

T.C.
FIRAT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ



SANSÜRLÜ ÖRNEKLEM DURUMUNDA YAŞAM
MODELİ VE PARAMETRE TAHMİNLERİ

Tuğçe ÖZDEMİR

Yüksek Lisans Tezi

İstatistik Anabilim Dalı

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Ayşe BUĞATEKİN

HAZİRAN – 2016

T.C.
FIRAT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

SANSÜRLÜ ÖRNEKLEM DURUMUNDA YAŞAM
MODELİ VE PARAMETRE TAHMİNLERİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ
Tuğçe ÖZDEMİR
122133102

Tezin Enstitü ye Verildiği Tarih:
Tezin Savunulduğu Tarih:03.06.2016

Tez Danışmanı : Yrd. Doç. Dr. Ayşe BUĞATEKİN (F.Ü)

Diğer Jüri Üyeleri : Doç. Dr. Mahmut IŞIK (H.Ü)

Doç. Dr. Sinan ÇALIK (F.Ü)



ÖNSÖZ

Tez konusunun belirlenmesi ve yürütülmesi aşamasında, her türlü yardımını ve desteğini esirgemeyen kıymetli danışman hocam Yrd. Doç. Dr. Ayşe BUĞATEKİN' e ve desteklerinden dolayı bölüm başkanımız değerli hocam Doç. Dr. Sinan ÇALIK' a teşekkür eder, saygılarımı sunarım.

Bu süreçte, bana destek veren, cesaretlendiren ve hep yanımda olan sevgili eşim ve değerli aileme yürekten teşekkür ederim.

Tuğçe ÖZDEMİR
ELAZIĞ-2016



İÇİNDEKİLER

	Sayfa No
ÖNSÖZ	II
İÇİNDEKİLER.....	III
ÖZET	IV
SUMMARY	V
ŞEKİLLER LİSTESİ	VI
ÇİZELGE LİSTESİ	VII
1.GİRİŞ	1
2. YAŞAM ANALİZİ	2
2.1 Yaşam Analizi Dağılımları	2
3. SANSÜRLEME	5
3.1 Sağdan Sansürleme	6
3.2 Soldan Sansürleme.....	8
4.PARAMETRİK YAŞAM MODELLERİ.....	10
4.1. Weibull Dağılımı	10
5. PARAMETRE TAHMİNLERİ.....	12
5.1. Tam ve Sansürlü Örneklem Durumlarında Maksimum Olabilirlik Yöntemi	12
5.2. Weibull Dağılımı İçin Parametre Tahmini	13
5.2.2. Sansürlü Veri Durumunda Parametre Tahmini	14
5.2.2.1. I. Tür Sansürlemede Parametre Tahmini	14
5.2.2.2. II. Tür Sansürlemede Parametre Tahmini	15
6.UYGULAMA	16
7.SONUÇLAR VE TARTIŞMA.....	20
KAYNAKLAR.....	21
EKLER	22
ÖZGEÇMİŞ	26

ÖZET

Mühendislik, tıp, sigortacılık, iktisat, sosyal bilimler gibi birçok alanda kullanılabilen yaşam analizi; bu çalışmada canlılar üzerinde durularak irdelenecektir. Yaşam analizi bu açıdan ele alındığında; belirli bir hastalığa yakalanan kişinin, kişi gözlem altında çeşitli tedavi yöntemleriyle hayatta kalabilme süresini önceden tespit etmeye çalışarak diğer faktörlerin de bu süreye olan etkisini araştırmak amacıyla geliştirilen yöntemler bütünü olarak tanımlanabilmektedir. Yaşam analizinin çeşitli tanımlarına yer vereceğimiz bu çalışmamızda; bu analizin en önemli unsuru olan yaşam süresi ayrıntılı olarak incelenecektir. Ayrıca yaşam analizinde kullanılan yaşam fonksiyonu, ani ölüm olasılığı (Hazard fonksiyonu), dağılım fonksiyonu gibi bazı temel kavramların tanımlarıyla birlikte aralarındaki ilişkiler ve sansürleme hakkında bilgi verilerek sansürleme çeşitleri de açıklanacaktır.

Dördüncü ve beşinci bölümlerde ise; bu çalışmanın esas amacı olan verilerin parametre tahminleri için Weibull dağılımı incelenerek tam ve sansürlü örneklem için maksimum olabilirlik tahmin edicileri üzerinde durulacaktır.

Son bölümde de 100 tane hamile bayanın yaşı ve hamilelik süresine göre verilerin öncelikle Weibull dağılımına göre uygunluğu araştırılacak, daha sonra bu verilerin hangi sansürleme çeşidine uyduğu tespit edilerek sansürlü örneklem durumunda yaşam modeli ve parametre tahminleri yapılacaktır. Minitab 17 programı yardımıyla da bu verilerin yaşam analizi açısından önem arzeden kısımlarını oluşturan yaşam fonksiyonu, Hazard fonksiyonu v.b. veriler hakkında önemli bilgiler veren fonksiyonların grafikleri çizdirilecektir. Bu tezde; yaşam süresine uyan dağılımın parametre tahminlerinin bulunması amaçlanmaktadır.

Anahtar Kelimeler: Yaşam analizi, Sansürleme, Sansürlü Veri, Parametrik Yaşam Modelleri, Weibull Dağılımı, Parametre Tahmini.

SUMMARY

LIFE MODELS AND PARAMETER ESTIMATES IN CENSORED SAMPLE

Survival analysis which can be used in many fields such as engineering, medicine, insurance, economics, social sciences, is analyzed in this study on living things. Survival analysis can be defined as set of methods to measure survival time of an infected person under observation and determine effect of other factors on survival time. In this study various definitions of survival time are given and lifetime which is the most important element of this analysis is examined in detail. Definitions of basic concepts used in survival analysis such as life function, the possibility of sudden death (Hazard function), the distribution function and relations between them is explained. Censorship and censorship types is discussed in detail.

In the fourth and fifth parts, Weibull distribution is examined for parameter estimates which are the main goal of this study and maximum likelihood estimators is focused for normal and censored samples.

In the final part of the study data about ages and pregnancy period of 100 pregnant women is first examined for suitability of the Weibull distribution, then suitable censorship types is chosen for available data. In the event of censored sampling survival models and parameter estimates are prepared. Graphics of functions that gives info about life function, Hazard function that are important parts of survival analysis are prepared via Minitab 17 program. In this thesis it is aimed to determine parameter estimates that match with the life expectancy of the distribution.

Keywords: Survival Analysis, Censoring, Censored Data, Parametric Life Models, Weibull Distribution, Parameter Estimates.

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 6.1 Weibull, gamma, üstel ve normal dağılım için yaşam olasılık grafikleri	18
Şekil 6.2 Weibull dağılımının parametreleriyle ilgili grafikler	19



ÇİZELGE LİSTESİ

Çizelge 6.1 Bazı belirtici istatistikler	16
--	----



1.GİRİŞ

Yaşam analizinin mühendislik, tıp, sosyal bilimler gibi çeşitli dallarda farklı tanımları olmak üzere bu çalışmada canlılar üzerinde çalışılacağından genel tanımına bakılacak olursa; herhangi bir hastalığı olan kişilerin, hastalığının belirlenmesinden itibaren kişi tedavi altına alındıktan sonra farklı tedavi yöntemleriyle kişinin hayatta kalabilme süresini önceden tespit etmeye çalışarak diğer faktörlerin de bu süreye olan etkisini araştırmak amacıyla geliştirilen yöntemler bütünüdür. Bu çalışmada öncelikle yaşam analizi açısından önem arzeden kısımlarından olan yaşam fonksiyonu, olasılık yoğunluk fonksiyonu, Hazard fonksiyonu hakkında bilgiler verilerek bu fonksiyonlar arasındaki ilişkiler açıklanacaktır.

