=',AX,          '***'
WRITE(*,*)'***      BY=',BY,          '***'
WRITE(*,*)'*****'
WRITE(*,*)'PROGRAM NETICELENMISTIR'
WRITE(*,*)'SONUCLARI GORMEK ICIN "X NEC.OUT" YAZINIZ'
END

```

> SINIR SARTLARI

```

SUBROUTINE SIN(IXYZ,ISD,BK,IDS,KBG,S,N)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
INTEGER S
DIMENSION BK(ISD*IDS,KBG),S(N)

```

```

DO 1 I=1,N
DO 1 J=1,KBG
IF(J.EQ.1)THEN
BK(ISD*S(I)-(IXYZ-1),J)=1
ELSE
BK(ISD*S(I)-(IXYZ-1),J)=0
END IF

```

1 CONTINUE

```

C-----
DO 2 I=1,N
JJ=2
II=ISD*S(I)-IXYZ
DO 2 J=1,ISD*S(I)-IXYZ
IF(JJ.GT.KBG)GOTO 2
BK(II,JJ)=0
II=II-1
JJ=JJ+1

```

2 CONTINUE

C-----

```

RETURN
END

```

C*****

C TAM PLAKTA GERİLME HESABI İÇİN SINIR SARTLARI

C*****

```

SUBROUTINE GERSIN1(XY,ISD,BK,IDS,KBG,S4,S3,N)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
INTEGER S4,S3

```

```

DIMENSION BK(ISD*IDS,KBG),S4(N),S3(N)
DATA IX,IY/2,1/

```

```

)***** U(S4(I))=0,I=1,N *****
CALL SIN(IX,ISD,BK,IDS,KBG,S4,N)
IF(XY.EQ.0)GOTO 1
)***** V(S3(I))=0,I=1,N *****
CALL SIN(IY,ISD,BK,IDS,KBG,S3,N)
RETURN
END

```

```

)*****
) 1/4 PLAKTA GERİLME HESABI İÇİN SINIR SARTLARI
)*****

```

```

SUBROUTINE GERSIN0(ISD,BK,IDS,KBG,S1,S2,N1,N2)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
INTEGER S1,S2
DIMENSION BK(ISD*IDS,KBG),S1(N1),S2(N2)
DATA IX,IY/2,1/
)***** U(S1(I))=0,I=1,N1 *****
CALL SIN(IX,ISD,BK,IDS,KBG,S1,N1)
)***** U(S2(I))=0,I=1,N2 *****
CALL SIN(IY,ISD,BK,IDS,KBG,S2,N2)
RETURN
END

```

```

)*****
) ORTASINDA DELİK BULUNAN TAM PLAKANIN MESH GENERATIONI
)*****

```

```

SUBROUTINE MESH1(LL,NR,NT,NN,A1,B1,HX,HY,ES,DS,S,D,HB,S4,S3,S2,S1,
*S0,N4,N3,N2,N1,N0,SS4,SS3)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION D(ES,9),HB(DS,2),S(2*NT+1,NN+1),S4(N4),S3(N3),S2(N2),
*S1(N1),S0(N0),SS4(N4),SS3(N3)
INTEGER S,D,ES,DS,S4,S3,S2,S1,S0,SS4,SS3
DATA PI/3.141592654/
I1=100
OPEN(UNIT=I1,FILE='GG.OUT')

```

```

)-----
)--- HX & HY: PLAĞIN EBATLARI -----
)--- A1 & B1: ELİPSİN YARICAPLARI ----
)-----
PRINT*, ES,DS

```

```

)-----
) DUGUM NUMARALARININ BELIRLENMESİ
)-----

```

```

JJ=1
KK=1
DO 2 I=1,2*NR+1
DO 1 J=1,NN
S(I,J)=JJ
1 JJ=JJ+1
S(I,NN+1)=KK
2 KK=KK+NN
)-----

```

```

NO=1
K2=1

```

```
DO 35 K=1,NR
```

```
  M1=1
```

```
  M2=3
```

```
  DO 33 I=1,4*NT
```

```
    K1=1
```

```
    DO 3 J=M1,M2
```

```
    D(NO,K1)=S(K2,J)
```

```
    K1=K1+1
```

```
    DO 34 L=1,3
```

```
    D(NO,L+3)=D(NO,L)+NN
```

```
    D(NO,L+6)=D(NO,L+3)+NN
```

```
  M1=M1+2
```

```
  M2=M2+2
```

```
  NO=NO+1
```

```
  K2=K2+2
```

```
  WRITE(*,*)'SINIR SARTLARINA MARUZ DÜĞÜMLER'
```

```
  II=2*NR+1
```

```
  JJ=2*NT
```

```
  DO 20 I=1,N4
```

```
  S4(I)=S(II,I)
```

```
  S3(I)=S(II,I+3*JJ)
```

```
  DO 21 I=1,NN
```

```
  S2(I)=S(II,I)
```

```
  DO 22 I=1,2*NT+1
```

```
  S1(I)=S(II,I+JJ)
```

```
  SS3(I)=S(II,I+JJ)
```

```
  S1(1+JJ+I)=S(II,I+3*JJ)
```

```
  S0(I)=S(II,I)
```

```
  S0(I+JJ+1)=S(II,I+2*JJ)
```

```
  SS4(I)=S(II,I+2*JJ)
```

```
DO 17 I=1,ES
```

```
  WRITE(*, 15)I,(D(I,J),J=1,9)
```

```
  WRITE(11,15)I,(D(I,J),J=1,9)
```

```
  ELIPTİK DELİKLİ PLAGİN DUGUM KOORDINATLARI
```

```
IF(LL.EQ.0)THEN
```

```
  C=B1/A1
```

```
  A=A1
```

```
  B=B1
```

```
  NO=1
```

```
  DO 6 J=1,2*NR+1
```

```
    TET=225
```

```
    DO 5 I=1,NN
```

```
      TETA=PI*TET/180
```

```
      PAYDA=SQRT(((SIN(TETA))**2+(C*COS(TETA))**2)
```

```
      X=B*COS(TETA)/PAYDA
```

```
      Y=X*TAN(TETA)
```

```
      Y=B*A*SIN(TETA)/PAYDA
```

```
      HB(NO,1)=X
```

```
      HB(NO,2)=Y
```

```

NO=NO+1
TET=TET-360./NN
A=A+(.5*HX-A1)/(2*NR)
B=B+(.5*HY-B1)/(2*NR)

```

```

Y=HY/2
DO 7 I=2*NR*NN+1,(2*NR*NN+1)+2*NT
HB(I,1)=-HX/2
HB(I,2)=-Y
HB(I+2*NT*2,1)=HX/2
HB(I+2*NT*2,2)=Y
Y=Y-HY/(2*NT)

```

