

Matris Unutma Faktörü İle Uyarlanmış Kalman Filtresinin Başarım Değerlendirmesi

Cenker BİÇER* Esin KÖKSAL BABACAN** Levent ÖZBEK**

*Kırıkkale Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi İstatistik Bölümü, Kırıkkale.

**Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi İstatistik Bölümü, Ankara.

ekoksal@science.ankara.edu.tr

(Geliş/Received:28.06.2012; Kabul/Accepted:17.11.2012)

Özet

Lineer dinamik sistemler için durum tahmini; fen bilimleri ve mühendislikte sıkça karşılaşılan bir problemdir. Bu problemin çözümünde Kalman Filtresi en sık kullanılan yöntemdir. Geleneksel Kalman Filtresi, sistem dinamikleri tam olarak bilindiğinde optimal durum tahminini verir. Ancak gerçek uygulamalarda sistem dinamikleri tam olarak bilinmeyebilir. Bu durumda Kalman Filtresi tahminlerinde ıraksama meydana gelebilir. Birçok araştırmacı tarafından Kalman Filtresinde meydana gelebilecek ıraksama probleminin üstesinden gelebilmek için çeşitli uyarlı filtreler önerilmiş ve Kalman Filtresinde bazı güçlendirmeler yapılmıştır. Fakat her koşul için ıraksamayı giderecek uyarlı bir Kalman Filtresi halen mevcut değildir.

Bu çalışmada, çok değişkenli sistemlerde farklı nedenlerden kaynaklanabilecek ıraksama probleminin üstesinden gelebilmek için kullanılan matris unutma faktörü ile uyarlanmış Kalman Filtresi açıklanmış ve hedef takibi üzerine yapılan bir benzetim çalışması ile matris unutma faktörü ile uyarlanmış Kalman Filtresinin performansı geleneksel Kalman Filtresinin performansına göre gözlemlenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Kalman Filtresi, Uyarlı Kalman Filtresi, Unutma Faktörü.

Performance Evalution Of Adaptive Fading Kalman Filter With The Matrix Forgetting Factor

Abstract

For linear dynamical systems, state estimation problem is widely addressed in science and engineering. Kalman filter is the most widely method to solve of this estimation problem. As long as the system dynamics are correctly known, conventional Kalman filter gives optimal state estimation. However, in real applications, the system dynamics are not exactly known. In this situation, state estimation may diverge. Various adaptive Kalman filters have been proposed to avoid the divergence problem in Kalman filter estimates by many researchers and have been introduced some robustness in filtering. However, there is not single adaptive Kalman filter to solve the divergence problem for each condition.

In this study, we explain the adaptive fading Kalman filter with the matrix forgetting factor for used in multivariate systems to solve the divergence problem that may arise for different reasons. The performance of the explained filter is demonstrated by a simulation involving target tracking.

Keywords: Kalman Filter, Adaptive Kalman Filter, Forgetting Factor.

1. Giriş

Kalman filtresi lineer dinamik sistemlerde durum tahmini için kullanılan bir tahmin yöntemidir [1]. Filtreleme problemi formüle edilirken sistem gürültü süreçlerinin kovaryans matrislerinin ve modelde yer alan matrislerin tam olarak bilindiği varsayımı yapılır [2]. Bu varsayımlar sağlandığında Kalman Filtresi en iyi

performans ile çalışır; yani Kalman Filtresinin performansı sistem dinamiklerinin tam olarak bilinmesine bağlıdır. Ancak birçok uygulamada bu dinamikler tam olarak bilinmez. Bu ise filtrenin performansını olumsuz yönde etkileyebilir ve filtre tahminlerinde ıraksama meydana gelebilir [3]. Tahminin ıraksaması probleminin üstesinden gelebilmek için şu ana kadar araştırmacılar tarafından çok sayıda