Yaşam analizin en önemli unsuru olan sansürleme hakkında bilgi verilerek sansürleme türleri üzerinde durulacaktır. Sonraki kısımda ise çalışmanın esas amacı olan sansürlü örneklem durumunda yaşam modeli ve parametre tahmini için Weibull dağılımı ele alınarak tam ve sansürlü örneklem durumunda en çok olabilirlik tahmin edicileri araştırılacaktır. Bunları yapmak içinde uygulama bölümünde öncelikle 100 tane hamile bayanın yaşı ve hamilelik süreleri Minitab 17 programında yazılarak verilerin Weibull dağılımına uygunluğu araştırılacak, uygunluğu kesinleştikten sonra verilerin parametre tahminlerini yapmak için Minitab 17 programı yardımıyla Weibull, üstel, gamma ve normal dağılım için yaşam olasılık grafikleri çizdirilecektir.

2. YAŞAM ANALİZİ

Sağ kalım analizi olarak da bilinen yaşam analizi; herhangi bir rahatsızlığı olan kişilerin, hastalığın belirlenmesinden itibaren kişi müşaade altındayken çeşitli tedavi yöntemleriyle kişinin hayatta kalabilme süresini önceden tespit etmeye çalışarak diğer faktörlerinde bu süreye olan etkisini araştırmak amacıyla geliştirilen yöntemler bütünü olarak tanımlanabilmektedir.(Tamam, 2008)

Yaşam analizindeki amaç; gözlem altına alınan bireylerin tedavi yöntemi ya da yöntemleri uygulandıktan sonra hastaların beklenen yaşam sürelerinin tahmin edilmesi, hastaların doğal seyrinin incelenmesi, bireylerin tedaviden sonra sağkalan kısmı ve sağkalanların ölecek ve başarısız olacak kısmı, tedavi yöntemlerinin hastanın yaşam süresine etkisini incelemek ve yaşam süresini etkileyen ya da etkilemesi beklenen değişkenler üzerinde modeller kurarak bu modeller üzerinde parametre tahmini yapmaktır.

Yaşam analizi hastalık açısından ele alındığında; hastaların herhangi bir tedavi yöntemine maruz kaldıktan sonraki yaşam süreleridir. Bu bakımdan yaşam analizi metodları, hayatta kalma süreleri ve diğer faktörlerin değişkenlerini içeren veri topluluklarında yaşam olasılıkları, ölüm olasılıkları, ortalama yaşam süresi tahminlerini yapmayı amaçlamaktadır (Özdamar, 2003)

Yaşam analizi, aynı zamanda mekanik parçaların değişik şartlarda özelliğini kaybetmeden ne kadar süre kalabileceğini tahmin etmede veya hayvanların kullanıldığı laboratuvar deneylerinde de uygulanabilir. (Tamam, 2008)

2.1 Yaşam Analizi Dağılımları

Yaşam analizinde önem arzeden bazı kavramlar aşağıda açıklanmıştır. (Özdamar,2003)

Yaşam (hayatta kalma) süresi, bir kişinin rahatsızlığı belirlenmesinden itibaren kişi tedavi altına alındıktan sonra hastalığının düzelmesine, hastalığının tekrarlanmasına veya kişinin vefat etmesine kadar geçen süreye denilmektedir. (t_i) şeklinde ifade edilir.

Yaşam fonksiyonu, yaşam(hayatta kalma) sürelerinin olasılık dağılımıdır ve bu fonksiyon, yaşama ait verileri matematiksel olarak ifade eder . $S(t)$ şeklinde ifade edilir.

Ani ölüm olasılığı (Hazard fonksiyonu), yaşayan bir kişinin, herhangi bir zamandaki ölüm olasılığı, taşıdığı ölüm riskidir. $h(t)$ şeklinde ifade edilir.

Başka bir ifadeyle; “t” yaşından fazla hayatta olan bir bireyin, izleyen “ε” uzunluğundaki bir periyotta ölecek olması olasılığı yaklaşık olarak $\epsilon h(t)$ dir. Yani $h(t)$ nin hayatta kalma süresi T nin koşullu aksama (bozulma) oranını vereceğini söyleyebiliriz. $h(t)$ ye T nin “Hazard Fonksiyonu” denir.(Akdeniz-Erdugan,2014)

Birikimli hazard fonksiyonu, T zaman içinde belirli bir t zamanı için önceden hesaplanmış olan ölüm olasılıklarının birikimli fonksiyonudur. $\Lambda(t)$ şeklinde ifade edilir.

Yaşam süresi dağılımlarından olan sürekli modeller; bir topluluktaki canlıların yaşam süresi, negatif olmayan sürekli bir T rastgele değişkeni olmak üzere bir canlının t zamandan önce ölme olasılığı;

$$F(t)=P(T\leq t)=\int_0^t f(x)dx, t>0 \quad (2.1)$$

Yukarıda tanımlanan T rastgele değişkeni için bir canlının t zamanına kadar hayatta kaldığı biliniyor ise bu canlının t zamanından sonra hayatta kalma olasılığı;

$$S(t)=P(T>t)=\int_t^{\infty} f(x)dx \quad (2.2)$$

(2.2)’den yola çıkarak;

$$S(t)=1-F(t) \text{ (Lawless 2003, London 1988, Miller 1981)} \quad (2.3)$$

yazılabilir. Dağılım fonksiyonu $F(t)$ olarak ifade edilen artan bir fonksiyon olduğunda, $S(t)$ yaşam fonksiyonunun azalan bir fonksiyon olduğu görülür.

T rastgele değişkeninin olasılık fonksiyonu, küçük bir zaman diliminde kişinin başarılı olmama olasılığının limitidir ve bu olasılık fonksiyonu;

$$f(t)=\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\frac{P(t < T \leq t + \Delta t)}{\Delta t} \right]$$

şeklinde yazılır.

t zamandan sonra hayatta kaldığı bilinen kişinin, t zamandaki ani başarısızlık ya da ölüm(vefat etme) oranı,

$$h(t)=\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(t < T \leq t + \Delta t | T > t)}{\Delta t}, t \geq 0 \quad (2.4)$$

şeklindedir. Bu $h(t)$ fonksiyonu Hazard fonksiyonu olarak tanımlanır. (Lee, 1984)

Yaşam fonksiyonu; başarı(hayatta kalma) olasılığını incelerken, hazard fonksiyonu başarısızlığı (vefat etmeyi) inceler ve herhangi bir zamana bağlı ölüm riskini belirler.

$$\begin{aligned} h(t) &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(t < T \leq t + \Delta t | T > t)}{\Delta t} \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(t < T \leq t + \Delta t, T > t)}{\Delta t} \cdot \frac{1}{P(T > t)} \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(t < T \leq t + \Delta t)}{\Delta t} \cdot \frac{1}{P(T > t)} \\ &= \frac{1}{P(T > t)} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(t < T \leq t + \Delta t)}{\Delta t} \\ &= \frac{1}{P(T > t)} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{\Delta t} \\ &= \frac{f(t)}{S(t)} \end{aligned} \quad (2.5)$$

Bir başka şekilde ifade edilecek olursa $h(t)$ fonksiyonu,

$$h(t) = \frac{f(t)}{S(t)} = \frac{f(t)}{1 - F(t)} = -\frac{d}{dt} \ln(S(t)) \quad (2.6)$$

olur. (Gross and Clark 1975, Cox and Oakes 1984)

Bu eşitlikte integral alınırsa,

$$\begin{aligned} &= \int_0^1 h(x) dx = -\ln(S(t)) \\ S(t) &= e^{-\int_0^1 h(x) dx} \\ S(t) &= e^{-\Lambda(t)} \end{aligned} \quad (2.7)$$

olur.

