

T.C.
FIRAT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

FARKLI TÜRDEKİ KAOTİK SİSTEMLERİN MODELLEMELERİ VE
SENKRONİZASYONLARININ GERÇEKLEŞTİRİLMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

HAVVA YILDIZ
(101113102)

Anabilim Dalı : Elektrik-Elektronik Mühendisliği

Programı : Devreler ve Sistemler

Tez Danışmanı : Doç. Dr. Arif GÜLTEN

EYLÜL 2013

**T.C.
FIRAT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**FARKLI TÜRDEKİ KAOTİK SİSTEMLERİN MODELLEMELERİ VE
SENKRONİZASYONLARININ GERÇEKLEŞTİRİLMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**HAVVA YILDIZ
(101113102)**

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 05.09.2013

Tezin Savunulduğu Tarih : 26.09.2013

Tez Danışmanı : Doç. Dr. Arif GÜLTEN

Diğer Jüri Üyeleri : Prof. Dr. Mustafa POYRAZ

Yrd. Doç. Dr. Murat CANYILMAZ

EYLÜL 2013

ÖNSÖZ

Yüksek lisans tezi olarak hazırlamış olduğum bu çalışma, kaotik sistemlere genel bir bakışı özetlemekle beraber bu sistemlerde özellikle üzerinde çalışılan senkronizasyon modelleri ile ilgili araştırmaları içermektedir. Çalışmanın, konu üzerinde yapılacak olan benzer çalışmalar ve araştırmalar için bir temel oluşturmasını temenni ederim.

Çalışma konumun belirlenmesinde, araştırmaların yürütülmesinde ve yönlendirilmesinde büyük emeği geçen değerli danışmanım Doç. Dr. Arif GÜLTEN'e çalışmalarım esnasında tecrübelerinden fazlaca yararlandığım Yrd. Doç. Dr. Ayşegül UÇAR'a ve akademik çalışmalarım sırasında desteklerini esirgemeyen çok değerli aileme teşekkür ederim.

Havva YILDIZ

ELAZIĞ-2013

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa No</u>
ÖNSÖZ	II
İÇİNDEKİLER.....	III
ÖZET	V
SUMMARY	VI
ŞEKİLLER LİSTESİ	VII
TABLolar LİSTESİ	X
SEMBOLLER LİSTESİ	XI
1.GİRİŞ.....	1
2. KAOS.....	4
2.1 Kaosta Determinizm(Gerekircilik)	5
2.2 Kaosta Periyotsuzluk	5
2.3 Kaosta Başlangıç Koşullarına Duyarlılık	6
2.4 Kaosta Nonlineerlik.....	6
2.5 Kaosun Uygulama Alanları	6
2.6 Kaos Analizi İçin Gerek ve Yeter Koşullar.....	7
2.7 Kaos Analiz Yöntemleri	7
2.7.1 Yörünge'nin İzlenmesi	8
2.7.2 Faz Uzayı.....	8
2.7.3 Poincare Haritalama	8
2.7.4 Lyapunov Üstelleri	9
2.7.5 Güç Spektrumu	9
2.7.6 Çatallaşma Diyagramı	9
3. KAOTİK SİSTEMLER VE ÖRNEKLEMELERİ.....	11
3.1 Chua Devresi	11
3.2 Lorenz Sistemi.....	15
3.3 Rössler Sistemi	19
3.4 Duffing Sistemi	23
3.5 Burke - Shaw Sistemi	25
3.6 Chen Sistemi.....	29
3.7 Rikitake Sistemi.....	33
3.8 Rucklidge Sistemi.....	36

3.9 Arneodo Sistemi	40
3.10 Tigan Sistemi (T Sistemi).....	44
4. KAOTİK SENKRONİZASYON VE ÖRNEKLEMELERİ.....	48
4.1 Lorenz Sisteminin Senkronizasyonu	50
4.2 Rucklidge Sisteminin Senkronizasyonu	55
4.3 Arneodo Sisteminin Senkronizasyonu	59
4.4 Tigan Sisteminin Senkronizasyonu	64
4.5 Rössler Sisteminin Senkronizasyonu	68
4.6 Chen Sisteminin Senkronizasyonu	73
5. SONUÇLAR.....	78
KAYNAKLAR.....	79
ÖZGEÇMİŞ	

ÖZET

Son yıllarda birçok bilim dalında karşılaşılan konulardan biri olan kaos, gerekirci bir sistemin ilk koşullara olan aşırı duyarlılığının sonucunda ortaya çıkan periyodik olmayan uzun zamanlı davranışlardır. Elektronik ve haberleşmenin birçok alanında kaos kullanılmaktadır. Bilgisayar teknolojisinin gelişmesiyle de kaos araştırmalarının nümerik analizine büyük katkılar sağlanmış ve bu konuyla ilgili olan araştırmalara hız kazandırmıştır. Kaosun, güç sistemleri, yüksek performanslı devreler ve cihazlar, bilgi teknolojileri, lazerlerin gücünün arttırılması, elektronik devrelerin çıkışlarının senkronize edilmesi, güvenli haberleşme, otomatik kontrol sistemleri gibi alanlarda birçok başarılı ve yaygın kullanım alanı vardır. Bu tezde, farklı türdeki kaotik sistemlerin Matlab simülasyon modellemeleri ve senkronizasyonlarının gerçekleştirilmesi sağlanmıştır.

Bu tezde amaç, kaos biliminin günümüze gelene kadar yapılan çalışmalarını incelemek, kaos biliminin hangi alanlarda kullanıldığını araştırmak, kaotik sistemleri tanıtmak, ve Matlab programında sistem modellemelerini ve simülasyonlarını gerçekleştirmek, sistem davranışlarını incelemek ve bazı kaotik sistemlerin senkronizasyonlarını sağlamaktır.

Bu tezde ayrıca senkronizasyon kavramına ve senkronizasyon yöntemlerine değinilmiş, senkronizasyon için geniş çaplı ve etkili bir teknik olarak kabul görmüş Pecora-Carroll yöntemi incelenmiştir. Bu yöntem kullanılarak bazı kaotik sistemlerin senkronizasyonu sağlanmış ve senkronizasyon öncesi ve sonrası sistem davranışı incelenmiştir.

Anahtar Kelimeler : Kaos, Kaotik Sistemler, Kaotik Devreler, Senkronizasyon

SUMMARY

The Realization of Synchronization and Modelling of Chaotic Systems in Different Kinds

Chaos, that is the one of the topic encountered in many branches of science in recent years, is a non-periodic long time behaviour that results from a deterministic system with extreme sensitivity to initial conditions. Chaos is used in many fields of electronics and communication. Great contribution was provided to the numerical analysis of chaos researches together with the development of computer technology, and it has increased the speed of the researches related with this subject. The realization of Matlab simulation modelling and synchronization of different kinds of chaotic systems was researched in this study.

The aim of this thesis is to examine the studies which were realized till now, to research the fields where the chaos science has been used, to introduce the chaotic systems, and to realize the system modelling and simulations in the Matlab program, to examine the system behaviours and to provide the synchronizations of some chaotic systems.

The synchronization expression and the synchronization methods were also considered in this thesis, the Pecora-Carroll system, which is recognized as a large scaled and impressive method for synchronization was examined. This method was used for providing synchronization of some chaotic systems, the pre-synchronization and the post-synchronization system behaviours.

Keywords: Chaos, Chaotic Systems, Chaotic Circuits, Synchronization

ŞEKİLLER LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 3.1	Chua devresi..... 11
Şekil 3.2	N_R direncinin I-V karakteristiği 11
Şekil 3.3	Chua sisteminin Matlab-Simulink'te modellenmesi 12
Şekil 3.4	Chua sisteminin (a) x-y (b) x-z (c) y-z faz uzayı 13
Şekil 3.5	Chua sisteminin x-y-z faz uzayı 14
Şekil 3.6	Chua sisteminin x, y, z zaman serileri 15
Şekil 3.7	Lorenz sisteminin Matlab-Simulink'te modellenmesi 16
Şekil 3.8	Lorenz sisteminin (a) x-y (b) x-z (c) y-z faz uzayı 17
Şekil 3.9	Lorenz sisteminin x-y-z faz uzayı 18
Şekil 3.10	Lorenz sisteminin x, y, z zaman serileri 19
Şekil 3.11	Rössler sisteminin Matlab-Simulink'te modellenmesi 20
Şekil 3.12	Rössler sisteminin (a) x-y (b) x-z (c) y-z faz uzayı 21
Şekil 3.13	Rössler sisteminin x-y-z faz uzayı 22
Şekil 3.14	Rössler sisteminin x, y, z zaman serileri 23
Şekil 3.15	Duffing sisteminin Matlab-Simulink'te modellenmesi 24
Şekil 3.16	Duffing sisteminin x-y faz uzayı 24
Şekil 3.17	Duffing sisteminin x, y zaman serileri 25
Şekil 3.18	Burke-Shaw sisteminin Matlab-Simulink'te modellenmesi 26
Şekil 3.19	Burke-Shaw sisteminin (a) x-y (b) x-z (c) y-z faz uzayı 27
Şekil 3.20	Burke-Shaw sisteminin x-y-z faz uzayı 28
Şekil 3.21	Burke-Shaw sisteminin x, y, z zaman serileri 29
Şekil 3.22	Chen sisteminin Matlab-Simulink'te modellenmesi 30
Şekil 3.23	Chen sisteminin (a) x-y (b) x-z (c) y-z faz uzayı 31
Şekil 3.24	Chen sisteminin x-y-z faz uzayı 32
Şekil 3.25	Chen sisteminin x, y, z zaman serileri 33
Şekil 3.26	Rikitake sisteminin Matlab-Simulink'te modellenmesi 34
Şekil 3.27	Rikitake sisteminin (a) x-y (b) x-z (c) y-z faz uzayı 35
Şekil 3.28	Rikitake sisteminin x-y-z faz uzayı 35
Şekil 3.29	Rikitake sisteminin x, y, z zaman serileri 36
Şekil 3.30	Rucklidge sisteminin Matlab-Simulink'te modellenmesi 37
Şekil 3.31	Rucklidge sisteminin (a) x-y (b) x-z (c) y-z faz uzayı 38
Şekil 3.32	Rucklidge sisteminin x-y-z faz uzayı 39
Şekil 3.33	Rucklidge sisteminin x, y, z zaman serileri 40
Şekil 3.34	Arneodo sisteminin Matlab-Simulink'te modellenmesi 41
Şekil 3.35	Arneodo sisteminin (a) x-y (b) x-z (c) y-z faz uzayı 42
Şekil 3.36	Arneodo sisteminin x-y-z faz uzayı 42
Şekil 3.37	Arneodo sisteminin x, y, z zaman serileri 43
Şekil 3.38	Tigan sisteminin Matlab-Simulink'te modellenmesi 44
Şekil 3.39	Tigan sisteminin (a) x-y (b) x-z (c) y-z faz uzayı 45
Şekil 3.40	Tigan sisteminin x-y-z faz uzayı 46
Şekil 3.41	Tigan sisteminin x, y, z zaman serileri 47
Şekil 4.1	Pecora-Carroll metoduyla yapılan senkronizasyonun blok diyagramı 49
Şekil 4.2	Kaskat bağlanmış senkronize sistem şematiği (P-C metodu) 50

Şekil 4.3	Lorenz sisteminin senkronizasyon öncesi Matlab-Simulink'te modellenmesi	51
Şekil 4.4	Senkronizasyon öncesi x ve x_c 'nin zamana göre değişimi	52
Şekil 4.5	Senkronizasyon öncesi x ve x_c 'nin birbirine göre değişimi	52
Şekil 4.6	Senkronizasyon öncesi oluşan fark sinyali	52
Şekil 4.7	Lorenz sisteminin senkronizasyon sonrası Matlab-Simulink'te modellenmesi	53
Şekil 4.8	Senkronizasyon sonrası x ve x_c 'nin zamana göre değişimi	54
Şekil 4.9	Senkronizasyon öncesi x ve x_c 'nin birbirine göre değişimi	54
Şekil 4.10	Senkronizasyon sonrası oluşan fark sinyali	54
Şekil 4.11	Rucklidge sisteminin senkronizasyon öncesi Matlab-Simulink'te modellenmesi	56
Şekil 4.12	Senkronizasyon öncesi x ve x_c 'nin zamana göre değişimi	56
Şekil 4.13	Senkronizasyon öncesi x ve x_c 'nin birbirine göre değişimi	57
Şekil 4.14	Senkronizasyon öncesi oluşan fark sinyali	57
Şekil 4.15	Rucklidge sisteminin senkronizasyon sonrası Matlab-Simulink'te modellenmesi	58
Şekil 4.16	Senkronizasyon sonrası x ve x_c 'nin zamana göre değişimi	58
Şekil 4.17	Senkronizasyon öncesi x ve x_c 'nin birbirine göre değişimi	59
Şekil 4.18	Senkronizasyon sonrası oluşan fark sinyali	59
Şekil 4.19	Arneodo sisteminin senkronizasyon öncesi Matlab-Simulink'te modellenmesi	61
Şekil 4.20	Senkronizasyon öncesi x ve x_c 'nin zamana göre değişimi	61
Şekil 4.21	Senkronizasyon öncesi x ve x_c 'nin birbirine göre değişimi	61
Şekil 4.22	Senkronizasyon öncesi oluşan fark sinyali	62
Şekil 4.23	Arneodo sisteminin senkronizasyon sonrası Matlab-Simulink'te modellenmesi	62
Şekil 4.24	Senkronizasyon sonrası x ve x_c 'nin zamana göre değişimi	63
Şekil 4.25	Senkronizasyon öncesi x ve x_c 'nin birbirine göre değişimi	63
Şekil 4.26	Senkronizasyon sonrası oluşan fark sinyali	63
Şekil 4.27	Tigan sisteminin senkronizasyon öncesi Matlab-Simulink'te modellenmesi	65
Şekil 4.28	Senkronizasyon öncesi x ve x_c 'nin zamana göre değişimi	65
Şekil 4.29	Senkronizasyon öncesi x ve x_c 'nin birbirine göre değişimi	66
Şekil 4.30	Senkronizasyon öncesi oluşan fark sinyali	66
Şekil 4.31	Tigan sisteminin senkronizasyon sonrası Matlab-Simulink'te modellenmesi	67
Şekil 4.32	Senkronizasyon sonrası x ve x_c 'nin zamana göre değişimi	67
Şekil 4.33	Senkronizasyon öncesi x ve x_c 'nin birbirine göre değişimi	68
Şekil 4.34	Senkronizasyon sonrası oluşan fark sinyali	68
Şekil 4.35	Rössler sisteminin senkronizasyon öncesi Matlab-Simulink'te modellenmesi	70
Şekil 4.36	Senkronizasyon öncesi x ve x_c 'nin zamana göre değişimi	70
Şekil 4.37	Senkronizasyon öncesi x ve x_c 'nin birbirine göre değişimi	70
Şekil 4.38	Senkronizasyon öncesi oluşan fark sinyali	71
Şekil 4.39	Rössler sisteminin senkronizasyon sonrası Matlab-Simulink'te modellenmesi	71
Şekil 4.40	Senkronizasyon sonrası x ve x_c 'nin zamana göre değişimi	72
Şekil 4.41	Senkronizasyon öncesi x ve x_c 'nin birbirine göre değişimi	72

Şekil 4.42	Senkronizasyon sonrası oluşan fark sinyali	72
Şekil 4.43	Chen sisteminin senkronizasyon öncesi Matlab-Simulink'te modellenmesi	74
Şekil 4.44	Senkronizasyon öncesi x ve x_c 'nin zamana göre değişimi	74
Şekil 4.45	Senkronizasyon öncesi x ve x_c 'nin birbirine göre değişimi	75
Şekil 4.46	Senkronizasyon öncesi oluşan fark sinyali	75
Şekil 4.47	Chen sisteminin senkronizasyon sonrası Matlab-Simulink'te modellenmesi	76
Şekil 4.48	Senkronizasyon sonrası x ve x_c 'nin zamana göre değişimi.....	76
Şekil 4.49	Senkronizasyon öncesi x ve x_c 'nin birbirine göre değişimi	77
Şekil 4.50	Senkronizasyon sonrası oluşan fark sinyali	77

TABLÖLAR LİSTESİ

Sayfa No

Tablo 1.1	Kaos konusundaki çalışmalarda tarihsel dönüm noktaları	2
------------------	--	---

SEMBOLLER LİSTESİ

a	: Parametre
b	: Parametre
c	: Parametre
d	: Parametre
V	: Gerilim
I	: Akım
R	: Direnç
C	: Kapasitör
L	: Endüktör
N_R	: Chua Diyodu
x	: Kaotik Durum Değişkeni
y	: Kaotik Durum Değişkeni
z	: Kaotik Durum Değişkeni
x₀	: Durum Değişkeninin Başlangıç Değeri
y₀	: Durum Değişkeninin Başlangıç Değeri
z₀	: Durum Değişkeninin Başlangıç Değeri
$\dot{x}$	: Durum Değişkeninin Türevi
$\dot{y}$	: Durum Değişkeninin Türevi
$\dot{z}$	: Durum Değişkeninin Türevi
e	: Kaos Senkronizasyon Hatası
x_c	: Cevap sisteminin kaotik durum değişkeni
y_c	: Cevap sisteminin kaotik durum değişkeni
z_c	: Cevap sisteminin kaotik durum değişkeni
t	: Zaman

1. GİRİŞ

Kaos kelimesi sözlük anlamı olarak, “karmaşıklık, düzensizlik, belirsizlik” anlamı taşır. Kavram, Yunanca “boşluk, hudutsuzluk” anlamlarına gelen “Khaos” kelimesinden gelmektedir [1]. Kaos kavramı günlük dildeki kullanımından farklı olarak bilimsel kaynaklarda “düzensizliğin içindeki düzen” anlamında kullanılır. Kısaca söylemek gerekirse, günlük dildeki kullanımı ile bilimsel kaynaklardaki kullanımı arasında çok önemli fark vardır. Kavram ile ilgili en açıklayıcı tanımlardan birini veren teorik fizikçi Jensen, kaosu “kompleks, doğrusal olmayan dinamik sistemlerin düzensiz ve öngörülemez davranışı” şeklinde ifade eder [2]. Tanımda yer alan kompleks ifadesi karmaşıklığa, doğrusal olmayan (nonlinear) ifadesi özgün bir matematiksel yapıya, dinamik ifadesi ise sabit olmayan değişken bir yapıya işaret etmektedir.

Kaos kavramı ve teorisi ile ilgili her şey ilk olarak 19. yüzyılın sonlarında Fransız matematikçi Jules Henri Poincare’nin çalışmaları ile başlamıştır. Dinamik sistemler üzerine çalışmış olan tüm klasik fizikçi ve matematikçiler arasında kaos kavramını en iyi anlatan bilim adamı Poincare olmuştur. Poincare “Bilim ve Yöntemler” adlı eserinde, çok değişkenli sistemlerin kalıcı çözümlerinin olmadığını, çözümlerinin sonsuz bir şekilde sürebilen değişken bir durum alacağını ve bunun da sistemlerde geleceğin tahminine izin vermeyeceğini ifade eder. Poincare şöyle devam eder: “Dikkatlerimizden kaçan küçücük noktalardan biri, öylesine büyük ve önemli sonuçlara neden olur ki, bizde kalkıp bu sonucun rastlantı eseri ortaya çıktığını söyleriz”. Tabiatın yasalarını ve evrenin başlangıç anındaki durumunu tam olarak bilebilmiş olsaydık, evrenin başlangıç durumunu izleyen daha sonraki anlardan birinde hangi durumda ne olacağını da tam olarak öngörmemiz mümkün olabilirdi. Tabiat yasalarının artık bizden kaçırarak hiçbir sırrı kalmamış olsa bile, gerçek durum hakkında yaklaşık olarak bilgi sahibi olabilirdik. Bu sayede, başlangıç değerlerini izleyen durumu aynı şekilde yaklaşık değerler olarak tahmin edebilmemiz olanak dahilinde olsa, tüm istediğimizi gerçekleştirmiş olur ve biz de bu olayın tahmin edilebilir olduğunu, yasalara uygun olarak cereyan ettiğini söyleriz. Ne var ki, her zaman böyle olmamaktadır, başlangıç şartlarındaki küçük değişikliklerin nihai olgularda çok büyük farklar oluşturduğu da görülmektedir. Başlangıç koşullarındaki küçücük bir hata nihai olguda büyük bir hataya neden olacaktır. Bu durumda, olacağı tahmin etmek olanaklı değildir [3].

Her ne kadar kaos kavram ve teorisinin mimarı olarak J. Henri Poincare kabul edilse de teoriye en büyük katkıyı 1960 yılında M.I.T.'de meteoroloji profesörü olan Edward Lorenz sağlamıştır. Lorenz, basit bir hava tahmin raporu hazırlayabilmek için bilgisayarına veriler girmekte ve sonuçta bulduğu sıcaklık değerlerini grafiklerle göstermekteydi. Lorenz, tesadüf eseri seçmiş olduğu sıcaklık değerlerini en duyarlı termometrenin dahi algılayamayacağı düzeyde ufak oranlarda arttırarak fonksiyonu tekrar çalıştırdığında, fonksiyonların grafiklerde de herhangi bir fark yaratmasını beklerken sonuçta ortaya bambaşka fonksiyonların çıktığını gördü. Grafiklerdeki iniş ile çıkışların uzun dönemde tıpkı bir kelebeğe benzer desene neden olduğunu gözlemledi. Lorenz'in bu sonuçtan çıkardığı yorum, doğru ve güvenilir bir uzun vadeli hava tahmininin kaotik davranışı nedeniyle belli bir süreyi aşamayacağı, bu nedenle periyodik olmayan davranış özellikleri gösteren hiçbir sistemde tahminde bulunmanın mümkün olmadığı şeklinde olmuştur [4]. Burada söz konusu olan doğal olaylardır. Doğal olayların çok büyük bir bölümü dinamik olduğu kadar aynı zamanda doğrusal olmayan özelliklerdeki yasalar tarafından yönetilmektedir. Gerçekten de Massachusetts'deki hafif bir rüzgâr ya da bir sıcaklık düşüşü örneğin Florida'da birkaç ay sonra şiddetli bir fırtınaya dönüşebilmekteydi. Kısaca bu durum, değişkenlerdeki küçük değişimlerin başlangıçta hiç tahmin edilemeyen şaşırtıcı sonuçlarının olabileceği anlamına gelmekteydi [5].

Tablo 1.1 Kaos konusundaki çalışmalarda tarihsel dönüm noktaları [6]

1890	Henri Poincare n -cisim problemi ile gezegenlerin izleyeceği yörüngelerin karmaşık ve tahmin edilemez olabileceğini ilk vurgulayan kişi oldu (Kaos terimi henüz kullanılmamaktaydı)
1963	Edward Lorenz atmosferik olaylara yönelik basit bir dinamik sistemde ilk kaotik veya garip çekeri elde etti
1975	Biyolojik popülasyon artışlarında kaosun tespit edilmesi (Robert May)
1976	Tien-Yien Li ve James Yorke "Periyot Three İmplies Chaos" aslı makaleleri ile kaos kelimesini literatüre kazandırdı.
1978	Mitchell Feigenbaum kaosa geçişteki evrensel bir sabiti keşfetti
1980	Benoit Mandelbrot fraktal geometrinin bilgisayar grafikleri ile ilgili çalışmalarda bulundu
1990	Kaos kontrol teorisinin başlangıcı
1990	Kaotik sistemlerin senkronizasyonu

Tezin organizasyonu ise aşağıda verildiği gibidir.

İkinci bölümde söz konusu kaos ile ilgili temel kavramlar anlatılmış ve kaos analiz yöntemleriyle kaotik sistemlerin uygulama alanlarına örnek sunulmuştur.

Üçüncü bölümde ise Chua, Lorenz, Rössler, Duffing, Burke-Shaw, Chen, Rikitake, Rucklidge, Arneodo, Tigan v.b gibi kaotik davranış gösteren sistemler tanıtılmış ve matlab simülasyonları yapılmıştır.

Dördüncü bölümde de çeşitli kaotik sistemlerin Pecora-Carroll yöntemi ile Matlab Simulink ortamında senkronizasyon modellemeleri gerçekleştirilmiş ve simülasyon sonuçları verilmiş ve devamında senkronizasyon modellemeleri bulunmayan Rössler ve Chen sistemleri üzerinde çalışılmıştır.

Son bölümde ise bu çalışmadan elde edilen sonuçlar tartışılmış ve değerlendirilmiştir.

2. KAOS

Teknik olarak kaos terimi deterministik bir dinamik sistemin, başlangıç koşullarına aşırı duyarlılık göstermesi ve zaman içindeki gelişimi kestirilemeyen, rasgele davranışı olarak tanımlanır [7]. Bu anlamda, özel tipteki davranıştan karakterize edilen sistemin ele alınan özel bir durumuna kaos işaret eder. Kaotik bir davranışın vazgeçilmez dört ana özelliği vardır;

- 1) Kendini asla tekrar etmez ve kararsız görünür.
- 2) Başlangıç durumuna hassas bağımlılık gösterir.
- 3) Deterministik kurallarla işler.
- 4) Tahmin edilemez ve belirlenemez bir yapısı vardır [8].

Kaos ilk kez somut olarak ortaya konulmaya başlandığında pek çok tepkiyle karşılaştı. Zaten sunulan bir yaklaşımın reddedilmesi, gerçekten bilim camiasında devrim yaratacak yeni kavramların gün ışığına çıkarıldığının bir göstergesidir. Yirminci yüzyılın üçüncü bilimsel devrimi olarak kabul edilen kaos, deneysel açıdan daha çok yenidir. Böyle olmasına rağmen yığınla sorunu çözmüş ve insanın doğayı tanımasında önemli bir kilometre taşı olmuştur. Ancak birçok sorun doğada hala saklı durumdadır. İnsanın düşünce ufku genişledikçe hem kaosun tamamlanamamış uygulamaları hem de karanlıkta saklı duran ve şimdilik uzanamadığımız teoriler ortaya çıkaracaktır. Her şey de olduğu gibi bunu da zaman gösterecektir [8].

Lorenz, dıştan düzensiz olarak görülen ama içsel bir düzene sahip olan kaotik sistemlerin iki ana özelliğini öne sürerek “Kaos Teorisi” ni açıklamaya çalışmıştır [9].

Kaos teorisinin temel önermeleri şöyle sıralanabilir:

1. Düzen düzensizliği yaratır.
2. Düzensizliğin içinde de bir düzen vardır.
3. Düzen düzensizlikten doğar.
4. Yeni düzende uzlaşma ve bağımlılık değişiminin ardından çok kısa süreli olarak kendini gösterir.
5. Ulaşılan yeni düzen, kendiliğinden tetiklenen bir süreç aracılığıyla kestirilemez bir yöne doğru gelişir [10].

2.1 Kaosta Determinizm(Gerekircilik)

Dinamik sistemler çeşitli dinamik kurallar ile tanımlanabilir ve bu dinamik sistemlerin çözümleri tektir. Bu nedenle bu tip sistemler deterministik olarak adlandırılmaktadır. Dinamik sistemin durumu tüm zamanlar için tektir. Sistemin herhangi bir zamandaki durumuna karar verilebilir [11].

Deterministik doğrusal olmayan dinamik sistemlerin çözümleri ise rasgele olabilir. Bu tip davranış deterministik kaos olarak adlandırılmaktadır. Burada önemli olan temel nokta çözümlerin gerçekten rasgele olup olmadığıdır. Rasgelelik temel olarak gürültü aracılığıyla üretildiğinden buradaki sonuçlar rasgele değildir. Sonuçların rasgele görünmesinin nedeni başlangıç koşullarına bağımlı olan gerekirci denklemlerde kullanılan değişkenlerin değerindeki çok küçük değişimlerdir [12,13].

Kaotik sistemler gerekirci olmasına karşın tahmin edilebilir değildir. Kaotik sistemlerin başlangıç koşullarına aşırı duyarlılığı, başlangıç değerinin hassas ölçülememesi veya başlangıç değerinin irrasyonel sayılarla ($\sqrt{5}$ gibi) ifade ediliyor olabilmesi öngörülebilirliğe engel olur. Kaotik sistemler doğrusal olmayan yapılarından ötürü tahmin edilebilir olmaması ama aynı zamanda deterministik bir yapıya da sahip olması klasik mekanikte beraber düşünülen bu kavramların ayrı ayrı ele alınması gerektiğini göstermiştir [14].

2.2 Kaosta Periyotsuzluk

Kaotik sistemlerin periyodik olmayan dinamikler göstermesinin sebebi, faz uzayı eğrilerinin her birinin neredeyse aynı başlangıç şartlarında farklı üstel artış oranlarına sahip olmalarıdır. Lyapunov üsteli λ , dinamik bir sistemin faz uzayı içindeki komşu eğrilerinin yerel ayrılma oranlarının ortalamasıdır. Eğer λ negatif ise sistem farklı başlangıç şartları için aynı çıkış değerlerini vermeye meyillidir ve dolayısıyla gelişme kaotik değildir. Eğer λ pozitif ise farklı başlangıç değerleri için sistem farklı çıkış değerleri verir, yani hareket kaotiktir. Faz uzayında her bir boyuttaki ıraksama ve yakınsamayı bir λ temsil ettiğinden, m boyutlu dinamik bir sisteme ait Lyapunov üsteli spektrumu, λ_1 en büyük olmak üzere $\lambda \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_m$ şeklinde elde edilir. Kaotik bir sistem en az bir pozitif Lyapunov üsteline sahip olacağı için herhangi bir sistemde en büyük Lyapunov üsteli $\lambda_1 > 0$ ise davranış kaotik, $\lambda_1 < 0$ ise davranış karardır [15,16,17].

2.3 Kaosta Başlangıç Koşullarına Duyarlılık

Kaotik dinamiklerin önemli bir diğer özelliği ise sistem birbirinden çok küçük farklı olan iki başlangıç koşulunda başlatıldığında gözlemlenebilir. Bu küçük farklar kaotik olmayan sistemlerde ölçme hatası olarak ifade edilebilir ve hata zamanla doğrusal olarak artmaktadır. Fakat kaotik sistemlerde hata üstel olarak artmakta ve sistemin gelecekteki durumları kestirilemez olmaktadır. Bu olgu başlangıç koşullarına duyarlılık olarak bilinmektedir [12,13].

Bu alandaki ilk çalışma meteorolojik olayları modellemek için hava tahminlerinden elde edilen sayısal veriler kullanılarak bir model geliştirme fikri sonucu ortaya çıkmıştır. Ancak hava durumunun sahip olduğu kaotik yapıdan dolayı sayısal verilerin hassasiyeti, her bir denemede artmasına rağmen geçerli bir model elde edilememiş, verilerdeki küçük bir ihmal farklı sonuçlara neden olmuştur [18].

2.4 Kaosta Nonlineerlik

Kaos doğrusal bir sistemde oluşmaz. Doğrusal olmama kaostun meydana gelmesi için gerekli ancak yeterli şart değildir. Temel olarak, tüm gerçekçi sistemler belirli bir dereceye kadar doğrusalsızlık sergiler [19].

2.5 Kaosun Uygulama Alanları

Değişik bilim dalları ve mühendisliğin hemen hemen bütün dallarında kaos varlığının ortaya konması, konuyla ilgili yapılan yoğun çalışmalar ve beraberinde yaşanan gelişmeler kaos ve kaotik sistemlerle ilgili bir çok uygulama alanının oluşmasını sağlamıştır. Kaos ve kaotik sistemlerle ilgili oluşan olası uygulama alanları aşağıdaki gibi özetlenebilir [20].

- Kaotik paralel dağılımlı işleme
- Deterministik nonlineer tahmin
- Kimliklendirme ve nonlineer sistemlerin modellenmesi
- Nonlineer filtreleme
- Biyomedikal ve tıbbi uygulamalar
- Dinamik bilgi sıkıştırma ve kodlama
- Kaotik güvenilir haberleşme
- Hassas desen tanıma
- Kaotik dinamiklerin müzik ve sanat amaçlı kullanımı

- Kaotik salınımların yapay olarak oluşturulması
- Kaotik sitemlerin elektronik, optik ve optoelektronik olarak gerçekleştirimi
- Kaotik titreşim ve osilasyonların belirlenmesi ve kontrol edilmesi

Kaos sisteminin ayrıca lazerlerin gücünün artırılması, elektronik devrelerin çıkışlarının senkronize edilmesi, kimyasal reaksiyonların osilasyon kontrolü, beyin dalgalarının incelenmesi, görüntü sıkıştırma ve iletilmesi, güvenli haberleşme, otomatik kontrol sistemleri, lazer fiziği ve finansal modelleme gibi alanlarda birçok başarılı ve yaygın kullanım alanı vardır [21].

