

**T. C.
FIRAT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**TERMOPLASTİK PLAKLARIN ELASTİK VE ELASTO-PLASTİK
DAVRANIŞLARINA MESNET TİPİ VE MALZEME
PARAMETRELERİNİN ETKİSİ**



Tamer ÖZBEN

TEZ YÖNETİCİSİ

Doç. Dr. Nurettin ARSLAN

**DOKTORA TEZİ
MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**

ELAZIĞ - 2005

T.C
FIRAT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**TERMOPLASTİK PLAKLARIN ELASTİK VE ELASTO-
PLASTİK DAVRANIŞLARINA MESNET TİPİ VE MALZEME
PARAMETRELERİNİN ETKİSİ**

Tamer ÖZBEN

Doktora Tezi
Makina Mühendisliği Anabilim Dalı

Bu tez 22.06.2005 tarihinde aşağıda belirtilen jüri tarafından oybirliği ile/oy çokluğu ile başarılı/~~başarısız~~ olarak değerlendirilmiştir.

Danışman: Doç. Dr. Nurettin ARSLAN

Üye :Prof.Dr.Mahmut ÖZBAY

Üye :Prof.Dr.Aydın TURGUT

Üye :Prof.Dr.Mehmet ÜLKER

Üye :Yrd.Doç.Dr.Mustafa GÜR

Bu tezin kabulü, Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 06.../...07...05 tarih ve 2005/21-1.....sayılı kararı ile onaylanmıştır.

TEŞEKKÜR

Bu çalışmanın yürütülmesinde ve sonuçlandırılmasında hiçbir yardımdan kaçınmayan başta danışman hocam Sayın Doç. Dr. Nurettin ARSLAN'a teşekkürü bir borç bilir saygılar sunarım. Tez çalışmalarına başlamadan önce aldığım derslerle, tezin sonuçlandırılmasında büyük katkılar sağlayan Mekanik ABD Başkanı Sayın Prof. Dr. Aydın TURGUT'a ve Sayın Yrd. Doç. Dr. Mustafa GÜR'e teşekkür eder saygılar sunarım. Doktora çalışmalarımın başından sonuna kadar her türlü desteği sunan Fırat Üniversitesi Makine Mühendisliği Bölümü Elamanlarına en içten teşekkürlerimi sunarım.

Dicle Üniversitesi Makine Mühendisliği Bölümü öğretim elemanlarına desteklerinden dolayı teşekkürlerimi sunarım.

Tüm öğrenim hayatım boyunca özveri ile desteklerini hiç esirgemeyen aileme ve eşime teşekkürlerimi sunarım.

Tamer ÖZBEN

Makine Yüksek Mühendisi

İÇİNDEKİLER

Sayfa No

TEŞEKKÜR

İÇİNDEKİLER.....I

ŞEKİLLER LİSTESİ.....IV

TABLoların LİSTESİ.....IX

SİMGELER LİSTESİ.....XI

ÖZET.....XII

ABSTRACT.....XIII

1. GİRİŞ.....1

2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI.....4

3. FİBER KOMOZİTLERİN SINIFLANDIRILMASI VE MEKANİKSEL ANALİZİ.....14

3.1. Kompozit Malzemelerin Sınıflandırılması.....14

3.1.1. Plastik Matriksler.....15

3.2.1. Termoplastikler.....15

3.2.2. Termosetler.....17

3.2.3. Elastomerler.....18

3.1.1. Fiber Kompozitler.....18

3.1.2. Fiber Matriks Kombinasyonları.....21

3.2. Tabaklandırılmış Fiber Takviyeli Kompozit Malzemelerin Temel Bileşenler.....24

3.2.1. Tabaka elamanlar.....25

4. ANİZOTROPİK MALZEMELER İÇİN GERİLME-ŞEKİL DEĞİŞTİRME BAĞINTILARI.....33

5. ORTOTROPİK MALZEMELERDE GERİLME-ŞEKİL DEĞİŞTİRME BAĞINTILARI.....42

5.1. Ortotropik Malzemelerin Mühendislik Sabitleri.....42

5.2. Tabakalandırılmış Klasik Plaka Teorisi.....47

5.1.2. Bileşke kuvvet ve momentler.....51

5.3. Ortotropik Tabakada Düzlem Gerilme Durumu İçin Gerilme-Deformasyon İlişkileri.....55

5.4. Asal Eksenler Dışında Takviye Edilmiş Tabakalar İçin Gerilme-Şekil Değiştirme İlişkileri.....56

6. SÜREKLİ FİBER TAKVİYELİ KOMPOZİTLERİN RİJİTLİKLERİ.....	63
6.1. Fiber Yönündeki Elastiklik Modülü, (E_1).....	63
6.2. Fiber Dik Yönündeki Elastiklik Modülü, (E_2).....	65
6.3. Poisson Oranı, (ν_{12}).....	68
6.4. Kayma Modülü, (G_{12}).....	71
6.5. Elastisite Denklemlerinin Fiber Düzenine Göre Modifikasyonu.....	72
6.6. Sürekli Fiber Kompozitlerin Deformasyonu ve Eksenel Çekme Mukavemetleri.....	75
6.7. Sürekli Fiber Kompozitlerin Basma Mukavemeti.....	79
7. KOMPOZİT MALZEMELER İÇİN ÖZEL AKMA TEORİLERİ.....	84
7.1. En Büyük Gerilme Kriteri.....	84
7.2. En Büyük Gerilme Kriteri.....	85
7.3. Tsai-Hill Teorisi.....	86
7.2. Tsai -Wu Teorisi.....	88
8. TABAKALANDIRILMIŞ KOMPOZİT MALZEMELER.....	90
8.1. Tek Katlı Tabaka.....	90
8.2. Simetrik Tabakalar.....	92
8.3. Antisimetrik Tabakalar.....	95
8.4. Dengeli ve Yarı İzotropik Tabaklandırma.....	99
9. ELASTO-PLASTİK GERİLME ANALİZİ.....	101
9.1. Giriş.....	101
9.2. Şekil Değiştirmeler Enerjisi Bileşenleri.....	101
9.3. Plastisitenin Bazı Temel Kavramları.....	104
9.3.1 Genel Teori.....	104
9.3.2. Akma yüzeyi; Haigh-Westergaard gerilme uzayı.....	105
9.3.3. Şekil Değiştirme Sertleşmesi.....	115
9.3.4. Normalite Kriteri.....	117
9.3.5. Toplam gerilme şekil değiştirme bağıntıları.....	118
9.3.6. “A” parametresinin incelenmesi.....	120
9.3.7. Prandtl-Reuss Bağıntıları.....	120
9.3.8. Ramberg-Osgood Bağıntısı.....	122
9.4. İki Boyutlu Elasto-Plastik Probleminin Sayısal Çözümü.....	124
9.5. Plastik Deformasyon Sonucu Oluşan Artık Gerilmeler.....	127
9.6. Sonlu Elamanlar Metodu Kullanarak Problemin Analizi.....	127

10. SONLU ELEMANLAR METODU	136
10.1 Genel Bilgiler.....	136
10.2 Sonlu Elamanlar Metodunun Uygulanışı.....	136
10.3 Cismin Sonlu Elamanlara Bölünmesi.....	137
10.3.1 Çeşitli sonlu elman tipleri.....	137
10.3.2 İzoparametrik sonlu elamanlar.....	139
10.3.3 Sonlu elaman ağının elde edilmesi.....	139
10.4 İnterpolasyon Fonksiyonlarının Seçilmesi.....	140
10.4.1 Bir değişkenli interpolasyon fonksiyonu.....	140
10.4.2 İki değişkenli interpolasyon fonksiyonu.....	140
10.4.3 Tek boyutlu elemanlarda interpolasyon fonksiyonu olarak Lagrange Polinomlarının kullanılması.....	142
10.5. Problemin Sayısal Çözümlemesi ve Sonlu Elemanlar Metodunun Uygulanması.....	144
10.5.1 Kompozit Plakanın Geometrisinin ve Sınır Şartlarının Belirlenmesi.....	144
10.5.2 Kompozit Plakların Üretilmesi.....	151
11. SONUÇLAR VE TARTIŞMA	154
11.1. Farklı Malzeme Tiplerine Göre Akma Noktalarının Karşılaştırılması.....	209
12. SONUÇLAR	212
KAYNAKLAR	214
ÖZGEÇMİŞ	221

ŞEKİLLER LİSTESİ

Sayfa No

Şekil 3.1. Farklı fiber oriyantasyonuna sahip tabakalar kullanılarak yapılan tabakalandırılmış bir malzeme.....	23
Şekil 3.2. İzotropik, ortotropik ve anizotropik malzemelerin mekanik davranışı.....	27
Şekil 3.3. Farklı gerilme-şekil değiştirme davranışları.....	29
Şekil 3.4. Eksenel yüklenmiş matriks malzemesi içindeki tek bir fiberdeki gerilme dağılımı.....	30
Şekil 5.1. Gerilme-şekil değiştirme bağıntıları için gerilme durumu.....	42
Şekil 5.2. Elastik bir cisme kayma gerilmesinin uygulanması.....	44
Şekil 5.3. Poisson oranının tespiti.....	46
Şekil 5.4. Tabaklandırılmış bir plaka için koordinat sistemi ve tabaka numaralandırılması.....	48
Şekil 5.5. Bileşik tabakanın xz düzlemindeki deformasyonu.....	49
Şekil 5.6. Bileşik tabakadaki kuvvet ve moment bileşenleri.....	52
Şekil 5.7. Tabakaların numaralandırılması.....	53
Şekil 5.8. Fiberlerle helisel olarak sarılmış silindirik kabuk.....	57
Şekil 5.9. xy eksenlerinin malzeme asal eksenlerine pozitif rotasyonu.....	58
Şekil 6.1. Fiber ekseni yönünde yüklenmiş kompozit.....	61
Şekil 6.2. E_1 modülünün fiber hacim oranına göre değişimi.....	65
Şekil 6.3. Fiberlere dik yönde yüklenmiş kompozit.....	66
Şekil 6.4. E_2 / E_m nin fiber hacim oranına göre değişimi.....	68
Şekil 6.6. (a) Kayma gerilmeleri ile yüklenmiş kompozit.....	70
(b) kayma gerilmelerinin oluşturduğu deformasyonlar.....	71
Şekil 6.7. G_{12}/G_m nin fiber hacim oranına göre değişimi.....	72
Şekil 6.8. Gerçek fiber düzeninin şematik görünümü.....	73
Şekil 6.9. Fiber temas derecesinin sınırları.....	73
Şekil 6.10. Sürekli fiber kompozitlerin genel σ - ϵ diyagramı.....	75
Şekil 6.11. Fiber ve matriks için şematik σ - ϵ eğrileri.....	76
Şekil.6.12. Kompozitin eksenel çekme mukavemetinin fiber hacim oranına göre değişimi.....	78
Şekil 6.13. Epoy-cam fiber kompozitinde bel verme dalga uzunluğunun fiber çapına bağlı olarak değişimi.....	80
Şekil 6.14. Fiber kompozitin basma mukavemeti için analitiksel model.....	81
Şekil 6.15. Epoksi-Cam kompozitlerinin basma mukavemeti.....	82
Şekil 7.1. Malzeme ana ekseni (1) ile θ açısı yapan tek eksenli yükleme.....	84
Şekil 8.1. Çapraz katlı simetrik tabakalama.....	90
Şekil 8.2. Açılı katlı simetrik tabakalama.....	93
Şekil 8.3. Antisimetrik bir tabakalama.....	94
Şekil 8.4. Antisimetrik çapraz katlı bir tabakalama.....	95
Şekil 9.1. Genel bir durumda gerilme halinin süperpoze edilmesi.....	102