çalışma yapılmış ve farklı uyarlı filtreler önerilmiştir. Skaler unutma faktörü ile Uyarlanmış Kalman Filtresi [2, 4] önerilen uyarlı filtreleme tekniklerinden bir tanesidir ve hata kovaryans eşitliğinin skaler bir unutma faktörü ile ağırlıklandırılması temeline dayanır. Bu yaklaşımın temel problemi skaler unutma faktörünün hata kovaryans eşitliğinde nasıl yer alacağı ve optimal skaler unutma faktörünün nasıl belirleneceğidir. Şu ana kadar skaler unutma faktörünün Kalman Filtresi eşitliklerinde nasıl yer alması gerektiği yapılan çalışmalarla [4, 5] belirtilmiş, ayrıca skaler unutma faktörünün hata kovaryans eşitliğinde yer alış biçimine göre de optimal skaler unutma faktörünün hesaplanması için farklı algoritmalar önerilmiştir. Sistemin yanlış modellenmesinden veya filtrenin eksik bilgiyle çalıştırılmasından kaynaklanabilecek ıraksama problemini önlemek amacıyla, Kalman Filtresinin bir skaler unutma faktörü ile uyarlanması, tek durum değişkenine sahip sistemler için uygun görünse de çok değişkenli daha karmaşık sistemlerde durum tahmini için kurulan Kalman Filtresinin bir skaler unutma faktörü ile uyarlanması mümkün olmayabilir [6, 7]. Çok değişkenli sistemler üzerinde yapılan çalışmalarda ıraksama probleminin giderilmesinin Kalman Filtresinin, simetrik bir matris unutma faktörü [6] veya çoklu unutma faktörü [7, 8] ile uyarlanmasıyla yapılabileceği belirtilmiştir. Her ne kadar çok değişkenli sistemlerde ıraksama probleminin önüne geçmek için çeşitli uyarlı filtreler önerilmiş olsa da, bu problem henüz tam olarak çözülebilmemiş değildir.

Bu çalışmanın ikinci bölümünde Kalman Filtresi, skaler unutma faktörü ile Kalman Filtresinin uyarlanması ve matris unutma faktörü ile Kalman Filtresinin uyarlanması açıklanmıştır. Üçüncü bölümde, matris unutma faktörü ile uyarlanmış Kalman filtresinin başarımını ortaya koymak için hedef takibi üzerine bir benzetim çalışması yapılmış, son bölümde ise çalışmada elde edilen sonuçlar verilmiştir.

2. Kalman Filtresi Ve Uyarlanması

Kesikli-zaman lineer stokastik bir durum uzay modeli

$$x_{k+1} = \Phi_k x_k + G_k w_k \quad (1)$$

$$y_k = H_k x_k + v_k \quad (2)$$

olarak, göz önüne alınsın. Burada $x_k \in R^n$ durum vektörü, $y_k \in R^m$ gözlem vektörü, Φ_k, H_k, G_k uygun boyutlu bilinen matrislerdir. Ayrıca sistem gürültü süreci w_k , gözlem gürültü süreci v_k 'nin sırasıyla $Q_k \delta_{kj}$, $R_k \delta_{kj}$ kovaryanslı birbirleri ve x_0 başlangıç durumu ile ilişkisiz beyaz gürültü süreçleri olduğu varsayılır. Burada δ_{kj} Kronecker delta fonksiyonudur. x_0 başlangıç durumunun;

$$E[x_0] = \bar{x}_0 \quad (3)$$

$$E[(x_0 - \bar{x}_0)(x_0 - \bar{x}_0)'] = P_0 \quad (4)$$

olduğu ve tüm $k = 0, 1, 2, \dots$ anlarında Φ_k, H_k, G_k, Q_k ve R_k matrislerinin bilindiği varsayımı altında Kalman Filtresi;

$$x_{k|k-1} = \Phi_k x_{k-1} \quad (5)$$

$$P_{k|k-1} = \Phi_{k-1} P_{k-1} \Phi_{k-1}' + G_{k-1} Q_{k-1} G_{k-1}' \quad (6)$$

$$K_k = P_{k|k-1} H_k' (H_k P_{k|k-1} H_k' + R_k)^{-1} \quad (7)$$

$$x_k = x_{k|k-1} + K_k (y_k - H_k x_{k|k-1}) \quad (8)$$

$$P_k = (I - K_k H_k) P_{k|k-1} \quad (9)$$

eşitlikleri ile verilir. Burada $\hat{x}_{k|k-1}$ durum vektörünün bir öngörüsü, $P_{k|k-1}$ durum öngörüsüne ait hata kovaryans matrisi, K_k Kalman kazancı, $\hat{x}_k$ güncellenmiş durum tahmini ve P_k güncellenmiş durum tahmine ait hata kovaryans matrisidir [1,9].