2.6 Kaos Analizi İçin Gerek ve Yeter Koşullar

Bir sistemde kaos analizi yapılabilmesi için bazı gerekli şartlar vardır. Bunlardan ilki sistemde doğrusal olmayan eleman veya elemanlar olmasıdır. Doğrusal sistemde kaosu gözlenmeyeceği bilinmektedir. Şartlardan ikincisi ise, sürekli zamanlı sistemler için ve ayrık zamanlı sistemler için farklılık göstermektedir. Sistem sürekli zamanlı bir sistem ise, kaosu olabilmesi için ikinci şart en az 3. dereceden bir sistem olmasıdır. Fakat ayrık zamanlı sistemde böyle bir şart yoktur. Ayrık zamanlı sistem birinci dereceden dahi olsa kaos analizi yapılabilir. Lojistik harita (logistic map) buna bir örnektir. Kaos analizi yapabilmek için bahsedilen iki şart gerekli şartlardır, yeterli şartlar değildir. Yani bu şartlara uyan sistemlerde kaos analizi yapılabilir fakat kesinlikle kaotik davranış gösterir diye bir yargıya varılamaz [11]. Bir sistemde kaos gözlenebilmesi için yeter şart ise sistem yörüngesinin başlangıç koşullarına duyarlı olmasıdır.

2.7 Kaos Analiz Yöntemleri

Bir sistemde kaos analizi yapılabilmesi için farklı yöntemler vardır [22]. Bu yöntemlerden en sık kullanılanlar aşağıda verilmiştir.

- Yörüngenin izlenmesi(zaman serileri)
- Faz uzayı (Phase portrait)
- Lyapunov üstelleri
- Poincare haritalama
- Güç spektrumu
- Çatallaşma Diyagramı (Bifurcation Diagram)

Yukarıda verilen yöntemlerden başka yöntemler de vardır ama fazla kullanışlı değildir. Özellikle çekicilerin boyut analizi yapılarak kaos analizleri yapılabilmektedir (Fraktal boyut, Lyapunov boyutu vb.) [23]. Boyut analizi sonucu çekicinin boyutun tamsayı çıkarsa, çekicinin kaotik olmadığı, boyut kesirli sayı çıkarsa çekicinin kaotik olduğu anlaşılmıştır.

2.7.1 Yörüngenin İzlenmesi

Yörüngenin izlenmesi yöntemi en basit yöntemdir. Sistemin durum değişkenlerinden herhangi biri zaman ekseninde gözlenerek sistemin belli şartlar altında kaotik davranıp davranmadığı gözlemlenebilir. Bu yöntemler incelenirken dikkat edilmesi gereken noktalardan biri sistemin geçici durum davranışının kalktıktan sonra gözlemlenmenin yapılmasıdır. Anlatılan yöntemlerin tümünde bu duruma dikkat edilmelidir.

2.7.2 Faz Uzayı

Bu yöntemde, durum değişkenlerinin birbirine göre davranışları çizdirilerek sistemin kaosa girip girmediğine karar verilmektedir. Sistem periyodik ise, durum değişkenleri birbirine göre çizdirildiğinde kapalı bir çevrim görülür. Buna limit çevrimi de (limit cycle) denir ve sistemin periyodik davranış gösterdiği anlamına gelir. Durum değişkenlerinin birbirine göre çizimi düzensiz ve anlamsız bir şekil ise bu tip karmaşık şekiller kaosu olduğu anlamına gelmektedir.

2.7.3 Poincare Haritalama

Birçok durumda ayrık zamanlı bir sistemi analiz etmek, sürekli zamanlı bir sistemi analiz etmekten daha kolaydır. Poincare bu işi başarmak için bir yöntem geliştirmiştir. Aslında bu yöntem, n . dereceden sürekli zamanlı bir dinamik sistemi $(n-1)$. dereceden ayrık zamanlı bir dinamik sisteme dönüştürme işlemidir. Faz uzayında Poincare yüzeyi diye bilinen bir yüzey seçilir. Bu yüzey üzerinde yörüngenin geçtiği noktalar işaretlenerek bir harita elde edilir. Poincare yüzeyi seçilirken belirli bir kural yoktur. Tamamen kişinin tecrübesine göre yörüngenin geçtiği bir yüzey seçilir. Bağımsız olmayan sistemlerin ise Poincare haritasını elde etmek daha kolaydır. Faz uzayı izlenirken belirli aralıklarla örnek alınarak Poincare harita elde edilir. Örnekleme süresi ise bağımsız olmayan sistemi süren büyüklüğün periyodudur. Karmaşık sistemleri daha basit hale getirmek ve kararlılık analiz yapmak için elverişlidir [24].

Periyodik bir davranış Poincare haritalama yöntemi ile incelenirse, sabit bir nokta elde edilir. Çünkü sistemin periyodu ile aynı zaman dilimlerinde örnekler alınır, hep aynı nokta alınacağından tek bir nokta görülür. Sistem periyodumsu, ise kapalı bir çevrim elde edilir. Fakat sistem kaotikse, kapalı olmayan, gelişigüzel bir fraktal şekil oluşur.

2.7.4 Lyapunov Üstelleri

Lyapunov üstelleri (veya üstleri) olarak bilinen kaos analiz yöntemi ise diğer yöntemlerden farklı olarak kaosu niceliksel olarak inceleyen bir analiz yöntemidir. Lyapunov üstellerini kullanarak analiz yapma fikrinin çıkış noktası kaotik sistemlerin başlangıç koşullarına olan bağımlılığından kaynaklanmaktadır. Kaotik bir sistem birbirine çok yakın komşu iki başlangıç noktasından başlatıldığında yörüngelerin gittikçe birbirinden uzaklaşması veya yakınlaşması ile kaos analizi yapılabilir. Lyapunov üstelleri komşu yörüngeler arasındaki bu mesafeyi ölçen matematiksel bir yöntemdir.

Bir kaotik sistemin temel karakteristiği, başlangıç şartlarına hassas bağımlılığıdır. İki farklı başlangıç durumu birbirine çok yakın bile olsa, bu iki noktada oluşan yörüngeler üstel olarak artan bir ayırımla birbirlerinden uzaklaşırlar. Lyapunov üstelleri, kaotik sistemler için başlangıç durumlarındaki hassas bağımlılığı ölçmek için kullanılır.

Bir dinamik sistem, toplamı sıfırdan küçük olmak üzere, sıfırdan büyük en az bir Lyapunov üsteli içeriyorsa kaotik olarak tanımlanır. Kaotik bir yörüngenin Lyapunov üstelleri, en azından bir pozitif Lyapunov üsteline sahiptir. Bu özellik tuhaf bir çekiciyi, sürekli hal davranışlarının diğer tiplerinden ayırır.

Üç boyutlu bir sistemde ise, Lyapunov üstelleri için tek mümkün durum (+,0,-) tipidir. Bu durumda $\lambda_1 > 0$, $\lambda_2 = 0$ ve $\lambda_3 < 0$ olmaktadır [25].

2.7.5 Güç Spektrumu

Kaotik sinyaller geniş bantlı sistemlerdir. Dolayısıyla kaotik olan bir sinyal, kaotik olmayan bir sinyal, güç spektrumuna bakarak ayrılabilir. Eğer sistem kaotikse, güç spektrumunda gürültü benzeri işaret gibi süreklilik vardır. Ama sistem kaotik değilse, sadece belli frekanslarda sıçramalar mevcuttur.

2.7.6 Çatallaşma Diyagramı

Belirli bir sistem parametresinin değişmesiyle sistemin bir durum değişkeninin değişimini veren grafiğe çatallaşma diyagramı denilir. Dikey ekseninde durum

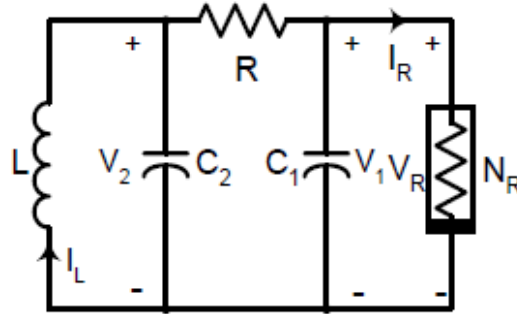
değişkenlerinden birinin davranışı verilmektedir, yatay ekseninde ise parametrelerden birinin belirli bir aralıkta değişimi verilmektedir.

3. KAOTİK SİSTEMLER VE ÖRNEKLEMELERİ

3.1 Chua Devresi

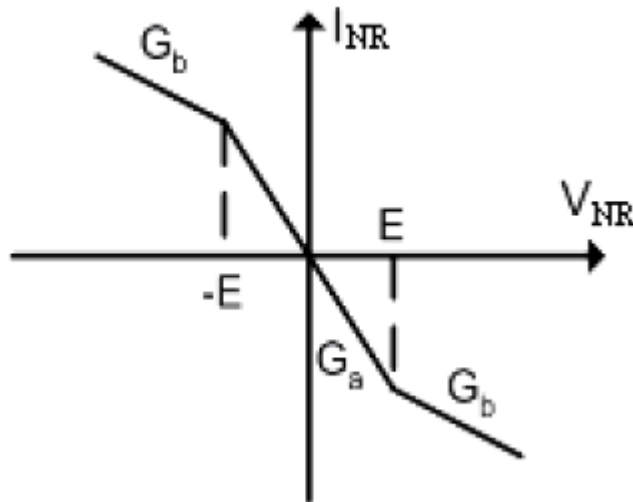
Günümüzde doğrusal olmayan devrelerin ve bunun yanında diğer dinamik sistemlerin davranışlarındaki karmaşıklığı ortaya çıkaran kaos ile ilgili çalışma yapılmıştır [26]. Bu çalışmalardan birine örnek olabilecek basit bir elektronik devre ile kaotik dinamiklerin görünüşü Chua devresi ile gerçekleştirilecektir.

Şekil 3.1’de verilmiş olan Chua devresi bir tane doğrusal olmayan direnç N_R , üç tane enerji depolayabilen eleman ve bir de R direncinden oluşan basit bir kaotik osilatördür.



Şekil 3.1 Chua devresi

Devrede bulunan R elemanı N_R ile C_2 arasındaki iletkenliği sağlarken, devrenin doğrusal olmayan bileşeni olan N_R direnci, üç segmentli parçalı doğrusal direnç özelliği gösterir. Bu bileşene ait transfer I – V karakteristiği Şekil 3.2’de gösterilmiştir. Chua devresi kaosun aranması için gerekli olan şartları barındıran en basit elektronik devredir [27].



Şekil 3.2 N_R direncinin I - V karakteristiği

Bu sistemde gerekli olan diferansiyel denklemleri elde etmek için değeri zamanla değişen üç parametre, V_1 ve V_2 kondansatörlerin gerilimlerini ve I_L ise indüktör akımı olarak seçilir.

$$\begin{aligned}\frac{dI_L}{dt} &= -\frac{1}{L}V_2 \\ \frac{dV_2}{dt} &= \frac{1}{C_2}I_L - \frac{G}{C_2}(V_2 - V_1) \\ \frac{dV_1}{dt} &= \frac{G}{C_1}(V_2 - V_1) - \frac{1}{C_1}f(V_1)\end{aligned}\quad (3.1)$$

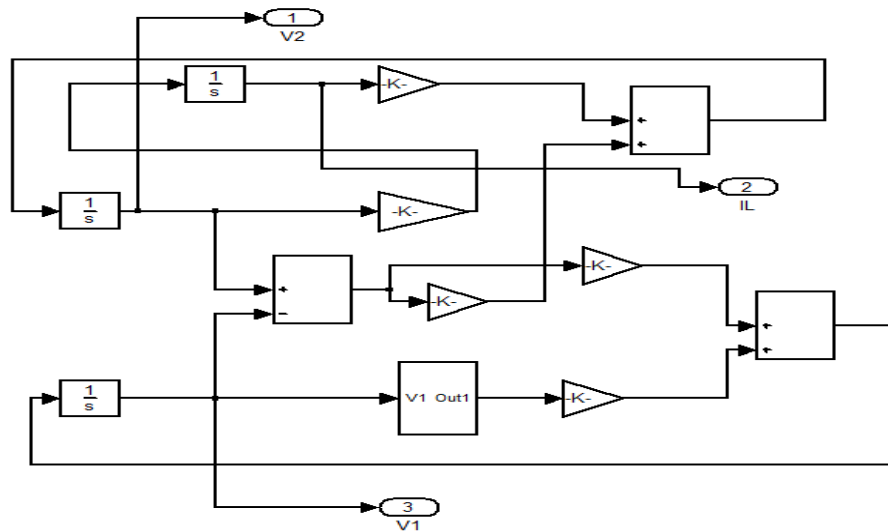
Denklem (3.1)'deki $f(V_1)$, Şekil 3.2'de parça parça doğrusallaştırılmış karakteristiği görülen direncin bir fonksiyonu olup, Denklem (3.2) 'deki gibi tanımlanır.

$$f(V_1) = G_b V_1 + \frac{1}{2}(G_a - G_b)[|V_1 + E| - |V_1 - E|] \quad (3.2)$$

Burada G_a ve G_b eğimleri, E ise doğrusal olmayan direncin kırılma noktasını bir başka deyişle bu doğrusal bölgelerin sınırlarını gösterir.

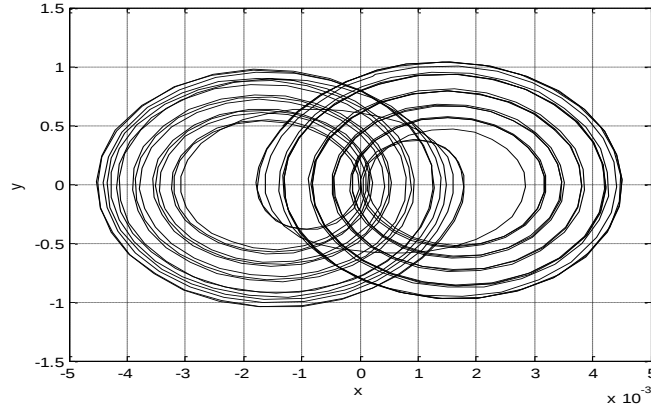
Chua devresi, kaos dinamiği konusunda üzerinde en çok çalışılan sistem olması nedeniyle oldukça önemlidir [28]. Ayrıca bu sistem, kaos ve kaotik davranışlar sergileyen en basit elektronik devre olmasının yanında sistemin bir diğer önemli özelliği ise kaosu varlığının matematiksel olarak kanıtlandığı ilk fiziksel sistemlerden biri olmasıdır [27,28].

Chua devresinin davranışını görebilmek için bu sisteme ait diferansiyel denklemler MATLAB/Simulink ortamında uygun bloklarla modellenirse, bu sisteme ait simulink modeli Şekil 3.3'deki gibi olur.

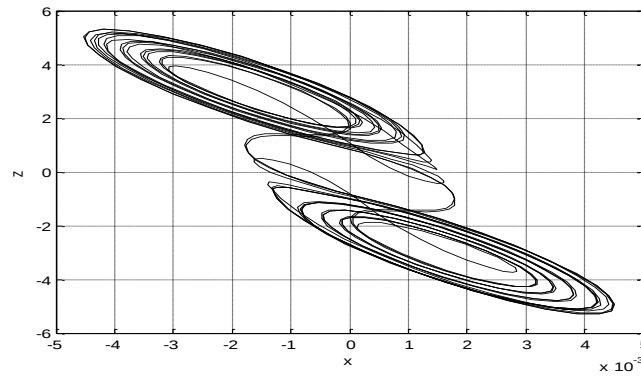


Şekil 3.3 Chua devresinin Matlab-Simulink'te modellenmesi

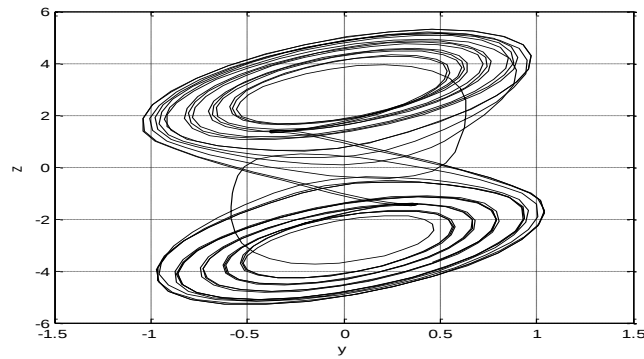
Chua sisteminin Matlab ortamında hazırlanan blok diyagramı için başlangıç değerleri sırasıyla, (1, 0, 0) olarak seçilmiştir ve 0.05 saniyelik bir benzetim yapılmıştır. Bu benzetim sonucunda Şekil 3.4 ve Şekil 3.5’de gösterilen faz uzayı modelleri elde edilmiştir. Bu sonuçların elde edilmesinde $R=2k\Omega$, $L= 18 \text{ mH}$, $C_1= 10 \text{ nF}$, $C_2=100 \text{ nF}$, $G_a= -757\mu\text{S}$, $G_b= -409 \mu\text{S}$ ve $E= 1 \text{ V}$ değerleri alınmıştır. Sistemde $I=x$, $V_1=z$, $V_2= y$ olarak tanımlanmıştır.



(a)

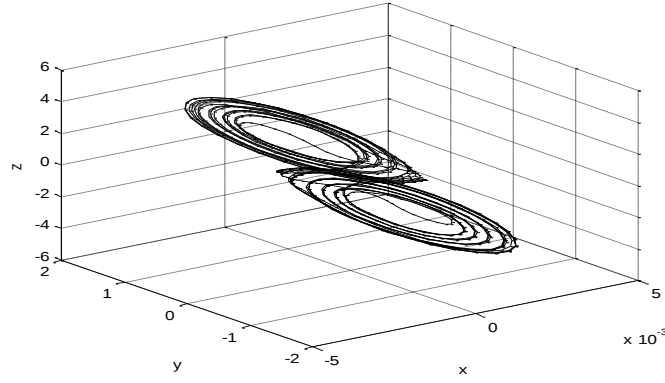


(b)



(c)

Şekil 3.4 Chua sisteminin (a) x-y (b) x-z (c) y-z faz uzayı



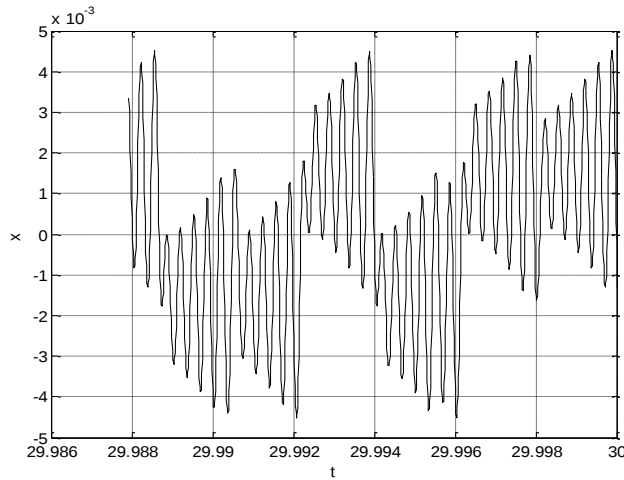
Şekil 3.5 Chua sisteminin x-y-z faz uzayı

Chua devresinin gösterdiği kaotik davranışlar ve sistemin genel yapısı itibarı ile özellikle haberleşme konusundaki bazı gereksinimleri karşılamaktan uzaktır. Elde edilen sonuçlardan da görüldüğü gibi sistemin sergilediği davranışlar, belirli sınırlar dışına çıkamamakta ve genlik ve frekans bakımından da düşük sinyaller üretmektedir.

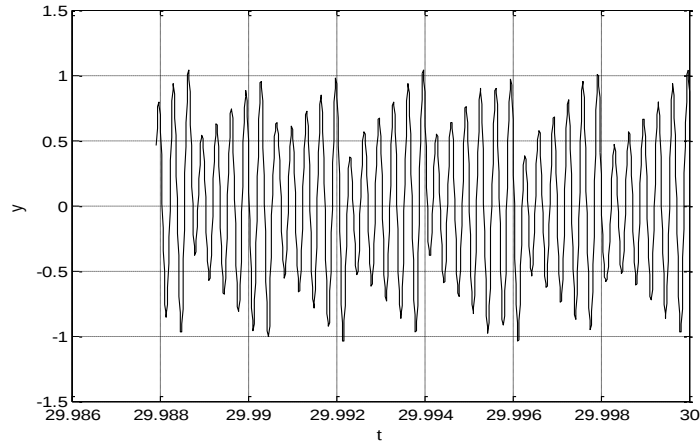
Gizliliğin esas olduğu haberleşme uygulamalarında yapılarındaki karmaşıklıktan dolayı son yıllarda oldukça önem kazanarak üzerinde yoğun olarak çalışılan konulardan birisi, bu sistemlerde bulunan doğrusal olmayan elemana ek kırılma noktaları ekleme yollarını araştırmaktır [29].

Chua devresindeki doğrusal olmayan direnç sadece iki tane kırılma noktası ve üç tane doğrusal bölgeye sahiptir. Sistemden yeni tür kaotik davranışlar elde etmek, sisteme ek kırılma noktaları eklemekle mümkün olabilir.

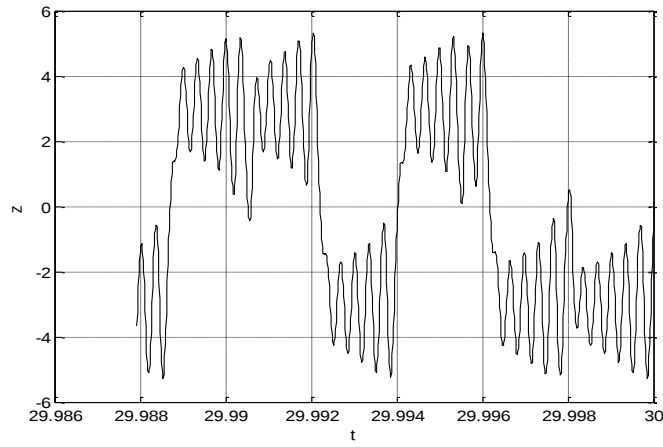
Chua devresindeki, $V_1(t)$, $V_2(t)$ ve $I_L(t)$ parametrelerinin zamana bağlı değişimi Şekil 3.6 da gösterilmiştir.



(a)



(b)



(c)

Şekil 3.6 Chua sisteminin x , y , z zaman serileri

Chua devre yapısında değişik tür teknolojiler kullanılması, sadece kaotik sinyallerin genlik ve frekansında iyileşmeler yapmakta ama devre, sergilediği davranışlar bakımından değişiklikler göstermemektedir. Sistem dinamiği üzerinde oldukça etkili olan, doğrusal olmayan direncin yapısının değiştirilmesi ile dinamiğin çeşitlilik kazanacağı düşünülebilir.

3.2 Lorenz Sistemi

Kaos teorisinin ve uygulamalarının araştırılmasında, yeni kaotik sistemler ortaya çıkarmak veya mevcut kaotik çekicilerin topolojik yapısını ve dinamiklerini geliştirmek, var olan sistemlerde uygulanabilirlik açısından önemli bir yer tutar [30].

1963 yılında atmosferin ısı yayımı hareketleri ile ilgili çalışmalar sırasında Lorenz, doğrusal olmayan diferansiyel denklemlere ait üç boyutlu bir sistem elde etmiştir [31,32].

Lorenz'in çalışmaları sırasında elde ettiği bu denklemler Denklem (3.3)'te gösterilmiştir.

$$\dot{x} = a(y - x)$$

$$\dot{y} = bx - y - xz \quad (3.3)$$

$$\dot{z} = xy - cz$$

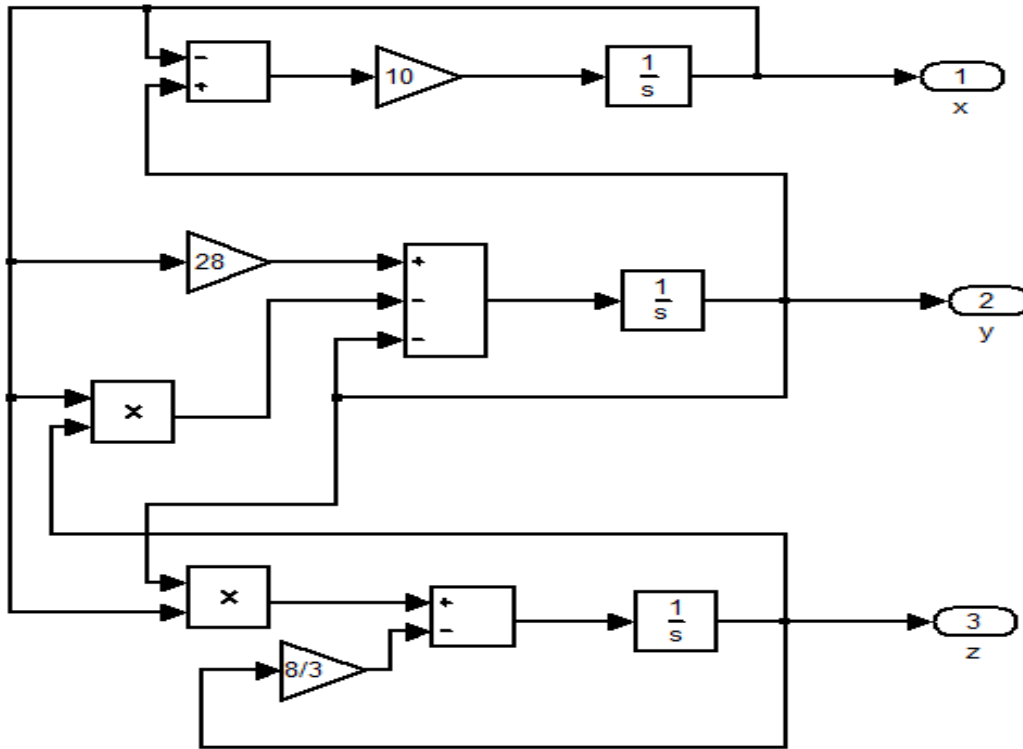
şeklindedir.

Durum değişkenleri : x, y, z (zamanla değişen)

Sistem parametreleri : a, b, c (sabit) dir.

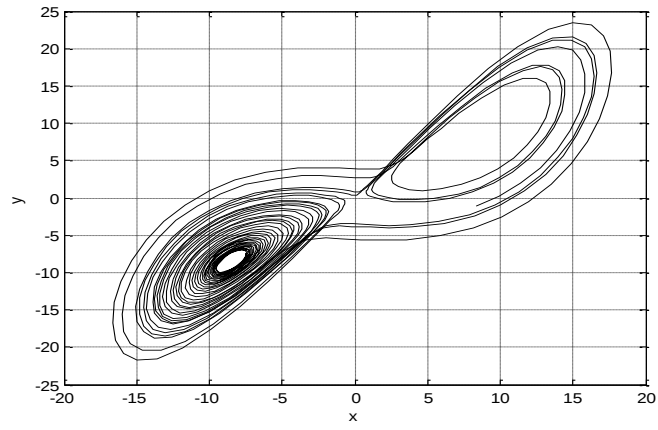
Önerilen çalışma parametreleri de a=10, b=28 ve c=8/3 'tür.

Lorenz devresinin davranışını görebilmek için bu sisteme ait diferansiyel denklemler Matlab-Simulink ortamında uygun bloklarla modellenirse, bu sisteme ait simulink modeli Şekil 3.7 'deki gibi olur.

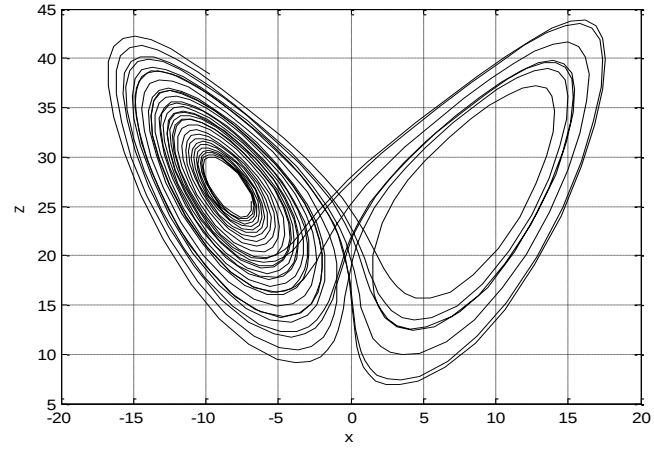


Şekil 3.7 Lorenz sisteminin Matlab-Simulink'te modellenmesi

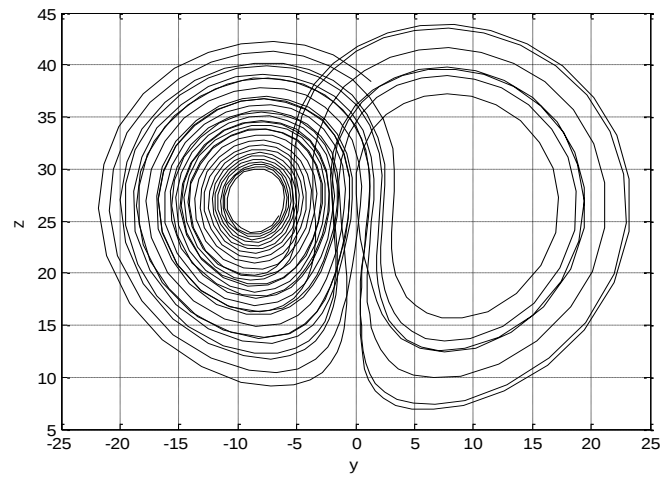
Lorenz sisteminin Matlab ortamında hazırlanan blok diyagramı için başlangıç değerleri sırasıyla, (1, 2, 1) olarak seçilmiştir ve 30 saniyelik bir benzetim yapılmıştır. Bu benzetim sonucunda Şekil 3.8 ve Şekil 3.9'da gösterilen faz uzayı modellemeleri elde edilmiştir.