Burada $\Lambda(t)$ 'ye, "Birikimli (Kümülatif) Hazard Fonksiyonu" denir ve

$$\Lambda(t) = \int_0^1 h(x) dx \quad (2.8)$$

şeklinde ifade edilir. (Lawless, 2003)

3. SANSÜRLEME

Başarısızlık zamanına kadar gözlem altında kalan n birimlik bir yaşam testi deneyini düşünelim. Bu birimler bazı sistemler, klinik koşullar altında kalan veya ilaca maruz kalan hastalar olabilir. Bu gibi durumlarda hastaların ölümü, bileşenlerin başarısızlığı, hastaların iyileşmesi tamamen gözlem altındayken gerçekleşmeyebilir. Böyle durumlarda sansürleme durumu karşımıza çıkar.

Sansürlemenin başka bir ifade ile tanımı yapılacak olursa; maliyet, süre gibi nedenlerden dolayı herhangi bir durumdan gözlenemeyen veya kesin olarak bilinemeyen hastaların yok olarak sayılması, gözden çıkarılmasıdır.

Üzerinde çalışılan bir konuda ilgilenilen durum bir kişinin hayatta kalma süresi olduğunda, her bir kişi çalışma başlangıcından çalışma bitimine kadar gözlem altına olması çeşitli nedenlerden ötürü olanaksız olabilir. Böyle bir durumdaki veriye “Sansürlü Veri” denir.

Gözlem altındaki birey;

-Tedavi süresi içerisinde başka bir hastalığa yakalanmış,

-Tedaviye yanıt vermemiş,

-Tedavi süresi içerisinde kalp krizi ya da trafik kazası gibi nedenlerden dolayı vefat etmiş,

-Tedavi süreci içerisinde başka bir hastalığa yakalandığından dolayı tedaviye ara vermek zorunda kalmış,

-Tedaviden vazgeçmiş ya da başka yerde tedaviye devam etmek zorunda kalmış olabilir.

Böyle durumlarda bireylerin yaşam süreleri hakkında kesin bir bilgiye ulaşılamayacağından bireyler sansürlüdür.

Yaşam modelinde ortaya çıkacak 3 durumdan bahsedilebilir. (Kleinbaum, 1996):

-Birey tedavi süresi içerisinde vefat edebilir.

(Bu durumda, bireyin yaşam süresi bilindiğinden sansürlü değildir.)

-Birey gözlemden çeşitli nedenlerden dolayı tedaviden vazgeçebilir. Araştırılan durum dışında başka bir durumdan dolayı vefat edebilir veya araştırılan yöntemden tahmin edilemeyen bir sonuç çıkabilir.

(Bu durumda, kişinin hayatta kalma süresi tedaviden ayrılma zamanından itibaren sansürlü olacaktır.)

-Birey tedavi sonunda hala yaşıyor olabilir.

(Bu durumda da, kişinin hayatta kalma süresi çalışmanın bitimine kadar biliniyor olmasına rağmen çalışma sonrası hakkında bir bilgi olmayacağından bu kişinin yaşam süresi de sansürlü olacaktır.)

Yaygın sansürleme planları Type I ve Type II sansürlemedir. Diğer sansürleme planları aşağıdaki gibidir.

- 1.Type I sansürleme
- 2.Type II sansürleme
- 3.Tesadüfi sansürleme
- 4.Sağdan sansürleme
- 5.Soldan sansürleme
- 6.Basit sansürleme
7. İlerletilmiş sansürleme

Çalışmada, soldan sansürleme çeşidi çok sık karşılaşılan bir sansürleme türü olmadığından dolayı, en fazla kullanılan sansürleme türü olmasından dolayı, sağdan sansürleme üzerinde daha çok durulacaktır.

3.1 Sağdan Sansürleme

Yaşam analizinde sağdan sansürleme planı sansürleme tiplerinin en yaygın kullanılan tipidir. Yaşam zamanının belirli bir gözlem değerini aşması olarak bilinir. Kanserden dolayı gerçekleşen bir ölüm çalışmasını 4 yıllık bir zaman içinde düşünelim. Yaşam zamanları sağdan sansürlü olacaktır. Bu 4 yıl içinde hastalar hala yaşıyorsa, bireylerin yaşam süresi çalışmanın bitme zamanının sonunda bitmediğinden bu bireylerin yaşam süreleri bilinemeyecek ve bireylerin yaşam süreleri sağdan sansürlenecektir.

L_i sansürleme zamanı, T_i kişinin hayatta kalma süresi olmak üzere; $T_i > L_i$ olduğunda bu kişinin hayatta kalma süresinin sağdan sansürlenmiş olduğu söylenir.

$$\delta = \begin{cases} 0 & T_i > L_i \\ 1 & T_i \leq L_i \end{cases} \quad i=1,2,\dots,n \quad (3.1)$$

Eğer $\delta_i = 0$ ($T_i > L_i$) ise birey sansürlenmiş, $\delta_i=1$ ($T_i \leq L_i$) ise gözlenmiştir. (Nelson 1982, Lawless 2003)

Sağdan sansürleme, dört alt gruba ayrılır:

- 1.1. Tür Sansürleme (Type I Censoring)
- 2.11. Tür Sansürleme (Type II Censoring)
- 3.Bağımsız Rastgele Sansürleme (Independent Random Censoring)
- 4.İlerletilmiş II. Tür Sansürleme (Progressive Type II Censoring)

1. tür sansürlemede; deney önceden belirlenmiş bir T zamanından sonlandırılır. Bu zamandan önceki başarısızlıklar kaydedilir. Başarısızlık T zamanından sonra meydana gelmişse gözlenmez. Deneyin T noktasındaki sonlanması sabittir. Çalışma başladığında bilinir ve başarısızlık sayısı değişkendir.

1. tür sansürlemenin genel gösterimine bakılacak olursa, $t_i = \min(T_i, L_i)$ ve $\delta_i = I(T_i \leq L_i)$ olmak üzere, (t_i, δ_i) için olasılık yoğunluk fonksiyonu,

$$P(t_i = L_i, \delta_i = 0) = P(T_i > L_i) = S(L_i) \quad i=1,2,\dots,n \quad (\text{sansürlü})$$

$$P(t_i, \delta_i = 1) = f(t_i) \quad , \quad t_i < L_i \quad (\text{sansürlü})$$

şeklinde olur. (Lawless, 2003)

11. tür sansürlemede; araştırma yapan kişi çalışmasının başında belirli bir başarısızlık sayısı belirleyip, bu başarısızlık sayısı elde ettiğinde araştırmayı sonlandırmaya karar verirse II. Tür sansürlü örneklem ortaya çıkar. Örneğin, deney n tane hastayla başlasın ve r. ölümle sonlansın. Bu durumda en küçük yaşam gözlenir. Başarısızlık sayısı önceden bilinir yani tesadüfi değildir.

II. tür sansürlemede çalışmanın başında araştırmacı tarafından belirlenen r tane başarısızlık sayısı vardır. n tane kişi çalışmada gözlenip ve çalışmanın başında belirlenen r tane başarısızlık görüldüğü anda çalışma bitirilir. Çalışmanın başlamasından bitimine kadar geçen toplam süresi r. başarısızlık zamanı t_r 'ye eşittir. Bu başarısızlık zamanı çalışmanın en başında bilinmez.