Şekil 9.2. Tek eksenli davranış: (a) Non-lineer elastik ve plastik davranış (b) ideal plastik davranış (c) Şekil değiştirme sertleşmeli plastik davranış.....	104
Şekil 9.3. Haigh-Westergaard gerilme uzayı.....	108
Şekil 9.4. “ π ” Düzlemi.....	110
Şekil 9.5. “p” noktasının “ π ” düzlemindeki izdüşümü.....	111
Şekil 9.6. σ_1 ’in π düzlemindeki izdüşümü.....	112
Şekil 9.7. Von Mises dairesi ve Tresca altıgeni.....	113
Şekil 9.8. Tresca ve von Mises silindirleri.....	114
Şekil 9.9. Akma yüzeyi plastik deformasyon ilişkisi.....	116
Şekil 9.10. İki boyutlu gerilme düzleminde akma yüzeyi ve normalite kriteri.....	118
Şekil 9.11. Ramberg-Osgood bağıntısı.....	122
Şekil 9.12. K ve N değerlerinin tespiti.....	124
Şekil 9.13. Başlangıç gerilmesi metodu.....	125
Şekil 10.1. Tek boyutlu elmanlar.....	137
Şekil 10.2. Çeşitli iki boyutlu elmanlar.....	138
Şekil 10.3. Çeşitli üç boyutlu elmanlar.....	138
Şekil 10.4. Çeşitli üçgen elemanlar.....	141
Şekil 10.5. Çeşitli dörtgen elemanlar.....	141
Şekil 10.6. Eleman düğümleri ikiden dörde kadar değişebilen çubuk eleman.....	143
Şekil 10.7. Dikdörtgen delikli plakanın kartezyen koordinatlardaki geometrisi.....	145
Şekil 10.8. Üniform yüklü dikdörtgen delikli plakanın kartezyen koordinatlardaki geometrisi.....	145
Şekil 10.9. Üniform yüklü dikdörtgen delikli plakanın basit veya ankastre mesnetli durumu.....	146
Şekil 10.10. Basit veya ankastre mesnetli durumun detay görünümü.....	147
Şekil 10.11. Basit mesnetli (a) ve ankastre mesnetli (b) durum için sınır şartları.....	148
Şekil 10.12. Kompozit plakanın boyutu ve oriyantasyon açısının seçimi.....	149
Şekil 10.13. Kompozit plakanın simetrik 4 adet (a) ve 8 adet (b) dizilimi.....	149
Şekil 10.14. Kompozit plakanın simetrik 8 adet dizilimi.....	150
Şekil 10.15. Çalışmada kullanılan dikdörtgen delikli kare plakanın sonlu elemanla ağının oluşturulması.....	150
Şekil 10.16. Simetrik bir dizilimde x-y plaka eksenleri ve 1-2 fiber eksenleri.....	151
Şekil 10.17. Termoplastik matriksli fiber takviyeli kompozit tabakanın üretimi.....	153
Şekil 11.1. Basit mesnetli $[0^0/45^0]_2$ dizilimine sahip antisimetrik istiflenmiş plakalardaki artık gerilme bileşenlerin üst yüzeydeki ($\theta=0^0$) dağılımı (100 iterasyon).....	167
Şekil 11.2. Basit mesnetli $[0^0/45^0]_2$ dizilimine sahip antisimetrik istiflenmiş plakalardaki artık gerilme bileşenlerin alt yüzeydeki ($\theta=45^0$) dağılımı (100 iterasyon).....	167
Şekil 11.3. Ankastre mesnetli $[0^0/45^0]_2$ dizilimine sahip antisimetrik istiflenmiş plakalardaki artık gerilme bileşenlerin üst yüzeydeki ($\theta=0^0$) dağılımı (100 iterasyon).....	168
Şekil 11.4. Ankastre mesnetli $[0^0/45^0]_2$ dizilimine sahip antisimetrik istiflenmiş plakalardaki artık gerilme bileşenlerin alt yüzeydeki ($\theta=45^0$) dağılımı (100 iterasyon).....	168
Şekil 11.5. Basit mesnetli $[45^0/-45^0]_2$ dizilimine sahip antisimetrik istiflenmiş plakalardaki artık gerilme bileşenlerin üst yüzeydeki ($\theta=45^0$) dağılımı (100 iterasyon).....	170

Şekil 11.6. Basit mesnetli $[45^0/-45^0]_2$ dizilimine sahip antisimetrik istiflenmiş plakalardaki artık gerilme bileşenlerin alt yüzeydeki ($\theta=-45^0$) dağılımı (100 iterasyon).....	170
Şekil 11.7. Ankastre mesnetli $[45^0/-45^0]_2$ dizilimine sahip antisimetrik istiflenmiş plakalardaki artık gerilme bileşenlerin üst yüzeydeki ($\theta=45^0$) dağılımı (100 iterasyon).....	171
Şekil 11.8. Ankastre mesnetli $[45^0/-45^0]_2$ dizilimine sahip antisimetrik istiflenmiş plakalardaki artık gerilme bileşenlerin alt yüzeydeki ($\theta=-45^0$) dağılımı (100 iterasyon).....	171
Şekil 11.9. Basit mesnetli $[0^0/45^0]_2$ dizilimine sahip antisimetrik istiflenmede dikdörtgen delik boyutlarına göre (a,b) alt yüzeydeki ($\theta=45^0$) RS_{xx} 'in dağılımı (100 iterasyon).....	172
Şekil 11.10. Basit mesnetli $[45^0/-45^0]_2$ dizilimine sahip antisimetrik istiflenmede dikdörtgen delik boyutlarına göre (a,b) alt yüzeydeki ($\theta=-45^0$) RS_{xx} 'in dağılımı (100 iterasyon).....	173
Şekil 11.11. Ankastre mesnetli $[0^0/45^0]_2$ dizilimine sahip antisimetrik istiflenmede dikdörtgen delik boyutlarına göre (a,b) alt yüzeydeki ($\theta=45^0$) RS_{xx} 'in dağılımı (100 iter).....	174
Şekil 11.12. Ankastre mesnetli durumda $[45^0/-45^0]_2$ dizilimine sahip antisimetrik istiflenmede dikdörtgen delik boyutlarına göre (a,b) alt yüzeydeki ($\theta=-45^0$) RS_{xx} 'in dağılımı (100 iterasyon).....	175
Şekil 11.13. Basit mesnetli, $[0^0/45^0]_2$ dizilime sahip antisimetrik olarak istiflenmiş, her bir tabakadaki plastik bölgenin dağılımı (100 iterasyon).....	177
Şekil 11.14. Basit mesnetli, $[45^0/-45^0]_2$ dizilime sahip antisimetrik olarak istiflenmiş, her bir tabakadaki plastik bölgenin dağılımı (100 iterasyon).....	178
Şekil 11.15. Ankastre mesnetli, $[0^0/45^0]_2$ dizilime sahip antisimetrik olarak istiflenmiş, her bir tabakadaki plastik bölgenin dağılımı (100 iterasyon).....	179
Şekil 11.16. Ankastre mesnetli, $[45^0/-45^0]_2$ dizilime sahip antisimetrik olarak istiflenmiş, her bir tabakadaki plastik bölgenin dağılımı (100 iterasyon).....	180
Şekil 11.17. Basit mesnetli $[0^0/\theta^0]_2$ diziliminde antisimetrik istiflenmiş, $p= 0.01079$ MPa sabit yüklemde üst ve alt yüzeylerdeki plastik bölgelerin dağılımına oriyantasyon açısına bağlı olarak değişimi.....	182
Şekil 11.18. Basit mesnetli $[0^0/-\theta^0]_2$ diziliminde antisimetrik istiflenmiş, $p= 0.01269$ MPa sabit yüklemde üst ve alt yüzeylerdeki plastik bölgelerin dağılımına oriyantasyon açısına bağlı olarak değişimi.....	183
Şekil 11.19. Ankastre mesnetli $[0/\theta]_2$ antisimetrik istiflenmiş, $p= 0.0219$ MPa sabit yüklemde üst ve alt yüzeylerdeki plastik bölgelerin dağılımına oriyantasyon açısına bağlı olarak değişimi.....	186
Şekil 11.20. Ankastre mesnetli $([0^0/-\theta^0]_2)$ diziliminde antisimetrik istiflenmiş, $p = 0.0225$ MPa sabit yüklemde üst ve alt yüzeylerdeki plastik bölgelerin dağılımına oriyantasyon açısına bağlı olarak değişimi.....	187
Şekil 11.21. Basit mesnetli durumda, $[0^0/45^0]_2$ dizilimine sahip antisimetrik istiflenmiş plakada, iterasyon sayısına göre üst ve alt yüzeylerdeki plastik bölge dağılımını.....	188
Şekil 11.22. Ankastre mesnetli durumda, $[0^0/45^0]_2$ dizilimine sahip, antisimetrik istiflenmiş plakada iterasyon sayısına göre üst ve alt yüzeylerdeki plastik bölge dağılımını....	188
Şekil 11.23. Basit mesnetli durumda, $[45^0/-45^0]_2$ dizilimine sahip, antisimetrik istiflenmiş plakada iterasyon sayısına göre üst ve alt yüzeylerdeki plastik bölge dağılımını....	189
Şekil 11.25 Basit mesnetli durumda $p = 0.01079$ MPa sabit yüklemde $[0^0/\theta^0]_2$	

dizilimde antisimetrik istiflenmede üst ve alt yüzeydeki K-A çizgisindeki artık gerilme bileşenleri.....	191
Şekil 11.26 Basit mesnetli durumda $p = 0.01269$ MPa sabit yüklemde $[0^\circ/-\theta^\circ]_2$ dizilimde antisimetrik istiflenmede üst ve alt yüzeydeki K-A çizgisindeki artık gerilme bileşenleri.....	192
Şekil 11.27 Ankastre mesnetli durumda $p = 0.0219$ MPa sabit yüklemde $[0^\circ/\theta^\circ]_2$ dizilimde antisimetrik istiflenmede üst ve alt yüzeydeki K-A çizgisindeki artık gerilme bileşenleri	195
Şekil 11.28 Ankastre mesnetli durumda $p = 0.0225$ MPa sabit yüklemde $[\theta^\circ/-\theta^\circ]_2$ dizilimde antisimetrik istiflenmede üst ve alt yüzeydeki K-A çizgisindeki artık gerilme bileşenleri.....	196
Şekil 11.29. Basit mesnetli durumda $p = 0.01079$ MPa sabit yüklemde $[0^\circ/\theta^\circ]_2$ dizilimde antisimetrik istiflenmede üst ve alt yüzeydeki K-A çizgisindeki artık gerilme bileşenleri.....	198
Şekil 11.30. Basit mesnetli durumda $p = 0.01269$ MPa sabit yüklemde $[\theta^\circ/-\theta^\circ]_2$ dizilimde antisimetrik istiflenmede üst ve alt yüzeydeki K-A çizgisindeki artık gerilme bileşenleri.....	199
Şekil 11.31. Ankastre mesnetli durumda $p = 0.0219$ MPa sabit yüklemde $[0^\circ/\theta^\circ]_2$ dizilimde antisimetrik istiflenmede üst ve alt yüzeydeki K-A çizgisindeki artık gerilme bileşenleri.....	201
Şekil 11.32. Ankastre mesnetli durumda $p = 0.0225$ MPa sabit yüklemde $[\theta^\circ/-\theta^\circ]_2$ dizilimde antisimetrik istiflenmede üst ve alt yüzeydeki K-A çizgisindeki artık gerilme bileşenleri.....	203
Şekil 11.33. Basit mesnetli durumda $[0^\circ/45^\circ]_2$ diziliminde antisimetrik istiflenmede her bir tabakadaki K-A çizgisinde oluşan elastik gerilme (σ_{xx}) bileşeni (100 iterasyon).....	204
Şekil 11.34. Basit mesnetli durumda $[0^\circ/45^\circ]_2$ diziliminde antisimetrik istiflenmede her bir tabakadaki K-A çizgisinde oluşan artık gerilme (RS_{xx}) bileşeni (100 iterasyon).....	204
Şekil 11.35. Basit mesnetli durumda $[45^\circ/-45^\circ]_2$ diziliminde antisimetrik istiflenmede her bir tabakadaki K-A çizgisinde oluşan elastik gerilme (σ_{xx}) bileşeni (100 iterasyon).....	205
Şekil 11.36. Basit mesnetli durumda $[45^\circ/-45^\circ]_2$ diziliminde antisimetrik istiflenmede her bir tabakadaki K-A çizgisinde oluşan artık gerilme (RS_{xx}) bileşeni (100 iterasyon).....	205
Şekil 11.37. Ankastre mesnetli durumda $[0^\circ/45^\circ]_2$ diziliminde antisimetrik istiflenmede her bir tabakadaki K-A çizgisinde oluşan elastik gerilme (σ_{xx}) bileşeni (100 iterasyon).....	206
Şekil 11.38. Ankastre mesnetli durumda $[0^\circ/45^\circ]_2$ diziliminde antisimetrik istiflenmede her bir tabakadaki K-A çizgisinde oluşan artık gerilme (RS_{xx}) bileşeni (100 iterasyon).....	206
Şekil 11.39. Ankastre mesnetli durumda $[45^\circ/-45^\circ]_2$ diziliminde antisimetrik istiflenmede her bir tabakadaki K-A çizgisinde oluşan elastik gerilme (σ_{xx}) bileşeni (100 iterasyon).....	207
Şekil 11.40. Ankastre mesnetli durumda $[45^\circ/-45^\circ]_2$ diziliminde antisimetrik istiflenmede her bir tabakadaki K-A çizgisinde oluşan artık gerilme (RS_{xx}) bileşeni (100 iterasyon).....	207
Şekil 11.41. Basit mesnetli ve farklı dizilimlere sahip, sırasıyla, antisimetrik ve simetrik istiflenmiş tabakalarda dikdörtgen delik boyutlarına (a,b) göre akma noktalarının değişimi.....	208

