

**ÜÇ SERBESTLİK DERECELİ PARALEL BİR  
ROBOTUN KİNEMATİĞİ, DİNAMİĞİ  
VE DENETİMİ**

**Muhammet AYDIN**

**Yüksek Lisans Tezi  
Makine Mühendisliği Anabilim Dalı  
Danışman: Prof. Dr. Hasan ALLİ  
OCAK-2012**

**T.C  
FIRAT ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**ÜÇ SERBESTLİK DERECELİ PARALEL BİR  
ROBOTUN KİNEMATİĞİ, DİNAMİĞİ  
VE DENETİMİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Muhammet AYDIN**

**(08220104)**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih :  
Tezin Savunulduğu Tarih : 04.01.2012**

**Tez Danışmanı : Prof. Dr. Hasan ALLİ (F.Ü)**

**Diğer Jüri Üyeleri : Prof . Dr. Z. Hakan AKPOLAT (F.Ü)**

**Yrd. Doç. Dr. Orhan ÇAKAR (F.Ü)**

**OCAK-2012**

## ÖNSÖZ

Son yıllarda robot destekli ameliyatlar giderek artmaktadır. Robot yardımcıları ameliyatlarda cerrahların işini ciddi oranda kolaylaştırmaktadır. Aynı zamanda hata oranı da azaltılmaktadır. Özellikle paralel robotlar tıbbi uygulamalar için uygun robotlar olarak görülebilir. Paralel robotların hantal olmayan küçük yapıları ameliyathanelerde bu robotların kullanımını kolaylaştırmaktadır. Bu çalışmada ele alınan 3 serbestlik dereceli paralel robot triglide, tıbbi alanda uygulama alanı bulabilecek bir robot olabilir. Özellikle triglide paralel robot'un z yönündeki çalışma alanının oldukça geniş olması tıbbi uygulamalar için tercih edilebilmesi ihtimalini arttırmaktadır.

Kendisinden ders aldığım, deneyimlerinden faydalandığım, sorunların üstesinden gelmemde yardımlarını hiçbir zaman esirgemeyen çok değerli hocam Sayın Prof. Dr. Hasan ALLİ' ye çok teşekkür ederim.

Özellikle yüksek lisans tez konumun seçilmesinde desteklerini üzerimde hissettiğim Sayın Yrd. Doç. Dr. Volkan PATOĞLU'na teşekkürü borç bilirim.

Ayrıca karşılaştığım problemlerin çözümünde desteğini benden esirgemeyen Sayın Yrd. Doç. Dr. Oğuz YAKUT' a da teşekkür ederim.

Çalışmalarımı yürüttüğüm zaman içerisinde, desteklerini esirgemeyen sevgili eşim ve aileme de sonsuz sevgi ve saygılarımı sunar, teşekkür ederim.

Muhammet AYDIN  
Elazığ-2012

## İÇİNDEKİLER

|                                                                                                                                | <u>Sayfa No</u> |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|
| ÖNSÖZ.....                                                                                                                     | II              |
| İÇİNDEKİLER.....                                                                                                               | III             |
| ÖZET.....                                                                                                                      | IV              |
| SUMMARY.....                                                                                                                   | V               |
| ŞEKİLLER LİSTESİ.....                                                                                                          | VI              |
| TABLolar LİTESİ.....                                                                                                           | VIII            |
| SEMBOLLER LİSTESİ.....                                                                                                         | IX              |
| 1. GİRİŞ.....                                                                                                                  | 1               |
| 1.1. Paralel Robotlar.....                                                                                                     | 1               |
| 1.2. Tıbbi Uygulamalarda Paralel Robotlar.....                                                                                 | 2               |
| 1.3. 3 Serbestlik Dereceli Paralel Robotlar.....                                                                               | 4               |
| 2. TRİGLİDE PARALEL ROBOTUN TERS VE DÜZ KİNEMATİK ÇÖZÜMLERİ.....                                                               | 8               |
| 2.1. Ters Kinematik Çözümler.....                                                                                              | 9               |
| 2.2. Düz Kinematik Çözümler.....                                                                                               | 12              |
| 2.3. Ters ve Düz Kinematik Çözümlerin Doğruluğunun Test Edilmesi ve Triglide Paralel Robotun Çalışma Hacminin Çıkarılması..... | 15              |
| 2.3.1.Ters ve Düz Kinematik Çözümlerin Doğruluğunun Test Edilmesi.....                                                         | 15              |
| 2.3.2.Triglide Paralel Robotun Çalışma Hacmi.....                                                                              | 19              |
| 3. TRİGLİDE PARALEL ROBOTUN JAKOBYEN MATRİSİ.....                                                                              | 21              |
| 4. TRİGLİDE PARALEL ROBOTUN DİNAMİĞİ.....                                                                                      | 24              |
| 5. TRİGLİDE PARALEL ROBOTUN DENETİMİ..                                                                                         | 62              |
| 6. SONUÇ VE ÖNERİLER.....                                                                                                      | 72              |
| KAYNAKLAR.....                                                                                                                 | 74              |
| EKLER.....                                                                                                                     | 75              |
| ÖZGEÇMİŞ.....                                                                                                                  | 84              |

## ÖZET

Bu çalışmada 3 serbestlik dereceli paralel bir robot üzerine araştırmalar yapılmıştır. İlk olarak triglide (lineer delta) paralel robotun ters ve düz kinematik çözümleri analitik olarak elde edilmiştir. Yazarın bilgisi dahilinde, triglide paralel robotun düz kinematik çözümünün yapılan literatür araştırmasında, daha önce elde edilmediği görülmüştür. Triglidle paralel robotun Solidworks programında katı modellemesi yapılmıştır. Bulunan ters ve düz kinematik çözümler bu katı modelleme üzerinden test edilmiş ve triglide paralel robotun çalışma hacmi oluşturulmuştur. Lagrange yöntemi kullanılarak robotun hareket denklemleri elde edilmiştir. Bu hareket denklemleri kullanılarak sistemin Simulink modeli oluşturulmuştur. PID kontrol yöntemi kullanılarak 3 serbestlik dereceli triglide paralel robotun x, y ve z koordinatları kontrol edilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Paralel Robotlar, Triglidle, Kinematik, Dinamik, PID Kontrol.

## **SUMMARY**

### **Kinematics, Dynamics and Control of a 3 Degree of Freedom Parallel Robot**

In this study, the researches are studied on a 3 degree of freedom parallel robot. First, inverse and forward kinematics solutions of triglide (linear delta) parallel robot have been analytically obtained. Solid modelling of triglide parallel robot has been done in Solidworks programme. The obtained inverse and forward kinematics solutions have been tested by using this solid modelling and workspace of triglide parallel robot has been created. Equations of motion of the robot have been obtained by using Lagrange method. Simulink model of system has been built up by using these equations of motion. x, y and z coordinates of 3 degree of freedom triglide parallel robot have been controlled by using PID control method.

**Key Words:** Parallel Robots, Triglides, Kinematics, Dynamics, PID Control.

## ŞEKİLLER LİSTESİ

|                                                                                          | <u>Sayfa No</u> |
|------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|
| Şekil 1.1. Mars (Spine) paralel robot.....                                               | 2               |
| Şekil 1.2. MBARS paralel robot.....                                                      | 3               |
| Şekil 1.3. CPR paralel robot.....                                                        | 3               |
| Şekil 1.4. Delta paralel robot.....                                                      | 4               |
| Şekil 1.5. Star paralel robot.....                                                       | 5               |
| Şekil 1.6. Orthoglide paralel robot.....                                                 | 5               |
| Şekil 1.7. Tricept paralel robot.....                                                    | 6               |
| Şekil 1.8. Lineer star paralel robot.....                                                | 6               |
| Şekil 1.9. Triglidge (lineer delta) paralel robot.....                                   | 7               |
| Şekil 2.1. Sabit platform.....                                                           | 9               |
| Şekil 2.2. Hareketli platform.....                                                       | 9               |
| Şekil 2.3. Triglidge paralel robotun birinci kolu için vektörel kapalı çevrim.....       | 10              |
| Şekil 2.4. Triglidge paralel robotun ikinci kolu için vektörel kapalı çevrim .....       | 11              |
| Şekil 2.5. Triglidge paralel robotun üçüncü kolu için vektörel kapalı çevrim .....       | 12              |
| Şekil 2.6. Triglidge paralel robotun Solidworks'de katı modellemesinin yandan görünüşü   | 17              |
| Şekil 2.7. Triglidge paralel robotun Solidworks'de katı modellemesinin üstten görünüşü.. | 18              |
| Şekil 2.8. Lineer delta (triglidge) robotun çalışma hacmi.....                           | 19              |
| Şekil 5.1. Triglidge paralel robotun Simulink benzetimi.....                             | 62              |
| Şekil 5.2. Triglidge paralel robotun yörüngesi.....                                      | 63              |
| Şekil 5.3. $x_p$ 'nin $y_p$ 'ye göre grafiği.....                                        | 64              |
| Şekil 5.4. $x_p$ 'nin $z_p$ 'ye göre grafiği.....                                        | 65              |
| Şekil 5.5. $y_p$ 'nin $z_p$ 'ye göre grafiği.....                                        | 65              |
| Şekil 5.6. $x_p$ 'nin zamana göre değişimi.....                                          | 66              |
| Şekil 5.7. $y_p$ 'nin zamana göre değişimi.....                                          | 67              |
| Şekil 5.8. $z_p$ 'nin zamana göre değişimi.....                                          | 67              |
| Şekil 5.9. $x_p$ 'nin hızının zamana göre değişimi.....                                  | 68              |
| Şekil 5.10. $y_p$ 'nin hızının zamana göre değişimi.....                                 | 69              |

|                                                                   |    |
|-------------------------------------------------------------------|----|
| Şekil 5.11. $z_p$ 'nin hızının zamana göre değişimi .....         | 69 |
| Şekil 5.12. 1. motor kontrol sinyalinin zamana göre değişimi..... | 70 |
| Şekil 5.13. 2. motor kontrol sinyalinin zamana göre değişimi..... | 71 |
| Şekil 5.14. 3. motor kontrol sinyalinin zamana göre değişimi..... | 71 |

## **TABLÖLAR LİSTESİ**

### **Sayfa No**

|                                                                                    |    |
|------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tablo 4.1. Triglide paralel robot elemanlarının ağırlık merkezi koordinatları..... | 24 |
|------------------------------------------------------------------------------------|----|

## SEMBOLLER LİSTESİ

|             |                                                      |
|-------------|------------------------------------------------------|
| $q_1$       | : Birinci motorun yer değiştirme miktarı             |
| $q_2$       | : İkinci motorun yer değiştirme miktarı              |
| $q_3$       | : Üçüncü motorun yer değiştirme miktarı              |
| $L$         | : Paralelogramın uzunluğu                            |
| $R$         | : Sabit platformun yarıçapı                          |
| $r$         | : Hareketli platformun yarıçapı                      |
| $x_p$       | : Hareketli platformun ağırlık merkezinin x bileşeni |
| $y_p$       | : Hareketli platformun ağırlık merkezinin y bileşeni |
| $z_p$       | : Hareketli platformun ağırlık merkezinin z bileşeni |
| $J$         | : Jakobiyen                                          |
| $T$         | : Kinetik enerji                                     |
| $V$         | : Potansiyel enerji                                  |
| $m_{motor}$ | : Motorların kütlesi                                 |
| $m_p$       | : Paralelogramın kütlesi                             |
| $m_{tabla}$ | : Hareketli platformun kütlesi                       |
| $g$         | : Yer çekimi ivmesi                                  |
| $L$         | : Lagrange fonksiyonu                                |
| $F_1$       | : Birinci motorun uyguladığı kuvvet                  |
| $F_2$       | : İkinci motorun uyguladığı kuvvet                   |
| $F_3$       | : Üçüncü motorun uyguladığı kuvvet                   |
| $\partial$  | : Kısmi türev işareti                                |
| $F(t)$      | : Kontrol işareti                                    |
| $e(t)$      | : Hata                                               |
| $K_P$       | : Oransal kazanç katsayısı                           |
| $K_I$       | : İntegral kazanç katsayısı                          |
| $K_D$       | : Türevsel kazanç katsayısı                          |

## 1. GİRİŞ

Robotik, fiziksel aktivite ve karar verme gibi uygulamalarla bir görevi yürüterek insanların yerini alabilecek makinelerle ilgili çalışmaları içerir. Robotik, geleneksel mühendislik sınırlarını kesiştiren yeni bir modern teknoloji alanıdır. Robot, bir dizi verilen görev çerçevesinde çeşitli programlanmış hareketler ile materyalleri, parçaları, aletleri veya özel donanımları hareket ettirmek için tasarlanmış programlanabilir çok işlevli manipulatördür [1].

### 1.1. Paralel Robotlar

Üç temel robot yapısı mevcuttur. Bunlar seri, paralel ve hibrid yapılarıdır. Seri robotlar açık kinematik zincir yapısına, geniş çalışma hacmine ve üstün beceri kabiliyetine sahiptir. Bunların yanı sıra seri robotların düşük duyarlılık, zayıf kuvvet sarf etme yeteneği, ters kinematik çözümün zorluğu, hareketli bölümlerin yüksek ataleti ve motorların tabanda yerleştirilmemesi gibi dezavantajları mevcuttur.

Robot manipulatorleri için insan biçiminde olmayan paralel mimari, yüzyıllardır bilinmesine rağmen, yaklaşık olarak son 20 yıldır geliştirilmeye başlanmıştır. Bu mimari birkaç kinematik zincirle bir sabit platforma bağlı bir hareketli platformdan oluşur. Hareketli platformun hareketi kinematik zincirlerin uzantılarının eş zamanlı tahrikiyle başlar. Benzer bir şekilde, hareketli platform ile taşınan yük çeşitli kinematik zincirler tarafından desteklenir. Bu nedenle bu mimari paralel mimari olarak ifade edilir. Açık kinematik zincire sahip seri manipulatorlerin tersine, paralel manipulatorler kapalı kinematik zincirden meydana gelir. Paralel manipulatorler birkaç avantaj ve dezavantaj sergilerler. Paralel robotların dezavantajları sınırlı çalışma hacmi, düşük beceri kabiliyeti, karmaşık direk kinematik çözüm ve tekillikler gibi dezavantajlara sahiptir. Ancak paralel robotlar yüksek rijitlik, ters kinematik çözümün kolaylığı, hafiflik, yüksek doğruluk, hareketli bölümlerin düşük ataleti ve yüksek çeviklik gibi avantajlara sahiptir. Ters kinematik çözümün kolay olması kontrol edebilme kolaylığı sağlamaktadır. Hibrid robotlar hem paralel hem de seri robot yapılarını bir arada ihtiva etmektedir [2].

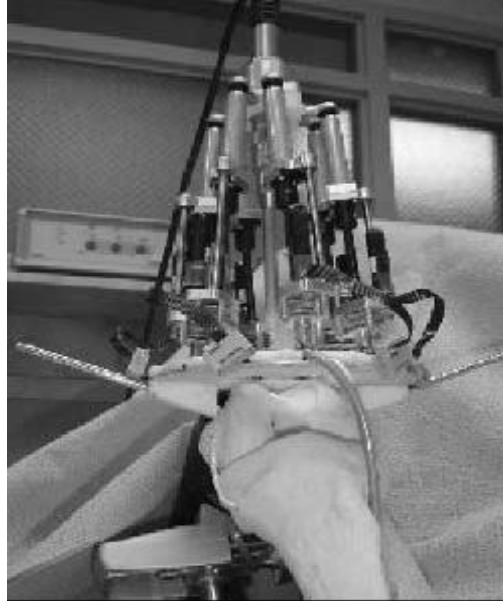
## 1.2. Tıbbi Uygulamalarda Paralel Robotlar

Robotlar yavaş yavaş Da Vinci veya Zeus gibi sistemlerle tıbbi alana giriyorlar [3-5]. Paralel yapılar da bu gelişimde rol almaya başladılar. Örneğin Brandt'ın Crigos sisteminde, ortopedik ameliyatlara için bir paralel robot kullanılmıştır. Başka bir örnek hastanın hareketlerini takip eden cerrahi bir robotun zorluğunu ele alır. Bu durum Mars (Spine) robotunun geliştirilmesini motive etmiştir. Şekil 1.1'de gösterilen Spine, yardımcı robot olarak Mazor tarafından üretilmiştir [6].



Şekil 1.1. Mars (Spine) paralel robot

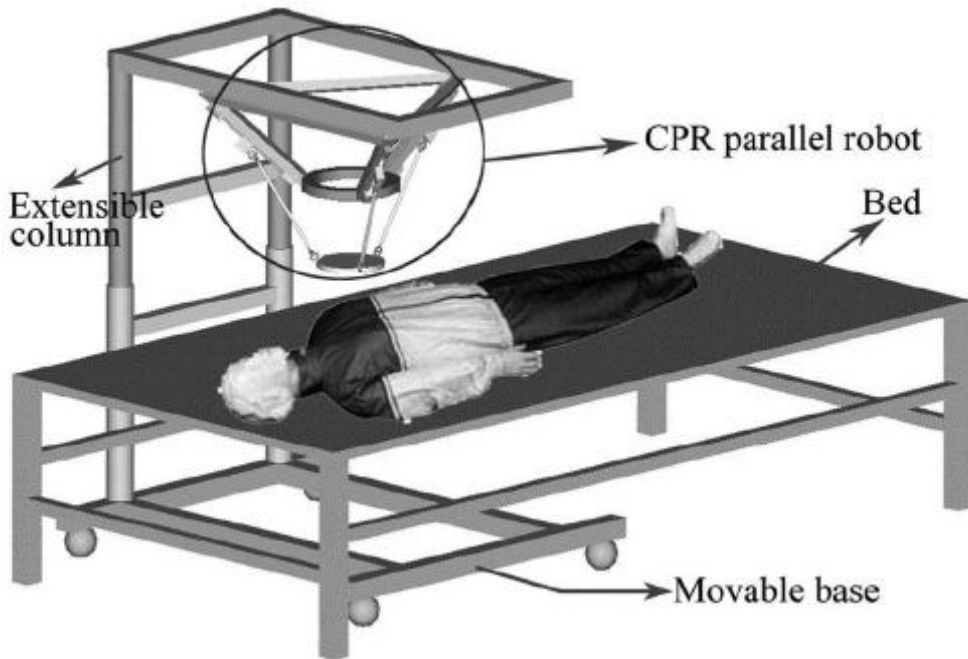
Diz için geliştirilen başka bir robot Şekil 1.2' deki MBARS'dır. Pahalı ve geniş skalalı olan robotlarla kıyaslandığında, Spine ve MBARS, küçük, uyarlanabilir ve nispeten düşük fiyatlı cerrahi robotların başka bir yaklaşımına doğru eğilimi arttırmıştır.



Şekil 1.2. MBARS paralel robot

Seri yapılarla karşılaştırıldıkları zaman paralel yapıların başka bir avantajını kullanmak mümkündür. Paralel yapılar ölçeklendirme etkisine çok daha az hassasdır, bu nedenle mikro robotlar için uygundurlar. Tıbbi uygulamalar için özellikle endoskopi için bu durum uygundur [6].

Diğer bir tıbbi paralel robot CPR'dir. Şekil 1.3'de verilen CPR Yangmin Li tarafından geliştirilmiştir [7].



Şekil 1.3.CPR paralel robot

Robot destekli ameliyat tıpta yeni bir eğilimdir. Bu tür ameliyatlarda, cerrah robotların yüksek doğruluk ve ulaşılabilirlik avantajlarını kullanarak kendi işini kolaylaştırmaktadır. Ayrıca ameliyatlarda robot yardımcı kullanma, cerraha ameliyathanedeki insan yardımcılarının sayısında azalma ve rutin görevlerde azalma gibi avantajlar sağlar. Bunlara ek olarak robotun yeteneklerini kullanarak cerrah, robotun tekrarlanabilirliği, hareket değişmezliği ve doğruluğu ile onun kendi becerilerini tamamlayabilir.

Seri ve paralel robot yapılarından gerçek ihtiyaçlarla en uyumlusu paralel robot yapısıdır. Hantal seri robot yapılarının tersine küçük ve hafif paralel yapılar, ameliyathanede robotun yer değiştirmesini kolaylaştırır, gerekli boşluğun korunmasını sağlar ve kapalı perdeyle robot örtülerek kolay sterilizasyona izin verir. Eğer doğru tasarlanırsa paralel robotların kısmen küçük çalışma hacmi önemli bir güvenlik vasfı ortaya çıkarabilir. Paralel robotlar güvenli bir şekilde yakın tekillikle hareket eder. Robot tekil bir konuma doğru bir yol izlediği zaman, motorlardan ihtiyaç duyulan kuvvetler yüksek değerlere ulaşır. Seri robotlarda tekil konumlar mafsal hızlarının çok yüksek değerleriyle birlikte anılır. Bu durum tehlikeli bir unsur ortaya çıkarır. Paralel robotlar aynı duyarlılığa sahip seri robotlarla karşılaştırıldığında zaman daha düşük fiyatlarla duyarlılığı sağlar. Bazı duyarlılık bölümleri seri robotlarla başarılamayabilir [8-12].

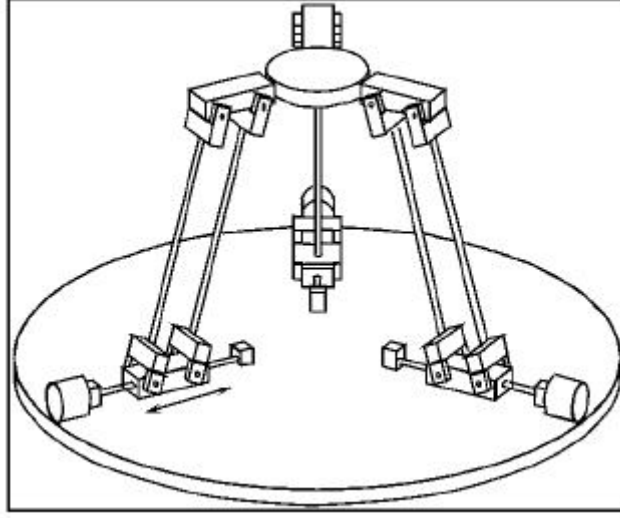
### 1.3. Üç Serbestlik Dereceli Paralel Robotlar

Aktarmada üç serbestlik dereceli manipulatorler toplama ve yerleştirme, makine işlemleri gibi durumlarda çoğunlukla kullanılırlar.



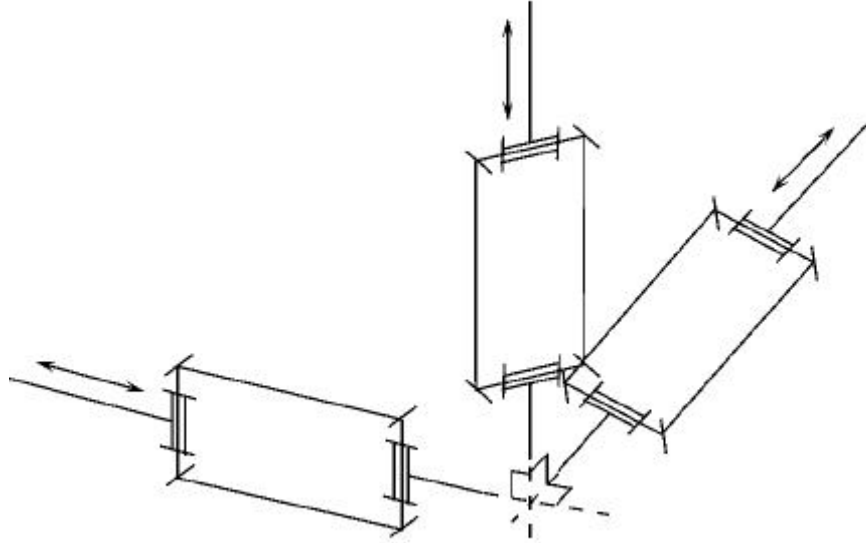
Şekil 1.4. Delta paralel robot

Üç serbestlik dereceli en popüler robot Şekil 1.4'de gösterilen deltadır. İlk olarak bu robot Clavel tarafından Ecole Polytechnique Lausanne de geliştirilmiştir.



Şekil 1.5. Star paralel robot

Herve tarafından geliştirilen bu ailenin başka bir üyesi, platformun iki dönel serbestlik derecesiyle her bir kolun kısıtlandığı Şekil 1.5’ deki star robottur.



Şekil 1.6. Orthoglide paralel robot

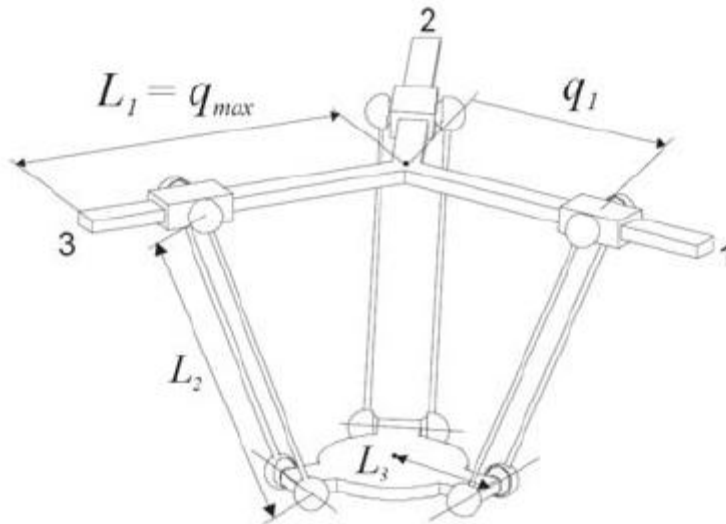
Aynı ailenin başka bir ilginç üyesi makine-aracı uygulamaları için geliştirilen Şekil 1.6’ da gösterilen orthoglide robottur. Bu robotun ana özelliği faydalı çalışma alanında, homejen kinematik performans sunmasıdır. Wenger tarafından geliştirilmiştir.



Şekil 1.7. Tricept paralel robot

3 serbestlik dereceli başka bir robot Neumann tarafından geliştirilmiş olan Şekil 1.7'deki tricept'tir [13].

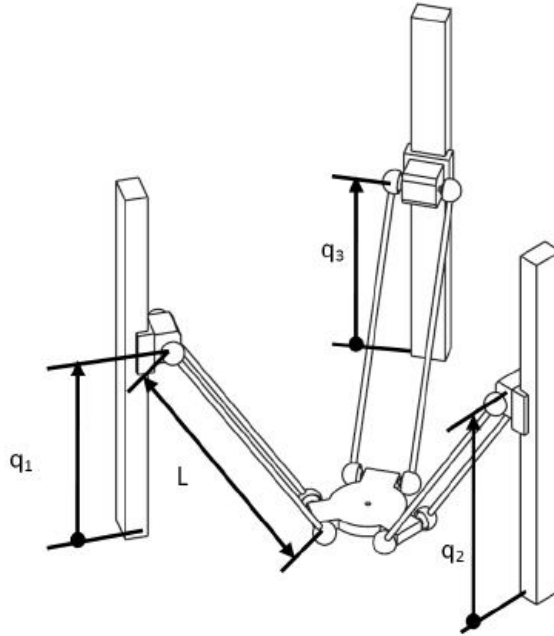
Bu ailenin diğer bir üyesi Şekil 1.8'deki lineer star robottur [14].



Şekil 1.8. Lineer star paralel robot

Lineer delta ve delta gibi robotlar tıbbi alanda en çok kullanılan paralel robotlardır. Delta robot son yıllarda dünyada yoğun uygulama alanı bulmuş olan paralel manipulatörler türlerinden biridir. Delta robot sisteminde, sabit bir uzuv üzerine monte edilmiş 3 aktüatör vasıtasıyla bir plakanın (uç işlevci) çalışma uzayı içerisindeki herhangi bir konuma (x, y, z)

hareketi sağlanabilmektedir. Her aktüatöre bağlanan kol tahrik edilmektedir ve kollar uç işlevci plakasına paralelogram mekanizmaları ile bağlıdır. Dolayısı ile sabit düzlem ile hareketli plaka her zaman paralel olmak durumundadır. Aktüatörlerin küçük bir hareketi ile sistem yüksek ivmelere çıkabilir ve çok hızlı konumlanabilir. Sistemin rijitliği seçilen kolların rijitliğine ve mafsallardaki boşluklara bağlıdır. İmalat kalitesindeki en küçük sapmalar sistemin tekrarlama hassasiyetini yüksek miktarda etkiler. Lineer delta robot (triglidge), delta robotun biraz daha basitleştirilmiş hali olup 3 serbestlik dereceli paralel bir robottur. Lineer delta robotta 3 kol mevcut olup, bu kollar lineer motorlarla hareket ettirilebilmektedir. Şekil 1.9’da lineer delta robot görülmektedir. Lineer delta robotun en büyük avantajı z yönünde sonsuz bir hareket alanına imkan vermesidir. x ve y yönünde sınırlı bir alanda hareket edebilmesine rağmen, lineer delta robot kullanım amacına göre uygun bir robot tercihi olabilir. Özellikle tıbbi alanlarda kanserli bir hücrenin kesilip alınması gibi operasyonlarda kullanılabilir [12,15].



Şekil 1.9. Triglidge (lineer delta) paralel robot

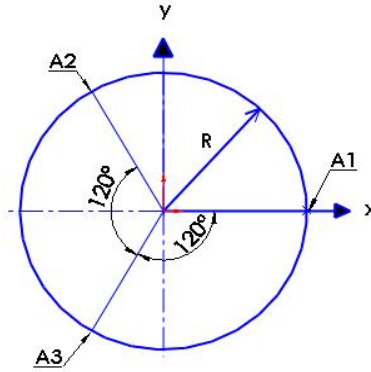
Bu çalışmada, uygulamada en çok kullanılan paralel robotlardan biri olan üç serbestlik dereceli triglidge paralel robotun ters ve düz kinematik çözümleri, dinamiği elde edilecek ve son olarak PID kontrol yöntemi ile denetimi gerçekleştirilecektir.

Bölüm 2, triglidge paralel robotun düz ve ters kinematik çözümlerinin elde edilmesini, düz ve ters kinematik çözümlerin doğruluğunun test edilmesini ve triglidge paralel robotun

Çalışma hacminin elde edilmesini, Bölüm 3, triglide paralel robotun jakobyen matrisinin elde edilmesini, Bölüm 4, Lagrange yöntemiyle triglide paralel robotun dinamik analizinin yapılarak hareket denklemlerinin elde edilmesini, Bölüm 5, PID kontrol yöntemi kullanılarak triglide paralel robotun kontrol edilmesini ve Bölüm 6, sonuç ve önerileri kapsamaktadır.

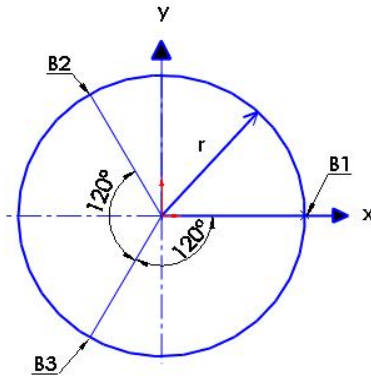
## 2. TRİGLİDE PARALEL ROBOTUN TERS VE DÜZ KİNEMATİK ÇÖZÜMLERİ

Şekil 2.1’de gösterilen sabit platform, lineer motorların hareket ettiği sabit direklerin en alt noktası olarak seçilmiştir. Sabit eksen takımı ise sabit platformun orta noktasına Şekil 2.1’de gösterildiği gibi yerleştirilmiştir. z yönü yerçekimi doğrultusunda seçilmiştir.



Şekil 2.1. Sabit platform

Sabit ve hareketli platform üzerindeki 1,2 ve 3 indisleri Şekil 1.9’da gösterilen  $q_1$ ,  $q_2$  ve  $q_3$  değişkenlerinin bulunduğu sabit direklere paralel olarak seçilmiştir. Sabit direkler aralarında  $120^\circ$  lik açı olacak şekilde konumlandırılmıştır.



Şekil 2.2. Hareketli platform

Şekil 2.1 ve 2.2’de gösterildiği gibi sabit ve hareketli platformlar dairesel olup, yarıçapları R ve r’dir. Sabit platformun sabit direklere değdiği noktalar  $A_1$ ,  $A_2$  ve  $A_3$ ’dür. Denklem (2.1)’de bu noktaların x, y ve z koordinatları verilmiştir.

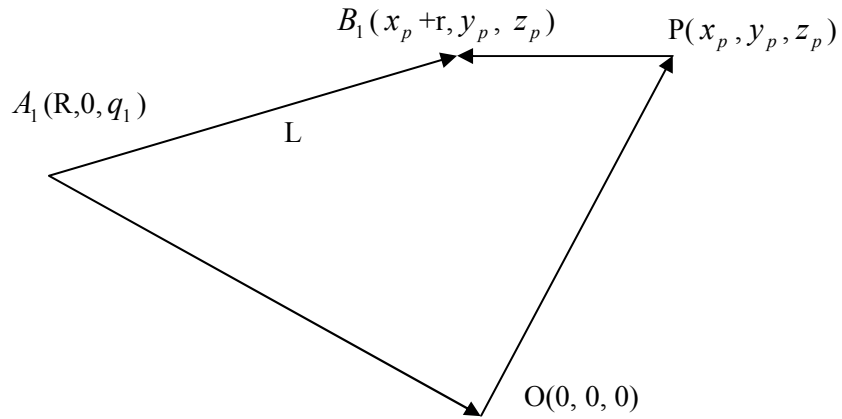
$$\begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & -\frac{R}{2} & -\frac{R}{2} \\ 0 & \frac{R\sqrt{3}}{2} & -\frac{R\sqrt{3}}{2} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Hareketli platformun paralelogramlara bağlandığı noktalar  $B_1$ ,  $B_2$  ve  $B_3$  noktalarıdır. Denklem (2.2)'de bu noktaların x, y ve z koordinatları verilmiştir.

$$\begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r & -\frac{r}{2} & -\frac{r}{2} \\ 0 & \frac{r\sqrt{3}}{2} & -\frac{r\sqrt{3}}{2} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

## 2.1. Ters Kinematik Çözümler

Triglide paralel robotun ters kinematik çözümünü elde etmek için her bir kola vektörel kapalı çevrim yöntemi uygulandı. Şekil 2.3'de triglide paralel robotun birinci kolu için vektörel kapalı çevrim gösterilmiştir.