2.1. Kalman Filtresinin Skaler Unutma Faktörü İle Uyarlanması

Filtreleme problemi oluşturulurken sistem yanlış modellenmiş ise Kalman Filtresi yanlış çalışacak ve durum tahmininde ıraksama meydana gelebilecektir. Ayrıca filtre tahmini çoğunlukla geçmiş verilere dayanılarak yapıldığı için, geçmiş veriye daha çok ağırlık vermek, tahmin ıraksamasının diğer bir nedenidir. Eğer geçmiş veriler, hatalı model kullanımından dolayı anlamlarını yitirmişlerse, tahmin ıraksamasını engellemek için bu verilerin güncel durum tahminine olan etkisini azaltmak veya yok etmek gerekir. Bu maksat ile Fagin [10], geçmiş veriyi skaler unutma faktörü yoluyla üstel olarak ağırlıklandıran bir yöntem geliştirmiştir. Bu yöntem Xia ve diğerleri [4] tarafından durum-

uzay modeline uygulanmış ve hatanın kovaryans matrisinin

$$P_{k|k-1} = \lambda_k \Phi_{k-1} P_{k-1} \Phi'_{k-1} + G_{k-1} Q_{k-1} G'_{k-1} \quad (10)$$

biçiminde alınmasını önermiştir. Böylece Kalman Filtresi eşitliklerinden (6) eşitliğinin yerine (10) eşitliğinin alınmasıyla Kalman Filtresinin uyarlanabileceği belirtilmiştir. Burada $\lambda_k \geq 1$ özelliğini sağlayan ve zamanla değişen skaler unutma faktörüdür. Bu şekilde kurulan Kalman Filtresinin performansı tamamen λ_k unutma faktörünün seçimine bağlıdır ve filtre en iyi performans ile işleyecek şekilde bu unutma faktörünün hesaplanması gerekir [4].

Skaler unutma faktörünün optimal seçimi için algoritmalar geliştirilirken, optimal filtrenin önemli bir özelliği kullanılır: (7) eşitliği Kalman kazancı olarak adlandırılır ve en iyi filtre kazancı kullanıldığında

$$z_k = y_k - H_k x_{k|k-1} \quad (11)$$

olarak tanımlanan artıklar vektörü beyaz gürültü süreci özelliğini sağlar [2, 4]. (11) eşitliği ile tanımlanan z_k artıklar vektörünün kovaryansı,

$$C_{0,k} = E[z_k z'_k] = H_k P_{k|k-1} H'_k + R_k \quad (12)$$

ve otokovaryansı, $\forall j = 1, 2, 3, \dots$ için

$$C_{j,k} = E[z_{k+j} z'_k] = H_k \Phi_{k+j} (I - K_{k+j-1} H_{k+j-1}) \dots \Phi_{k+2} (I - K_{k+1} H_{k+1}) \Phi_{k+2} (P_{k|k-1} H'_k - K_k C_{0,k}) \quad (13)$$

dır [2, 4]. (7) eşitliği ile verilen Kalman kazancı ve (12) eşitliği ile verilen artıklar vektörüne ait kovaryansın (13) eşitliğinde yerlerinde kullanılması ile $C_{j,k}$ 'nın sıfıra eşit olduğu görülür. Bu ise beyaz gürültü sürecinin en iyi kazanç kullanıldığında ilişkisiz olduğunu garanti eder. Gerçek uygulamalarda ise, modeldeki parametre ve gürültü kovaryanslarının hatalı olabilmesi nedeniyle artıkların kovaryansı (12) eşitliği ile verilen kovaryansın farklılık gösterir. Bu nedenle $C_{j,k}$ sıfırdan farklı olabilir. (13) eşitliğinde unutma faktörünün sadece son terimde etkili olduğu görülür ve unutma faktörü bu son terim, $C_{j,k}$ sıfıra eşit olacak şekilde göz önüne alınarak belirlenebilir. Yani, K_k kazancının en iyi olması durumunda ,