$T_{(1)} \leq T_2 \leq \dots \leq T_{(r)}$ rastgele örneklem olmak üzere,

$T_{(1)}, T_{(2)}, \dots, T_{(r)}$ 'nin ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu;

$$\frac{n!}{(n-r)!} \left\{ \prod_{i=1}^r f(t_{(i)}) \right\} S((t_r))^{n-r} \quad (3.3)$$

şeklindedir. (Lawless, 2003)

Bağımsız rastgele sansürlemesinde ise; sansürleme süreci başarısızlık zamanı ile ilgili olup sonlandırma zamanı rastgeledir. Yani çalışmanın başında belli değildir, daha sonradan araştırmacıya bağlı olarak seçilir. Bu seçim, sonlandırma zamanına kadar çalışmanın sonuçlarından etkilenir.

İlerletilmiş II. tür sansürlemesi de; planı güvenilirlik çalışmalarında büyük öneme sahiptir. Her bireyin potansiyel olarak farklı sabit bir sansürleme zamanı vardır. İlerletilmiş II. tür sansürlemede; deney esnasında deneycinin çeşitli aşamalarda yaşam testinde birimlerin sistemden çekilmesine müsaade eder. Bu sansürleme çeşidinde deney n tane birim yaşam testini içersin. İlk başarısızlık gözlemlensin. İlk gözlenen başarısızlık tablosunda R_1 yaşam birimi tesadüfi olarak deneyden çekilsin. Benzer şekilde 2. başarısızlık gözlemlendiği zaman R_2 yaşam birimi yine tesadüfi olarak testten çekilsin. Bu sürece bu şekilde devam edildiğinde m. başarısızlık gözlemlendiğinde geriye kalanlar;

$R_m = n - R_1 - \dots - R_{m-1} - m$ birim deneyden atılmış olur. Burada $\sum_{i=1}^m R_i + m = n$ ve $R = (R_1, R_2, \dots, R_m)$ sansür planı olarak adlandırılır. (Balakrishnan-Aggarwala,2000)

3.2 Soldan Sansürleme

Belirlenen bir yaşam analizi çalışmasında, gözlem süresi içinde istenilen durum dışında bir olay gerçekleşiyor ve bu yüzden birey gözlenemiyorsa bu durumda soldan sansürleme planı ile karşılaşmış oluruz. Örneğin; hastalara verilen bir ilaçla tedavi yönteminde bireylerin belirli bir gözlem süresine kadar iyileşmeyi beklerken, gözlem süresinin sonuna gelinmeden ölüm gerçekleşiyor ve bu nedenle birey gözleminden çıkıyorsa bu tür sansürleme durumuna “soldan sansürleme” denir. Buna göre yaşam analizi, gözlem periyodundan daha az yani; solunda kalır.

Aralık sansürlemesi ele alınacak olursa; genelleştirilmiş bir sansürleme çeşidi olup birbirini izleyen olaylarda kullanılır. Araştırmacının çalışmasına konu olan olayın meydana gelme süresi belirli bir zaman aralığında ifade edilir. Yaşam süresi $((L_i, R_i])$ aralığında ifade edilir.

İkili sansürleme de adından da anlaşılacağı gibi; araştırmacı deneylerinde aynı zamanda hem sağdan hem soldan sansürleme ile karşılaşabilir. Bu durumda, hayatta kalma süresinin ikili sansürlendiği söylenir.

Burada, L_i ele alınan olayın kişi için gerçekleştirilmesinden önceki zaman iken, L_j ele alınan olayın kişi için gerçekleştirilmesinden sonraki zaman dilimidir.

$$\delta = \begin{cases} 1, & T \text{ başarısızlık zamanı} \\ 0, & T \text{ sağdan sansürlenmiş} \\ -1, & T \text{ soldan sansürlenmiş} \end{cases}$$

Eğer, $X \leq L_j$ ya da $X \geq L_i$ ise kişinin hayatta kalma süresi kesin olarak biliniyor denir. (Nelson, 1982)



4.PARAMETRİK YAŞAM MODELLERİ

Negatif olmayan bazı olasılık dağılımlarına (log-normal, üstel, extreme değer dağılımları gibi...) uygun yaşam modelinin açıklamasını yapmak mümkündür. Fakat burada sadece Weibull dağılımı ele alacağız.

4.1. Weibull Dağılımı

Yaşam modellerinde en sık kullanılan dağılım olarak bilinen Weibull dağılımı bir çalışmada başarısızlığın meydana gelmesine kadar geçen zamanı veya başarısızlıktan sonraki bir başka başarısızlığın meydana gelmesine kadar geçen süreyi matematiksel olarak modelleyen iki parametrelili bir dağılımdır. (Tamam, 2008)

T, Weibull dağılımından alınan bir hayatta kalma süresi rastgele değişkeni olursa, T rastgele değişkeni sürekli dağılıma sahip olup bu değişken aşağıdaki olasılık yoğunluk fonksiyonuna sahiptir:

$$f(t)=(\beta\gamma)(\beta t)^{\gamma-1}e^{-(\beta t)^\gamma}, t>0, \beta>0, \gamma>0 \quad (4.1)$$

Bu fonksiyonda γ ve β sırasıyla şekil ve ölçek parametreleridir. $\gamma=1$ için Weibull dağılımından üstel dağılım elde edilir. Yani Weibull dağılımı üstel dağılımın genelleştirilmiş halidir.

(2.5) ve (2.6) eşitlikleri kullanılarak Hazard fonksiyonu,

$$h(t)=(\beta\gamma)(\beta t)^{\gamma-1} \quad (4.2)$$

olduğunda,

$$\begin{aligned} \int_0^1 h(x)dx &= \int_0^1 (\beta\gamma)(\beta x)^{\gamma-1} dx \\ &= \beta\gamma(\beta)^{\gamma-1} \frac{t^\gamma}{\gamma} \\ &= (\beta t)^\gamma \end{aligned} \quad (4.3)$$

olur. Böylece,

$$\begin{aligned} S(t) &= e^{-\int_0^1 h(x)dx} \\ &= e^{-(\beta t)^\gamma} \end{aligned} \quad (4.4)$$

olur. Ve (2.5) eşitliği sağlanmış olur.

Dağılım fonksiyonu ise (2.3) eşitliğinden,

$$F(t)=1-e^{-(\beta t)^\gamma} \quad (4.5)$$

şeklinde yazılır. (Lee, 1984)

$\gamma \geq 1$ ise Weibull dağılımının Hazard fonksiyonu monoton artan, $\gamma < 1$ ise monoton azalandır. (Barlow and Proschan 1975, Kleinbaum 1996).

Gamma fonksiyonu,

$$\Gamma(\alpha)=\int_0^\infty x^{\alpha-1} e^{-x} dx \quad (4.6)$$

olarak ifade edildiğinden, hayatta kalma süresi rastgele değişkeninin (r-inci momenti),

$$\begin{aligned} E(T^r) &= \int_0^\infty t^r f(t) dt \\ &= \int_0^\infty t^{r+\gamma-1} \lambda^\gamma \gamma (e^{-(\beta t)^\gamma}) dt \end{aligned} \quad (4.7)$$

Olur.. (4.6) eşitliği ve $u = (\beta t)^\gamma$ ifadesi (4.7)'de yerine yazıldığında,

$$\begin{aligned} E(T^r) &= \frac{1}{\beta^r} \int_0^\infty u^{r/\gamma} e^{-u} du \\ &= \frac{\Gamma(1+\frac{r}{\gamma})}{\beta^r} \end{aligned} \quad (4.8)$$

olur. Böylece yaşam süresi rastgele değişkeninin beklenen değeri,

$$E(T) = \frac{\Gamma(1+\frac{1}{\gamma})}{\beta} \quad (4.9)$$

ve varyansı,

$$\begin{aligned} Var(T) &= E(T^2) - [E(T)]^2 \\ &= \frac{\Gamma(1+\frac{2}{\gamma})}{\beta^2} - \left[\frac{\Gamma(1+\frac{1}{\gamma})}{\beta} \right]^2 \\ &= \beta^{-2} \left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{\gamma}\right) - \Gamma\left(1 + \frac{1}{\gamma}\right)^2 \right] \end{aligned} \quad (4.10)$$

olur. (Gross and Clark 1975, Lee 1984, London 1988)

5. PARAMETRE TAHMİNLERİ

Bu bölümde, T hayatta kalma (yaşam süresi) rastgele iken, S(t) yaşam modeli kullanılarak, Weibull dağılımının parametreleri için tahmin ediciler ve güven aralıkları bulunmuştur. Bu tahminler, tam ve sansürlü örneklem durumları için, maksimum tahmin yöntemi ile elde edilmiştir.