**Şekil 2.3.** Triglide paralel robotun birinci kolu için vektörel kapalı çevrim

Şekil 2.3'den bileşke vektör yazılacak olursa denklem (2.3) elde edilir.

$$\vec{A_1O} + \vec{OP} + \vec{PB_1} = \vec{A_1B_1} = \vec{L} \quad (2.3)$$

Denklem (2.3)'de her bir vektörün bileşenleri yerine yazılırsa, denklem (2.4) bulunur.

$$(-R)\hat{i} + (-q_1)\hat{k} + x_p\hat{i} + y_p\hat{j} + z_p\hat{k} + r\hat{i} = \vec{L} \quad (2.4)$$

Denklem (2.4) düzenlenirse L vektörü denklem (2.5)'teki gibi elde edilir.

$$(r - R + x_p)\hat{i} + y_p\hat{j} + (z_p - q_1)\hat{k} = \vec{L} \quad (2.5)$$

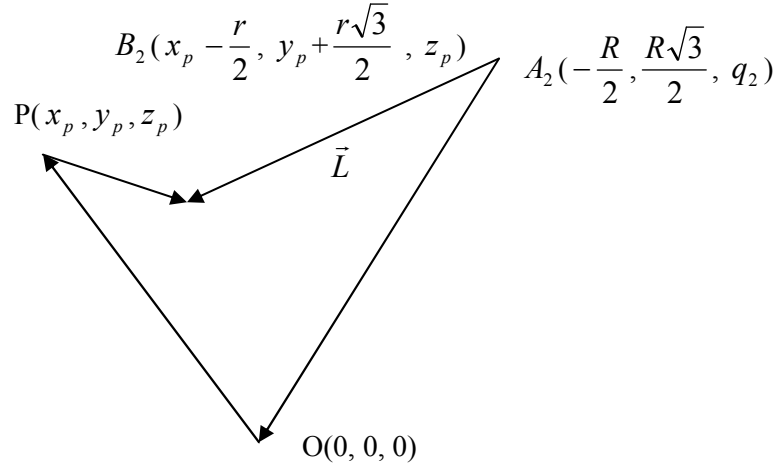
Buradan L vektörünün uzunluğu aşağıdaki gibi bulunur.

$$L^2 = (r - R + x_p)^2 + y_p^2 + (q_1 - z_p)^2 \quad (2.6)$$

Bu ifadeden  $q_1$  ifadesi yalnız bırakılıp çekilirse denklem (2.7) elde edilir.

$$q_1 = z_p + \sqrt{L^2 - (r - R + x_p)^2 - y_p^2} \quad (2.7)$$

Şekil 2.4'de triglide paralel robotun ikinci kolu için vektörel kapalı çevrim gösterilmiştir.



**Şekil 2.4.** Triglide paralel robotun ikinci kolu için vektörel kapalı çevrim

Şekil 2.4'den bileşke vektör yazılacak olursa denklem (2.8) elde edilir.

$$\vec{A_2O} + \vec{OP} + \vec{PB_2} = \vec{A_2B_2} = \vec{L} \quad (2.8)$$

Bu denklemde her bir vektörün bileşenleri yerine yazılırsa aşağıdaki ifade bulunur.

$$\left(\frac{R}{2}\right)\hat{i} + \left(-\frac{R\sqrt{3}}{2}\right)\hat{j} + (-q_2)\hat{k} + x_p\hat{i} + y_p\hat{j} + z_p\hat{k} + \left(-\frac{r}{2}\right)\hat{i} + \left(\frac{r\sqrt{3}}{2}\right)\hat{j} = \vec{L} \quad (2.9)$$

Bu denklemde gerekli düzenlemeler yapılırsa L vektörünü denklem (2.10)'daki gibi elde ederiz.

$$\left(\frac{(R-r)}{2} + x_p\right)\hat{i} + \left(\frac{(r-R)\sqrt{3}}{2} + y_p\right)\hat{j} + (z_p - q_2)\hat{k} = \vec{L} \quad (2.10)$$

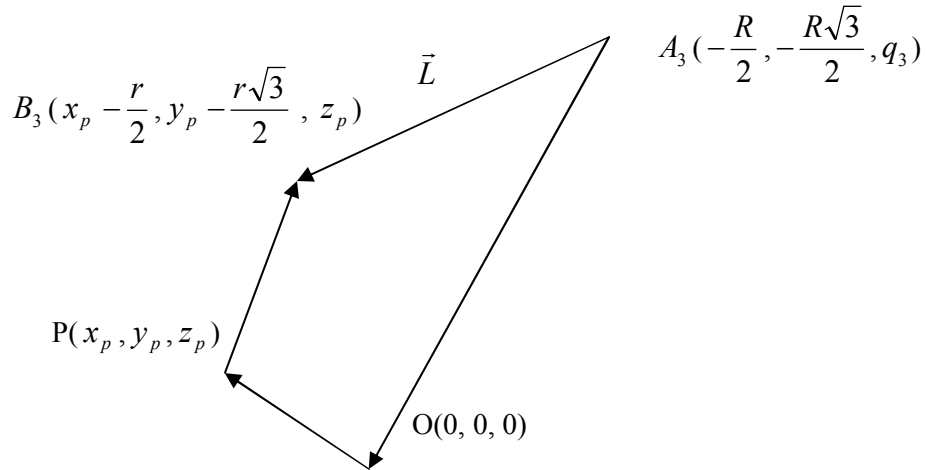
Buradan L vektörünün uzunluğu aşağıdaki gibi bulunur.

$$L^2 = \left(\frac{(R-r)}{2} + x_p\right)^2 + \left(\frac{(r-R)\sqrt{3}}{2} + y_p\right)^2 + (q_2 - z_p)^2 \quad (2.11)$$

Bu ifadeden  $q_2$  ifadesi yalnız bırakılıp çekilirse denklem (2.12) elde edilir.

$$q_2 = z_p + \sqrt{L^2 - \left(\frac{(R-r)}{2} + x_p\right)^2 - \left(\frac{(r-R)\sqrt{3}}{2} + y_p\right)^2} \quad (2.12)$$

Şekil 2.5'de triglide paralel robotun üçüncü kolu için vektörel kapalı çevrim gösterilmiştir.



Şekil 2.5. Triglide paralel robotun üçüncü kolu için vektörel kapalı çevrim

Şekil 2.5'den bileşke vektör yazılacak olursa denklem (2.13) elde edilir.

$$\vec{A_3O} + \vec{OP} + \vec{PB_3} = \vec{A_3B_3} = \vec{L} \quad (2.13)$$

Bu denklemde her bir vektörün bileşenleri yerine yazılırsa, denklem (2.14) bulunur.

$$\left(\frac{R}{2}\right)\hat{i} + \left(\frac{R\sqrt{3}}{2}\right)\hat{j} + (-q_3)\hat{k} + x_p\hat{i} + y_p\hat{j} + z_p\hat{k} + \left(-\frac{r}{2}\right)\hat{i} + \left(-\frac{r\sqrt{3}}{2}\right)\hat{j} = \vec{L} \quad (2.14)$$

Denklem (2.14)'de gerekli düzenlemeler yapılırsa, L vektörünü (2.15) nolu denklemdeki gibi elde ederiz.

$$\left(\frac{(R-r)}{2} + x_p\right)\hat{i} + \left(\frac{(R-r)\sqrt{3}}{2} + y_p\right)\hat{j} + (z_p - q_3)\hat{k} = \vec{L} \quad (2.15)$$

Buradan L vektörünün uzunluğu aşağıdaki gibi bulunur.

$$L^2 = \left(\frac{(R-r)}{2} + x_p\right)^2 + \left(\frac{(R-r)\sqrt{3}}{2} + y_p\right)^2 + (q_3 - z_p)^2 \quad (2.16)$$

Bu ifadeden  $q_3$  ifadesi yalnız bırakılıp çekilirse denklem (2.17) elde edilir.

$$q_3 = z_p + \sqrt{L^2 - \left(\frac{(R-r)}{2} + x_p\right)^2 - \left(\frac{(R-r)\sqrt{3}}{2} + y_p\right)^2} \quad (2.17)$$

Triglide paralel robot için elde edilen ters kinematik çözümler aşağıda verilmiştir.

$$q_1 = z_p + \sqrt{L^2 - (r - R + x_p)^2 - y_p^2} \quad (2.18)$$

$$q_2 = z_p + \sqrt{L^2 - \left(\frac{(R-r)}{2} + x_p\right)^2 - \left(\frac{(r-R)\sqrt{3}}{2} + y_p\right)^2} \quad (2.19)$$

$$q_3 = z_p + \sqrt{L^2 - \left(\frac{(R-r)}{2} + x_p\right)^2 - \left(\frac{(R-r)\sqrt{3}}{2} + y_p\right)^2} \quad (2.20)$$

## 2.2. Düz Kinematik Çözümler

(2.18) nolu denklem açılır ve  $(r - R)^2$  yerine  $(R - r)^2$  yazılırsa denklem (2.21) elde edilir.

$$x_p^2 + y_p^2 + z_p^2 + (R - r)^2 - L^2 + 2(r - R)x_p + q_1^2 - 2q_1z_p = 0 \quad (2.21)$$

Aynı şekilde (2.19) nolu denklem açılır ve  $(r - R)^2$  yerine  $(R - r)^2$  yazılırsa denklem (2.22) elde edilir.

$$x_p^2 + y_p^2 + z_p^2 + (R - r)^2 - L^2 + (R - r)x_p + \sqrt{3}(r - R)y_p + q_2^2 - 2q_2z_p = 0 \quad (2.22)$$

Son olarak (2.20) nolu denklem açılır ve  $(r - R)^2$  yerine  $(R - r)^2$  yazılırsa denklem (2.23) elde edilir.

$$x_p^2 + y_p^2 + z_p^2 + (R - r)^2 - L^2 + (R - r)x_p + \sqrt{3}(R - r)y_p + q_3^2 - 2q_3z_p = 0 \quad (2.23)$$

(2.21) nolu denklem (2.22) nolu denkleme eşitlenirse, denklem (2.24) elde edilir.

$$-3(R - r)x_p + \sqrt{3}(R - r)y_p + 2(q_2 - q_1)z_p = q_2^2 - q_1^2 \quad (2.24)$$

Benzer şekilde, (2.21) nolu denklem (2.23) nolu denkleme eşitlenirse, denklem (2.25) elde edilir.

$$-3(R - r)x_p - \sqrt{3}(R - r)y_p + 2(q_3 - q_1)z_p = q_3^2 - q_1^2 \quad (2.25)$$

Son olarak, (2.22) nolu denklem (2.23) nolu denkleme eşitlenirse, denklem (2.26) elde edilir.

$$-2\sqrt{3}(R - r)y_p + 2(q_3 - q_2)z_p = q_3^2 - q_2^2 \quad (2.26)$$

(2.24), (2.25) ve (2.26) nolu denklemlerin katsayılar matrisi oluşturulursa, denklem (2.27) elde edilir.

$$\begin{bmatrix} -3(R - r) & \sqrt{3}(R - r) & 2(q_2 - q_1) \\ -3(R - r) & -\sqrt{3}(R - r) & 2(q_3 - q_1) \\ 0 & -2\sqrt{3}(R - r) & 2(q_3 - q_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_2^2 - q_1^2 \\ q_3^2 - q_1^2 \\ q_3^2 - q_2^2 \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

$$\begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3(R - r) & \sqrt{3}(R - r) & 2(q_2 - q_1) \\ -3(R - r) & -\sqrt{3}(R - r) & 2(q_3 - q_1) \\ 0 & -2\sqrt{3}(R - r) & 2(q_3 - q_2) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} q_2^2 - q_1^2 \\ q_3^2 - q_1^2 \\ q_3^2 - q_2^2 \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

$$C = \begin{bmatrix} -3(R-r) & \sqrt{3}(R-r) & 2(q_2 - q_1) \\ -3(R-r) & -\sqrt{3}(R-r) & 2(q_3 - q_1) \\ 0 & -2\sqrt{3}(R-r) & 2(q_3 - q_2) \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

C matrisinin determinanı bulunduğu zaman, determinanın sıfıra eşit olduğu görülür. Bu durum C matrisinin tersinin olmadığını gösterir. Bu yoldan çözüme ulaşamaz. Başka bir yoldan çözüm elde edilmeye çalışılmıştır.

(2.26) nolu denklemde  $y_p$ ,  $z_p$  cinsinden ifade edilirse, denklem (2.30) elde edilir.

$$y_p = \frac{(q_3^2 - q_2^2 - 2(q_3 - q_2)z_p)}{-2\sqrt{3}(R-r)} = \frac{(q_2^2 - q_3^2 + 2(q_3 - q_2)z_p)}{2\sqrt{3}(R-r)} \quad (2.30)$$

Bulunan  $y_p$  ifadesi (2.24) nolu denklemde yerine koyulup  $x_p$ ,  $z_p$  cinsinden elde edilirse, denklem (2.31) aşağıdaki gibi bulunur.

$$x_p = \frac{2q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 - (4q_1 - 2q_2 - 2q_3).z_p}{6(R-r)} \quad (2.31)$$

Bulunan  $x_p$  ve  $y_p$  ifadelerini (2.7) nolu denklemde yerine koyup  $z_p$  ifadesi yalnız bırakılırsa, denklem (2.32) aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$\begin{aligned} & \left( q_1^2 - L^2 + (R-r)^2 - \frac{(2q_1^2 - q_2^2 - q_3^2)}{3} + \frac{(2q_1^2 - q_2^2 - q_3^2)^2}{36(R-r)^2} + \frac{(q_2^2 - q_3^2)^2}{12(R-r)^2} \right) \\ & + z_p \left( -2q_1 + \frac{2(2q_1 - q_2 - q_3)}{3} - \frac{2(2q_1^2 - q_2^2 - q_3^2)(2q_1 - q_2 - q_3)}{18(R-r)^2} + \frac{(q_2^2 - q_3^2)(q_3 - q_2)}{3(R-r)^2} \right) \\ & + z_p^2 \left( 1 + \frac{(4q_1 - 2q_2 - 2q_3)^2}{36(R-r)^2} + \frac{(q_3 - q_2)^2}{3(R-r)^2} \right) = 0 \end{aligned} \quad (2.32)$$

Denklem (2.32)'de kısaltma yapılırsa, denklem (2.33)'teki gibi ifade edilir.

$$az_p^2 + bz_p + c = 0 \quad (2.33)$$

Denklem (2.33)'deki a, b ve c ifadeleri sırasıyla denklem (2.34), (2.35) ve (2.36)'da verilmiştir.

$$a = 1 + \frac{(4q_1 - 2q_2 - 2q_3)^2}{36(R-r)^2} + \frac{(q_3 - q_2)^2}{3(R-r)^2} \quad (2.34)$$

$$b = -2q_1 + \frac{2(2q_1 - q_2 - q_3)}{3} - \frac{(2q_1^2 - q_2^2 - q_3^2)(2q_1 - q_2 - q_3)}{18(R-r)^2} + \frac{(q_2^2 - q_3^2)(q_3 - q_2)}{3(R-r)^2} \quad (2.35)$$

$$c = q_1^2 - L^2 + (R-r)^2 - \frac{(2q_1^2 - q_2^2 - q_3^2)}{3} + \frac{(2q_1^2 - q_2^2 - q_3^2)^2}{36(R-r)^2} + \frac{(q_2^2 - q_3^2)^2}{12(R-r)^2} \quad (2.36)$$

Denklem (2.33), ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklem çözüm yöntemi kullanılarak çözüldüğü zaman,  $z_p$  için denklem (2.37)'de görüldüğü gibi iki farklı çözüm bulunur.

$$z_{p1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (2.37)$$

Solidworks programındaki katı modellemekten eksili olan kökün gerçek kök olduğu görülmüştür. Denklem (2.38)  $z_p$  için düz kinematik çözümü vermektedir.

$$z_p = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (2.38)$$

Bulunan  $z_p$  ifadesi denklem (2.31) ve (2.32)'de yerine koyulduğu zaman,  $x_p$  ve  $y_p$  için düz kinematik çözümler denklem (2.39) ve (2.40)'daki gibi bulunur.

$$x_p = \frac{\left( 2q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 - (4q_1 - 2q_2 - 2q_3) \frac{(-b - \sqrt{b^2 - 4ac})}{2a} \right)}{6(R-r)} \quad (2.39)$$

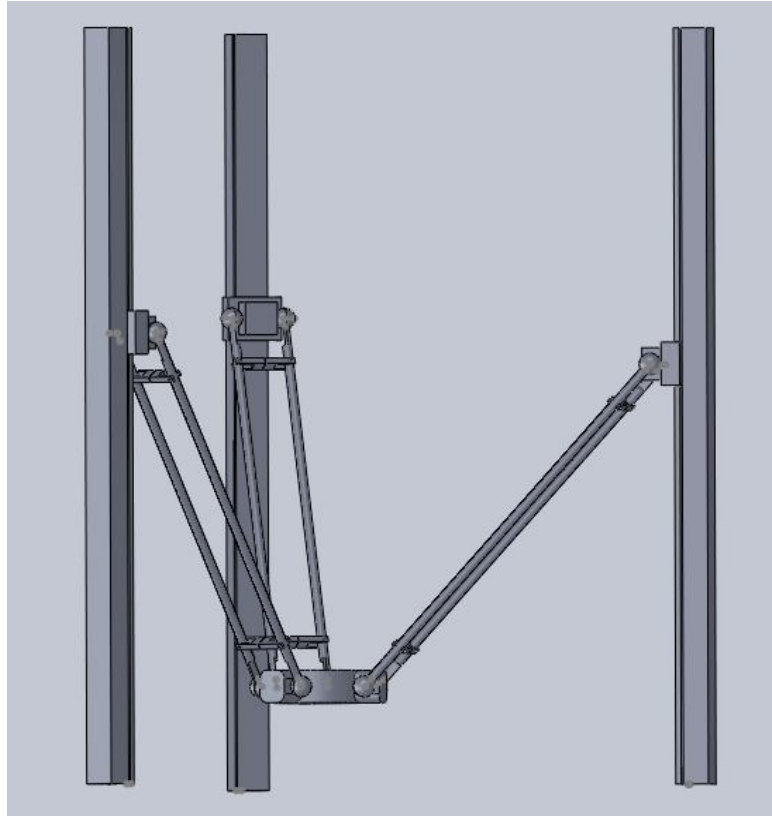
$$y_p = \frac{\left( q_2^2 - q_3^2 + 2q_3 - q_2 \right) \frac{(-b - \sqrt{b^2 - 4ac})}{2a}}{2\sqrt{3}(R - r)} \quad (2.40)$$

Düz kinematik çözümler, yazarın bilgisi dahilinde literatürde ilk defa elde edilmiştir.

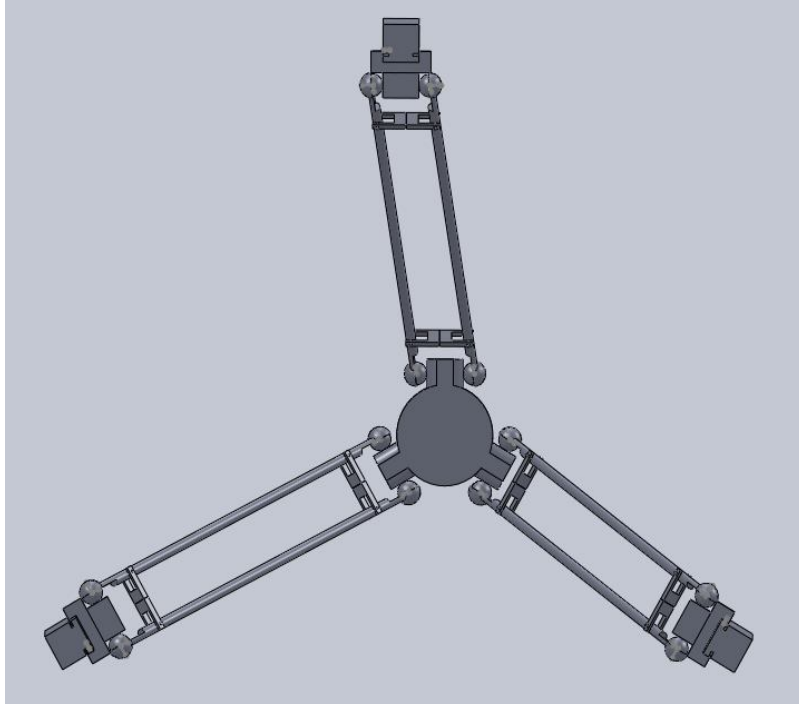
### 2.3. Ters ve Düz Kinematik Çözümlerin Doğruluğunun Test Edilmesi ve Triglide Paralel Robotun Çalışma Hacminin Çıkarılması

#### 2.3.1. Ters ve Düz Kinematik Çözümlerin Doğruluğunun Test Edilmesi

Triglide paralel robotun Solidworks programında katı modellemesi yapılmıştır. Şekil 2.6 ve Şekil 2.7’de bu katı modellemeye ait üstten ve yandan görünüşler görülmektedir.



**Şekil 2.6.** Triglide paralel robotun Solidworks’de katı modellemesinin yandan görünüşü



**Şekil 2.7.** Triglide paralel robotun Solidworks’de katı modellemesinin üstten görünüşü

Solidworks programında yapılan katı modellemeden faydalanılarak ters ve düz kinematik çözümlerin doğruluğu test edilmiştir. Bunun için ilk etapta triglide paralel robotun sabit değerleri ölçülmüştür. Bunlar  $R$ ,  $r$  ve  $L$  değerleridir. Daha sonra  $x_p$ ,  $y_p$  ve  $z_p$  değerleri farklı iki konum için ölçülmüştür. Bundan sonra ölçülen bu değerler ters kinematik çözümde yerlerine koyulup  $q_1$ ,  $q_2$  ve  $q_3$  değerleri Matlab programı yardımı ile hesaplanmıştır.

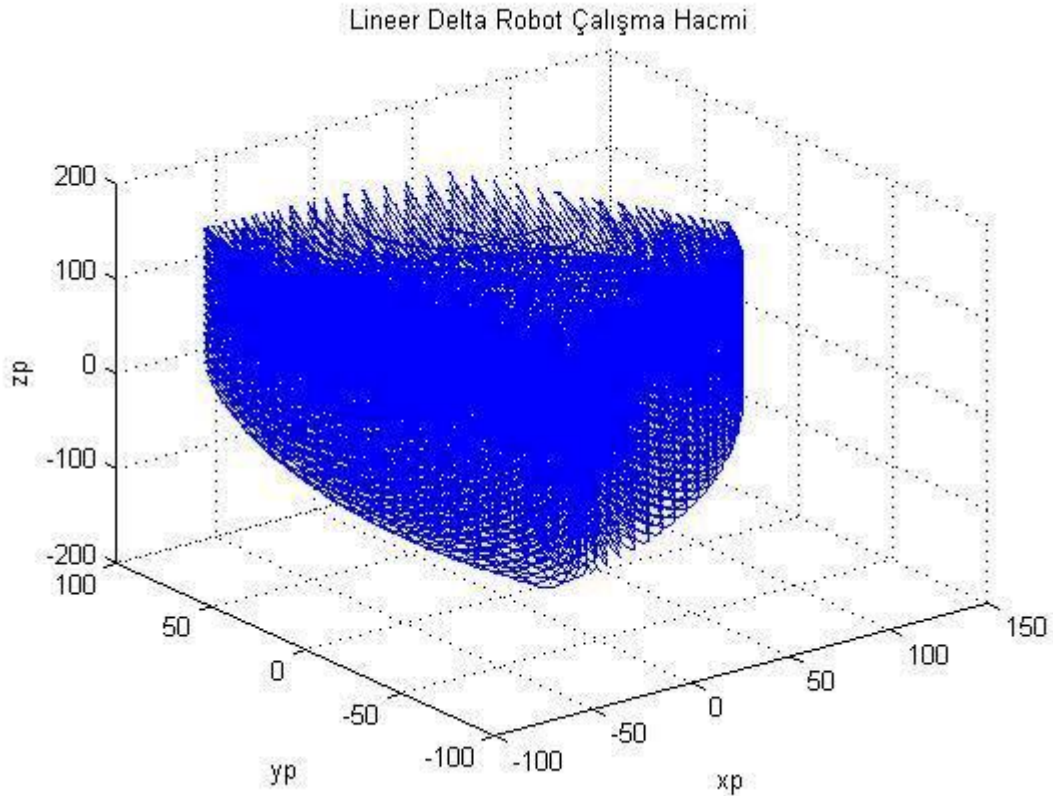
Ek A’da Matlab programında yapılan bu işlemler adım adım gösterilmiştir. Hesaplanan  $q_1$ ,  $q_2$  ve  $q_3$  değerlerinin  $x_p$ ,  $y_p$  ve  $z_p$  konumlarına karşılık gelen  $q_1$ ,  $q_2$  ve  $q_3$  değerlerine yakın değerler çıktığı görülmüştür. Bu sonuç bulunan ters kinematik çözüm denklemlerinin doğru olduğunu ispatlamaktadır.

İşlemi tersten gerçekleştirerek bu kez triglide paralel robotun bulunan düz kinematik çözüm denklemlerinin doğruluğu ispatlanmıştır. Bu kez ölçülen  $q_1$ ,  $q_2$  ve  $q_3$  değerleri düz kinematik çözüm denklemlerinde yerlerine koyularak, bunlara karşılık gelen  $x_p$ ,  $y_p$  ve  $z_p$  konum değerleri Matlab programı yardımıyla hesaplanmıştır.

Ek B’de Matlab programında yapılan bu işlemler adım adım gösterilmiştir. Hesaplanan  $x_p$ ,  $y_p$  ve  $z_p$  konum değerlerinin  $q_1$ ,  $q_2$  ve  $q_3$  değerlerine karşılık gelen  $x_p$ ,  $y_p$  ve  $z_p$  konum değerlerine yakın değerler çıktığı görülmüştür.

### 2.3.2. Triglide Paralel Robotun Çalışma Hacmi

Şekil 2.8’de görüldüğü gibi triglide paralel (lineer delta) robot’un çalışma uzayı yarım küre şeklindedir. Bu çalışma hacminin geniş olduğunu göstermektedir. Özellikle  $z_p$  yönündeki çalışma uzayı, robotun imalat boyutlarına bağlı olarak arttırılabilmektedir.



Şekil 2.8. Lineer delta (triglide) robot çalışma hacmi

Triglide paralel robotun çalışma hacmini çıkarmak için Matlab programından faydalanılmıştır. Bunun için yazılan program Ek C’de verilmiştir.

### 3. TRİGLİDE PARALEL ROBOTUN JAKOBYEN MATRİSİ

Jakobyen matrisi tekil noktaların bulunmasında önemlidir. Jakobyen matrisi sıfıra eşitlendiği zaman bulunan noktalar, robotun çalışma uzayı dışına çıktığı noktalar veya kilitlendiği noktalardır. Denklem (3.1)'de triglide paralel robotun jakobyen matrisi ifade edilmiştir.

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_p}{\partial q_1} & \frac{\partial y_p}{\partial q_1} & \frac{\partial z_p}{\partial q_1} \\ \frac{\partial x_p}{\partial q_2} & \frac{\partial y_p}{\partial q_2} & \frac{\partial z_p}{\partial q_2} \\ \frac{\partial x_p}{\partial q_3} & \frac{\partial y_p}{\partial q_3} & \frac{\partial z_p}{\partial q_3} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

$\frac{\partial z_p}{\partial q_1}$  ifadesi, denklem (3.2)'de verilmiştir.

$$\frac{\partial z_p}{\partial q_1} = \frac{\frac{\partial a}{\partial q_1}(b + \sqrt{b^2 - 4ac}) - a \frac{\partial b}{\partial q_1}}{2a^2} + \frac{2 \frac{\partial a}{\partial q_1} c + 2a \frac{\partial c}{\partial q_1} - b \frac{\partial b}{\partial q_1}}{2a\sqrt{b^2 - 4ac}} \quad (3.2)$$

Denklem (3.2)'deki  $\frac{\partial a}{\partial q_1}$ ,  $\frac{\partial b}{\partial q_1}$  ve  $\frac{\partial c}{\partial q_1}$  ifadeleri sırasıyla aşağıdaki gibi bulunmuştur.

$$\frac{\partial a}{\partial q_1} = \frac{2(4q_1 - 2q_2 - 2q_3)}{9(R - r)^2} \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial b}{\partial q_1} = -\frac{2}{3} - \frac{2q_1(4q_1 - 2q_2 - 2q_3)}{9(R - r)^2} - \frac{2(2q_1^2 - q_2^2 - q_3^2)}{9(R - r)^2} \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial c}{\partial q_1} = \frac{2q_1}{3} + \frac{2q_1(2q_1^2 - q_2^2 - q_3^2)}{9(R - r)^2} \quad (3.5)$$

$\frac{\partial y_p}{\partial q_1}$  ifadesi, denklem (3.6)'daki gibi elde edilmiştir.

$$\frac{\partial y_p}{\partial q_1} = \frac{(q_3 - q_2) \frac{\partial z_p}{\partial q_1}}{\sqrt{3}(R - r)} \quad (3.6)$$

$\frac{\partial x_p}{\partial q_1}$  ifadesi, denklem (3.7)'de ifade edilmektedir.

$$\frac{\partial x_p}{\partial q_1} = \frac{4q_1 - 4z_p - (4q_1 - 2q_2 - 2q_3) \frac{\partial z_p}{\partial q_1}}{6(R - r)} \quad (3.7)$$

Denklem (3.6) ve (3.7)'deki  $\frac{\partial z_p}{\partial q_1}$  ifadesi daha önce denklem (3.2)'de elde edilmiştir.

$\frac{\partial z_p}{\partial q_2}$  ifadesi, denklem (3.8)'deki gibi bulunur.

$$\frac{\partial z_p}{\partial q_2} = \frac{\frac{\partial a}{\partial q_2}(b + \sqrt{b^2 - 4ac}) - a \frac{\partial b}{\partial q_2}}{2a^2} + \frac{2 \frac{\partial a}{\partial q_2} c + 2a \frac{\partial c}{\partial q_2} - b \frac{\partial b}{\partial q_2}}{2a\sqrt{b^2 - 4ac}} \quad (3.8)$$

Denklem (3.8)'deki  $\frac{\partial a}{\partial q_2}$ ,  $\frac{\partial b}{\partial q_2}$  ve  $\frac{\partial c}{\partial q_2}$ , sırasıyla denklem (3.9), (3.10) ve (3.11)'de verilmiştir.

$$\frac{\partial a}{\partial q_2} = -\frac{(4q_1 - 2q_2 - 2q_3)}{9(R - r)^2} - \frac{2(q_3 - q_2)}{3(R - r)^2} \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial b}{\partial q_2} = -\frac{2}{3} + \frac{2q_2(2q_1^2 - q_2^2 - q_3^2)(2q_1 - q_2 - q_3)}{9(R - r)^2} + \frac{2q_2(q_3 - q_2) - (q_2^2 - q_3^2)}{3(R - r)^2} \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial c}{\partial q_2} = \frac{2q_2}{3} - \frac{q_2(2q_1^2 - q_2^2 - q_3^2)}{9(R - r)^2} + \frac{q_2(q_2^2 - q_3^2)}{3(R - r)^2} \quad (3.11)$$

$\frac{\partial y_p}{\partial q_2}$  ifadesi, denklem (3.12)'daki gibi elde edilmiştir.

$$\frac{\partial y_p}{\partial q_2} = \frac{q_2 - z_p + (q_3 - q_2) \frac{\partial z_p}{\partial q_2}}{\sqrt{3}(R - r)} \quad (3.12)$$

$\frac{\partial x_p}{\partial q_2}$  ifadesi, denklem (3.13)'de ifade edilmektedir.

$$\frac{\partial x_p}{\partial q_2} = \frac{-2q_2 + 2z_p - (4q_1 - 2q_2 - 2q_3) \frac{\partial z_p}{\partial q_2}}{6(R-r)} \quad (3.13)$$

Denklem (3.12) ve (3.13)'deki  $\frac{\partial z_p}{\partial q_2}$  ifadesi daha önce denklem (3.8)'de elde edilmiştir.