(a)

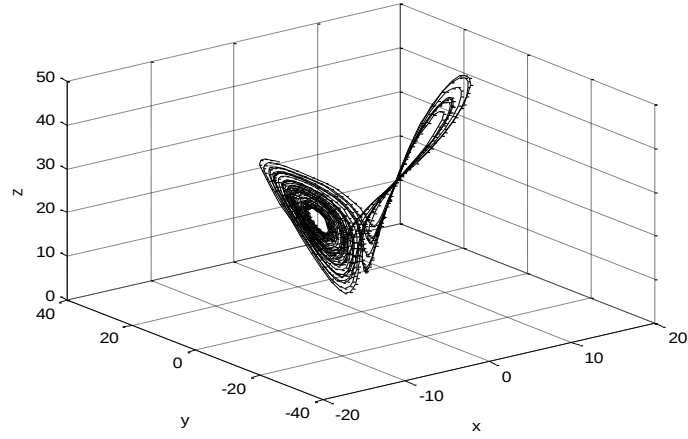


(b)



(c)

Şekil 3.8 Chua sisteminin (a) x-y (b) x-z (c) y-z faz uzayı

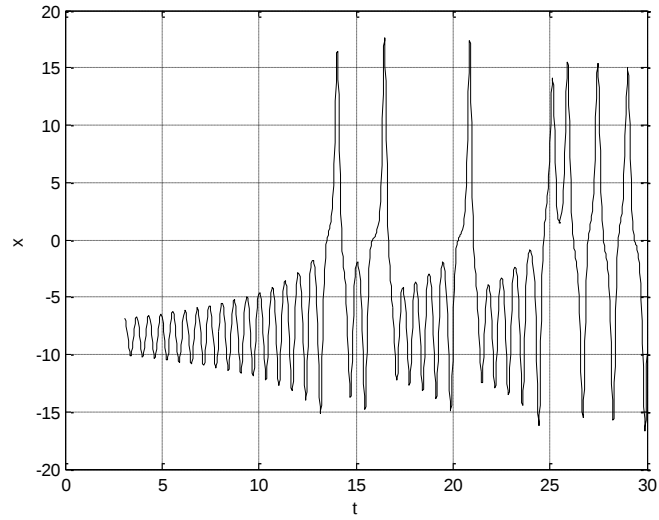


(d)

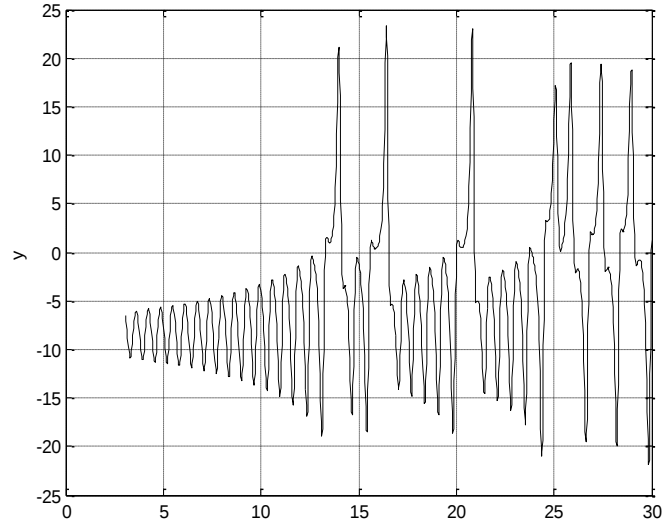
Şekil 3.9 Lorenz sisteminin x-y-z faz uzayı

Lorenz bu diferansiyel denklemlere ait çözümlere baktığında sistemin bir denge durumuna veya periyodik bir düzene ulaşmadığını, tersine düzensiz bir şekilde osilasyona devam ettiği ve sonuçta sistemin kaotik bir davranış sergilediğini gözlemlemiştir. Bu durum burada elde edilen sonuçlarla da desteklenmiştir.

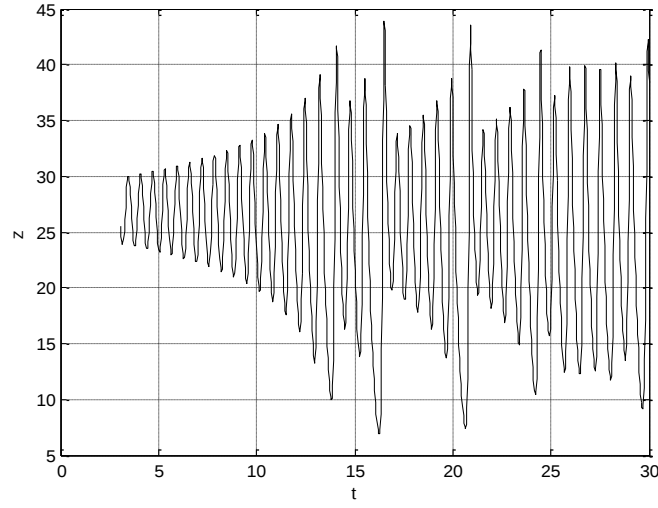
Lorenz sistemine ait x, y ve z değişkenlerinin zamana göre değişimleri ise Şekil 3.10 'da verilmiştir.



(a)



(b)



(c)

Şekil 3.10 Lorenz sisteminin x, y, z zaman serileri

3.3 Rössler Sistemi

Lorenz sisteminden daha basit bir diğer dinamik sistem, Rössler modelidir [33]. Otto Rössler'in kimyasal kinetikler üzerinde yaptığı çalışmalar sonucunda ortaya attığı bu sistem, Denklem (3.4) 'deki basit diferansiyel denklemler ile temsil edilir.

$$\dot{x} = -(y + z)$$

$$\dot{y} = x + ay$$

$$\dot{z} = b + z(x - c)$$

(3.4)

Burada:

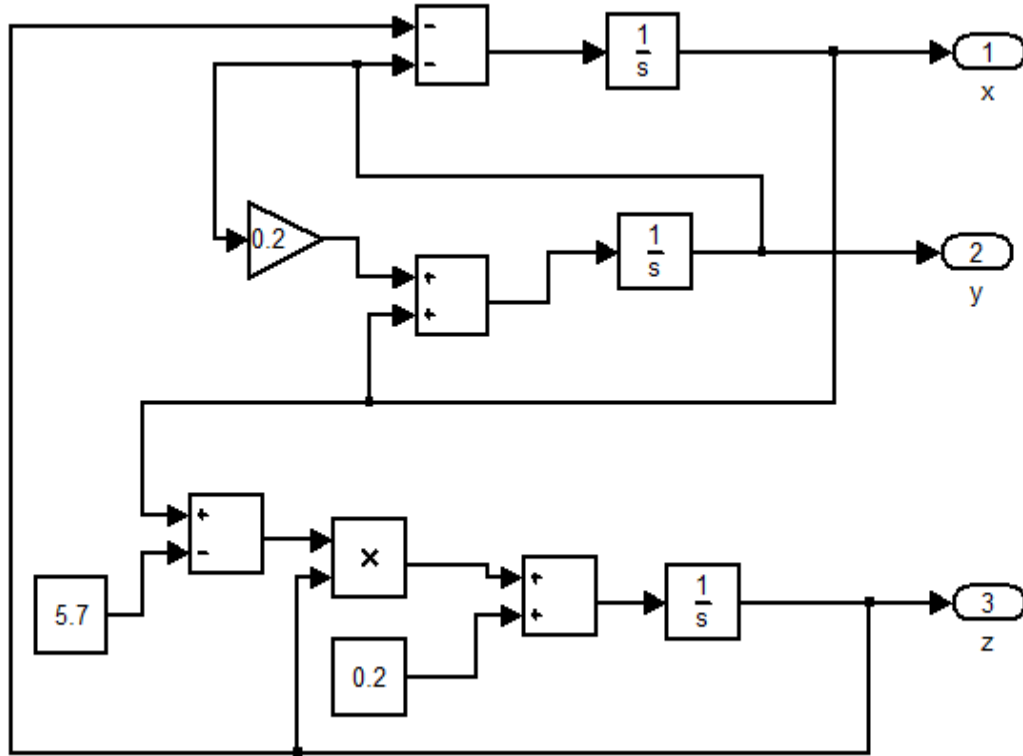
Durum değişkenleri : x, y, z (zamanla değişen)

Sistem parametreleri : a, b, c (sabit) dir.

Önerilen çalışma parametreleri: a=0.2, b=0.2 ve c=5.7'dir [34].

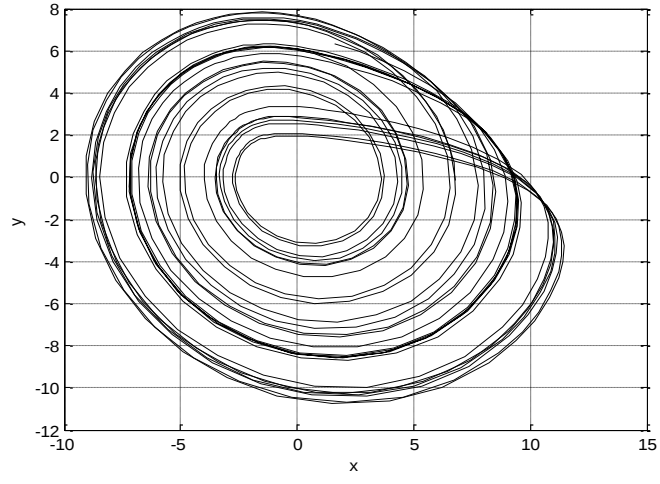
Rössler modeli gösterdiği davranış açısından kararlı bir sistem durumuna ulaşamadığı gibi başlangıç değerlerine karşı da çok duyarlıdır [33].

Rössler devresinin davranışını görebilmek için bu sisteme ait diferansiyel denklemler Matlab-Simulink ortamında uygun bloklarla modellenirse, bu sisteme ait simulink modeli Şekil 3.11 'deki gibi olur.

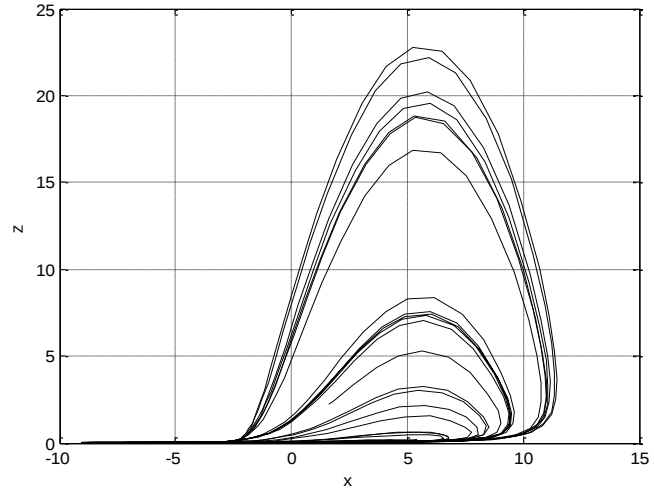


Şekil 3.11 Rössler sisteminin Matlab Simulink'te modellenmesi

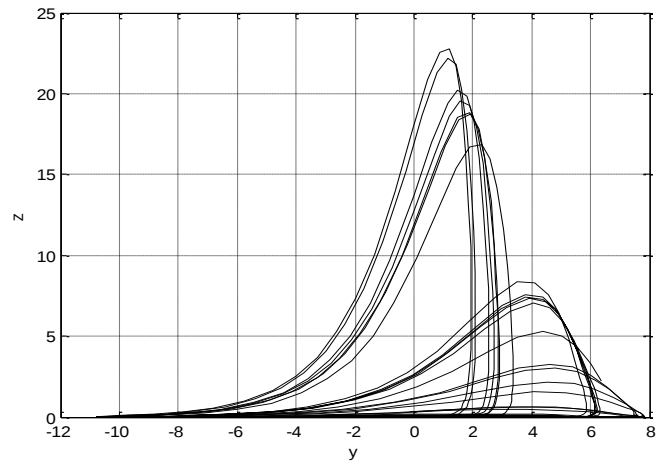
Rössler sisteminin Matlab ortamında hazırlanan blok diyagramı için başlangıç değerleri sırasıyla, (1, 2, 1) olarak seçilmiştir ve 200 saniyelik bir benzetim yapılmıştır. Bu benzetim sonucunda Şekil 3.12 ve Şekil 3.13 'de gösterilen faz uzayı modellemeleri elde edilmiştir.



(a)

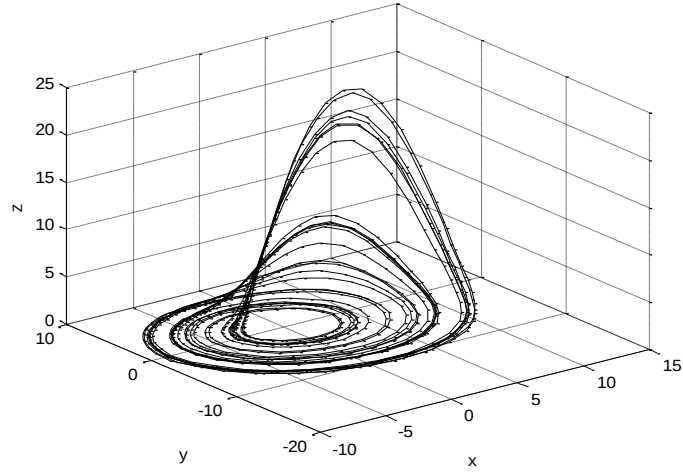


(b)



(c)

Şekil 3.12 Rössler sisteminin (a) x-y (b) x-z (c) y-z faz uzayı

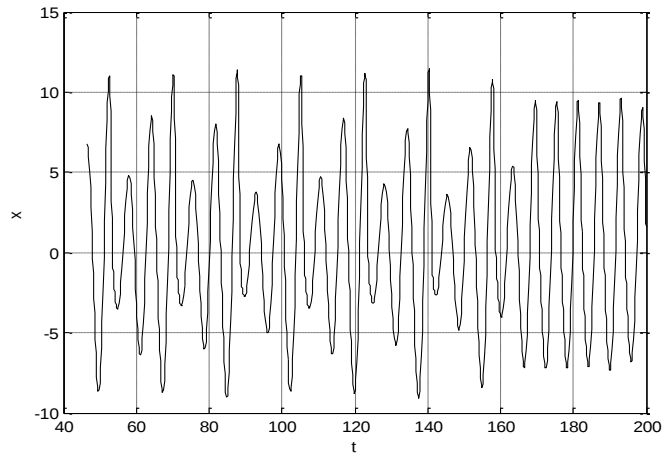


(d)

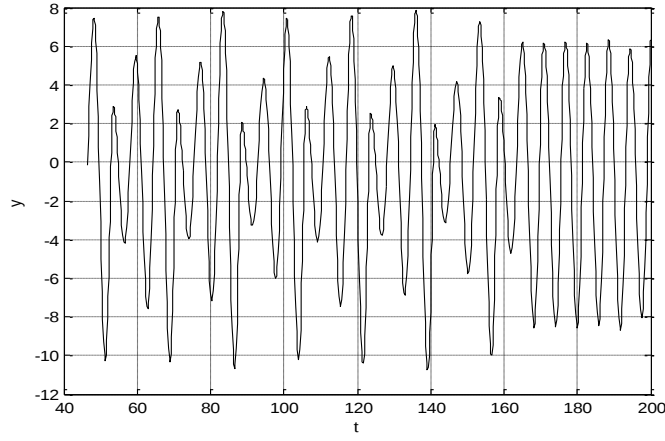
Şekil 3.13 Rössler sisteminin x - y - z faz uzayı

Burada bir diğer önemli nokta, Şekil 3.10’da görüldüğü gibi Rössler sisteminde bir tek loba sahip kaotik çeker oluşurken, Lorenz sisteminde ise çift loba sahip kaotik çeker oluşmaktaydı [35].

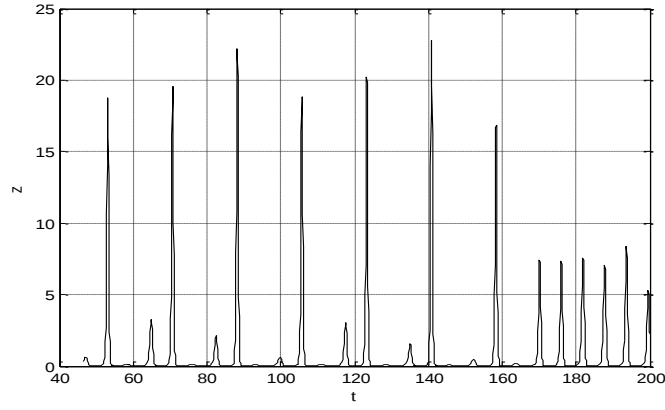
Rössler sistemine ait x , y ve z değişkenlerinin zamana göre değişimleri ise Şekil 3.14’de verilmiştir.



(a)



(b)



(c)

Şekil 3.14 Rössler sisteminin x, y, z zaman serileri

3.4 Duffing Sistemi

Kaotik davranış sergileyen dinamik sistemlere örnek olabilecek bir diğer sistem Duffing denklemdir. Uygulama biliminde çok fazla bilinen ve periyodik yörünge çıkarımı veya doğrusal olmayan mekanik osilatörler gibi alanlarda kullanılan bu sistem Denklem (3.5) 'deki gibi veya Denklem (3.6) 'daki gibi tanımlanır [36].

$$\frac{d^2x}{dt^2} + a \frac{dx}{dt} + bx + cx^3 = d \cos(wt) \quad (3.5)$$

veya

$$\dot{x} = y \quad \dot{y} = -ay - bx - cx^3 + d \cos(wt) \quad (3.6)$$

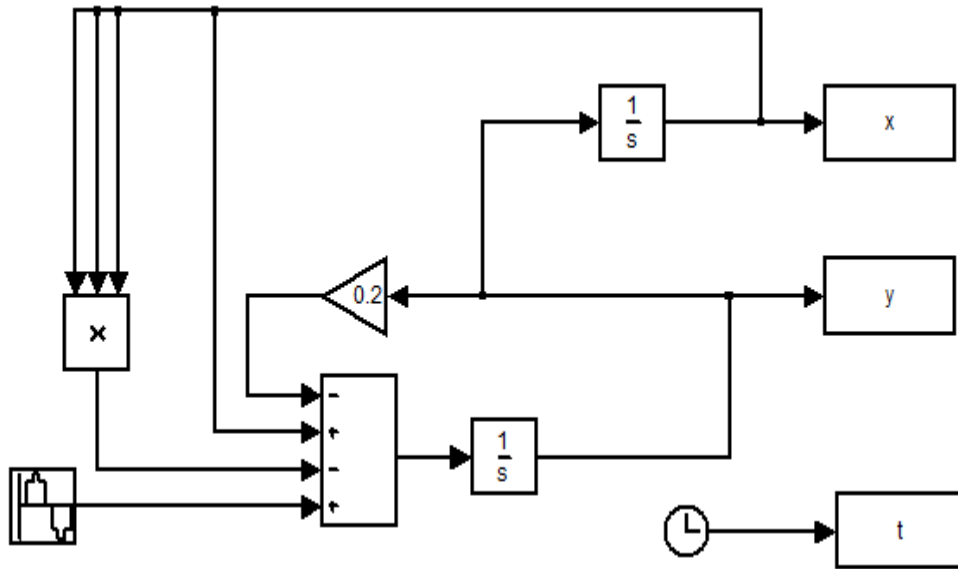
Burada:

Durum değişkenleri : x, y, z (zamanla değişen)

Sistem parametreleri : a, b, c, d (sabit) dir.

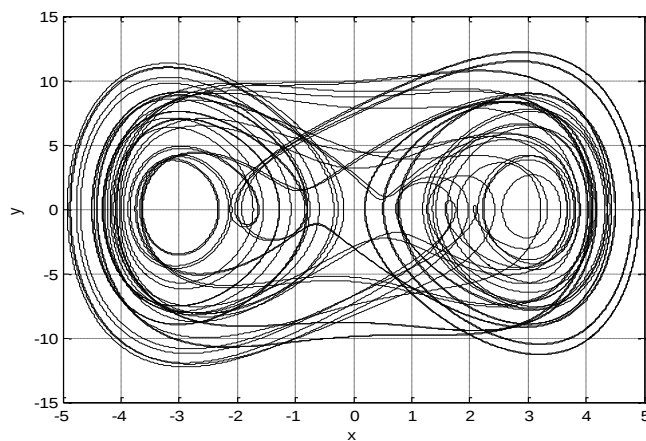
Önerilen çalışma parametreleri: $a=0.2$, $b=-1$ ve $c=1$, $d=27$, $w=1\text{rad/sn}$ 'dir.

Duffing sisteminin davranışını görebilmek için bu sisteme ait diferansiyel denklemler Matlab-Simulink ortamında uygun bloklarla modellenirse, bu sisteme ait simulink modeli Şekil 3.15 'deki gibi olur.



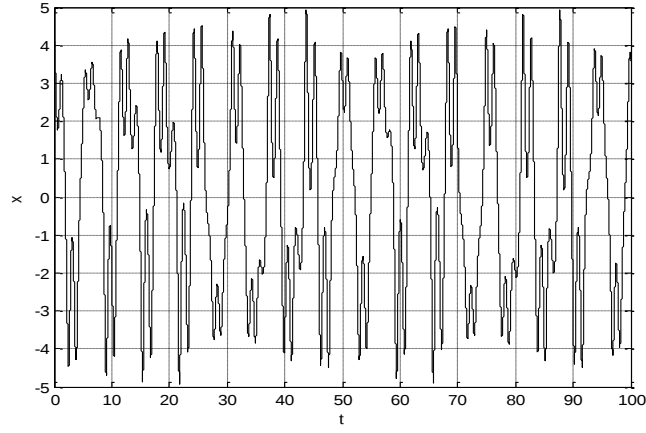
Şekil 3.15 Duffing sisteminin Matlab-Simulink'te modellenmesi

Duffing sisteminin Matlab ortamında hazırlanan blok diyagramı için başlangıç değerleri sırasıyla, (1, 2) olarak seçilmiştir ve 100 saniyelik bir benzetim yapılmıştır. Bu benzetim sonucunda Şekil 3.16'da gösterilen faz uzayı modellemeleri elde edilmiştir.

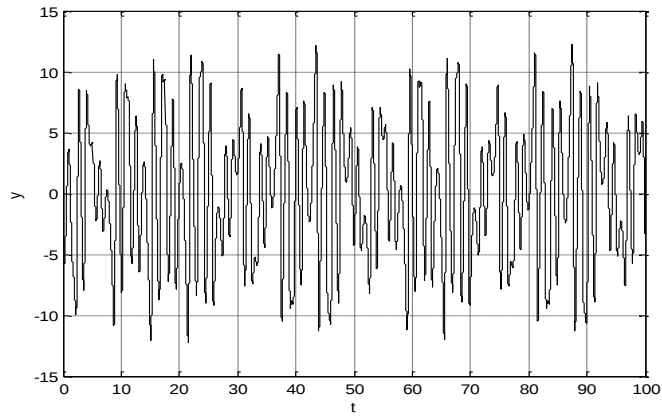


Şekil 3.16 Duffing sisteminin x-y faz uzayı

Duffing sistemine ait x , y ve z değişkenlerinin zamana göre değişimleri ise Şekil 3.14'te verilmiştir.



(a)



(b)

Şekil 3.17 Duffing sisteminin x , y zaman serileri

3.5 Burke - Shaw Sistemi

Kaotik işaretler üreten bir başka dinamik denklemde Burke-Shaw dinamik denklemleridir. Burke-Shaw sistemi [37] Bill Burke ve Robert Shaw tarafından Lorenz denklemlerinden türetilmiştir. Burke-Shaw kaotik sistemi aşağıdaki denklem takımıyla tanımlanmaktadır:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -a(x + y) \\ \dot{y} &= -y - axz \\ \dot{z} &= axz + b\end{aligned}\tag{3.7}$$

Burada:

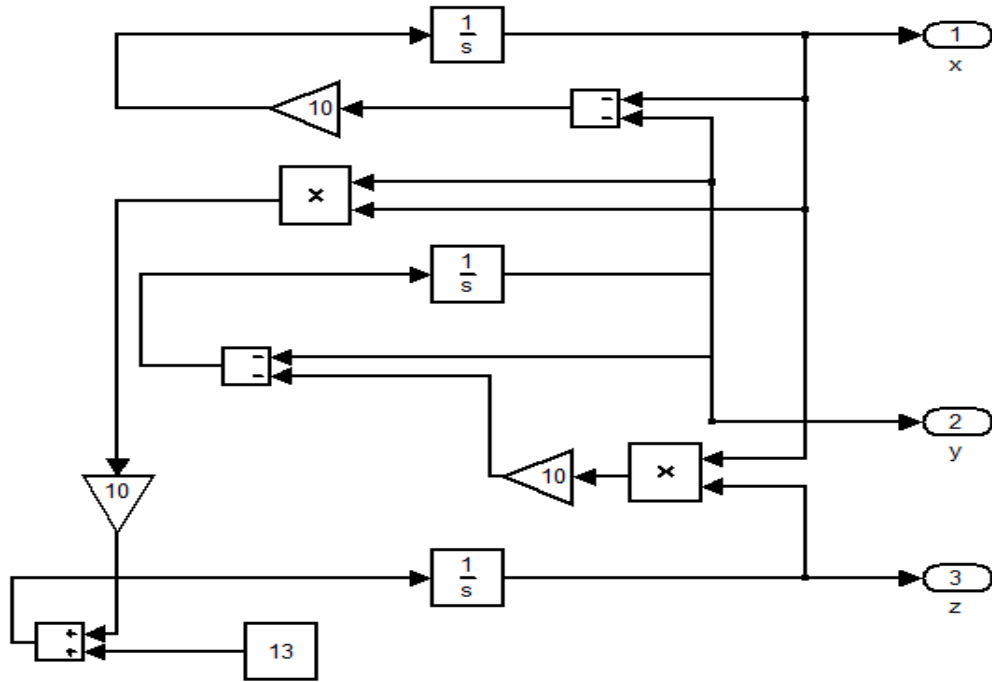
Durum değişkenleri : x , y , z (zamanla değişen)

Sistem parametreleri : a, b (sabit) dir.

Önerilen çalışma parametreleri: a=10, b=13'dir.

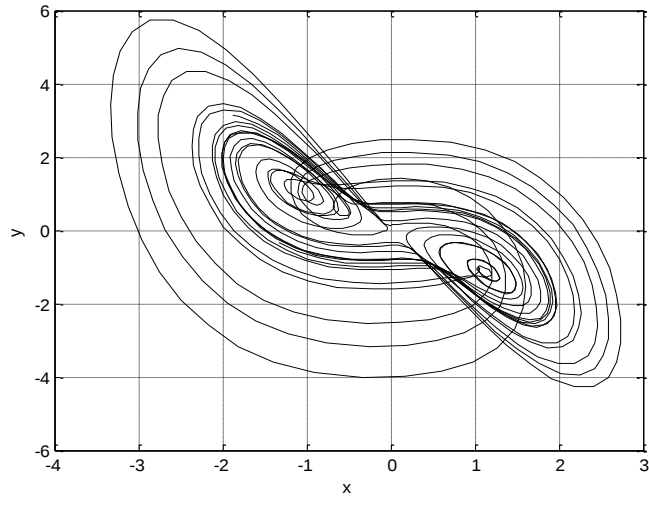
Denklemlerden görüldüğü gibi bu kaotik sistem, çarpım terimleriyle doğrusal olmayan bir sistem olmasını sağlayan 3. dereceden bir sistemdir.

Burke-Shaw devresinin davranışını görebilmek için bu sisteme ait diferansiyel denklemler Matlab-Simulink ortamında uygun bloklarla modellenirse, bu sisteme ait simulink modeli Şekil 3.18'deki gibi olur.

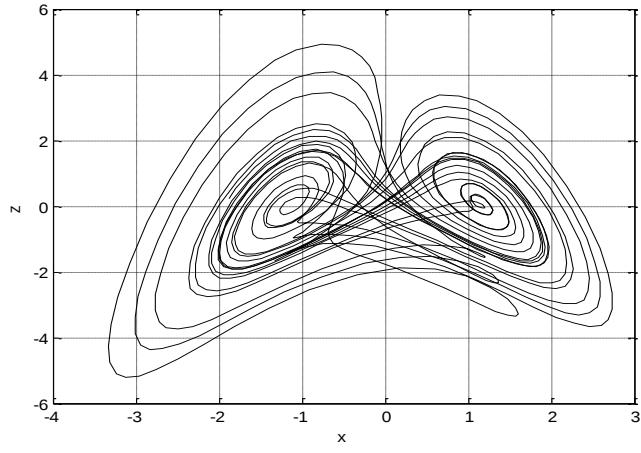


Şekil 3.18 Burke-Shaw sisteminin Matlab-Simulink'te modellenmesi

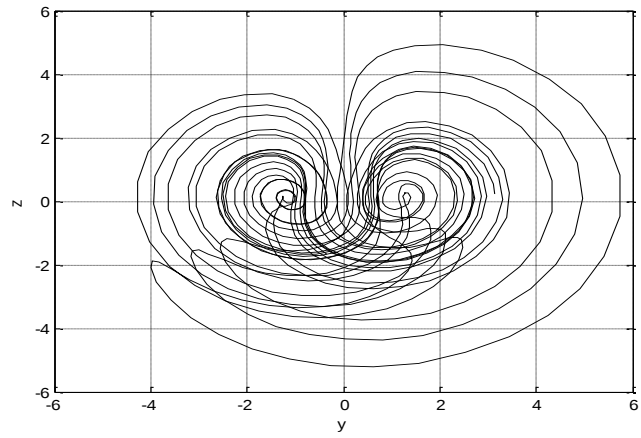
Burke-Shaw sisteminin Matlab ortamında hazırlanan blok diyagramı için başlangıç değerleri sırasıyla (1, 2, 1) olarak seçilmiştir ve 50 saniyelik bir benzetim yapılmıştır. Bu benzetim sonucunda Şekil 3.19 ve Şekil 3.20'de gösterilen faz uzayı modellemeleri elde edilmiştir.



(a)

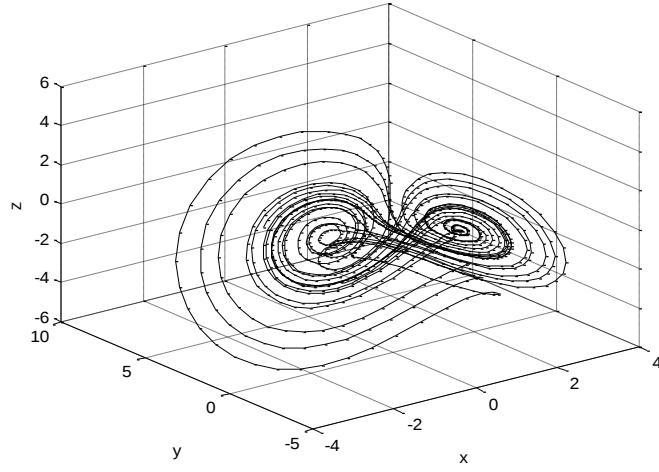


(b)



(c)

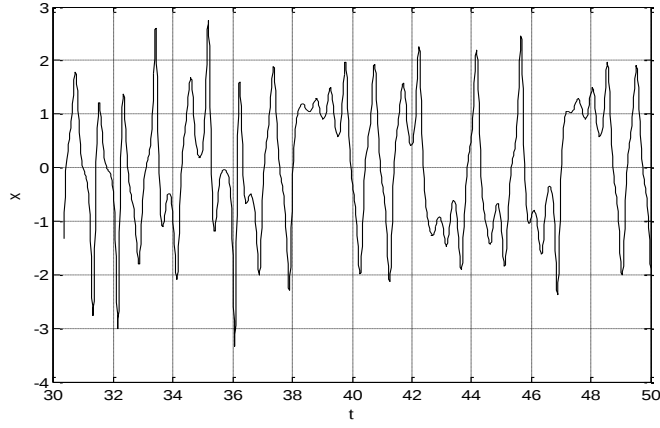
Şekil 3.19 Burke-Shaw sisteminin (a) x-y (b) x-z (c) y-z faz uzayı



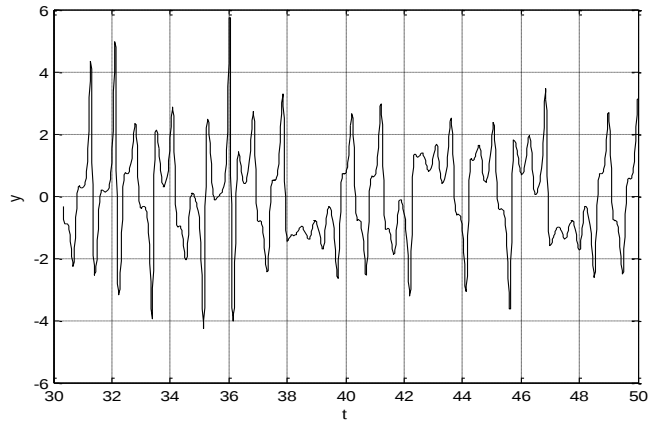
(d)

Şekil 3.20 Burke-Shaw sisteminin x - y - z faz uzayı

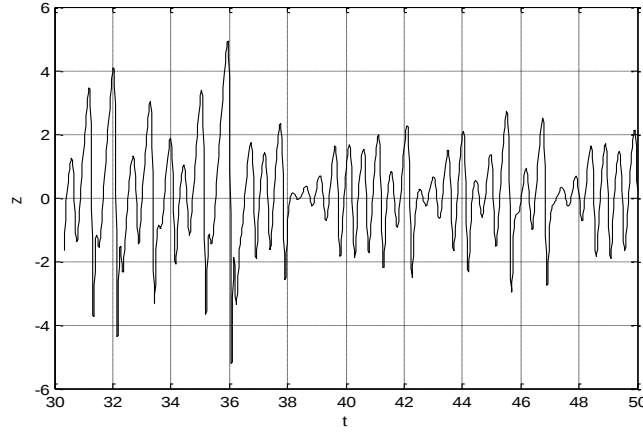
Burke-Shaw sistemine ait x , y ve z değişkenlerinin zamana göre değişimleri ise Şekil 3.21 verilmiştir.