```

X=HX/2
DO 8 I=2*NR*NN+2*NT+1,2*NR*NN+2*NT*2
HB(I,1)=-X
HB(I,2)=HY/2
HB(I+2*NT*2,1)=X
HB(I+2*NT*2,2)=-HY/2
X=X-HX/(2*NT)

```

```

DIKDORTGEN DELIKLI PLAGIN DUGUM KOORDINATLARI

```

```

ELSE
A=A1
B=B1
NO=1
DO 10 J=1,2*NR+1
Y=B
DO 9 I=1,2*NT+1
HB(NO,1)=-A
HB(NO,2)=-Y
HB(NO+2*NT*2,1)=A
HB(NO+2*NT*2,2)=Y
Y=Y-(2*B)/(2*NT)

```

```

NO=NO+1
A=A+(.5*HX-A1)/(2*NR)
B=B+(.5*HY-B1)/(2*NR)

```

```

10 NO=NO+3*NT*2-1

```

```

A=A1
B=B1
NO=2*NT+1
DO 12 J=1,2*NR+1
X=A
DO 11 I=1,2*NT
HB(NO,2)=B
HB(NO,1)=-X
HB(NO+2*NT*2,2)=-B
HB(NO+2*NT*2,1)=X
X=X-(2*A)/(2*NT)

```

```

11 NO=NO+1
A=A+(.5*HX-A1)/(2*NR)
B=B+(.5*HY-B1)/(2*NR)

```

```

12 NO=NO+3*NT*2

```

```

      ENDIF
      DO 16 NO=1,DS
      WRITE(*,13)NO,(HB(NO,J),J=1,2)
6  WRITE(I1,13)NO,(HB(NO,J),J=1,2)
      CLOSE(I1)
3  FORMAT(I3,5X,2(F10.5,1X))
5  FORMAT(I3,5X,9(I3,1X))
      RETURN
      END
*****
;      1/4 PLAK ICIN KUVVET VEKTORU
*****
      SUBROUTINE PMAT1(NY,S4,S3,N,PP,DS,XY,P)
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      INTEGER DS,S3,S4
      DIMENSION P(2*DS),S4(N),S3(N)
      DO 1 I=1,2*DS
      P(I)=0
      A=-2./NY
      DO 2 I=2,N,2
      P(2*S4(I-1)-1)=A*PP/6
      P(2*S3(I-1)-0)=XY*A*PP/6
      P(2*S4(I)-1)=A*PP/3
      P(2*S3(I)-0)=XY*A*PP/3
      P(2*S4(1)-1)= A*PP/12
      P(2*S4(N)-1)= A*PP/12
      P(2*S3(1)) =XY*A*PP/12
      P(2*S3(N)) =XY*A*PP/12
      ).....
      OPEN(UNIT=7,FILE='GG.OUT')
      DO 3 I=1,2*DS
3  WRITE(7,*)I,P(I)
      CLOSE(7)
      RETURN
      END
*****
C *****
C      ORTASINDA DELIK BULUNAN TAM PLAKANIN MESH GENERATIONI
C *****
      SUBROUTINE MESH0(LL,AX,BY,NX,NY,IEBS,L,H,D,B,N1,N2,N3,N4,S1,S2,
      *S3,S4,ES,DS)
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      INTEGER D,DS,ES,S1,S2,S3,S4
      REAL*8 L
      DIMENSION D(ES,9),B(DS,2),S1(N1),S2(N2),S3(N3),S4(N4)
      IF(LL.EQ.2)GOTO 77
C -----
C      DELIK BULUNAN ELEMAN DUGUMLERININ BELIRLENMESI
C -----
      PI=3.141592624
      IA=1
      II=1
      DO 2 J=1,NY
      DO 1 I=1,IEBS
      D(II,1)=IA

```

```

D(II,2)=D(II,1)+1
D(II,3)=D(II,1)+2
  D(II,4)=D(II,1)+2*IEBS+1
  D(II,5)=D(II,2)+2*IEBS+1
  D(II,6)=D(II,3)+2*IEBS+1
D(II,7)=D(II,4)+2*IEBS+1
D(II,8)=D(II,5)+2*IEBS+1
D(II,9)=D(II,6)+2*IEBS+1
IF(J.EQ.NY)THEN
  D(II,7)=D(II,4)+2*IEBS+3
  D(II,8)=D(II,5)+2*IEBS+3
  D(II,9)=D(II,6)+2*IEBS+3
ENDIF
II=II+1
IA=IA+2
IA=IA+2*IEBS+2

```

```

II=ES
IA=DS
DO 9 I=1,IEBS/2+1
  D(II,9)=IA
  D(II,8)=D(II,9)-1
  D(II,7)=D(II,9)-2
  D(II,6)=D(II,9)-(2*IEBS+5)
  D(II,5)=D(II,8)-(2*IEBS+5)
  D(II,4)=D(II,7)-(2*IEBS+5)
  D(II,3)=D(II,6)-(2*IEBS+3)
  D(II,2)=D(II,5)-(2*IEBS+3)
  D(II,1)=D(II,4)-(2*IEBS+3)
II=II-1

```

```

  IA=IA-2
  D(ES-IEBS/2,1)=(2*IEBS+1)*(2*NY)+(1+IEBS)+2
  D(ES-IEBS/2,4)=(2*IEBS+1)*(2*NY)+(1+IEBS)+3
  D(ES-IEBS/2,2)=(2*IEBS+1)*(2*NY-1)+(1+IEBS)

```

C SINIR SARTLARI