$\frac{\partial z_p}{\partial q_3}$  ifadesi, denklem (3.14)'de verilmiştir.

$$\frac{\partial z_p}{\partial q_3} = \frac{\frac{\partial a}{\partial q_3}(b + \sqrt{b^2 - 4ac}) - a \frac{\partial b}{\partial q_3}}{2a^2} + \frac{2 \frac{\partial a}{\partial q_3} c + 2a \frac{\partial c}{\partial q_3} - b \frac{\partial b}{\partial q_3}}{2a\sqrt{b^2 - 4ac}} \quad (3.14)$$

Denklem (3.14)'deki  $\frac{\partial a}{\partial q_3}$ ,  $\frac{\partial b}{\partial q_3}$  ve  $\frac{\partial c}{\partial q_3}$  ifadeleri sırasıyla denklem (3.15), (3.16) ve (3.17)'de ifade edilmiştir.

$$\frac{\partial a}{\partial q_3} = -\frac{(4q_1 - 2q_2 - 2q_3)}{9(R-r)^2} + \frac{2(q_3 - q_2)}{3(R-r)^2} \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial b}{\partial q_3} = -\frac{2}{3} + \frac{2q_3(2q_1 - q_2 - q_3)(2q_1^2 - q_2^2 - q_3^2)}{9(R-r)^2} + \frac{(q_2^2 - q_3^2) - 2q_3(q_3 - q_2)}{3(R-r)^2} \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial c}{\partial q_3} = \frac{2q_2}{3} - \frac{q_3(2q_1^2 - q_2^2 - q_3^2)}{9(R-r)^2} - \frac{q_3(q_2^2 - q_3^2)}{3(R-r)^2} \quad (3.17)$$

$\frac{\partial y_p}{\partial q_3}$  ifadesi, denklem (3.18)'deki gibi elde edilmiştir.

$$\frac{\partial y_p}{\partial q_3} = \frac{-q_3 + z_p + (q_3 - q_2) \frac{\partial z_p}{\partial q_3}}{\sqrt{3}(R-r)} \quad (3.18)$$

Son olarak  $\frac{\partial x_p}{\partial q_3}$  ifadesi, denklem (3.19)'da ifade edilmektedir.

$$\frac{\partial x_p}{\partial q_3} = \frac{-2q_3 + 2z_p - (4q_1 - 2q_2 - 2q_3) \frac{\partial z_p}{\partial q_3}}{6(R-r)} \quad (3.19)$$

Denklem (3.18) ve (3.19)'daki  $\frac{\partial z_p}{\partial q_3}$  ifadesi daha önce denklem (3.14)'de verilmiştir.

#### 4. TRİGLİDE PARALEL ROBOTUN DİNAMİĞİ

Tablo 4.1’de triglide paralel robot elemanlarının ağırlık merkezi koordinatları verilmiştir. Elemanların ağırlık merkezi koordinatları kullanılarak, Lagrange yöntemiyle sistemin dinamiği elde edilmiştir. Sürtünmeler ve dönmeler ihmal edilerek hareket denklemi çıkarılmıştır. Bu bölümde motorlar, paralelogramlar ve hareketli platformdan oluşan sistemin hareket denklemleri çıkarılmıştır.

Motorlar, paralelogramlar ve hareketli platform dikkate alınarak sistemin toplam kinetik enerjisi yazılacak olursa, sistemin toplam kinetik enerjisi denklem (4.1)’deki gibi ifade edilir.

**Tablo 4.1.** Triglilde paralel robot elemanlarının ağırlık merkezi koordinatları

|                                    |                                                                                                          |
|------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. Motor Ağırlık Merkezi           | $(R, 0, q_1)$                                                                                            |
| 2. Motor Ağırlık Merkezi           | $\left(-\frac{R}{2}, \frac{R\sqrt{3}}{2}, q_2\right)$                                                    |
| 3. Motor Ağırlık Merkezi           | $\left(-\frac{R}{2}, -\frac{R\sqrt{3}}{2}, q_3\right)$                                                   |
| 1. Paralelogram Ağırlık Merkezi    | $\left(\frac{(x_p + r + R)}{2}, \frac{y_p}{2}, \frac{(z_p + q_1)}{2}\right)$                             |
| 2. Paralelogram Ağırlık Merkezi    | $\left(\frac{(2x_p - R - r)}{4}, \frac{(2y_p + R\sqrt{3} + r\sqrt{3})}{4}, \frac{(z_p + q_2)}{2}\right)$ |
| 3. Paralelogram Ağırlık Merkezi    | $\left(\frac{(2x_p - R - r)}{4}, \frac{(2y_p - R\sqrt{3} - r\sqrt{3})}{4}, \frac{(z_p + q_3)}{2}\right)$ |
| Hareketli Platform Ağırlık Merkezi | $(x_p, y_p, z_p)$                                                                                        |

$$T = \frac{1}{2} m_{motor} (\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2 + \dot{q}_3^2) + \frac{1}{2} m_p \left( \frac{\dot{x}_p^2}{4} + \frac{\dot{y}_p^2}{4} + \frac{(\dot{z}_p + \dot{q}_1)^2}{4} + \frac{\dot{x}_p^2}{4} + \frac{\dot{y}_p^2}{4} + \frac{(\dot{z}_p + \dot{q}_2)^2}{4} + \frac{\dot{x}_p^2}{4} + \frac{\dot{y}_p^2}{4} + \frac{(\dot{z}_p + \dot{q}_3)^2}{4} \right)$$

$$+ \frac{1}{2} m_{tabla} (\dot{x}_p^2 + \dot{y}_p^2 + \dot{z}_p^2) \quad (4.1)$$

Denklem (4.1)'deki benzer terimler bir araya getirilirse denklem (4.2) elde edilir.

$$T = \frac{1}{2} m_{motor} (\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2 + \dot{q}_3^2) + \frac{1}{8} m_p (3\dot{x}_p^2 + 3\dot{y}_p^2 + 3\dot{z}_p^2 + 2\dot{z}_p (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3) + \dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2 + \dot{q}_3^2) + \frac{1}{2} m_{tabla} (\dot{x}_p^2 + \dot{y}_p^2 + \dot{z}_p^2) \quad (4.2)$$

Daha sonra motorlar, paralelogramlar ve hareketli platform dikkate alınarak sistemin toplam potansiyel enerjisi yazılacak olursa, sistemin toplam potansiyel enerjisi denklem (4.3)'deki gibi bulunur.

$$V = m_{motor} g(q_1 + q_2 + q_3) + m_p g \left( \frac{z_p + q_1}{2} + \frac{z_p + q_2}{2} + \frac{z_p + q_3}{2} \right) + m_{tabla} g z_p \quad (4.3)$$

Sistemin toplam potansiyel enerjisinin düzenlenmiş hali denklem (4.4)'de verilmiştir.

$$V = m_{motor} g(q_1 + q_2 + q_3) + m_p g \left( \frac{q_1 + q_2 + q_3}{2} + \frac{3z_p}{2} \right) + m_{tabla} g z_p \quad (4.4)$$

Sonuç olarak, Lagrange fonksiyonu denklem (4.5)'de ifade edilmiştir.

$$L = T - V \quad (4.5)$$

Sistemin toplam kinetik ve potansiyel enerji ifadeleri denklem (4.5)'de yerine koyulursa sistemin Lagrange fonksiyonu denklem (4.6)'daki gibi elde edilir.

$$L = \frac{1}{2} m_{motor} (\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2 + \dot{q}_3^2) + \frac{1}{8} m_p (3\dot{x}_p^2 + 3\dot{y}_p^2 + 3\dot{z}_p^2 + 2\dot{z}_p (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3) + \dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2 + \dot{q}_3^2) + \frac{1}{2} m_{tabla} (\dot{x}_p^2 + \dot{y}_p^2 + \dot{z}_p^2) - m_{motor} g(q_1 + q_2 + q_3) - m_p g \left( \frac{q_1 + q_2 + q_3}{2} + \frac{3z_p}{2} \right) - m_{tabla} g z_p \quad (4.6)$$

Buradan  $q_1$  için hareket denklemi denklem (4.7)'deki gibi yazılır.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_1} = F_1 \quad (4.7)$$

Denklem (4.7)'deki  $\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1}$  ifadesi denklem (4.8) olarak aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1} = & \frac{1}{2} m_{motor} 2\dot{q}_1 + \frac{1}{8} m_p \left( 3 \frac{\partial \dot{x}_p^2}{\partial \dot{q}_1} + 3 \frac{\partial \dot{y}_p^2}{\partial \dot{q}_1} + 3 \frac{\partial \dot{z}_p^2}{\partial \dot{q}_1} + 2 \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3) + 2\dot{z}_p + 2\dot{q}_1 \right) \\ & + \frac{1}{2} m_{tabla} \left( \frac{\partial \dot{x}_p^2}{\partial \dot{q}_1} + \frac{\partial \dot{y}_p^2}{\partial \dot{q}_1} + \frac{\partial \dot{z}_p^2}{\partial \dot{q}_1} \right) \end{aligned} \quad (4.8)$$

Ayrıca, denklem (4.8) düzenlenirse  $\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1}$  denklem (4.9)'daki gibi bulunur.

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1} = & m_{motor} \dot{q}_1 + \frac{1}{4} m_p \left( 3 \left( \dot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_1} + \dot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_1} + \dot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} \right) + \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3) + \dot{z}_p + \dot{q}_1 \right) \\ & + m_{tabla} \left( \dot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_1} + \dot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_1} + \dot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} \right) \end{aligned} \quad (4.9)$$

Yukarıdaki denklemde verilen  $\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1}$  ifadesinin zamana göre türevi alınır, denklem

(4.10) elde edilir.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1} \right) = & m_{motor} \ddot{q}_1 \\ & + \frac{3}{4} m_p \left( \ddot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_1} + \dot{x}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_1} \right) + \ddot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_1} + \dot{y}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_1} \right) + \ddot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} + \dot{z}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} \right) \right) \\ & + \frac{1}{4} m_p \left( \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} \right) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3) + \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} (\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2 + \ddot{q}_3) + \ddot{z}_p + \ddot{q}_1 \right) \\ & + m_{tabla} \left( \ddot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_1} + \dot{x}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_1} \right) + \ddot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_1} + \dot{y}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_1} \right) + \ddot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} + \dot{z}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} \right) \right) \end{aligned} \quad (4.10)$$

Benzer şekilde, denklem (4.7)'deki  $\frac{\partial L}{\partial q_1}$  ifadesi denklem (4.11)'de ifade edilmiştir.

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial q_1} = & \frac{1}{8} m_p \left( 3 \frac{\partial \dot{x}_p^2}{\partial q_1} + 3 \frac{\partial \dot{y}_p^2}{\partial q_1} + 3 \frac{\partial \dot{z}_p^2}{\partial q_1} + 2 \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_1} (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3) \right) + \frac{1}{2} m_{tabla} \left( \frac{\partial \dot{x}_p^2}{\partial q_1} + \frac{\partial \dot{y}_p^2}{\partial q_1} + \frac{\partial \dot{z}_p^2}{\partial q_1} \right) \\ & - m_{motor} g - m_p g \left( \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \frac{\partial z_p}{\partial q_1} \right) - m_{tabla} g \frac{\partial z_p}{\partial q_1} \end{aligned} \quad (4.11)$$

Ayrıca yukarıdaki denklem yeniden düzenlenirse,  $\frac{\partial L}{\partial q_1}$  ifadesi denklem (4.12) olarak elde edilir.

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial q_1} = & \frac{1}{4} m_p \left( 3 \left( \dot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial q_1} + \dot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial q_1} + \dot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_1} \right) + \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_1} (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3) \right) \\ & + m_{tabla} \left( \dot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial q_1} + \dot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial q_1} + \dot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_1} \right) - m_{motor} g - m_p g \left( \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \frac{\partial z_p}{\partial q_1} \right) \\ & - m_{tabla} g \frac{\partial z_p}{\partial q_1} \end{aligned} \quad (4.12)$$

Daha sonra, denklem (4.10)'daki  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1} \right)$  ve denklem (4.12)'deki  $\frac{\partial L}{\partial q_1}$  ifadeleri denklem (4.25)'de yerine koyulursa,  $q_1$  için hareket denklemi aşağıdaki gibi bulunur.

$$\begin{aligned} m_{motor} \ddot{q}_1 + & \frac{3}{4} m_p \left( \ddot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_1} + \dot{x}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_1} \right) + \ddot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_1} + \dot{y}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_1} \right) + \ddot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} + \dot{z}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} \right) \right) \\ & + \frac{1}{4} m_p \left( \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} \right) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3) + \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} (\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2 + \ddot{q}_3) + \ddot{z}_p + \ddot{q}_1 \right) \\ & + m_{tabla} \left( \ddot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_1} + \dot{x}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_1} \right) + \ddot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_1} + \dot{y}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_1} \right) + \ddot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} + \dot{z}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} \right) \right) \\ & - \frac{1}{4} m_p \left( 3 \left( \dot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial q_1} + \dot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial q_1} + \dot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_1} \right) + \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_1} (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3) \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -m_{tabla} \left( \dot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial q_1} + \dot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial q_1} + \dot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_1} \right) + m_{motor} g + m_p g \left( \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \frac{\partial z_p}{\partial q_1} \right) \\
& + m_{tabla} g \frac{\partial z_p}{\partial q_1} = F_1
\end{aligned} \tag{4.13}$$

Denklem (4.13)'de yer alan  $m_{motor}$ ,  $m_p$  ve  $m_{tabla}$  ifadeleri sabit değerler olup sırasıyla motor, paralelogram ve hareketli platformun kütleleridir.  $F_1$  ise birinci motorun uyguladığı kuvvettir. Denklem (4.13)'de yer alan diğer ifadelerin karşılıkları aşağıda verilmiştir.

$\dot{z}_p$  ifadesi denklem (4.14) olarak ifade edilmektedir.

$$\dot{z}_p = \frac{\dot{a}b + \dot{a}\sqrt{b^2 - 4ac} - a\dot{b}}{2a^2} + \frac{2\dot{a}c + 2a\dot{c} - b\dot{b}}{2a\sqrt{b^2 - 4ac}} \tag{4.14}$$

Burada  $\dot{a}$ ,  $\dot{b}$  ve  $\dot{c}$  ifadeleri aşağıdaki gibi bulunmuştur.

$$\dot{a} = \frac{(2q_1 - q_2 - q_3)(4\dot{q}_1 - 2\dot{q}_2 - 2\dot{q}_3)}{9(R-r)^2} + \frac{2(q_3 - q_2)(\dot{q}_3 - \dot{q}_2)}{3(R-r)^2} \tag{4.15}$$

$$\begin{aligned}
\dot{b} = & -2\dot{q}_1 + \frac{4\dot{q}_1 - 2\dot{q}_2 - 2\dot{q}_3}{3} + \frac{(2q_2\dot{q}_2 - 2q_3\dot{q}_3)(q_3 - q_2) + (\dot{q}_3 - \dot{q}_2)(q_2^2 - q_3^2)}{3(R-r)^2} \\
& - \frac{(4q_1\dot{q}_1 - 2q_2\dot{q}_2 - 2q_3\dot{q}_3)(4q_1 - 2q_2 - 2q_3) + (2q_1^2 - q_2^2 - q_3^2)(4\dot{q}_1 - 2\dot{q}_2 - 2\dot{q}_3)}{18(R-r)^2}
\end{aligned} \tag{4.16}$$

$$\begin{aligned}
\dot{c} = & 2q_1\dot{q}_1 - \frac{(4q_1\dot{q}_1 - 2q_2\dot{q}_2 - 2q_3\dot{q}_3)}{3} + \frac{(2q_1^2 - q_2^2 - q_3^2)(2q_1\dot{q}_1 - q_2\dot{q}_2 - q_3\dot{q}_3)}{9(R-r)^2} \\
& + \frac{(q_2^2 - q_3^2)(q_2\dot{q}_2 - q_3\dot{q}_3)}{3(R-r)^2}
\end{aligned} \tag{4.17}$$

a, b ve c ifadeleri de sırasıyla aşağıdaki gibi verilmektedir.

$$a = 1 + \frac{(4.q_1 - 2.q_2 - 2.q_3)^2}{36.(R-r)^2} + \frac{(q_3 - q_2)^2}{3(R-r)^2} \tag{4.18}$$

$$b = -2.q_1 + \frac{(4.q_1 - 2.q_2 - 2.q_3)}{3} - \frac{(2.q_1^2 - q_2^2 - q_3^2)(4.q_1 - 2.q_2 - 2.q_3)}{18.(R-r)^2}$$

$$+ \frac{(q_2^2 - q_3^2)(q_3 - q_2)}{3(R-r)^2} \quad (4.19)$$

$$c = q_1^2 - L^2 + (R-r)^2 - \frac{(2q_1^2 - q_2^2 - q_3^2)}{3} + \frac{(2q_1^2 - q_2^2 - q_3^2)^2}{36(R-r)^2} + \frac{(q_2^2 - q_3^2)^2}{12(R-r)^2} \quad (4.20)$$

Denklem (4.13)'deki  $\dot{x}_p$  ifadesi denklem (4.21)'deki gibi ifade edilmektedir.

$$\dot{x}_p = \frac{4q_1\dot{q}_1 - 2q_2\dot{q}_2 - 2q_3\dot{q}_3 - (4\dot{q}_1 - 2\dot{q}_2 - 2\dot{q}_3)z_p - (4q_1 - 2q_2 - 2q_3)\dot{z}_p}{6(R-r)} \quad (4.21)$$

Denklem (4.21)'deki  $\dot{z}_p$  ifadesi daha önce denklem (4.14)'de ifade edilmiştir.  $z_p$  değeri ise aşağıdaki gibi bulunmuştur.

$$z_p = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (4.22)$$

Denklem (4.22)'deki a,b ve c ifadeleri daha önce denklem (4.18), (4.19) ve (4.20)'de verilmiştir.

Denklem (4.13)'deki  $\dot{y}_p$  ifadesi denklem (4.23)'deki gibi ifade edilmektedir.

$$\dot{y}_p = \frac{2q_2\dot{q}_2 - 2q_3\dot{q}_3 + 2(\dot{q}_3 - \dot{q}_2)z_p + 2(q_3 - q_2)\dot{z}_p}{2\sqrt{3}(R-r)} \quad (4.23)$$

Denklem (4.23)'deki  $\dot{z}_p$  ve  $z_p$  ifadeleri daha önce denklem (4.14) ve (4.22)'de verilmiştir.

Denklem (4.13)'deki  $\frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1}$  ifadesi denklem (4.24) olarak verilmektedir.

$$\frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} = \frac{\frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_1}(b + \sqrt{b^2 - 4ac}) - a \frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_1}}{2a^2} + \frac{2 \frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_1} c + 2a \frac{\partial \dot{c}}{\partial \dot{q}_1} - b \frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_1}}{2a\sqrt{b^2 - 4ac}} \quad (4.24)$$

Benzer şekilde, denklem (4.24)'deki a,b ve c ifadeleri daha önce denklem (4.18), (4.19) ve (4.20)'de elde edilmiştir.

Denklem (4.24)'deki  $\frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_1}$ ,  $\frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_1}$  ve  $\frac{\partial \dot{c}}{\partial \dot{q}_1}$  ifadeleri sırasıyla denklem (4.25), (4.26) ve (4.27) olarak bulunmuştur.

$$\frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_1} = \frac{8q_1 - 4q_2 - 4q_3}{9(R-r)^2} \quad (4.25)$$

$$\frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_1} = -\frac{2}{3} - \frac{(12q_1^2 - 2q_2^2 - 2q_3^2 - 4q_1q_2 - 4q_1q_3)}{9(R-r)^2} \quad (4.26)$$

$$\frac{\partial \dot{c}}{\partial \dot{q}_1} = \frac{2q_1}{3} + \frac{4q_1^3 - 2q_1q_2^2 - 2q_1q_3^2}{9(R-r)^2} \quad (4.27)$$

Denklem (4.13)'deki  $\frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_1}$  ifadesi denklem (4.28)'deki gibi ifade edilmektedir.

$$\frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_1} = \frac{4q_1 - 4z_p - (4q_1 - 2q_2 - 2q_3) \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1}}{6(R-r)} \quad (4.28)$$

Denklem (4.13)'deki  $\frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_1}$  ifadesi denklem (4.29)'daki gibi elde edilir.

$$\frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_1} = \frac{2(q_3 - q_2) \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1}}{2\sqrt{3}(R-r)} \quad (4.29)$$

Yukarıdaki denklemlerde yer alan  $\frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1}$  ifadesi daha önce denklem (4.24)'de verilmiştir.

Denklem (4.13)'deki  $\ddot{z}_p$  ifadesi denklem (4.30) olarak ifade edilir.

$$\begin{aligned} \ddot{z}_p = & \frac{\left( \ddot{a}b + \dot{a}\dot{b} + \ddot{a}\sqrt{b^2 - 4ac} + \dot{a} \frac{1}{2}(b^2 - 4ac)^{-\frac{1}{2}}(2b\dot{b} - 4\dot{a}c - 4a\dot{c}) - \dot{a}\dot{b} - a\ddot{b} \right) 2a^2}{4a^4} \\ & - \frac{4a\dot{a}(\dot{a}b + \dot{a}\sqrt{b^2 - 4ac} - a\dot{b})}{4a^4} + \frac{(2\ddot{a}c + 4\dot{a}\dot{c} + 2a\ddot{c} - \dot{b}^2 - b\ddot{b})(2a\sqrt{b^2 - 4ac})}{4a^2(b^2 - 4ac)} \\ & - \frac{(2\dot{a}\sqrt{b^2 - 4ac} + a(b^2 - 4ac)^{-\frac{1}{2}}(2b\dot{b} - 4\dot{a}c - 4a\dot{c}))(2\dot{a}c + 2a\dot{c} - b\dot{b})}{4a^2(b^2 - 4ac)} \end{aligned} \quad (4.30)$$

Denklem (4.30)'daki a,b ve c ifadeleri daha önce denklem (4.18), (4.19) ve (4.20)'de,  $\dot{a}$ ,  $\dot{b}$  ve  $\dot{c}$  ifadeleri de denklem (4.15), (4.16) ve (4.17)'de elde edilmiştir.

Denklem (4.30)'daki  $\ddot{a}$  ifadesi denklem (4.31)'deki gibi bulunmuştur.

$$\ddot{a} = \frac{2(2\dot{q}_1 - \dot{q}_2 - \dot{q}_3)^2 + 2(2q_1 - q_2 - q_3)(2\ddot{q}_1 - \ddot{q}_2 - \ddot{q}_3)}{9(R-r)^2} + \frac{2(\dot{q}_3 - \dot{q}_2)^2 + 2(q_3 - q_2)(\ddot{q}_3 - \ddot{q}_2)}{3(R-r)^2} \quad (4.31)$$

Daha sonra, denklem (4.30)'daki  $\ddot{b}$  ifadesi denklem (4.32)'deki gibi ifade edilmiştir.

$$\ddot{b} = \frac{2(\dot{q}_2^2 + q_2\ddot{q}_2 - \dot{q}_3^2 - q_3\ddot{q}_3)(q_3 - q_2) + 4(\dot{q}_3 - \dot{q}_2)(q_2\dot{q}_2 - q_3\dot{q}_3) + (\ddot{q}_3 - \ddot{q}_2)(q_2^2 - q_3^2)}{3(R-r)^2} - \frac{2(\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2 + \ddot{q}_3)}{3} - \frac{(4\dot{q}_1^2 - 4q_1\ddot{q}_1 - 2\dot{q}_2^2 - 2q_2\ddot{q}_2 - 2\dot{q}_3^2 - 2q_3\ddot{q}_3)(4q_1 - 2q_2 - 2q_3)}{18(R-r)^2} - \frac{8(2q_1\dot{q}_1 - q_2\dot{q}_2 - q_3\dot{q}_3)(2\dot{q}_1 - \dot{q}_2 - \dot{q}_3) + 2(2\ddot{q}_1 - \ddot{q}_2 - \ddot{q}_3)(2q_1^2 - q_2^2 - q_3^2)}{18(R-r)^2} \quad (4.32)$$

Benzer şekilde, denklem (4.30)'daki  $\ddot{c}$  ifadesi aşağıda verilmiştir.

$$\ddot{c} = \frac{2(2q_1\dot{q}_1 - q_2\dot{q}_2 - q_3\dot{q}_3)^2 + (2q_1^2 - q_2^2 - q_3^2)(2\dot{q}_1^2 - 2q_1\ddot{q}_1 - \dot{q}_2^2 - q_2\ddot{q}_2 - \dot{q}_3^2 - q_3\ddot{q}_3)}{9(R-r)^2} + \frac{2\dot{q}_1^2 + 2q_1\ddot{q}_1 + 2\dot{q}_2^2 + 2q_2\ddot{q}_2 + 2\dot{q}_3^2 + 2q_3\ddot{q}_3}{3} + \frac{2(q_2\dot{q}_2 - q_3\dot{q}_3)^2 + (q_2^2 - q_3^2)(\dot{q}_2^2 - q_2\ddot{q}_2 - \dot{q}_3^2 - q_3\ddot{q}_3)}{3(R-r)^2} \quad (4.33)$$

Denklem (4.13)'deki  $\ddot{x}_p$  ifadesi denklem (4.34)'deki gibi bulunmuştur.

$$\ddot{x}_p = \frac{4\dot{q}_1^2 + 4q_1\ddot{q}_1 - 2\dot{q}_2^2 - 2q_2\ddot{q}_2 - 2\dot{q}_3^2 - 2q_3\ddot{q}_3}{6(R-r)} - \frac{(4\ddot{q}_1 - 2\ddot{q}_2 - 2\ddot{q}_3)z_p}{6(R-r)} - \frac{(8\dot{q}_1 - 4\dot{q}_2 - 4\dot{q}_3)\dot{z}_p}{6(R-r)} - \frac{(4q_1 - 2q_2 - 2q_3)\ddot{z}_p}{6(R-r)} \quad (4.34)$$

Denklem (4.13)'deki  $\ddot{y}_p$  ifadesi denklem (4.35)'deki gibi verilmektedir.

$$\ddot{y}_p = \frac{2\dot{q}_2^2 + 2q_2\ddot{q}_2 - 2\dot{q}_3^2 - 2q_3\ddot{q}_3 + 2(\ddot{q}_3 - \ddot{q}_2)z_p + 4(\dot{q}_3 - \dot{q}_2)\dot{z}_p + 2(q_3 - q_2)\ddot{z}_p}{2\sqrt{3}(R-r)} \quad (4.35)$$

Denklem (4.34) ve (4.35)'deki  $\ddot{z}_p$ ,  $\dot{z}_p$  ve  $z_p$  ifadeleri daha önce denklem (4.30), (4.14) ve (4.22)'de elde edilmiştir.

Denklem (4.13)'deki  $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1}\right)$  ifadesi denklem (4.36)'daki gibi ifade edilmektedir.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1}\right) &= \frac{\dot{b}\frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_1} + b\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_1}\right) + (b^2 - 4ac)^{-\frac{1}{2}}(b\dot{b} - 2\dot{a}c - 2a\dot{c})\frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_1} + \sqrt{b^2 - 4ac}\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_1}\right)}{2a^2} \\ &\quad - \frac{\dot{a}\frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_1} + a\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_1}\right)}{2a^2} - \frac{\dot{a}\left(b\frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_1} + \sqrt{b^2 - 4ac}\frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_1} - a\frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_1}\right)}{a^3} \\ &\quad + \frac{2\dot{c}\frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_1} + 2c\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_1}\right) + 2\dot{a}\frac{\partial \dot{c}}{\partial \dot{q}_1} + 2a\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \dot{c}}{\partial \dot{q}_1}\right) - \dot{b}\frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_1} - b\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_1}\right)}{2a\sqrt{b^2 - 4ac}} \\ &\quad - \frac{\left(2\dot{a}\sqrt{b^2 - 4ac} + a(b^2 - 4ac)^{-\frac{1}{2}}(2b\dot{b} - 4\dot{a}c - 4a\dot{c})\right)\left(2c\frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_1} + 2a\frac{\partial \dot{c}}{\partial \dot{q}_1} - b\frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_1}\right)}{4a^2(b^2 - 4ac)} \end{aligned} \quad (4.36)$$

Denklem (4.36)'daki a,b ve c ifadeleri daha önce denklem (4.18), (4.19) ve (4.20)'de,  $\dot{a}$ ,  $\dot{b}$  ve  $\dot{c}$  ifadeleri de denklem (4.15), (4.16) ve (4.17)'de ve  $\frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_1}$ ,  $\frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_1}$  ve  $\frac{\partial \dot{c}}{\partial \dot{q}_1}$  ifadeleri ise (4.25), (4.26) ve (4.27) nolu denklemlerde verilmiştir.

Denklem (4.36)'daki  $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_1}\right)$ ,  $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_1}\right)$  ve  $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \dot{c}}{\partial \dot{q}_1}\right)$  ifadeleri aşağıdaki gibi bulunmuşlardır.

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_1}\right) = \frac{8\dot{q}_1 - 4\dot{q}_2 - 4\dot{q}_3}{9(R-r)^2} \quad (4.37)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_1} \right) = \frac{-24q_1\dot{q}_1 + 4q_2\dot{q}_2 + 4q_3\dot{q}_3 + 4\dot{q}_1q_2 + 4q_1\dot{q}_2 + 4\dot{q}_1q_3 + 4q_1\dot{q}_3}{9(R-r)^2} \quad (4.38)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{c}}{\partial \dot{q}_1} \right) = \frac{2\dot{q}_1}{3} + \frac{12q_1^2\dot{q}_1 - 2\dot{q}_1q_2^2 - 4q_1q_2\dot{q}_2 - 2\dot{q}_1q_3^2 - 4q_1q_3\dot{q}_3}{9(R-r)^2} \quad (4.39)$$

Denklem (4.13)'deki  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_1} \right)$  ifadesi denklem (4.40) olarak elde edilir.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_1} \right) = \frac{4\dot{q}_1 - 4\dot{z}_p - (4\dot{q}_1 - 2\dot{q}_2 - 2\dot{q}_3) \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} - (4q_1 - 2q_2 - 2q_3) \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} \right)}{6(R-r)} \quad (4.40)$$

Denklem (4.40)'daki  $\dot{z}_p$ ,  $\frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1}$  ve  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} \right)$  ifadeleri daha önce denklem (4.14), (4.24)

ve (4.36)'da verilmiştir.

Denklem (4.13)'deki  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_1} \right)$  ifadesi denklem (4.41) olarak aşağıda bulunmuştur.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_1} \right) = \frac{2(\dot{q}_3 - \dot{q}_2) \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} + 2(q_3 - q_2) \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} \right)}{2\sqrt{3}(R-r)} \quad (4.41)$$

Denklem (4.41)'deki  $\frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1}$  ve  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} \right)$  ifadeleri daha önce denklem (4.24) ve (4.36)'da

verilmiştir.

Denklem (4.13)'deki  $\frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_1}$  ifadesi denklem (4.42)'de ifade edilmiştir.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_1} &= \frac{\left( \frac{\partial \dot{a}}{\partial q_1} b + \dot{a} \frac{\partial b}{\partial q_1} + \frac{\partial \dot{a}}{\partial q_1} \sqrt{b^2 - 4ac} \right)}{2a^2} \\ &+ \frac{\left( \dot{a}(b^2 - 4ac)^{-\frac{1}{2}} \left( b \frac{\partial b}{\partial q_1} - 2 \frac{\partial a}{\partial q_1} c - 2a \frac{\partial c}{\partial q_1} \right) - \frac{\partial a}{\partial q_1} \dot{b} - a \frac{\partial \dot{b}}{\partial q_1} \right)}{2a^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{\frac{\partial a}{\partial q_1}(\dot{a}b + \dot{a}\sqrt{b^2 - 4ac} - a\dot{b})}{a^3} + \frac{2\frac{\partial \dot{a}}{\partial q_1}c + 2\dot{a}\frac{\partial c}{\partial q_1} + 2\frac{\partial a}{\partial q_1}\dot{c} + 2a\frac{\partial \dot{c}}{\partial q_1} - \frac{\partial b}{\partial q_1}\dot{b} - b\frac{\partial \dot{b}}{\partial q_1}}{2a\sqrt{b^2 - 4ac}} \\
& - \frac{\left(2\frac{\partial a}{\partial q_1}\sqrt{b^2 - 4ac} + a(b^2 - 4ac)^{-\frac{1}{2}}\left(b\frac{\partial b}{\partial q_1} - 2\frac{\partial a}{\partial q_1}c - 2a\frac{\partial c}{\partial q_1}\right)\right)(2\dot{a}c + 2a\dot{c} - b\dot{b})}{4a^2(b^2 - 4ac)} \quad (4.42)
\end{aligned}$$

Denklem (4.42)'deki a,b ve c ifadeleri daha önce denklem (4.18), (4.19) ve (4.20)'de,  $\dot{a}$ ,  $\dot{b}$  ve  $\dot{c}$  ifadeleri ise denklem (4.15), (4.16) ve (4.17)'de verilmektedir.