Şekil 11.42. Ankastre mesnetli ve farklı dizilimlere sahip, sırasıyla, antisimetrik ve simetrik istiflenmiş tabakalarda dikdörtgen delik boyutlarına (a,b) göre akma noktalarının değişimi.208



TABLÖLAR LİSTESİ

	Sayfa No
Tablo 3.1. Termoplastiklerin bazı tipik özellikleri.....	16
Tablo 3.2. Bazı termoplastiklerin mekanik ve fiziksel özellikleri.....	17
Tablo 3.3. Bazı termoset malzemelerin mekanik ve fiziksel özellikleri.....	18
Tablo 3.4. Malzemenin mukavemet/ağırlık oranının kıyaslanması.....	20
Tablo 3.5. Malzemenin rijitlik/ağırlık oranının kıyaslanması.....	21
Tablo 3.6. Termoplastik ve termoset matris seçiminde üretim ile ilgili özellikler.....	23
Tablo 3.7. Termoset ve termoplastik matrisli kompozitlerin karşılaştırması.....	25
Tablo 3.8. Bazı polimerlerle üretilen liflerin özellikleri.....	28
Tablo 3.9. Malzemelerin fiber boyutundaki özellikleri.....	29
Tablo 3.10. Fiber oriyantasyonuna göre mekanik özellikleri.....	31
Tablo 3.11. Polimer reçine ve cam dokuma donatı kullanılarak üretilen laminatların Özellikleri.....	32
Tablo 4.1. Gerilme ve şekil değiştirmelerin kısaltılmış ve tansörel gösterilişi arasındaki ilişki.....	33
Tablo 10.1. Fiber takviyeli kompozit tabakanın akma noktaları ve ölçülmüş mekanik özellikleri.....	152
Tablo 11.1. $[0^0/\theta^0]_2$ dizilimi için basit ve ankastre mesnetli tabakalarda üniform yük altındaki akma değerleri (MPa ve $a \times b = 6.25 \times 25$).....	154
Tablo 11.2. $[\theta^0/-\theta^0]_2$ dizilimi için basit ve ankastre mesnetli tabakalarda üniform yük altındaki akma değerleri (MPa ve $a \times b = 6.25 \times 25$)	155
Tablo 11.3. 25-100 iterasyonlarda $([0/45]_2)$ plakada basit mesnetli antisimetrik dizilimde üst ve alt yüzeydeki maksimum plastik, elastik ve artık gerilme bileşenleri ($a \times b = 6.25 \times 25$).....	156
Tablo 11.4. 25-100 iterasyonlarda $([0/45]_2)$ plakada ankastre mesnetli antisimetrik dizilimde üst ve alt yüzeydeki maksimum plastik, elastik ve artık gerilme bileşenleri ($a \times b = 6.25 \times 25$).....	157
Tablo 11.5. 25-100 iterasyonlarda $([45/-45]_2)$ plakada basit mesnetli antisimetrik dizilimde üst ve alt yüzeydeki maksimum plastik, elastik ve artık gerilme bileşenleri ($a \times b = 6.25 \times 25$).....	158
Tablo 11.6. 25-100 iterasyonlarda $([45/-45]_2)$ plakada ankastre mesnetli antisimetrik dizilimde üst ve alt yüzeydeki maksimum plastik, elastik ve artık gerilme bileşenleri ($a \times b = 6.25 \times 25$).....	159
Tablo 11.7. Basit ve ankastre mesnetli $[0^0/45^0]_2$ oriyantasyon açısına sahip plakanın tüm katlarındaki dikdörtgen deliğin K köşesindeki maksimum elastik ve artık gerilme bileşenleri (100 iterasyon ve $a \times b = 6.25 \times 25$)	161
Tablo 11.8. Basit ve ankastre mesnetli $[45^0/-45^0]_2$ oriyantasyon açısına sahip plakanın tüm katlarındaki dikdörtgen deliğin K köşesindeki maksimum elastik ve artık gerilme bileşenleri. (100 iterasyon ve $a \times b = 6.25 \times 25$).....	162
Tablo 11.9. Ankastre mesnetli sabit yüklemde ($p = 0.0219$ MPa) $[0^0/\theta^0]_2$ dizilimindeki plakalarda elastik ve artık gerilme bileşenleri ($a \times b = 6.25 \times 25$).....	163

Tablo 11.10. Basit mesnetli ve sabit yüklemde ($p = 0.01079$ MPa) $[0^0/\theta^0]_2$ dizilimindeki plakalarda elastik ve artık gerilme bileşenleri ($a \times b = 6.25 \times 25$).....	164
Tablo 11.11. Ankastre mesnetli ve sabit yüklemde ($p = 0.0225$ MPa) $[\theta^0/-\theta^0]_2$ dizilimindeki plakalarda elastik ve artık gerilme bileşenleri ($a \times b = 6.25 \times 25$).....	165
Tablo 11.12. Basit mesnetli ve sabit yüklemde ($p = 0.01269$ MPa) $[\theta^0/-\theta^0]_2$ dizilimindeki plakalarda elastik ve artık gerilme bileşenleri ($a \times b = 6.25 \times 25$).....	166
Tablo 11.13. Farklı mekanik özelliklere sahip tabakalı kompozit malzemeler.....	209
Tablo 11.14. $[(0^0/0^0)]_2$ dizilimine sahip basit ve ankastre mesnetli tabakalarda farklı malzemelerde akmayı başlatan yük değerleri (MPa).....	210
Tablo 11.15. $[(0^0/45^0)]_2$ dizilimine sahip basit ve ankastre mesnetli tabakalarda farklı malzemelerde akmayı başlatan yük değerleri (MPa).....	210
Tablo 11.16. $[(45^0/-45^0)]_2$ dizilimine sahip basit ve ankastre mesnetli tabakalarda farklı malzemelerde akmayı başlatan yük değerleri (MPa).....	211



SİMGELER LİSTESİ

X	: x eksen yönündeki mukavemet	MPa
Y	: y eksen yönündeki mukavemet	MPa
S	: Kayma mukavemeti	MPa
t	: Transformasyon matrisi	-
$[B]$	: Şekil değiştirme yer değiştirme transformasyon matrisi	-
D	: Elastik sabitler matrisi	-
D_{ep}	: Elasto-plastik sabitler matrisi	-
E	: Elastisite modülü	MPa
G	: Kayma modülü	MPa
j_1, j_2	: Deviatorik gerilme invariantları	-
K	: Şekil değiştirme sertleşmesi parametresi	MPa
n	: Şekil değiştirme sertleşmesi üssü	-
K_i	: Direngenlik matrisi	-
L, a, b	: Levhanın geometrik boyutları	mm
L_k, N_k	: İzoparametrik elemanlarda interpolasyon fonksiyonu (Lagrange polinomu)	-
P	: Kuvvet	N
$\{P\}$	: Kuvvet vektörü	-
P_n	: İnterpolasyon fonksiyonu polinomu	-
R_i	: İç gerilmelerden oluşan kuvvet	N
x, y	: Global koordinatlar	-
r, s	: Lokal koordinatlar	-
S_{ij}	: Deviatorik gerilme tansörü	-
u	: x yönündeki yer değiştirme	mm
v	: y yönündeki yer değiştirme	mm
U_0	: Genel haldeki şekil değiştirme enerjisi	-
U_d	: Distorsiyon enerjisi	-
W	: Dış kuvvet işi	-
W_p	: Plastik iş	-
A_f	: Fiber kesit alanı	mm ²
A_m	: Matriksin kesit alanı	mm ²
α	: Oriyantasyon açısı	-
ρ_{ij}	: Genleşme gerilme tansörü	-
Π	: Toplam potansiyel enerji	-
U_b	: Eğilmedeki iç enerji	-
U_s	: Kaymadaki iç enerji	-

ÖZET

Doktora Tezi

TERMOPLASTİK PLAKLARIN ELASTİK VE ELASTO-PLASTİK DAVRANIŞLARINA MESNET TİPİ VE MALZEME PARAMETRELERİNİN ETKİSİ

Tamer ÖZBEN

Fırat Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

2005, Sayfa : 221

Bu çalışmada, ortasında dikdörtgen delik bulunan termoplastik tabakalı kompozit plakaların elastik ve elasto-plastik gerilme analizi sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak yapılmıştır. Kompozit plaklarda fiber ve matriks olarak sırası ile dokuma şeklindeki paslanmaz çelik ve düşük yoğunluklu polietilen kullanılmıştır. Termoplastik plakların imalatı geliştirilen ısıl pres yardımı ile kalıp kullanılarak ısı ve basınç altında gerçekleştirilmiştir. Kompozit plakalara düşey doğrultuda üniform yüklemeler yapılmıştır. Kompozit plakalar $[[0^0/\theta^0]_2]$ ve $[[\theta^0/-\theta^0]_2]$ simetrik ve antisimetrik olarak birleştirilmiş dört ortotropik tabakadan meydana gelmiştir. Aynı kalınlıklara sahip her tabaka 64 eleman 288 düğüm noktasına sahiptir. Yükleme, seçilen her oriyantasyon açısı için plakanın akma noktasından başlayarak 0.0001 MPa'lık artışlar ile 25, 50, 75 ve 100 yükleme kademesinde gerçekleştirilmiştir. Yapılan analizler sonucunda; kompozit plağın her bir tabakasından meydana gelen elastik, plastik ve artık (kalıcı) gerilmeler ve ortaya çıkan plastik bölge yayılışları, tabaka dizilim tipleri $[[0^0/\theta^0]_2]$ ve $[[\theta^0/-\theta^0]_2]$ ve farklı kompozit malzemeler için ankastre ve basit mesnetli şartları dikkate alarak elde edilmiştir. Ayrıca dikdörtgen delik boyutları ve yükleme basamaklarının etkileri de araştırılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Elasto-plastik gerilme analizi, sonlu elemanlar metodu, termoplastik matriksli kompozitler, dikdörtgen delikli plaklar, artık gerilme.