```

IA=1
DO 71 I=1,2*NY+1
  S1(I)=IA
  S2(I)=IA+2*IEBS
71 IA=IA+2*IEBS+1
  S1(2*NY+1)=S1(2*NY+1)+2
  S2(2*NY)=S2(2*NY)+2
  S2(2*NY+1)=DS

```

```

IA=S1(2*NY+1)
IB=DS
DO 73 I=1,2*(IEBS/2+1)+1
  S3(I)=IB
  S4(I)=IA
  IB=IB-1

```

```

73 IA=IA+1

```

C ELIPS DELİK BULUNAN PLAKANIN KOORDINATLARI

```

7  CONTINUE
  IF(LL.EQ.0)THEN
    A1=AX
    B1=BY
    NO=1
    DO 5 J=1,2*NY-1
      ACI=90
      TETA=ACI
      DO 6 I=1,2*IEBS+1
        TET=PI*TETA/180
        R=A1*B1/SQRT((B1*COS(TET))**2+(A1*SIN(TET))**2)
        B(NO,1)=R*COS(TET)
        B(NO,2)=R*SIN(TET)
        TETA=TETA-ACI/(2*IEBS)
      NO=NO+1
    A1=A1+(L-AX)/(2*NY)
    B1=B1+(H-BY)/(2*NY)

```

DIKDORTGEN DELİK BULUNAN PLAKANIN KOORDINATLARI

```

ELSE IF(LL.EQ.1)THEN
  B1=BY
  A1=AX
  NO=1
  DO 24 J=1,2*NY-1
    X=0
    Y=B1
    DO 23 I=1,2*IEBS/2+1
      B(NO,1)=X
      B(NO,2)=B1
      B(NO+2*IEBS/2,1)=A1
      B(NO+2*IEBS/2,2)=Y
      X=X+A1/(2*IEBS/2)
      Y=Y-B1/(2*IEBS/2)
    NO=NO+1
  A1=A1+(H-AX)/(2*NY)
  B1=B1+(L-BY)/(2*NY)
24 NO=NO+2*IEBS/2

```

DELIKSİZ PLAKANIN MODELLENMESİ

ELSE

DUGUMLERİNİN BELİRLENMESİ

```

IA=1
NO=1
DO 42 J=1,NY
  DO 41 I=1,NX
    D(NO,1)=IA
    D(NO,2)=D(NO,1)+1
    D(NO,3)=D(NO,2)+1
    D(NO,4)=D(NO,1)+2*NX+1
    D(NO,5)=D(NO,2)+2*NX+1

```

$D(NO,6)=D(NO,3)+2*NX+1$

$D(NO,7)=D(NO,4)+2*NX+1$

$D(NO,8)=D(NO,5)+2*NX+1$

$D(NO,9)=D(NO,6)+2*NX+1$

$NO=NO+1$

41 $IA=IA+2$

42 $IA=IA+2*NX+2$

C-----
C SINIR SARTLARI
C-----

DO 74 $I=1,2*NX+1$

$S2(I)=I$

74 $S4(I)=I+(2*NY)*(2*NX+1)$

$IA=1$

DO 75 $I=1,2*NY+1$

$S1(I)=IA$

$S3(I)=IA+2*NX$

75 $IA=IA+2*NX+1$

Y=0

NO=1

DO 44 $J=1,2*NY+1$

X=0

DO 43 $I=1,2*NX+1$

$B(NO,1)=X$

$B(NO,2)=Y$

$NO=NO+1$

43 $X=X+L/(2*NX)$

44 $Y=Y+H/(2*NY)$

ENDIF

IF(LL.LT.2)THEN

IB=0

IA=2

XX=A1

YY=B1

DO 53 $K=1,2$

A1=0

DO 3 $I=1,2*IEBS/2+IA$

$B(NO,1)=A1$

$B(NO,2)=YY$

$B(NO+2*IEBS/2+1+IB,1)=XX$

$B(NO+2*IEBS/2+1+IB,2)=B1$

$A1=A1+XX/(1+2*IEBS/2+IB)$

$B1=B1-YY/(1+2*IEBS/2+IB)$

NO=NO+1

IA=3

IB=1

YY=H

XX=L

B1=H

```

3 NO=NO+2*IEBS/2+1
  ENDIF

```

```

OPEN(6,FILE='GG.OUT')
DO 10 I=1,DS
  WRITE(*,*)I,(B(I,J),J=1,2)
10 WRITE(6,*)I,(B(I,J),J=1,2)

DO 11 I=1,ES
11 WRITE(6,45)I,(D(I,J),J=1,9)
CLOSE(6)
15 FORMAT(I3,4X,9(I3,2X))
RETURN
END

```

```

*****
:   DELIKLI PLAK ICIN KUVVET VEKTORU
*****

```

```

SUBROUTINE PMAT0(NY,LE,S3,S4,N3,N4,PP,DS,XY,P)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
INTEGER DS,S3,S4
DIMENSION P(2*DS),S3(N3),S4(N4)
DO 1 I=1,2*DS
  P(I)=0
A=-2./NY
IF(LE.LT.2)THEN
  DO 2 I=2,N3,2
    P(2*S3(I-1)-1)=A*PP/6
    P(2*S4(I-1)-0)=XY*A*PP/6
    P(2*S3(I)-1)=A*PP/3
    P(2*S4(I)-0)=XY*A*PP/3
  ELSE
    DO 3 I=2,N3,2
      P(2*S3(I-1)-1)=A*PP/6
      P(2*S3(I)-1)=A*PP/3
    DO 4 I=2,N4,2
      P(2*S4(I-1)-0)=XY*A*PP/6
      P(2*S4(I)-0)=XY*A*PP/3
    ENDIF
    P(2*S3(1)-1)=A*PP/12
    P(2*S3(N3)-1)=A*PP/12
    P(2*S4(1)-0)=XY*A*PP/12
    P(2*S4(N4)-0)=XY*A*PP/12
  ENDIF
OPEN(UNIT=7,FILE='GG.OUT')
WRITE(7,*)I,P(I)
CLOSE(7)
RETURN
END

```

 BAND GENISLIGININ HESAPLANMASI