Denklem (4.42)'deki  $\frac{\partial \dot{a}}{\partial q_1}$ ,  $\frac{\partial \dot{b}}{\partial q_1}$  ve  $\frac{\partial \dot{c}}{\partial q_1}$  ifadeleri sırasıyla aşağıda (4.43), (4.44) ve

(4.45) nolu denklemlerde elde edilmiştir.

$$\frac{\partial \dot{a}}{\partial q_1} = \frac{8\dot{q}_1 - 4\dot{q}_2 - 4\dot{q}_3}{9(R-r)^2} \quad (4.43)$$

$$\frac{\partial \dot{b}}{\partial q_1} = \frac{-24q_1\dot{q}_1 + 4q_2\dot{q}_2 + 4q_3\dot{q}_3 + 4\dot{q}_1q_2 + 4q_1\dot{q}_2 + 4\dot{q}_1q_3 + 4q_1\dot{q}_3}{9(R-r)^2} \quad (4.44)$$

$$\frac{\partial \dot{c}}{\partial q_1} = \frac{2\dot{q}_1}{3} + \frac{12q_1^2\dot{q}_1 - 2\dot{q}_1q_2^2 - 4q_1q_2\dot{q}_2 - 2\dot{q}_1q_3^2 - 4q_1q_3\dot{q}_3}{9(R-r)^2} \quad (4.45)$$

Benzer şekilde,  $\frac{\partial a}{\partial q_1}$ ,  $\frac{\partial b}{\partial q_1}$  ve  $\frac{\partial c}{\partial q_1}$  ifadeleri aşağıda ifade edilir.

$$\frac{\partial a}{\partial q_1} = \frac{8q_1 - 4q_2 - 4q_3}{9(R-r)^2} \quad (4.46)$$

$$\frac{\partial b}{\partial q_1} = -\frac{2}{3} - \frac{(12q_1^2 - 2q_2^2 - 2q_3^2 - 4q_1q_2 - 4q_1q_3)}{9(R-r)^2} \quad (4.47)$$

$$\frac{\partial c}{\partial q_1} = \frac{2q_1}{3} + \frac{4q_1^3 - 2q_1q_2^2 - 2q_1q_3^2}{9(R-r)^2} \quad (4.48)$$

Denklem (4.13)'teki  $\frac{\partial z_p}{\partial q_1}$  ifadesi denklem (4.49)'daki gibi bulunur.

$$\frac{\partial z_p}{\partial q_1} = \frac{\frac{\partial a}{\partial q_1}(b + \sqrt{b^2 - 4ac}) - a \frac{\partial b}{\partial q_1}}{2a^2} + \frac{2 \frac{\partial a}{\partial q_1} c + 2a \frac{\partial c}{\partial q_1} - b \frac{\partial b}{\partial q_1}}{2a\sqrt{b^2 - 4ac}} \quad (4.49)$$

Yukarıdaki a,b ve c ifadeleri daha önce denklem (4.18), (4.19) ve (4.20)'de,  $\frac{\partial a}{\partial q_1}$ ,  $\frac{\partial b}{\partial q_1}$  ve  $\frac{\partial c}{\partial q_1}$  ifadeleri de (4.46), (4.47) ve (4.48) nolu denklemlerde verilmiştir.

Denklem (4.13)'teki  $\frac{\partial \dot{x}_p}{\partial q_1}$  ifadesi denklem (4.50) olarak elde edilir.

$$\frac{\partial \dot{x}_p}{\partial q_1} = \frac{4\dot{q}_1 - 4\dot{z}_p - (4\dot{q}_1 - 2\dot{q}_2 - 2\dot{q}_3) \frac{\partial z_p}{\partial q_1} - (4q_1 - 2q_2 - 2q_3) \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_1}}{6(R - r)} \quad (4.50)$$

Bu denklemdeki  $\dot{z}_p$ ,  $\frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_1}$  ve  $\frac{\partial z_p}{\partial q_1}$  ifadeleri daha önce denklem (4.14), (4.42) ve (4.48)'de ifade edilmiştir.

Denklem (4.13)'teki  $\frac{\partial \ddot{y}_p}{\partial q_1}$  ifadesi aşağıda verilmektedir.

$$\frac{\partial \ddot{y}_p}{\partial q_1} = \frac{2(\dot{q}_3 - \dot{q}_2) \frac{\partial z_p}{\partial q_1} + 2(q_3 - q_2) \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_1}}{2\sqrt{3}(R - r)} \quad (4.51)$$

Yukarıdaki  $\frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_1}$  ve  $\frac{\partial z_p}{\partial q_1}$  ifadeleri daha önce denklem (4.42) ve (4.48)'de bulunmuştur.

Daha sonra, denklem (4.13)'de verilen  $q_1$  için hareket denklemi kısaltmalar yapılarak basite indirgenecek olursa denklem (4.52) elde edilir.

$$\begin{aligned} m_{motor} \ddot{q}_1 + \frac{3}{4} m_p \ddot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_1} + \frac{3}{4} m_p \ddot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_1} + \frac{3}{4} m_p \ddot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} + \frac{1}{4} m_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} (\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2 + \ddot{q}_3) \\ + \frac{1}{4} m_p \ddot{z}_p + \frac{1}{4} m_p \ddot{q}_1 + m_{tabla} \ddot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_1} + m_{tabla} \ddot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_1} + m_{tabla} \ddot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} + A = F_1 \end{aligned} \quad (4.52)$$

A ifadesinin karşılığı denklem (4.53) olarak verilmektedir.

$$\begin{aligned}
A = & \frac{3}{4} m_p \left( \dot{x}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_1} \right) + \dot{y}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_1} \right) + \dot{z}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} \right) \right) \\
& + \frac{1}{4} m_p \left( \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} \right) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3) \right) + m_{tabla} \left( \dot{x}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_1} \right) + \dot{y}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_1} \right) + \dot{z}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} \right) \right) \\
& - \frac{1}{4} m_p \left( 3 \left( \dot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial q_1} + \dot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial q_1} + \dot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_1} \right) + \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_1} (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3) \right) \\
& - m_{tabla} \left( \dot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial q_1} + \dot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial q_1} + \dot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_1} \right) + m_{motor} g + m_p g \left( \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \frac{\partial z_p}{\partial q_1} \right) + m_{tabla} g \frac{\partial z_p}{\partial q_1} \quad (4.53)
\end{aligned}$$

Denklem (4.52)'deki  $\ddot{q}_1$ ,  $\ddot{q}_2$  ve  $\ddot{q}_3$  ifadeleri ortak parantezde toplanırsa hareket denklemi aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\begin{aligned}
& \left( m_{motor} + \frac{1}{4} m_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} + \frac{1}{4} m_p \right) \ddot{q}_1 + \left( \frac{1}{4} m_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} \right) \ddot{q}_2 + \left( \frac{1}{4} m_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} \right) \ddot{q}_3 \\
& + \left( \frac{3}{4} m_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_1} + m_{tabla} \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_1} \right) \ddot{x}_p + \left( \frac{3}{4} m_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_1} + m_{tabla} \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_1} \right) \ddot{y}_p \\
& + \left( \frac{3}{4} m_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} + \frac{1}{4} m_p + m_{tabla} \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} \right) \ddot{z}_p + A = F_1 \quad (4.54)
\end{aligned}$$

Denklem (4.54)'de kısaltmalar kullanılarak hareket denkleminin yeni formu aşağıdaki gibi bulunur.

$$\begin{aligned}
& \left( m_{motor} + \frac{1}{4} m_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} + \frac{1}{4} m_p \right) \ddot{q}_1 + \left( \frac{1}{4} m_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} \right) \ddot{q}_2 + \left( \frac{1}{4} m_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} \right) \ddot{q}_3 \\
& + B \ddot{x}_p + C \ddot{y}_p + D \ddot{z}_p + A = F_1 \quad (4.55)
\end{aligned}$$

Buradaki B, C ve D ifadeleri denklem (4.56), (4.57) ve (4.58)'de verilmektedir.

$$B = \left( \frac{3}{4} m_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_1} + m_{tabla} \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_1} \right) \quad (4.56)$$

$$C = \left( \frac{3}{4} m_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_1} + m_{tabla} \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_1} \right) \quad (4.57)$$

$$D = \left( \frac{3}{4} m_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} + \frac{1}{4} m_p + m_{tabla} \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} \right) \quad (4.58)$$

$\ddot{x}_p$  ifadesi tekrar düzenlenip denklem (4.59)'daki gibi ifade edilebilmektedir.

$$\begin{aligned} \ddot{x}_p = E + \left( \frac{4q_1 - 4z_p}{6(R-r)} \right) \ddot{q}_1 - \left( \frac{2q_2 - 2z_p}{6(R-r)} \right) \ddot{q}_2 - \left( \frac{2q_3 - 2z_p}{6(R-r)} \right) \ddot{q}_3 \\ - \frac{(4q_1 - 2q_2 - 2q_3)\ddot{z}_p}{6(R-r)} \end{aligned} \quad (4.59)$$

Yukarıdaki denklemdeki E ifadesi denklem (4.60) olarak verilir.

$$E = \frac{4\dot{q}_1^2 - 2\dot{q}_2^2 - 2\dot{q}_3^2 - (8\dot{q}_1 - 4\dot{q}_2 - 4\dot{q}_3)\dot{z}_p}{6(R-r)} \quad (4.60)$$

$\ddot{y}_p$  ifadesinde düzenlemeler yapılırsa, aşağıdaki gibi  $\ddot{y}_p$  ifadesi tekrar yazılabilir.

$$\ddot{y}_p = G + \left( \frac{2q_2 - 2z_p}{2\sqrt{3}(R-r)} \right) \ddot{q}_2 - \left( \frac{2q_3 - 2z_p}{2\sqrt{3}(R-r)} \right) \ddot{q}_3 + \frac{2(q_3 - q_2)}{2\sqrt{3}(R-r)} \ddot{z}_p \quad (4.61)$$

Denklem (4.61)'deki G ifadesi denklem (4.62)'de verilmiştir.

$$G = \frac{2\dot{q}_2^2 - 2\dot{q}_3^2 + 4(\dot{q}_3 - \dot{q}_2)\dot{z}_p}{2\sqrt{3}(R-r)} \quad (4.62)$$

Denklem (4.59) ve denklem (4.61)'de verilen  $\ddot{x}_p$  ve  $\ddot{y}_p$  ifadeleri, denklem (4.55)'de yerine koyulursa denklem (4.63) elde edilir.

$$\begin{aligned} \left( m_{motor} + \frac{1}{4} m_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} + \frac{1}{4} m_p \right) \ddot{q}_1 + \left( \frac{1}{4} m_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} \right) \ddot{q}_2 + \left( \frac{1}{4} m_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} \right) \ddot{q}_3 \\ + B \left( E + \left( \frac{4q_1 - 4z_p}{6(R-r)} \right) \ddot{q}_1 - \left( \frac{2q_2 - 2z_p}{6(R-r)} \right) \ddot{q}_2 - \left( \frac{2q_3 - 2z_p}{6(R-r)} \right) \ddot{q}_3 - \frac{(4q_1 - 2q_2 - 2q_3)\ddot{z}_p}{6(R-r)} \right) \\ + C \left( G + \left( \frac{2q_2 - 2z_p}{2\sqrt{3}(R-r)} \right) \ddot{q}_2 - \left( \frac{2q_3 - 2z_p}{2\sqrt{3}(R-r)} \right) \ddot{q}_3 + \frac{2(q_3 - q_2)}{2\sqrt{3}(R-r)} \ddot{z}_p \right) + D\ddot{z}_p + A = F_1 \end{aligned} \quad (4.63)$$

Denklem (4.63) tekrar düzenlenirse, denklem (4.64) olarak ifade edilmektedir.

$$\begin{aligned}
& \left( m_{motor} + \frac{1}{4} m_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} + \frac{1}{4} m_p + B \left( \frac{4q_1 - 4z_p}{6(R-r)} \right) \right) \ddot{q}_1 \\
& + \left( \frac{1}{4} m_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} - B \left( \frac{2q_2 - 2z_p}{6(R-r)} \right) + C \left( \frac{2q_2 - 2z_p}{2\sqrt{3}(R-r)} \right) \right) \ddot{q}_2 \\
& + \left( \frac{1}{4} m_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} - B \left( \frac{2q_3 - 2z_p}{6(R-r)} \right) - C \left( \frac{2q_3 - 2z_p}{2\sqrt{3}(R-r)} \right) \right) \ddot{q}_3 \\
& + \left( -B \frac{(4q_1 - 2q_2 - 2q_3)}{6(R-r)} + C \frac{2(q_3 - q_2)}{2\sqrt{3}(R-r)} + D \right) \ddot{z}_p + BE + CG + A = F_1
\end{aligned} \tag{4.64}$$

$\ddot{z}_p$  ifadesi tekrar düzenlenirse (4.65) nolu denklemde olduğu gibi elde edilebilir.

$$\ddot{z}_p = H\ddot{a} + J\ddot{b} + K\ddot{c} + L \tag{4.65}$$

Denklem (4.65)'deki H, J, K ve L ifadeleri sırasıyla denklem (4.66), (4.67), (4.68) ve (4.69)'da verildiği gibi ifade edilmektedir.

$$H = \left( \frac{b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a^2} + \frac{2c}{2a\sqrt{b^2 - 4ac}} \right) \tag{4.66}$$

$$J = \left( -\frac{1}{2a} - \frac{b}{2a\sqrt{b^2 - 4ac}} \right) \tag{4.67}$$

$$K = \frac{2a}{2a\sqrt{b^2 - 4ac}} \tag{4.68}$$

$$\begin{aligned}
L = & \frac{\dot{a}(b^2 - 4ac)^{-\frac{1}{2}}(b\ddot{b} - 2\dot{a}\dot{c} - 2a\ddot{c})}{2a^2} - \frac{4a\dot{a}(\dot{a}b + \dot{a}\sqrt{b^2 - 4ac} - a\dot{b})}{4a^4} + \frac{4\dot{a}\dot{c} - \dot{b}^2}{2a\sqrt{b^2 - 4ac}} \\
& - \frac{(2\dot{a}\sqrt{b^2 - 4ac} + a(b^2 - 4ac)^{-\frac{1}{2}}(2b\dot{b} - 4\dot{a}\dot{c} - 4a\ddot{c}))(2\dot{a}\dot{c} + 2a\ddot{c} - b\dot{b})}{4a^2(b^2 - 4ac)}
\end{aligned} \tag{4.69}$$

Denklem (4.31)'deki  $\ddot{a}$  ifadesi, denklem (4.70)'de olduğu gibi tekrar yazılmıştır.

$$\ddot{a} = M\ddot{q}_1 + N\ddot{q}_2 + O\ddot{q}_3 + P \tag{4.70}$$

Buradaki M, N, O ve P ifadeleri aşağıda sırasıyla verilmiştir.

$$M = \frac{4(2q_1 - q_2 - q_3)}{9(R - r)^2} \quad (4.71)$$

$$N = \left( -\frac{2(2q_1 - q_2 - q_3)}{9(R - r)^2} - \frac{2(q_3 - q_2)}{3(R - r)^2} \right) \quad (4.72)$$

$$O = \left( -\frac{2(2q_1 - q_2 - q_3)}{9(R - r)^2} + \frac{2(q_3 - q_2)}{3(R - r)^2} \right) \quad (4.73)$$

$$P = \frac{2(2\dot{q}_1 - \dot{q}_2 - \dot{q}_3)^2}{9(R - r)^2} + \frac{2(\dot{q}_3 - \dot{q}_2)^2}{3(R - r)^2} \quad (4.74)$$

Denklem (4.32)'deki  $\ddot{b}$  ifadesi, (4.75) nolu denklemde ifade edildiği gibi kısaltılabilir.

$$\ddot{b} = R\ddot{q}_1 + S\ddot{q}_2 + T\ddot{q}_3 + U \quad (4.75)$$

Yukarıdaki denklemdeki R, S, T ve U ifadeleri sırasıyla denklem (4.76), (4.77), (4.78) ve (4.79)'da verilmektedir.

$$R = \left( -\frac{2}{3} + \frac{4q_1(4q_1 - 2q_2 - 2q_3)}{18(R - r)^2} - \frac{4(2q_1^2 - q_2^2 - q_3^2)}{18(R - r)^2} \right) \quad (4.76)$$

$$S = \frac{2q_2(q_3 - q_2)}{3(R - r)^2} - \frac{(q_2^2 - q_3^2)}{3(R - r)^2} - \frac{2}{3} + \frac{2q_2(4q_1 - 2q_2 - 2q_3)}{18(R - r)^2} + \frac{2(2q_1^2 - q_2^2 - q_3^2)}{18(R - r)^2} \quad (4.77)$$

$$T = -\frac{2q_3(q_3 - q_2)}{3(R - r)^2} + \frac{(q_2^2 - q_3^2)}{3(R - r)^2} - \frac{2}{3} + \frac{2q_3(4q_1 - 2q_2 - 2q_3)}{18(R - r)^2} + \frac{2(2q_1^2 - q_2^2 - q_3^2)}{18(R - r)^2} \quad (4.78)$$

$$U = \frac{(2\dot{q}_2^2 - 2\dot{q}_3^2)(q_3 - q_2) + 4(\dot{q}_3 - \dot{q}_2)(q_2\dot{q}_2 - q_3\dot{q}_3)}{3(R - r)^2} - \frac{4(2\dot{q}_1^2 - \dot{q}_2^2 - \dot{q}_3^2)(2q_1 - q_2 - q_3) + 8(2q_1\dot{q}_1 - q_2\dot{q}_2 - q_3\dot{q}_3)(2\dot{q}_1 - \dot{q}_2 - \dot{q}_3)}{18(R - r)^2} \quad (4.79)$$

Denklem (4.33)'deki  $\ddot{c}$  ifadesi, tekrar düzenlenip denklem (4.80)'deki gibi ifade edilebilmektedir.

$$\ddot{c} = W\ddot{q}_1 + V\ddot{q}_2 + Y\ddot{q}_3 + Z \quad (4.80)$$

Sırasıyla denklem (4.80)'deki W, V, Y ve Z ifadeleri, denklem (4.81), (4.82), (4.83) ve (4.84)'de olduğu gibi verilir.

$$W = \left( -\frac{2q_1(2q_1^2 - q_2^2 - q_3^2)}{9(R-r)^2} + \frac{2q_1}{3} \right) \quad (4.81)$$

$$V = \left( -\frac{q_2(2q_1^2 - q_2^2 - q_3^2)}{9(R-r)^2} + \frac{2q_2}{3} - \frac{q_2(q_2^2 - q_3^2)}{3(R-r)^2} \right) \quad (4.82)$$

$$Y = \left( -\frac{q_3(2q_1^2 - q_2^2 - q_3^2)}{9(R-r)^2} + \frac{2q_3}{3} - \frac{q_3(q_2^2 - q_3^2)}{3(R-r)^2} \right) \quad (4.83)$$

$$Z = \frac{2(2q_1\dot{q}_1 - q_2\dot{q}_2 - q_3\dot{q}_3)^2 + (2q_1^2 - q_2^2 - q_3^2)(2\dot{q}_1^2 - \dot{q}_2^2 - \dot{q}_3^2)}{9(R-r)^2} + \frac{2\dot{q}_1^2 + 2\dot{q}_2^2 + 2\dot{q}_3^2}{3} \\ + \frac{2(q_2\dot{q}_2 - q_3\dot{q}_3)^2 + (q_2^2 - q_3^2)(\dot{q}_2^2 - \dot{q}_3^2)}{3(R-r)^2} \quad (4.84)$$

Denklem (4.70), (4.75) ve (4.80)'deki ifadeler denklem (4.65)'de yerine koyulup tekrar düzenlenirse, aşağıdaki gibi  $\ddot{z}_p$  'nın kısaltılmış formu bulunmuş olur.

$$\ddot{z}_p = (HM + JR + KW)\ddot{q}_1 + (HN + JS + KV)\ddot{q}_2 + (HO + JT + KY)\ddot{q}_3 \\ + HP + JU + KZ + L \quad (4.85)$$

Yukarıdaki  $\ddot{z}_p$  ifadesi denklem (4.64)'de yerine koyulup  $q_1$  için hareket denklemini tekrar oluşturulacak olursa, denklem (4.86) elde edilir.

$$a_1\ddot{q}_1 + b_1\ddot{q}_2 + c_1\ddot{q}_3 = d_1 \quad (4.86)$$

$a_1$ ,  $b_1$ ,  $c_1$  ve  $d_1$  ifadelerinin karşılıkları sırasıyla, denklem (4.87), (4.88), (4.89) ve (4.90) olarak aşağıda verilmektedir.

$$a_1 = \left( m_{motor} + \frac{1}{4}m_p \frac{\partial \ddot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} + \frac{1}{4}m_p + B \left( \frac{4q_1 - 4z_p}{6(R-r)} \right) + QHM + QJR + QKW \right) \quad (4.87)$$

$$b_1 = \left( \frac{1}{4} m_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} - B \left( \frac{2q_2 - 2z_p}{6(R-r)} \right) + C \left( \frac{2q_2 - 2z_p}{2\sqrt{3}(R-r)} \right) + QHN + QJS + QKV \right) \quad (4.88)$$

$$c_1 = \left( \frac{1}{4} m_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} - B \left( \frac{2q_3 - 2z_p}{6(R-r)} \right) - C \left( \frac{2q_3 - 2z_p}{2\sqrt{3}(R-r)} \right) + QHO + QJT + QKY \right) \quad (4.89)$$

$$d_1 = (F_1 - QHP - QJU - QKZ - QL - BE - CG - A) \quad (4.90)$$

$Q$  ifadesi denklem (4.91)'de ifade edilmiştir.

$$Q = \left( -B \frac{(4q_1 - 2q_2 - 2q_3)}{6(R-r)} + C \frac{2(q_3 - q_2)}{2\sqrt{3}(R-r)} + D \right) \quad (4.91)$$

$q_2$  için hareket denklemi denklem (4.92)'deki gibi yazılır.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_2} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_2} = F_2 \quad (4.92)$$

$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_2}$  ifadesi denklem (4.93) olarak aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_2} = & \frac{1}{2} m_{motor} 2\dot{q}_2 + \frac{1}{8} m_p \left( 3 \frac{\partial \dot{x}_p^2}{\partial \dot{q}_2} + 3 \frac{\partial \dot{y}_p^2}{\partial \dot{q}_2} + 3 \frac{\partial \dot{z}_p^2}{\partial \dot{q}_2} + 2 \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3) + 2\dot{z}_p + 2\dot{q}_2 \right) \\ & + \frac{1}{2} m_{tabla} \left( \frac{\partial \dot{x}_p^2}{\partial \dot{q}_2} + \frac{\partial \dot{y}_p^2}{\partial \dot{q}_2} + \frac{\partial \dot{z}_p^2}{\partial \dot{q}_2} \right) \end{aligned} \quad (4.93)$$

Ayrıca, denklem (4.93) düzenlenirse  $\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_2}$  ifadesi denklem (4.94)'teki gibi bulunur.

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_2} = & m_{motor} \dot{q}_2 + \frac{1}{4} m_p \left( 3 \left( \dot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_2} + \dot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_2} + \dot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} \right) + \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3) + \dot{z}_p + \dot{q}_2 \right) \\ & + m_{tabla} \left( \dot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_2} + \dot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_2} + \dot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} \right) \end{aligned} \quad (4.94)$$

Yukarıdaki denklemde verilen  $\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_2}$  ifadesinin zamana göre türevi alınırsa denklem

(4.95) elde edilir.

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_2} \right) &= m_{motor} \ddot{q}_2 \\
&+ \frac{3}{4} m_p \left( \ddot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_2} + \dot{x}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_2} \right) + \ddot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_2} + \dot{y}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_2} \right) + \ddot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} + \dot{z}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} \right) \right) \\
&+ \frac{1}{4} m_p \left( \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} \right) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3) + \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} (\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2 + \ddot{q}_3) + \ddot{z}_p + \ddot{q}_2 \right) \\
&+ m_{tabla} \left( \ddot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_2} + \dot{x}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_2} \right) + \ddot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_2} + \dot{y}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_2} \right) + \ddot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} + \dot{z}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} \right) \right) \quad (4.95)
\end{aligned}$$

Benzer şekilde, denklem (4.92)'deki  $\frac{\partial L}{\partial q_2}$ , denklem (4.96)'da ifade edilmiştir.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial q_2} &= \frac{1}{8} m_p \left( 3 \frac{\partial \dot{x}_p^2}{\partial q_2} + 3 \frac{\partial \dot{y}_p^2}{\partial q_2} + 3 \frac{\partial \dot{z}_p^2}{\partial q_2} + 2 \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_2} (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3) \right) + \frac{1}{2} m_{tabla} \left( \frac{\partial \dot{x}_p^2}{\partial q_2} + \frac{\partial \dot{y}_p^2}{\partial q_2} + \frac{\partial \dot{z}_p^2}{\partial q_2} \right) \\
&- m_{motor} g - m_p g \left( \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \frac{\partial z_p}{\partial q_2} \right) - m_{tabla} g \frac{\partial z_p}{\partial q_2} \quad (4.96)
\end{aligned}$$

Ayrıca yukarıdaki denklem yeniden düzenlenirse,  $\frac{\partial L}{\partial q_2}$  denklem (4.97) olarak elde edilir.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial q_2} &= \frac{1}{4} m_p \left( 3 \left( \dot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial q_2} + \dot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial q_2} + \dot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_2} \right) + \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_2} (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3) \right) \\
&+ m_{tabla} \left( \dot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial q_2} + \dot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial q_2} + \dot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_2} \right) - m_{motor} g - m_p g \left( \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \frac{\partial z_p}{\partial q_2} \right) \\
&- m_{tabla} g \frac{\partial z_p}{\partial q_2} \quad (4.97)
\end{aligned}$$

Daha sonra,  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_2} \right)$  ve  $\frac{\partial L}{\partial q_2}$  ifadeleri denklem (4.92)'deki ifade de yerine koyulursa,

$q_2$  için hareket denklemi denklem (4.98) olarak bulunur.

$$\begin{aligned}
& m_{motor} \ddot{q}_2 + \frac{3}{4} m_p \left( \ddot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_2} + \dot{x}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_2} \right) + \ddot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_2} + \dot{y}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_2} \right) + \ddot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} + \dot{z}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} \right) \right) \\
& + \frac{1}{4} m_p \left( \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} \right) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3) + \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} (\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2 + \ddot{q}_3) + \ddot{z}_p + \ddot{q}_2 \right) \\
& + m_{tabla} \left( \ddot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_2} + \dot{x}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_2} \right) + \ddot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_2} + \dot{y}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_2} \right) + \ddot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} + \dot{z}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} \right) \right) \\
& - \frac{1}{4} m_p \left( 3 \left( \dot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial q_2} + \dot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial q_2} + \dot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_2} \right) + \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_2} (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3) \right) \\
& - m_{tabla} \left( \dot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial q_2} + \dot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial q_2} + \dot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_2} \right) + m_{motor} g + m_p g \left( \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \frac{\partial z_p}{\partial q_2} \right) \\
& + m_{tabla} g \frac{\partial z_p}{\partial q_2} = F_2
\end{aligned} \tag{4.98}$$

Denklem (4.97)'de yer alan  $m_{motor}$ ,  $m_p$  ve  $m_{tabla}$  ifadeleri sabit değerler olup sırasıyla motor, paralelogram ve hareketli platformun kütleleridir.  $F_2$  ise birinci motorun uyguladığı kuvvettir. Denklem (4.97)'de yer alan diğer ifadelerin karşılıkları aşağıda verilmiştir.

$\dot{z}_p$ ,  $\dot{x}_p$ ,  $\dot{y}_p$ ,  $\ddot{z}_p$ ,  $\ddot{x}_p$  ve  $\ddot{y}_p$  denklem (4.14), (4.21), (4.23), (4.30), (4.34) ve (4.35)'de ifade edilmiştir.

Denklem (4.98)'deki  $\frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2}$  ifadesi denklem (4.99) olarak verilmektedir.

$$\frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} = \frac{\frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_2} (b + \sqrt{b^2 - 4ac}) - a \frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_2}}{2a^2} + \frac{2 \frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_2} c + 2a \frac{\partial \dot{c}}{\partial \dot{q}_2} - b \frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_2}}{2a \sqrt{b^2 - 4ac}} \tag{4.99}$$

Benzer şekilde, denklem (4.99)'daki a,b ve c ifadeleri daha önce denklem (4.18), (4.19) ve (4.20)'deki gibi elde edilmiştir.

Denklem (4.99)'daki  $\frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_2}$ ,  $\frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_2}$  ve  $\frac{\partial \dot{c}}{\partial \dot{q}_2}$  ifadeleri sırasıyla denklem (4.100), (4.101) ve (4.102) olarak bulunmuştur.

$$\frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_2} = \frac{(-4q_1 + 8q_2 - 4q_3)}{9(R-r)^2} \quad (4.100)$$

$$\frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_2} = -\frac{2}{3} + \frac{(4q_1q_2 + 4q_2q_3 + 2q_1^2 - 12q_2^2 + 2q_3^2)}{9(R-r)^2} \quad (4.101)$$

$$\frac{\partial \dot{c}}{\partial \dot{q}_2} = \frac{2q_2}{3} - \frac{(2q_1^2q_2 - 4q_2^3 - 2q_2q_3^2)}{9(R-r)^2} \quad (4.102)$$

Denklem (4.98)'deki  $\frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_2}$  ifadesi denklem (4.103)'deki gibi ifade edilmektedir.

$$\frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_2} = \frac{-2q_2 + 2z_p - (4q_1 - 2q_2 - 2q_3)\frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2}}{6(R-r)} \quad (4.103)$$

Denklem (4.98)'deki  $\frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_2}$  ifadesi denklem (4.104)'deki gibi elde edilir.

$$\frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_2} = \frac{2q_2 - 2z_p + 2(q_3 - q_2)\frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2}}{2\sqrt{3}(R-r)} \quad (4.104)$$

Denklem (4.103) ve (4.104)'deki  $\frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2}$  ifadesi daha önce denklem (4.99)'da verilmiştir.

Denklem (4.98)'deki  $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2}\right)$  ifadesi denklem (4.105) olarak bulunur.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2}\right) &= \frac{\dot{b}\frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_2} + b\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_2}\right) + (b^2 - 4ac)^{-\frac{1}{2}}(b\dot{b} - 2\dot{a}c - 2a\dot{c})\frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_2} + \sqrt{b^2 - 4ac}\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_2}\right)}{2a^2} \\ &\quad - \frac{\dot{a}\frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_2} + a\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_2}\right)}{2a^2} - \frac{\dot{a}\left(b\frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_2} + \sqrt{b^2 - 4ac}\frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_2} - a\frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_2}\right)}{a^3} \\ &\quad + \frac{2\dot{c}\frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_2} + 2c\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_2}\right) + 2\dot{a}\frac{\partial \dot{c}}{\partial \dot{q}_2} + 2a\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \dot{c}}{\partial \dot{q}_2}\right) - \dot{b}\frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_2} - b\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_2}\right)}{2a\sqrt{b^2 - 4ac}} \end{aligned}$$

$$- \frac{\left( 2\dot{a}\sqrt{b^2 - 4ac} + a(b^2 - 4ac)^{\frac{1}{2}}(2b\dot{b} - 4\dot{a}c - 4a\dot{c}) \right) \left( 2c \frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_2} + 2a \frac{\partial \dot{c}}{\partial \dot{q}_2} - b \frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_2} \right)}{4a^2(b^2 - 4ac)} \quad (4.105)$$

Denklem (4.105)'deki a,b ve c ifadeleri daha önce denklem (4.18), (4.19) ve (4.20)'de,  $\dot{a}$ ,  $\dot{b}$  ve  $\dot{c}$  ifadeleri de denklem (4.15), (4.16) ve (4.17)'de ve son olarak  $\frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_2}$ ,  $\frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_2}$  ve  $\frac{\partial \dot{c}}{\partial \dot{q}_2}$  ifadeleri ise denklem (4.100), (4.101) ve (4.102)'de verilmektedir.

Denklem (4.105)'deki  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_2} \right)$ ,  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_2} \right)$  ve  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{c}}{\partial \dot{q}_2} \right)$  ifadeleri aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_2} \right) = \frac{(-4\dot{q}_1 + 8\dot{q}_2 - 4\dot{q}_3)}{9(R-r)^2} \quad (4.106)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_2} \right) = \frac{4\dot{q}_1 q_2 + 4q_1 \dot{q}_2 + 4\dot{q}_2 q_3 + 4q_2 \dot{q}_3 + 4q_1 \dot{q}_1 - 24q_2 \dot{q}_2 + 4q_3 \dot{q}_3}{9(R-r)^2} \quad (4.107)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{c}}{\partial \dot{q}_2} \right) = \frac{2\dot{q}_2}{3} - \frac{(4q_1 q_2 \dot{q}_1 - 4q_1^2 \dot{q}_2 - 12q_2^2 \dot{q}_2 - 2\dot{q}_2 q_3^2 - 4q_2 q_3 \dot{q}_3)}{9(R-r)^2} \quad (4.108)$$

Denklem (4.98)'deki  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_2} \right)$  ifadesi denklem (4.109) olarak verilir.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_2} \right) = \frac{-2\dot{q}_2 + 2\dot{z}_p - (4\dot{q}_1 - 2\dot{q}_2 - 2\dot{q}_3) \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} - (4q_1 - 2q_2 - 2q_3) \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} \right)}{6(R-r)} \quad (4.109)$$

Denklem (4.98)'deki  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_2} \right)$  ifadesi denklem (4.110) olarak aşağıda bulunmuştur.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_2} \right) = \frac{2\dot{q}_2 - 2\dot{z}_p + 2(\dot{q}_3 - \dot{q}_2) \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} + 2(q_3 - q_2) \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} \right)}{2\sqrt{3}(R-r)} \quad (4.110)$$

Denklem (4.109) ve (4.110)'daki  $\dot{z}_p$ ,  $\frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2}$  ve  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} \right)$  ifadeleri daha önce denklem (4.14), (4.99) ve (4.105)'de verilmiştir.