ABSTRACT

PhD Thesis

THE EFFECTS OF THE SUPPORT TYPE AND THE MATERIAL PARAMETERS ON THE ELASTIC AND ELASTO-PLASTIC BEHAVIORS OF THERMOPLASTIC LAMINATED PLATES

Tamer ÖZBEN

University of Firat
Graduate School of Natural and Applied Science
Department of Mechanical Engineering

2005, Page : 221

In this study, elastic and elastic-plastic stress analyses are carried out by the finite element method (FEM) for the thermoplastic composite laminate plates with rectangular hole. The layers in the laminated plates consist of the stainless steel woven fibers and the low density polyethylene (LDPE), respectively. The thermoplastic matrix composite layers are manufactured by using molds under heating and pres loading. The laminated plate $([0^0/\theta^0]_2)$ and $([\theta^0/-\theta^0]_2)$ under uniform transverse loading are formed by stacking four composite layers bonded symmetrically or antisymmetrically. Each layer with constant thickness is meshed into 64 elements and 288 nodes in the FEM solutions. Loading is gradually increased from yield point of the plate as 0.0001 MPa at each load step. The load steps are chosen 25, 50, 75 and 100. The elastic, plastic and residual stress components and expansion of the plastic zones are calculated according to load steps, different orientation angles, stacking sequences $([0^0/\theta^0]_2)$ and $([\theta^0/-\theta^0]_2)$ and composite materials. In addition, the effects of the rectangular hole dimensions and the load steps on the elasto-plastic behavior are studied.

Key Words: Elasto-plastic stresses analysis, finite element method, thermoplastic matrix composites, plates with rectangular hole, residual stress.

1. GİRİŞ

Mühendislikte kullanılan malzemeler genellikle metaller, seramikler ve polimer malzemelerdir. Bu üç grubun birbirlerine göre üstün olan özellikleri vardır, ancak bunlar arasında metaller, üstün bazı özelliklerinden, tasarım ve uygulama aşamasında hata riskinin en az olması nedeni ile kullanım alanları daha yaygındır. Ancak özellikle uzay ve hava endüstrisinde gerekli teknolojik özelliklere sahip malzemelerden en önemlilerinden biri olan kompozit malzemeler de araştırmalara değer mekanik özellikler sergilemektedir. Mukavemet/ağırlık, mukavemet/yoğunluk gibi spesifik oranlarının klasik malzemelere göre çok daha yüksek olması kompozit malzemelerin otomotiv endüstrisinde de kullanılmasına yol açmıştır. Teknolojinin hızlı gelişmesinin getirdiği kaçınılmaz sonuçlardan biri olarak bu alanlarda kullanılan malzemelerin ihtiyaca cevap verebilmesi, makine ve malzeme mühendislerinin araştırmalarını hızlandırmasına neden olmuştur.

Plastik malzemeler son 25-30 yıl içerisinde önemli gelişmeler göstererek günlük yaşamımızda ve endüstrinin hemen her dalında kullanılan malzemeler haline gelmişlerdir. Kompozit malzeme tasarımında genel prensipleri ve amaçları çerçevesinde, plastiklerin yararlı özelliklerini kazanmak, zayıf özelliklerini geliştirmek için diğer yapı bileşenleri ile birleştirilerek kullanılmaları günümüz malzeme teknolojisinin hedefleri arasındadır.

Kompozit malzemelerin mekanik özelliklerini tespit ederken geliştirilen yaklaşımlar ve hesaplamalar, onu oluşturan malzeme bileşenlerinin mekanik özellikleri ile ilgilidir. Fakat bazı kompozit malzemelerin üretim yöntemlerinden ve kullanılan takviye elemanlarının fiziksel, kimyasal özellikleri ile yapı içerisindeki süreklilikleri ve dağılımına göre farklı yaklaşımlar geliştirmek zorunda kalınmaktadır.

Kompozit malzeme sınıflandırmasında geniş uygulama sahasına sahip tabakalı kompozit malzemeler, aynı veya farklı özelliklere sahip birden çok plakanın farklı yöntemler kullanılarak birleştirilmesi ile elde edilirler. Üretimin büyük bir kısmı boyutlarından biri diğer ikisine oranla çok daha küçük olan levha şeklindedir. Çeşitli tabakaların birbirlerine bağlanması ile üretilen tabakalı kompozitler, yapısal nitelikleri bakımından diğer kompozit malzeme türlerinden farklılık göstermektedirler. Diğer kompozit malzeme türlerinde, taneli kompozitlerde veya liflerle donatılı kompozitlerde yapılan sürekli faz veya matriks ve faz gibi niteleme ve ayrımlar, tabakalı malzeme için aynı anlamda genelde kullanılmamaktadır. Tabakalı kompozit malzemeler, çeşitli farklılıklar gösteren tabakaların bir araya getirilmesi ile üretilmektedir. Bu farklılık mukavemet, ısı iletimi, gözeneklilik, ağırlık gibi çok yönlü de olabilmektedir.

Kompozitin üretiminde kullanılacak malzemenin seçimi hedeflenen özelliklere bağlı olarak farklılık göstermektedir. Isıl direncin önemli olduğu hallerde ısı iletkenliği düşük yalıtım

özelliği olan malzeme tabaklarının sisteme eklenmesi, hafif ama spesifik mukavemet değeri yüksek malzemeler üretebilmek için termoplastiklerin içerisine çelik teller vb. fiberler yerleştirilebilir.

Tabakalı kompozit malzemeler metal, cam, ahşap ve polimer esaslı olmak üzere farklı matriks malzemelerine sahip olarak üretilmektedir.

Polimer esaslı kompozit malzemeler “Formica” patent isimli lamine ürün en tanınmış tabakalı kompozit malzemelerdendir. Plastik esaslı tabakalı kompozit malzemeler, farklı taşıyıcı tabakalarla birlikte günümüzde çok düşük performanslı uygulamalardan, farklı takviyelerle yüksek performanslı uygulama alanlarında kullanılabilecek düzeye ulaşabilmektedir. Havacılık, deniz, otomotiv ve raylı taşımacılıkta koruyucu kaplama malzemesi olarak da kompozit plaklar yaygın olarak kullanılmaktadır.

Bu tür uygulamalarda sıklıkla yapı içerisinde delik, çentik ve çatlak oluşumu gibi süreksizliklerle karşılaşmak mümkün olmaktadır. Böyle malzemelerin yük altındaki davranışlarının mühendislik hesaplarını yapmak, uygulama açısından önem kazanmaktadır. Makine ve yapı elemanları servis şartları ve performansı açısından değerlendirilerek farklı şekillerde üretilirler. Özellikle şekillendirme esnasında elasto-plastik davranış gösterirler. Plastik şekil değiştirme nedeniyle makine parçalarında artık gerilmeler ortaya çıkar ve bu gerilmeler mukavemet artırıcı yönde de rol oynar. Uygulamada makine elemanları yüklemenin belirli değerin üzerine çıkılması halinde plastik deformasyon başlar. Böylece artık (kalıcı) gerilmeler oluşur.

Kompozit plakayı oluşturan tabakalardaki fiberlerin diziliş doğrultuları ve miktarları bu kompozitten istenen mukavemet değerine bağlıdır. Fiberler tek yönlü, çapraz veya dokuma şeklinde takviye edilerek üretilir. Elde edilen bu plakalarda kendi aralarında simetrik ve antisimetrik veya karışık olarak birleştirilebilir. Kompozit plakalara elastik bölgenin üzerinde yüklemeler yapılarak plastik deformasyonlar elde edilir. Kompozit tabakaların her birinde meydana gelen lokal artık gerilmeler yardımı ile plakaya daha büyük yüklemeler yapılabilir. Böylece plakanın kesitinde her hangi bir değişiklik yapılmadan yük taşıma kapasitesi artırılabilir.

Bu çalışmada kompozit malzemeyi oluşturan takviye elemanı paslanmaz çelik fiberler, matriks malzemesi olarak ise LDPE kullanılmıştır. Her bir tabakanın fiber takviye açılarının, tabakaların simetrik-antisimetrik dizilimlerinin dikdörtgen delik boyutlarının elasto-plastik davranışı üzerine etkileri ve mesnet tipleri ve malzeme parametrelerinin etkileri bu çalışma kapsamında incelemeye çalışılmıştır.

Ankastre ve basit mesnetli termoplastik matriksli kompozit plakalarda takviye açısı ve tabaklanma türünün (simetrik-antisimetrik) elasto-plastik davranışa olan etkilerinin araştırılması

hedeflenmektedir. Ayrıca her bir tabakada oluşan plastik deformasyonlar (akma bölgeleri) ve artık gerilmelerin, mukavemet artırıcı yönde yaptığı katkının düzeyi araştırılmıştır. Sayısal çözüm yöntemi olarak FORTRAN programlama dili kullanılarak, yapıların yük altında gerilme bileşenlerinin hesaplanmasında gerçeğe çok yakın sonuçların elde edildiği yöntemlerden olan sonlu elemanlar yöntemi kullanılmıştır.



2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI

Günümüzde bir çok teknolojik uygulamalarda yer alan kompozit malzemeler, aslında binlerce yıldan beri kullanılmaktadır. Ok yayı yapılırken üst a üste konulan, özellikleri ve lif yönleri farklı ağaç levhalar karma bir malzeme oluştururlar. Kompozit malzemelerin bilinçli olarak ele alınması ve bilimsel yaklaşımlarla yeni malzemelerin geliştirilmesi ancak 1940'lı yıllarda cam takviyeli plastiklerin kullanımı ile başlamıştır. Önemli ilk uygulamalara örnek olarak radar kubbeleri gösterilebilir. Cam takviyeli plastikler elektromanyetik geçirgenlik, hafiflik, atmosfer koşullarına dayanıklılık ve mekanik özellikleri nedeni ile bu amaç için kullanılabilecek en uygun malzemedir. Bugün uçak endüstrisinde %30'a varan oranlarda kullanılan kompozit malzemelere örnek olarak, çeşitli polimerler içerisine gömülmüş karbon lifleri, alüminyum içerisine dizilmiş boron lifleri veya 1000 °C üzerindeki sıcaklıklarda çalışan nikel-alüminyum alışımlı içerisine oluşturulmuş nikel-niobyum levhaları ile kuvvetlendirilen malzemeler gösterilebilir [1].

Kompozit malzemede plakanın kalınlığı arttıkça enine kayma şekil değiştirmeleri ihmal edilmeyecek değere çıkar. Kalınlık arttıkça kayma gerilmelerinin etkili olduğu yan yüzey büyüklüğü için kayma gerilmelerinin önemi artar. Plakanın çok ince olması kayma gerilmesinin oluşmayacağını kanıtı değildir. Kirchhoff teorisi kompozit plaklar için oldukça uygun olmakla beraber, dezavantajları da vardır. Bunlar her tabakanın ara yüzeyindeki gerilme şekil değiştirme değerlerinin tam olarak bulunmaması ve akma (kırılma) analizlerinin açıklanmamasıdır [2]. Yüksek deformasyon teorisi kapsamında ise enine kayma gerilme değerleri alt ve üst yüzeylerde sıfır olduğu halde doğrudan hesap yapmak yerine sonlu elemanlar metodu kullanılmıştır.

Nayak ve arkadaşları [3], yüksek dereceli akma teorisine dayanarak kaymada birim uzama alanları ile kompozit plakların eğilme momentlerini incelemişlerdir. Sonuçta elde edilen eşitliklerden birinci dereceden kayma yönü ile benzerdir, ancak yüksek dereceden kayma teorisine kayma düzeltme ifadesinin eklenmesi gerektiğini ileri sürmüşlerdir.

Arslan [4], basit mesnetli eksene dik yüklenmiş tabakalı kompozitlerde plastik bölgelerin genişlemesini ve artık gerilmelerin tahmin edilmesi ilgili çalışma gerçekleştirmiştir. Plastik bölgelerin genişlemesi $[0^\circ/90^\circ]_2$, $[15^\circ/-15^\circ]_2$, $[0^\circ/15^\circ]_2$, $[0^\circ/75^\circ]_2$ dizilimlerine sahip alt ve üst yüzeylerdeki plakaların ortasında yoğunlaşmıştır. $[30^\circ/-30^\circ]_2$, $[45^\circ/-45^\circ]_2$, $[0^\circ/30^\circ]_2$, $[0^\circ/45^\circ]_2$, $[0^\circ/60^\circ]_2$ dizilimlerine sahip tabakalarda ise plastik bölge genişlemesi tabakaları merkezinde ve köşelerinde meydana gelmiştir.