(a)



(b)



(c)

Şekil 3.21 Burke-Shaw sisteminin x, y, z zaman serileri

3.6 Chen Sistemi

Chen sistemi, topolojik olarak Lorenz'e eşdeğer olmayan bir mühendislik geri beslemeli kontrol yaklaşımı kullanarak farklı bir kaotik sistem oluşturmuştur. Bu sistem, Lorenz sistemiyle eşdeğer ve aynı basit yapıya sahiptir ancak daha gelişmiş dinamik davranışlar sergiler. Dualite, Vanecek ve Celikovsky tarafından formüle edilmiş sınıflandırma durumlarını baz alır. Vanecek ve Celikovsky, genelleştirilmiş Lorenz sistemi ailesini $A=[a_y]$ $a_{12}a_{21}>0$ doğrusal parçasında sınıflandırır. Chen sistemi $a_{12}a_{21}<0$ iken, özel bir durum olarak Lorenz sistemini içerir. Bu nedenle Chen sistemi bu genelleştirilmiş Lorenz sistemi ailesine ait değildir. Aslında Chen sistemi, kaotik sistemlerin başka bir kanonik ailesine aittir. Lü ve Chen $a_{12}a_{21}=0$ koşulunu sağlayan yeni ve kritik bir kaotik sistemi buldu. $a_{12}a_{21}=0$ koşulu Lorenz ve Chen sistemleri arasında geçişi temsil eder.

Aynı yıl Lü, yukarıdaki üç ilgili ancak eşdeğer olmayan kaotik sistemler içeren birleşik bir sistem inşa etti. Lü ve Chen, aynı anda iki kaotik çekicinin görüntülenebildiği, yeni kaotik sistem buldular [38].

Aşağıdaki doğrusal olmayan denklem sistemi Chen Sistem olarak bilinir. Guanrong Chen ve Ueta tarafından 1999 yılında bulunmuştur [39]. Kaotik Chen sistemi denklemleri şu şekildedir.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= a(y - x) \\ \dot{y} &= (c - a)x - xz + cy \\ \dot{z} &= xy - bz\end{aligned}\tag{3.8}$$

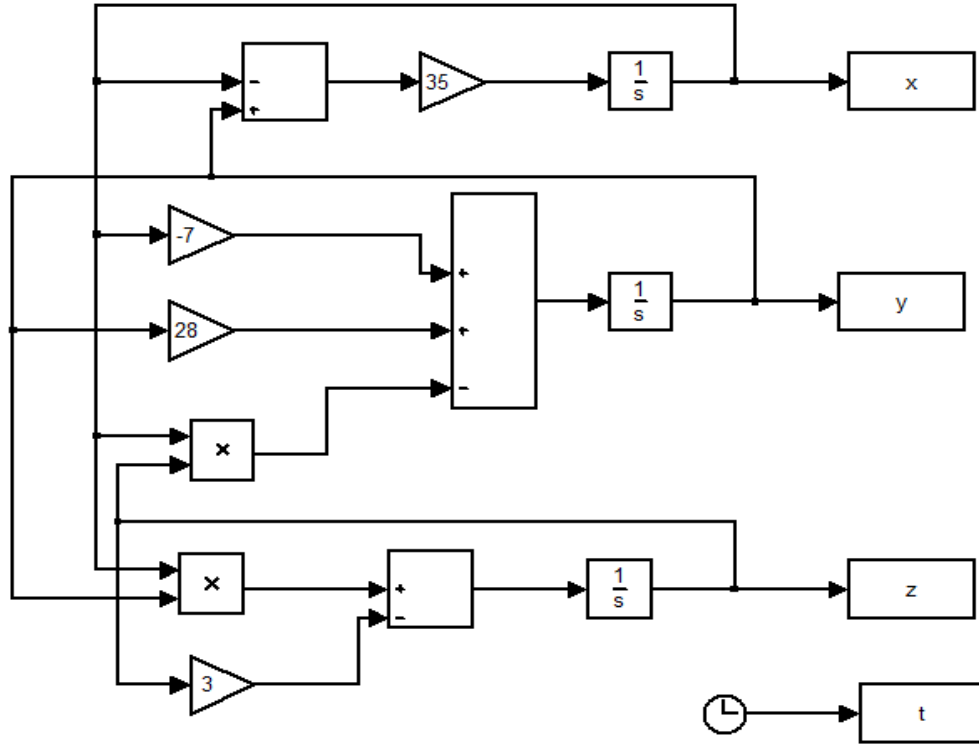
Burada:

Durum değişkenleri : x, y, z (zamanla değişen)

Sistem parametreleri : a, b, c (sabit) dir.

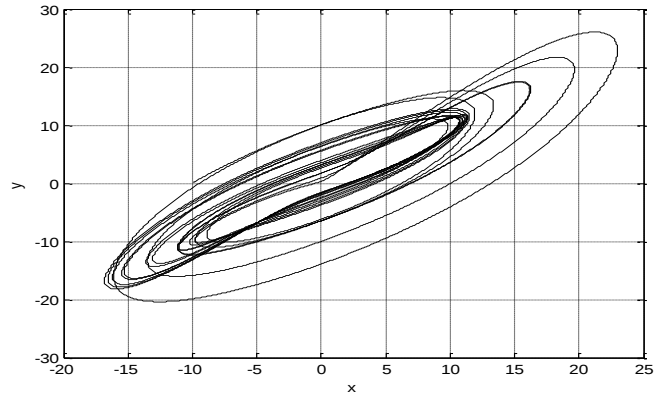
Önerilen çalışma parametreleri: a=35, b=3, c=28 'dir.

Chen sisteminin davranışını görebilmek için bu sisteme ait diferansiyel denklemleri Matlab-Simulink ortamında uygun bloklarla modellenirse, bu; sisteme uygun simulink modeli Şekil 3.22 'deki gibi olur.

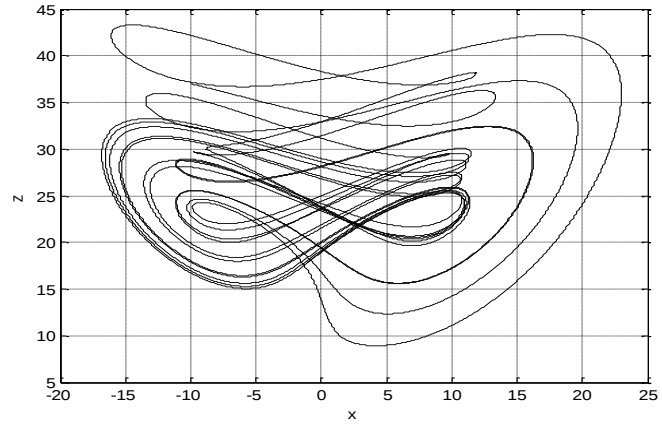


Şekil 3.22 Chen sisteminin Matlab-Simulink'te modellenmesi

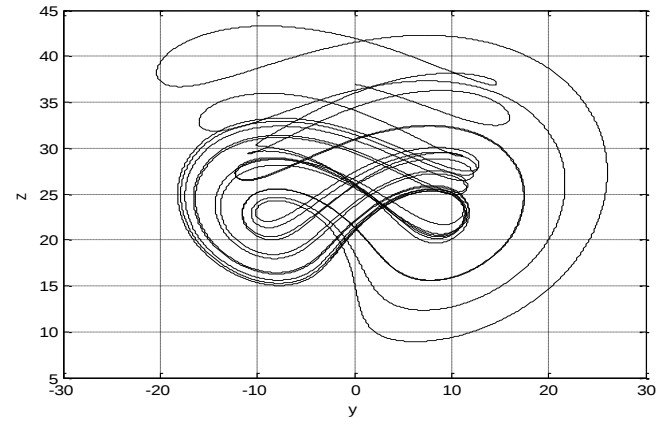
Chen sisteminin Matlab ortamında hazırlanan blok diyagramı için başlangıç değerleri sırasıyla (1, 2, 1) olarak seçilmiştir ve 10 saniyelik bir benzetim yapılmıştır. Bu benzetim sonucunda Şekil 3.23 ve Şekil 3.24 'de gösterilen faz uzayı modellemeleri elde edilmiştir.



(a)

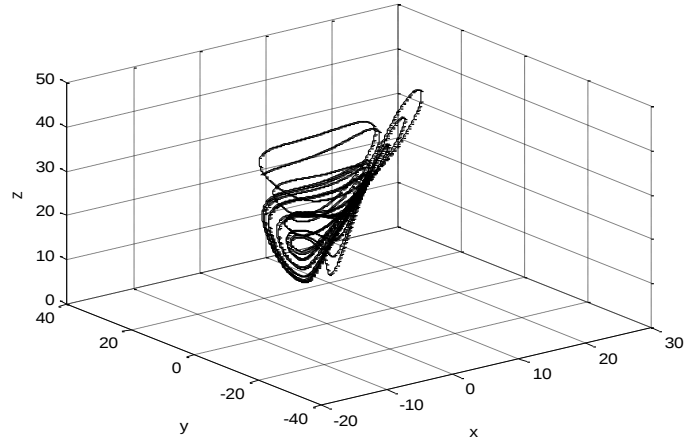


(b)



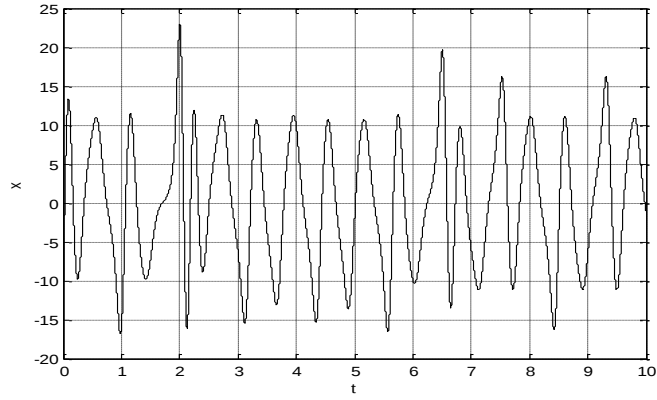
(c)

Şekil 3.23 Chen sisteminin (a) x-y faz uzayı (b) x-z faz uzayı (c) y-z faz uzayı

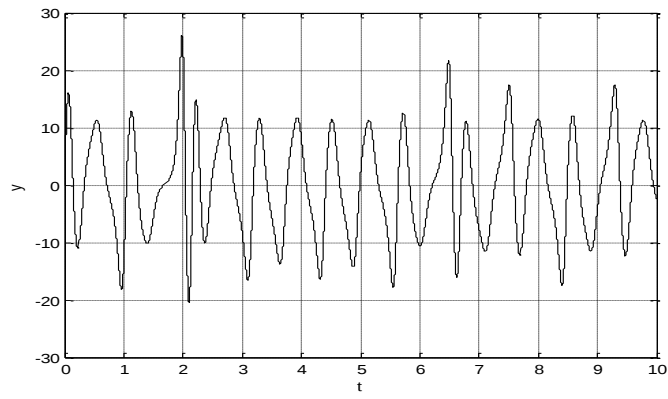


Şekil 3.24 Chen sisteminin x - y - z faz uzayı

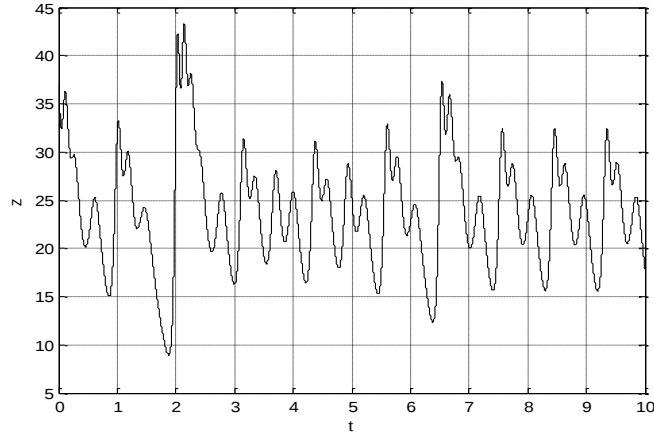
Chen sistemine ait x , y ve z değişkenlerinin zamana göre değişimleri ise Şekil 3.25'te verilmiştir.



(a)



(b)



(c)

Şekil 3.25 Chen sisteminin x, y, z zaman serileri

3.7 Rikitake Sistemi

Doğrusal olmayan Rikitake kaotik dinamik sistemi dünyanın jeomanyetik alanının düzensiz polarite anahtarlamasını açıklamaya çalışan bir modeldir [40,41,42]. Sistem Lorenz modelindeki gibi kaotik davranış gösterir ve iki kararsız sabit nokta etrafındaki yörüngede döner.

$$\dot{x} = -ax + zy$$

$$\dot{y} = -ax + (z - b)x \quad (3.9)$$

$$\dot{z} = 1 - xy$$

denklemleri ile verilir.

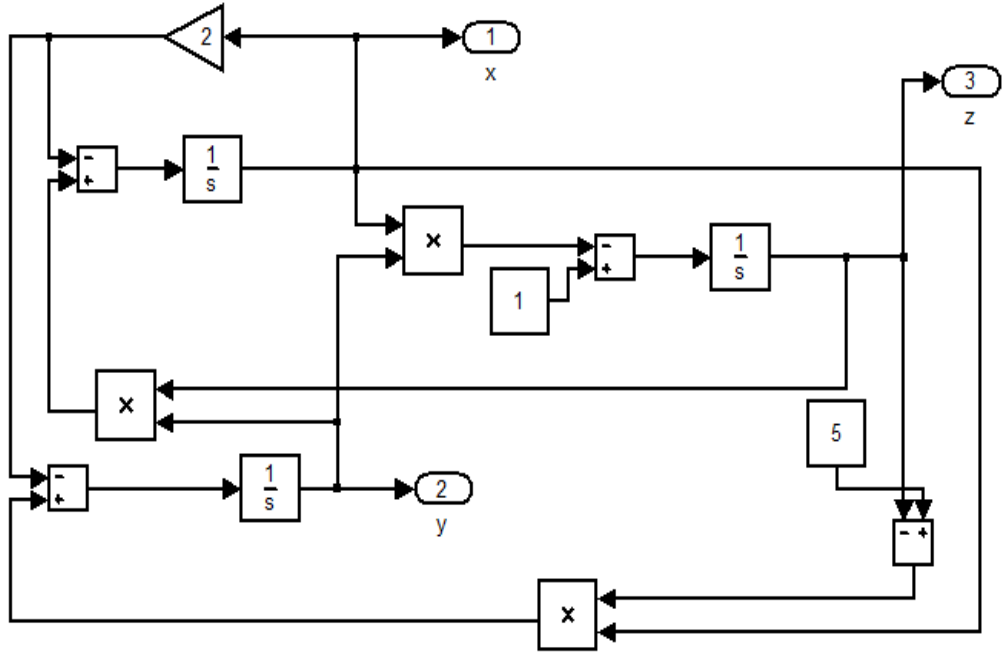
Burada:

Durum değişkenleri : x, y, z (zamanla değişen)

Sistem parametreleri : a, b (sabit)'dir.

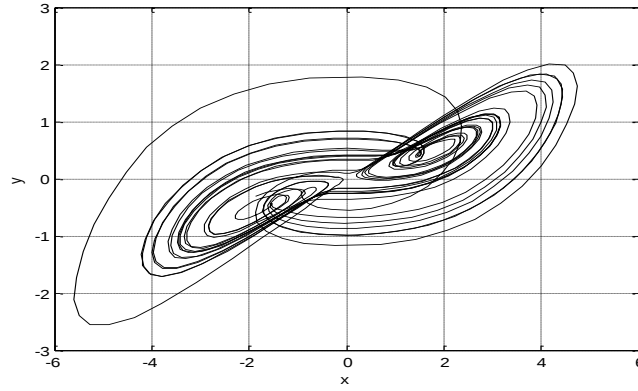
Önerilen çalışma parametreleri: a=2, b=5' dir.

Rikitake sisteminin davranışını görebilmek için bu sisteme ait diferansiyel denklemleri Matlab-Simulink ortamında uygun bloklarla modellenirse, bu sisteme uygun simulink modeli Şekil 3.26 'daki gibi olur.

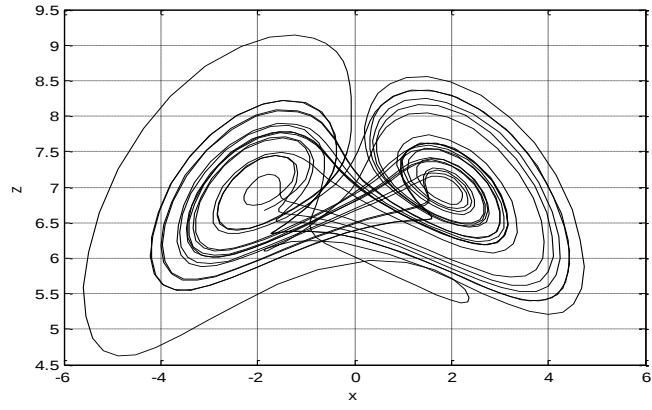


Şekil 3.26 Rikitake sisteminin Matlab-Simulink'te modellenmesi

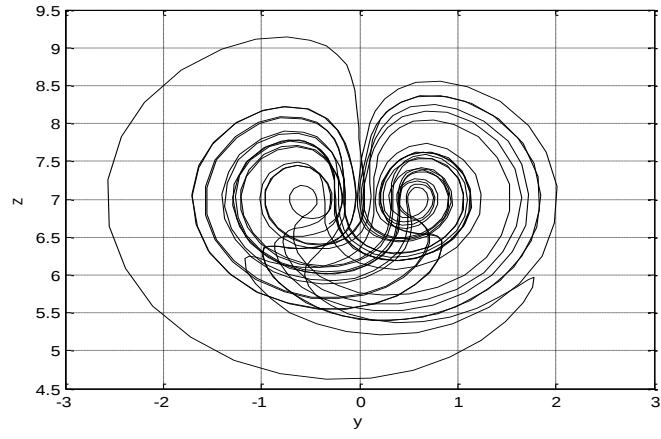
Rikitake sisteminin Matlab ortamında hazırlanan blok diyagramı için başlangıç değerleri sırasıyla (1, 2, 1) olarak seçilmiştir ve 1000 saniyelik bir benzetim yapılmıştır. Bu benzetim sonucunda Şekil 3.27 ve Şekil 3.28'de gösterilen faz uzayı modelleri elde edilmiştir.



(a)

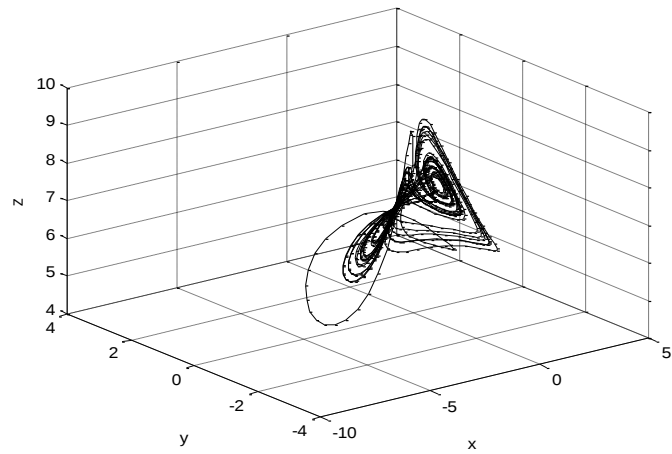


(b)



(c)

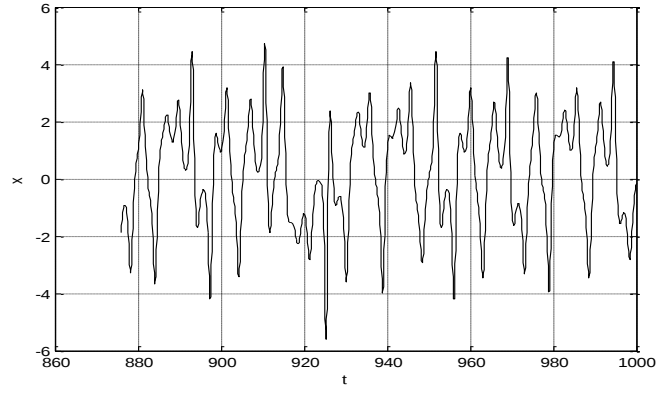
Şekil 3.27 Rikitake sisteminin (a) x-y (b) x-z (c) y-z faz uzayı



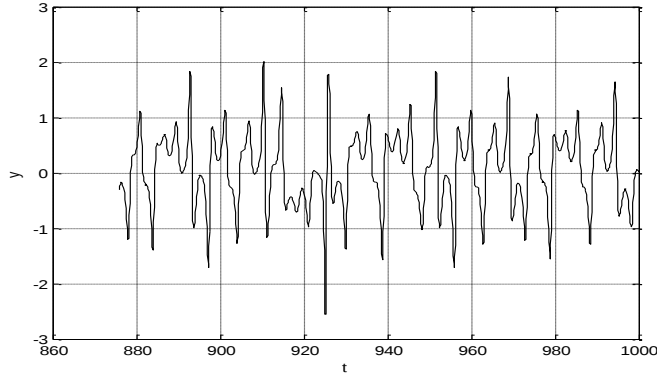
(d)

Şekil 3.28 Rikitake sisteminin x-y-z faz uzayı

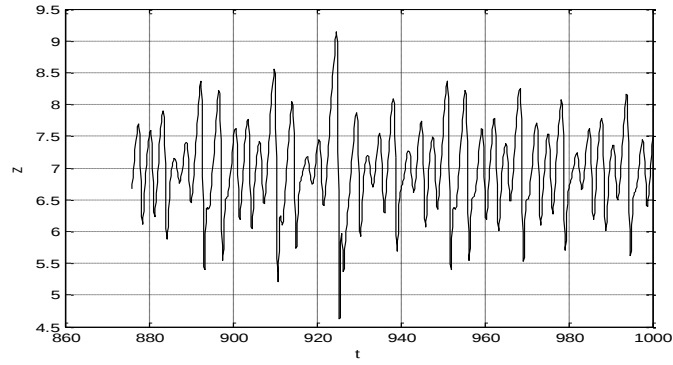
Rikitake sistemine ait x , y ve z değişkenlerinin zamana göre değişimleri ise Şekil 3.22’de verilmiştir.



(a)



(b)



(c)

Şekil 3.29 Rikitake sisteminin x , y , z zaman serileri

3.8 Rucklidge Sistemi

Rucklidge tarafından 1992 yılında bulunmuştur [43].

$$\dot{x} = -ax + by - yz$$

$$\dot{y} = x \quad (3.10)$$

$$\dot{z} = -z + y^2$$

denklemleri ile verilir.

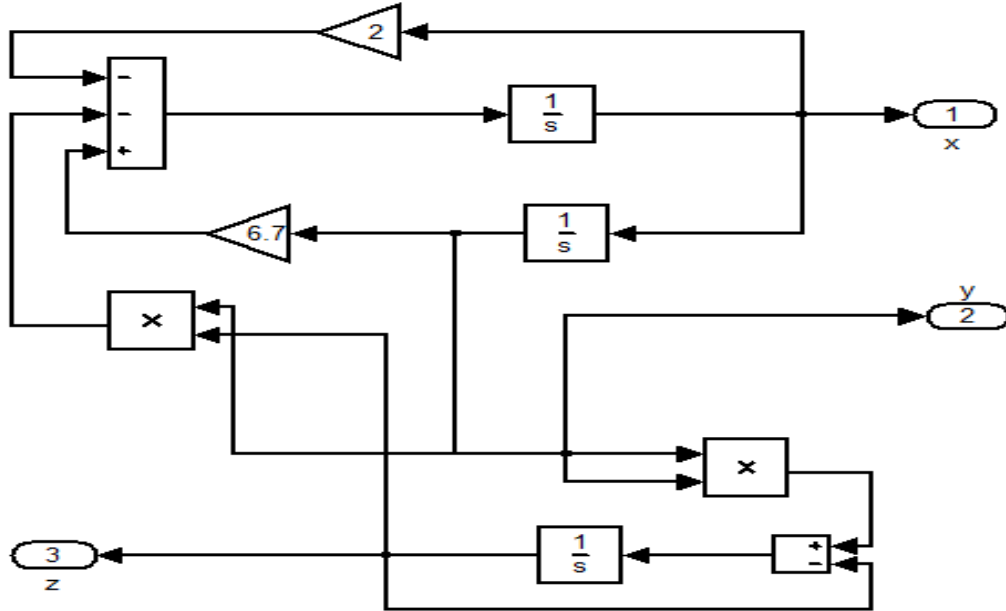
Burada:

Durum değişkenleri : x, y, z (zamanla değişen)

Sistem parametreleri : a, b (sabit) dir.

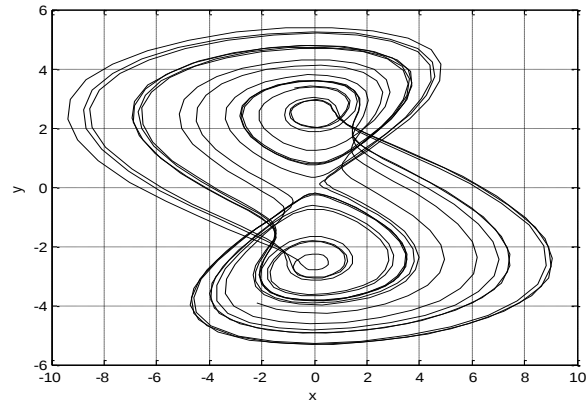
Önerilen çalışma parametreleri: a=2, b=6.7'dir.

Rucklidge sisteminin davranışını görebilmek için bu sisteme ait diferansiyel denklemleri Matlab-Simulink ortamında uygun bloklarla modellenirse, bu sisteme uygun simulink modeli Şekil 3.30 'daki gibi olur.

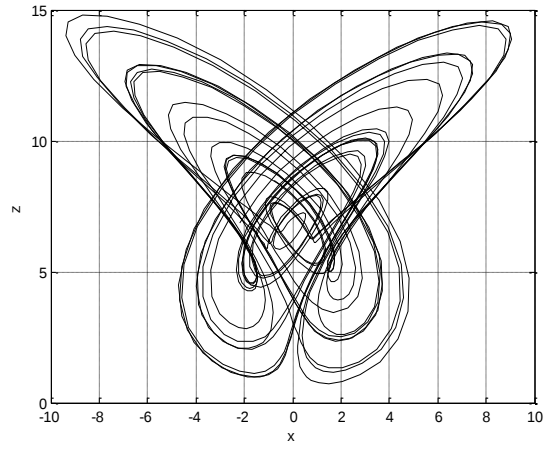


Şekil 3.30 Rucklidge sisteminin Matlab-Simulink'te modellenmesi

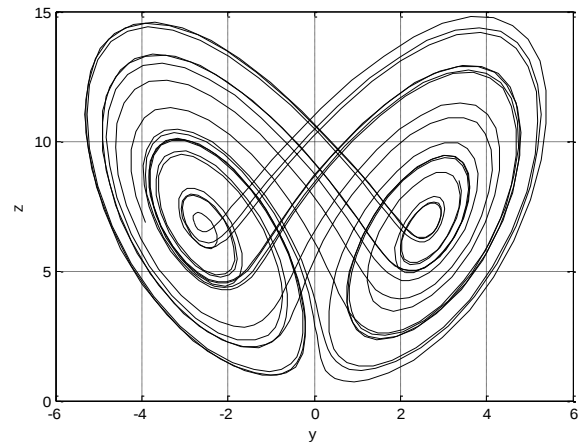
Rucklidge sisteminin Matlab ortamında hazırlanan blok diyagramı için başlangıç değerleri sırasıyla (1, 2, 1) olarak seçilmiştir ve 100 saniyelik bir benzetim yapılmıştır. Bu benzetim sonucunda Şekil 3.24 'de gösterilen faz uzayı modellemeleri elde edilmiştir.



(a)

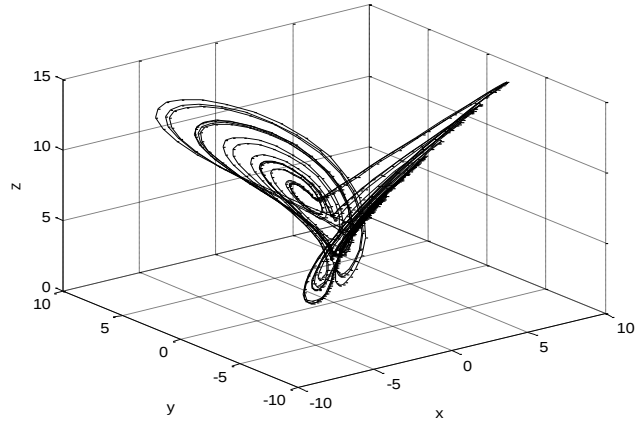


(b)



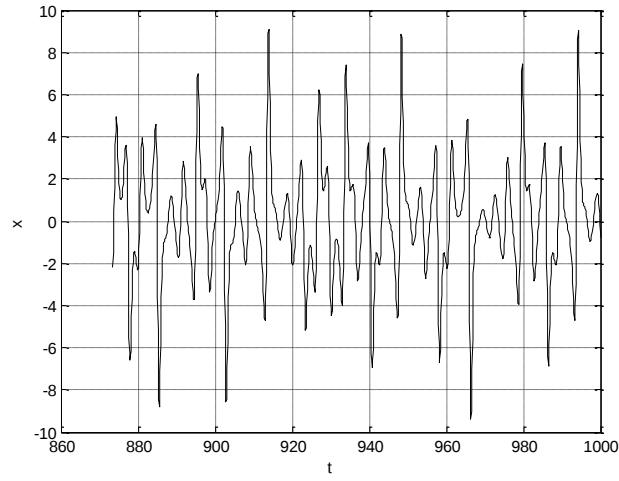
(c)

Şekil 3.31 Rucklidge sisteminin (a) x-y (b) x-z (c) y-z faz uzayı

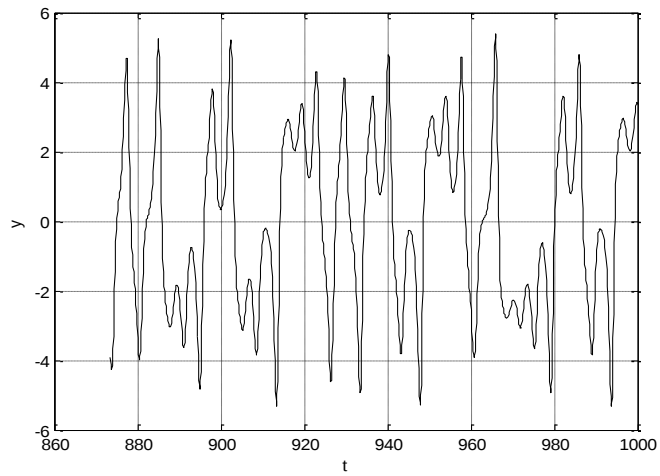


Şekil 3.32 Rucklidge sisteminin x - y - z faz uzayı

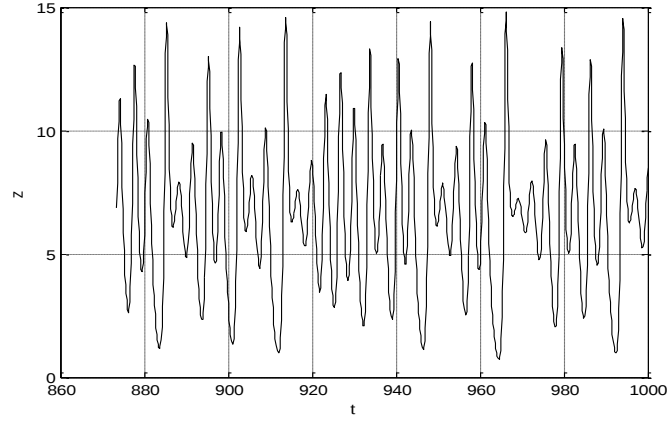
Rucklidge sistemine ait x , y ve z değişkenlerinin zamana göre değişimleri ise Şekil 3.33’de verilmiştir.