Denklem (4.98)'deki  $\frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_2}$  ifadesi denklem (4.111)'deki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_2} = & \frac{\left( \frac{\partial \dot{a}}{\partial q_2} b + \dot{a} \frac{\partial b}{\partial q_2} + \frac{\partial \dot{a}}{\partial q_2} \sqrt{b^2 - 4ac} \right)}{2a^2} \\ & + \frac{\left( \dot{a}(b^2 - 4ac)^{-\frac{1}{2}} \left( b \frac{\partial b}{\partial q_2} - 2 \frac{\partial a}{\partial q_2} c - 2a \frac{\partial c}{\partial q_2} \right) - \frac{\partial a}{\partial q_2} \dot{b} - a \frac{\partial \dot{b}}{\partial q_2} \right)}{2a^2} \\ & - \frac{\frac{\partial a}{\partial q_2} (\dot{a}b + \dot{a}\sqrt{b^2 - 4ac} - a\dot{b})}{a^3} + \frac{2 \frac{\partial \dot{a}}{\partial q_2} c + 2\dot{a} \frac{\partial c}{\partial q_2} + 2 \frac{\partial a}{\partial q_2} \dot{c} + 2a \frac{\partial \dot{c}}{\partial q_2} - \frac{\partial b}{\partial q_2} \dot{b} - b \frac{\partial \dot{b}}{\partial q_2}}{2a\sqrt{b^2 - 4ac}} \\ & - \frac{\left( 2 \frac{\partial a}{\partial q_2} \sqrt{b^2 - 4ac} + a(b^2 - 4ac)^{-\frac{1}{2}} \left( b \frac{\partial b}{\partial q_2} - 2 \frac{\partial a}{\partial q_2} c - 2a \frac{\partial c}{\partial q_2} \right) \right) (2\dot{a}c + 2a\dot{c} - b\dot{b})}{4a^2(b^2 - 4ac)} \quad (4.111) \end{aligned}$$

Denklem (4.111)'deki a,b ve c ifadeleri daha önce denklem (4.18), (4.19) ve (4.20)'de ve  $\dot{a}$ ,  $\dot{b}$  ve  $\dot{c}$  ifadeleri ise denklem (4.15), (4.16) ve (4.17)'de verilmektedir.

Ayrıca, denklem (4.111)'deki  $\frac{\partial \dot{a}}{\partial q_2}$ ,  $\frac{\partial \dot{b}}{\partial q_2}$  ve  $\frac{\partial \dot{c}}{\partial q_2}$  ifadeleri sırasıyla aşağıda (4.112),

(4.113) ve (4.114) nolu denklemlerde ifade edilmiştir.

$$\frac{\partial \dot{a}}{\partial q_2} = \frac{(-4\dot{q}_1 + 8\dot{q}_2 - 4\dot{q}_3)}{9(R-r)^2} \quad (4.112)$$

$$\frac{\partial \dot{b}}{\partial q_2} = \frac{4\dot{q}_1 q_2 + 4q_1 \dot{q}_2 + 4\dot{q}_2 q_3 + 4q_2 \dot{q}_3 + 4q_1 \dot{q}_1 - 24q_2 \dot{q}_2 + 4q_3 \dot{q}_3}{9(R-r)^2} \quad (4.113)$$

$$\frac{\partial \dot{c}}{\partial q_2} = \frac{2\dot{q}_2}{3} - \frac{(4q_1 q_2 \dot{q}_1 - 4q_1^2 \dot{q}_2 - 12q_2^2 \dot{q}_2 - 2\dot{q}_2 q_3^2 - 4q_2 q_3 \dot{q}_3)}{9(R-r)^2} \quad (4.114)$$

Benzer şekilde, denklem (4.111)'deki  $\frac{\partial a}{\partial q_2}$ ,  $\frac{\partial b}{\partial q_2}$  ve  $\frac{\partial c}{\partial q_2}$  ifadeleri sırasıyla aşağıda verilmektedir.

$$\frac{\partial a}{\partial q_2} = \frac{(-4q_1 + 8q_2 - 4q_3)}{9(R-r)^2} \quad (4.115)$$

$$\frac{\partial b}{\partial q_2} = -\frac{2}{3} + \frac{(4q_1q_2 + 4q_2q_3 + 2q_1^2 - 12q_2^2 + 2q_3^2)}{9(R-r)^2} \quad (4.116)$$

$$\frac{\partial c}{\partial q_2} = \frac{2q_2}{3} - \frac{(2q_1^2q_2 - 4q_2^3 - 2q_2q_3^2)}{9(R-r)^2} \quad (4.117)$$

Denklem (4.98)'deki  $\frac{\partial z_p}{\partial q_2}$  ifadesi denklem (4.118)'deki gibi bulunur.

$$\frac{\partial z_p}{\partial q_2} = \frac{\frac{\partial a}{\partial q_2}(b + \sqrt{b^2 - 4ac}) - a\frac{\partial b}{\partial q_2}}{2a^2} + \frac{2\frac{\partial a}{\partial q_2}c + 2a\frac{\partial c}{\partial q_2} - b\frac{\partial b}{\partial q_2}}{2a\sqrt{b^2 - 4ac}} \quad (4.118)$$

Denklem (4.118)'deki a,b ve c ifadeleri daha önce denklem (4.18), (4.19) ve (4.20)'de,  $\frac{\partial a}{\partial q_2}$ ,  $\frac{\partial b}{\partial q_2}$  ve  $\frac{\partial c}{\partial q_2}$  ifadeleri de (4.115), (4.116) ve (4.117) nolu denklemlerde verilmiştir.

Denklem (4.98)'deki  $\frac{\partial \dot{x}_p}{\partial q_2}$  ifadesi denklem (4.119) olarak elde edilir.

$$\frac{\partial \dot{x}_p}{\partial q_2} = \frac{-2\dot{q}_2 - (4\dot{q}_1 - 2\dot{q}_2 - 2\dot{q}_3)\frac{\partial z_p}{\partial q_2} + 2\dot{z}_p - (4q_1 - 2q_2 - 2q_3)\frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_2}}{6(R-r)} \quad (4.119)$$

Denklem (4.98)'deki  $\frac{\partial \dot{y}_p}{\partial q_2}$  ifadesi denklem (4.120)'daki gibi ifade edilmiştir.

$$\frac{\partial \dot{y}_p}{\partial q_2} = \frac{2\dot{q}_2 + 2(\dot{q}_3 - \dot{q}_2)\frac{\partial z_p}{\partial q_2} - 2\dot{z}_p + 2(q_3 - q_2)\frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_2}}{2\sqrt{3}(R-r)} \quad (4.120)$$

Denklem (4.119) ve (4.120)'deki  $\dot{z}_p$ ,  $\frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_2}$  ve  $\frac{\partial z_p}{\partial q_2}$  ifadeleri daha önce denklem (4.14), (4.111) ve (4.118)'de verilmiştir.

Daha sonra, denklem (4.98)'de verilen  $q_2$  için hareket denklemi kısaltmalar yapılarak basite indirgenecek olursa denklem (4.121) elde edilir.

$$\begin{aligned}
& m_{motor} \ddot{q}_2 + \frac{3}{4} m_p \ddot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_2} + \frac{3}{4} m_p \ddot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_2} + \frac{3}{4} m_p \ddot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} + \frac{1}{4} m_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} (\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2 + \ddot{q}_3) \\
& + \frac{1}{4} m_p \ddot{z}_p + \frac{1}{4} m_p \ddot{q}_2 + m_{tabla} \ddot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_2} + m_{tabla} \ddot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_2} + m_{tabla} \ddot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} + A_1 = F_2 \quad (4.121)
\end{aligned}$$

$A_1$  ifadesinin karşılığı denklem (4.122) olarak verilmektedir.

$$\begin{aligned}
A_1 = & \frac{3}{4} m_p \left( \dot{x}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_2} \right) + \dot{y}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_2} \right) + \dot{z}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} \right) \right) + \frac{1}{4} m_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} \right) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3) \\
& + m_{tabla} \left( \dot{x}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_2} \right) + \dot{y}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_2} \right) + \dot{z}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} \right) \right) \\
& - \frac{1}{4} m_p \left( 3 \left( \dot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial q_2} + \dot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial q_2} + \dot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_2} \right) + \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_2} (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3) \right) \\
& - m_{tabla} \left( \dot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial q_2} + \dot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial q_2} + \dot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_2} \right) + m_{motor} g + m_p g \left( \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \frac{\partial z_p}{\partial q_2} \right) + m_{tabla} g \frac{\partial z_p}{\partial q_2} \quad (4.122)
\end{aligned}$$

Denklem (4.122)'deki  $\ddot{q}_1$ ,  $\ddot{q}_2$  ve  $\ddot{q}_3$  ifadeleri ortak parantezde toplanırsa hareket denklemi aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\begin{aligned}
& \left( \frac{1}{4} m_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} \right) \ddot{q}_1 + \left( m_{motor} + \frac{1}{4} m_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} + \frac{1}{4} m_p \right) \ddot{q}_2 + \left( \frac{1}{4} m_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} \right) \ddot{q}_3 \\
& + \left( \frac{3}{4} m_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_2} + m_{tabla} \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_2} \right) \ddot{x}_p + \left( \frac{3}{4} m_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_2} + m_{tabla} \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_2} \right) \ddot{y}_p \\
& + \left( \frac{3}{4} m_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} + \frac{1}{4} m_p + m_{tabla} \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} \right) \ddot{z}_p + A_1 = F_2 \quad (4.123)
\end{aligned}$$

Denklem (4.123)'de kısaltmalar kullanılarak hareket denkleminin yeni formu aşağıdaki gibi bulunur.

$$\begin{aligned} & \left( \frac{1}{4} m_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} \right) \ddot{q}_1 + \left( m_{motor} + \frac{1}{4} m_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} + \frac{1}{4} m_p \right) \ddot{q}_2 + \left( \frac{1}{4} m_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} \right) \ddot{q}_3 \\ & + B_1 \ddot{x}_p + C_1 \ddot{y}_p + D_1 \ddot{z}_p + A_1 = F_2 \end{aligned} \quad (4.124)$$

Buradaki  $B_1$ ,  $C_1$  ve  $D_1$  ifadeleri denklem (4.125), (4.126) ve (4.127)'de verilmektedir.

$$B_1 = \left( \frac{3}{4} m_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_2} + m_{tabla} \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_2} \right) \quad (4.125)$$

$$C_1 = \left( \frac{3}{4} m_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_2} + m_{tabla} \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_2} \right) \quad (4.126)$$

$$D_1 = \left( \frac{3}{4} m_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} + \frac{1}{4} m_p + m_{tabla} \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} \right) \quad (4.127)$$

Denklem (4.59) ve denklem (4.61)'de verilen  $\ddot{x}_p$  ve  $\ddot{y}_p$  ifadeleri, denklem (4.124)'de yerine koyulursa denklem (4.128) elde edilir.

$$\begin{aligned} & \left( \frac{1}{4} m_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} \right) \ddot{q}_1 + \left( m_{motor} + \frac{1}{4} m_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} + \frac{1}{4} m_p \right) \ddot{q}_2 + \left( \frac{1}{4} m_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} \right) \ddot{q}_3 \\ & + B_1 \left( E + \left( \frac{4q_1 - 4z_p}{6(R-r)} \right) \ddot{q}_1 - \left( \frac{2q_2 - 2z_p}{6(R-r)} \right) \ddot{q}_2 - \left( \frac{2q_3 - 2z_p}{6(R-r)} \right) \ddot{q}_3 - \frac{(4q_1 - 2q_2 - 2q_3) \ddot{z}_p}{6(R-r)} \right) \\ & + C_1 \left( G + \left( \frac{2q_2 - 2z_p}{2\sqrt{3}(R-r)} \right) \ddot{q}_2 - \left( \frac{2q_3 - 2z_p}{2\sqrt{3}(R-r)} \right) \ddot{q}_3 + \frac{2(q_3 - q_2)}{2\sqrt{3}(R-r)} \ddot{z}_p \right) \\ & + D_1 \ddot{z}_p + A_1 = F_2 \end{aligned} \quad (4.128)$$

Denklem (4.128) tekrar düzenlenirse denklem (4.129) olarak ifade edilebilir.

$$\begin{aligned} & \left( \frac{1}{4} m_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} + B_1 \left( \frac{4q_1 - 4z_p}{6(R-r)} \right) \right) \ddot{q}_1 \\ & + \left( m_{motor} + \frac{1}{4} m_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} + \frac{1}{4} m_p - B_1 \left( \frac{2q_2 - 2z_p}{6(R-r)} \right) + C_1 \left( \frac{2q_2 - 2z_p}{2\sqrt{3}(R-r)} \right) \right) \ddot{q}_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left( \frac{1}{4} m_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} - B_1 \left( \frac{2q_3 - 2z_p}{6(R-r)} \right) - C_1 \left( \frac{2q_3 - 2z_p}{2\sqrt{3}(R-r)} \right) \right) \ddot{q}_3 \\
& + \left( -B_1 \frac{(4q_1 - 2q_2 - 2q_3)}{6(R-r)} + C_1 \frac{2(q_3 - q_2)}{2\sqrt{3}(R-r)} + D_1 \right) \ddot{z}_p + B_1 E + C_1 G + A_1 = F_2 \quad (4.129)
\end{aligned}$$

Denklem (4.85)'deki  $\ddot{z}_p$  ifadesi denklem (4.129)'da yerine koyulup  $q_2$  için hareket denklemi tekrar düzenlenirse, denklem (4.130)'daki gibi bulunur.

$$a_2 \ddot{q}_1 + b_2 \ddot{q}_2 + c_2 \ddot{q}_3 = d_2 \quad (4.130)$$

$a_2$ ,  $b_2$ ,  $c_2$  ve  $d_2$  ifadelerinin karşılıkları sırasıyla, denklem (4.131), (4.132), (4.133) ve (4.134) olarak verilmektedir.

$$a_2 = \left( \frac{1}{4} m_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} + B_1 \left( \frac{4q_1 - 4z_p}{6(R-r)} \right) + Q_2 HM + Q_2 JR + Q_2 KW \right) \quad (4.131)$$

$$\begin{aligned}
b_2 = & m_{motor} + \frac{1}{4} m_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} + \frac{1}{4} m_p - B_1 \left( \frac{2q_2 - 2z_p}{6(R-r)} \right) + C_1 \left( \frac{2q_2 - 2z_p}{2\sqrt{3}(R-r)} \right) \\
& + Q_2 HN + Q_2 JS + Q_2 KV \quad (4.132)
\end{aligned}$$

$$c_2 = \left( \frac{1}{4} m_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} - B_1 \left( \frac{2q_3 - 2z_p}{6(R-r)} \right) - C_1 \left( \frac{2q_3 - 2z_p}{2\sqrt{3}(R-r)} \right) + Q_2 HO + Q_2 JT + Q_2 KY \right) \quad (4.133)$$

$$d_2 = F_2 - Q_2 HP - Q_2 JU - Q_2 KZ - Q_2 L - B_1 E - C_1 G - A_1 \quad (4.134)$$

$Q_2$  ifadesi denklem (4.135)'de ifade edilmiştir.

$$Q_2 = \left( -B_1 \frac{(4q_1 - 2q_2 - 2q_3)}{6(R-r)} + C_1 \frac{2(q_3 - q_2)}{2\sqrt{3}(R-r)} + D_1 \right) \quad (4.135)$$

$q_3$  için hareket denklemi denklem (4.136)'daki gibi yazılır.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_3} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_3} = F_3 \quad (4.136)$$

Denklem (4.136)'daki  $\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_3}$  denklem (4.137) olarak aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_3} = & \frac{1}{2} m_{motor} 2\dot{q}_3 + \frac{1}{8} m_p \left( 3 \frac{\partial \dot{x}_p^2}{\partial \dot{q}_3} + 3 \frac{\partial \dot{y}_p^2}{\partial \dot{q}_3} + 3 \frac{\partial \dot{z}_p^2}{\partial \dot{q}_3} + 2 \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3) + 2\dot{z}_p + 2\dot{q}_3 \right) \\ & + \frac{1}{2} m_{tabla} \left( \frac{\partial \dot{x}_p^2}{\partial \dot{q}_3} + \frac{\partial \dot{y}_p^2}{\partial \dot{q}_3} + \frac{\partial \dot{z}_p^2}{\partial \dot{q}_3} \right) \end{aligned} \quad (4.137)$$

Ayrıca, denklem (4.137) düzenlenirse  $\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_3}$  denklem (4.138)'deki gibi bulunur.

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_3} = & m_{motor} \dot{q}_3 + \frac{1}{4} m_p \left( 3 \left( \dot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_3} + \dot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_3} + \dot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) + \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3) + \dot{z}_p + \dot{q}_3 \right) \\ & + m_{tabla} \left( \dot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_3} + \dot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_3} + \dot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) \end{aligned} \quad (4.138)$$

Yukarıdaki denklemde verilen  $\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_3}$  ifadesinin zamana göre türevi alınırsa denklem (4.139) elde edilir.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_3} \right) = & m_{motor} \ddot{q}_3 \\ & + \frac{3}{4} m_p \left( \ddot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_3} + \dot{x}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) + \ddot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_3} + \dot{y}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) + \ddot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} + \dot{z}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) \right) \\ & + \frac{1}{4} m_p \left( \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3) + \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} (\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2 + \ddot{q}_3) + \ddot{z}_p + \ddot{q}_3 \right) \\ & + m_{tabla} \left( \ddot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_3} + \dot{x}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) + \ddot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_3} + \dot{y}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) + \ddot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} + \dot{z}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) \right) \end{aligned} \quad (4.139)$$

Benzer şekilde, denklem (4.136)'daki  $\frac{\partial L}{\partial q_3}$ , denklem (4.140)'da ifade edilmiştir.

$$\frac{\partial L}{\partial q_3} = \frac{1}{8} m_p \left( 3 \frac{\partial \dot{x}_p^2}{\partial q_3} + 3 \frac{\partial \dot{y}_p^2}{\partial q_3} + 3 \frac{\partial \dot{z}_p^2}{\partial q_3} + 2 \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_3} (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3) \right) + \frac{1}{2} m_{tabla} \left( \frac{\partial \dot{x}_p^2}{\partial q_3} + \frac{\partial \dot{y}_p^2}{\partial q_3} + \frac{\partial \dot{z}_p^2}{\partial q_3} \right)$$

$$-m_{motor}g - m_p g \left( \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \frac{\partial z_p}{\partial q_3} \right) - m_{tabla} g \frac{\partial z_p}{\partial q_3} \quad (4.140)$$

Ayrıca yukarıdaki denklem yeniden düzenlenirse,  $\frac{\partial L}{\partial q_3}$  denklem (4.141) olarak elde edilir.

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial q_3} = & \frac{1}{4} m_p \left( 3 \left( \dot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial q_3} + \dot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial q_3} + \dot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_3} \right) + \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_3} (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3) \right) \\ & + m_{tabla} \left( \dot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial q_3} + \dot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial q_3} + \dot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_3} \right) - m_{motor}g - m_p g \left( \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \frac{\partial z_p}{\partial q_3} \right) \\ & - m_{tabla} g \frac{\partial z_p}{\partial q_3} \end{aligned} \quad (4.141)$$

Daha sonra,  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial q_3} \right)$  ve  $\frac{\partial L}{\partial q_3}$  ifadeleri denklem (4.136)'daki ifade de yerine koyulursa,  $q_3$  için hareket denklemi denklem (4.142) olarak bulunur.

$$\begin{aligned} m_{motor} \ddot{q}_3 + \frac{3}{4} m_p \left( \ddot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_3} + \dot{x}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) + \ddot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_3} + \dot{y}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) + \ddot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} + \dot{z}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) \right) \\ + \frac{1}{4} m_p \left( \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3) + \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} (\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2 + \ddot{q}_3) + \ddot{z}_p + \ddot{q}_3 \right) \\ + m_{tabla} \left( \ddot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_3} + \dot{x}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) + \ddot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_3} + \dot{y}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) + \ddot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} + \dot{z}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) \right) \\ - \frac{1}{4} m_p \left( 3 \left( \dot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial q_3} + \dot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial q_3} + \dot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_3} \right) + \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_3} (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3) \right) \\ - m_{tabla} \left( \dot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial q_3} + \dot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial q_3} + \dot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_3} \right) + m_{motor}g + m_p g \left( \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \frac{\partial z_p}{\partial q_3} \right) \\ + m_{tabla} g \frac{\partial z_p}{\partial q_3} = F_3 \end{aligned} \quad (4.142)$$

Denklem (4.142)'de yer alan  $m_{motor}$ ,  $m_p$  ve  $m_{tabla}$  ifadeleri sabit değerler olup sırasıyla motor, paralelogram ve hareketli platformun kütleleridir.  $F_3$  ise birinci motorun uyguladığı kuvvettir. Denklem (4.142)'de yer alan diğer ifadelerin karşılıkları aşağıda verilmiştir.

$\dot{z}_p$ ,  $\dot{x}_p$ ,  $\dot{y}_p$ ,  $\ddot{z}_p$ ,  $\ddot{x}_p$  ve  $\ddot{y}_p$  denklem (4.14), (4.21), (4.23), (4.30), (4.34) ve (4.35)'de ifade edilmiştir.

Denklem (4.142)'deki  $\frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3}$  ifadesi denklem (4.143) olarak verilmektedir.

$$\frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} = \frac{\frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_3}(b + \sqrt{b^2 - 4ac}) - a \frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_3}}{2a^2} + \frac{2 \frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_3} c + 2a \frac{\partial \dot{c}}{\partial \dot{q}_3} - b \frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_3}}{2a\sqrt{b^2 - 4ac}} \quad (4.143)$$

Denklem (4.143)'teki a,b ve c ifadeleri daha önce denklem (4.18), (4.19) ve (4.20)'de elde edilmiştir.

Denklem (4.143)'teki  $\frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_3}$ ,  $\frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_3}$  ve  $\frac{\partial \dot{c}}{\partial \dot{q}_3}$  ifadeleri sırasıyla denklem (4.144), (4.145) ve (4.146) olarak bulunmuştur.

$$\frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_3} = \frac{(-4q_1 - 4q_2 + 8q_3)}{9(R-r)^2} \quad (4.144)$$

$$\frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_3} = -\frac{2}{3} + \frac{(4q_1q_3 + 4q_2q_3 + 2q_1^2 + 2q_2^2 - 12q_3^2)}{9(R-r)^2} \quad (4.145)$$

$$\frac{\partial \dot{c}}{\partial \dot{q}_3} = \frac{2q_3}{3} - \frac{(2q_1^2q_3 + 2q_2^2q_3 - 4q_3^3)}{9(R-r)^2} \quad (4.146)$$

Denklem (4.142)'deki  $\frac{\partial \ddot{x}_p}{\partial \dot{q}_3}$  ifadesi denklem (4.147)'deki gibi ifade edilmektedir.

$$\frac{\partial \ddot{x}_p}{\partial \dot{q}_3} = \frac{-2q_3 + 2z_p - (4q_1 - 2q_2 - 2q_3) \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3}}{6(R-r)} \quad (4.147)$$

Denklem (4.142)'deki  $\frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_3}$  ifadesi denklem (4.148)'deki gibi elde edilir.

$$\frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_3} = \frac{-2q_3 + 2z_p + 2(q_3 - q_2) \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3}}{2\sqrt{3}(R-r)} \quad (4.148)$$

Denklem (4.147) ve (4.148)'deki  $z_p$  ve  $\frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3}$  ifadeleri daha önce denklem (4.22) ve (4.143)'de verilmiştir.

Denklem (4.142)'deki  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} \right)$  ifadesi denklem (4.149) olarak bulunur.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) &= \frac{\dot{b} \frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_3} + b \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_3} \right) + (b^2 - 4ac)^{-\frac{1}{2}} (b\dot{b} - 2\dot{a}c - 2a\dot{c}) \frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_3} + \sqrt{b^2 - 4ac} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_3} \right)}{2a^2} \\ &\quad - \frac{\dot{a} \frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_3} + a \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_3} \right)}{2a^2} - \frac{\dot{a} \left( b \frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_3} + \sqrt{b^2 - 4ac} \frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_3} - a \frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_3} \right)}{a^3} \\ &\quad + \frac{2\dot{c} \frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_3} + 2c \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_3} \right) + 2\dot{a} \frac{\partial \dot{c}}{\partial \dot{q}_3} + 2a \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{c}}{\partial \dot{q}_3} \right) - \dot{b} \frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_3} - b \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_3} \right)}{2a\sqrt{b^2 - 4ac}} \\ &\quad - \frac{\left( 2\dot{a}\sqrt{b^2 - 4ac} + a(b^2 - 4ac)^{-\frac{1}{2}} (2b\dot{b} - 4\dot{a}c - 4a\dot{c}) \right) \left( 2c \frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_3} + 2a \frac{\partial \dot{c}}{\partial \dot{q}_3} - b \frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_3} \right)}{4a^2(b^2 - 4ac)} \quad (4.149) \end{aligned}$$

Denklem (4.149)'daki a,b ve c ifadeleri daha önce denklem (4.18), (4.19) ve (4.20)'de,  $\dot{a}$ ,  $\dot{b}$  ve  $\dot{c}$  ifadeleri de denklem (4.15), (4.16) ve (4.17)'de ve son olarak  $\frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_3}$ ,  $\frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_3}$  ve  $\frac{\partial \dot{c}}{\partial \dot{q}_3}$  ifadeleri ise denklem (4.144), (4.145) ve (4.146)'da verilmiştir.

Denklem (4.149)'daki  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_3} \right)$ ,  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_3} \right)$  ve  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{c}}{\partial \dot{q}_3} \right)$  ifadeleri aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_3} \right) = \frac{(-4\dot{q}_1 - 4\dot{q}_2 + 8\dot{q}_3)}{9(R-r)^2} \quad (4.150)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_3} \right) = \frac{4\dot{q}_1 q_3 + 4q_1 \dot{q}_3 + 4\dot{q}_2 q_3 + 4q_2 \dot{q}_3 + 4q_1 \dot{q}_1 + 4q_2 \dot{q}_2 - 24q_3 \dot{q}_3}{9(R-r)^2} \quad (4.151)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{c}}{\partial \dot{q}_3} \right) = \frac{2\dot{q}_3}{3} - \frac{(4q_1 q_3 \dot{q}_1 + 2q_1^2 \dot{q}_3 + 4q_2 q_3 \dot{q}_2 + 2q_2^2 \dot{q}_3 - 12q_3^2 \dot{q}_3)}{9(R-r)^2} \quad (4.152)$$

Denklem (4.142)'deki  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_3} \right)$  ifadesi denklem (4.153) olarak verilir.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) = \frac{-2\dot{q}_3 + 2\dot{z}_p - (4\dot{q}_1 - 2\dot{q}_2 - 2\dot{q}_3) \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} - (4q_1 - 2q_2 - 2q_3) \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} \right)}{6(R-r)} \quad (4.153)$$

Denklem (4.142)'deki  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_3} \right)$  ifadesi denklem (4.154) olarak aşağıda bulunmuştur.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) = \frac{-2\dot{q}_3 + 2\dot{z}_p + 2(\dot{q}_3 - \dot{q}_2) \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} + 2(q_3 - q_2) \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} \right)}{2\sqrt{3}(R-r)} \quad (4.154)$$

Denklem (4.153) ve (4.154)'deki  $\dot{z}_p$ ,  $\frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3}$  ve  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} \right)$  ifadeleri daha önce denklem (4.14), (4.143) ve (4.149)'da verilmiştir.

Denklem (4.142)'deki  $\frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_3}$  ifadesi denklem (4.155)'deki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_3} &= \frac{\left( \frac{\partial \dot{a}}{\partial q_3} b + \dot{a} \frac{\partial b}{\partial q_3} + \frac{\partial \dot{a}}{\partial q_3} \sqrt{b^2 - 4ac} \right)}{2a^2} \\ &+ \frac{\left( \dot{a}(b^2 - 4ac)^{-\frac{1}{2}} \left( b \frac{\partial b}{\partial q_3} - 2 \frac{\partial a}{\partial q_3} c - 2a \frac{\partial c}{\partial q_3} \right) - \frac{\partial a}{\partial q_3} \dot{b} - a \frac{\partial \dot{b}}{\partial q_3} \right)}{2a^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{\frac{\partial a}{\partial q_3}(\dot{a}b + \dot{a}\sqrt{b^2 - 4ac} - a\dot{b})}{a^3} + \frac{2\frac{\partial \dot{a}}{\partial q_3}c + 2\dot{a}\frac{\partial c}{\partial q_3} + 2\frac{\partial a}{\partial q_3}\dot{c} + 2a\frac{\partial \dot{c}}{\partial q_3} - \frac{\partial b}{\partial q_3}\dot{b} - b\frac{\partial \dot{b}}{\partial q_3}}{2a\sqrt{b^2 - 4ac}} \\
& - \frac{\left(2\frac{\partial a}{\partial q_3}\sqrt{b^2 - 4ac} + a(b^2 - 4ac)^{-\frac{1}{2}}\left(b\frac{\partial b}{\partial q_3} - 2\frac{\partial a}{\partial q_3}c - 2a\frac{\partial c}{\partial q_3}\right)\right)(2\dot{a}c + 2a\dot{c} - b\dot{b})}{4a^2(b^2 - 4ac)} \quad (4.155)
\end{aligned}$$

Denklem (4.155)'deki a,b ve c ifadeleri daha önce denklem (4.18), (4.19) ve (4.20)'de,  $\dot{a}$ ,  $\dot{b}$  ve  $\dot{c}$  ifadeleri ise denklem (4.15), (4.16) ve (4.17)'de verilmektedir.

Ayrıca, denklem (4.155)'deki  $\frac{\partial \dot{a}}{\partial q_3}$ ,  $\frac{\partial \dot{b}}{\partial q_3}$  ve  $\frac{\partial \dot{c}}{\partial q_3}$  ifadeleri sırasıyla aşağıda (4.156),

(4.157) ve (4.158) nolu denklemlerde ifade edilmiştir.

$$\frac{\partial \dot{a}}{\partial q_3} = \frac{(-4\dot{q}_1 - 4\dot{q}_2 + 8\dot{q}_3)}{9(R-r)^2} \quad (4.156)$$

$$\frac{\partial \dot{b}}{\partial q_3} = \frac{4\dot{q}_1q_3 + 4q_1\dot{q}_3 + 4\dot{q}_2q_3 + 4q_2\dot{q}_3 + 4q_1\dot{q}_1 + 4q_2\dot{q}_2 - 24q_3\dot{q}_3}{9(R-r)^2} \quad (4.157)$$

$$\frac{\partial \dot{c}}{\partial q_3} = \frac{2\dot{q}_3}{3} - \frac{(4q_1q_3\dot{q}_1 + 2q_1^2\dot{q}_3 + 4q_2q_3\dot{q}_2 + 2q_2^2\dot{q}_3 - 12q_3^2\dot{q}_3)}{9(R-r)^2} \quad (4.158)$$

Benzer şekilde, denklem (4.155)'deki  $\frac{\partial a}{\partial q_3}$ ,  $\frac{\partial b}{\partial q_3}$  ve  $\frac{\partial c}{\partial q_3}$  ifadeleri sırasıyla aşağıda

verilmektedir.

$$\frac{\partial a}{\partial q_3} = \frac{(-4q_1 - 4q_2 + 8q_3)}{9(R-r)^2} \quad (4.159)$$

$$\frac{\partial b}{\partial q_3} = -\frac{2}{3} + \frac{(4q_1q_3 + 4q_2q_3 + 2q_1^2 + 2q_2^2 - 12q_3^2)}{9(R-r)^2} \quad (4.160)$$

$$\frac{\partial c}{\partial q_3} = \frac{2q_3}{3} - \frac{(2q_1^2q_3 + 2q_2^2q_3 - 4q_3^3)}{9(R-r)^2} \quad (4.161)$$

Denklem (4.142)'deki  $\frac{\partial z_p}{\partial q_3}$  ifadesi denklem (4.162)'deki gibi bulunur.

$$\frac{\partial z_p}{\partial q_3} = \frac{\frac{\partial a}{\partial q_3}(b + \sqrt{b^2 - 4ac}) - a \frac{\partial b}{\partial q_3}}{2a^2} + \frac{2 \frac{\partial a}{\partial q_3} c + 2a \frac{\partial c}{\partial q_3} - b \frac{\partial b}{\partial q_3}}{2a\sqrt{b^2 - 4ac}} \quad (4.162)$$

Denklem (4.162)'deki a,b ve c ifadeleri daha önce denklem (4.18), (4.19) ve (4.20)'de,  $\frac{\partial a}{\partial q_3}$ ,  $\frac{\partial b}{\partial q_3}$  ve  $\frac{\partial c}{\partial q_3}$  ifadeleri ise (4.159), (4.160) ve (4.161) nolu denklemlerde verilmiştir.