```

SUBROUTINE BANDGEN(ID,IES,KBG,ISD)
DIMENSION ID(IES,9)
M=1
DO 1 I=1,IES
DO 1 J=1,9
DO 1 K=1,9
L=ABS(ID(I,J)-ID(I,K))
IF(L.GT.M) M=L
CONTINUE
KBG=ISD*M+ISD
WRITE(*,*)'BANDGEN *** M,KBG *** ',M,KBG
RETURN
END

```

 *** ELEMANLARIN DIRENGENLIK MATRISLERININ TOPLAM ***
 *** DIRENGENLIK MATRISINDE (BAND MATRISTE) YERLESTRILMESI ***

```

SUBROUTINE BAND(N,ISD,NUM,IES,KBG,ID,AKLI,D)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION D(ISD*NUM,KBG),AKLI(9*ISD,9*ISD),ID(IES,9)
DO 140 II=1,9
NRT=ISD*(ID(N,II)-1)
DO 140 IT=1,ISD
NR=NRT+IT
I=ISD*(II-1)+IT
DO 140 JJ=1,9
NCT=ISD*(ID(N,JJ)-1)
DO 140 JT=1,ISD
J=ISD*(JJ-1)+JT
NC=NCT+JT-NR+1
IF(NC.LE.0) GOTO 140
D(NR,NC)=D(NR,NC)+AKLI(I,J)
40 CONTINUE
RETURN
END

```

 BAND MATRISIN COZUMU

```

SUBROUTINE BNDCZM(ISD,NM1,NBW,D,TDP)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
REAL*8 D,TDP
DIMENSION D(ISD*NM1,NBW),TDP(ISD*NM1)

```

PRINT*, '*** FORWARD ELIMINATION ***'

```

N=ISD*NM1
DO 1 K=1,N-1
NK=N-K+1
IF(NK.GT.NBW)NK=NBW
DO 1 I=K+1,NK+K-1
I1=I-K+1

```

```

C1=D(K,I1)/D(K,1)
DO 2 J=I,NK+K-1
  J1=J-I+1
  J2=J-K+1
  D(I,J1)=D(I,J1)-C1*D(K,J2)
TDP(I)=TDP(I)-C1*TDP(K)

```

```

.....
PRINT*, '*** BACK SUBSTITUTION ***'

```

```

.....
TDP(N)=TDP(N)/D(N,1)
DO 4 KK=1,N-1
  K=N-KK
  NK=N-K+1
  IF(NK.GT.NBW)NK=NBW
SM=0
DO 5 J=2,NK
  SM=SM+D(K,J)*TDP(K+J-1)
  TDP(K)=(TDP(K)-SM)/D(K,1)
RETURN
END

```

```

*****
SUBROUTINE MESH99 (ES,DS,D,B,N1,N2,S1,S2,S3,S4)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
INTEGER D,DS,ES,S1,S2,S3,S4
DIMENSION D(ES,9),B(DS,2),S1(N1),S2(N1),S3(N1),S4(N1)

```

```

;-----
; ELEMAN DUGUMLERININ BELIRLENMESI
;-----

```

```

D(1,1)=1
D(1,2)=2
D(1,3)=3
D(1,4)=6
D(1,5)=7
D(1,6)=8
D(1,7)=11
D(1,8)=12
D(1,9)=13
DO 1 J=1,9
D(2,J)=D(1,J)+2
D(3,J)=D(1,J)+10
1 D(4,J)=D(1,J)+12

```

```

C-----
C ELIPS DELİK BULUNAN PLAKANIN KOORDINATLARI
C-----

```

```

NO=1
Y=0
DO 5 J=1,5
X=0
DO 6 I=1,5
B(NO,1)=X
B(NO,2)=Y
X=X+30
6 NO=NO+1
5 Y=Y+30

```

```

C-----

```

SINIR SARTLARININ UYGULANDIĞI DUGUMLER

```

JJ=1
DO 15 I=1,5
  S1(I)=JJ
  S2(I)=I
  S3(I)=JJ+4
  S4(I)=I+20
5  JJ=JJ+5

```

DUGUMLERIN VE KOORDINATLARIN YAZDIRILMASI

```

OPEN(6,FILE='GG.OUT')
DO 11 I=1,ES
  WRITE(*,*)I,',(D(I,J),J=1,9)
1  WRITE(6,18)I,(D(I,J),J=1,9)
  WRITE(6,*)'-----'
  1-----'
  DO 10 I=1,DS
    WRITE(*,*)I,',(B(I,J),J=1,2)
0  WRITE(6,*)'i-ç',I,',(B(I,J),J=1,2)
8  FORMAT(I3,2X,9(I3,1X))
  WRITE(6,*)'-----'
  1-----'
  DO 70 I=1,5
0  WRITE(6,*)I,',(S1(I),S2(I),S3(I),S4(I))
  CLOSE(6)
  RETURN
  END

```

```

*****
)
)
)
*****

```

```

SUBROUTINE MESH9(LL,AX,BY,NX,NY,IEBS,L,H,D,B,N1,N2,N3,N4,S1,S2,
*S3,S4,ES,DS)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
INTEGER D,DS,ES,S1,S2,S3,S4
REAL*8 L
DIMENSION D(ES,9),B(DS,2),S1(N1),S2(N2),S3(N3),S4(N4)
IF(LL.EQ.2)GOTO 77

```

```

C-----
C  DELIK BULUNAN ELEMAN DUGUMLERININ BELIRLENMESI
C-----

```

```

PI=3.141592624
IA=1
II=1
DO 2 J=1,NY
  DO 1 I=1,IEBS
    D(II,1)=IA
    D(II,2)=D(II,1)+1
    D(II,3)=D(II,1)+2
    D(II,4)=D(II,1)+2*IEBS+1
    D(II,5)=D(II,2)+2*IEBS+1
    D(II,6)=D(II,3)+2*IEBS+1
    D(II,7)=D(II,4)+2*IEBS+1
    D(II,8)=D(II,5)+2*IEBS+1
  
```