(a)



(b)



(c)

Şekil 3.33 Rucklidge sisteminin x, y, z zaman serileri

3.9 Arneodo Sistemi

1985 yılında A. Arneodo, P.Coullet, E Speigel ve C. Tresser'in tanıttığı [44] doğrusal olmayan denklem sistemi aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= y \\ \dot{y} &= z \\ \dot{z} &= -ax - by - cz + dx^3\end{aligned}\tag{3.11}$$

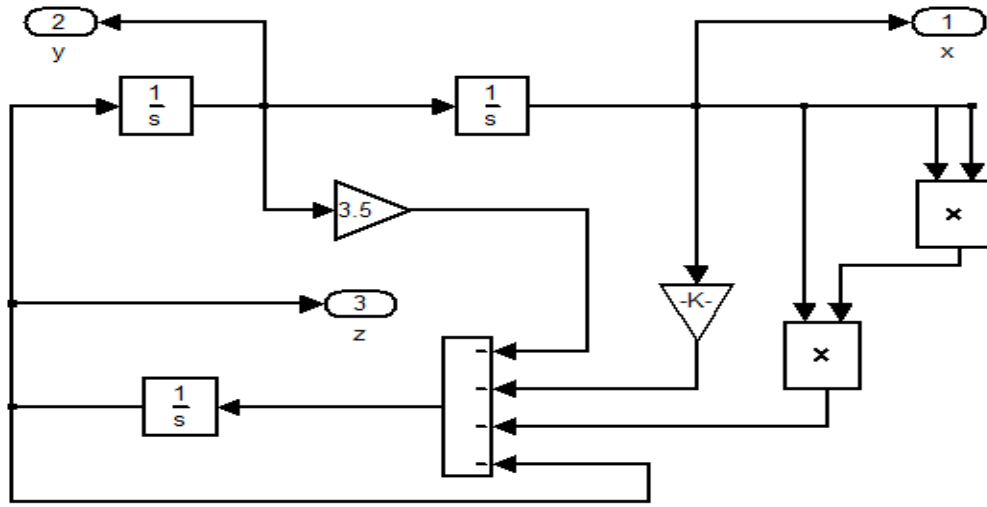
Burada:

Durum değişkenleri : x, y, z (zamanla değişen)

Sistem parametreleri : a, b, c, d (sabit) dir.

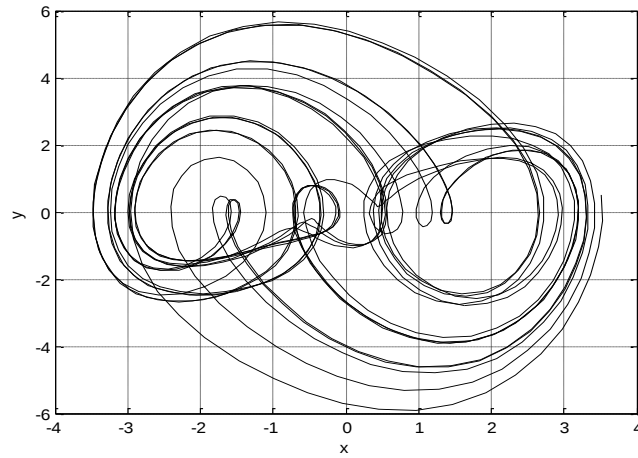
Önerilen çalışma parametreleri: a=5.5, b=3.5, c=1, d=1 'dir.

Arneodo sisteminin davranışını görebilmek için bu sisteme ait diferansiyel denklemleri Matlab-Simulink ortamında uygun bloklarla modellenirse, bu sisteme uygun simulink modeli Şekil 3.34 'deki gibi olur.

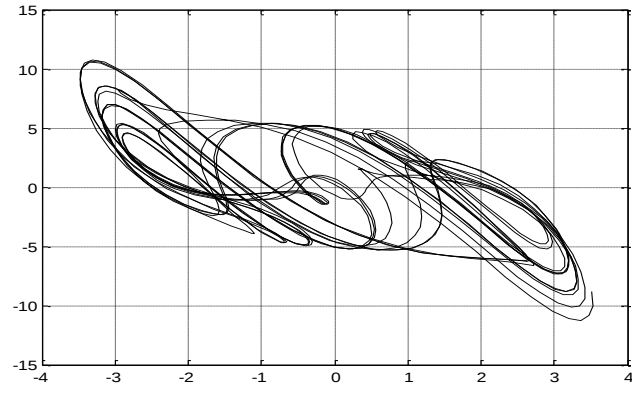


Şekil 3.34 Arneodo sisteminin Matlab-Simulink'te modellenmesi

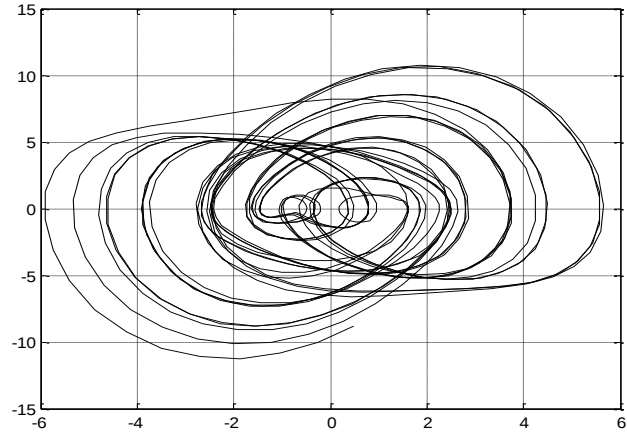
Arneodo sisteminin Matlab ortamında hazırlanan blok diyagramı için başlangıç değerleri sırasıyla (1, 2, 1) olarak seçilmiştir ve 1000 saniyelik bir benzetim yapılmıştır. Bu benzetim sonucunda Şekil 3.35 ve Şekil 3.36'da gösterilen faz uzayı modelleri elde edilmiştir.



(a)

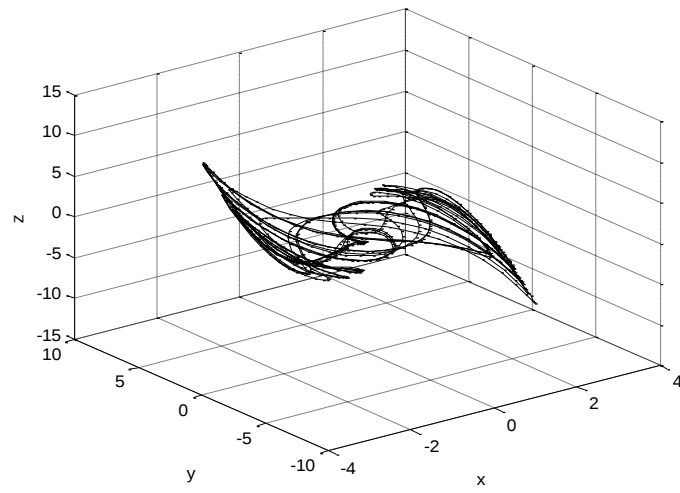


(b)



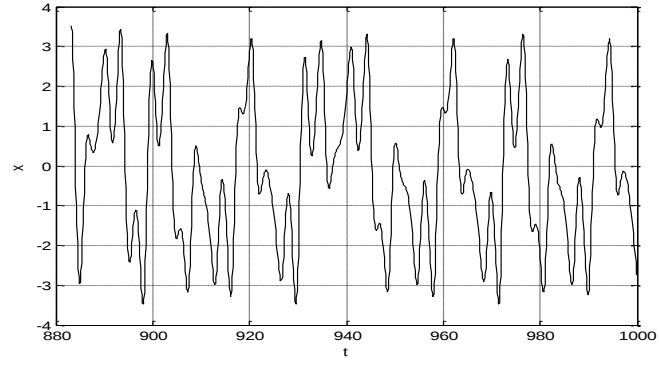
(c)

Şekil 3.35 Arneodo sisteminin (a) x-y (b) x-z (c) y-z faz uzayı

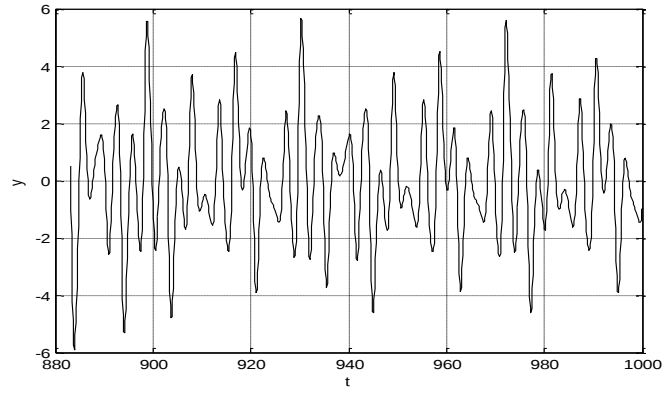


Şekil 3.36 Arneodo sisteminin x-y-z faz uzayı

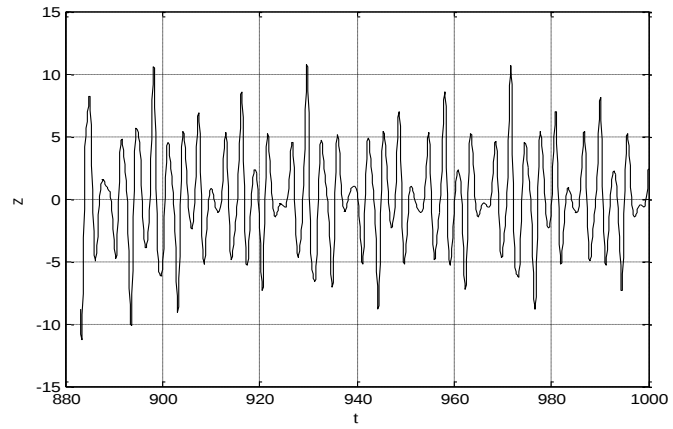
Arneodo sistemine ait x , y ve z değişkenlerinin zamana göre değişimleri ise Şekil 3.37’de verilmiştir.



(a)



(b)



(c)

Şekil 3.37 Arneodo sisteminin x , y , z zaman serileri

3.10 Tigan Sistemi (T Sistemi)

Kaotik işaret üreten bir başka dinamik sistem ise T kaotik sistemidir. Tigan 2005 yılında üç boyutlu yeni bir kaotik sistem bulmuştur ve T sistemi olarak adlandırmıştır. Üç boyutlu T kaotik sisteminin denklemleri aşağıda verilmiştir [45].

$$\begin{aligned}\dot{x} &= a(y - x) \\ \dot{y} &= (c - a)x - axz \\ \dot{z} &= -bz + xy\end{aligned}\tag{3.12}$$

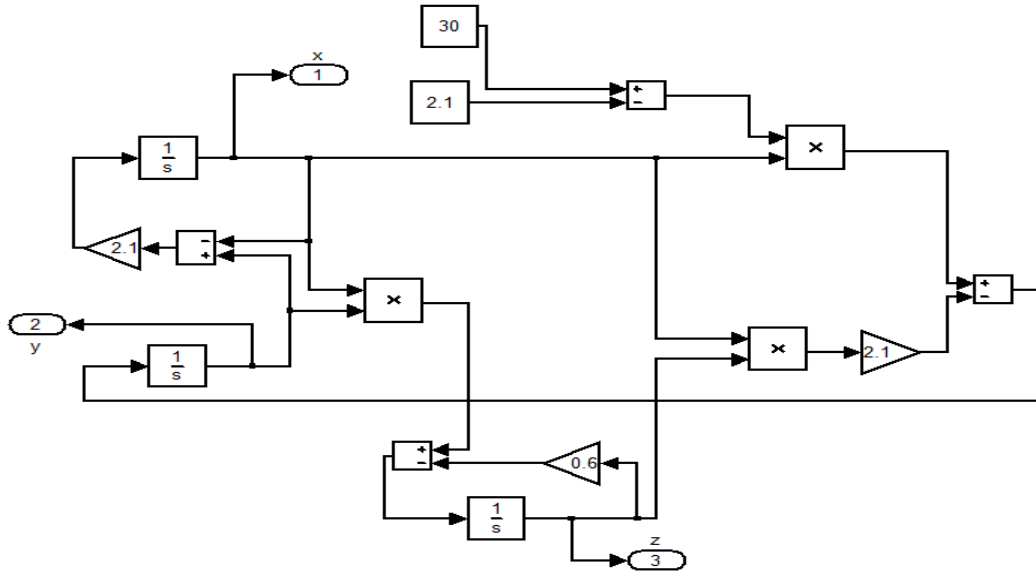
Burada:

Durum değişkenleri : x, y, z (zamanla değişen)

Sistem parametreleri : a, b, c (sabit) dir.

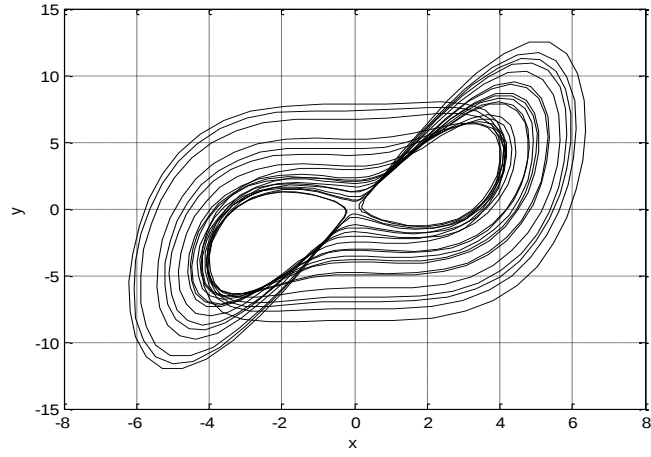
Önerilen çalışma parametreleri: a=2.1, b=0.6, c=30'dur.

Tigan sisteminin davranışını görebilmek için bu sisteme ait diferansiyel denklemleri Matlab-Simulink ortamında uygun bloklarla modellenirse, bu sisteme uygun simulink modeli Şekil 3.29 'deki gibi olur.

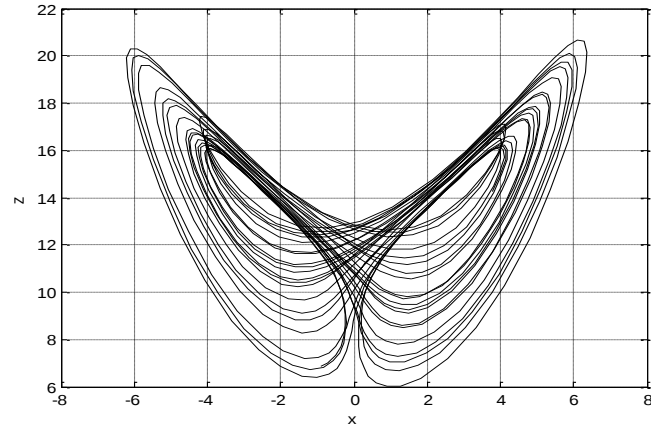


Şekil 3.38 Tigan sisteminin Matlab-Simulink'te modellenmesi

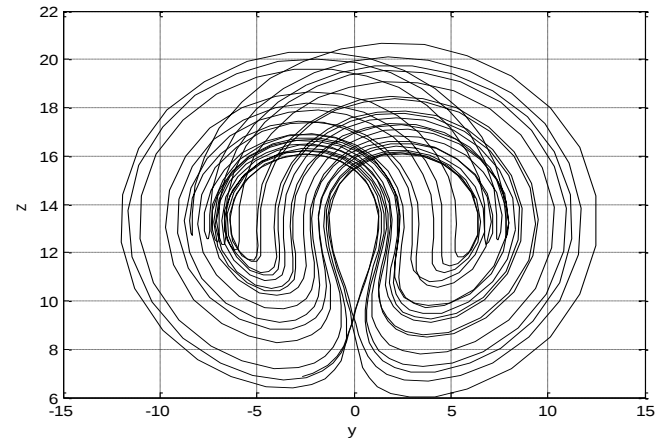
Tigan sisteminin Matlab ortamında hazırlanan blok diyagramı için başlangıç değerleri sırasıyla (1, 2, 1) olarak seçilmiştir ve 100 saniyelik bir benzetim yapılmıştır. Bu benzetim sonucunda Şekil 3.39 ve Şekil 3.40'da gösterilen faz uzayı modellemeleri elde edilmiştir.



(a)

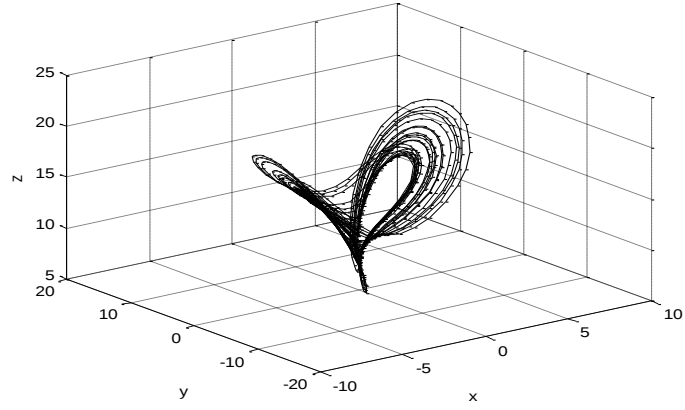


(b)



(c)

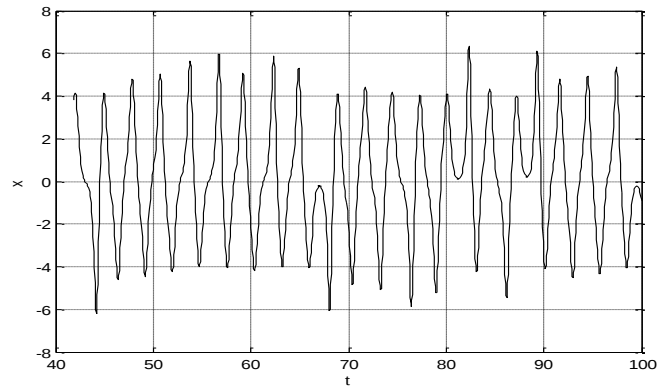
Şekil 3.39 Tigan sisteminin (a) x - y (b) x - z (c) y - z faz uzayı



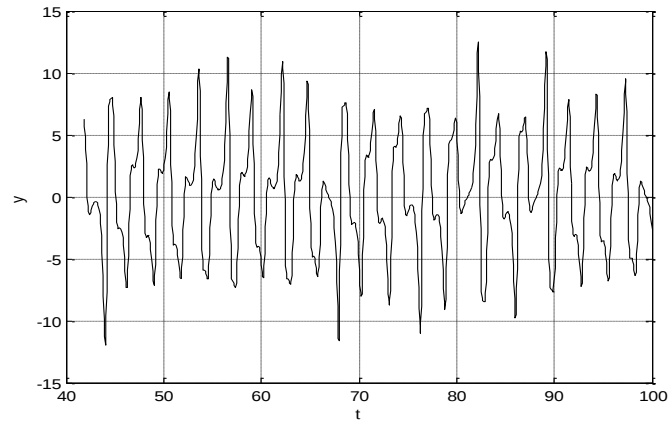
(d)

Şekil 3.40 Tigan sisteminin x-y-z faz uzayı

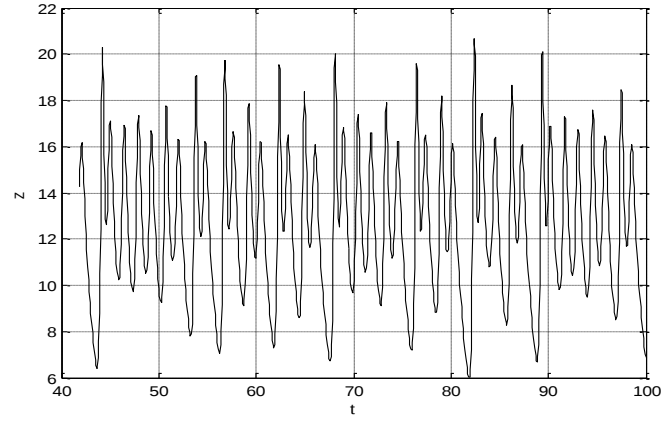
Tigan sistemine ait x , y ve z değişkenlerinin zamana göre değişimleri ise Şekil 3.41’de verilmiştir.



(a)



(b)



(c)

Şekil 3.41 Tigan sisteminin x , y , z zaman serileri

4. KAOTİK SENKRONİZASYON VE ÖRNEKLEMELERİ

Kaosun sese benzeyen bazı özellik ve davranışları, kontrol edilemediğinden sorun teşkil etmekteydi. Kaos ve kaotik sistem dinamiği ile ilgili en geniş çalışma alanı ise bu derece ilginç özelliklere sahip kaotik işaretler ve sistemlerden olumlu yönde yararlanma fikri doğrultusunda yapılan çalışmalarla oluşmuştur.

1992’de kaotik sistemlerin başlangıç koşullarına hassasiyetinden yola çıkılarak, güvenli haberleşme sistemlerinin bu sistemlerle yapılabileceğinin farkına varılmıştır. Yaygın spektruma sahip olan kaotik işaretlerin güvenli haberleşmede kullanılabilmesi için ise iki kaotik sistemin senkronize edilmesi gerektiği ortaya çıkmıştır. Bu çalışmalar özellikle kaotik işaretlerin ve sistemlerin senkronizasyonu ile bu senkronize kaotik sistemlerin güvenilir ve gizli haberleşme amaçlı tasarım ve uygulamalarda kullanılabilme olasılığını içermektedir. Fakat ilk başlarda kaotik sistemlerin bu tür haberleşme uygulamalarında kullanılabilmeleri için senkronizasyonlarının sağlanması, bu konunun önündeki en büyük engel olarak görülüyordu. Pecora ve Carroll’un yapacakları bir çalışmaya kadar, başlangıç şartları ve sistem parametrelerine aşırı duyarlı olmalarından dolayı iki veya daha fazla kaotik sistemin senkronize olamayacağı fikri düşünülüyordu. Pecora ve Carroll bu düşüncüyü ortadan kaldıran çalışmalarında, ele aldıkları orijinal bir kaotik sistemi keyfi olarak iki ayrı kısma ayırıp bunları sürücü(x) ve cevaplayıcı (xc) alt sistemler olarak adlandırmışlardır. Alıcı modülde cevaplayıcı alt-sistemin aynısı oluşturularak bu alt-sistemin orijinal sistemin sürücü kısmıyla sürülmesi durumunda, kaotik senkronizasyonun sağlanabileceğini yani, alıcı modülde üretilen kaotik işaretin orijinal sistemden gelen kaotik işarete yakınsayacağını gerek teorik gerekse deneysel olarak göstermişlerdir [46].

Kaotik sistemlerin senkronizasyonu ile ilgili çalışmalar, kaotik devre ve dinamikler kullanılarak güvenilir ve gizli haberleşme amaçlı elektronik sistem tasarımı ve gerçekleştirilmesi ile ilgili çalışmalar için bir dönüm noktası olmuştur. Cuomo ve Oppenheim’in [47] bir bilgi işaretine kaotik işaret ekleyerek, senkronizasyon kavramının bildiri işaretinin maskelenmesinde nasıl kullanılabileceğini göstermesi, kaotik haberleşme sistem tasarımında ilk uygulamalar olması açısından önemlidir. Cuomo ve Oppenheim’in Lorenz devresini kullanmalarına karşın, aynı kavramsal yaklaşımı Kocarev ve arkadaşları [48] kaotik sistem olarak Chua devresini kullanarak gerçekleştirmişlerdir. Bu ilk çalışmalardan sonra son onbeş yılda kaotik sistemlerin senkronizasyonu ve senkronize

kaotik sistemlerin güvenilir haberleşme amaçlı kullanımı ile ilgili çok sayıda çalışma yapılmıştır.

Özdeş kaotik sistemlerin kuplajı ve senkronize edilmeleri için iki esas metod vardır.

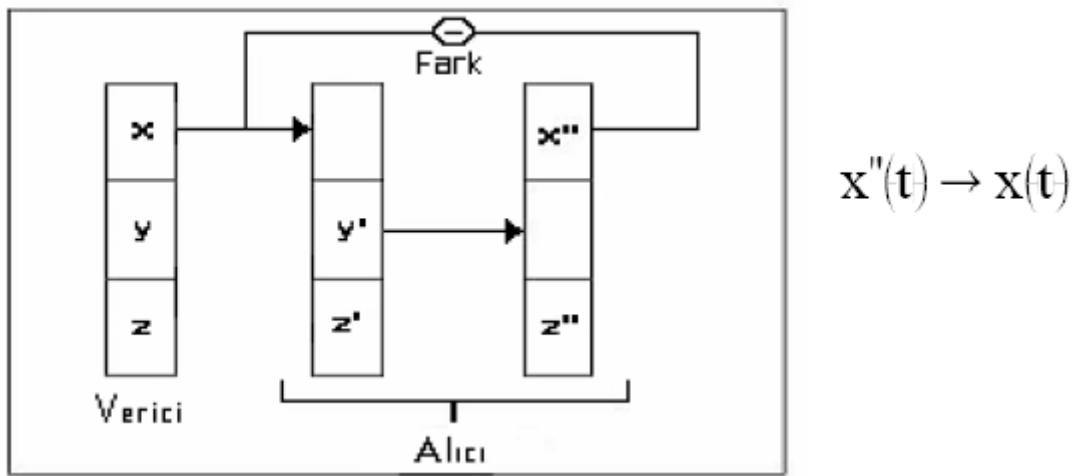
- Pecora-Carroll (P-C) peş peşe bağlama metodu
- Tek-yönlü bağlama metodu

Kaotik sistemde bir durum değişkeni, orjinal sistemin ikinci kopyasına giriş olarak gönderilirse, kopya alt-sistem (alıcı-xc), orijinal sistem (verici-x) ile senkronize olabilmektedir [49].

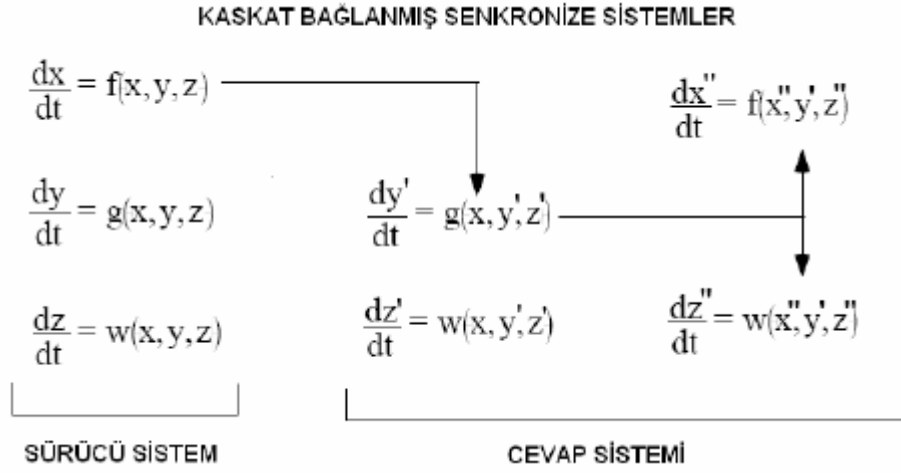
Bağımsız kaotik sistemlerin davranışları birbirleriyle ilintili olmamasına rağmen, bazı durumlar altında bir kaotik sistemi ve onun alt sistemini, kaotik sistemden alt sistemine sinyal göndererek senkronize etmek mümkündür.

Eğer iki birbirinden bağımsız kaotik sistem aynı başlangıç şartlarıyla çalıştırılırsa, küçük farklar zaman içinde üstel olarak artar. Belli bir zaman sonra da, iki sistem arasında bir bağlantı kalmaz. İki doğrusal olmayan sistemin kaotik davranışlarına rağmen, uygun sinyalle sürüldükleri takdirde senkronize edilmesi mümkündür [50].

Kaos kontrol ve senkronizasyon üzerine son on yıldır yoğun bir şekilde çalışmalar devam etmektedir. Verilen bir sistemde bir sisteme master (ana) diğer eş sisteme de slave denir. Slave sistem kontrol girişleriyle sürülürse, bu iki sistemin dinamik davranışları , bir süre sonra aynı olabilir. Amaç farklı başlangıç koşullarına sahip olmasına ya da dıştan gelen karışıklıklara rağmen, master-slave n boyutlu kaotik sistemin senkronizasyonu için etki yaratmaktır [51].



Şekil 4.1 Pecora-Carroll metoduyla yapılan senkronizasyonun blok diyagramı [49]



Şekil 4.2 Kaskat bağlanmış senkronize sistem şematiği (P-C metodu) [49]

4.1 Lorenz Sisteminin Senkronizasyonu

Lorenz sistemine ait dinamik denklemlere Pecora-Carroll Metodu uygulandığında, sürücü sistemden x değişkeni birinci cevap alt-sisteme gönderilir. Senkronizasyondan sonra alıcı devrenin x_c sinyali, verici devrenin x sinyaline kısa sürede yaklaşacak ve senkronize olacaktır.

Lorenz sistemi verici devresinin denklemleri şu şekilde verilsin;

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= a(y - x) \\
 \dot{y} &= bx - xz - y \\
 \dot{z} &= xy - cz
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

Verilen bu denklemler; $(y'z')$ kararlı olan cevap alt-sistemine,

$$\begin{aligned}
 \dot{y}' &= bx - xz' - y' \\
 \dot{z}' &= xy' - cz'
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

şeklinde, ve ikinci bir $(x''z'')$ kararlı olan cevap alt-sistemine de,

$$\begin{aligned}
 \dot{x}'' &= a(y' - x'') \\
 \dot{z}'' &= x''y' - cz''
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

şeklinde ayrıştırılabilir [47,52].

Buna göre; Ana(master) sistem aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= a(y - x) \\
 \dot{y} &= bx - xz - y \\
 \dot{z} &= xy - cz
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

Tabi(slave) sistem, ana sistemin tam bir ešidir, tek fark ($y''z''$) sabit olan cevap alt-sisteminin ana sistemde üretilen x sinyali ile sürülmesidir. Dolayısıyla tabi(slave) sistem şu şekilde olacaktır.

$$\dot{x}_r = a(y_r - x)$$

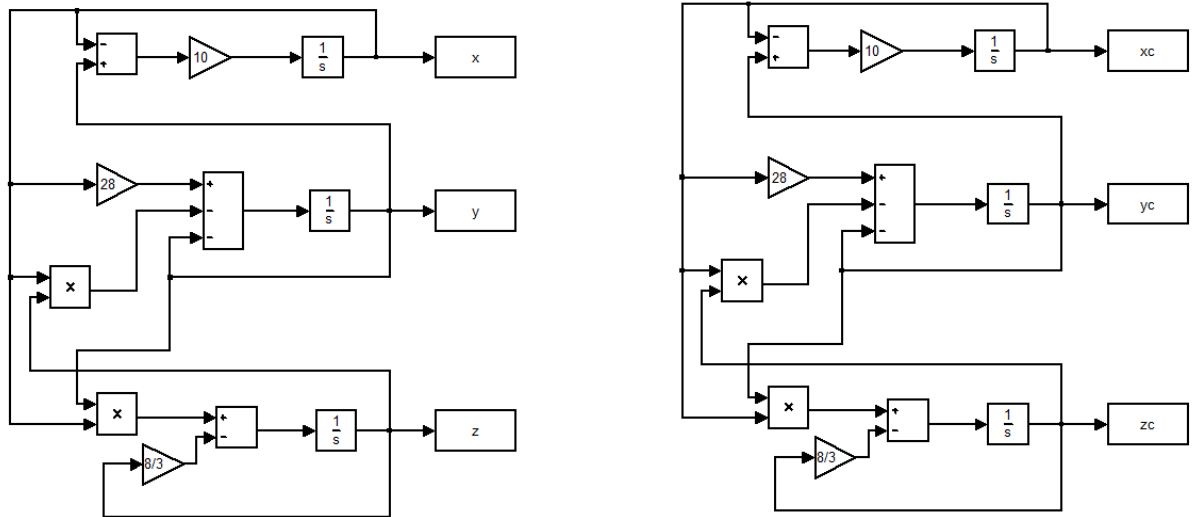
$$\dot{y}_r = bx - xz_r - y_r \quad (4.5)$$

$$\dot{z}_r = xy_r - cz_r$$

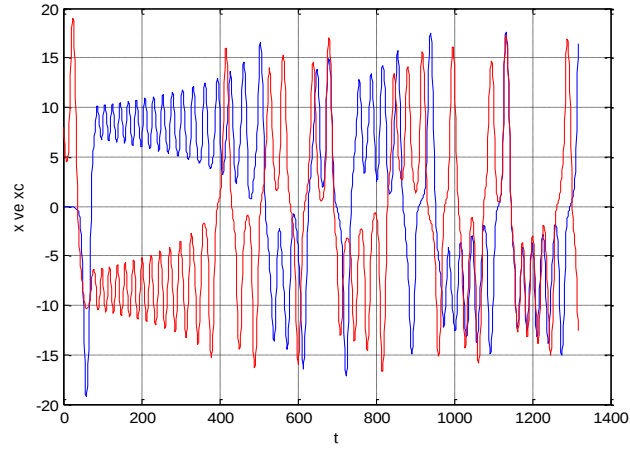
Eğer a , b , c parametreleri aynı ise x ve x_r sinyalleri tamamen aynı olacaktır. Senkronizasyon ana ve tabi sistem arasındaki kararlı hata dinamiklerinin bir sonucu olarak da gösterilebilir. Bu ifadelerle göre, Matlab-Simulink ortamında başlangıç şartları farklı iki sistemin simülasyonu yapılmıştır.