Dairesel delikli kompozit plaklarda basmadaki davranışları incelemişler, basma dayanımının hesaplanmasında delik çapı-kalınlık oranı, basma dayanımının bir fonksiyonu gibi kullanılabileceğini bildirmişlerdir [5].

Dairesel delikli tabakalı bir kompozit plakada oluşan gerilmelerin enerji akışı yaklaşımı kullanılarak optimizasyonun yapılabileceğini ileri sürmüşlerdir [6].

Arslan ve diğ. [7], kare delikli örgü tipi takviyeli termoplastik kompozit plakların elasto-plastik davranışlarını incelemişlerdir. Yapılan solu eleman incelemesinde, gerilme konsantrasyonun delik etrafında yüksek olduğu, akma başlangıcının bu bölgelerde oluştuğunu tespit etmişlerdir. Ayrıca elde edilen artık gerilmeler ile kompozit plakların yük taşıma kabiliyetinin artırılabilceğini ileri sürmüşlerdir.

Örgülü kompozit plakların ($0^\circ/\pm\alpha^\circ$) analitik deformasyonunu ve kırılma davranışının simülasyonu araştırmışlar, $\alpha=45^\circ$ için deformasyon enerjisi en uygun dizilim olduğunu ve $\alpha=30^\circ$ ve 60° için ise maksimum deformasyon enerjisi değerine ulaşıldığını ileri sürmüşlerdir [8].

Merkezinde dairesel ve eliptik delik bulunan dikdörtgen plakanın davranışı incelendiğinde, delik çapının artması ile eğilme ve katlardaki ilk hasar oluşturan yüklerin azaldığı görülmektedir. Ayrıca delik olmayan tabakalarda hasar oluşumu, plaka köşelerine diyagonal olarak yer alırken, dairesel delikli tabakalarda hasar delik civarında, eliptik de ise tepe kısmında oluşmaktadır [9].

Düzlemsel yüklenmiş dairesel delikli alüminyum metal matriksli kompozit bir plakanın elastik gerime analizi sonlu elemanlar metodu kullanarak elastik gerilme bileşenlerinin değerlerinin oriyantasyon açılarına göre değişimini incelemişlerdir [10].

Fiber takviyeli termoplastik dairesel delikli kompozit plakanın tek yönlü çekmeye maruz bırakılması durumunda, delik çapına bağlı olarak levhalarda delik kenarında meydana gelen artık gerilmelerin, delik kenarından uzaklaştıkça azalan değişimini incelemişlerdir [11].

Kant ve Swaminathan [12], tabakalı kompozitlerde tabakalar arası eksene dik yöndeki gerilmeleri tahmini için yapılan çalışmaları ve bu konudaki gelişmeleri içeren bir çalışma yayınlamışlardır. Klasik plaka teorisi ve birinci kayma deformasyon teorisi, ince kompozit tabakaların tümel tepkilerini tahmin etmekte, doğru sonuca ulaşmada ve ekonomik açıdan değerlendirildiğinde olumlu sonuçlar doğurmaktadır. Ancak plaka içerisindeki süreksizliklerin varlığı ile içteki tabakalarda meydana gelen gerilmelerin hesaplanmasında yanlışlıklar olabilmektedir. Bu yüzden bu teorilerde kalımlık içerisindeki kaymadaki birim uzama-gerilme hesabında kayma düzeltme faktörü kullanılmaktadır. 3 boyutlu teorilerde homojen anizotropik malzemelerdeki her bir tabakadaki sınır şartlarında 3 boyutlu gerilme

durumunu klasik plaka teorisi ve birinci kayma deformasyon teorisi göre daha doğru çözmektedir. Ancak çok büyük parametrelerin varlığı bilgisayar hesaplamalarında zorluklar çıkarmaktadır. Tabakalı kompozitlerde analiz yapılırken, sonlu eleman metodundaki gelişmelerin verdiği güvenle, gerilmeye dayana teoriler yerine yer değiştirmeye dayanan teoriler daha çok tercih edilmektedir. Bu durum pratik açısından da uygun şartlar sağlamaktadır.

Arslan ve diğ. [13], kare delikli ankastre ve basit mesnetli termoplastik matrisli tabakalı kompozitin elasto-plastik gerilme analizini ve plastik noktaların genişlemesini simetrik ve antisimetrik dizilimlerde araştırmışlardır. Simetrik dizilimine sahip plakalarda akma noktaları, hem ankastre de hem de basit mesnetli durumda antisimetrik duruma göre daha yüksektir. Ankastre durumunda elde edilen akma değerleri basit mesnetliye göre daha yüksektir. Maksimum elastik, plastik ve artık gerilme bileşenleri ankastre ve basit mesnetli durumda alt ve üst yüzeylerde elde edilmiştir. Plastik bölgelerin genişlemesi ankastre ve basit mesnetli durum için de ve simetrik ve antisimetrik dizilimlerde, mesnetlerde ve kare delik etrafındaki fiber yönüne bağlı bölgelerde daha yoğun olmaktadır.

Kompliyanans metodu kullanılarak tabakalı kompozitlerde $(0^0_{10}/90^0_{10})$ artık gerilme değerlerini hesaplamışlardır. Nümerik metotlarla elde edilen sonuçlarla, kompliyanans metodu kullanılarak elde edilen artık gerilme sonuçlarının mükemmel bir uygunluk sağladığını tespit etmişlerdir [14].

Metal matrisli üniform yük altında, basit mesnetli, tabakalı kompozitin lineer olmayan malzeme davranışının incelenmesi sonucu $[\theta^0/-\theta^0]_2$ dizilimine sahip tabakalarda θ oriyantasyon açısı azaltıldığında elastik gerilme bileşeni σ_x 'in yükseldiğini tespit etmişlerdir [15].

Termoplastik tabakalı kompozit malzemelerde termal yük altında elasto-plastik ve artık gerilme analizi gerçekleştirilmiş, sıcaklık dolayısı ile simetrik dizilimde çapraz katlı ve açılı katların tüm yüzeylerinde plastik akma başlangıcı aynı kaldığını hesaplamışlardır [16].

Eksene dik yönde yüklenmiş, çelik fiber takviyeli termoplastik kompozit plakların tabaka sayısı, oriyantasyon açısı ve bağlanma tipinin etkisini araştırmışlardır. Tabaka oriyantasyon açısının akma yükünü ve plastik bölge dağılımını etkilemesine karşın tabaka sayısı özellikle akma yükünü etkilemediğini hesaplamışlardır. Akma yükleri antisimetrik durumda simetrik dizilime göre daha büyük olduğu ancak artık gerilme tersine daha küçük olduğu ileri sürmüşlerdir [17].

Tabakalı kompozit malzemelerin diziliminde tabaka kalınlığının ve oriyantasyon açısı gibi parametreleri kullanarak tabaklandırma tasarımında genetik algoritma yöntemini kullanarak optimizasyonunu araştırmışlardır [18].

Eksenel olarak basma gerilmesi altındaki kompozit tabakalı silindirik bir hücrede, tabakaların dizilimlerinin optimizasyonu ile maksimum burkulma yükünü genetik algoritma metodu ile tespit edilebileceğini ileri sürmüşlerdir [19].

Sayman ve Aksoy [20], merkezinde dairesel delik bulunan alüminyum metal matriksli tabakalı kompozitlerin, ankastre ve basit mesnetli durumda elasto-plastik gerilme analizini gerçekleştirmişlerdir. Plastik bölgenin genişlemesi, simetrik ve antisimetrik tabakalı plaklarda dairesel deliğin etrafında fiber yönüne bağlı olarak genişlediğini göstermişlerdir. Artık gerilme bileşenlerinin değeri çapraz takviyeli tabakalarda maksimum değeri almaktadır. (0/90) tabakalı plakta malzeme özellikleri, malzeme özellikleri inde büyük farklar oluşabilmektedir. Açılı takviyeli tabakalarda basit mesnetli durumda akma noktası ankastreye göre daha yüksektir, çapraz takviyeli tabakalarda ise tersine durum söz konusudur.

Plakaların eğilmesinin hesabı için, birim uzamaya dayalı yeni bir dikdörtgen eleman sonlu eleman kullanmışlardır. Reissner/Mindlin plaka teorisini kullanarak plaka eğilmesinin lineer analizini araştırmışlardır. Böyle bir eleman kullanarak ince ve kalın plakalar için teorik ve deneysel sonuçların uyuştuklarını göstermişlerdir. Birim uzamaya dayalı dikdörtgen plaka yönteminin performansının yeterli olduğunu göstermişlerdir [21].

Eksene dik çekme ve kayma yüklenmesi altında tek yönlü takviye edilmiş kompozitin elasto-plastik özelliklerinin etkisinin modellenmesi ile ilgilenmişlerdir. Eksenel ve eksene dik yönlerdeki kompozitlerin elastiklik modülünün tahmin edilmesi tek fiber modeli kullanılarak yapılmıştır. Fakat eksene dik yönde fiber sayısının artması ile tanjant rijitliği kompozitin plastik deformasyonunu arttırmıştır, bu etki matrisin pekleşme üsteline ve oriyantasyon açılarına bağlı olduğunu kabul etmişlerdir [22].

Çentikli ($0_2/\pm 45$)_s tabakalı kompozitte oluşan gerilmelerden dolayı oluşan hasarın büyümesi ile ilgili çalışmada tabakalardaki ayrılma ile rijitliklerdeki azalma arasındaki ilişkiyi ortaya çıkarmışlardır. Özellikle delik etrafındaki bir ayrılma uzunluğu için matrisin kırılma miktarının, yükleme seviyesinin bir fonksiyonu olduğu tespit etmişlerdir [23].

Dairesel delikli grafit fiber tabakalı kompozitte yorulma davranışına matris tokluğunun etkisinin anlaşılmasında, fiber ve matris arasındaki karmaşık ilişkinin iyi bilinmesi gerekmektedir. Yapısal performansların kontrolü için uzun süreli davranışlarının kontrolü, hasar modları ve gerilme alanları iyi anlaşılması gerekmektedir [24].

Çentikli ve çentiksiz quasi-izotropik tabakalarda çekme ve basma dayanımlarının deneysel ve nümerik olarak elde edilen sonuçları değerlendirilmiştir. Uniform olarak dağıtılmış çekme ve basma yüklemelerde, çekmede 90° açı ile takviye edilmiş tabakada

göreceli olarak düşük yüklerde hasar oluşmuştur. $\pm 45^\circ$ açılı tabakalarda çekme ve basma yüklemelerinde τ ve γ ilişkisi nolineer olarak değerlendirilmiştir [25].

Yüzeyinde çentik bulunan kompozit plakaların kırılma dayanımının incelenmesinde, kırılma parametrelerinin tabaklarda dizilim düzenine, kalınlığına ve yükle şartları ile olan ilişkisi ,incelemiştir [26].

Düzlem yükleme altında alüminyum metal matriksli tabakalı kompozitin elasto-plastik gerilme analizini, birinci derecede kayma deformasyonu teorisini ve 9 düğümlü Lagrangian sonlu eleman metodu kullanarak gerçekleştirilmiştir. Her iki durumda da akmanın delik etrafında oluştuğu ve oriyantasyon açısı θ tabaklı plaklardaki akma noktasını etkilediği tespit etmişlerdir [27].

Akma kriterlerine dayanarak yapılan çok yönlü tabakalarda inelastik davranışının simülasyonu araştırılmıştır. Bridging mikromekanik model ve klasik plaka teorisinden yararlanılarak gerilme-şekil değiştirme davranışının simülasyonu gerçekleştirilmiştir. Tabakalarda hasar oluşumuna kadar, simülasyonla gerçekleştirilen gerilme-gerinim eğrisi deneysel sonuçlarla uyum sağlamaktadır [28].

Ankastre ve basit mesnetli kompozitlerde üç nokta eğme deneyinde çekmenin hesaplanması ile ilgili çalışmada, ankastre bir çubukta büyük çekme gerilmesinde, çubuk üst yüzeyinde yük taşıma kabiliyetinde düşmenin nedeni araştırılmıştır [29].