5.1. Tam ve Sansürlü Örneklem Durumlarında Maksimum Olabilirlik Yöntemi

θ parametresine bağlı olarak, olasılık yoğunluk fonksiyonu,

$$f(t; \theta) = \prod_{i=1}^n f(t_i; \theta) \quad (5.1)$$

olsun. $(t_1, t_2, \dots, t_n)$, n birimlik bir rastgele örnekleme olmak üzere, olabilirlik fonksiyonu,

$$L(\theta; t) = f(t; \theta) \quad (5.2)$$

olur. θ parametresini maksimum yapan $\hat{\theta}(t_1, t_2, \dots, t_n)$ değerine, θ 'nın “en çok olabilirlik tahmini” ve $\hat{\theta} = (T_1, T_2, \dots, T_n)$ istatistiğine de “en çok olabilirlik tahmin edicisi” denir. Buna göre,

$$L(\theta; t) = \max \prod_{i=1}^n f(t_i; \theta) \quad (5.3)$$

dır. Logaritmik fonksiyonu,

$$\ln L(\theta; t) = \max \prod_{i=1}^n \ln f(t_i; \theta) \quad (5.4)$$

olur. (Haris and Albert 1991, Miller and Miller 2001)

Çalışmanın başında belirlenen bir t_i zamanında kişilerin tümü gözlenmiş ise, olabilirlik fonksiyonu,

$$L(\theta; t) = \prod_{i=1}^n f(t_i; \theta) = \prod_{i=1}^n h(t_i) S(t_i) \quad (5.5)$$

olur. Fakat t_i zamanında kişilerin tamamı gözlenmemiş ise, olabilirlik fonksiyonu,

$$L(\theta; t) = \prod_{i=1}^n S(t_i) \quad (5.6)$$

olur.

Tamamı gözlenmiş kişiler ile sansürlü (sağdan) gözlemlerin birlikte ifade edildiği dağılımın olabilirlik fonksiyonu,

$$\begin{aligned} L(\theta; t) &= \prod_{i=1}^n [f(t_i)]^{\delta_i} [S(t_i)]^{1-\delta_i} \\ &= \prod_{i=1}^n [h(t_i)]^{\delta_i} [S(t_i)] \end{aligned} \quad (5.7)$$

şeklinde olur. Bu fonksiyonda $\delta_i = 1$ sansürlsüz bireyi, $\delta_i = 0$ ise sansürlü bireyi göstermektedir. (Haris and Albert 1991)

5.2. Weibull Dağılımı İçin Parametre Tahmini

Weibull dağılımı içinden alınan bir T rastgele değişkeninin $\theta = \beta^{-\gamma}$ olarak alındığında olasılık yoğunluk fonksiyonu,

$$f(t) = \frac{\gamma}{\theta} (t)^{\gamma-1} \left(e^{-\frac{1}{\theta}(t)^\gamma} \right), t > 0, \gamma > 0, \theta > 0 \quad (5.8)$$

yaşam fonksiyonu,

$$S(t) = \exp \left\{ -\frac{1}{\theta} (t)^\gamma \right\} \quad (5.9)$$

ve Hazard fonksiyonu,

$$h(t) = \frac{\gamma}{\theta} (t)^{\gamma-1} \quad (5.10)$$

olarak elde edilir.

5.2.1. Sansürlsüz Veri Durumunda Parametre Tahmini

$t_1, t_2, \dots, t_n$ yaşam süreleri, β ve γ parametrelili Weibull dağılımından alınan n birimlik bir örneklem olsun. (4.3) ve (4.8) eşitliklerinden olabilirlik fonksiyonu,

$$L(t_1, t_2, \dots, t_n) = \theta^{-n} \gamma^n \prod_{i=1}^n (t_i)^{\gamma-1} e^{-\frac{1}{\theta}(t_i)^\gamma} \quad (5.11)$$

olarak elde edilir.

Logaritmik olabilirlik fonksiyonu,

$$\ln L = n \ln \gamma - n \ln \theta + (\gamma - 1) \sum_{i=1}^n \ln t_i - \frac{1}{\theta} \sum_{i=1}^n (t_i)^\gamma \quad (5.12)$$

olup θ parametresinin tahmin edicisi,

$$\hat{\theta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (t_i)^\gamma \quad (5.13)$$

olarak elde edilir.

(4.12) eşitliğinde, γ parametresine göre türev alınıp sıfıra eşitlendiğinde ve bu eşitlik (4.13) eşitliğinde yerine yazıldığında,

$$\hat{\gamma} = \left(\frac{\sum_{i=1}^n (t_i)^{\hat{\gamma}} \ln(t_i)}{\sum_{i=1}^n (t_i)^{\hat{\gamma}}} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(t_i) \right)^{-1} \quad (5.14)$$

elde edilir. Bu değer γ parametresinin tahmin edicisidir. (Cohen,1965)

γ ve θ parametreleri için $100(1-\alpha)\%$ lık asimptotik güven aralıkları,

$$P \left\{ \hat{\gamma} - Z_{\frac{\alpha}{2}} sh(\hat{\gamma}) < \gamma < \hat{\gamma} + Z_{\frac{\alpha}{2}} sh(\hat{\gamma}) \right\} = 1 - \alpha \quad (5.15)$$

$$P\left\{\hat{\theta} - Z_{\frac{\alpha}{2}}sh(\hat{\theta}) < \theta < \hat{\theta} + Z_{\frac{\alpha}{2}}sh(\hat{\theta})\right\} = 1 - \alpha \quad (5.16)$$

olur. (Lee, 1984)

5.2.2. Sansürlü Veri Durumunda Parametre Tahmini

5.2.2.1. I. Tür Sansürlemede Parametre Tahmini

Maksimum olabilirlik yöntemi ile uygun bir şekilde çalışmak için gözlemlerin kümesini U ve C gibi iki alt kümeye ayıralım. U ; gözlenmiş bozulma zamanlarını ve C ; sansürlenmiş gözlemlerin indislerinin kümesini gösterebilir.

$$L(\delta_i, t_i) = \begin{cases} f(t_i), & \delta_i = 1 \\ S(t_i), & \delta_i = 0 \end{cases} \quad (5.17)$$

$$L(\delta_i, t_i) = f(t_i)^{\delta_i} S(t_i)^{1-\delta_i}$$

olabilirlik fonksiyonu,

$$L(t_1, \dots, t_n) = \prod_{i \in U} \left(\frac{\gamma}{\theta} (t_i)^{\gamma-1} e^{-\frac{1}{\theta}(t_i)^\gamma} \right) \prod_{i \in C} \left(e^{-\frac{1}{\theta}(t_i)^\gamma} \right) \quad (5.18)$$

Logaritmik olabilirlik fonksiyonu,

$$\ln L = s(U) \ln \gamma - s(U) \ln \theta + (\gamma - 1) \sum_{i \in U} \ln t_i - \frac{1}{\theta} \sum_{i=1}^n t_i^\gamma \quad (5.19)$$