Parametre değerleri $a=10$, $b=28$, $c=8/3$ olarak seçilmiş iki sistemin $(x_0, y_0, z_0) = (0, -0.01, 8)$ ve $(x_0, y_0, z_0) = (8, -5, 3)$ gibi farklı başlangıç şartları için simülasyonu çalıştırıldığında (senkronizesiz), x -durum değişkenlerinin zaman domeni sinyalleri ile bu sinyallerin birbirine göre değişimleri Şekil 4.4 ve Şekil 4.5’de, sinyal farkları ise Şekil 4.6’de görüldüğü gibi elde edilmiştir.

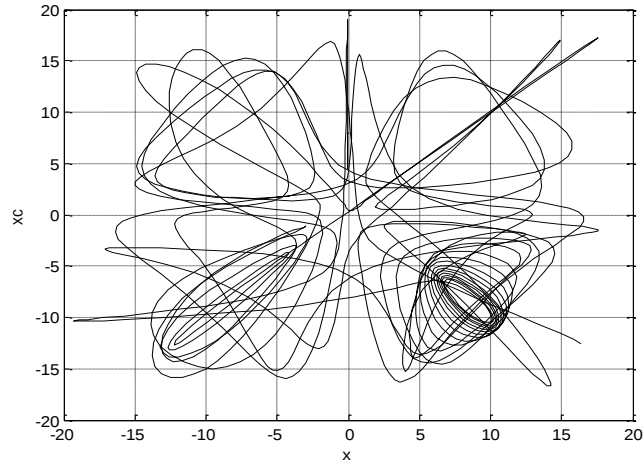
Fark çok kısa bir zaman içinde değişmekte olup, bu; kaotik sistemin başlangıç şartlarına karşı oldukça duyarlı olduğunu göstermektedir.



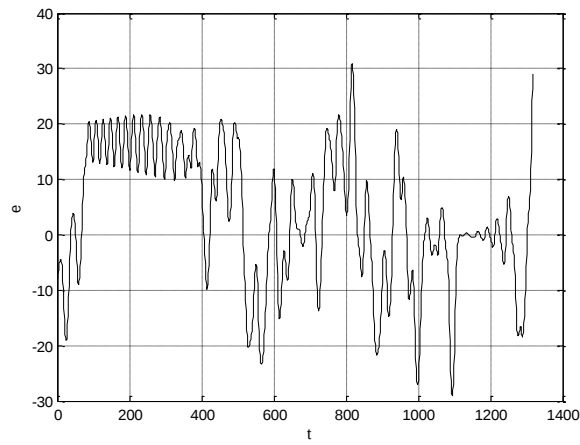
Şekil 4.3 Lorenz sisteminin senkronizasyon öncesi Matlab-Simulink’te modellenmesi



Şekil 4.4 Senkronizasyon öncesi x ve x_c 'nin zamana göre değişimi

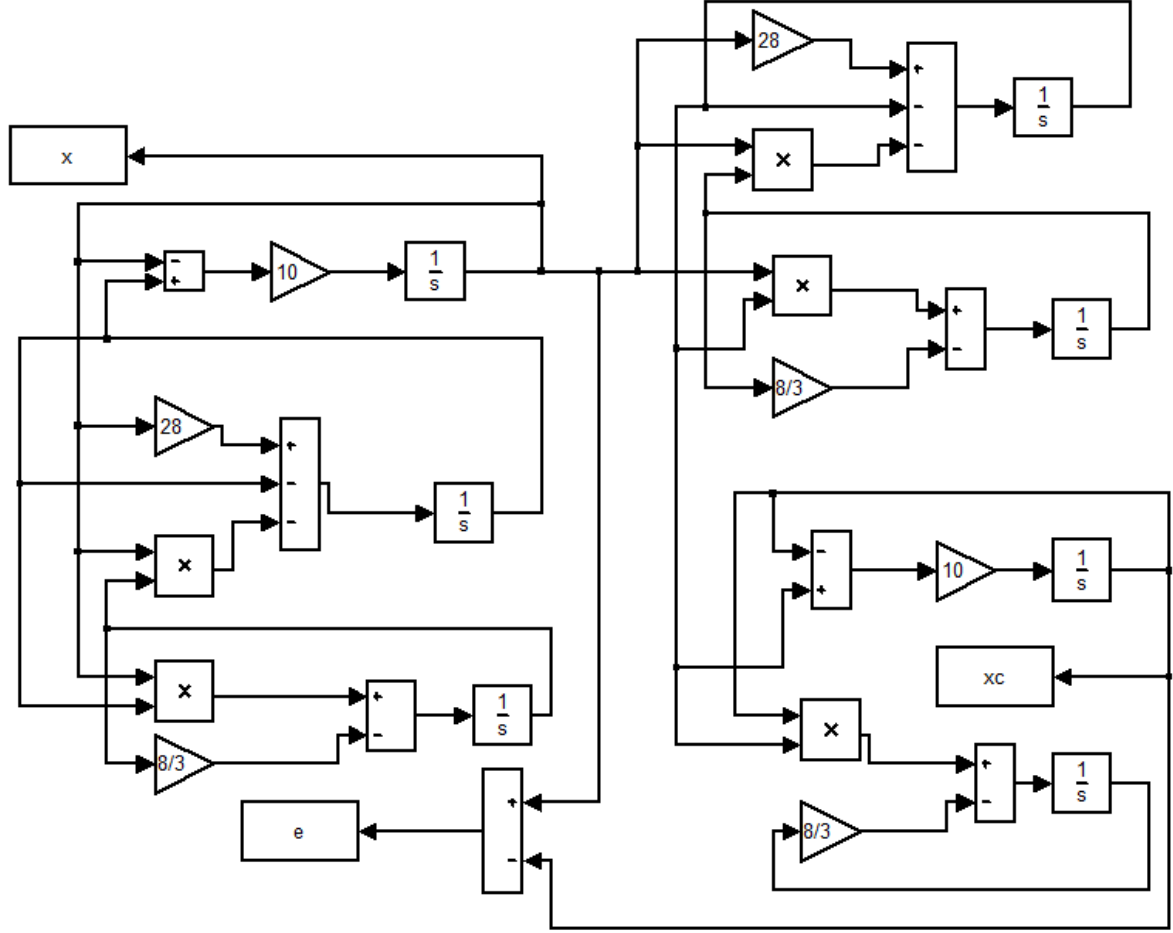


Şekil 4.5 Senkronizasyon öncesi x ve x_c 'nin birbirine göre değişimi



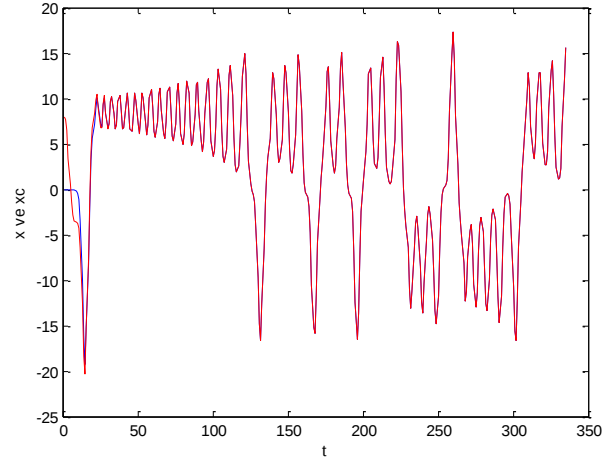
Şekil 4.6 Senkronizasyon öncesi oluşan fark sinyali

Senkronizasyon sonrası durumu gözlemek için oluşturulan, ilk şartları daha önceden verilmiş bu iki sisteme ait Matlab-Simulink senkronizasyon blok diyagramı Şekil 4.7’ de gösterildiği gibidir.

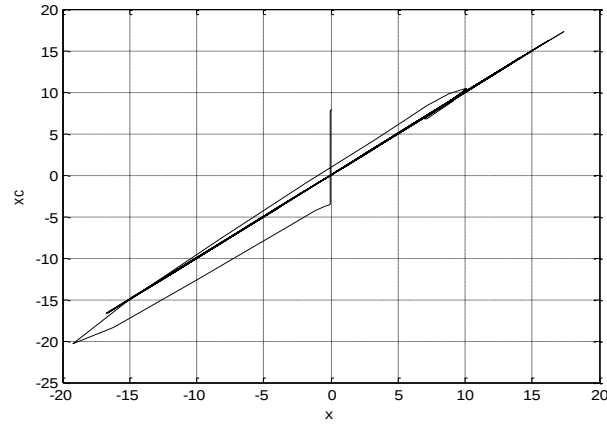


Şekil 4.7 Lorenz sisteminin senkronizasyon sonrası Matlab-Simulink’te modellenmesi
Simulasyon başlatıldığında, sürücü sinyali x ile cevap sinyali xc’ nin çok kısa bir süre içinde senkronize hale geldiği görülmektedir.

Bu iki sinyalin birbirlerine göre değişiminin gösterildiği Şekil 4.9’a dikkat edilirse, sinyallerin oranının kısa bir süre sonra “1” olduğu görülür.

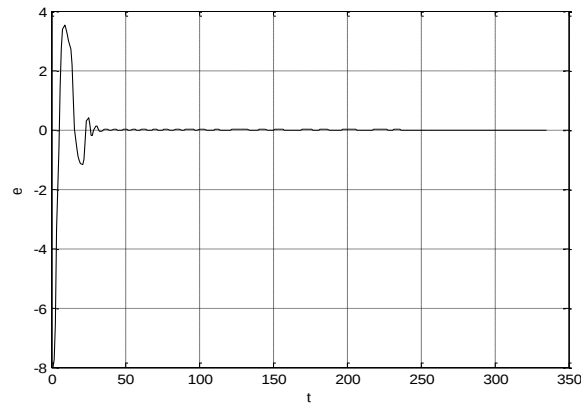


Şekil 4.8 Senkronizasyon sonrası x ve x_c 'nin zamana göre değişimi



Şekil 4.9 Senkronizasyon sonrası x ve x_c 'nin birbirine göre değişimi

x 'den x_c 'nin çıkarılmasıyla elde edilen fark (e =hata) sinyali ise Şekil 4.10'daki gibi olur. Fark sinyalinin çok kısa bir süre sıfırdan farklı değerler aldığı fakat senkronizasyon sonucunda sıfır olup bu değerde kaldığı görülmektedir.



Şekil 4.10 Senkronizasyon sonrası oluşan fark sinyali

4.2 Rucklidge Sisteminin Senkronizasyonu

Rucklidge sistemine ait dinamik denklemlere Pecora-Carroll Metodu uygulandığında, sürücü sistemden x değişkeni birinci cevap alt-sisteme gönderilir. Senkronizasyondan sonra alıcı devrenin x_c sinyali, verici devrenin x sinyaline kısa sürede yaklaşacak ve senkronize olacaktır.

Rucklidge sistemi verici devresinin denklemleri şu şekilde verilsin;

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -ax + by - yz \\ \dot{y} &= x \\ \dot{z} &= -z + y^2\end{aligned}\tag{4.6}$$

Verilen bu denklemler; $(y'z')$ kararlı olan cevap alt-sistemine,

$$\begin{aligned}\dot{y}' &= x \\ \dot{z}' &= -z' + y'^2\end{aligned}\tag{4.7}$$

Şeklinde, ve ikinci bir $(x''z'')$ kararlı olan cevap alt-sistemine de,

$$\begin{aligned}\dot{x}'' &= -ax'' + by' - y'z'' \\ \dot{z}'' &= -z'' + y'^2\end{aligned}\tag{4.8}$$

Şeklinde ayrıştırılabilir [47,52].

Buna göre; Ana(master) sistem aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -ax + by - yz \\ \dot{y} &= x \\ \dot{z} &= -z + y^2\end{aligned}\tag{4.9}$$

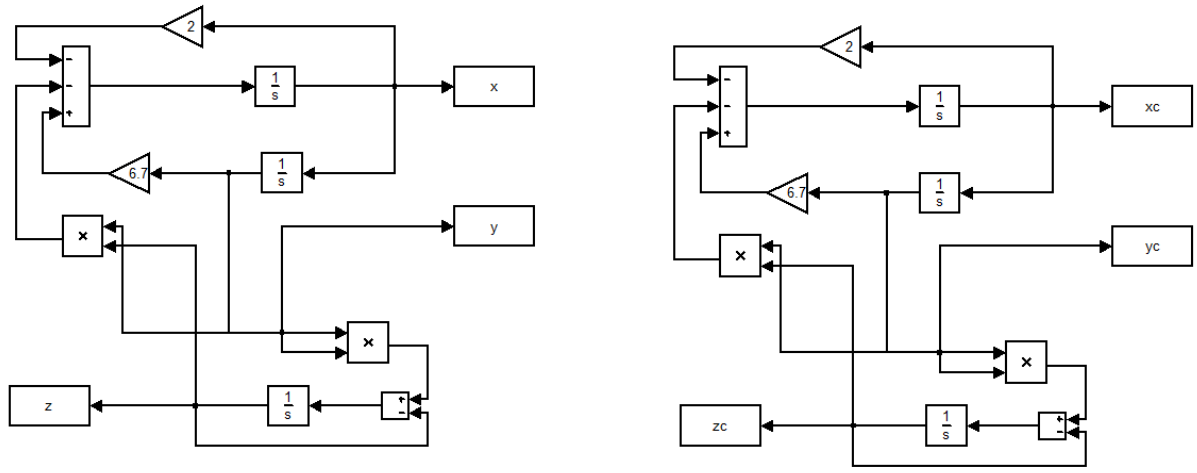
Tabi (slave) sistem, ana sistemin tam bir eşidir, tek fark $(y''z'')$ sabit olan cevap alt-sisteminin ana sistemde üretilen x sinyali ile sürülmesidir. Dolayısıyla tabi(slave) sistem şu şekilde olacaktır.

$$\begin{aligned}\dot{x}_r &= -a \cdot x + b \cdot y_r - y_r \cdot z_r \\ \dot{y}_r &= x \\ \dot{z}_r &= -z_r + y_r^2\end{aligned}\tag{4.10}$$

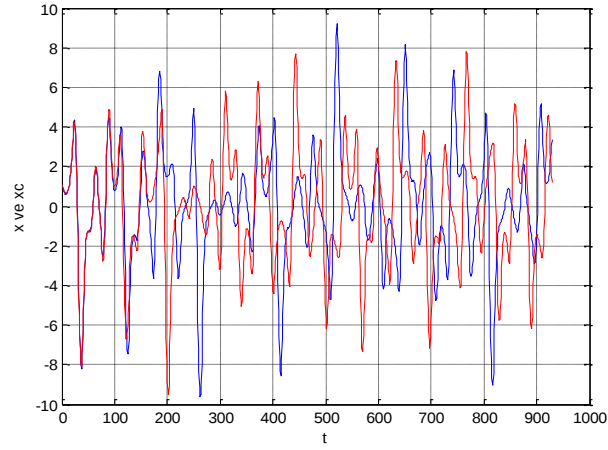
Eğer a , b parametreleri aynı ise x ve x_r sinyalleri tamamen aynı olacaktır. Senkronizasyon ana ve tabi sistem arasındaki kararlı hata dinamiklerinin bir sonucu olarak da gösterilebilir. Bu ifadelerle göre, Matlab-Simulink ortamında başlangıç şartları farklı iki sistemin simülasyonu yapılmıştır.

Parametre değerleri $a=2$ ve $b=6.7$ olarak seçilmiş iki sistemin $(x_0, y_0, z_0) = (1, 0, 4.5)$ ve $(x_0, y_0, z_0) = (1.06, 0, 4.7)$ gibi farklı başlangıç şartları için simülasyonu çalıştırıldığında (senkronizesiz), x-durum değişkenlerinin zaman domeni sinyalleri ile bu sinyallerin birbirine göre değişimleri Şekil 4.12 ve Şekil 4.13’de, sinyal farkları ise Şekil 4.14’de görüldüğü gibi elde edilmiştir.

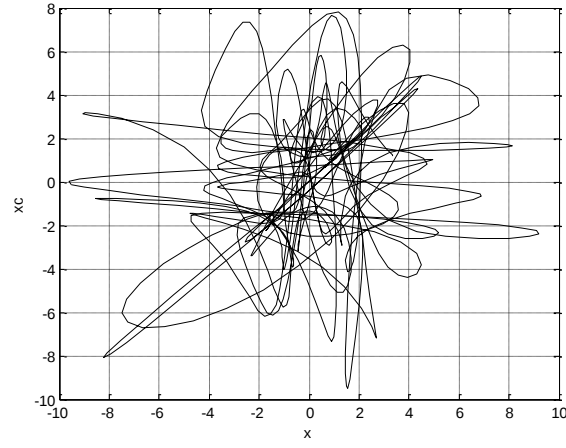
Fark çok kısa bir zaman içinde değişmekte olup, bu; kaotik sistemin başlangıç şartlarına karşı oldukça duyarlı olduğunu göstermektedir.



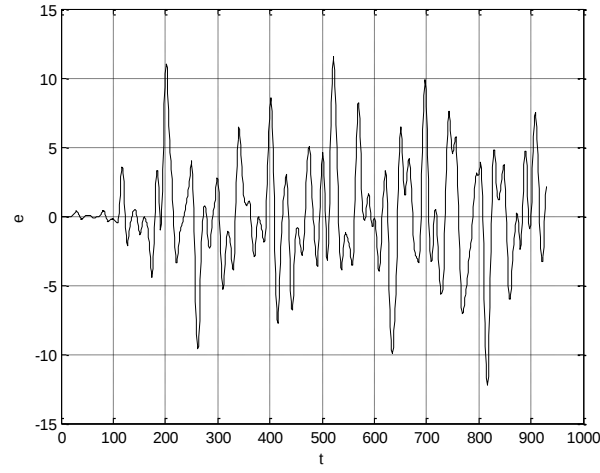
Şekil 4.11 Rucklidge sisteminin senkronizasyon öncesi Matlab-Simulink’te modellenmesi



Şekil 4.12 Senkronizasyon öncesi x ve xc'nin zamana göre değişimi

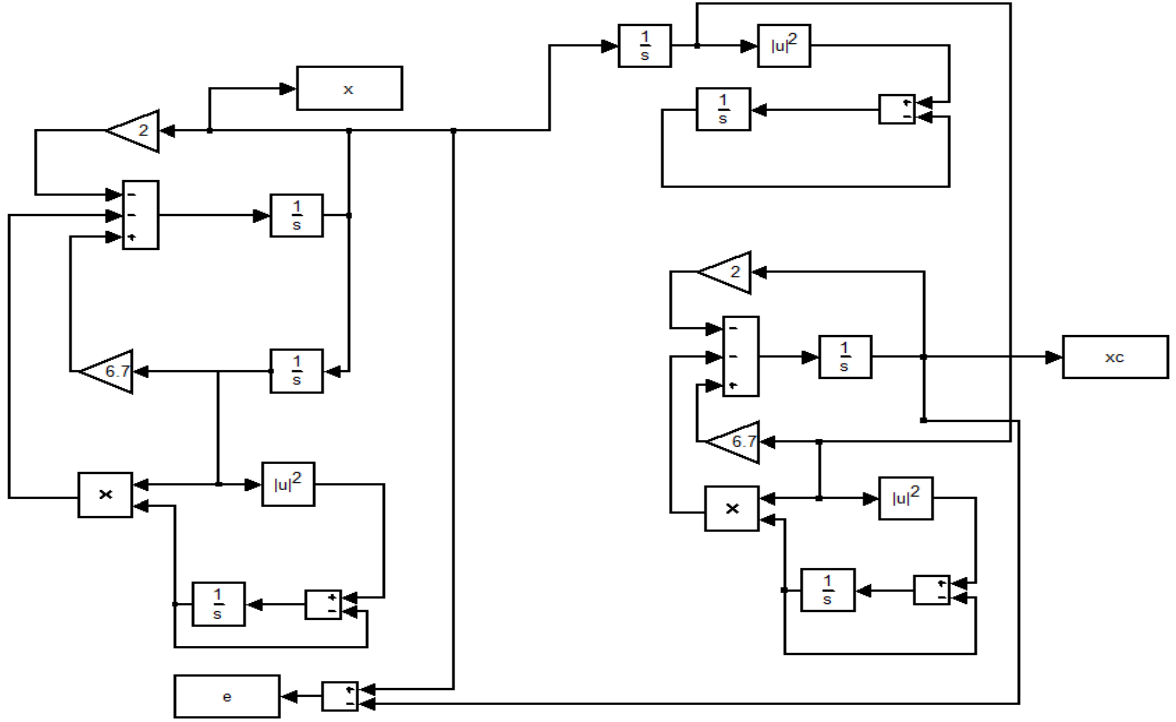


Şekil 4.13 Senkronizasyon öncesi x ve xc 'nin birbirine göre değişimi



Şekil 4.14 Senkronizasyon öncesi oluşan fark sinyali

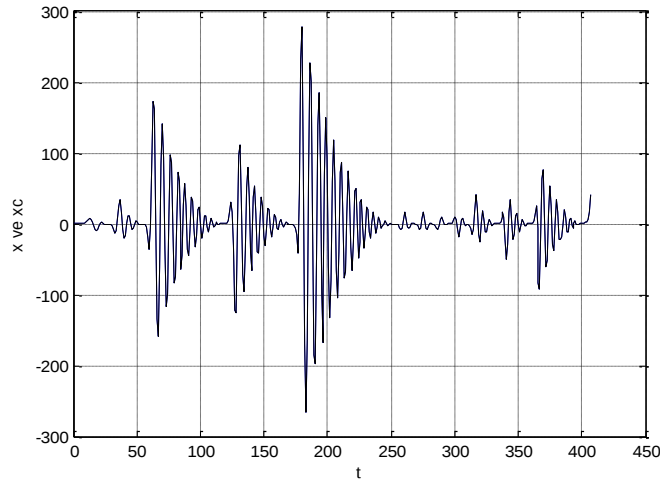
Senkronizasyon sonrası durumu gözlemek için oluşturulan, ilk şartları daha önceden verilmiş bu iki sisteme ait Matlab-Simulink senkronizasyon blok diyagramı Şekil 4.15' te gösterildiği gibidir.



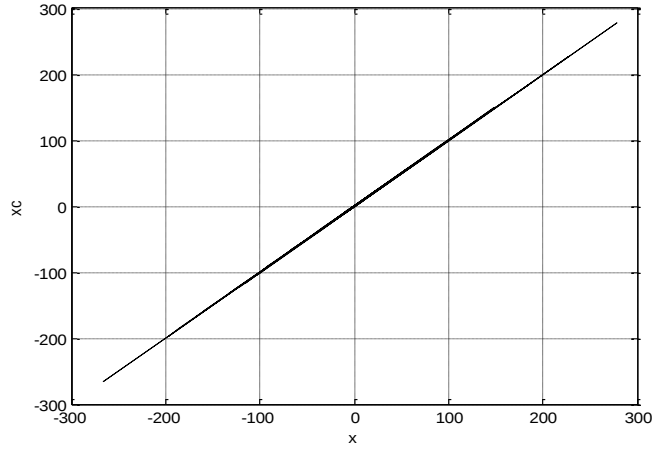
Şekil 4.15 Rucklidge sisteminin senkronizasyon sonrası Matlab-Simulink'te modellenmesi

Simulasyon başlatıldığında, sürücü sinyali x ile cevap sinyali xc 'nin çok kısa bir süre içinde senkronize hale geldiği görülmektedir.

Bu iki sinyalin birbirlerine göre değişiminin gösterildiği Şekil 4.17'ye dikkat edilirse, sinyallerin oranının kısa bir süre sonra "1" olduğu görülür.

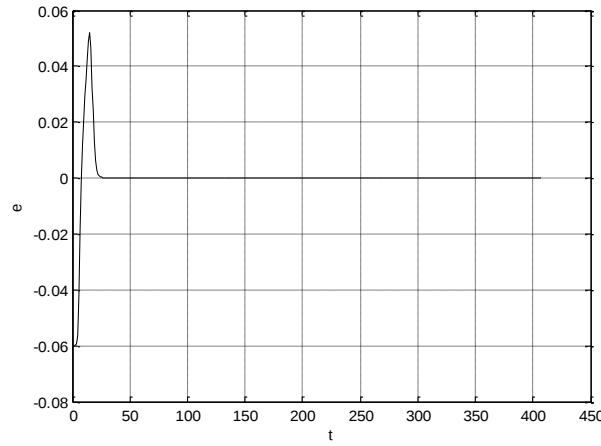


Şekil 4.16 Senkronizasyon sonrası x ve xc 'nin zamana göre değişimi



Şekil 4.17 Senkronizasyon sonrası x ve x_c 'nin birbirine göre değişimi

x' den x_c 'nin çıkarılmasıyla elde edilen fark (e =hata) sinyali ise Şekil 4.18' de ki gibi olur. Fark sinyalinin çok kısa bir süre sıfırdan farklı değerler aldığı fakat senkronizasyon sonucunda sıfır olup bu değerde kaldığı görülmektedir.



Şekil 4.18 Senkronizasyon sonrası oluşan fark sinyali

4.3 Arneodo Sisteminin Senkronizasyonu

Arneodo sistemine ait dinamik denklemlere Pecora-Carroll Metodu uygulandığında, sürücü sistemden x değişkeni birinci cevap alt-sisteme gönderilir. Senkronizasyondan sonra alıcı devrenin x_c sinyali, verici devrenin x sinyaline kısa sürede yaklaşacak ve senkronize olacaktır.

Arneodo sistemi verici devresinin denklemleri şu şekilde verilsin;

$$\begin{aligned} \dot{x} &= y \\ \dot{y} &= z \\ \dot{z} &= -ax - by - cz + dx^3 \end{aligned} \tag{4.11}$$

Verilen bu denklemler; $(y'z')$ kararlı olan cevap alt-sistemine,

$$\dot{y}' = z' \quad (4.12)$$

$$\dot{z}' = -ax - by' - cz' + dx^3$$

şeklinde, ve ikinci bir $(x''z'')$ kararlı olan cevap alt-sistemine de,

$$\dot{x}'' = y' \quad (4.13)$$

$$\dot{z}'' = ax'' - by' - cz'' + dx''^3$$

şeklinde ayrıştırılabilir.

Buna göre; Ana(master) sistem aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$\dot{x} = y$$

$$\dot{y} = z \quad (4.14)$$

$$\dot{z} = -ax - by - cz + dx^3$$

Tabi(slave) sistem, ana sistemin tam bir eşidir, tek fark $(y''z'')$ sabit olan cevap alt-sisteminin ana sistemde üretilen x sinyali ile sürülmesidir. Dolayısıyla tabi(slave) sistem şu şekilde olacaktır.

$$\dot{x} = y_r$$

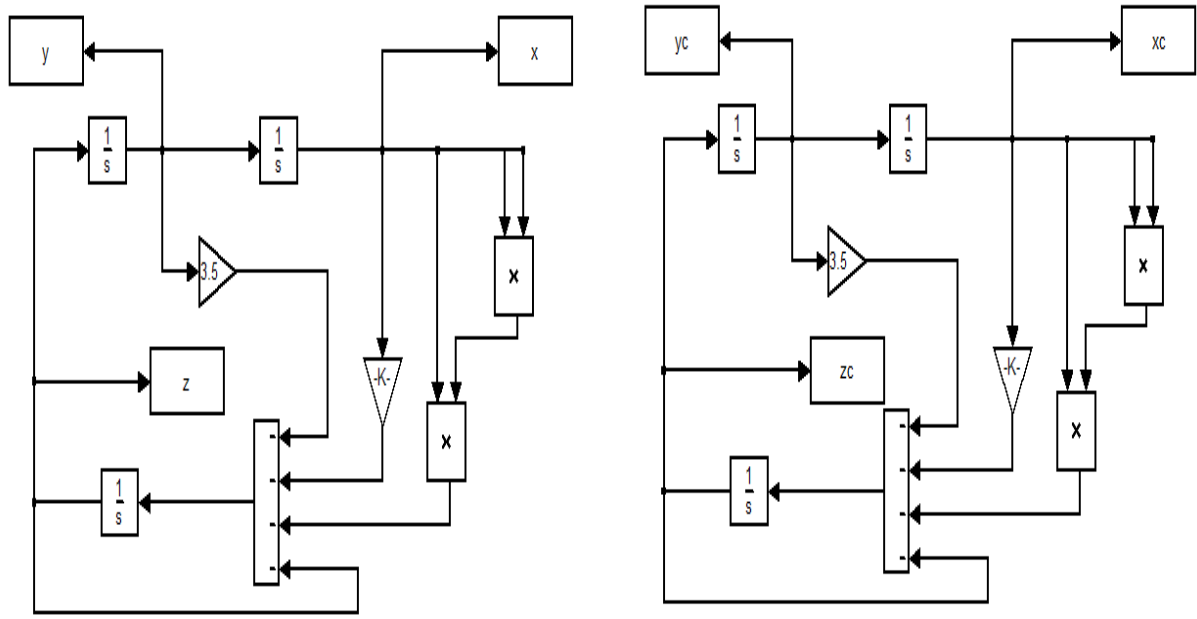
$$\dot{y} = z_r \quad (4.15)$$

$$\dot{z} = -ax - by_r - cz_r + dx^3$$

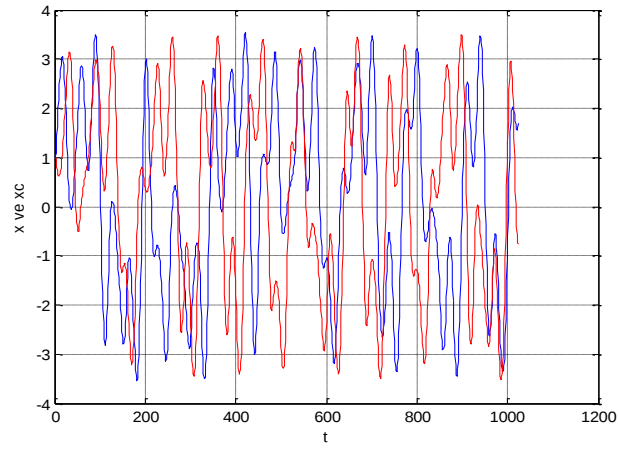
Eğer a , b , c parametreleri aynı ise x ve x_r sinyalleri tamamen aynı olacaktır. Senkronizasyon ana ve tabi sistem arasındaki kararlı hata dinamiklerinin bir sonucu olarak da gösterilebilir. Bu ifadelere göre, Matlab-Simulink ortamında başlangıç şartları farklı iki sistemin simülasyonu yapılmıştır.

Parametre değerleri $a=5.5$, $b=3.5$, $c=1$, $d=1$ olarak seçilmiş iki sistemin $(x_0, y_0, z_0) = (1, 2, 1)$ ve $(x_0, y_0, z_0) = (1, -1, 0)$ gibi farklı başlangıç şartları için simülasyonu çalıştırıldığında (senkronizesiz), x -durum değişkenlerinin zaman domeni sinyalleri ile bu sinyallerin birbirine göre değişimleri Şekil 4.20 ve Şekil 4.21'de, sinyal farkları ise Şekil 4.22'de görüldüğü gibi elde edilmiştir.