Denklem (4.142)'deki  $\frac{\partial \dot{x}_p}{\partial q_3}$  ifadesi denklem (4.163) olarak elde edilir.

$$\frac{\partial \dot{x}_p}{\partial q_3} = \frac{-2\dot{q}_3 - (4\dot{q}_1 - 2\dot{q}_2 - 2\dot{q}_3) \frac{\partial z_p}{\partial q_3} + 2\dot{z}_p - (4q_1 - 2q_2 - 2q_3) \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_3}}{6(R-r)} \quad (4.163)$$

Denklem (4.142)'deki  $\frac{\partial \dot{y}_p}{\partial q_3}$  ifadesi denklem (4.164)'deki gibi ifade edilmiştir.

$$\frac{\partial \dot{y}_p}{\partial q_3} = \frac{-2\dot{q}_3 + 2(\dot{q}_3 - \dot{q}_2) \frac{\partial z_p}{\partial q_3} + 2\dot{z}_p + 2(q_3 - q_2) \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_3}}{2\sqrt{3}(R-r)} \quad (4.164)$$

Denklem (4.163) ve (4.164)'deki  $\dot{z}_p$ ,  $\frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_3}$  ve  $\frac{\partial z_p}{\partial q_3}$  ifadeleri daha önce denklem (4.14), (4.155) ve (4.162)'de verilmiştir.

Daha sonra, Denklem (4.142)'de verilen  $q_3$  için hareket denklemi kısaltmalar yapılarak basite indirgenecek olursa denklem (4.165) elde edilir.

$$\begin{aligned} m_{motor} \ddot{q}_3 + \frac{3}{4} m_p \ddot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_3} + \frac{3}{4} m_p \ddot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_3} + \frac{3}{4} m_p \ddot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} + \frac{1}{4} m_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} (\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2 + \ddot{q}_3) \\ + \frac{1}{4} m_p \ddot{z}_p + \frac{1}{4} m_p \ddot{q}_3 + m_{tabla} \ddot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_3} + m_{tabla} \ddot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_3} + m_{tabla} \ddot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} + A_2 = F_3 \end{aligned} \quad (4.165)$$

$A_2$  ifadesinin karşılığı denklem (4.166) olarak verilmektedir.

$$\begin{aligned}
A_2 = & \frac{3}{4} m_p \left( \dot{x}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) + \dot{y}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) + \dot{z}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) \right) \\
& + \frac{1}{4} m_p \left( \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3) \right) + m_{tabla} \left( \dot{x}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) + \dot{y}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) + \dot{z}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) \right) \\
& - \frac{1}{4} m_p \left( 3 \left( \dot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_3} + \dot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_3} + \dot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) + \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3) \right) \\
& - m_{tabla} \left( \dot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_3} + \dot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_3} + \dot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) + m_{motor} g + m_p g \left( \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) \\
& + m_{tabla} g \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3}
\end{aligned} \tag{4.166}$$

Denklem (4.165)'deki  $\ddot{q}_1$ ,  $\ddot{q}_2$  ve  $\ddot{q}_3$  ifadeleri ortak parantezde toplanırsa hareket denklemi aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\begin{aligned}
& \left( \frac{1}{4} m_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) \ddot{q}_1 + \left( \frac{1}{4} m_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) \ddot{q}_2 + \left( m_{motor} + \frac{1}{4} m_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} + \frac{1}{4} m_p \right) \ddot{q}_3 \\
& + \left( \frac{3}{4} m_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_3} + m_{tabla} \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) \ddot{x}_p + \left( \frac{3}{4} m_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_3} + m_{tabla} \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) \ddot{y}_p \\
& + \left( \frac{3}{4} m_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} + \frac{1}{4} m_p + m_{tabla} \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) \ddot{z}_p + A_2 = F_3
\end{aligned} \tag{4.167}$$

Denklem (4.167)'de kısaltmalar kullanılarak hareket denkleminin yeni formu aşağıdaki gibi bulunur.

$$\begin{aligned}
& \left( \frac{1}{4} m_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) \ddot{q}_1 + \left( \frac{1}{4} m_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) \ddot{q}_2 + \left( m_{motor} + \frac{1}{4} m_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} + \frac{1}{4} m_p \right) \ddot{q}_3 \\
& + B_2 \ddot{x}_p + C_2 \ddot{y}_p + D_2 \ddot{z}_p + A_2 = F_3
\end{aligned} \tag{4.168}$$

Buradaki  $B_2$ ,  $C_2$  ve  $D_2$  ifadeleri denklem (4.169), (4.170) ve (4.171)'de verilmektedir.

$$B_2 = \left( \frac{3}{4} m_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_3} + m_{tabla} \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) \quad (4.169)$$

$$C_2 = \left( \frac{3}{4} m_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_3} + m_{tabla} \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) \quad (4.170)$$

$$D_2 = \left( \frac{3}{4} m_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} + \frac{1}{4} m_p + m_{tabla} \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) \quad (4.171)$$

Denklem (4.59) ve denklem (4.61)'de verilen  $\ddot{x}_p$  ve  $\ddot{y}_p$  ifadeleri, denklem (4.168)'de yerine koyulursa denklem (4.172) elde edilir.

$$\begin{aligned} & \left( \frac{1}{4} m_p \frac{\partial \ddot{z}_p}{\partial \ddot{q}_3} \right) \ddot{q}_1 + \left( \frac{1}{4} m_p \frac{\partial \ddot{z}_p}{\partial \ddot{q}_3} \right) \ddot{q}_2 + \left( m_{motor} + \frac{1}{4} m_p \frac{\partial \ddot{z}_p}{\partial \ddot{q}_3} + \frac{1}{4} m_p \right) \ddot{q}_3 \\ & + B_2 \left( E + \left( \frac{4q_1 - 4z_p}{6(R-r)} \right) \ddot{q}_1 - \left( \frac{2q_2 - 2z_p}{6(R-r)} \right) \ddot{q}_2 - \left( \frac{2q_3 - 2z_p}{6(R-r)} \right) \ddot{q}_3 - \frac{(4q_1 - 2q_2 - 2q_3)\ddot{z}_p}{6(R-r)} \right) \\ & + C_2 \left( G + \left( \frac{2q_2 - 2z_p}{2\sqrt{3}(R-r)} \right) \ddot{q}_2 - \left( \frac{2q_3 - 2z_p}{2\sqrt{3}(R-r)} \right) \ddot{q}_3 + \frac{2(q_3 - q_2)}{2\sqrt{3}(R-r)} \ddot{z}_p \right) \\ & + D_2 \ddot{z}_p + A_2 = F_3 \end{aligned} \quad (4.172)$$

Denklem (4.172) tekrar düzenlenirse denklem (4.173) olarak ifade edilebilir.

$$\begin{aligned} & \left( \frac{1}{4} m_p \frac{\partial \ddot{z}_p}{\partial \ddot{q}_3} + B_2 \left( \frac{4q_1 - 4z_p}{6(R-r)} \right) \right) \ddot{q}_1 + \left( \frac{1}{4} m_p \frac{\partial \ddot{z}_p}{\partial \ddot{q}_3} - B_2 \left( \frac{2q_2 - 2z_p}{6(R-r)} \right) + C_2 \left( \frac{2q_2 - 2z_p}{2\sqrt{3}(R-r)} \right) \right) \ddot{q}_2 \\ & + \left( m_{motor} + \frac{1}{4} m_p \frac{\partial \ddot{z}_p}{\partial \ddot{q}_3} + \frac{1}{4} m_p - B_2 \left( \frac{2q_3 - 2z_p}{6(R-r)} \right) - C_2 \left( \frac{2q_3 - 2z_p}{2\sqrt{3}(R-r)} \right) \right) \ddot{q}_3 \\ & + \left( -B_2 \frac{(4q_1 - 2q_2 - 2q_3)}{6(R-r)} + C_2 \frac{2(q_3 - q_2)}{2\sqrt{3}(R-r)} + D_2 \right) \ddot{z}_p + B_2 E + C_2 G + A_2 = F_3 \end{aligned} \quad (4.173)$$

Denklem (4.85)'deki  $\ddot{z}_p$  ifadesi denklem (4.173)'de yerine koyulup  $q_3$  için hareket denklemini tekrar düzenlenirse, denklem (4.174)'daki gibi bulunur.

$$a_3 \ddot{q}_1 + b_3 \ddot{q}_2 + c_3 \ddot{q}_3 = d_3 \quad (4.174)$$

$a_3$ ,  $b_3$ ,  $c_3$  ve  $d_3$  ifadelerinin karşılıkları sırasıyla denklem (4.175), (4.176), (4.177) ve (4.178) olarak verilmektedir.

$$a_3 = \left( \frac{1}{4} m_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} + B_2 \left( \frac{4q_1 - 4z_p}{6(R-r)} \right) + Q_3 HM + Q_3 JR + Q_3 KW \right) \quad (4.175)$$

$$b_3 = \frac{1}{4} m_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} - B_2 \left( \frac{2q_2 - 2z_p}{6(R-r)} \right) + C_2 \left( \frac{2q_2 - 2z_p}{2\sqrt{3}(R-r)} \right) + Q_3 HN + Q_3 JS + Q_3 KV \quad (4.176)$$

$$c_3 = m_{motor} + \frac{1}{4} m_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} + \frac{1}{4} m_p - B_2 \left( \frac{2q_3 - 2z_p}{6(R-r)} \right) - C_2 \left( \frac{2q_3 - 2z_p}{2\sqrt{3}(R-r)} \right) + Q_3 HO + Q_3 JT + Q_3 KY \quad (4.177)$$

$$d_3 = F_3 - Q_3 HP - Q_3 JU - Q_3 KZ - Q_3 L - B_2 E - C_2 G - A_2 \quad (4.178)$$

$Q_3$  ifadesi denklem (4.179)'da ifade edilmiştir.

$$Q_3 = \left( -B_2 \frac{(4q_1 - 2q_2 - 2q_3)}{6(R-r)} + C_2 \frac{2(q_3 - q_2)}{2\sqrt{3}(R-r)} + D_2 \right) \quad (4.179)$$

$q_1$ ,  $q_2$  ve  $q_3$  için elde edilen denklem (4.86), (4.130) ve (4.174)'deki hareket denklemleri matris formunda yazılıp, buradan  $q_1$ ,  $q_2$  ve  $q_3$  için elde edilen çözümler denklem (4.182), (4.183) ve (4.184)'de verilmiştir.

$$\begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix} \quad (4.180)$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix} \quad (4.181)$$

$$\begin{aligned}
\ddot{q}_1 = & \frac{d_3(b_1c_2 - b_2c_1)}{(a_1b_2c_3 - a_1b_3c_2 - a_2b_1c_3 + a_2b_3c_1 + a_3b_1c_2 - a_3b_2c_1)} \\
& - \frac{d_2(b_1c_3 - b_3c_1)}{(a_1b_2c_3 - a_1b_3c_2 - a_2b_1c_3 + a_2b_3c_1 + a_3b_1c_2 - a_3b_2c_1)} \\
& + \frac{d_1(b_2c_3 - b_3c_2)}{(a_1b_2c_3 - a_1b_3c_2 - a_2b_1c_3 + a_2b_3c_1 + a_3b_1c_2 - a_3b_2c_1)}
\end{aligned} \tag{4.182}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{q}_2 = & \frac{d_2(a_1c_3 - a_3c_1)}{(a_1b_2c_3 - a_1b_3c_2 - a_2b_1c_3 + a_2b_3c_1 + a_3b_1c_2 - a_3b_2c_1)} \\
& - \frac{d_3(a_1c_2 - a_2c_1)}{(a_1b_2c_3 - a_1b_3c_2 - a_2b_1c_3 + a_2b_3c_1 + a_3b_1c_2 - a_3b_2c_1)} \\
& - \frac{d_1(a_2c_3 - a_3c_2)}{(a_1b_2c_3 - a_1b_3c_2 - a_2b_1c_3 + a_2b_3c_1 + a_3b_1c_2 - a_3b_2c_1)}
\end{aligned} \tag{4.183}$$

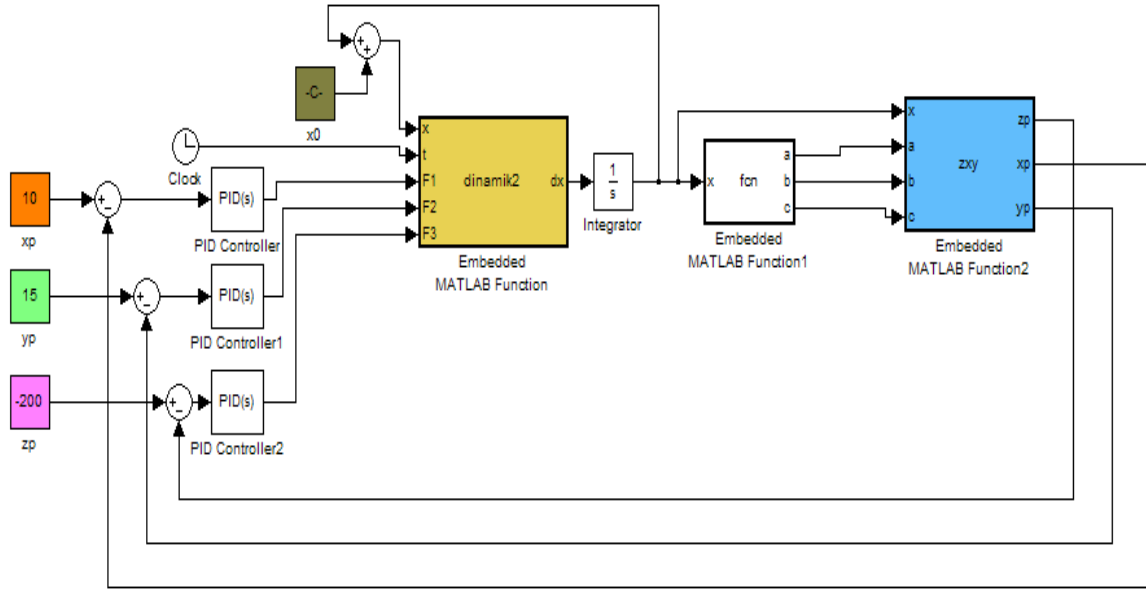
$$\begin{aligned}
\ddot{q}_3 = & \frac{d_3(a_1b_2 - a_2b_1)}{(a_1b_2c_3 - a_1b_3c_2 - a_2b_1c_3 + a_2b_3c_1 + a_3b_1c_2 - a_3b_2c_1)} \\
& - \frac{d_2(a_1b_3 - a_3b_1)}{(a_1b_2c_3 - a_1b_3c_2 - a_2b_1c_3 + a_2b_3c_1 + a_3b_1c_2 - a_3b_2c_1)} \\
& + \frac{d_1(a_2b_3 - a_3b_2)}{(a_1b_2c_3 - a_1b_3c_2 - a_2b_1c_3 + a_2b_3c_1 + a_3b_1c_2 - a_3b_2c_1)}
\end{aligned} \tag{4.184}$$

## 5. TRİGLİDE PARALEL ROBOTUN DENETİMİ

Triglide paralel robotun kontrolü, klasik kontrol yöntemlerinden birisi olan ve endüstride yaygın olarak kullanılan PID kontrol yöntemi kullanılarak yapılmıştır. PID kontrol yöntemi denklem (5.1) ile ifade edilir ve  $F(t)$  kontrol sinyali,  $e(t)$  hata sinyalinin  $K_p$  oransal, integralinin  $K_I$  integral ve türevinin  $K_D$  türevsel kazançları ile çarpımlarının toplanmasıyla elde edilir.

$$F(t) = K_p e(t) + K_I \int e(t) dt + K_D \frac{d}{dt} e(t) \quad (5.1)$$

Triglide paralel robotun kontrolü Matlab/Simulink yardımıyla yapılmıştır. Şekil 5.1’de trglide paralel robotun Simulinkte yapılan benzetimi görülmektedir. Burada kullanılan dinamik2 programı ekte verilmiştir.



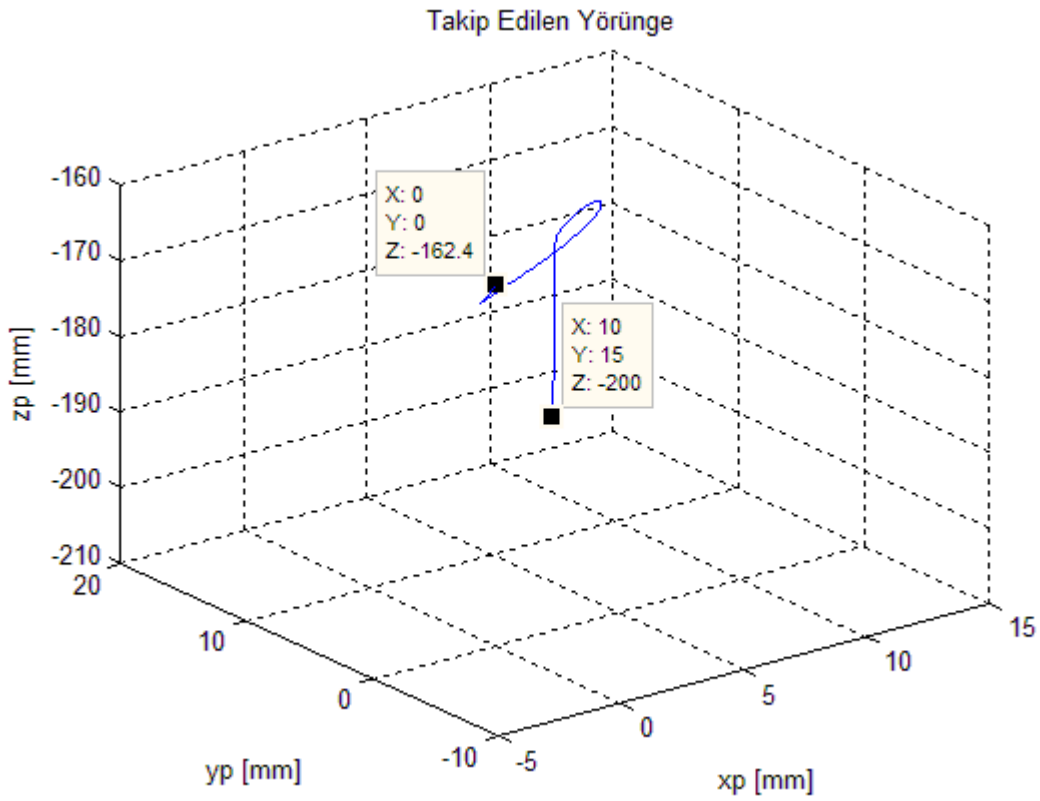
Şekil 5.1. Triglide paralel robotun simulink benzetimi

$x_p$  için PID  $K_p$ ,  $K_I$  ve  $K_D$  kontrol katsayıları, deneme yanılma ile  $K_p = -140$ ,  $K_I = 1.7$  ve  $K_D = -18$  olarak bulunmuştur.

Benzer şekilde,  $y_p$  için PID  $K_p$ ,  $K_I$  ve  $K_D$  kontrol katsayıları, deneme yanılma ile  $K_p = -70$ ,  $K_I = 0.8$  ve  $K_D = -15$  olarak bulunmuştur.

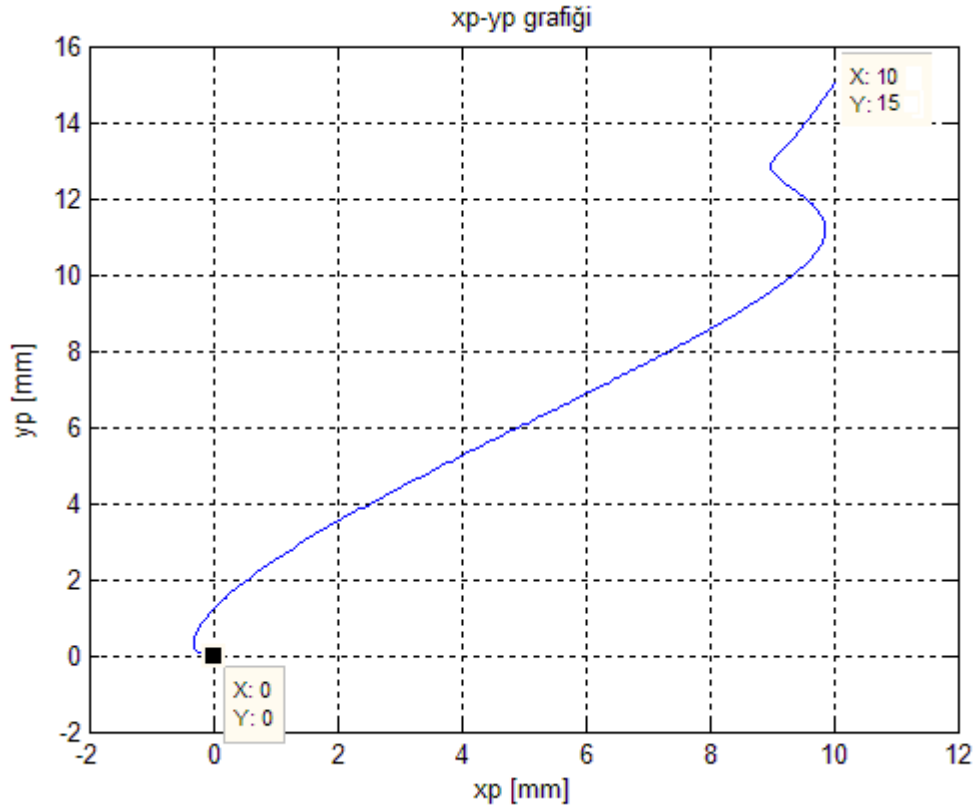
Son olarak,  $z_p$  için  $K_p$ ,  $K_I$  ve  $K_D$  kontrol katsayıları, deneme yanılma ile  $K_p = -7.5$ ,  $K_I = 0.08$  ve  $K_D = 3$  olarak bulunmuştur.

Triglide paralel robotun kontrolü yapılırken P noktasının ağırlık merkezi olan  $x_p$ ,  $y_p$  ve  $z_p$  koordinatları kontrol edilmeye çalışılmıştır. Bu noktaların kontrolü yapılırken referans değerler  $x_p = 10$ ,  $y_p = 15$  ve  $z_p = -200$  olarak verilmiştir. Şekil 5.2’de  $x_p$ ,  $y_p$  ve  $z_p$  koordinatları için istenilen referans değerlere ulaşırken, triglide paralel robotun ağırlık merkezi olan P noktasının takip ettiği yörünge verilmiştir.



Şekil 5.2. Triglide paralel robotun yörüngesi

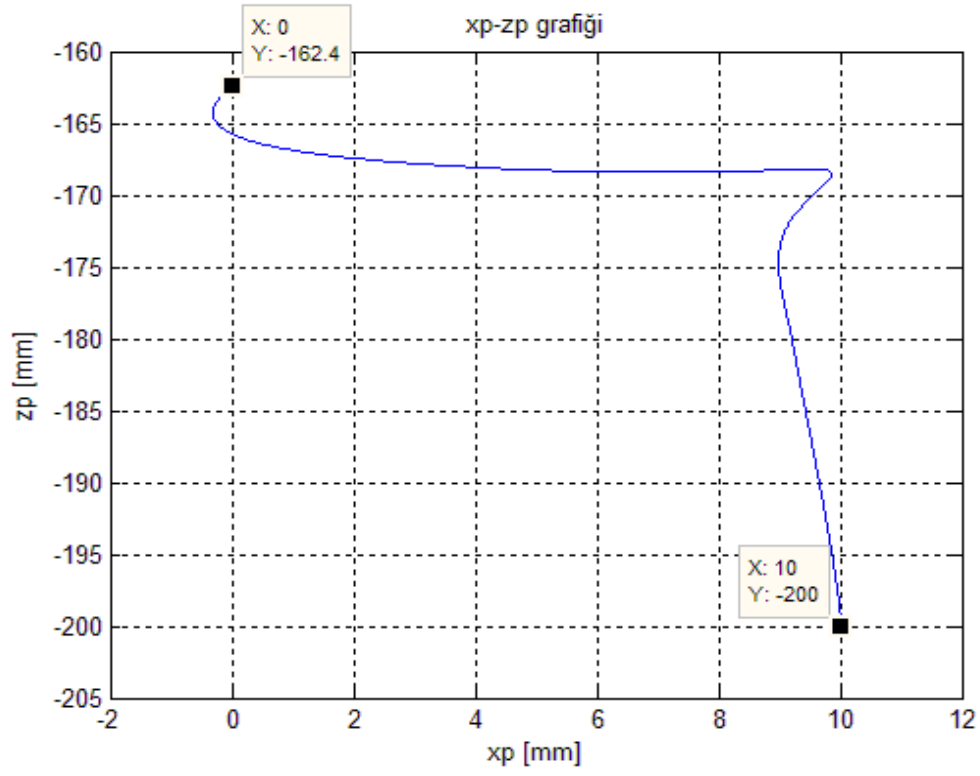
Şekil 5.3’de  $x_p$  ve  $y_p$  koordinatları için istenilen referans değerlere ulaşırken,  $x_p$ ’nin  $y_p$ ’ye göre grafiği verilmiştir. Grafikten  $x_p$  ve  $y_p$ ’nin başlangıçta sıfır olduğu, daha sonra istenilen 10 ve 15 referans değerlerine ulaştıkları görülmektedir.



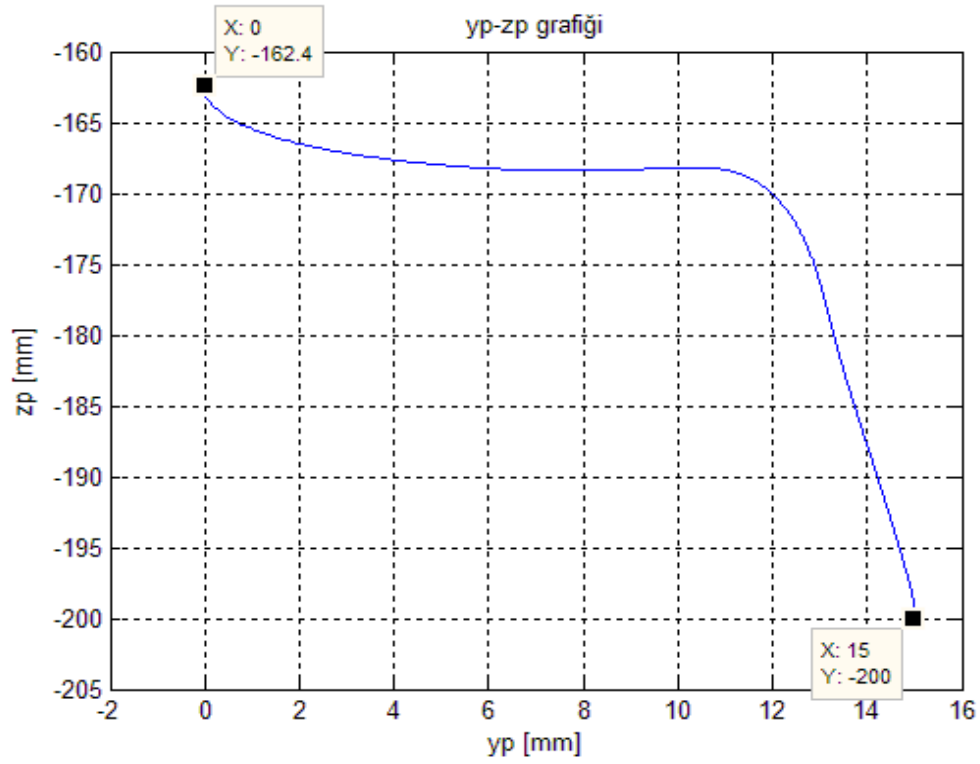
Şekil 5.3.  $x_p$  'nin  $y_p$  'ye göre grafiği

Şekil 5.4'de ise  $x_p$  ve  $z_p$  koordinatları için istenilen referans değerlere ulaşırken,  $x_p$  'nin  $z_p$  'ye göre grafiği verilmiştir. Başlangıçta  $x_p = 0$  ve  $z_p = -162.4$  'dir. Daha sonra  $x_p$  ve  $z_p$  değerleri istenilen 10 ve -200 referans değerlerine ulaşmaktadır.

Şekil 5.5'de de  $y_p$  ve  $z_p$  koordinatları için istenilen referans değerlere ulaşırken,  $y_p$  'nin  $z_p$  'ye göre grafiği verilmiştir. Grafikten başlangıçta  $y_p = 0$  ve  $z_p = -162.4$  olduğu, daha sonra  $y_p$  ve  $z_p$  'nin istenilen 15 ve -200 referans değerlerine ulaştıkları görülmektedir.

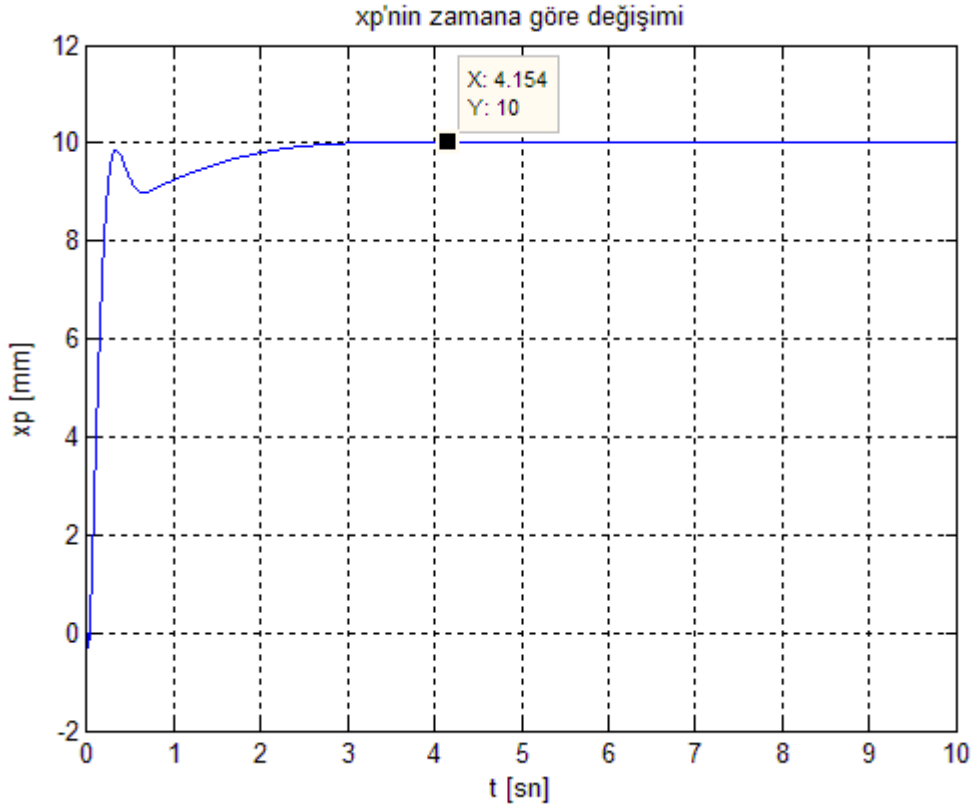


Şekil 5.4.  $x_p$  'nin  $z_p$  'ye göre grafiği



Şekil 5.5.  $y_p$  'nin  $z_p$  'ye göre grafiği

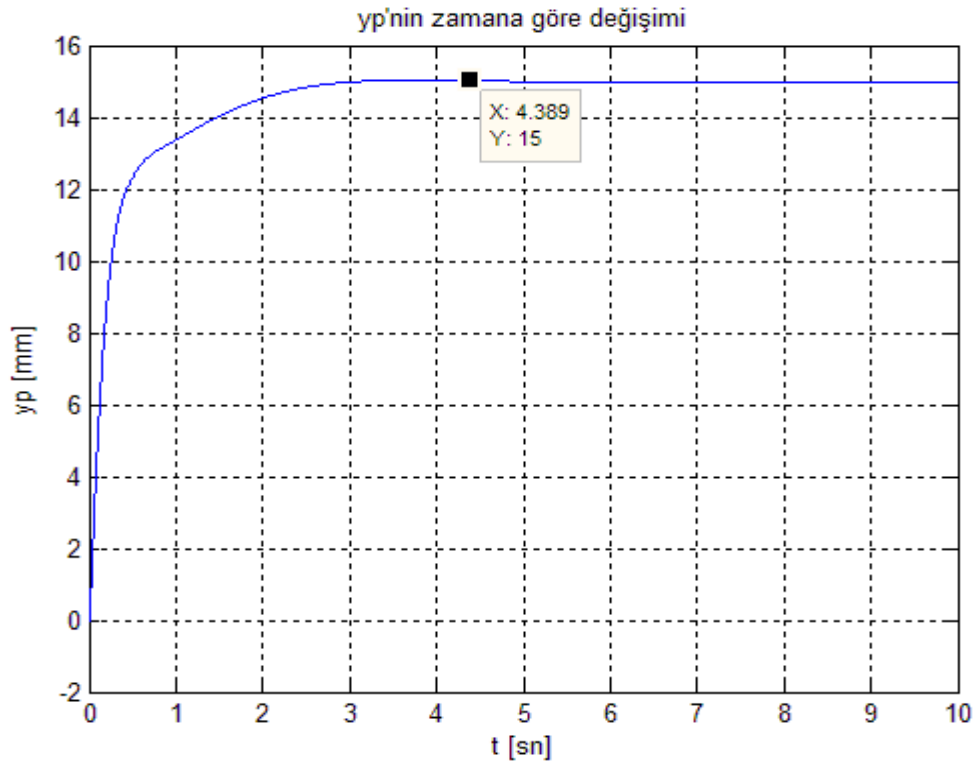
Şekil 5.6’da triglide paralel robotun P noktasının apsisi olan  $x_p$ ’nin zamana göre değişimi görülmektedir. Grafikten de görüleceği üzere  $x_p$  değeri  $t=4.154$  sn iken istenilen  $x_p = 10$  referans değerine ulaşmıştır.