$$P_{k|k-1} H'_k - K_k C_{0,k} = 0 \quad (14)$$

eşitliğinin sağlanması demektir. Bu form uyarlı filtrenin temelini oluşturur [2]. (14) eşitliğindeki

$C_{0,k}$ kovaryansı ise gözlenmiş verilerden ardışık olarak

$$C_{0,k} = D_{1,k} / D_{2,k} \quad (15)$$

$$D_{1,k} = D_{1,k-1} / \lambda_{k-1} + z_k z'_k \quad (16)$$

$$D_{2,k} = D_{2,k-1} / \lambda_{k-1} + 1 \quad (17)$$

$$D_{1,0} = 0, \quad D_{2,0} = 0$$

biçiminde hesaplanır [4].

Gustafsson [11] tarafından da belirtildiği gibi, filtre gürültü kovaryanslarının aynı katsayı ile ağırlıklandırılması sonucunda, Kalman Filtresi eşitliklerinde meydana gelecek tek değişikliğin hata kovaryans matrisinde görüldüğü bilinmektedir. Bu durumu Özbek ve Aliev (1998), yaptıkları çalışmada göz önüne almış ve Kalman Filtresinin bir skaler unutma faktörüyle uyarlanmasının, hata kovaryans eşitliğinin

$$P_{k|k-1} = \lambda_k (\Phi_{k-1} P_{k-1} \Phi'_{k-1} + G_{k-1} Q_{k-1} G'_{k-1}) \quad (18)$$

biçiminde alınmasıyla yapılabileceğini göstermişlerdir.

2.2. Kalman Filtresinin Matris Unutma Faktörü İle Uyarlanması

Kalman Filtresinin skaler bir unutma faktörüyle uyarlanması tek değişkenli sistemler için bir başarımlı artışı sağlasa da, çok değişkenli sistemlerde modelleme hatası her değişken için farklı oranlarda olabileceğinden dolayı, skaler unutma faktörü yerine bir matris unutma faktörü kullanılmalıdır [4]. Bu durum, şu ana kadar çok sayıda araştırmacı tarafından ele alınmış ve Kalman Filtresi tahminlerinde güçlendirmeler yapacak farklı uyarlı filtreler önerilmiştir [6, 8]. Biçer ve diğerleri (2012) tarafından önerilen matris unutma faktörü ile Uyarlanmış Kalman Filtresi bunlardan bir tanesidir. (1)-(2) eşitlikleri ile verilen lineer stokastik durum-uzay modeli için Matris unutma faktörü ile Kalman Filtresinin uyarlanması, (10) eşitliğinde kullanılan λ_k skaler unutma faktörü yerine $(n \times n)$ boyutlu Λ_k köşegen matrisi, (6) eşitliği yerine, sistem gürültü kovaryansı Q_k 'nın da hatalı olabileceğini göz önüne alan,

$$P_{k|k-1} = \Phi_{k-1} \Lambda_{k-1} P_{k-1} \Lambda'_{k-1} \Phi'_{k-1} + G_{k-1} \Lambda_{k-1} Q_{k-1} \Lambda'_{k-1} G'_{k-1} \quad (23)$$

eşitliğinin alınmasıyla sağlanabilir [8]. Bu durumda optimal matris unutma faktörü

Algoritma 1 veya Algoritma 2 kullanılarak hesaplanabilir.