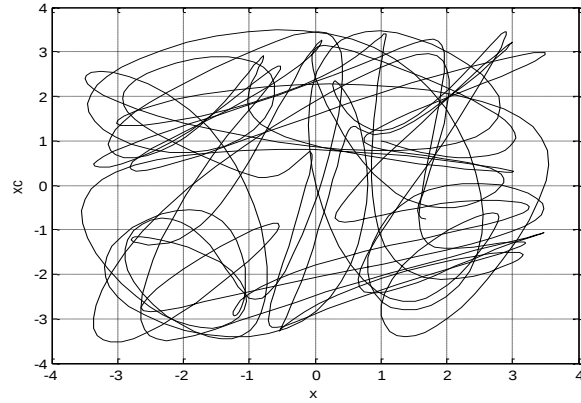
Fark çok kısa bir zaman içinde değişmekte olup, bu; kaotik sistemin başlangıç şartlarına karşı oldukça duyarlı olduğunu göstermektedir.



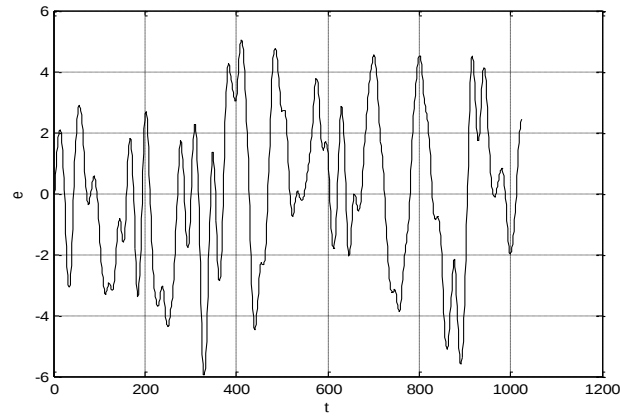
Şekil 4.19 Arneodo sisteminin senkronizasyon öncesi Matlab-Simulink'te modellenmesi



Şekil 4.20 Senkronizasyon öncesi x ve xc'nin zamana göre değişimi

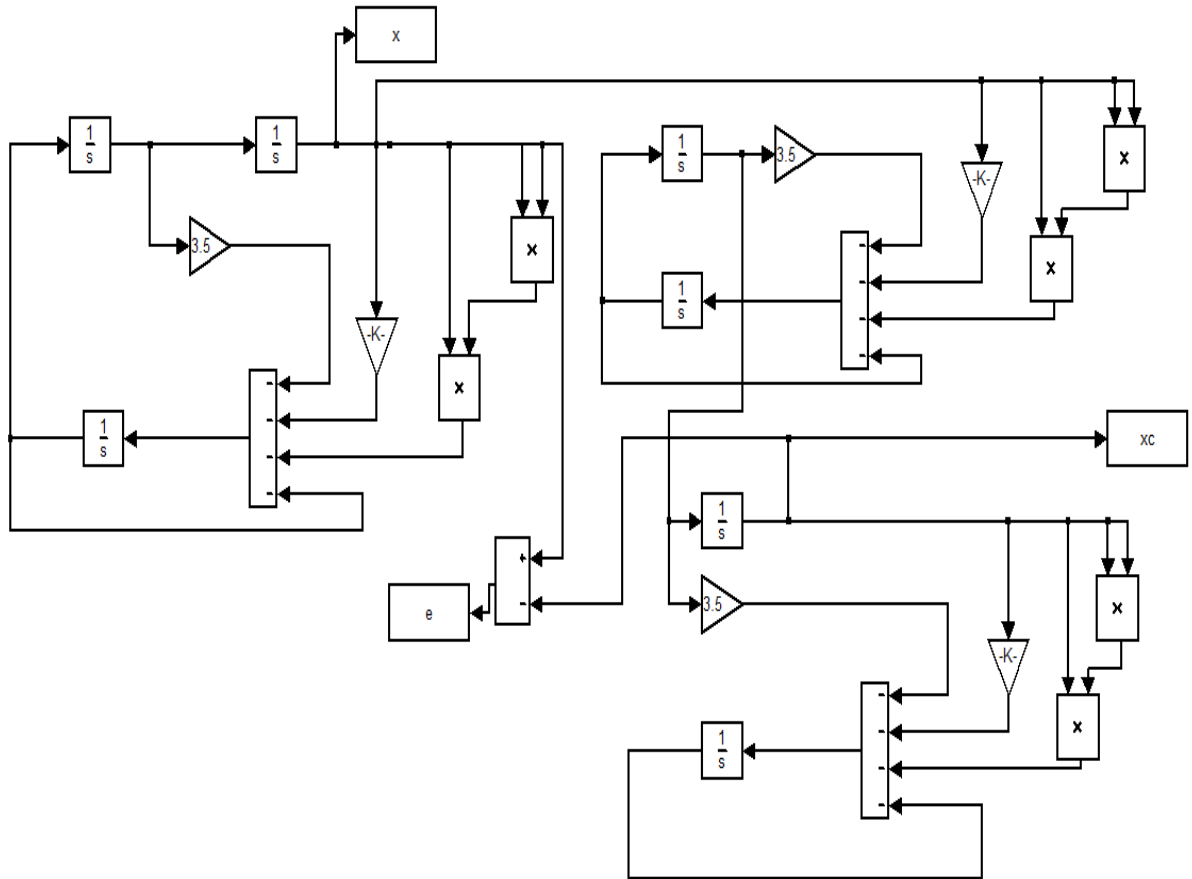


Şekil 4.21 Senkronizasyon öncesi x ve xc'nin birbirine göre değişimi



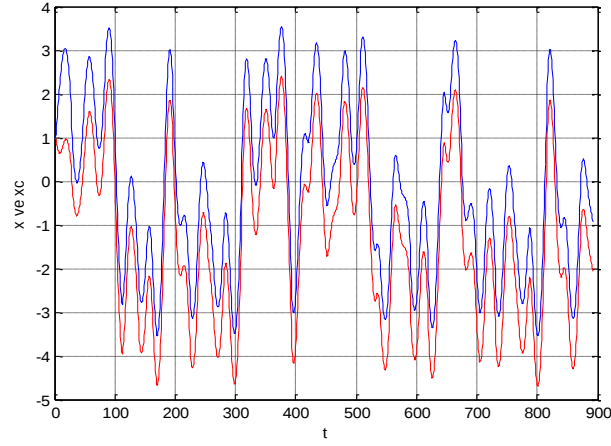
Şekil 4.22 Senkronizasyon öncesi oluşan fark sinyali

Senkronizasyon sonrası durumu gözlemek için oluşturulan, ilk şartları daha önceden verilmiş bu iki sisteme ait Matlab-Simulink senkronizasyon blok diyagramı Şekil 4.23’ de gösterildiği gibidir.

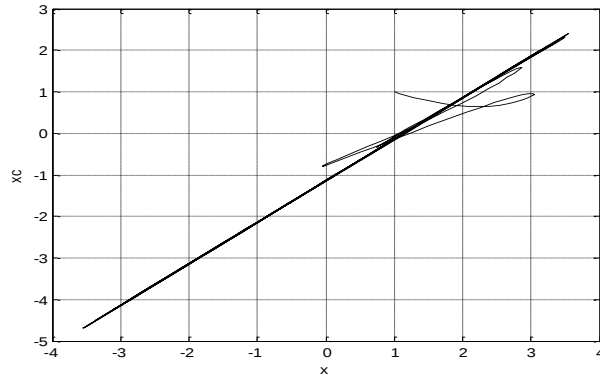


Şekil 4.23 Arneodo sisteminin senkronizasyon sonrası Matlab-Simulink’te modellenmesi
Simulasyon başlatıldığında, sürücü sinyali x ile cevap sinyali xc ’nin çok kısa bir süre içinde senkronize hale geldiği görülmektedir.

Bu iki sinyalin birbirlerine göre değişiminin gösterildiği Şekil 4.25’e dikkat edilirse, sinyallerin oranının kısa bir süre sonra “1” olduğu görülür.

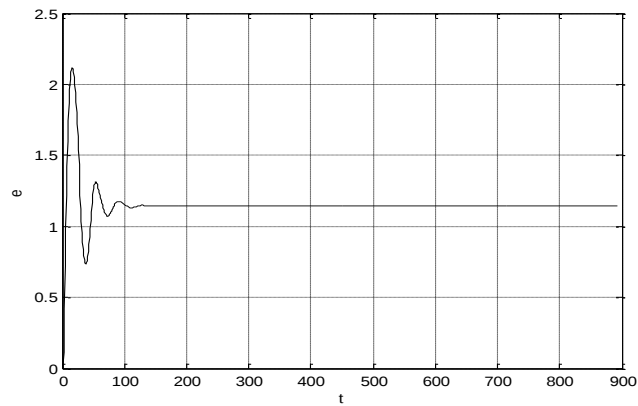


Şekil 4.24 Senkronizasyon sonrası x ve xc’nin zamana göre değişimi



Şekil 4.25 Senkronizasyon sonrası x ve xc’nin birbirine göre değişimi

x ’den x_c ’nin çıkarılmasıyla elde edilen fark (e =hata) sinyali ise Şekil 4.26’daki gibi olur. Fark sinyalinin çok kısa bir süre sıfırdan farklı değerler aldığf fakat senkronizasyon sonucunda sıfır olup bu değerde kaldığf görölmektedir.



Şekil 4.26 Senkronizasyon sonrası oluşan fark sinyali

4.4 Tigan Sisteminin Senkronizasyonu

Tigan sistemine ait dinamik denklemlere Pecora-Carroll Metodu uygulandığında, sürücü sistemden x değişkeni birinci cevap alt-sisteme gönderilir. Senkronizasyondan sonra alıcı devrenin x_c sinyali, verici devrenin x sinyaline kısa sürede yaklaşacak ve senkronize olacaktır.

Tigan sistemi verici devresinin denklemleri şu şekilde verilsin;

$$\begin{aligned}\dot{x} &= a(y - x) \\ \dot{y} &= (c - a)x - axz \\ \dot{z} &= -bz + xy\end{aligned}\tag{4.16}$$

Verilen bu denklemler; $(y'z')$ kararlı olan cevap alt-sistemine,

$$\begin{aligned}\dot{y}' &= (c - a)x - axz' \\ \dot{z}' &= -bz' + xy'\end{aligned}\tag{4.17}$$

şeklinde, ve ikinci bir $(x''z'')$ kararlı olan cevap alt-sistemine de,

$$\begin{aligned}\dot{x} &= a(y' - x'') \\ \dot{z}'' &= -bz'' + x''y'\end{aligned}\tag{4.18}$$

şeklinde ayrıştırılabilir.

Buna göre; Ana(master) sistem aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= a(y - x) \\ \dot{y} &= (c - a)x - axz \\ \dot{z} &= -bz + xy\end{aligned}\tag{4.19}$$

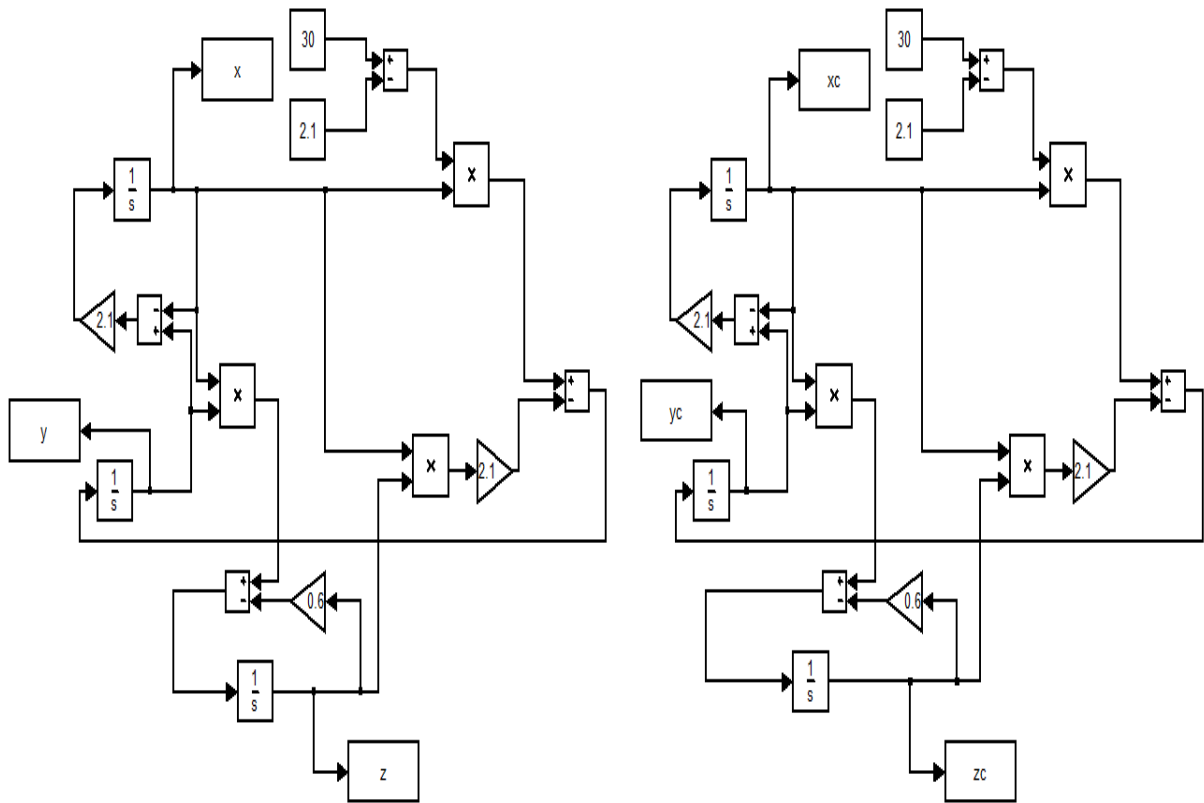
Tabi(slave) sistem, ana sistemin tam bir eşidir, tek fark $(y''z'')$ sabit olan cevap alt-sisteminin ana sistemde üretilen x sinyali ile sürülmesidir. Dolayısıyla tabi(slave) sistem şu şekilde olacaktır.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= a(y_r - x) \\ \dot{y} &= (c - a)x - axz_r \\ \dot{z} &= -bz_r + xy_r\end{aligned}\tag{4.20}$$

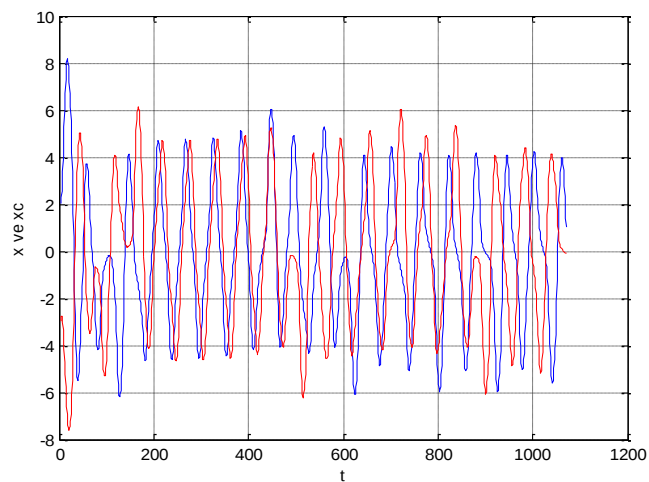
Eğer a , b , c parametreleri aynı ise x ve x_r sinyalleri tamamen aynı olacaktır. Senkronizasyon ana ve tabi sistem arasındaki kararlı hata dinamiklerinin bir sonucu olarak da gösterilebilir. Bu ifadelerle göre, Matlab-simulink ortamında başlangıç şartları farklı iki sistemin simülasyonu yapılmıştır.

Parametre değerleri $a=2.1$, $b=0.6$, $c=30$ olarak seçilmiş iki sistemin $(x_0, y_0, z_0) = (2, 4, 1)$ ve $(x_0, y_0, z_0) = (-3, 1, 2.8)$ gibi farklı başlangıç şartları için simülasyonu çalıştırıldığında

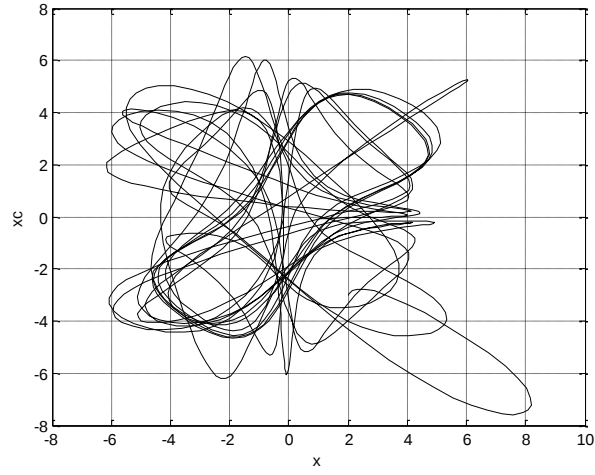
(senkronizesiz), x-durum değişkenlerinin zaman domeni sinyalleri ile bu sinyallerin birbirine göre değişimleri Şekil 4.28 ve Şekil 4.29’da, sinyal farkları ise Şekil 4.30’da görüldüğü gibi elde edilmiştir.



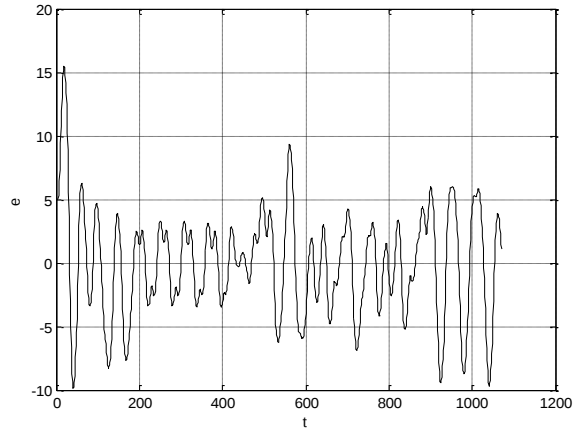
Şekil 4.27 Tigan sisteminin senkronizasyon öncesi Matlab-Simulink’te modellenmesi



Şekil 4.28 Senkronizasyon öncesi x ve x_c 'nin zamana göre değişimi

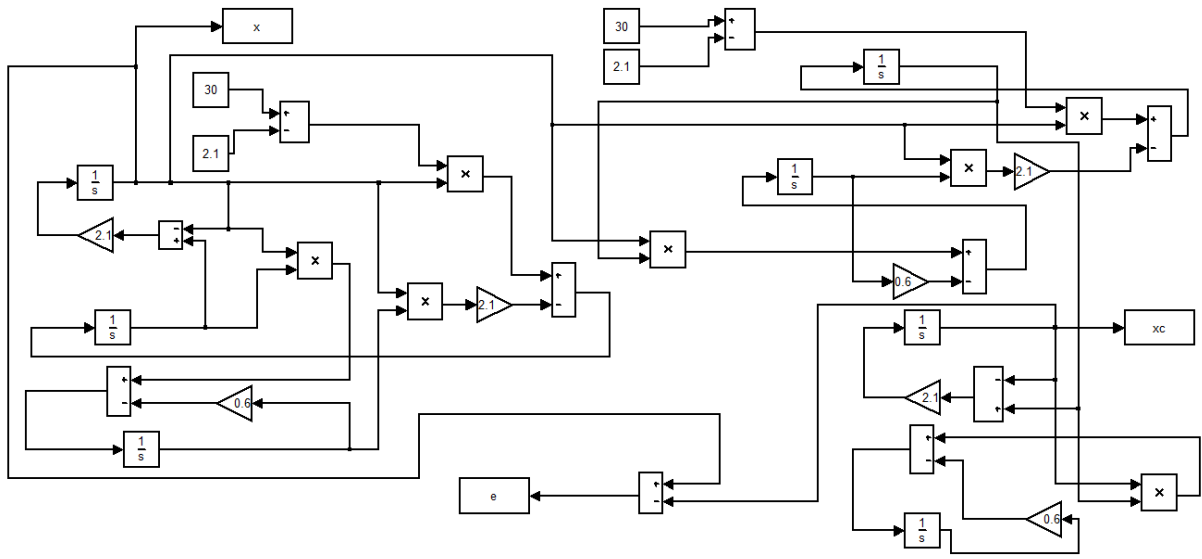


Şekil 4.29 Senkronizasyon öncesi x ve xc 'nin birbirine göre değişimi



Şekil 4.30 Senkronizasyon öncesi oluşan fark sinyali

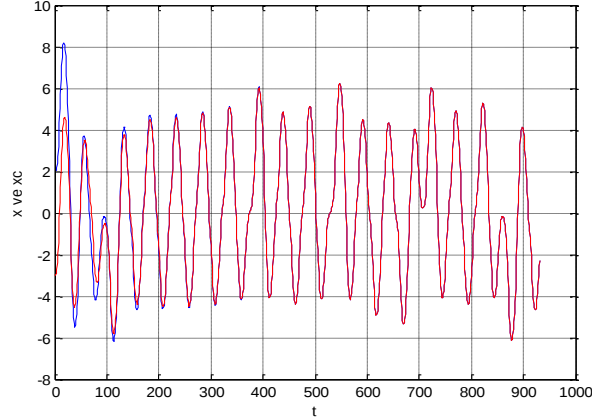
Senkronizasyon sonrası durumu gözlemek için oluşturulan, ilk şartları daha önceden verilmiş bu iki sisteme ait Matlab-Simulink senkronizasyon blok diyagramı Şekil 4.31’de gösterildiği gibidir.



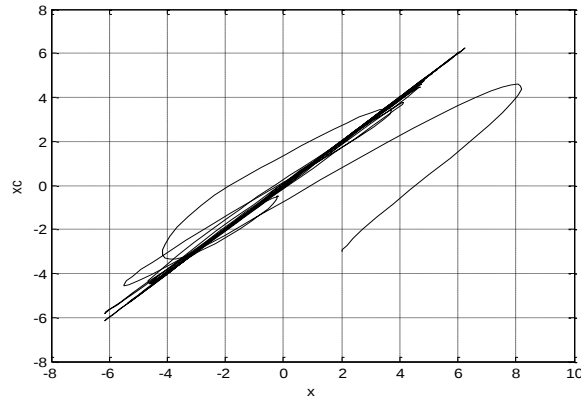
Şekil 4.31 Tigan sisteminin senkronizasyon sonrası Matlab-Simulink’te modellenmesi

Simulasyon başlatıldığında, sürücü sinyali x ile cevap sinyali xc ’nin çok kısa bir süre içinde senkronize hale geldiği görülmektedir.

Bu iki sinyalin birbirlerine göre değişiminin gösterildiği Şekil 4.33’e dikkat edilirse, sinyallerin oranının kısa bir süre sonra “1” olduğu görülür.

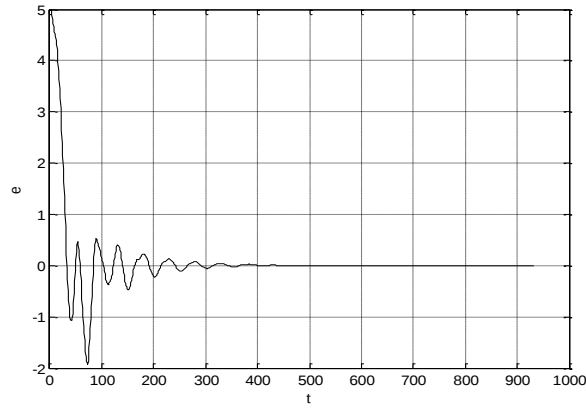


Şekil 4.32 Senkronizasyon sonrası x ve xc ’nin zamana göre değişimi



Şekil 4.33 Senkronizasyon sonrası x ve xc 'nin birbirine göre değişimi

x 'den xc 'nin çıkarılmasıyla elde edilen fark (e =hata) sinyali ise Şekil 4.34'de ki gibi olur. Fark sinyalinin çok kısa bir süre sıfırdan farklı değerler aldığı fakat senkronizasyon sonucunda sıfır olup bu değerde kaldığı görülmektedir.



Şekil 4.34 Senkronizasyon sonrası oluşan fark sinyali

4.5 Rössler Sisteminin Senkronizasyonu

Rössler sistemine ait dinamik denklemlere Pecora-Carroll Metodu uygulandığında, sürücü sistemden x değişkeni birinci cevap alt-sisteme gönderilir. Senkronizasyondan sonra alıcı devrenin xc sinyali, verici devrenin x sinyaline kısa sürede yaklaşacak ve senkronize olacaktır. sistemi verici devresinin denklemleri şu şekilde verilsin;

$$\dot{x} = -(y + z)$$

$$\dot{y} = x + ay \tag{4.21}$$

$$\dot{z} = b + z(x - c)$$

Verilen bu denklemler; $(y'z')$ kararlı olan cevap alt-sistemine,

$$\dot{y}' = x + ay' \tag{4.22}$$

$$\dot{z}' = b + z'(x - c)$$

şeklinde, ve ikinci bir ($x''z''$) kararlı olan cevap alt-sistemine de,

$$\dot{x}'' = -(y' + z'') \quad (4.23)$$

$$\dot{z}'' = b + z''(x'' - c)$$

şeklinde ayrıştırılabilir.

Buna göre; Ana(master) sistem aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$\dot{x} = -(y + z)$$

$$\dot{y} = x + ay \quad (4.24)$$

$$\dot{z} = b + z(x - c)$$

Tabi(slave) sistem, ana sistemin tam bir eşidir, tek fark ($y''z''$) sabit olan cevap alt-sisteminin ana sistemde üretilen x sinyali ile sürülmesidir. Dolayısıyla tabi(slave) sistem şu şekilde olacaktır.

$$\dot{x}_r = -(y_r + z_r)$$

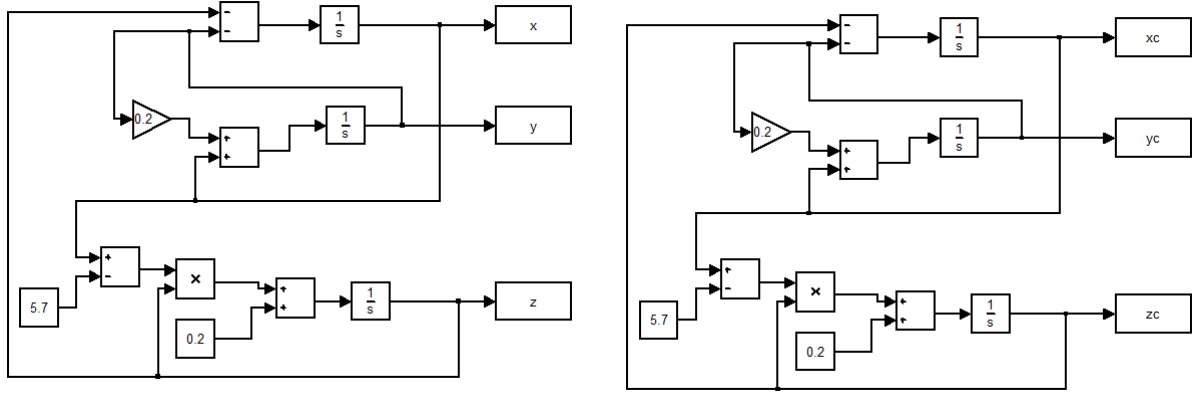
$$\dot{y}_r = x + ay_r \quad (4.25)$$

$$\dot{z}_r = b + z_r(x + c)$$

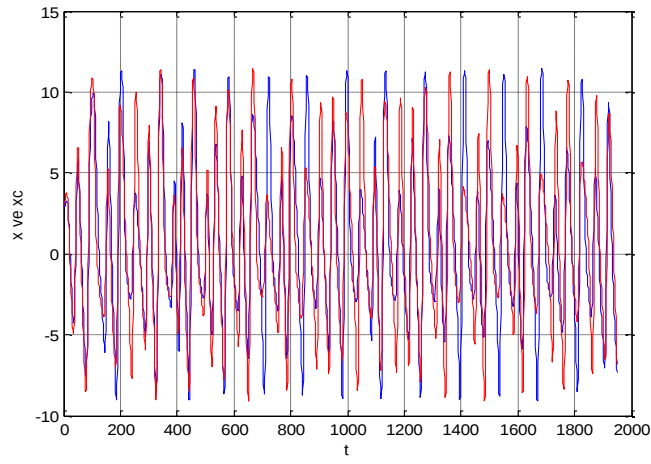
Eğer a, b, c parametreleri aynı ise x ve x_r sinyalleri tamamen aynı olacaktır. Senkronizasyon ana ve tabi sistem arasındaki kararlı hata dinamiklerinin bir sonucu olarak da gösterilebilir. Bu ifadelere göre, Matlab-Simulink ortamında başlangıç şartları farklı iki sistemin simülasyonu yapılmıştır.

Parametre değerleri $a=0.2$, $b=0.2$, $c=5.7$ olarak seçilmiş iki sistemin $(x_0, y_0, z_0) = (3, -3, 4)$ ve $(x_0, y_0, z_0) = (3, -3, 2)$ gibi farklı başlangıç şartları için simülasyonu çalıştırıldığında (senkronizesiz), X-durum değişkenlerinin zaman domeni sinyalleri ile bu sinyallerin birbirine göre değişimleri Şekil 4.36 ve Şekil 4.37’de, sinyal farkları ise Şekil 4.38’de görüldüğü gibi elde edilmiştir.

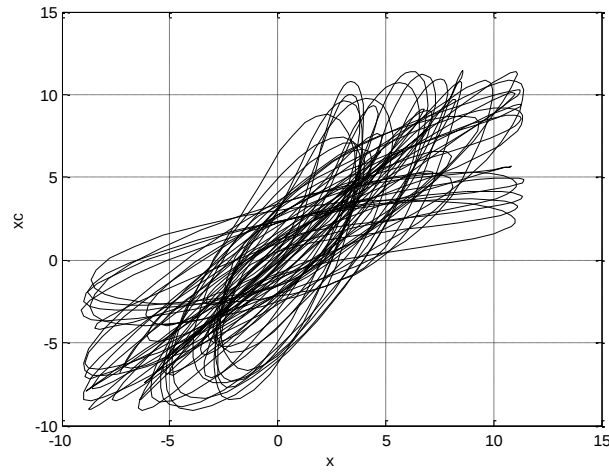
Fark çok kısa bir zaman içinde değişmekte olup, bu; kaotik sistemin başlangıç şartlarına karşı oldukça duyarlı olduğunu göstermektedir.