θ parametresinin tahmin edicisi,

$$\theta = \frac{\sum_{i=1}^n t_i^{\hat{\gamma}}}{s(U)} \quad (5.20)$$

(4.19) eşitliğinde, γ parametresine göre türev alınıp sıfıra eşitlendiğinde,

$$\hat{\gamma} = \left(\frac{\sum_{i=1}^n t_i^{\hat{\gamma}} \ln t_i}{\sum_{i=1}^n t_i^{\hat{\gamma}}} - \frac{\sum_{i=1}^n \ln t_i}{s(U)} \right)^{-1} \quad (5.21)$$

bulunur. Bu değer γ parametresinin tahmin edicisidir. (Cohen 1965, Gross and Clark 1975)

γ ve θ parametreleri için $100(1-\alpha)\%$ lik asimptotik güven aralıkları,

$$P\left\{\hat{\gamma} - Z_{\frac{\alpha}{2}}sh(\hat{\gamma}) < \gamma < \hat{\gamma} + Z_{\frac{\alpha}{2}}sh(\hat{\gamma})\right\} = 1 - \alpha \quad (5.22)$$

$$P\left\{\hat{\theta} - Z_{\frac{\alpha}{2}}sh(\hat{\theta}) < \theta < \hat{\theta} + Z_{\frac{\alpha}{2}}sh(\hat{\theta})\right\} = 1 - \alpha \quad (5.23)$$

olur. (Lee, 1984)

5.2.2.2. II. Tür Sansürlemede Parametre Tahmini

β ve γ parametrelili Weibull dağılımından yaşam zamanları $t_{(1)}, t_{(2)}, \dots, t_{(n)}$ olan n birimlik bir örneklem alınacak olursa, herhangi r tane kişinin hayatta kalma sürelerinin bilindiği kabul edildiğinde yaşam zamanları,

$t_{(1)} \leq t_{(2)} \leq \dots \leq t_{(1)}^+ \leq t_{(2)}^+ = \dots = t_{(n-r)}^+$ olarak sıralansın.

olabilirlik fonksiyonu,

$$L(t_{(1)}, \dots, t_{(n)}) = \frac{n!}{(n-r)!} \prod_{i=1}^r \left[\frac{\gamma}{\theta} (t_i)^{\gamma-1} \left(e^{\frac{1}{\theta}(t_i)^\gamma} \right) \right] \left(e^{\frac{1}{\theta}(t_r)^\gamma} \right)^{n-r} \quad (5.24)$$

olarak elde edilir.

Logaritmik olabilirlik fonksiyonu,

$$\ln L = \ln \left(\frac{n!}{(n-r)!} \right) + r \ln(\gamma) - r \ln(\theta) + (\gamma - 1) \sum_{i=1}^r \ln(t_{(i)}) - \frac{1}{\theta} \sum_{i=1}^r (t_{(i)})^\gamma - \frac{(n-r)}{\theta} t_{(r)}^\gamma \quad (5.25)$$

θ parametresinin tahmin edicisi,

$$\hat{\theta} = \frac{1}{r} \left(\sum_{i=1}^r t_{(i)} + (n-r)(t_{(r)})^\gamma \right) \quad (5.26)$$

Bu eşitlikte γ parametresine göre türev alınıp sıfıra eşitliğinde,

$$\hat{\gamma} = \left(\frac{\sum_{i=1}^r t_{(i)}^{\hat{\gamma}} \ln t_{(i)} + (n-r)t_{(r)}^{\hat{\gamma}} \ln(t_{(r)})}{\sum_{i=1}^r t_{(i)}^{\hat{\gamma}} + (n-r)t_{(r)}^{\hat{\gamma}}} - \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r \ln t_{(i)} \right)^{-1} \quad (5.27)$$

bulunur. Bu değer γ parametresinin tahmin edicisidir. (Cohen 1965, Gross and Clark 1975)

γ ve θ parametreleri için $100(1-\alpha)\%$ lik asimptotik güven aralıkları,

$$P\left\{\hat{\gamma} - Z_{\frac{\alpha}{2}}sh(\hat{\gamma}) < \gamma < \hat{\gamma} + Z_{\frac{\alpha}{2}}sh(\hat{\gamma})\right\} = 1 - \alpha \quad (5.28)$$

$$P\left\{\hat{\theta} - Z_{\frac{\alpha}{2}}sh(\hat{\theta}) < \theta < \hat{\theta} + Z_{\frac{\alpha}{2}}sh(\hat{\theta})\right\} = 1 - \alpha \quad (5.29)$$

olarak verilir. (Lee, 1984)

6.UYGULAMA

Bu çalışmada 100 veri kullanılmış olup, kullanılan bu uygulama verileri; hamile bayanların hamilelik sürelerini göstermektedir.

Çalışmada 280 günlük gözlem süresi göz önüne alınarak; sansürlü ve sansürsüz veriler ele alınmıştır.

100 uygulama verisinden 5' i sansürlü (280 dahil değil), 95' i sansürsüzdür. Yani , uygulama verisinde bulunan 100 veriden elde edilen hayatta kalma süresi verilerinin %5' i (sansürlü), %95' i (sansürsüz) verileri göstermektedir.

Uygulama verileri önceden belirlenmiş bir T zamanda (280 gün) sonlandırıldığı için sağdan sansürleme çeşidinin bir türü olan I. tür sansürlemeye uygun olduğu görülür.

Uygulama çalışmasının yaşam analizinde Minitab 17 programıyla çalışılmış olup, çalışmada yaşam süresi olarak hamilelik süresi göz önüne alınmıştır.

Veri setleri hakkında detaylı bilgi vermesi açısından biz de çalışmamızda belirtici istatistiklerden yararlanacağız. Belirtici istatistikler, çalışmadaki sayısal verileri açıklayan, verilerin genel eğilimini, yığıldıkları değerleri hakkında bilgi verir. Belirtici istatistiklerden, verilerin belirli değerler etrafında toplanma özellikleri hakkında bilgi edinmek için ve topluma ait veriler için hesaplanabilecek parametrelerin tahmin edilmesinde kullanılır. (Özdamar, 2004)

Çalışmada kullanılan uygulama verilerinin belirtici istatistikleri;

Çizelge 6.1 Bazı belirtici istatistikler

Belirtici İstatistikler	Değerler
ortalaması	259,38
medyanı	261,50
modu	265
standart sapması	14,034
varyansı	196,965
basıklık ölçüsü	-0,409
çarpıklık ölçüsü	0,068