Algoritma 1: Q_k, R_k, P_0 matrisleri pozitif tanımlı ve H_k tam ranklı olmak üzere, optimal matris unutm faktörü;

$$\Phi_{k-1} \Lambda_{k-1} P_{k-1} \Lambda'_{k-1} \Phi'_{k-1} + G_{k-1} \Lambda_{k-1} Q_{k-1} \Lambda'_{k-1} G'_{k-1} = (H'_k H_k)^{-1} H'_k (C_{0,k} - R_k) H_k (H'_k H_k)^{-1}$$

lineer olmayan denklem sisteminin çözümünden elde edilir. Bunu açıklığa kavuşturmak için (7) eşitliği, optimalite koşulu olan (14) eşitliğinde yerine yazılırsa

$$P_{k|k-1} = (H'_k H_k)^{-1} H'_k (C_{0,k} - R_k) H_k (H'_k H_k)^{-1} \quad (24)$$

elde edilir. (23) eşitliği ve (24) eşitliği birbirine denk ifadeler olduğundan

$$\Phi_{k-1} \Lambda_{k-1} P_{k-1} \Lambda'_{k-1} \Phi'_{k-1} + G_{k-1} \Lambda_{k-1} Q_{k-1} \Lambda'_{k-1} G'_{k-1} = (H'_k H_k)^{-1} H'_k (C_{0,k} - R_k) H_k (H'_k H_k)^{-1} \quad (25)$$

yazılabilir. (25) eşitliğinin sağ tarafındaki $C_{0,k}$ kovaryansı, gözlenmiş verilerden

$$C_{2,k} = D_{1,k} D_{2,k}^{-1} \quad (26)$$

$$D_{1,k} = D_{1,k-1} \bar{\Lambda}_{k-1}^{-2} + z_k z'_k \quad (27)$$

$$D_{2,k} = D_{2,k-1} \bar{\Lambda}_{k-1}^{-2} + I \quad (28)$$

$$D_{1,0} = 0, \quad D_{2,0} = 0$$

eşitliklerinin kullanılmasıyla hesaplanabilir. Burada $\bar{\Lambda}_{k-1}$, $k-1$ anında hesaplanmış olan ve üzerinden gözlem alınabilen durum değişkenlerine karşılık gelen unutm faktörlerinden oluşan köşegen bir matristir. Biçer ve diğerleri (2012) tarafından önerilenden farklı olarak $C_{0,k}$ kovaryansının hesaplanmasında

$$C_{0,k} = \alpha_k C_{0,k-1} + (1 - \alpha_k) z_k z'_k \quad (29)$$

eşitliği kullanılmıştır. Burada α_k , $0 < \alpha_k < 1$ koşulunu sağlayacak şekilde seçilmelidir. Böylece sisteme ait önsel bilgiye dayanarak geçmiş gözlemlerin belirli bir oranda unutulması sağlanabilir. Bu haliyle (25) eşitliği lineer olmayan bir denklem sistemidir ve Λ_k matrisinin elemanları bu denklem sisteminden örneğin Newton-Raphson yöntemi kullanılarak elde edilebilir.

Algoritma 2: H_k matrisinin tam ranklı olmaması durumunda optimal matris unutm faktörünü elde edebilmek için ilk olarak,

$$S_k = P_{k|k-1} H'_k - K_k C_{0,k} \quad (30)$$

fonksiyonu tanımlansın. Bu durumda, $C_{0,k}$ kovaryansı gözlenmiş veriden (29) eşitliği ile

verildiği biçimde hesaplanmak üzere; Kalman Filtresinin optimalitesi

$$F(\lambda_{1,k}, \lambda_{2,k}, \dots, \lambda_{n,k}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m S_{ij,k}^2 \quad (31)$$

fonksiyonu göz önüne alınarak değerlendirilebilir. Burada $(\lambda_{1,k}, \lambda_{2,k}, \dots, \lambda_{n,k})$, Λ_k matrisinin köşegen elemanları ve $S_{ij,k}$, S_k matrisinin i . satır j . sütun elemanıdır. $F(\lambda_{1,k}, \lambda_{2,k}, \dots, \lambda_{n,k})$ fonksiyonu ne kadar küçük olursa filtre optimal tahmine o kadar yaklaşıp. $F(\lambda_{1,k}, \lambda_{2,k}, \dots, \lambda_{n,k})$ 'nin mutlak minimumunda ise filtre optimal tahmini verir. Böylece optimal matris unutm faktörü Λ_k , $F(\lambda_{1,k}, \lambda_{2,k}, \dots, \lambda_{n,k})$ fonksiyonunu minimize edecek biçimde,