```

D(II,9)=D(II,6)+2*IEBS+1
IF(J.EQ.NY)THEN
  D(II,7)=D(II,4)+2*IEBS+3
  D(II,8)=D(II,5)+2*IEBS+3
  D(II,9)=D(II,6)+2*IEBS+3
ENDIF
II=II+1
IA=IA+2
IA=IA+2*IEBS+2

```

```

II=ES
IA=DS
DO 9 I=1,IEBS/2+1
  D(II,9)=IA
  D(II,8)=D(II,9)-1
  D(II,7)=D(II,9)-2
  D(II,6)=D(II,9)-(2*IEBS+5)
  D(II,5)=D(II,8)-(2*IEBS+5)
  D(II,4)=D(II,7)-(2*IEBS+5)
  D(II,3)=D(II,6)-(2*IEBS+3)
  D(II,2)=D(II,5)-(2*IEBS+3)
  D(II,1)=D(II,4)-(2*IEBS+3)
II=II-1
IA=IA-2
D(ES-IEBS/2,1)=(2*IEBS+1)*(2*NY)+(1+IEBS)+2
D(ES-IEBS/2,4)=(2*IEBS+1)*(2*NY)+(1+IEBS)+3
D(ES-IEBS/2,2)=(2*IEBS+1)*(2*NY-1)+(1+IEBS)

```

SINIR SARTLARI

```

IA=1
DO 71 I=1,2*NY+1
  S1(I)=IA
  S2(I)=IA+2*IEBS
  IA=IA+2*IEBS+1
  S1(2*NY+1)=S1(2*NY+1)+2
  S2(2*NY)=S2(2*NY)+2
  S2(2*NY+1)=DS
  IA=S1(2*NY+1)
  IB=DS
  DO 73 I=1,2*(IEBS/2+1)+1
    S3(I)=IB
    S4(I)=IA
    IB=IB-1
  } IA=IA+1

```

ELIPS DELİK BULUNAN PLAKANIN KOORDINATLARI

```

CONTINUE
IF(LL.EQ.0)THEN
  A1=AX
  B1=BY
  NO=1
  DO 5 J=1,2*NY-1

```

```

ACI=90
TETA=ACI
DO 6 I=1,2*IEBS+1
  TET=PI*TETA/180
  R=A1*B1/SQRT((B1*COS(TET))**2+(A1*SIN(TET))**2)
  B(NO,1)=R*COS(TET)
  B(NO,2)=R*SIN(TET)
  TETA=TETA-ACI/(2*IEBS)
6  NO=NO+1
  A1=A1+(L-AX)/(2*NY)
5  B1=B1+(H-BY)/(2*NY)
C -----
C DIKDORTGEN DELİK BULUNAN PLAKANIN KOORDINATLARI
C -----
  ELSE IF(LL.EQ.1)THEN
    B1=BY
    A1=AX
    NO=1
    DO 24 J=1,2*NY-1
      X=0
      Y=B1
      DO 23 I=1,2*IEBS/2+1
        B(NO,1)=X
        B(NO,2)=B1
        B(NO+2*IEBS/2,1)=A1
        B(NO+2*IEBS/2,2)=Y
        X=X+A1/(2*IEBS/2)
        Y=Y-B1/(2*IEBS/2)
23  NO=NO+1
        A1=A1+(H-AX)/(2*NY)
        B1=B1+(L-BY)/(2*NY)
24  NO=NO+2*IEBS/2
C -----
C   DELIKSIZ PLAKANIN MODELLENMESI
C -----
  ELSE
C -----
C   DUGUMLERININ BELIRLENMESI
C -----
  IA=1
  NO=1
  DO 42 J=1,NY
    DO 41 I=1,NX
      D(NO,1)=IA
      D(NO,2)=D(NO,1)+1
      D(NO,3)=D(NO,2)+1
      D(NO,4)=D(NO,1)+2*NX+1
      D(NO,5)=D(NO,2)+2*NX+1
      D(NO,6)=D(NO,3)+2*NX+1
      D(NO,7)=D(NO,4)+2*NX+1
      D(NO,8)=D(NO,5)+2*NX+1
      D(NO,9)=D(NO,6)+2*NX+1
      NO=NO+1
    .1  IA=IA+2
  .2  IA=IA+2*NX+2

```

SINIR SARTLARI

DO 74 I=1,2*NX+1

S2(I)=I

'4 S4(I)=I+(2*NY)*(2*NX+1)

IA=1

DO 75 I=1,2*NY+1

S1(I)=IA

S3(I)=IA+2*NX

'5 IA=IA+2*NX+1

Y=0

NO=1

DO 44 J=1,2*NY+1

X=0

DO 43 I=1,2*NX+1

B(NO,1)=X

B(NO,2)=Y

NO=NO+1

43 X=X+L/(2*NX)

44 Y=Y+H/(2*NY)

ENDIF

IF(LL.LT.2)THEN

IB=0

IA=2

XX=A1

YY=B1

DO 53 K=1,2

A1=0

DO 3 I=1,2*IEBS/2+IA

B(NO,1)=A1

B(NO,2)=YY

B(NO+2*IEBS/2+1+IB,1)=XX

B(NO+2*IEBS/2+1+IB,2)=B1

A1=A1+XX/(1+2*IEBS/2+IB)

B1=B1-YY/(1+2*IEBS/2+IB)

C

3 NO=NO+1

IA=3

IB=1

YY=H

XX=L

B1=H

53 NO=NO+2*IEBS/2+1

ENDIF

C

OPEN(6,FILE='GG.OUT')

DO 10 I=1,DS

WRITE(*,*)I,(B(I,J),J=1,2)

10 WRITE(6,*)I,(B(I,J),J=1,2)