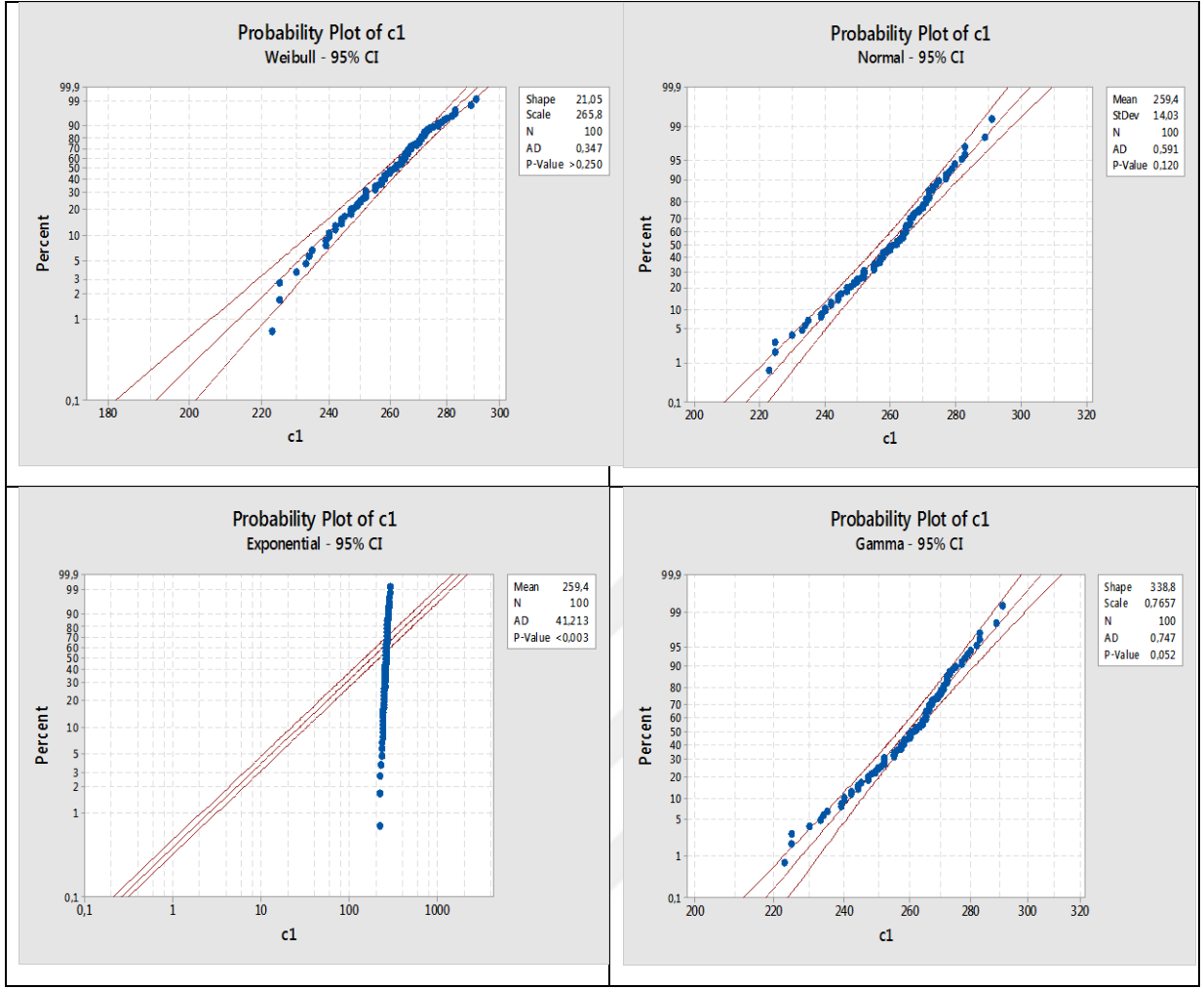
olarak bulunmuştur. Hamile bayanların hamilelik süresi değerlerinin maksimum değeri 291, minimum değeri 223 olup, bu verilerin toplam değeri 25938'dir.

Hamile bayanları yaşlarına göre gruplara ayrılmak istenirse; 18-26 yaş aralığı "Grup 1", 27-35 yaş aralığı "Grup 2", 36-43 yaş aralığı ise "Grup 3" olarak ayrılabilir.

Hamile bayanların hamilelik sürelerinin ortanca yaşam süreleri (medyan) 261,502'dir. Hayatta kalma süresi ele alınırken ortalama hamilelik süresi yerine, medyan göz önünde bulundurulmalıdır. Çünkü ortalama değer, veride bulunan aşırı büyük ya da aşırı küçük değerlerden etkilenir ve böylece gerçek eğilimi yansıtmaktan uzak kalır. Bu yüzden uygulamada verilerin ortanca değeri (medyan) dikkate almak o uygulama için daha sağlıklı sonuçlar verir.

Uygulamamızda öncelikli olarak verilerin bir istatistiksel dağılıma uyup uymadığı kontrol edilmiştir ve yaşam analizinin en önemli dağılımlardan olan Weibull, gamma, üstel ve normal dağılımların karşılaştırılması yapılmıştır. Bu karşılaştırmada Weibull dağılımına uygunluğu görülmüştür. Bu dağılım için uygulanan verilerin yaşam grafikleri çizdirilmiş ve bu dağılımın parametre tahminleri yapılmıştır.

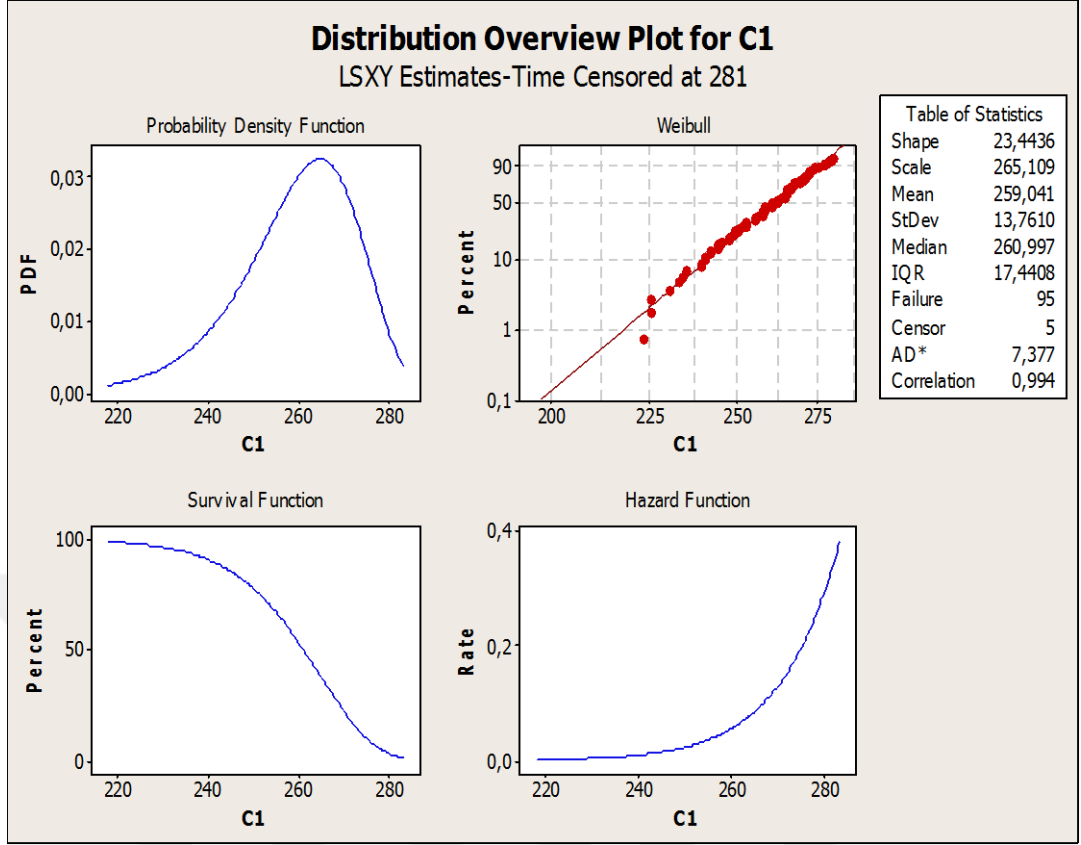
Karşılaştırmalar için, küçük ve büyük uç değerlere karşı duyarsızlık giderilerek, Weibull, Normal, log-normal ve fonksiyonları bilinen dağılımlara uygulanabilen Anderson-Darling uyum iyiliği testi kullanılmıştır. (Özdamar, 2004)



Şekil 6.1 Weibull, gamma, üstel ve normal dağılım için yaşam olasılık grafikleri

Şekil 6,1’de hamile bayanların hamilelik sürelerine en uygun dağılımın Weibull dağılımı olduğu görülmektedir.