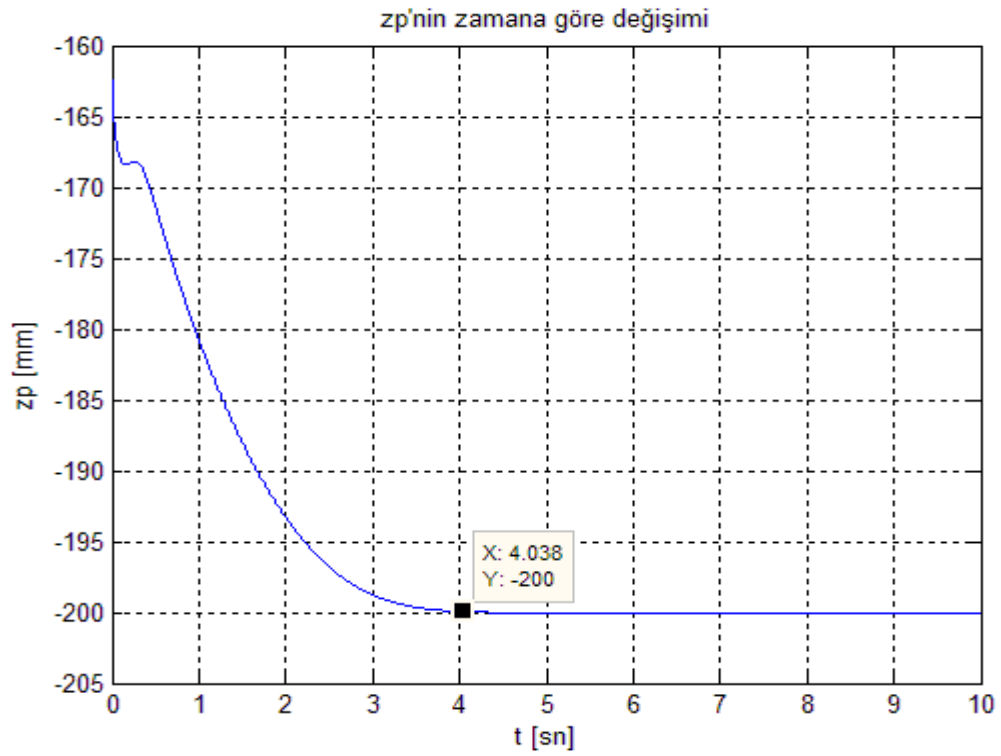
Şekil 5.6.  $x_p$ ’nin zamana göre değişimi

Şekil 5.7’de triglide paralel robotun P noktasının ordinatı olan  $y_p$ ’nin zamana göre değişimi görülmektedir. Grafikten de görüleceği üzere  $y_p$  değeri  $t=4.389$  sn iken istenilen  $y_p = 15$  referans değerine ulaşmıştır.

Şekil 5.8’de triglide paralel robotun P noktasının  $z$  yönündeki bileşeni olan  $z_p$ ’nin zamana göre değişimi görülmektedir. Grafikten de görüleceği üzere  $z_p$  değeri  $t=4.038$  sn iken istenilen  $z_p = -200$  referans değerine ulaşmıştır.

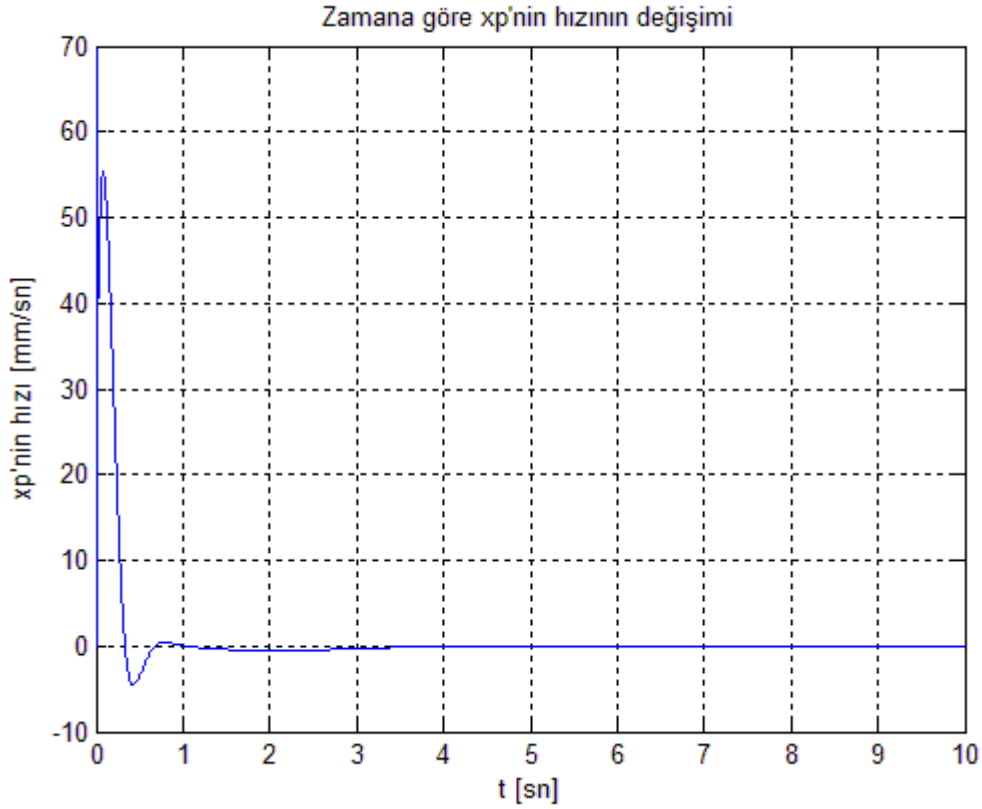


Şekil 5.7.  $y_p$  'nin zamana göre değişimi



Şekil 5.8.  $z_p$  'nin zamana göre değişimi

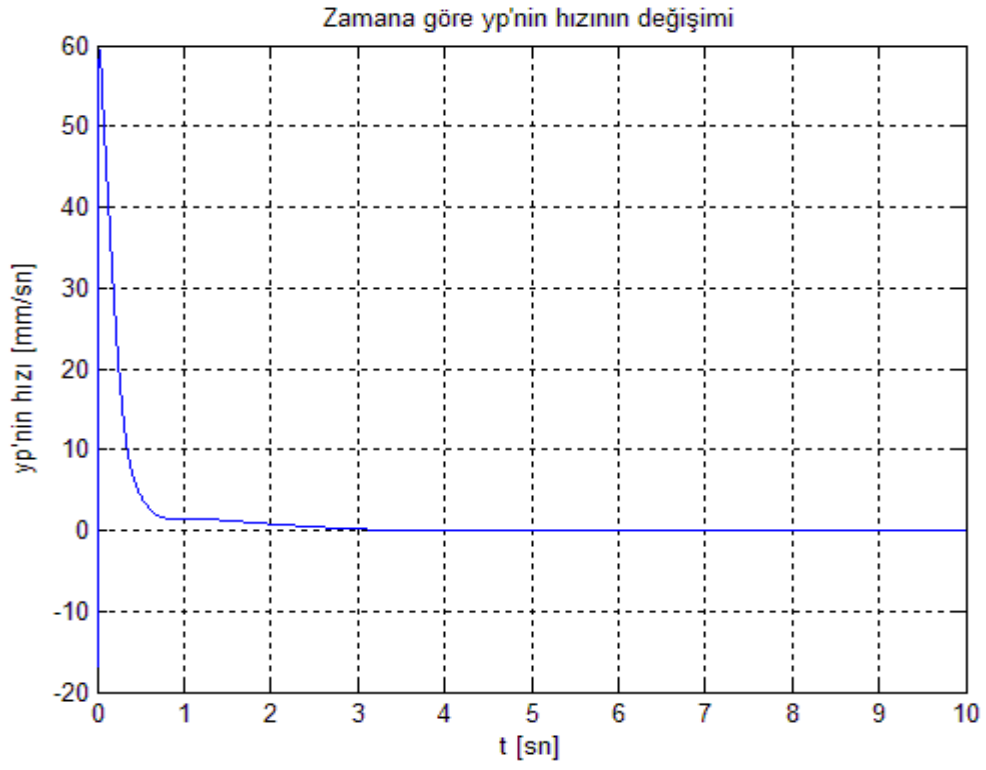
Şekil 5.9’da triglide paralel robotun P noktasının apsisi olan  $x_p$  ’nin hızının zamana göre değişimi görülmektedir. Grafikten de görüleceği üzere  $x_p$  ’nin hızı belli bir zaman sonra sıfıra ulaşmaktadır. Bu durum  $x_p$  değerinin istenilen referans değere ulaştığını göstermektedir.



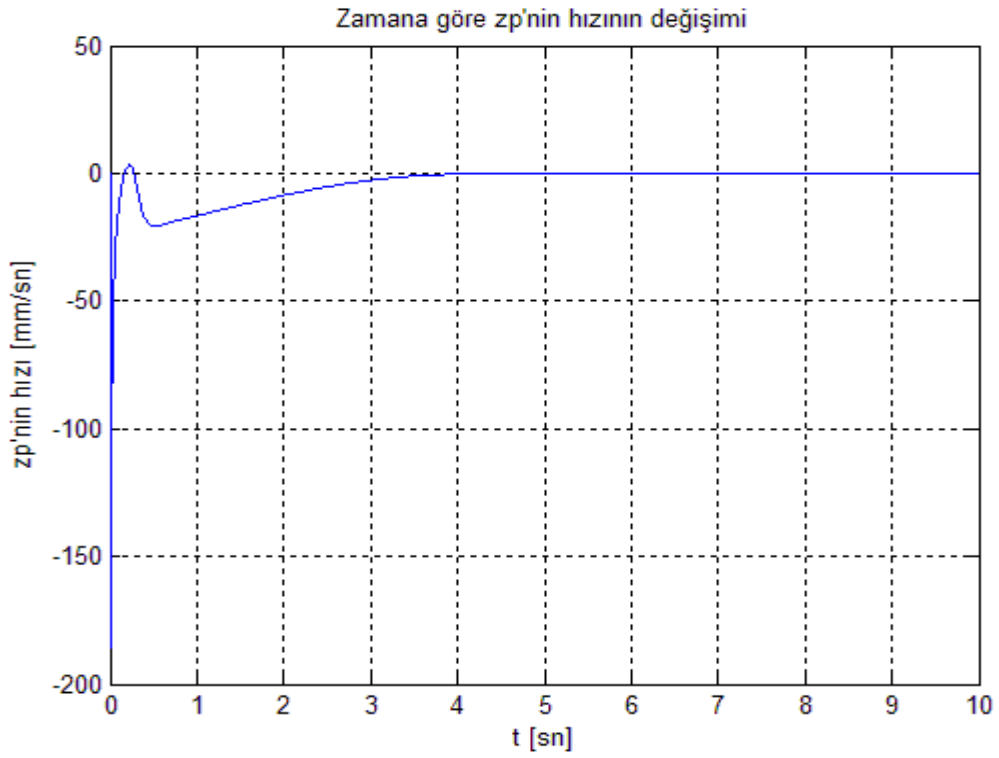
Şekil 5.9.  $x_p$  ’nin hızının zamana göre değişimi

Şekil 5.10’da triglide paralel robotun P noktasının ordinatı olan  $y_p$  ’nin hızının zamana göre değişimi görülmektedir. Grafikten de görüleceği üzere  $y_p$  ’nin hızı belli bir zaman sonra sıfıra ulaşmaktadır. Bu durum  $y_p$  değerinin istenilen referans değere ulaştığını göstermektedir.

Şekil 5.11’de triglide paralel robotun P noktasının z yönündeki bileşeni olan  $z_p$  ’nin hızının zamana göre değişimi görülmektedir. Grafikten de görüleceği üzere  $z_p$  ’nin hızı belli bir zaman sonra sıfıra ulaşmaktadır. Bu durum  $z_p$  değerinin istenilen referans değere ulaştığını göstermektedir.

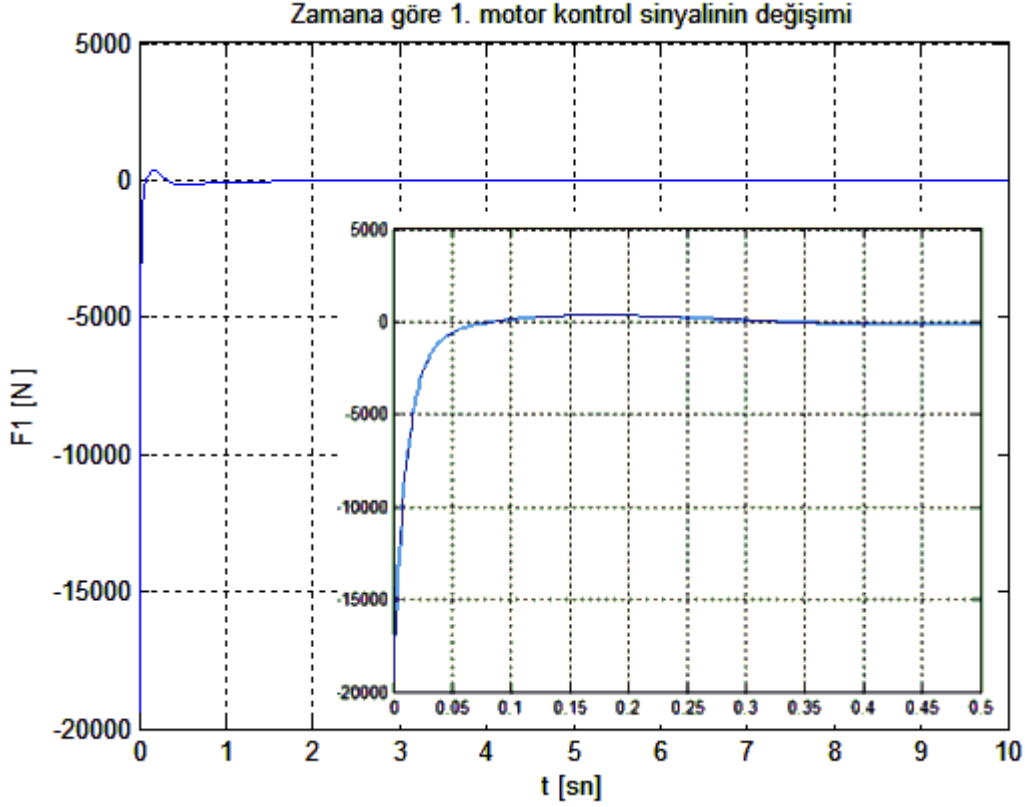


Şekil 5.10.  $y_p$  'nin hızının zamana göre değişimi



Şekil 5.11.  $z_p$  'nin hızının zamana göre değişimi

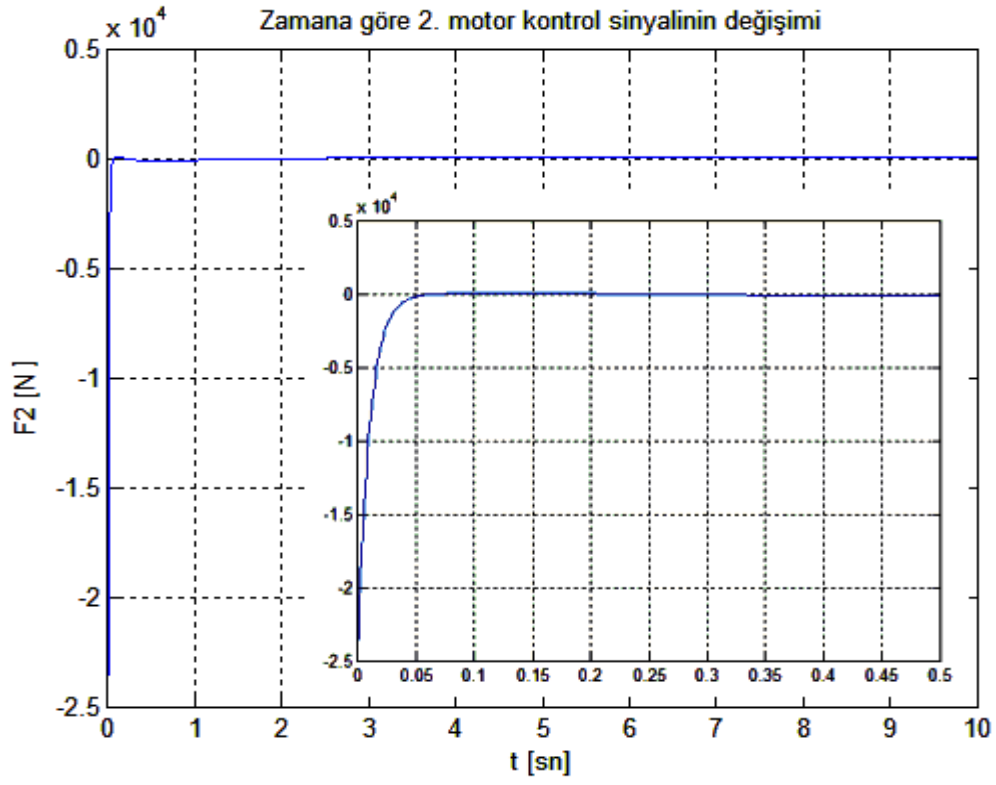
Şekil 5.12’de triglide paralel robotun P noktasının koordinatları olan  $x_p$ ,  $y_p$  ve  $z_p$  ’nin istenilen referans değerlere ulaşması için 1. motora uygulanması gereken kontrol sinyalinin zamana göre değişimi görülmektedir.



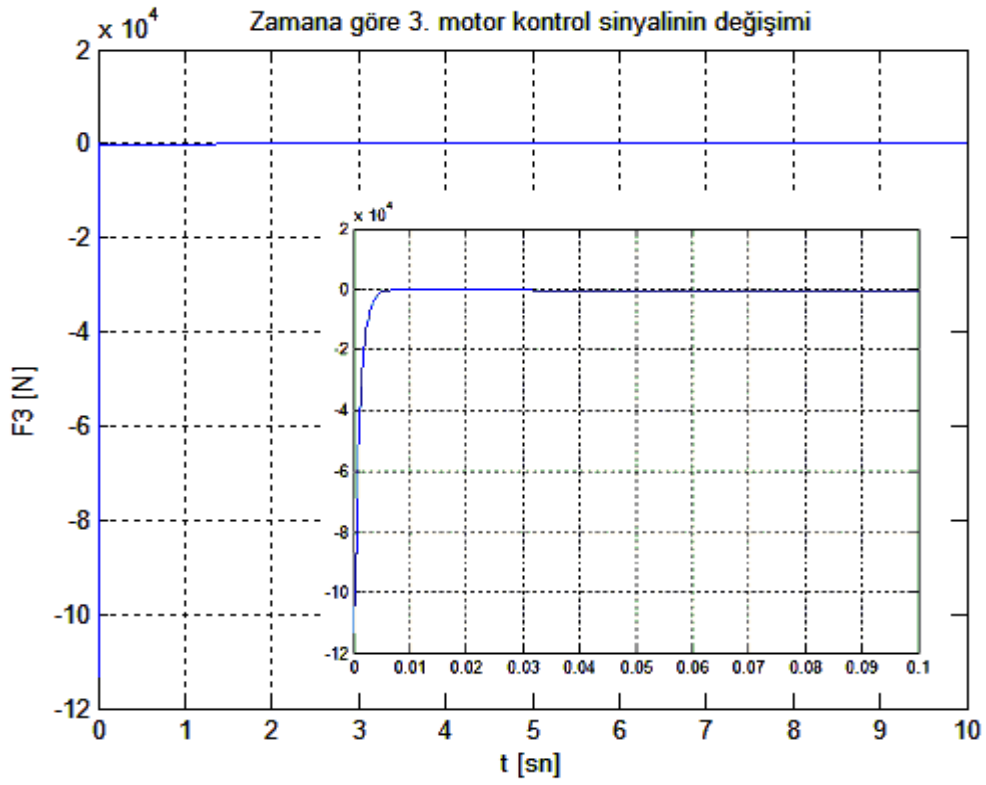
Şekil 5.12. 1. motor kontrol sinyalinin zamana göre değişimi

Şekil 5.13’de triglide paralel robotun P noktasının koordinatları olan  $x_p$ ,  $y_p$  ve  $z_p$  ’nin istenilen referans değerlere ulaşması için 2. motora uygulanması gereken kontrol sinyalinin zamana göre değişimi görülmektedir.

Şekil 5.14’de triglide paralel robotun P noktasının koordinatları olan  $x_p$ ,  $y_p$  ve  $z_p$  ’nin istenilen referans değerlere ulaşması için 3. motora uygulanması gereken kontrol sinyalinin zamana göre değişimi görülmektedir.



Şekil 5.13. 2. motor kontrol sinyalinin zamana göre değişimi



Şekil 5.14. 3. motor kontrol sinyalinin zamana göre değişimi

## 6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Son yıllarda tıbbi uygulamalarda robot kullanımının giderek arttığı görülmektedir. Özellikle paralel robotlar tıbbi uygulamalarda çok geniş alanlarda kullanılmaya başlanmıştır. Hantal seri robot yapılarının tersine küçük ve hafif paralel yapılar, ameliyathanede robotun yer değiştirmesini kolaylaştırır, gerekli boşluğun korunmasını sağlar ve kapalı perdeyle robot örtülerek kolay sterilizasyona izin verir. Bu çalışmada uygulamalarda tercih edilen 3 serbestlik dereceli paralel bir robot olan triglide ele alınmıştır. İlk olarak triglide paralel robotun düz ve ters kinematik çözümleri elde edilmiştir. Literatürde triglide paralel robotun ters kinematik çözümleri mevcut olmasına rağmen, yazarın bilgisi dahilinde düz kinematik çözümlere rastlanmamıştır. Bulunan düz ve ters kinematik çözümlerin doğruluğunu test etmek için Solidworks programında triglide paralel robotun katı modellemesi yapılmıştır. Triglidle paralel robotun katı modellemesi üzerinden düz ve ters kinematik çözümlerin doğruluğu test edilmiştir. Daha sonra, bulunan düz ve ters kinematik çözümler kullanılarak Matlab’da program yazılmış ve triglide paralel robotun çalışma hacmi elde edilmiştir. Bölüm 3’de triglide paralel robotun jakobyen matrisi elde edilmiştir. Bölüm 4’te ise Lagrange yöntemiyle triglide paralel robotun dinamik analizi yapılarak, triglide paralel robotun hareket denklemleri elde edilmiştir. Son olarak PID kontrol yöntemi kullanılarak Matlab/Simulink ortamında triglide paralel robot kontrol edilmiştir. Bu çalışmadan çıkarılabilecek sonuç ve öneriler aşağıdaki gibi maddeler halinde sıralanabilir:

- Yazarın bilgisi dahilinde ilk kez triglide paralel robotun düz kinematiği elde edilmiştir.
- Triglidle paralel robotun Simulink benzetim sonuçları incelendiği zaman, PID kontrol yöntemi ile  $x_p$ ,  $y_p$  ve  $z_p$ ’nin istenilen referans değerlere yaklaşık 4 sn’de ulaştığı görülmektedir. Yani sistem yaklaşık olarak 4 sn sonra sürekli rejime geçmektedir.
- Birinci, ikinci ve üçüncü motor kontrol sinyalleri sonuçlarına bakıldığı zaman, uygulanabilir ve makul değerler sınırında oldukları görülmektedir.

- Bundan sonraki çalışmalarda triglide paralel robot için elde edilmiş olan hareket denklemleri, farklı kontrol yöntemleri kullanılarak kontrol edilecektir. Özellikle akıllı kontrol yöntemleri, triglide paralel robotun kontrolü için uygulanacaktır.
- Ayrıca, bundan sonraki çalışmalarda triglide paralel robotun imalatı yapılarak deneysel çalışılacaktır. En az iki adet triglide paralel robotun imalatı yapılacaktır. Bunlardan bir tanesi master ve diğeri ise slave olarak kullanılacaktır. Master ve slave robotların senkronize bir şekilde çalıştırılması için uğraşılacaktır.
- Ele alınan triglide paralel robotun tıbbi uygulamalarda kullanılabileceği düşünülmektedir. Bu nedenle, tıbbi uygulamalarda, özellikle cerrahi operasyonlarda triglide paralel robotun kullanılabilirliği araştırılacaktır.
- Bunlara ek olarak, triglide paralel robot gibi çok serbestlik dereceli paralel robotlar bundan sonraki çalışmalarda tercih edilip hareket denklemleri elde edilebilir ve bu hareket denklemleri kullanılarak kontrol yapılabilir.

## KAYNAKLAR

- [1] **Bingül, Z., ve Küçük, S.**, 2005, Robot Tekniği, Birsen Yayınevi, İstanbul.
- [2] **Sciavicco, L.**, 1996, Modeling and Control of Robot Manipulator, The McGraw-Hill Comp.Inc.
- [3] **Bentas, W., Wolfram, M., Brautigam, R., Probst, M., Beecken, W., Jonas, D. ve Binder, J.**, 2003, Da Vinci robot assisted Anderson-Hynes dismembered pyeloplasty: technique and 1 year follow-up, *World J Urol*, **Vol.21**, 133-138.
- [4] **Gettman, M. T., Blute, M. L., Peschel, R. ve Bartsch, G.**, 2003, Current Status of Robotics in Urologic Laparoscopy, *European Urology*, **Vol.43**, 106-112.
- [5] **Zhou, H., Guo, Y., Yu, X., Baa, S., Liu, J., Zhang, Y., Ren, Y. ve Zheng, Q.**, 2006. Clinical characteristics of remote Zeus robot-assisted laparoscopic cholecystectomy: A report of 40 cases, *World J Gastroenterol*, **Vol. 12**, 2606–2609.
- [6] **Merlet, J. P.**, 1996, Paralel Robots, Springer Yayınevi, The Netherlands, 75-76s.
- [7] **Yangmin, L. ve Qingsong, X.**, 2007, Design and Development of a Medical Parallel Robot for Cardiopulmonary Resuscitation, *ASME Transactions on Mechatronics*, **Vol.12**, 265.
- [8] **Merlet, J. P.**, 1993. Direct Kinematics of parallel manipulators, *IEEE Trans. Rob. Autom.*, **9(6)**, 842–846.
- [9] **Merlet, J. P.**, 1992. On the Infinitesimal Motion of Parallel Manipulators in Singular Configurations, *Proceedings of the 1992 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, IEEE Piscataway, NJ, **Vol. 1**, 320–325.
- [10] **Bi, Z. M., ve Lang S. Y. T.**, 2009, Joint workspace of parallel kinematic machines, *Robotics and Computer Integrated Manufacturing*, **Vol.25**, 57-63.
- [11] **Merlet, J. P.**, 1995. Determination of the orientation workspace of paralel manipulators, *Journal of intelligent and robotic systems*, **13**, 143–160.
- [12] **Mustafa, M., Misuari, R. ve Daniyal, H.**, Forward Kinematics of 3 Degree of Freedom Delta Robot.
- [13] **Merlet, J. P.**, 1996, Paralel Robots, Springer Yayınevi, The Netherlands, 31-34s.
- [14] **Stan, S., Manic, M., Maties, V. ve Balan, R.**, 2008. Evalutionary Approach to Optimal Design of 3 DOF Translation Exoskeleton and Medical Parallel Robots, *HSI*, Poland.
- [15] <http://www.parallemic.org/Reviews/Review002.html> Delta Parallel Robot. 6 Mayıs 2001.

## EKLER

### EK A

```
R=141;  
>> r=24.27;  
>> L=200;  
>> xp=[0.5465 19.329];  
>> yp=[-0.702 -0.6669];  
>> zp=[106.44 14.55];  
>> q1=z+sqrt(L^2-(r-R+x).^2-y.^2)  
  
q1 =  
    269.2310    189.2286  
>> q2=z+sqrt(L^2-((R-r)/2+x).^2-((r-R)*sqrt(3)/2+y).^2)  
q2 =  
    268.2040    168.2020  
>> q3=z+sqrt(L^2-((R-r)/2+x).^2-((R-r)*sqrt(3)/2+y).^2)  
q3=  
    269.790    169.0771
```

Ölçülen  $q_1$ ,  $q_2$  ve  $q_3$  değerleri sırasıyla aşağıda verilmiştir.

$$q_1=[269.279 \ 189.279]$$

$$q_2=[268.252 \ 168.252]$$

$$q_3=[269.127 \ 169.127]$$

## EK B

```
q1=[269.279 189.279];
```

```
>> q2=[268.252 168.252];
```

```
>> q3=[269.127 169.127];
```

```
>> a=1+(4*q1-2*q2-2*q3).^2/(36*(R-r)^2)+(q3-q2).^2/(3*(R-r)^2)
```

```
a =
```

```
1.0      1.0138
```

```
2.0
```

```
b=-2*q1+(4*q1-2*q2-2*q3)/3-(2*q1.^2-q2.^2-q3.^2).*(4*q1-2*q2-2*q3)/(18*(R-r)^2)  
+(q2.^2-q3.^2).*(q3-q2)/(3*(R-r)^2)
```

```
b =
```

```
-537.7882 -356.0613
```

```
>> c=q1.^2-L^2+(r-R)^2-(2*q1.^2-q2.^2-q3.^2)/3+(2*q1.^2-q2.^2-q3.^2).^2/(36*(R-r)^2)  
+(q2.^2-q3.^2).^2/(12*(R-r)^2)
```

```
c =
```

```
1.0e+004 *
```

```
4.5928  0.4982
```

```
delta=b.^2-4*a.*c
```

```
delta =
```

```
1.0e+005 *
```

```
1.550  1.0657
```

```
>> zp=(-b-sqrt(delta))./(2*a)
```

```
zp =
```

```
106.4880 14.6002
```

```
yp=(q2.^2-q3.^2+2*(q3-q2).*zp)/(2*sqrt(3)*(R-r))
```

```
yp =
```

```
-0.7020 -0.6669
```

$$x_p = (2 \cdot q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 - (4 \cdot q_1 - 2 \cdot q_2 - 2 \cdot q_3) \cdot z_p) / (6 \cdot (R - r))$$

$x_p =$

0.5465 19.3294

Ölçülen  $x_p$ ,  $y_p$  ve  $z_p$  değerleri sırasıyla aşağıda verilmiştir.

$$x_p = [0.5465 \ 19.329]$$

$$y_p = [-0.702 \ -0.6669]$$

$$z_p = [106.44 \ 14.55]$$

## EK C

```
R=141;
r=24.27;
L=200;
i=1;
for q1=0:10:330
    for q2=0:10:330
        for q3=0:10:330
            a(1,i)=1+(4*q1-2*q2-2*q3).^2/(36*(R-r)^2)+(q3-q2).^2...
/ (3*(R-r)^2);
            b(1,i)=-2*q1+(4*q1-2*q2-2*q3)/3-((2*q1.^2-q2.^2-
q3.^2).*(4*q1-2*q2-2*q3))/(18*(R-r)^2)+((q2.^2-q3.^2).*(q3-q2))/...
(3*(R-r)^2);
            c(1,i)=q1.^2-L^2+(R-r)^2-(2*q1.^2-q2.^2-q3.^2)/3+(2*...
q1.^2-q2.^2-q3.^2).^2/(36*(R-r)^2)+(q2.^2-q3.^2).^2/(12*(R-r)^2);
            delta(1,i)=b(1,i).^2-4*a(1,i).*c(1,i);
            zp(1,i)=(-b(1,i)-sqrt(delta(1,i)))/(2*a(1,i));
            yp(1,i)=(q2.^2-q3.^2+2*(q3-q2).*zp(1,i))/(2*sqrt(3)*(R-r));
            xp(1,i)=(2*q1.^2-q2.^2-q3.^2-(4*q1-2*q2-
2*q3).*zp(1,i))/(6*(R-r));
            i=i+1;
        end
    end
end
```