```

SUBROUTINE KMAT(IDS,T,BK,SD,ES,DS,rr,al,C,D,B,KBG,ALAN)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
INTEGER ES,DS,SD,D,DD
REAL*8 KK,KK1,JAK
DIMENSION KK(18,18),KK1(18,18),C(3,3),rr(3),al(3),
*XX(9),YY(9),H(9),HR(9),HS(9),JAK(2,2),
*B3(3,18),BB2(18,3),BB3(18,3),DD(9),
*BK(IDS,KBG),D(ES,9),B(DS,2)

```

```

CALL SIFIR (BK,IDS,KBG)

```

```

ALAN=0
DO 1 I=1,ES
  DO 2 J2=1,9
    DD(J2)=D(I,J2)
    CALL SIFIR (KK,18,18)
    CALL BOR9(I,DS,ES,B,D,DD,XX,YY)
    DO 3 J =1,3
      DO 3 JJ=1,3
        rr=rr(JJ)
        s=rr(J)
        al1=al(JJ)
        al2=al(J)
        CALL INTER9(R,S,HR,HS,H)
        CALL JAKOB9(XX,YY,HR,HS,DETJ,JAK)
        CALL DOR9(HR,HS,JAK,B3)
        CALL TRANSPZ(B3,BB3,3,18)
        CALL CARPIM (BB3,C,BB2,18,3,3)
        CALL CARPIM (BB2,B3,KBK1,18,3,18)
        SR=al1*al2*DETJ*T
        ALAN=ALAN+ABS(SR)/T
        CALL SKALER (KK1,18,18,SR,KBK1)
        CALL TOPLAM (KK,KBK1,KBK,18,18)
      CONTINUE
    CALL BAND (I,SD,DS,ES,KBG,D,KBK,BK)
  CONTINUE
  RETURN
END

```

```

*****
; "K" VE "M" MATRISLERININ INDIRGENMESI
*****
;

```

```

SUBROUTINE SIL(IDS,KBG,BK,S,N)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
INTEGER S
DIMENSION BK(IDS,KBG),S(N)
DO 1 I=1,N
  BK(S(I),1)=BK(S(I),1)+1E10
RETURN
END

```

```

*****
;
SUBROUTINE CARPIM (A,B,C,M,N,L)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION A(M,N),B(N,L),C(M,L)
DO 1 I=1,M
DO 1 J=1,L

```

```

C(I,J)=0.
DO 1 K=1,N
1 C(I,J)=C(I,J)+A(I,K)*B(K,J)
RETURN
END

```

```

C*****

```

```

C  MATRISLE VEKTORUN CARPIMI

```

```

C*****

```

```

SUBROUTINE VEKCARP(A,B,C,M,N)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION A(M,N),B(N),C(M)
DO 1 I=1,M
C(I)=0
DO 1 K=1,N
1 C(I)=C(I)+A(I,K)*B(K)
RETURN
END

```

```

C*****

```

```

SUBROUTINE TOPLAM (A,B,C,M,N)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION A(M,N),B(M,N),C(M,N)
DO 1 I=1,M
DO 1 J=1,N
1 C(I,J)=A(I,J)+B(I,J)
RETURN
END

```

```

C*****

```

```

SUBROUTINE TRANSPZ (A,B,M,N)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION A(M,N),B(N,M)
DO 1 I=1,M
DO 1 J=1,N
1 B(J,I)=A(I,J)
RETURN
END

```

```

C*****

```

```

SUBROUTINE ESIT (A,B,M,N)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION A(M,N),B(M,N)
DO 1 I=1,M
DO 1 J=1,N
1 B(I,J)=A(I,J)
RETURN
END

```

```

C*****

```

```

SUBROUTINE SIFIR (A,M,N)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION A(M,N)
DO 1 I=1,M
DO 1 J=1,N
1 A(I,J)=0.
RETURN
END

```

```

C*****

```

```

SUBROUTINE SKALER (A,M,N,SR,B)

```

```

IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION A(M,N),B(M,N)
DO 1 I=1,M
DO 1 J=1,N
  B(I,J)=SR*A(I,J)
RETURN
END

```

```

subroutine INTER2 (R,S,HR,HS,H)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION H(4),HR(4),HS(4),KR(4),KS(4)
DATA KR/-1,1,-1,1/KS/-1,-1,1,1/
DO 1 I=1,4
  H(I)=(1+KR(I)*R)*(1+KS(I)*S)/4
  HR(I)=KR(I)*(1+KS(I)*S)/4
1 HS(I)=KS(I)*(1+KR(I)*R)/4
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE INTER9 (R,S,HR,HS,H)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
REAL*8 LR,LS,NR,NS
DIMENSION NR(3),NS(3),LR(3),LS(3),H(9),HR(9),HS(9)

```

—— GENERIC SHAPE FUNCTIONS ——

```

NR(1)=-R*(1-R)/2
NR(2)= 1-R**2
NR(3)= R*(1+R)/2
NS(1)=-S*(1-S)/2
NS(2)= 1-S**2
NS(3)= S*(1+S)/2

```

—— TUREVLER ——

```

LR(1)=- (1-2*R)/2
LR(2)=-2*R
LR(3)= (1+2*R)/2
LS(1)=- (1-2*S)/2
LS(2)=-2*S
LS(3)= (1+2*S)/2

```

—— SEKIL FONKSIYONLARI VE TUREVLERI ——

```

L=1
DO 1 I=1,3
DO 1 J=1,3
  H (L)=NS(I)*NR(J)
  HR(L)=NS(I)*LR(J)
  HS(L)=LS(I)*NR(J)
  L=L+1
RETURN
END

```

JAKOBIEN MATRISI (JA), TERSI (JAK) VE DETERMINANTI (DETJ)

```

SUBROUTINE JAKOB9(X,Y,HR,HS,DETJ,JAK)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
REAL*8 JA,JAK
DIMENSION HR(9),HS(9),JA(2,2),X(9),Y(9),JAK(2,2)
CALL SIFIR(JA,2,2)

```

```

DO 1 I=1,9
JA(1,1)=JA(1,1)+(X(I)*HR(I))
JA(1,2)=JA(1,2)+(Y(I)*HR(I))
JA(2,1)=JA(2,1)+(X(I)*HS(I))
JA(2,2)=JA(2,2)+(Y(I)*HS(I))

```