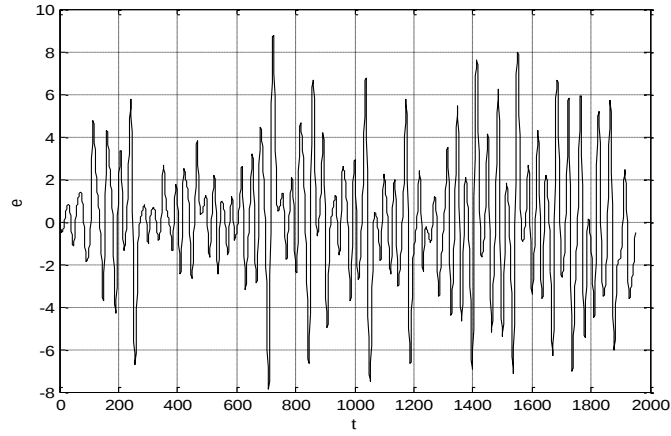
Şekil 4.35 Rössler sisteminin senkronizasyon öncesi Matlab-Simulink'te modellenmesi



Şekil 4.36 Senkronizasyon öncesi x ve xc'nin zamana göre değişimi

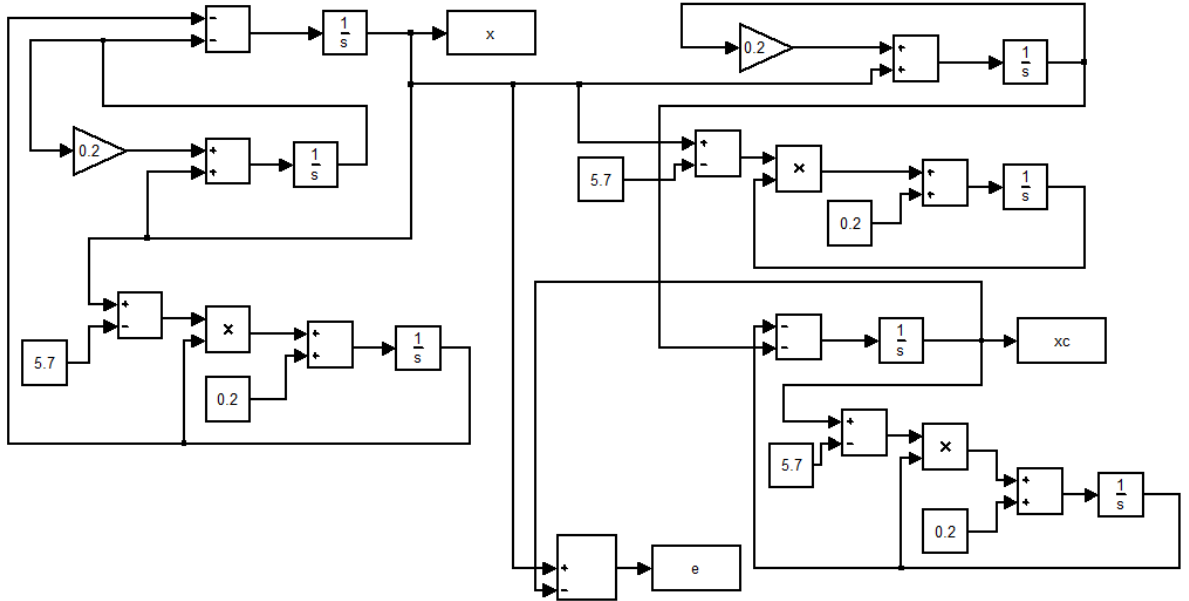


Şekil 4.37 Senkronizasyon öncesi x ve xc'nin birbirine göre değişimi



Şekil 4.38 Senkronizasyon öncesi oluşan fark sinyali

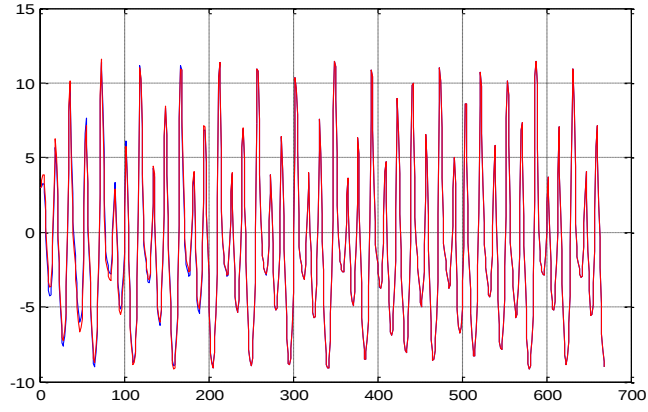
Senkronizasyon sonrası durumu gözlemek için oluşturulan, ilk şartları daha önceden verilmiş bu iki sisteme ait Matlab-Simulink senkronizasyon blok diyagramı Şekil 4.39’da gösterildiği gibidir.



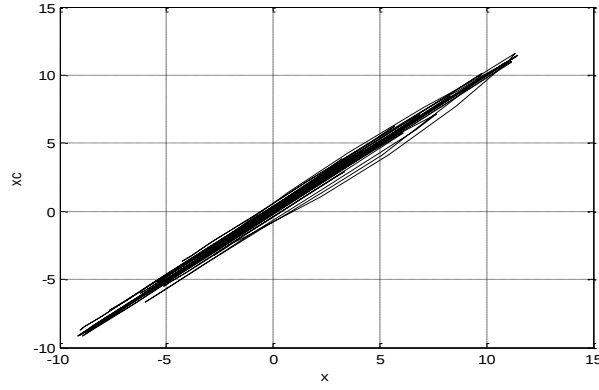
Şekil 4.39 Rössler sisteminin senkronizasyon sonrası Matlab-Simulink’te modellenmesi

Simulasyon başlatıldığında, sürücü sinyali x ile cevap sinyali xc ’nin çok kısa bir süre içinde senkronize hale geldiği görülmektedir.

Bu iki sinyalin birbirlerine göre değişiminin gösterildiği Şekil 4.41’e dikkat edilirse, sinyallerin oranının kısa bir süre sonra “1” olduğu görülür.

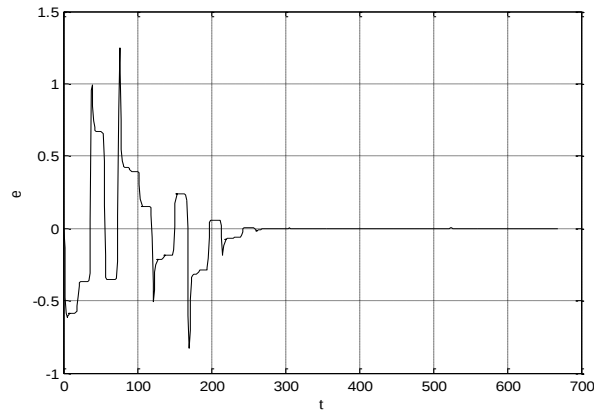


Şekil 4.40 Senkronizasyon sonrası x ve x_c 'nin zamana göre değişimi



Şekil 4.41 Senkronizasyon sonrası x ve x_c 'nin birbirine göre değişimi

x 'den x_c 'nin çıkarılmasıyla elde edilen fark (e =hata) sinyali ise Şekil 4.42' deki gibi olur. Fark sinyalinin çok kısa bir süre sıfırdan farklı değerler aldığı fakat senkronizasyon sonucunda sıfır olup bu değerde kaldığı görülmektedir.



Şekil 4.42 Senkronizasyon sonrası oluşan fark sinyali

4.6 Chen Sisteminin Senkronizasyonu

Chen sistemine ait dinamik denklemlere Pecora-Carroll Metodu uygulandığında, sürücü sistemden x değişkeni birinci cevap alt-sisteme gönderilir. Senkronizasyondan sonra alıcı devrenin x_c sinyali, verici devrenin x sinyaline kısa sürede yaklaşacak ve senkronize olacaktır.

Chen sistemi verici devresinin denklemleri şu şekilde verilsin;

$$\begin{aligned}\dot{x} &= a(y - x) \\ \dot{y} &= (c - a)x - xz + cy \\ \dot{z} &= xy - bz\end{aligned}\tag{4.26}$$

Verilen bu denklemler; $(y'z')$ kararlı olan cevap alt-sistemine,

$$\begin{aligned}\dot{y}' &= (c - a)x - xz' + cy' \\ \dot{z}' &= xy' - bz'\end{aligned}\tag{4.27}$$

şeklinde, ve ikinci bir $(x''z'')$ kararlı olan cevap alt-sistemine de,

$$\begin{aligned}\dot{x}'' &= a(y' - x'') \\ \dot{z}'' &= x''y' - bz''\end{aligned}\tag{4.28}$$

şeklinde ayrıştırılabilir.

Buna göre; Ana(master) sistem aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= a(y - x) \\ \dot{y} &= (c - a)x - xz + cy \\ \dot{z} &= xy - bz\end{aligned}\tag{4.29}$$

Tabi(slave) sistem, ana sistemin tam bir eşidir, tek fark $(y''z'')$ sabit olan cevap alt-sisteminin ana sistemde üretilen x sinyali ile sürülmesidir. Dolayısıyla tabi(slave) sistem şu şekilde olacaktır.

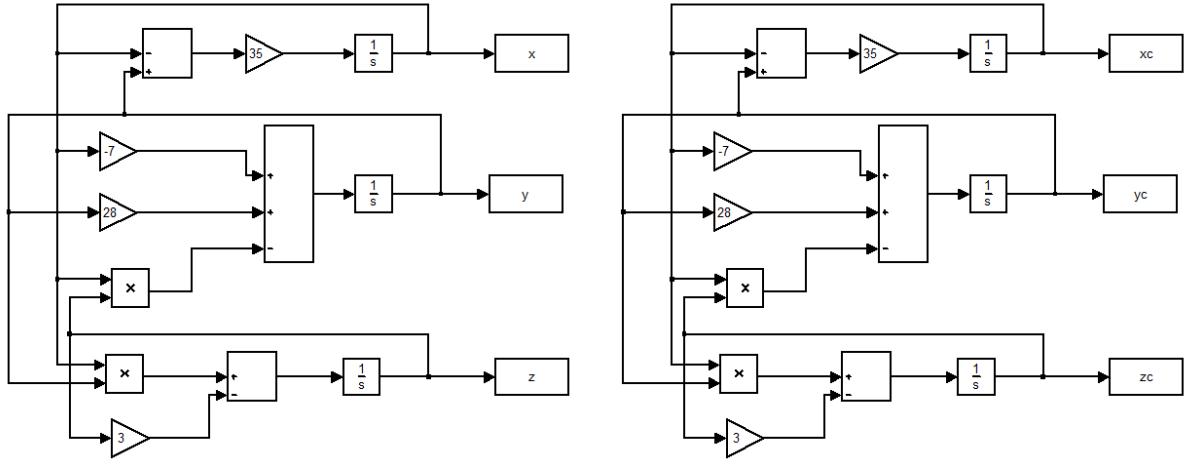
$$\begin{aligned}\dot{x} &= a(y_r - x) \\ \dot{y} &= (c - a)x - xz_r + cy_r \\ \dot{z} &= xy_r - bz_r\end{aligned}\tag{4.30}$$

Eğer a , b , c parametreleri aynı ise x ve x_r sinyalleri tamamen aynı olacaktır. Senkronizasyon ana ve tabi sistem arasındaki kararlı hata dinamiklerinin bir sonucu olarak da gösterilebilir. Bu ifadelere göre, Matlab-Simulink ortamında başlangıç şartları farklı iki sistemin simülasyonu yapılmıştır.

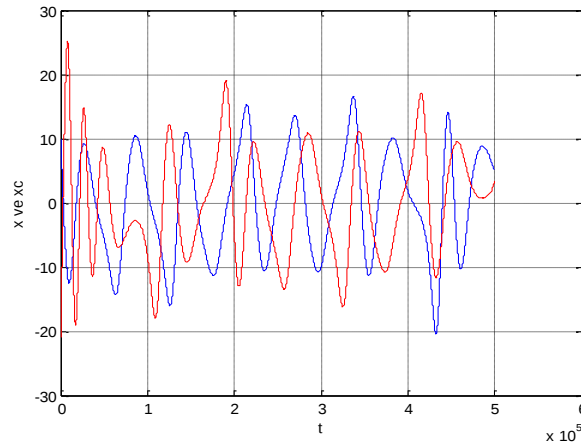
Parametre değerleri $a=35$, $b=3$, $c=28$ olarak seçilmiş iki sistemin $(x_0, y_0, z_0) = (10, 1, 37)$ ve $(x_0, y_0, z_0) = (-21, 1, 37)$ gibi farklı başlangıç şartları için simülasyonu çalıştırıldığında

(senkronizesiz), x -durum değişkenlerinin zaman domeni sinyalleri ile bu sinyallerin birbirine göre değişimleri Şekil 4.44 ve Şekil 4.45’de, sinyal farkları ise Şekil 4.46’da görüldüğü gibi elde edilmiştir.

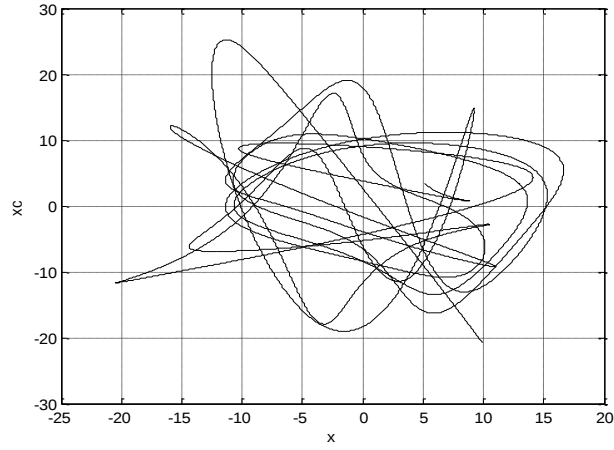
Fark çok kısa bir zaman içinde değişmekte olup, bu; kaotik sistemin başlangıç şartlarına karşı oldukça duyarlı olduğunu göstermektedir.



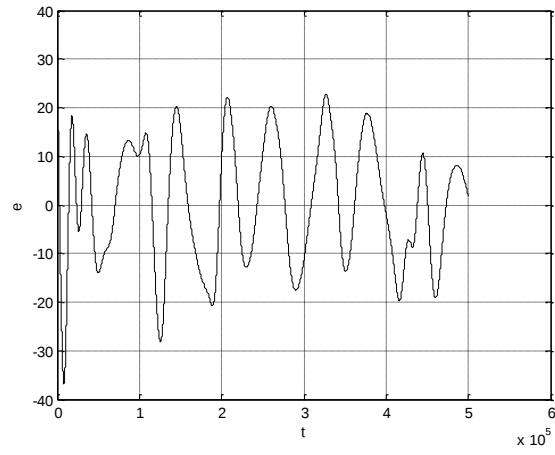
Şekil 4.43 Chen sisteminin senkronizasyon öncesi Matlab-Simulink’te modellenmesi



Şekil 4.44 Senkronizasyon öncesi x ve x_c 'nin zamana göre değişimi

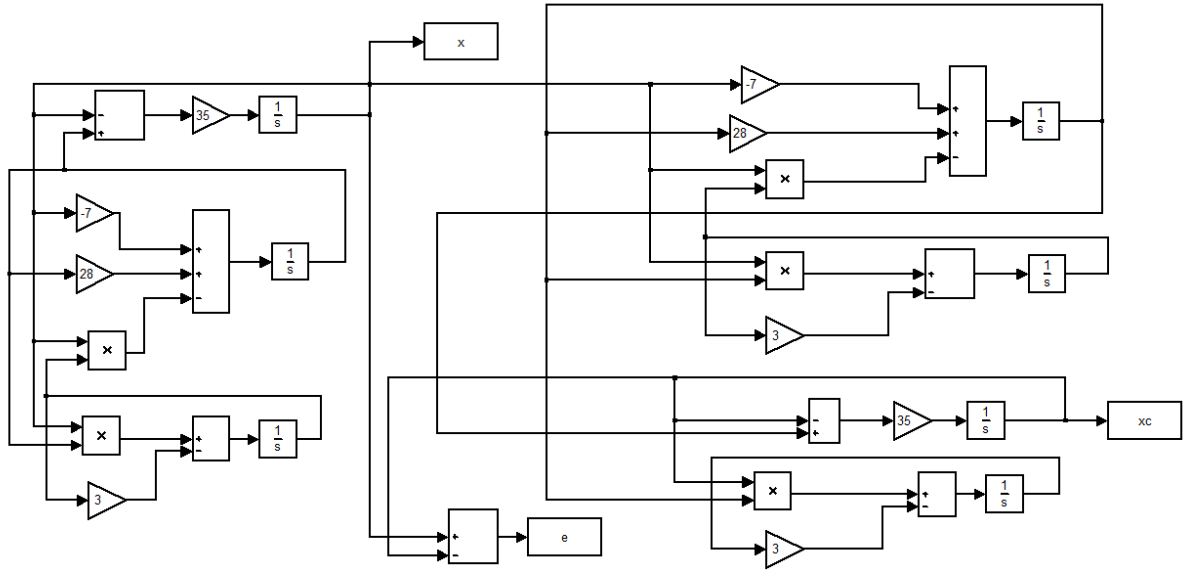


Şekil 4.45 Senkronizasyon öncesi x ve xc 'nin birbirine göre değişimi



Şekil 4.46 Senkronizasyon öncesi oluşan fark sinyali

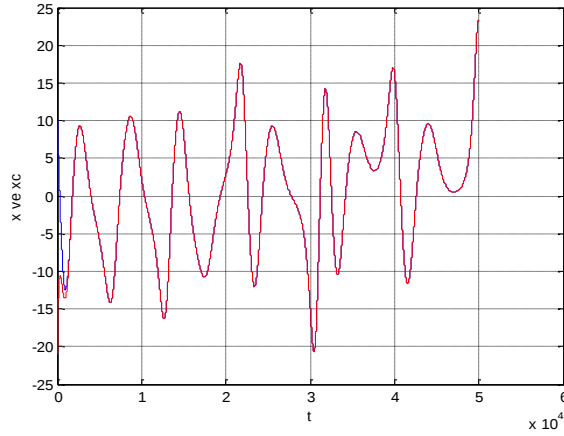
Senkronizasyon sonrası durumu gözlemek için oluşturulan, ilk şartları daha önceden verilmiş bu iki sisteme ait Matlab-Simulink senkronizasyon blok diyagramı Şekil 4.47'de gösterildiği gibidir.



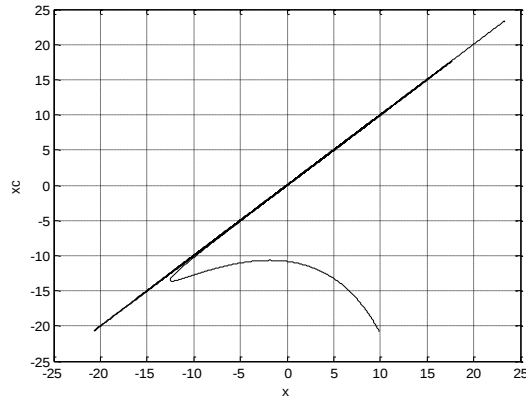
Şekil 4.47 Chen sisteminin senkronizasyon sonrası Matlab-Simulink'te modellenmesi

Simulasyon başlatıldığında, sürücü sinyali x ile cevap sinyali xc 'nin çok kısa bir süre içinde senkronize hale geldiği görülmektedir.

Bu iki sinyalin birbirlerine göre değişiminin gösterildiği Şekil 4.49'a dikkat edilirse, sinyallerin oranının kısa bir süre sonra "1" olduğu görülür.

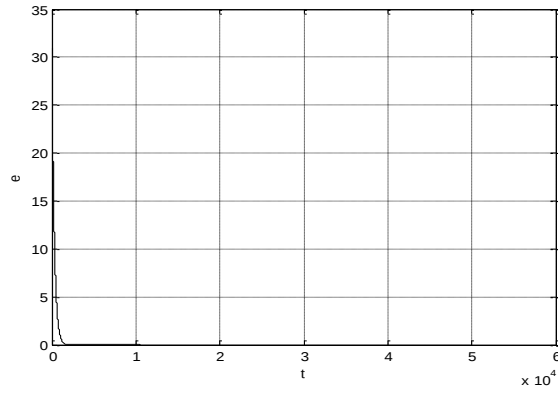


Şekil 4.48 Senkronizasyon sonrası x ve xc 'nin zamana göre değişimi



Şekil 4.49 Senkronizasyon sonrası x ve x_c 'nin birbirine göre değişimi

x 'den x_c 'nin çıkarılmasıyla elde edilen fark (e =hata) sinyali ise Şekil 4.50' deki gibi olur. Fark sinyalinin çok kısa bir süre sıfırdan farklı değerler aldığı fakat senkronizasyon sonucunda sıfır olup bu değerde kaldığı görülmektedir.



Şekil 4.50 Senkronizasyon sonrası oluşan fark sinyali

5. SONUÇLAR

Yapılan bu çalışmada son yıllarda elektronikte yeni bir kavram olan ve kısa sürede büyük ilgi odağı haline gelen kaos ele alınmıştır. Kaos konusunun bilime getirdiği yeni açılımlar çeşitli amaçlarda kullanılmak üzere kaotik işaretler oluşturan osilatörler geliştirilmesine ya da var olan osilatör devreleri üzerinde araştırmalar yapılmasını sağlamıştır. Günümüzde sıklıkla kullanılan bazı osilatörler; Lorenz, Chua, Rössler, Duffing, Burke-Shaw, Rikitake, Rucklidge, Arneodo ,Tigan Chen'dır. Bu osilatörler bu çalışmada ayrıntılı olarak ele alınmıştır.

Kaotik sistemlerin birçok kullanım alanı vardır. Bu çalışmada daha çok kaotik sistemlerin güvenli haberleşmede kullanılabilmesi için öncelikli olarak senkronlanmaları gerektiği üzerinde durulmuş ve sistemler senkron hale getirilmiştir. Bu doğrultuda Pecora Carroll yöntemi kullanılarak orijinal bir kaotik sistemi keyfi olarak iki ayrı kısma ayırıp bunları sürücü ve cevaplayıcı alt-sistemler olarak adlandırıp, alıcı modülde cevaplayıcı alt-sistemin aynısı oluşturularak bu alt-sistemin orijinal sistemin sürücü kısmıyla sürülmesi durumunda, kaotik senkronizasyonun sağlanabileceği yani, alıcı modülde üretilen kaotik işaretin orijinal sistemden gelen kaotik işarete yakınsadığı Matlab Simulink ortamında gösterilmiştir.

Sonuç olarak bu çalışmada Lorenz, Rucklidge, Arneodo ve Tigan sistemlerinin senkronizasyonu anlatılmış ve farklı bir çalışma olarak Rössler ve Chen sistemlerinin senkronizasyonu gerçekleştirilmiştir. Bu sistemler senkron hale getirilirken Rössler sisteminin x ve y değerleri sabit olup z değerinde, Chen sisteminin de y ve z değerleri sabit olup x değerinde değişiklik gerçekleştirilmiş ve sonuçta Chen sisteminin Rössler'e göre daha kısa sürede senkron hale geldiği görülmüştür.

KAYNAKLAR

- [1] **Öge, S.**, Düzen Mi Düzensizlik (Kaos) Mi? Örgütsel Varlığın Sürdürülebilirliği Açısından Bir Değerlendirme, Selçuk Üniversitesi İktisadi Ve İdari Bilimler Fakültesi.
- [2] **Gleick, J.**, (1995). Kaos, Tübitak Yayınları, Popüler Bilim Kitapları Genel Dizisi, Ankara, 16.
- [3] **Latif, H.**, (2002). “Kaotik Ortamlarda Yönetim”, Stratejik Boyutuyla Modern Yönetim Yaklaşımları, 1. Baskı, Beta Basım - Yayım – Dağıtım A.Ş.,İstanbul, 126.
- [4] <http://www.elyadal.org/privolka/01/kaos.htm>, Nisan 2011.
- [5] **Latif, H.**, (2002). “Kaotik Ortamlarda Yönetim”, Stratejik Boyutuyla Modern Yönetim Yaklaşımları, 1. Baskı, Beta Basım - Yayım – Dağıtım A.Ş.,İstanbul 127.
- [6] **Ditto, W., Munakata, T.**, (1995). “Principles and Applications of Chaotic Systems”, Communications of the ACM, 38 (11), 96-102.
- [7] **Nakamuro, K.**, (1993). Quantum Chaos, Cambridge Uni. Press, UK.
- [8] **Kurt, E., & Kasap, R.**, (2011). Karmaşanın Bilimi Kaos 1. Basım Nobel Yayınları Kasım 192.
- [9] **Gleick, J.**, (1995). Kaos, Tübitak Yayınları, Popüler Bilim Kitapları Genel Dizisi, Ankara, 67.
- [10] http://tr.wikipedia.org/wiki/Kaos_kuram%C4%B1, “Teorinin Temel Önergeleri”, Nisan 2011.
- [11] **Baker, G., L., & Gollub, J., P.**, (1990). Chaotic Dynamics, Cambridge University Press, Cambridge, 179p.
- [12] **Strogatz, S. H.**, (1994). Nonlinear Dynamics and Chaos, Perseus Books Publishing, New York, 498.
- [13] **Alligood, K.T., Sauer, T., D., & Yorke, J., A.**, (1997). Chaos, Springer-Verlag, New York, 603.
- [14] **Gündüz G.**, (2004). Anaksimenes’te ve Günümüzde Kaos Anlayışı, İstanbul Kültür Üniversitesi Yayınları.
- [15] **Abarbanel, H., D., I., Brown, R., Sidorowich, & J., J., Tsimring, L., S.**, (1993). “The analysis of observed chaotic data in physical systems”, Reviews of Modern Physics, 65(4) 1331-1392.

- [16] **Abarbanel, H., D., I., Brown, R., & Kennel M., B.,** (1991). “Lyapunov exponents in chaotic systems: Their importance and their evaluation using observed data”, *Int. J. Modern Physics B*, B5(9): 1347-1375.
- [17] **Wolf, A., Swift, J., B., Swinney, H., L., & Vastano, J., A.,** (1985). “Determining Lyapunov exponents from a time series”, *Physica D*, 16(3): 285-317.
- [18] **Kaynak, O., & Efe, Ö.,** (2000). *Yapay Sinir Ağları ve Uygulamaları*, Boğaziçi Üniversitesi, 141.
- [19] **Chau , K., T., Wang, Z.,** (2011). *Chaos In Electric Drive Systems, Analysis, Control and Application*, John Wiley & Sons (Asia), 21-26.
- [20] **Aihara, K., & Katayama, R.,** (1995). *Chaos Engineering in Japan*, *Communication of the ACM*, 38, 103-107.
- [21] **Yılmaz, D., & Güler, N., F.,** (2006). Kaotik Zaman Serilerinin Analizi Üzerine Bir Araştırma, *Gazi Üniv. Müh. Mim. Fak. Der., Cilt:21, No:4, Say: 759-779*.
- [22] **Giannakopoulos, K., Deliyannis, T., & Hadjidemetriou, J.,** (2002). Means for Detecting Chaos and Hyperchaos in Nonlinear Electronic Circuits, *DSP* 951-954.
- [23] **Castillo, O., & Melin, P.,** (2001). *Soft computing for Control of Non-linear Dynamical Systems*, *Physica-verlag*, New York, 221.
- [24] **Banerjee, S., & Verghese, G., C., (Editors),** (2001). *Nonlinear Phenomena in Power Electronics*, *IEEE Pres*, New York, 440.
- [25] **Pehlivan, İ.,** *Yeni Kaotik Sistemler: Elektronik Devre Gerçeklemeleri, Senkronizasyon ve Güvenli Haberleşme Uygulamaları, Doktora Tezi, Sakarya Üniversitesi, Mart 2007*
- [26] **Tao, Y.,** (2004). A survey of chaotic secure communication systems, *International Journal of Computational Cognition*, 2, 81-130
- [27] **Kennedy, M., P.,** (1993). Three steps to chaos Part II: A Chua’s circuit primer, *IEEE Transactions on circuits and systems*, 40, 657-673.
- [28] **Kennedy, M., P.,** (1993). Three Steps to Chaos–Part I: Evolution, *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 40, 640-656.
- [29] **Türk, M., & Ata, F.,** (2006). The multi-mode chaotic behaviors: N+N and 2D N-scroll chaotic attractors, *COMPEL: The International Journal For Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, 25(4), 929-939.
- [30] **Uyaroğlu, Y., Gündüz, S., Yığın, İ., H., Keskin, H.,** (2009). Kaos teorisindeki Lorenz eşitliklerinin Matlab ve Simulink ortamında benzetimi ile karakterize edilmesi, *Uluslararası İleri Teknolojiler Sempozyumu*, 13-15 Mayıs, Karabük

- [31] **Tie-Qiang, G., Feng-Xiang, M., Li-Jie, C.,** (2008). Structure preserving algorithms for the Lorenz System, Chinese Physics Letters, 25(3),866-869
- [32] **Srisuchinwong, B.,** (2009). Integer-Order and Fractional-Order Chaotic Oscillators, NTC International Conference, March 5-6, Thailand
- [33] **Pandey, S., Kaushik, P., & Shrivastava, S., C.,** (2009). Rössler Nonlinear Dynamical Machine for Cryptography Applications.
- [34] **Ibanez, C.A, Sanchez H., J., Suarez, C., M., S., Martinez, G., R., & Garrido, R.,** (2006), Reconstructing and Identifying the Rössler 's System by using a high gain observer, Asian Journal of Control, 8, 401-407
- [35] **Gaspard, P.,** (2005). Rössler Systems, Encyclopedia of Nonlinear Science, 808-811.
- [36] **Ahmad, B., Alsaedi, A., Alghamdi, B., S.,** (2008), Analytic approximation of solutions of the forced Duffing equation with integral boundary conditions, Nonlinear Analysis: Real World Applications, 9, 1727 – 1740
- [37] **Shaw, R.,** (1981). Strange attractor, chaotic behavior and information flow. Zeitschrift für Naturforsch A: 36, 80-112.
- [38] **Uyaroğlu Y., & Pehlivan, İ.,** (2010). A New Chaotic Attractor From General Lorenz System, Turk J Elec Eng & Comp Sci, Vol.18, No.2.
- [39] **Chen G.,** (1999). UETA T., Yet another chaotic attractor, Int. J. Bifurcation and Chaos, 9, 1465-1466.
- [40] **Pehlivan, İ., & Uyaroğlu, Y.,** (2007). Rikitake Attractor and it's synchronization application for secure communication systems, Journal of Applied Sciences, 7(2), 232-236.
- [41] **Rikitake, T.,** (1958). Oscillations of a System of Disk Dynamos, Proc. Cambridge Philos. Soc., 54-89.
- [42] **Ito K.,** (1980). Chaos in the Rikitake Two-Disc Dynamo System, Earth and Plan. Sci. Let., 51, 451-456.
- [43] **Rucklidge A., M.,** (1992). Chaos in models of double convection, J. Fluid Mech., 237, 209-229.
- [44] **Arneodo, A., Couillet, P., Spiegel, E., Treser C.,** (1985). Asymptotic chaos, Physica D, 14(3), 327-347.
- [45] **Tigan, G.,** (2005). Analysis of a dynamical system derived from the Lorenz system, Sci. Bull. Politehnica Univ. Timisoara Tomul 50(64) (Fascicola 1), 61-72.

- [46] **Gökyıldırım, A.**, 2. ve 3. Derece En Basit Kaotik Akışlı Sistemlerin Senkronizasyonu Ve Güvenli Haberleşmede Kullanılması, Y.Lisans, Sakarya Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, 2007.
- [47] **Cuomo, K., M., Oppenheim, A., V.**, (1993). Circuit Implementation of Synchronized Chaos with applications to Communication, Phys. Rev. Lett. ,71, 65-68.
- [48] **Kocarev, L., Halle, K., S., Eckert, K., Chua, L., O., Parlitz, U.**, (1992). Experimental Demonstration of Secure Communications via Chaotic Synchronization, International J. of Bifurcation&Chaos, 2, 709-713.
- [49] **Uyaroğlu , Y., Pehlivan , İ.**, (2007). Rikitake attractor and it's synchronization application for secure communication systems.
- [50] **Carroll, T., L., Pecora, L., M.**, (1991). Synchronizing Chaotic Circuits, IEEE Trans. OnCircuits&Systems, 38, 453.
- [51] **Khademian, B., Mohammad H., M.**, (2005). IEEE, Chaos Synchronization Using Sliding Mode Technique, World Academy of Science, Engineering and Technology.
- [52] **Cuomo K., M., Oppenheim A., V., Strogatz S., H.**, (1993). Synchronization of Lorenz-based chaotic circuits with applications to communications, IEEE Trans. Circuits Syst., 40(10), 626–633.

ÖZGEÇMİŞ

Havva YILDIZ , 06.11.1986 tarihinde Elazığ'da doğdu. İlköğrenimini Elazığ Yunus Emre İlköğretim Okulu'nda tamamladı. Lise öğrenimini Elazığ Fatih Lisesi'nde tamamladıktan sonra 2003 yılında Fırat Üniversitesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü'nü kazandı. 14.08.2007 tarihinde bu bölümden mezun oldu. 2010 yılında Fırat Üniversitesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği Devreler ve Sistemler Anabilim Dalı'nda yüksek lisans öğrenimine başladı. 2009 yılında Ardahan Üniversitesi Teknik Bilimler Meslek Yüksekokulu Elektrik Bölümü'nde Öğretim Görevlisi olarak görev yaptı ve Şubat 2013 tarihinden itibaren Dicle Üniversitesi Silvan Meslek Yüksekokulu Elektrik Bölümü'nde Öğretim Görevlisi olarak çalışmaktadır.

İletişim Bilgileri:

Dicle Üniversitesi Silvan Meslek Yüksekokulu
Elektrik Bölümü /DİYARBAKIR

Email: havva.yildiz@dicle.edu.tr