Alüminyum metal matriksli tabakalı kompozit plakalarda ankastre ve basit mesnetli durumda plastik bölgenin genişlemesi ve elasto-plastik gerilme analizi gerçekleştirmiştir. Ankastre ve basit mesnetli plakalarda kıyaslanmasında çapraz katlı plakalarda akma noktası, açılı plakalara göre daima küçük kalmıştır. Ancak ankastrede basit mesnetliye göre % 42-110 aralığında oriyantasyon açısına göre daha yüksektir [30].

Tek yönlü tabakalı kompozit malzemenin yorulma hasarının tahmin edilmesinde birim uzama enerjisine dayalı bir yapay sinir ağları kullanılmıştır [31].

Laminat kompozit yapılarda optimum tasarım için yapılan çalışmada kompozit yapıda örgü tabakalar yapılıyorsa tasarım mukavemet esasına göre yapılması tavsiye edilmektedir. Tek yönlü takviye edilmiş tabakalar kullanılıyorsa rijitliğe göre bir tasarım dikkate alınmalıdır, ancak tabakalarda ayrılma gerçekleşmemişse hasar sadece ilk tabakada oluşursa dayanıma göre bir tasarımın yapılması uygun görülmektedir [32].

Kompozit malzemeli yapıların enerji absorpsiyonunu kontrollü bir şekilde geliştirebilmek için 2 ve 3 boyutlu kompozit çubukların tasarımı için genetik algoritma yöntemi kullanılmıştır [33].

Yüksek performanslı polimer kompozitler elde etmek amacı ile silika bağlayıcı kullanarak fiber-matris yapışması iyileştirilebilir. Ayrıca cam-fiber/doymamış reçine

polyester kompozitlerde boşluk oluşumu ve esneme özelliklerinin tahmin edilmesi ilgili araştırmalar ve akış karakteristikleri ile ilgileri gösterilmeye çalışılmıştır [34].

Çekme gerilmesi altında, merkezinde çatlak bulunan tabakalı kompozitte artık gerilme miktarı araştırılmıştır. Kırılma tokluğu, tabaka konfigürasyonu, kalınlık ve yükleme gibi parametreler ile ilgisi araştırılmıştır [35].

Ortasında kare delik bulunan metal matriksli kompozit plakanın basmadaki burkulma dayanımını sonlu elemanlar metodu kullanarak analizi gerçekleştirilmiştir. Böyle bir plakada sıra dışı burkulma dayanımı davranışını etkileyen parametreler, plaka boyutları oranı, delik boyutları, sınır şartları ve mesnet tipi olarak belirlenmiştir. Aynı delik boyutlarına ve aynı boyutlara sahip MMC plakalarda, $[90/0/0/90]_2$ dizilimine sahip tabakalarda, $[45/-45/-45/45]_2$ dizilimine sahip tabakaya göre % 10 daha yüksek veya düşük olabilmektedir. Ankastre plaka kenarlarında sıra dışı burkulma davranışı basit mesnetliye göre daha yüksektir [36].

Jeronimidis ve Parkyn [39], karbon fiber takviyeli termoplastik matriksli kompozit malzemelerde oluşan artık gerilmeleri araştırmışlardır.

Bahei-El-Din ve Dvorak [41], düzlem yükleme durumu için metal matriksli kompozit tabakaların elasto-plastik gerime analizini gerçekleştirmişlerdir. Takviye elamanı olarak boron fiber, matriks elamanı olarak ise alüminyum kullanmışlardır. Ortotropik bir plaka da dikdörtgen delik etrafındaki gerilme yığılmaları üzerine çalışmışlardır.

Bir çok araştırmacı da lineer veya nolineer sonlu eleman metodunu kullanarak tabakalı kompozit malzemelerin gerime analizini gerçekleştirmişlerdir [42-44].

Tabaklandırılmış anizotropik kompozit plakaların düzlemde birim uzama deformasyonun genelleştirilmesi ile ilgilenmişlerdir. İncelemelerin sonucunda komşu tabaka arasında arayüzeylerinde eksene dik yöndeki gerilmeler sürekli olduğunu, farklı fiber oriyantasyonlarında eksene dik yöndeki kayma gerilmeleri kalınlık boyunca alt ve üst yüzeylerde daha fazla etkili olmaktadır [45].

Genetik algoritma metodunu kullanarak tabakalı kompozit malzemelerde tabaka diziliminin optimizasyonunu araştırmışlardır. Olasılık ve genetik algoritma arasındaki ilişkinin güvenilirliği ile ilgili araştırmalar sonucunda, onarımın % 100 ihtimalle gerçekleştiği en uygun hedef tabakalanma 45^0 oriyantasyonuna sahip tabakalarda gerçekleştiği ileri sürülmüştür [46].

Sonlu elemanlar metodunu kullanarak plakaların uygun şekilde tabaklandırılması için analizler yapmışlardır. Analizlerde küçük deformasyonlar ve lineer elastik malzeme davranışı ile ilgili formülasyonlar kullanmışlar, modelleme arçlarında kalınlık ve

anizotropik tabakalandırılmış yapıların analiz sonuçlarında kayda değer neticelere ulaşmışlardır [47].

Çapraz katlı kompozit plakaların yorulma ömrünü belirlemek için çalışma gerçekleştirmişlerdir. Yorulma ömrünün tahmini için karakteristik hasar durumu seviyesini tespit etmek için rijitlik, çatlak yoğunluğu ve gerilme-ömür ilişkisini içeren 0^0 ve 90^0 oriyantasyon açısına sahip tabakaları incelemişlerdir. Nolineer tabaka teorisi dikkate alındığında 0^0 oriyantasyon açısına sahip plakalarda nolineer davranışı ile ilgili olarak deneysel sonuçlarla daha uygun sonuçlar elde edilebildiğini ileri sürmüşlerdir [48].

Eksene dik yöndeki kayma birim uzamadaki süreksizlikle tabakalı kompozit plakalar için sonlu eleman parçası oluşturarak analiz gerçekleştirmişlerdir. Kompozit dik kesiti ve kayma birim uzama alanı sapması için gerçeğe uygun yer değiştirmeler elde etmişlerdir [49].

MATLAB standart paket programı kullanılarak kompozit tabakalı kirişlerde yaklaşık çözümler gerçekleştirmişlerdir. Lineer piezoelektrikliğe dayalı, mekanik deformasyon ve elektrostatik şarj eşitliği arasındaki birleştirmeyi içeren, piezoelektrik özelliği olan tabakalandırma için eşitlik geliştirmeye çalışmaktadırlar. Tabakalandırılmış akıllı kompozit kirişlerin harmonik titreşim yüklemeleri altında yaklaşık analitik çözümler ileri sürmüşlerdir [50].

Maksimum termal yüklemde tabakalı kompozit plakaların kalınlığın optimum tasarımı ile ilgili çalışma gerçekleştirmişlerdir. Analizlerinde sonlu elemanlar yöntemine dayanarak kayma deformasyonu teorisini kullanarak tabakalandırılmış plakanın analizini gerçekleştirmişlerdir. Tasarım değişkenleri olarak kullanılmak üzere fiber oriyantasyon açısı ve tabaka kalınlığı için katsayılar belirlemeye çalışılmıştır [51].

Lineer termal yükleme altında termoplastik tabakalı kompozit plakalarda elastik, plastik ve artık gerilmelerin hesaplanmasını yapmıştır. Simetrik çapraz katlı tabakalı kompozitin asal malzeme eksen yönündeki gerilme değeri üst ve alt yüzeyde en yüksek değer ulaştığını tespit etmiştir [52].

Üzerinde çentik bulunan kompozit plakada hasar başlangıcı ve büyümesini incelemişlerdir. Çentikli tabakalarda özellikle yorulma hasarı ile artık rijitlik, artık mukavemet ve birim uzama dağılımı arasındaki farklı ilişkileri ortaya çıkarmışlardır [53].

Fiber takviyeli tabaklar için inelastik ve akma davranışları için genel hasar davranışlarını tespit etmek için çalışma gerçekleştirmişlerdir [54].

Tabakalandırılmış kompozit ve sandviç plakaların termal eğilmelerin analizi için sonlu eleman analizi gerçekleştirmişlerdir. Simetrik istiflenmede maksimum termal eğilme $\theta =$

45° fiber oriyantasyon açısında elde edilmiştir. İnce ve kalın sandviç paneller için tabaka yüzeyindeki artış kritik sıcaklıkta düşmeye neden olmaktadır [55].

Termal yükleme altında basit mesnetli termoplastik tabakalı kompozitlerde elastoplastik gerilme analizi araştırmışlardır. Çapraz katlı tabakalar eşlenik plastik birim uzamasının değeri açılı katlı tabakalardan daha yüksek olduğunu ileri sürmüşlerdir [56].

Basit mesnetli termoplastik tabakalı plakaların termal yüklemde elasto-plastik gerilme analizi gerçekleştirmişlerdir. Düzlem gerilmeye sürekli hasar mekanizmasına dayalı bir model kullanılarak kompozit malzemenin büyümesini incelemişlerdir. Kullanılan matematiksel model sayesinde elde edilen sonuçlar temel fiziksel davranış ile ilgili yaklaşımlar yaklaşık olarak tahmini etmeye çalışmaktadırlar. Modeli karakterize eden giriş parametrelerinin tanımlanması modelin doğru sonuçlar üretmesinde önemlidir [57].

Üniform dağılmış sıcaklık altında metal matriksli simetrik olarak istiflenmiş tabakalı kompozit malzemelerin elastik-plastik termal gerilme analizini gerçekleştirmişlerdir. Sıcaklıktan dolayı çapraz katlı veya açılı katlı basit mesnetli durumda simetrik dizilimde akma oluşmuştur. Artık gerilme bileşenlerinin değerinin en büyüğü çapraz katlı tabakalamada elde edilmiştir [58].

Merkezinden plaka eksenine dik yönde dairesel olarak yüklenmiş tabakalı kompozitlerin elastik davranışını incelemişlerdir. İnce plakalar için oluşan hataları sebebi olarak büyük yer değiştirmeler, kalın plakalar için ise Hertzien temasının önemli olduğu ileri sürülmektedir [59].

Lineer dağılmış sıcaklık altında, simetrik istiflenmiş metal matriksli plakalarda termal elastik-plastik gerilme analizi Tsai-Hill akma kriterlerini kullanarak gerçekleştirmişlerdir. Plakadaki plastik bölgenin genişlemesi çoğunlukla üst yüzeyde meydana gelmektedir [60].

Tabakalandırılmış elastomer kompozitlerin deformasyon analizi gerçekleştirmişlerdir. Sonlu deformasyon aralığında, çeşitli fiber oriyantasyonuna sahip simetrik tabakalardan elde edilen deneysel verilerle, teorik tahminler karşılaştırılmıştır. Maksimum deformasyonun mühendislik uzamasının % 90 olan tabakalarda meydana geldiği gözlenmiştir [61].

Düşük sıcaklıklarda örgü takviyeli tabakalarda kenar gerilmelerini incelemişlerdir. Büyük oriyantasyon açılarında küçük sıcaklık değişimlerinde kenar gerilmeleri artmaktadır. Çok yüksek sıcaklıklarda, yüksek termodinamik yüklerden dolayı iç kısımlardaki tabakalarda ayrılmalar görülmektedir [62].

Çelik fiber takviyeli tabakalı kompozit plakanın antisimetrik istiflenmiş durumda kaymadaki bağ gerilmelerinin kayma kuvvetlerine nolineer orantısını bağlı olarak bölgesel plastik bölge dağılımının araştırılmışlardır. Malzemelerde elasto-plastik davranış süresince

kaymadaki bağlanma gerilmesi ve kayma kuvvetleri arasındaki ilişkiler nolineer olduğu göstermişlerdir [63].

Yüzey işlemi görmüş keten fiber takviyeli termoplastik matriksli kompozit malzemelerde arayüzey karakteristiklerini incelemişlerdir. Sitrik asit ile yüzeyi işlenmiş termoplastikler gerilme transfer edebilme verimi düşük işlem zamanı için daha yüksek olduğu ileri sürmüşlerdir [64].