```

.....
DETJ=JA(1,1)*JA(2,2)-JA(1,2)*JA(2,1)

```

```

.....
JAK(1,1)=JA(2,2)/DETJ
JAK(1,2)=-JA(1,2)/DETJ
JAK(2,1)=-JA(2,1)/DETJ
JAK(2,2)=JA(1,1)/DETJ
RETURN
END

```

```

*****
SUBROUTINE BOR9(I,DS,ES,B,D,DD,X,Y)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
INTEGER D,DS,ES,DD
DIMENSION B(DS,2),D(ES,9),X(9),Y(9),DD(9)
DO 1 J=1,9
DD(J)=D(I,J)
X(J)=B(DD(J),1)
Y(J)=B(D(I,J),2)
RETURN
END

```

```

*****
SUBROUTINE DOR9(HR,HS,JAK,UU,B)
SUBROUTINE DOR9(HR,HS,JAK,B)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
REAL*8 JAK
DIMENSION B(3,18),U(2,18),UU(2,18),JAK(2,2),HR(9),HS(9),V(2,18),
*VV(2,18)
CALL SIFIR(B,3,18)
CALL SIFIR(U,2,18)
CALL SIFIR(V,2,18)
I=1
DO 1 J=1,18,2
U(1,J)=HR(I)
U(2,J)=HS(I)
V(1,J+1)=HR(I)
V(2,J+1)=HS(I)
I=I+1
CALL CARPIM(JAK,U,UU,2,2,18)
CALL CARPIM(JAK,V,VV,2,2,18)
DO 4 J=1,18
B(1,J)=UU(1,J)
B(2,J)=VV(2,J)
B(3,J)=VV(1,J)+UU(2,J)
RETURN
END

```

```

*****
; IZOTROPIK MALZEME ICIN ELASTISITE MATRISLERI
*****

```

```

SUBROUTINE IZOTROP(T,NU,E,C)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)

```

```

REAL*8 NU
DIMENSION C(3,3)
CALL SIFIR(C,3,3)
A=E/(1-NU**2)
D=(1-NU)/2
C(1,1)=A
C(1,2)=NU*A
C(2,2)=A
C(2,1)=NU*A
C(3,3)=A*(1-NU)/2
RETURN
END

```

```

*****
/*          *****          *
/*          * ELASTO-PLASTIK GERILME HESABI *          *
/*          *****          *
/*          *****

```

```

SUBROUTINE EPLAS(SD,D,B,T,BK,KBG,rr,al,DS,ES,IDS,PV,UU,IT,VV,GP,G,
*GE,U,C,E,S1,S2,S3,S4,M,N1,N2,GD,BK1,TETA,IK,LT,XY,TG,TGE,TGP)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
INTEGER SD,DS,ES,D,DD,S1,S2,S3,S4
REAL*8 N,JAK,K,NN
DIMENSION IT(DS),BK(IDS,KBG),HR(9),HS(9),N(9),B(IDS,2),GF(3),
*D(ES,9),DD(9),X(9),Y(9),RR(3),JAK(2,2),C(3,3),BB1(3),BB(3,18),
*UK(18),GE(DS,3),G(DS,3),AL(3),GP(DS,3),GG(3),BB2(18,3),GD(DS),
*PP1(18),PP(18),UU(DS),VV(DS),U(IDS),PV(IDS),S1(N1),S2(N2),S3(M),
*BK1(IDS,KBG),TT(3,3),DG(3),S4(M),TG(DS,3),TGE(DS,3),TGP(DS,3)

```

— Birimler MPa cinsindendir —

```

DATA PI/3.141592654/XZ/230/YZ/24/SZ/48.9/
DATA K/1254/NN/0.7/BA/230/SO/230/

```

```

CALL TRANSFOR(1,TETA,PI,TT)
OPEN(UNIT=7,FILE='NEC.OUT')
TOL=0.0001
CALL ESIT (BK,BK1,IDS,KBG)
DO 93 I=1,DS
  UU(I)=0
  VV(I)=0
  GD(I)=0
33 IT(I)=0

```

II=1

```

10 DO 85 I=1,IDS
35 U(I)=PV(I)

```

```

IF(LT.EQ.0)THEN
  DO 86 I=1,N1
    U(2*S1(I)-1)=0
36 U(2*S2(I))=0
  ELSE
    DO 87 I=1,M
      IF(XY.EQ.0)GOTO 87
      U(2*S3(I))=0
37 U(2*S4(I)-1)=0

```

ENDIF

CALL ESIT (BK1,BK,IDS,KBG)
CALL BNDCZM(SD,DS,KBG,BK,U)

DO 1 I=1,ES

DO 79 I6=1,18

9 PP(I6)=0

CALL BOR9(I,DS,ES,B,D,DD,X,Y)

DO 7 J=1,9

LL=D(I,J)

UK(2*J-1)=U(2*LL-1)

UK(2*J)=U(2*LL)

L=1

DO 2 J=1,3

DO 2 JJ=1,3

R=RR(JJ)

S=RR(J)

CALL INTER9(R,S,HR,HS,N)

CALL JAKOB9(X,Y,HR,HS,DETJ,JAK)

CALL DOR9(HR,HS,JAK,BB)

CALL VEKCARP(BB,UK,BB1,3,18)

CALL VEKCARP(C,BB1,GG,3,3)

IF (IK . EQ . 0) THEN

BG=DSQRT(GG(1)**2+GG(2)**2-GG(1)*GG(2)+3*GG(3)**2)

ELSE

CALL TRANSFOR(1,TETA,PI,TT)

CALL VEKCARP(TT,GG,DG,3,3)

BG1=DG(1)**2-DG(1)*DG(2)

BG2=(DG(2)*XZ/YZ)**2+(DG(3)*XZ/SZ)**2

BG=DSQRT(DABS(BG1+BG2))

ENDIF

IF(II.GT.1)GOTO 32

DO 30 J5=1,3

10 GE(D(I,L),J5)=GG(J5)

12 IF(BG.LE.BA)GO TO 3

GN=BG

CALL ETEM(BA,SO,K,NN,GN,E,SG)

L7=D(I,L)

IF(GD(L7).NE.0)THEN

GA=GD(L7)-SG

ELSE

GA=BG-SG

ENDIF

SM=SG/BG

IF(II.GT.1)GOTO 34

L1=D(I,L)

IT(L1)=L1

14 IF(IT(D(I,L)).NE.L1)GOTO 35

UU(D(I,L))=DSQRT(U(2*L1-1)**2+U(2*L1)**2)

15 SY=GA/BG

DO 20 I5=1,3

20 GF(I5)=SY*GG(I5)