$$\hat{\lambda} = [\lambda_{1,k}, \lambda_{2,k}, \dots, \lambda_{n,k}]'$$

ve

$$\nabla F = \begin{bmatrix} \frac{\partial F(\lambda_{1,k}, \lambda_{2,k}, \dots, \lambda_{n,k})}{\partial \lambda_1} \\ \frac{\partial F(\lambda_{1,k}, \lambda_{2,k}, \dots, \lambda_{n,k})}{\partial \lambda_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial F(\lambda_{1,k}, \lambda_{2,k}, \dots, \lambda_{n,k})}{\partial \lambda_n} \end{bmatrix}$$

olmak üzere;

$$\hat{\lambda}_k^{l+1} = \hat{\lambda}_k^l - \tau \nabla F \quad \forall l = 0, 1, 2, \dots \quad (32)$$

iteratif yöntemi kullanılarak hesaplanabilir. Bu yöntem literatürde Steepest Descent veya Gradient Descent olarak bilinir [12]. Burada l , k anındaki iterasyon indisi ve τ ($0 < \tau < 1$) gradient metodundaki adım uzunluğudur. Ayrıca her k anındaki başlangıç değeri $\hat{\lambda}_k^0 = [1, 1, \dots, 1]'$ olarak seçilebilir. İterasyon işlemi istenen bir $\varepsilon > 0$ değeri için,

$$|F(\hat{\lambda}_k^{l+1}) - F(\hat{\lambda}_k^l)| \leq \varepsilon \quad (33)$$

şartı sağlandığında durdurulur. Buradan $\lambda_{i,k}$, k anındaki i . ($i=1, 2, \dots, n$) unutm faktörünü göstermek üzere ve $\hat{\lambda}_{i,k}^{l+1}$, k anındaki $l+1$. iterasyon sonucunda elde edilen i . unutm faktörünün tahminini göstermek üzere;

$$\lambda_{i,k} = \max(1, \hat{\lambda}_{i,k}^{l+1}) \quad (34)$$

olarak seçilebilir. Böylece k anındaki matris unutm faktörü

$$\Lambda_k = \begin{bmatrix} \lambda_{1,k} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_{2,k} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_{q,k} \end{bmatrix} \quad (35)$$

olarak bulunur [8].

3. Benzetim Çalışması

Bu bölümde, matris unutma faktörü ile uyarlanmış Kalman filtresinin başarımını, Kalman filtresinin başarımı ile karşılaştırmak amacı ile $X-Y$ koordinat sisteminde 125 m/sn sabit hız ile hareket eden bir hedefin, sabit bir alıcı ile takibi üzerine bir benzetim çalışması yapılmıştır. Benzetim çalışmasında kullanılan hedefin hareket senaryosu şöyledir; hedefin başlangıçta (0,0) noktasında olduğu ve X koordinatındaki hızının 0, Y koordinatındaki hızının ise 125 m/sn olduğu varsayılmıştır. Hedef 0-100 sn aralığında sabit hızla hareket etmekte, 100-130 sn aralığında 3°/sn açısız hızla sola doğru koordineli dönüş yapmakta ve 130-200 sn aralığında tekrar sabit hızlı harekete geçmektedir. Bu hedeften, ölçümler ise 5 sn'de bir alınmıştır.