Yüzeyinde çentik bulunan kompozit plakanın çekme yüküne maruz bırakıldığında kırılma dayanımı araştırmışlardır. Kırılma parametreleri, istiflenme düzenine, kalınlığına ve yüklemeye bağlı olduğunu ileri sürmüşlerdir ve bu parametreleri numuneden elde edilen test sonuçlarından çıkarmışlardır [65].

Fiber-fiber yada fiber-matriks etkileşimi ve elasto-plastik özelliklerin etkisini kısa fiber takviyeli metal matriksli kompozitin makromekaniksel model ve sonlu eleman metodunu kullanarak araştırmışlardır. Ortalama alan yaklaşımı kullanarak kompozitin elasto-plastik özelliklerine etkisinin incelenmesi, yük transferi ve mukavemeti artırıcı mekanizmalar deneysel verilerle dikkate alınarak tartışılmıştır [66].

Kompozit plakada termal genleşme katsayısının elastik sabitlere ve fiber oriyantasyonuna etkisini araştırmışlardır. 45^0 den küçük fiber oriyantasyonunda x yönünde termal genleşme katsayısında olumsuz yönde etkilemektedir. Ayrıca $[\pm 45^0]$ tabakalamada, tabakaların termal genleşme özelliklerinin izotropik olduğu gözlemlemişlerdir [67].

Parabolik olarak sıcaklık dağılımı olan alüminyum matriksli kompozit kirişlerin elastik plastik termal gerilme analizi gerçekleştirilmiştir. Termal yükün oluşturduğu artık gerilmelerin artması ile malzeme mukavemetinin artmasını sağladığından tasarım açısından önemlidir. Eksensel yönde ve eşlenik plastik uzamada artık gerilmenin değeri maksimum olmaktadır [68].

Cam fiber takviyeli plastik kullanılarak darbe davranışında test parametrelerinin etkisini incelemek üzere deneysel tasarım yaklaşımları geliştirmişlerdir. Sonuçta, deneysel sonuçlardan elde edilen istatistiksel sonuçlara göre tasarım tekniklerinde, özellikle yapısal davranışı etkileyen parametrelerin öne çıktığını ileri sürmüşlerdir [69].

Biokompozitlerin performansı ve doğal fiberlerin yüzey modifikasyonu ile ilgili genel bir araştırma makalesi sunmuşlardır. Termoplastiklerin 21. yüzyılda geri dönüşüm ve çevresel etkilerden dolayı kullanımı daha ön plana çıkacağını belirtmişlerdir. Tüm termoplastikler içinde polipropilen geleneksel kullanım alanlarında doğal fiberler özellikle otomotiv sektöründe kullanımı artacağını öngörmüşlerdir [70].

Farklı sınır şartlarında, üniform sıcaklık artışında, delikli kompozit tabakalarda çapraz katlı simetrik ve antisimetrik istiflenmelerde termal eğilme analizi gerçekleştirilmiştir.

Tabaka sayısı arttıkça kritik eğilme sıcaklığında yükselme gözlenmiştir. Bu durum antisimetrik ve simetrik tabaklanmalar için de aynıdır. Fakat eğilme sıcaklıkları antisimetrik istiflenmiş plakalarda simetrik plakalara göre yüksek elde edilmiştir [71].

Kayma gerilmesi etkisindeki bir tabakalı kompozitlerde hasar teorisine dayalı hasar mekanizmasını incelemişlerdir. Sonlu elemanlar metodunu kullanarak anlaşılmaya çalışılan hasar mekanizması için bir düzeltme faktörüne ihtiyaç duyulmaktadır. Bu faktör deneysel olarak mukavemet ile tahmini olarak elde edilen mukavemetleri mukayese edebilecek özelliğe sahip olmalıdır [72].



3. FİBER KOMPOZİTLERİN SINIFLANDIRILMASI VE MEKANİKSEL ANALİZİ

Tabakalı kompozit malzemelerin üretiminde, genel olarak tabaka niteliğindeki her türlü malzeme kullanılabilir. Burada temel ilke birbirlerinin özelliklerini olumlu yönde takviye edecek bir kompozisyonun oluşturulmasıdır. Doğal olarak, kompozitin üretiminde kullanılacak malzemenin seçimi, hedeflenen özelliklere bağlı olarak farklılık göstermektedir. Örneğin yangına dayanıklı olması öngörülen malzemede, yanmayı geciktirici ve ısı iletimini kısıtlayıcı alçı tabakanın, ısıl direncin önemli olduğu hallerde ısı iletkenliği düşük, yalıtım özelliği olan malzeme tabakalarının sisteme eklenmesi, kompozitin yüzeyinde sertlik, dayanıklılık gibi özelliklerin arandığı hallerde melamin reçinesi türünden, bu özellikleri sağlayabilecek nitelikte bir malzemeyle yüzey tabakasının oluşturulması gibi uygulamalar yapılmaktadır.

Tabakalı kompozitlerin üretiminde farklı türden veya tek bir tür malzeme kullanılabilir. Tabakalı kompozitleri, üretiminde kullanılan malzemelerin sınıflandırılmasından hareketle,

- Farklı malzemelerden oluşan tabakalı malzemeler
- Tek tür malzemeden oluşan tabakalı kompozit malzemeler,

şeklinde iki grupta toplamak mümkündür.

Farklı malzemelerin kullanıldığı tabakalı kompozitlerde, malzemenin kullanım yeri ve biçimine göre, ilke olarak en az bir taşıyıcı tabaka bulunmaktadır. Bu tabakanın dışında temel işlevi olan bir diğer tabaka, yüzey tabakası veya tabakalardır. Malzemenin kalınlığı, ağırlığı, ısı iletkenliği ve benzeri özellikleri, büyük ölçüde bu tabakanın özelliklerinden kaynaklanmaktadır. Malzemelerin bu şekilde birleştirilmesi ile dayanımın, sertliğin, korozyon direncinin ve ısıl direncin, elektrik iletkenliğinin artırılması, ısı, su ve ses yalıtımında kullanılabilecek malzeme elde edilmesi, malzemeye dekoratif özellikler kazandırılması gibi değişik amaçlar taşımaktadır. Aşağıda, tabakalı kompozit malzeme üretiminde kullanılan başlıca malzemelerin ve elde edilen ürünlerin özellikleri üzerinde ana hatlarıyla durulmaktadır

3.1. Kompozit Malzemelerin Sınıflandırılması

Kompozit malzemeleri değişik şekilde sınıflandırmak mümkündür. Matriks malzemesinin türüne göre metalik kompozitler, polimerik kompozitler, seramik kompozitler v.b. bir gruplandırma yapılabilir gibi yapı bileşenlerinden şekillerine göre de fiber kompozitler, pul kompozitler, dolgulu (veya kafes) kompozitler ve tabaka yapılı kompozitler şeklinde yapılabilir.

3.1.1. Plastik Matriksler

Plastiklerin yapıları ve özellikleri metaller kadar tanınmamakla beraber günümüzde hafif performans gerektiren uygulamaların yanı sıra yüksek mukavemet ve sıcaklık gerektiren uygulamalarda, özellikle takviye elamanları ile birlikte kullanımı artmaktadır. Plastikler monomer denilen kimyasal ünitelerden meydana gelen zincir şeklinde bir yapıya sahip sentetik malzemelerdir. Bir monomer polimerizasyon yolu ile başka monomer molekülleri ile birleşerek tekrarlanan ünitelerden oluşan çok uzun zincir şeklinde bir makro-molekül meydana getirilir. Bunların en basit şekli polietilendir. Karbon atomları ile başka elementlerin atomlarından oluşmaktadır. Plastiklerin yapısı amorf şeklinde olup uzun ve karışık yapıli zincirliilerin komşuları ile uyum sağlayıp düzenli yapı oluşturmaları zordur. Plastikler hafif olması ve kolay işlenebilmelerinden dolayı geniş uygulama alanına sahiptir. Karışık geometriye sahip şekiller bile kolaylıkla bşr kalıba enjekte etmek suretiyle üretilebilmektedir.

Hacimsel bazda yıllık polimer kullanımı metallerden daha fazladır. Polimerin ticari ve teknik bakımdan önemli olmasının sebepleri şöyle özetlenebilir.

- Plastiklerle genellikle ekstra işleme gerek kalmadan karmaşık parça geometrilerinin kalıplanabilmesi.
- Metal ve seramiklere göre düşük yoğunluğa sahip olması ve dayanım/yoğunluk oranının iyi olması.
- Yüksek korozyon direnci ve düşük ısı ve elektrik iletkenliğe sahip olması
- Maliyet yönüyle metallerle yarış halinde olması.
- Hacimsel bazda genellikle polimerleri üretmek için daha az enerjiye gerek duyulması. Çünkü plastik malzemelerin sıcaklıkları metallerden daha düşüktür.
- Polimerlerin, kompozit malzemelerde yaygın bir şekilde kullanılmasıdır.

Ancak polimerlerin bu avantajlarına rağmen aşağıda belirtilen dezavantajlarını da göz önünde tutmak gerekir.

- Metler ve seramiklere göre daha düşük dayanıma sahiptir.
- Düşük elastik modüle sahiptir.
- Servis sıcaklığının düşük olması
- Plastiklerin visko-elastik özellikler göstermesi ve dolayısı ile de sınırlı yükleme şartlarına sahip olmasıdır.

3.2.1. Termoplastikler

Termoplastikler, oda sıcaklığında katı malzeme olarak kabul edilmektedir. Bunların çizgisel molekül zincirleri birbirine zayıf moleküller arasında van der Waals bağları ile bağlanır.

Rijit bir yapıya sahip değildirler. Yüksek sıcaklıklarda yumuşar ve viskozitesi yükselir ve böylece işlenebilirliği kolaylaşır. Şekillendirilebilme kabiliyetinin yüksek olması ile kullanım alanının yaygınlaşmasına neden olmaktadır. termoplastikler kristalin veya şekilsiz (amorf) olabilir. Kristal şekilli olanlarda moleküller büyük mesafelerde oldukça düzenli şekil oluşturabilir. Amorf polimerler de ise uzun zincirler bir çok noktada birbirine dolaşmıştır. Bunlar polimerleri daha büyük sıcaklıklarda rijit olmasına neden olmaktadır. Kısa fiber takviyeli termoplastikler, küçük hacimli uygulamalarda hamur şeklinde levha kalıplamada kullanılmaktadır.

Tablo 3.1. Termoplastiklerin bazı tipik özellikleri.

Özellikler	Arkilik	ABS	PTFE	PA
Elastiklik modülü (MPa)	2800	2100	425	700
Çekme dayanımı (MPa)	55	50	20	70
Uzama miktarı (%)	5	11232	100-300	300
Özgül ağırlık (g/cm ³)	1.2	1.6	2.2	1.14
Ergime derecesi (°C)	200	--	327	260

Kimyasal etkilere karşı hassastırlar. Ancak poliamid veya PEEK/karbon fiber takviyeli termoplastik kompozit 95⁰ C de suya karşı koyma dayanımında azalma olmamaktadır. Termoplastiklerin özellikleri şöyle özetlenebilir.

- Düşük rijitliğe sahiptir.
- Düşük çekme dayanımı ve düşük sertliğe sahip olduklarından aynı zorlama için daha büyük hacimler gerektirdiğinden dolayı her zaman tercih edilmezler.
- Yüksek süneklik özelliği, %1 ile 500 arasında değişmektedir.
- Kuvvet etkisinde oda sıcaklığında bile sünme ve zamana bağlı şekil değiştirmeler oluşur.

Fiziksel özellikleri de şöyle özetlenebilir;

- Metaller ve seramiklerden daha düşük yoğunluğa sahiptir. Polimerlerin tipik özgül ağırlıkları 1.2 g/cm³ dir.
- Çok yüksek termal uzama katsayılarına sahiptirler. Kaba olarak bu metallerin yaklaşık 5 katı, seramiklerin 10 katıdır.
- Düşük ergime sıcaklığına sahiptir.
- Özgül ısıları metallerin 2 katı yüksek olup, bu oran seramiklerde 4 katıdır.