## EK D

```
function dx = dinamik2(x,t,F1,F2,F3)

r=24.27;
R=141;
L=200;
mmotor=0.25;
mp=0.1;
mtabla=0.2;
g=9.81;

dx=zeros(6,1);
dx(1)=x(2);
dx(3)=x(4);
dx(5)=x(6);

a=1+(4*x(1)-2*x(3)-2*x(5))^2/(36*(R-r)^2)+(x(5)-x(3))^2/(3*(R-r)^2);
b=-2*x(1)+(4*x(1)-2*x(3)-2*x(5))/3-((2*x(1)^2-x(3)^2-x(5)^2)*...
(4*x(1)-2*x(3)-2*x(5)))/(18*(R-r)^2)+((x(3)^2-x(5)^2)*(x(5)-x(3)))/...
/(3*(R-r)^2);
c=x(1)^2-L^2+(R-r)^2-(2*x(1)^2-x(3)^2-x(5)^2)/3+(2*x(1)^2-x(3)^2-...
x(5)^2)^2/(36*(R-r)^2)+(x(3)^2-x(5)^2)^2/(12*(R-r)^2);
zp=(-b-sqrt(b^2-4*a*c))/(2*a);
xp=(2*x(1)^2-x(3)^2-x(5)^2-(4*x(1)-2*x(3)-2*x(5))*zp)/(6*(R-r));
yp=(x(3)^2-x(5)^2+2*(x(5)-x(3))*zp)/(2*sqrt(3)*(R-r));

an=((2*x(1)-x(3)-x(5))*(4*x(2)-2*x(4)-2*x(6)))/(9*(R-r)^2)+(2*(x(5)...
-x(3))*(x(6)-x(4)))/(3*(R-r)^2);
bn=-2*x(2)+(4*x(2)-2*x(4)-2*x(6))/3-((4*x(1)*x(2)-2*x(3)*x(4)-2*x(5)...
*x(6))*(4*x(1)-2*x(3)-2*x(5))+(2*x(1)^2-x(3)^2-x(5)^2)*(4*x(2)-2*x(4)...
-2*x(6)))/(18*(R-r)^2)+((2*x(3)*x(4)-2*x(5)*x(6))*(x(5)-x(3))+(x(6)-...
x(4))*(x(3)^2-x(5)^2))/(3*(R-r)^2);
cn=2*x(1)*x(2)-(4*x(1)*x(2)-2*x(3)*x(4)-2*x(5)*x(6))/3+(2*(2*x(1)^2-...
x(3)^2-x(5)^2)*(4*x(1)*x(2)-2*x(3)*x(4)-2*x(5)*x(6)))/(36*(R-r)^2)+...
(2*(x(3)^2-x(5)^2)*(2*x(3)*x(4)-2*x(5)*x(6)))/(12*(R-r)^2);
zpn=(an*b+an*sqrt(b^2-4*a*c)-a*bn)/(2*a^2)+(2*an*c+2*a*cn-b*bn)/(2*a...
*sqrt(b^2-4*a*c));
xpn=(4*x(1)*x(2)-2*x(3)*x(4)-2*x(5)*x(6)-(4*x(2)-2*x(4)-2*x(6))*zp-...
(4*x(1)-2*x(2)-2*x(3))*zpn)/(6*(R-r));
ypn=(2*x(3)*x(4)-2*x(5)*x(6)+2*(x(6)-x(4))*zp+2*(x(5)-x(3))*zpn)/...
(2*sqrt(3)*(R-r));

dandq1n=(8*x(1)-4*x(3)-4*x(5))/(9*(R-r)^2);
dbndq1n=-2/3-(12*x(1).^2-2*x(3).^2-2*x(5).^2-4*x(1).*x(3)-4*x(1).*...
x(5))/(9*(R-r)^2);
dcndq1n=2*x(1)/3+(4*x(1).^3-2*x(1).*x(3)^2-2*x(1).*x(5).^2)/(9*(R-r)^2);
dzpndq1n=(dandq1n.*(b+sqrt(b.^2-4*a.*c))-a.*dbndq1n)/(2*a.^2)+(2*...
dandq1n.*c+2*dcndq1n.*a-b.*dbndq1n)/(2*a.*sqrt(b.^2-4*a.*c));
dxpndq1n=(4*x(1)-4*zp-(4*x(1)-2*x(3)-2*x(5)).*dzpndq1n)/(6*(R-r));
dypndq1n=(2*(x(5)-x(3)).*dzpndq1n)/(2*sqrt(3)*(R-r));
ddandddq1n=(8*x(2)-4*x(4)-4*x(6))/(9*(R-r)^2);
```

```

ddbndddq1n=(-24*x(1).*x(2)+4*x(3).*x(4)+4*x(5).*x(6)+4*x(2).*x(3)+4*...
x(1).*x(4)+4*x(2).*x(5)+4*x(1).*x(6))/(9*(R-r)^2);
ddcndddq1n=2*x(2)/3+(12*x(1).^2.*x(2)-2*x(2).*x(3)^2-4*x(1).*x(3).*...
x(4)-2*x(2).*x(5).^2-4*x(1).*x(5).*x(6))/(9*(R-r)^2);
ddzpnnddq1n=(bn-dandq1n+b.*ddandddq1n+(b.^2-4*a.*c).^(-0.5).*(b.*bn-2*...
an.*c-2*a.*cn).*ddandddq1n+sqrt(b.^2-4*a.*c).*ddandddq1n)/(2*a.^2)-
(an.*...
dbndq1n+a.*ddbndddq1n)/(2*a.^2)-(an.*(b.*dandq1n+sqrt(b.^2-4*a.*c).*...
dandq1n-.dbndq1n))./a.^3+(2*cn.*dandq1n+2*c.*ddandddq1n+2*an.*dcndq1n+...
2*a.*ddcndddq1n-bn.*dbndq1n-b.*ddbndddq1n)/(2*a.*sqrt(b.^2-4*a.*c))-(2*...
an.*sqrt(b.^2-4*a.*c)+a.*(b.^2-4*a.*c).^(-0.5).*(2*b.*bn-4*an.*c-
4*a.*cn)).*...
.*(2*c.*dandq1n+2*a.*dcndq1n-b.*dbndq1n)/(4*a.^2.*(b.^2-4*a.*c));
ddxpnnddq1n=(4*x(2)-4*zpn-(4*x(2)-2*x(4)-2*x(6)).*dzpnndq1n-(4*x(1)-
2*x(3)...
-2*x(5)).*ddzpnnddq1n)/(6*(R-r));
ddypnnddq1n=(2*(x(6)-x(4)).*dzpnndq1n+2*(x(5)-x(3)).*ddzpnnddq1n)/...
(2*3^0.5*(R-r));
dadq1=(8*x(1)-4*x(3)-4*x(5))/(9*(R-r)^2);
dbdq1=-2/3-(12*x(1).^2-2*x(3).^2-2*x(5).^2-4*x(1).*x(3)-4*x(1).*x(5))/...
(9*(R-r)^2);
dcdq1=2*x(1)/3+(4*x(1).^3-2*x(1).*x(3)^2-2*x(1).*x(5).^2)/(9*(R-r)^2);
dzpdq1=(dadq1.*(b+(b.^2-4*a.*c).^0.5)-a.*dbdq1)/(2*a.^2)+(2*dadq1.*c+...
2*a.*dcdq1-b.*dbdq1)/(2*a.*(b.^2-4*a.*c).^0.5);
dandq1=(8*x(2)-4*x(4)-4*x(6))/(9*(R-r)^2);
dbndq1=(-24*x(1).*x(2)+4*x(3).*x(4)+4*x(5).*x(6)+4*x(2).*x(3)+4*x(1).*...
x(4)+4*x(2).*x(5)+4*x(1).*x(6))/(9*(R-r)^2);
dcndq1=2*x(2)/3+(12*x(1).^2.*x(2)-2*x(2).*x(3)^2-4*x(1).*x(3).*x(4)...
-2*x(2).*x(5).^2-4*x(1).*x(5).*x(6))/(9*(R-r)^2);
dzpnndq1=(dandq1.*b+an.*dbdq1+dandq1.*(b.^2-4*a.*c).^0.5+an.*...
(b.^2-4*a.*c).^(-0.5).*(b.*dbdq1-2*dadq1.*c-2*a.*dcdq1)-dadq1.*bn-...
a.*dbndq1)/(2*a.^2)-dadq1.*(an.*b+an.*(b.^2-4*a.*c).^0.5-a.*bn)./(...
(a.^3)+(2*dandq1.*c+2*an.*dcdq1+2*dadq1.*cn+2*a.*dcndq1-dbndq1.*bn-...
b.*dbndq1)/(2*a.*(b.^2-4*a.*c).^0.5)-(2*dadq1.*(b.^2-4*a.*c).^0.5+a...
.*(b.^2-4*a.*c).^(-0.5).*(b.*dbdq1-2*dadq1.*c-2*a.*dcdq1)).*(2*an.*c+...
2*a.*cn-b.*bn)/(4*a.^2.*(b.^2-4*a.*c).^0.5);
dypndq1=(4*x(2)-4*zpn-(4*x(2)-2*x(4)-2*x(6)).*dzpdq1-(4*x(1)-2*x(3)-...
2*x(5)).*dzpnndq1)/(6*(R-r));
dypndq1=(2*(x(6)-x(4)).*dzpdq1+2*(x(5)-x(3)).*dzpnndq1)/(2*3^0.5*(R-r));
dandq2n=(-4*x(1)+8*x(3)-4*x(5))/(9*(R-r)^2);
dbndq2n=-2/3+(4*x(1).*x(3)+4*x(3).*x(5)+2*x(1).^2-
12*x(3).^2+2*x(5).^2)...
/(9*(R-r)^2);
dcndq2n=2*x(3)/3-(2*x(3)*x(1)^2-4*x(3)^3-2*x(3)*x(5)^2)/(9*(R-r)^2);
dzpnndq2n=(dandq2n*(b+sqrt(b^2-4*a*c))-a.*dbndq2n)/(2*a.^2)+(2*dandq2n*c...
+2*dcndq2n*a-b.*dbndq2n)/(2*a.*sqrt(b^2-4*a*c));
dypndq2n=(-2*x(3)+2*zp-(4*x(1)-2*x(3)-2*x(5)).*dzpnndq2n)/(6*(R-r));
dypndq2n=(2*x(3)-2*zp+2*(x(5)-x(3)).*dzpnndq2n)/(2*sqrt(3)*(R-r));
ddandddq2n=(-4*x(2)+8*x(4)-4*x(6))/(9*(R-r)^2);
ddbndddq2n=(4*x(3)*x(2)+4*x(1)*x(4)+4*x(5)*x(4)+4*x(6)*x(3)+4*x(1)*x(2)...
-24*x(4)*x(3)+4*x(5)*x(6))/(9*(R-r)^2);
ddcndddq2n=2*x(4)/3-(4*x(1)*x(3)*x(2)-4*x(4)*x(1)^2-12*x(3)^2*x(4)-2*...
x(4)*x(5)^2-4*x(3)*x(5)*x(6))/(9*(R-r)^2);
ddzpnnddq2n=(bn-dandq2n+b.*ddandddq2n+(b.^2-4*a*c)^(-0.5).*(b.*bn-2*an.*c-2*a...
*cn).*ddandddq2n+sqrt(b.^2-4*a*c).*ddandddq2n)/(2*a.^2)-(an.*dbndq2n+a*...
ddbndddq2n)/(2*a.^2)-(an.*(b.*dandq2n+sqrt(b.^2-4*a*c).*dandq2n-a.*dbndq2n)...
/a.^3+(2*cn.*dandq2n+2*c.*ddandddq2n+2*an.*dcndq2n+2*a.*ddcndddq2n-bn.*dbndq2n...
-b.*ddbndddq2n)/(2*a.*sqrt(b.^2-4*a*c))-(2*a.*sqrt(b.^2-4*a*c)+a.*(b.^2-4*a*c)...
^(-0.5).*(2*b.*bn-4*an.*c-4*a.*cn)).*(2*c.*dandq2n+2*a.*dcndq2n-b.*dbndq2n)/(4*...
a.^2.*(b.^2-4*a*c));

```

```

ddxpnddq2n=(-2*x(4)+2*zpn-(4*x(2)-2*x(4)-2*x(6))*dzpndq2n-(4*x(1)-2*...
x(3)-2*x(5))*ddzpnddq2n)/(6*(R-r));
ddypnddq2n=(2*x(4)-2*zpn+2*(x(6)-x(4))*dzpndq2n+2*(x(5)-x(3))*...
ddzpnddq2n)/(2*3^0.5*(R-r));
dadq2=(-4*x(1)+8*x(3)-4*x(5))/(9*(R-r)^2);
dbdq2=-2/3+(4*x(1)*x(3)+4*x(3)*x(5)+2*x(1)^2-12*x(3)^2+2*x(5)^2)/...
(9*(R-r)^2);
dcdq2=2*x(3)/3-(2*x(3)*x(1)^2-4*x(3)^3-2*x(3)*x(5)^2)/(9*(R-r)^2);
dzpdq2=(dadq2*(b+(b^2-4*a*c)^0.5)-a*dbdq2)/(2*a^2)+(2*dadq2*c+2*a*...
dcdq2-b*dbdq2)/(2*a*(b^2-4*a*c)^0.5);
dandq2=(-4*x(2)+8*x(4)-4*x(6))/(9*(R-r)^2);
dbndq2=(4*x(3)*x(2)+4*x(1)*x(4)+4*x(5)*x(4)+4*x(6)*x(3)+4*x(1)*x(2)...
-24*x(4)*x(3)+4*x(5)*x(6))/(9*(R-r)^2);
dcndq2=2*x(4)/3-(4*x(1)*x(3)*x(2)-4*x(4)*x(1)^2-12*x(3)^2*x(4)-2*x(4)...
*x(5)^2-4*x(3)*x(5)*x(6))/(9*(R-r)^2);
dzpndq2=(dandq2*b+an*dbdq2+dandq2*(b^2-4*a*c)^0.5+an*(b^2-4*a*c)^-0.5...
*(b*dbdq2-2*dadq2*c-2*a*dcdq2)-dadq2*bn-a*dbndq2)/(2*a^2)-dadq2*(an*b...
+an*(b^2-4*a*c)^0.5-a*bn)/(a^3)+(2*dandq2*c+2*an*dcdq2+2*dadq2*cn+2*a...
*dcndq2-dbdq2*bn-b*dbndq2)/(2*a*(b^2-4*a*c)^0.5)-(2*dadq2*(b^2-4*a*c)...
^0.5+a*(b^2-4*a*c)^-0.5*(b*dbdq2-2*dadq2*c-2*a*dcdq2))*(2*an*c+2*a*cn...
-b*bn)/(4*a^2*(b^2-4*a*c)^0.5);
dxpndq2=(-2*x(4)+2*zpn-(4*x(2)-2*x(4)-2*x(6))*dzpdq2-(4*x(1)-2*x(3)-...
2*x(5))*dzpndq2)/(6*(R-r));
dypndq2=(2*x(4)-2*zpn+2*(x(6)-x(4))*dzpdq2+2*(x(5)-x(3))*dzpndq2)/...
(2*3^0.5*(R-r));
dandq3n=(-4*x(1)-4*x(3)+8*x(5))/(9*(R-r)^2);
dbndq3n=-2/3+(4*x(1)*x(5)+4*x(3)*x(5)+2*x(1)^2+2*x(3)^2-12*x(5)^2)/...
(9*(R-r)^2);
dcndq3n=2*x(5)/3-(2*x(5)*x(1)^2+2*x(5)*x(3)^2-4*x(5)^3)/(9*(R-r)^2);
dzpndq3n=(dandq3n*(b+sqrt(b^2-4*a*c))-a*dbndq3n)/(2*a^2)+(2*dandq3n*...
c+2*dcndq3n*a-b*dbndq3n)/(2*a*sqrt(b^2-4*a*c));
dxpndq3n=(-2*x(5)+2*zp-(4*x(1)-2*x(3)-2*x(5))*dzpndq3n)/(6*(R-r));
dypndq3n=(-2*x(5)+2*zp+2*(x(5)-x(3))*dzpndq3n)/(2*sqrt(3)*(R-r));
ddanddq3n=(-4*x(2)-4*x(4)+8*x(6))/(9*(R-r)^2);
ddbnddq3n=(4*x(5)*x(2)+4*x(1)*x(6)+4*x(5)*x(4)+4*x(6)*x(3)+4*x(1)*x(2)...
+4*x(3)*x(4)-24*x(4)*x(3))/(9*(R-r)^2);
ddcnddq3n=2*x(6)/3-(4*x(1)*x(5)*x(2)+2*x(6)*x(1)^2+4*x(3)*x(5)*x(4)+2*...
x(6)*x(3)^2-12*x(5)^2*x(6))/(9*(R-r)^2);
ddzpnddq3n=(bn-dandq3n+b*ddanddq3n+(b^2-4*a*c)^-0.5*(b*bn-2*an*c-2*a...
*cn)*ddanddq3n+sqrt(b^2-4*a*c)*ddanddq3n)/(2*a^2)-(an*dbndq3n+a*...
ddbnddq3n)/(2*a^2)-(an*(b*dandq3n+sqrt(b^2-4*a*c)*dandq3n-a*dbndq3n)...
/a^3+(2*cn*dandq3n+2*c*ddanddq3n+2*an*dcndq3n+2*a*ddcnddq3n-bn*dbndq3n...
-b*ddbnddq3n))/(2*a*sqrt(b^2-4*a*c))-(2*a*sqrt(b^2-4*a*c)+a*(b^2-
4*a*c)^-0.5*(2*b*bn-4*an*c-4*a*cn))*(2*c*dandq3n+2*a*dcndq3n-b*dbndq3n)/...
(4*a^2*(b^2-4*a*c));
ddxpnddq3n=(-2*x(6)+2*zpn-(4*x(2)-2*x(4)-2*x(6))*dzpndq3n-(4*x(1)-2*...
x(3)-2*x(5))*ddzpnddq3n)/(6*(R-r));
ddypnddq3n=(-2*x(6)+2*zpn+2*(x(6)-x(4))*dzpndq3n+2*(x(5)-x(3))*...
ddzpnddq3n)/(2*3^0.5*(R-r));
dadq3=(-4*x(1)-4*x(3)+8*x(5))/(9*(R-r)^2);
dbdq3=-2/3+(4*x(1)*x(5)+4*x(3)*x(5)+2*x(1)^2+2*x(3)^2-12*x(5)^2)/...
(9*(R-r)^2);
dcdq3=2*x(5)/3-(2*x(5)*x(1)^2+2*x(5)*x(3)^2-4*x(5)^3)/(9*(R-r)^2);
dzpdq3=(dadq3*(b+(b^2-4*a*c)^0.5)-a*dbdq3)/(2*a^2)+(2*dadq3*c+2*a*...
dcdq3-b*dbdq3)/(2*a*(b^2-4*a*c)^0.5);
dandq3=(-4*x(2)-4*x(4)+8*x(6))/(9*(R-r)^2);
dbndq3=(4*x(5)*x(2)+4*x(1)*x(6)+4*x(5)*x(4)+4*x(6)*x(3)+4*x(1)*x(2)...
+4*x(3)*x(4)-24*x(4)*x(3))/(9*(R-r)^2);
dcndq3=2*x(6)/3-(4*x(1)*x(5)*x(2)+2*x(6)*x(1)^2+4*x(3)*x(5)*x(4)+2*...

```

```

x(6)*x(3)^2-12*x(5)^2*x(6))/(9*(R-r)^2);
dzpndq3=(dandq3*b+an*dbdq3+dandq3*(b^2-4*a*c)^0.5+an*(b^2-4*a*c)...
^-0.5*(b*dbdq3-2*dadq3*c-2*a*dcdq3)-dadq3*bn-a*dbndq3)/(2*a^2)-dadq3...
*(an*b+an*(b^2-4*a*c)^0.5-a*bn)/(a^3)+(2*dandq3*c+2*an*dcdq3+2*dadq3*...
cn+2*a*dcndq3-dbdq3*bn-b*dbndq3)/(2*a*(b^2-4*a*c)^0.5)-(2*dadq3*(b^2-...
4*a*c)^0.5+a*(b^2-4*a*c)^-0.5*(b*dbdq3-2*dadq3*c-2*a*dcdq3))*(2*an*c+...
2*a*cn-b*bn)/(4*a^2*(b^2-4*a*c)^0.5);
d xpndq3=(-2*x(6)+2*zpn-(4*x(2)-2*x(4)-2*x(6))*dzpndq3-(4*x(1)-2*x(3)-...
2*x(5))*dzpndq3)/(6*(R-r));
dypndq3=(-2*x(6)+2*zpn+2*(x(6)-x(4))*dzpndq3+2*(x(5)-x(3))*dzpndq3)/...
(2*3^0.5*(R-r));

A=3/4*mp*(xpn*ddxpnddq1n+ypn*ddypnddq1n+zpn*ddzpnddq1n)+1/4*mp*...
(ddzpnddq1n*(x(2)+x(4)+x(6)))+mtabla*(xpn*ddxpnddq1n+ypn*ddypnddq1n...
+zpn*ddzpnddq1n)-1/4*mp*(3*(xpn*dxpndq1+ypn*dypndq1+zpn*dzpndq1)+...
dzpndq1*(x(2)+x(4)+x(6)))-mtabla*(xpn*dxpndq1+ypn*dypndq1+zpn*dzpndq1)...
+mmotor*g+mp*g*(1/2+3/2*dzpndq1)+mtabla*g*dzpndq1;
B=3/4*mp*dxpndq1n+mtabla*dxpndq1n;
C=3/4*mp*dypndq1n+mtabla*dypndq1n;
D=3/4*mp*dzpndq1n+1/4*mp+mtabla*dzpndq1n;
E=(4*x(2)^2-2*x(4)^2-2*x(6)^2-(8*x(2)-4*x(4)-4*x(6))*zpn)/(6*(R-r));
G=(2*x(4)^2-2*x(6)^2+4*(x(6)-x(4))*zpn)/(2*3^0.5*(R-r));
H=(b+(b^2-4*a*c)^0.5)/(2*a^2)+2*c/(2*a*(b^2-4*a*c)^0.5);
J=-1/(2*a)-b/(2*a*(b^2-4*a*c)^0.5);
K=2*a/(2*a*(b^2-4*a*c)^0.5);
L=(an*(b^2-4*a*c)^-0.5*(b*bn-2*an*c-2*a*cn))/(2*a^2)-(4*a*an*(an*b+an...
*(b^2-4*a*c)^0.5-a*bn))/(4*a^4)+(4*an*cn-bn^2)/(2*a*(b^2-4*a*c)^0.5)-...
(2*an*(b^2-4*a*c)^0.5+a*(b^2-4*a*c)^-0.5*(2*b*bn-4*an*c-4*a*cn))*(2*an...
*c+2*a*cn-b*bn)/(4*a^2*(b^2-4*a*c));
M=4*(2*x(1)-x(3)-x(5))/(9*(R-r)^2);
N=-2*(2*x(1)-x(3)-x(5))/(9*(R-r)^2)-2*(x(5)-x(3))/(3*(R-r)^2);
O=-2*(2*x(1)-x(3)-x(5))/(9*(R-r)^2)+2*(x(5)-x(3))/(3*(R-r)^2);
P=2*(2*x(2)-x(4)-x(6))^2/(9*(R-r)^2)+2*(x(6)-x(4))^2/(3*(R-r)^2);
R=-2/3+4*x(1)*(4*x(1)-2*x(3)-2*x(5))/(18*(R-r)^2)-4*(2*x(1)^2-x(3)^2-...
x(5)^2)/(18*(R-r)^2);
S=2*x(3)*(x(5)-x(3))/(3*(R-r)^2)-(x(3)^2-x(5)^2)/(3*(R-r)^2)-2/3+2*...
x(3)*(4*x(1)-2*x(3)-2*x(5))/(18*(R-r)^2)+2*(2*x(1)^2-x(3)^2-x(5)^2)/...
(18*(R-r)^2);
T=-2*x(5)*(x(5)-x(3))/(3*(R-r)^2)+(x(3)^2-x(5)^2)/(3*(R-r)^2)-2/3+2*...
x(5)*(4*x(1)-2*x(3)-2*x(5))/(18*(R-r)^2)+2*(2*x(1)^2-x(3)^2-x(5)^2)/...
(18*(R-r)^2);
U=((2*x(4)^2-2*x(6)^2)*(x(5)-x(3))+4*(x(6)-x(4))*(x(3)*x(4)-x(5)*x(6)...
))/(3*(R-r)^2)-((4*x(2)^2-2*x(4)^2-2*x(6)^2)*(4*x(1)-2*x(3)-2*x(5))+...
2*(4*x(1)*x(2)-2*x(3)*x(4)-2*x(5)*x(6))*(4*x(2)-2*x(4)-2*x(6)))/(18*...
(R-r)^2);
W=2/3*x(1)-2*x(1)*(2*x(1)^2-x(3)^2-x(5)^2)/(9*(R-r)^2);
V=-x(3)*(2*x(1)^2-x(3)^2-x(5)^2)/(9*(R-r)^2)+2/3*x(3)-x(3)*(x(3)^2-...
x(5)^2)/(3*(R-r)^2);
Y=-x(5)*(2*x(1)^2-x(3)^2-x(5)^2)/(9*(R-r)^2)+2/3*x(5)-x(5)*(x(3)^2-...
x(5)^2)/(3*(R-r)^2);
Z=(2*(2*x(1)*x(2)-x(3)*x(4)-x(5)*x(6))^2+(2*x(1)^2-x(3)^2-x(5)^2)*...
(2*x(2)^2-x(4)^2-x(6)^2))/(9*(R-r)^2)+(2*x(2)^2+2*x(4)^2+2*x(6)^2)/3+...
(2*(x(3)*x(4)-x(5)*x(6))^2+(x(3)^2-x(5)^2)*(x(4)^2-x(6)^2))/(3*(R-r)^2);
Q=-B*(4*x(1)-2*x(3)-2*x(5))/(6*(R-r))+C*2*(x(5)-x(3))/(2*3^0.5*(R-r))+D;
a1=mmotor+1/4*mp*dzpndq1n+mp/4+B*(4*x(1)-4*zp)/(6*(R-r))+Q*H*M+Q*J*R+...
Q*K*W;
b1=1/4*mp*dzpndq1n-B*(2*x(3)-2*zp)/(6*(R-r))+C*(2*x(3)-2*zp)/(2*3^0.5...
*(R-r))+Q*H*N+Q*J*S+Q*K*V;
c1=1/4*mp*dzpndq1n-B*(2*x(5)-2*zp)/(6*(R-r))-C*(2*x(5)-2*zp)/(2*3^0.5...
*(R-r))+Q*H*O+Q*J*T+Q*K*Y;

```

d1=F1-Q\*H\*P-Q\*J\*U-Q\*K\*Z-Q\*L-B\*E-C\*G-A;

A1=3/4\*mp\*(xpn\*ddxpnddq2n+ypn\*ddypnddq2n+zpn\*ddzpnddq2n)+1/4\*mp\*...  
(ddzpnddq2n\*(x(2)+x(4)+x(6)))+mtabla\*(xpn\*ddxpnddq2n+ypn\*ddypnddq2n+...  
zpn\*ddzpnddq2n)-1/4\*mp\*(3\*(xpn\*dxpndq2+ypn\*dypndq2+zpn\*dzpndq2)+...  
dzpndq2\*(x(2)+x(4)+x(6)))-mtabla\*(xpn\*dxpndq2+ypn\*dypndq2+zpn\*dzpndq2)...  
+mmotor\*g+mp\*g\*(1/2+3/2\*dzpdq2)+mtabla\*g\*dzpdq2;  
B1=3/4\*mp\*dxpndq2n+mtabla\*dxpndq2n;  
C1=3/4\*mp\*dypndq2n+mtabla\*dypndq2n;  
D1=3/4\*mp\*dzpndq2n+1/4\*mp+mtabla\*dzpndq2n;  
Q2=-B1\*(4\*x(1)-2\*x(3)-2\*x(5))/(6\*(R-r))+C1\*2\*(x(5)-x(6))/(2\*3^0.5\*...  
(R-r))+D1;  
a2=1/4\*mp\*dzpndq2n+B1\*(4\*x(1)-4\*zp)/(6\*(R-r))+Q2\*H\*M+Q2\*J\*R+Q2\*K\*W;  
b2=mmotor+1/4\*mp\*dzpndq2n+mp/4-B1\*(2\*x(3)-2\*zp)/(6\*(R-r))+C1\*(2\*x(3)-...  
-2\*zp)/(2\*3^0.5\*(R-r))+Q2\*H\*N+Q2\*J\*S+Q2\*K\*V;  
c2=1/4\*mp\*dzpndq2n-B1\*(2\*x(5)-2\*zp)/(6\*(R-r))-C1\*(2\*x(5)-2\*zp)/(2\*3^...  
0.5\*(R-r))+Q2\*H\*O+Q2\*J\*T+Q2\*K\*Y;  
d2=F2-Q2\*H\*P-Q2\*J\*U-Q2\*K\*Z-Q2\*L-B1\*E-C1\*G-A1;

A2=3/4\*mp\*(xpn\*ddxpnddq3n+ypn\*ddypnddq3n+zpn\*ddzpnddq3n)+1/4\*mp\*...  
(ddzpnddq3n\*(x(2)+x(4)+x(6)))+mtabla\*(xpn\*ddxpnddq3n+ypn\*ddypnddq3n...  
+zpn\*ddzpnddq3n)-1/4\*mp\*(3\*(xpn\*dxpndq3+ypn\*dypndq3+zpn\*dzpndq3)+...  
dzpndq3\*(x(2)+x(4)+x(6)))-mtabla\*(xpn\*dxpndq3+ypn\*dypndq3+zpn\*dzpndq3)...  
+mmotor\*g+mp\*g\*(1/2+3/2\*dzpdq3)+mtabla\*g\*dzpdq3;  
B2=3/4\*mp\*dxpndq3n+mtabla\*dxpndq3n;  
C2=3/4\*mp\*dypndq3n+mtabla\*dypndq3n;  
D2=3/4\*mp\*dzpndq3n+1/4\*mp+mtabla\*dzpndq3n;  
Q3=-B2\*(4\*x(1)-2\*x(3)-2\*x(5))/(6\*(R-r))+C2\*2\*(x(5)-x(3))/(2\*3^0.5\*...  
(R-r))+D2;  
a3=1/4\*mp\*dzpndq3n+B2\*(4\*x(1)-4\*zp)/(6\*(R-r))+Q3\*H\*M+Q3\*J\*R+Q3\*K\*W;  
b3=1/4\*mp\*dzpndq3n-B2\*(2\*x(3)-2\*zp)/(6\*(R-r))+C2\*(2\*x(3)-2\*zp)/(2\*3^...  
0.5\*(R-r))+Q3\*H\*N+Q3\*J\*S+Q3\*K\*V;  
c3=mmotor+1/4\*mp\*dzpndq3n+mp/4-B2\*(2\*x(5)-2\*zp)/(6\*(R-r))-C2\*(2\*x(5)-...  
-2\*zp)/(2\*3^0.5\*(R-r))+Q3\*H\*O+Q3\*J\*T+Q3\*K\*Y;  
d3=F3-Q3\*H\*P-Q3\*J\*U-Q3\*K\*Z-Q3\*L-B2\*E-C2\*G-A2;

dx(2)=(d3\*(b1\*c2 - b2\*c1))/(a1\*b2\*c3 - a1\*b3\*c2 - a2\*b1\*c3 + a2\*b3\*c1...  
+ a3\*b1\*c2 - a3\*b2\*c1) - (d2\*(b1\*c3 - b3\*c1))/(a1\*b2\*c3 - a1\*b3\*c2 - ...  
a2\*b1\*c3 + a2\*b3\*c1 + a3\*b1\*c2 - a3\*b2\*c1) + (d1\*(b2\*c3 - b3\*c2))/(a1...  
\*b2\*c3 - a1\*b3\*c2 - a2\*b1\*c3 + a2\*b3\*c1 + a3\*b1\*c2 - a3\*b2\*c1);

dx(4)=(d2\*(a1\*c3 - a3\*c1))/(a1\*b2\*c3 - a1\*b3\*c2 - a2\*b1\*c3 + a2\*b3\*c1...  
+ a3\*b1\*c2 - a3\*b2\*c1) - (d3\*(a1\*c2 - a2\*c1))/(a1\*b2\*c3 - a1\*b3\*c2 - ...  
a2\*b1\*c3 + a2\*b3\*c1 + a3\*b1\*c2 - a3\*b2\*c1) - (d1\*(a2\*c3 - a3\*c2))/(a1...  
\*b2\*c3 - a1\*b3\*c2 - a2\*b1\*c3 + a2\*b3\*c1 + a3\*b1\*c2 - a3\*b2\*c1);

dx(6)=(d3\*(a1\*b2 - a2\*b1))/(a1\*b2\*c3 - a1\*b3\*c2 - a2\*b1\*c3 + a2\*b3\*c1...  
+ a3\*b1\*c2 - a3\*b2\*c1) - (d2\*(a1\*b3 - a3\*b1))/(a1\*b2\*c3 - a1\*b3\*c2 - ...  
a2\*b1\*c3 + a2\*b3\*c1 + a3\*b1\*c2 - a3\*b2\*c1) + (d1\*(a2\*b3 - a3\*b2))/(a1...  
\*b2\*c3 - a1\*b3\*c2 - a2\*b1\*c3 + a2\*b3\*c1 + a3\*b1\*c2 - a3\*b2\*c1);

end

## **ÖZGEÇMİŞ**

1983 yılında Konya’da doğdu. 2000 yılında kazanmış olduğu İstanbul Teknik Üniversitesi, Makine Mühendisliği bölümünden 2005 yılında onur derecesiyle mezun oldu. Lisans derecesini aldıktan sonra 2006 yılında askerlik görevini tamamladı. 2006 yılının Ekim ayında, Teklas Kauçuk A. Ş. firmasında Üretim Mühendisi olarak göreve başladı. 2006 yılının Aralık ayında, İller Bankası Van Bölge Müdürlüğünde Makine Mühendisi olarak göreve başladı. 2009 yılının Şubat ayında, Fırat Üniversitesi Makine Mühendisliği Anabilim dalında, Makine Teorisi ve Dinamiği Bilim dalında yüksek lisansa başladı. 2009 yılı Ekim ayında, tayin sebebi ile İller Bankası Elazığ Bölge Müdürlüğünde Makine Mühendisi olarak görevine devam etti. 2010 yılının Kasım ayında, Fırat Üniversitesi Teknoloji Fakültesi Mekatronik Mühendisliği Bölümünde, Araştırma Görevlisi olarak çalışmaya başladı. Araştırma Görevlisi olarak Fırat Üniversitesinde çalışmaya devam etmektedir. Evli ve bir çocuk babasıdır.