Verilen hedefin takibi için sabit hızlı hareketi modelleyen kesikli zaman durum-uzay modeli kullanılabilir. Durum-uzay modeli, durum vektörü $x = [x \ \dot{x} \ y \ \dot{y}]$ olmak üzere;

$$x_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} \frac{1}{2}T^2 & 0 \\ T & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}T^2 \\ 0 & T \end{bmatrix} w_k$$

$$z_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x_k + v_k$$

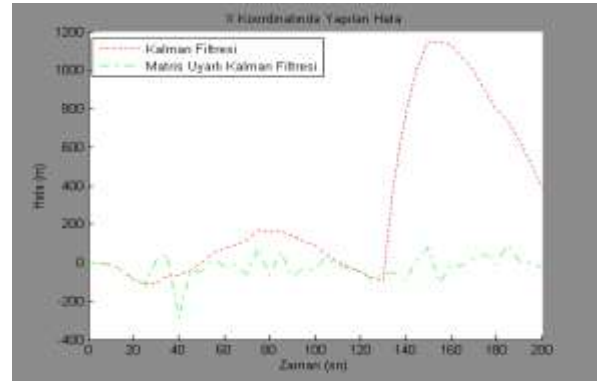
biçimindedir. Burada w_k ve v_k ilişkisiz ve sırasıyla Q_k ve R_k kovaryanslarına sahip beyaz gürültü süreçleri, T ($T=5$ sn) örnekleme aralığıdır [13]. Benzetim çalışmasında kullanılacak veriler Çizelge 1' de verilen başlangıç değerleri kullanılarak üretilmiş, filtreler de Çizelge 2' de verilen başlangıç değerleri kullanılarak çalıştırılmıştır. Sonuçlar ise Şekil 1 – Şekil 3 de verildiği gibi elde edilmiştir.

Çizelge 1. Verilerin Üretilmesinde Kullanılan Başlangıç Değerleri

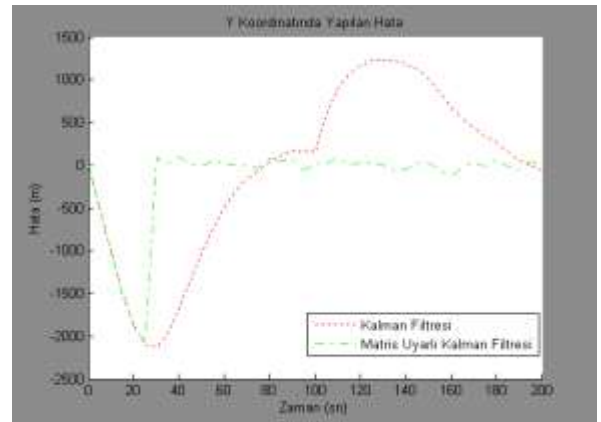
	Başlangıç değerleri
Başlangıç durum vektörü	$[0 \ 0 \ 0 \ 125]'$
Alıcı Konumu	$[-10^4 \ 0]'$
Sistem Gürültü Kovaryansı	$3 \times I_4$
Gözlem Gürültü Kovaryansı	$50 \times I_2$

Çizelge 2. Filtrelerin Çalıştırılmasında Kullanılan Başlangıç Değerleri

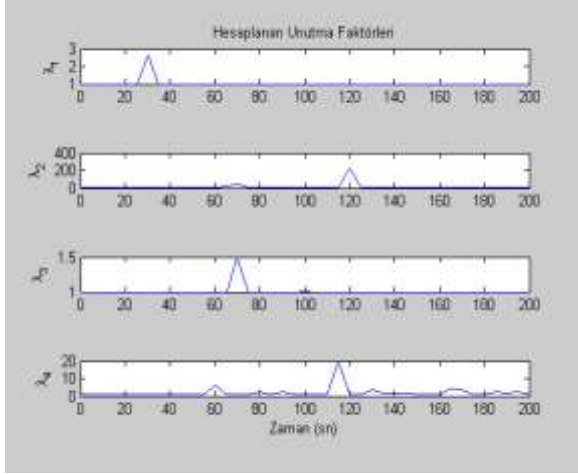
	Başlangıç değerleri
Başlangıç Durum Vektörü	$[0 \ 0 \ 0 \ 25]'$
Sistem Gürültü Kovaryansı	$0.3 \times I_4$
Gözlem Gürültü Kovaryansı	$75 \times I_2$



Şekil 1. Kalman Filtresi ve matris unutma faktörü ile Uyarlanmış Kalman Filtresinin X koordinatında yaptıkları tahmin hataları