```

2      DO 22 I5=1,3
        GG(I5)=SM*GG(I5)
        AL1=AL(J)
        AL2=AL(JJ)
        SR=AL1*AL2*DETJ*T
        CALL TRANSPOZ(BB,BB2,3,18)
        CALL VEKCARP(BB2,GF,PP1,18,3)
        DO 8 J5=1,18
          PP1(J5)=SR*PP1(J5)
        DO 78 I7=1,18
8       PP(I7)=PP(I7)+PP1(I7)
        L2=D(I,L)
        IF(GD(L2).EQ.0) GD(L2)=BG
        DO 23 J5=1,3
3       GP(D(I,L),J5)=GG(J5)
        L=L+1
        DO 29 J=1,9
          MN=D(I,J)
          PV(2*MN-1)=PV(2*MN-1)+PP(2*J-1)
9       PV(2*MN)=PV(2*MN)+PP(2*J)
        CONTINUE

```

```

IF(II.EQ.1)GOTO 25
HT1=0
HT2=0
DO 37 I=1,DS
HT1=HT1+VV(I)
17 HT2=HT2+UU(I)
PAY= HT2-HT1
IF(II.GT.500) GO TO 24
IF(PAY.EQ.0)GOTO 250
HAT=DABS(PAY)/HT2
IF(HAT.LT.TOL)GOTO 24
15 DO 58 J=1,DS
18 VV(J)=UU(J)
WRITE(*,*)'II=',II
II=II+1
GOTO 10

```

```

24 WRITE(7,*)'ITERASYON SAYISI=',II
DO 57 I=1,ES
DO 57 J=1,9
DO 57 L=1,3
57 G(D(I,J),L)=-GE(D(I,J),L)+GP(D(I,J),L)

```

```

IF ( IK . EQ . 0 ) GOTO 111
CALL TRANSFOR(-1,TETA,PI,TT)
DO 55 I=1,3
55 WRITE(*,*)I,(TT(I,J),J=1,3)

DO 67 I=1,DS
DO 231 J=1,3
231 GG(J)=G(I,J)
CALL VEKCARP(TT,GG,DG,3,3)

```

```

DO 67 J=1,3
67  TG(I,J)=DG(J)

DO 68 I=1,DS
DO 241 J=1,3
241  GG(J)=GP(I,J)
CALL VEKCARP(TT,GG,DG,3,3)
DO 68 J=1,3
38  TGP(I,J)=DG(J)

DO 69 I=1,DS
DO 251 J=1,3
251  GG(J)=GE(I,J)
CALL VEKCARP(TT,GG,DG,3,3)
DO 69 J=1,3
69  TGE(I,J)=DG(J)
11  IF(PAY.NE.0)GOTO 252
WRITE(7,*)'PLASTIK GERILMELER OLUŞMAMIŞTIR. YÜKLEMİYİ ARTIRINIZ..'
WRITE(*,*)'PLASTIK GERILMELER OLUŞMAMIŞTIR. YÜKLEMİYİ ARTIRINIZ..'
52  WRITE(7,*)'***** ELASTİK GERILMELER *****'
DO 5 I=1,DS
WRITE(7,6)I,(TGE(I,J),J=1,3)
; IF(PAY.EQ.0)GOTO 251
WRITE(7,*)'
WRITE(7,*)'***** PLASTİK GERILMELER *****'
DO 65 I=1,DS
5  WRITE(7,6)I,(TGP(I,J),J=1,3)

WRITE(7,*)'
WRITE(7,*)'***** ARTIK GERILMELER *****'
DO 66 I=1,DS
6  WRITE(7,6)I,(TG(I,J),J=1,3)

WRITE(7,*)'
WRITE(7,*)'*** AKAN NOKTALAR ESLENİK GER *****'
DO 70 I=1,DS
7  WRITE(7,*)I,(IT(I)),GD(I)
CLOSE(7)
FORMAT(I5,3(F10.4))
RETURN
END

```

***** ETEM NEWTON RAPHSON İLE KOK BULUR *****

```

SUBROUTINE TRANSFOR(K,TETA,PI,TT)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION TT(3,3)
TET=TETA*PI/180
RM=COS(TET)
RN=SIN(TET)
TT(1,1)=RM**2
TT(1,2)=RN**2
TT(1,3)=K*(2*RM*RN)
TT(2,1)=RN**2
TT(2,2)=RM**2

```

```

TT(2,3)=K*(-2*RM*RN)
TT(3,1)=K*(-RM*RN)
TT(3,2)=K*(RM*RN)
TT(3,3)=RM**2-RN**2
RETURN
END

```

```
*****
```

```
***** ETEM NEWTON RAPHSON ILE KOK BULUR *****
```

```
*****
```

```

SUBROUTINE ETEM(BA,SO,K,NN,GN,E,SG)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
REAL*8 K,NN
ET=GN/E
L=1
SG=SO
SG=BA
F=SG-(SO+K*(ET-SG/E)**NN)
FF=1+(K*NN/E)*((ET-SG/E)**(NN-1))
SG=SG-F/FF
IF(L.EQ.1)THEN
SD=SG
L=L+1
GOTO 20
ELSE
HAT=(SG-SD)/SG
END IF
L=L+1
SD=SG
IF(HAT.GT.0.001)GO TO 20
RETURN
END

```

```
*****
```

```
***SON***
```

```
*****
```