Weibull dağılımının parametreleri olan γ -biçim ve β -ölçek parametreleri hamilelik süreleri için tahmin edilmiştir. Ayrıca dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu, Minitab 17 programı yardımıyla da yaşam fonksiyonu ve Hazard fonksiyonuna ait grafikler oluşturulmuştur.



Şekil 6.2 Weibull dağılımının parametreleriyle ilgili grafikler

Şekil 6,2’de Weibull dağılımı için biçim ve ölçek parametreleri tahminleri bulunmuştur. Minitab 17 programında Weibull dağılımının ölçek parametresi $\frac{1}{\beta}$ şeklinde olduğu için, $\hat{\gamma}=23,4436$ ve $\hat{\beta}=\frac{1}{265,109}=0,00377$ olarak bulunmuştur. Bu tahminler en çok olabilirlik yöntemi kullanılarak hesaplanmıştır.

7.SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Bu çalışmanın esas amacı; sansürlü örneklem durumunda yaşam modelinin parametre tahminlerini yapmaktır. Bu nedenle öncelikle sağ kalım analizi olarak da bilinen yaşam analizinin tanımı yapılarak bu analizde kullanılan Hazard fonksiyonu, dağılım fonksiyonu, yaşam fonksiyonu gibi bu analizde kullanılan bazı temel kavramların tanımından da bahsedilmiş ve bu fonksiyonlar arasındaki ilişkiler incelenmiştir. Sonraki kısımlarda ise veri yapısını diğer istatistiksel analiz yöntemlerinden ayıran en önemli özellik olan “sansürleme” tanımından bahsedilerek sansürleme çeşitleri üzerinde durulmuştur.

Çalışmanın esas amacı olan verilerin parametre tahminlerini yapmak için Weibull dağılımı ele alınarak sansürsüz ve sansürlü örneklem için maksimum olabilirlik tahmin edicileri araştırılmıştır.

Uygulama bölümünde ise; 100 tane hamile bayanın yaşı ve 9 ay 10 gün(283,9316~280 gün)lük süresi dikkate alınarak %95’i tamamlanmamış (sansürsüz) veri olduğundan verilerin sağdan sansürleme çeşidinin bir türü olan I. tür sansürlemeye uyduğu görülür. Bu verilerin yaşam analizini yapabilmek için Minitab 17 programıyla çalışılarak öncelikle Weibull dağılımına uygun olup olmadığı araştırılmış, uygun olduğu görüldükten sonra verilerin parametre tahminlerini yapmak için Weibull, gamma, üstel ve normal dağılım için yaşam olasılık grafikleri elde edilmiştir.

KAYNAKLAR

- Akdeniz, F., and Erdugan, F.,** 2014. Aktüerya Matematiği ve Yaşam Analizi, Akademisyen Kitabevi, Ankara.
- Balakrishnan N., and Aggarwala R. (2000):** Progressive Censoring Theory, Methods and Applications Bastan : Birkhauser.
- Barlow, R.E., and Proschan.,** 1975. Statistical Theory of Reliability and Life Testing. Holt, Rinehart and Winston, New York.
- Cohen, A.C.Jr.,** 1965. Maximum Likelihood Estimation in the Weibull Distribution Based on Complete Censored Samples. Techometrics.
- Cox, D.R., and Oakes, D.,** 1984. Analysis of Survival Data, Chapman and Hall, London
- Gross, A.J., and Clark, V.A.,** 1975. Survival Distributions: Reliability Applications in the Biomedical Science. John Wiley, New York.
- Haris, E., and Albert, A.,** 1991. Survivorship Analysis for Clinical Studies. Marcei Dekker, New York, USA.
- Kleinbaum, D.G.,** 1996. Survival Analysis a Self Learning Text. Springer, New York.
- Lawless, J.F.,** 2003. Statistical Models and Methods for Lifetime Data. John Wiley, New York, USA.
- Lee, E.T.,** 1984. Statistical Methods for Survival Data Analysis. Lifetime Learning Publications, Belmont.
- London, D.,** 1988. Survival Models and Their Estrimation. Actex Publications Winsted and Avon, Connecticut.
- Miller, I., and Miller, M.,** 2001. John E. Freund'dan Matematiksel İstatistik, 6. Baskı,(Çeviren: Ümit Şenesen), Literatür Yayıncılık, İstanbul.
- Miller, R.G.,** 1981. Survival Analysis. John Wiley&Sons, New York.
- Nelson, W.,** 1982. Applied Life Data Analysis, John Wiley&Sons, Inc., Canada.
- Özdamar, K.,** 2003. SPSS ile Biyoistatistik, Kaan Kitabevi, Eskişehir.
- Tamam, D.,** 2008. Tam ve Sansürlü Örneklem Durumlarında Weibull Dağılımı için Bazı İstatistiki Sonuç Çıkarımları.

EKLER

EK Hamile bayanlara ait veriler

SIRA NO	HASTANIN YAŞI	HAMİLELİK SÜRESİ
1	32	272 gün
2	30	264 gün
3	26	252 gün
4	35	242 gün
5	36	230 gün
6	41	262 gün
7	26	244 gün
8	43	262 gün
9	20	270 gün
10	27	255 gün
11	24	247 gün
12	30	271 gün
13	31	259 gün
14	39	266 gün
15	28	248 gün
16	24	266 gün
17	23	225 gün
18	27	255 gün
19	24	260 gün
20	30	260 gün
21	28	252 gün
22	41	239 gün
23	26	279 gün
24	26	244 gün
25	24	258 gün
26	27	264 gün
27	20	258 gün
28	32	267 gün

29	22	252 gün
30	33	271 gün
31	27	269 gün
32	25	265 gün
33	26	257 gün
34	33	271 gün
35	32	242 gün
36	24	272 gün
37	36	264 gün
38	34	247 gün
39	40	265 gün
40	25	275 gün
41	39	240 gün
42	28	270 gün
43	40	274 gün
44	27	277 gün
45	26	268 gün
46	24	266 gün
47	26	223 gün
48	37	250 gün
49	25	225 gün
50	36	280 gün
51	18	278 gün
52	30	260 gün
53	37	273 gün
54	30	256 gün
55	34	239 gün
56	31	247 gün
57	34	252 gün
58	40	262 gün
59	25	258 gün
60	41	267 gün

61	27	270 gün
62	34	249 gün
63	31	283 gün
64	27	291 gün
65	24	234 gün
66	33	265 gün
67	28	265 gün
68	20	258 gün
69	32	272 gün
70	20	257 gün
71	20	263 gün
72	24	289 gün
73	20	277 gün
74	26	265 gün
75	26	235 gün
76	33	255 gün
77	27	257 gün
78	35	264 gün
79	24	251 gün
80	32	257 gün
81	41	269 gün
82	29	266 gün
83	42	252 gün
84	22	282 gün
85	31	272 gün
86	25	265 gün
87	27	255 gün
88	35	273 gün
89	29	244 gün
90	39	283 gün
91	35	233 gün
92	30	266 gün

93	32	263 gün
94	39	250 gün
95	27	240 gün
96	28	267 gün
97	30	260 gün
98	30	261 gün
99	28	245 gün
100	38	249 gün



ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı: Tuğçe ÖZDEMİR

Doğum Yeri: Elazığ

Doğum Tarihi: 04.02.1989

Medeni Hali: Evli

Yabancı Dili: İngilizce

Eğitim Durumu

Lise: Elazığ 75.Yıl (Yabancı Dil Ağırlıklı) Lisesi (2003-2007)

Lisans: Fırat Üniversitesi Fen Fakültesi İstatistik Bölümü (2008-2012)

Yüksek Lisans: Fırat Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İstatistik Anabilim Dalı
Yöneylem Araştırması Programı (Şubat 2013-Haziran 2016)