Şekil 2. Kalman Filtresi ve matris unutma faktörü ile Uyarlanmış Kalman Filtresinin Y koordinatında yaptıkları tahmin hataları



Şekil 3. Matris unutma faktörü ile uyarlanmış Kalman filtresinde $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4)$ olmak üzere hesaplanan $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ unutma faktörleri

4. Sonuç

Bu çalışmayla, çok değişkenli lineer sistemlerin durum tahmini probleminin çözümünde karşılaşılabilecek ıraksamanın üstesinden gelebilmek için Biçer ve diğerleri (2012) tarafından önerilen matris uyarlı Kalman filtresi açıklanmıştır. Yapılan benzetim çalışması ile açıklanan filtreye ait durum tahminlerinin normal Kalman filtresi ile elde edilen durum tahminlerine göre gerçek değerlere daha yakın sonuçlar verdiği gözlenmiştir. Ayrıca sistem durumundaki herhangi bir değişikliğe en hızlı uyum sağlayan filtrenin matris unutma faktörü ile uyarlanmış Kalman filtresi olduğu gözlemlenmiştir. Böylece benzetim çalışması sonucuna dayanarak matris unutma faktörü ile uyarlanmış Kalman filtresinin başarımının Kalman filtresine göre daha iyi olduğu söylenebilir.

5. Kaynaklar

1. Grewal, S. and Andrews, A.P. (2008). *"Kalman Filtering Theory and Practice Using Matlab"*, John Wiley & Sons Inc. A.B.D.

2. Özbek, L. (2000). *"Uyarlı Kalman Filtresi"*, Gazi Üniv. Fen Bilimleri Ens. Dergisi, Vol. 13, No 2, pp. 369-380
3. Kim, K. H., Lee, J. G., Park, C. G., Jee, G. I. (2007). *"The Stability Analysis of the Adaptive Fading Extended Kalman Filter"*, 16th IEEE International Conference on Control, Singapore, 1-3 October 2007.
4. Xia, Q., Rao, M., Ying, Y., Shen X. (1994). *"Adaptive Fading Kalman Filter with an Application"*, Automatica, Vol. 30, No 8, pp. 1333-1338.
5. Özbek, L. and Aliev, F. A. (1998). Comments on *"Adaptive Fading Kalman Filter with an Applications"*, Automatica, Vol. 34, No 12, pp. 1163-1164.
6. Özbek, L., Öztürk, F. and Aliev, F. (1996). *"Kalman Filtresinde Kayıpları Önlemek İçin Bir Yöntem"*, Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı, İstanbul Türkiye, pp. 31-38.
7. Geng, Y., Wang, J. (2008). *"Adaptive Estimation of Multiple Fading Factors in Kalman Filter for Navigation Applications"*, GPS Solution, Vol. 12, No 4, pp. 273-279
8. Biçer, C., Babacan, E. K., Özbek, L., (2012). *"Stability of the Adaptive Fading Extended Kalman Filter with the Matrix Forgetting Factor"*, Turk. J. Elec. Eng. & Comp. Sci., Vol. 20, No: 5, pp. 819-833.
9. Anderson, B. D. O. and Moore, J. B. (1979). *"Optimal Filtering"*, Prentice Hall, A.B.D.
10. Fagin, S. L. (1964). *"Recursive Linear Regression Theory, Optimal Filter Theory and Error Analysis Optimal Systems."*, IEEE Int. Conv. Rec., Vol. 12, pp. 216-240
11. Gustafsson, F. (1992). *"Estimation of Discrete Parameters in Linear Systems"*, Ph.D. Thesis, Department of Electrical Engineering, Linköping University, Sweden, 1992.
12. Hendrix, E. M. T., Toth, B. G. (2010). *"Introduction to Nonlinear and Global Optimization"*, Springer Science+Business Media, A.B.D.
13. Bar-Shalom, Y., Li, X. R. and Kirubakaran, T. (2001). *"Estimation with Applications to Tracking and Navigation"*, John Wiley and Sons, Inc., USA.