- Termal iletkenlikleri metallerden yaklaşık 3 kat daha düşüktür.
- Elektrik iletkenliği kötüdür.

Termoplastikler, üretilen bütün sentetik polimerlerin yaklaşık %70'ini meydana getirir ve en önemlilerindendir. Termosetler ve elastomerler ise yaklaşık %30'unu oluşturur. Tipik olarak kullanılan termoplastikler Acetal, Acrylonitrile-Butadiene-Styrene (ABS), Selüloz, Poli-tetra-flor-etilen (PTFE), Poliamid (PA), Naylon 6.6, Polistiren (PS) ve Polipropilen (PP)'dir. Termoplastik olan bazı polimerlerden termosetler yapılabilir.

Tablo 3.2. Bazı termoplastiklerin mekanik ve fiziksel özellikleri [73].

Özellikler		Polietilen	Politetraatken	PA 6.6	Polipropilen
Yoğunluk	(g/cm ³)	0.95	0.92	1.14	0.90
Elastiklik modülü	(MPa)	1000	22	700	1400
Çekme dayanımı	(MPa)	30	14-34	70	35
Uzama miktarı	(%)	10-1200	100-650	300	10-500
Termal iletkenlik		0.48	0.33	0.25	0.12
Isıl genişleme katsayısı		60-110	100-220	70-120	80-100
Ergime sıcaklığı	(°C)	--	--	260	175

3.2.2. Termosetler

Termosetler polimerizasyon ile iki kademde elde edilebilir. İlk olarak malzemeyi oluşturan monomerler lineer zincirlerin bir araya getirdiği reaktörde başlarken ikinci polimerizasyon işlemi kalıplama işlemi esnasında sıcaklık ve basınçla reaksiyona girmeyen kısımlar sıvılaşıp molekül zincirleri üç boyutlu yapıya sahip olurlar ve rijittirler. Bunlar tekrar ısıtılarak yumuşatılmazlar. Epoksi ve polyesterler fiber takviyeli kompozitlerde yaygın olarak kullanılan matriks malzemelerdir. Bunların fiziksel ve mekanik özellikleri, moleküllerin büyüklüğüne, yoğunluğa ve çapraz bağın uzunluğuna bağlıdır. Ancak polyesterler cam elyafı iyi ısıtır, bu özelliğinden dolayı dolgu maddesi olarak kullanılabilir. Termosetler için en önemli dezavantajlarından biri de sertleşme sırasında %10 kadar kendini çekme büzülmesi göstermesidir. Bu büzülme ise liflerin basma gerilmeleri altında burkulmasına neden olur. Suyu emebilir fakat sürtünme direnci daha iyidir. Termosetlerin dayanımını Tablo 3.3.'de görülebileceği gibi daha yüksektir. Termoplastiklerin özelliklerinden farklı olarak, termal olarak daha kararlı olmaları, çapraz bağ kurmaları, moleküller içindeki yapının kovalent bağlı olmasından kaynaklanmaktadır. Termosetler, yüksek sıcaklıklarda nispeten düşük dirence sahip

olmaları, kısa ömür ve düşük mekanik özellikler göstermesi, düşük ısı genleşme ve elektrik iletkenliğine sahip olmasıdır.

Tablo 3.3. Bazı termoset malzemelerin mekanik ve fiziksel özellikleri

Özellikler		Epoksi	Polyester	Fenolik
Yoğunluk	(g/cm ³)	1.11	1.04-1.46	1.24-1.32
Elastiklik modülü	(MPa)	7000	3400	4800
Çekme dayanımı	(MPa)	70	41-90	34-62
Uzama miktarı	(%)	3-6	42	1.5-2.0
Termal iletkenlik		0.19	0.19	0.15
Isıl genleşme katsayısı		45-65	55-100	68

3.2.3. Elastomerler

Elastomerler, termoset polimerler gibi çapraz bağlı olan uzun zincir moleküllerinden oluşur. Bunlar, çok düşük gerilmelere maruz kaldığı zaman büyük elastik deformasyon yapma yeteneği olan polimerlerdir. Bazı polimerler %500 ve daha fazla uzama yapabilirler ve tekrar orijinal şekline dönerler. Bu grupta en çok tanınanı Kauçuk'tur. Kauçuk iki kategoride incelenebilir.

- Doğal kauçuk; belirli biyolojik bitkilerden çıkartılan kauçuktur.
- Sentetik polimerler; termoset ve termoplastik polimerler için kullanılır ve benzer polimerizasyon işlemleri ile üretilir.

Daha fazla çapraz bağlanma durumunda ise Elastomerler daha rijit olur ve elastik modülü daha lineerdir.

3.1.1. Fiber Kompozitler

Mühendislikte kullanılan malzemelerin, pek çoğu fiber şeklinde üretildiklerinde mukavemet ve rijitlikleri kütle halindeyken gösterdikleri değerlerden çok üstünde değerler alabilir. Örneğin karbon fiberlerin çekme mukavemeti kütle halindeki grafitten 50 kat, rijitliği ise 3 kat daha yüksektir. Fiberlerin bu özellikleri “whisker” olarak adlandırılan ve çapları 5-25µ kadar olabilen küçük çaplı fiberlerde çok daha belirgin olarak görülebilir. Mukavemet ve rijitlikteki artışlar esas olarak yapı hatalarındaki azalma ile ilgilidir. Çapları 0.15 mm den 0.003 mm ye kadara değişebilen fiberlerle, çok daha küçük çaplı whiskerlerin sahip oldukları bu özellikler malzeme bilimciler ve mühendislerin ilgisini çekmiş ve bu tür malzemelerden mukavemet artırıcı işlemlerden yararlanma düşüncesi doğmuştur. Yüksek performanslı

kompozit malzemelerin geliştirilmesi, yüksek mukavemet ve rijitliğe sahip fiberlerin üretimleri ile gerçekleşmiştir.

Fiberler yapı içerisinde bir uçtan diğer uca kadar uzanan sürekli fiberler, uzun fiberlerin değişik boyda kesilmesi ile elde edilen süreksiz fiberler veya elyaflar, çeşitli dokuma ve örgüler, keçeler şeklinde kullanılmaya elverişlidirler.

Fiber-matriks kompozitlerinin yanı sıra fiber-fiber kombinasyonunda oluşan kompozitlerde endüstride kullanılmaktadır. Bu tür malzemeler örnek olarak ağır, sıcak metallerin taşınmasında kullanılan asbest-metal fiberlerden oluşan konveyör kayışları gösterilebilir.

Fiber kompozitlerinin mühendislik performansını etkileyen önemli faktörler fiberlerin şekli, uzunluğu, yönlenmesi, matriksin mekaniksel özellikleri ve fiber-matriks arayüzey özellikleridir.

Günümüzde kullanılan sürekli ve süreksiz fiberler genellikle dairesel kesitlerdir. Ancak dikdörtgen, hegzagonal, poligonal ve içi boş dairesel kesitli fiberlerde kullanılabilir. Dikdörtgen kesitli fiberler mükemmel “paketleme” özelliklerine sahiptirler, yani birim hacimde kullanılabilen fiber oranı yüksektir. Hekzagonal şekilli whiskerlerin mukavemetlerinin çok yüksek olmasına karşılık kompozit malzeme üretiminde bazı zorluklarla karşılaşılır.

Fiberler, bilindiği gibi sürekli fiberler ve değişik uzunlukta süreksiz fiberler halinde kullanılırlar. Fiber uzunluğu mekaniksel özelliklerin yanı sıra kompozit üretiminde proses seçimini de etkiler. Sürekli fiberlerle çalışmak genelde daha kolay olmakla beraber tasarım serbestliği süreksizlere göre çok daha sınırlıdır. Sürekli fiberlerin tipik uygulamalarında biri filaman sarma tekniğidir. Plastikler pekiştirilmesinde reçine ile emdirilmesi elde edilen filamanlar, üretilen parçanın şekline sahip bir mandrel üzerine sarılırlar. Bu teknikle ancak basit silindirik şekilli parçalar üretilebildiğinden karmaşık yapıli kompozitlerde süreksiz fiberler tercih edilir. Kompozit üretiminde kullanılan değişik örgü ve dokumalar da sürekli fiberlerden yapılırlar.

Fiber yönlenmesi kompozit özelliklerini etkileyen faktörler arasında en büyük öneme sahiptir. Kompozit malzemenin mukavemet ve rijitliğinden alabileceği en düşük ve en yüksek değerler, pekiştiricilerin yönlenmesine büyük oranda bağlıdır. Fiberlerle tek boyutlu, iki boyutlu (düzlemsel) veya üç boyutlu bir pekiştirme yapılabilir. Bir boyutlu (tek yönlü) pekiştirme durumunda kompozitin mukavemet ve elastiklik modülü fiber eksenini yönünde maksimum değerini alır.

Düzlemsel pekiştirmede mukavemet ve modül her bir yönde farklıdır. Üç boyutlu pekiştirme durumunda ise kompozit malzeme büyük ölçüde izotropik özellikler gösterir. Herhangi bir yöndeki mekaniksel özellikler bu yönde kullanılan fiberlerin hacim yüzdesi ile

orantılıdır. Sürekli fiberler süreksiz fiberlere göre daha iyi yönlenme göstermelerine rağmen, süreksiz fiberlerin kullanılması çoğu zaman daha pratik olmaktadır.

Tablo 3.4. Malzemenin mukavemet/ağırlık oranının kıyaslanması [73].

Malzeme*	Dayanım 0° MPa	Dayanım 0/±45/90 MPa	Yoğunluk g/cm ³	Dayanım/yoğunluk 0° 10 ⁶ cm	Dayanım/yoğunluk 0/±45/90 10 ⁶ cm
Grafit yüksek dayanım düşük modül	2.2	0.73	1.55	1.45	4.8
Grafit yüksek dayanım orta modül	2.4	0.8	1.52	...	...
Grafit düşük dayanım yüksek modül	1.2	0.43	1.63	15.1	2.7
S-glass	1.8	0.76	1.99	9.2	3.9
E-glass	0.82	0.52	1.99	4.2	2.7
Aramid	1.5	0.39	1.36	10.9	2.9
Alüminyum	2.8	0.059	2.77	3.7	0.59
Çelik	14.3	0.30	8.00	6.60	1.0

* Epoksi reçine matrikste

Fiber kompozitlerin mekaniksel özelliklerini etkileyen önemli faktörlerden biri de pekiştirici ile matriks arasındaki arayüzey bağıdır. Ara yüzey bağı özellikle süreksiz fiber kompozitler için kritik bir öneme sahiptir. Zira, kompozit malzemeye dışarıdan uygulanan gerilmeler ara yüzeydeki kayma gerilmeler vasıtası ile matrikslerden fiberlere transfer edilir. Bu bağların zayıf olması durumunda yükleme koşullarında fiberler matriksten sıyrılır. Ve gerilim büyük ölçüde düşük mukavemetli matrikse etkir. Matriksle fiberler arasındaki fiziksel ve kimyasal uygunluğun mevcut olmaması veya uygun şekil verme tekniğinin seçilmemesi durumunda arayüzey özellikleri zayıflar. Bu nedenle kompozit malzeme tasarımında ve proses seçiminde arayüzey özelliklerinin iyi bir analizi gerekir. Bileşenler arasındaki uygunluğunun sağlanması, arzu edilmeyen ara bileşiklerin oluşumunun engellenmesi için pratikte sık sık başvurulan yöntem, fiberlerin uygun bir malzeme ile kaplanmasıdır. Cam fiber takviyeli plastiklerde fiberler üzerine uygulanan kaplamalar, bor fiberleri ile pekiştirilmiş alüminyum

kompozitlerinde bor fiberlerin SiC ile kaplanması bu tür uygulamalara örnek olarak gösterilebilir.

Tablo 3.5. Malzemenin rijitlik/ağırlık oranının kıyaslanması [73].

Malzeme*	Rijitlik 0° MPa	Rijitlik 0/±45/90 MPa	Yoğunluk g/cm ³	Rijitlik /yoğunluk 0° 10 ⁶ cm	Rijitlik /yoğunluk 0/±45/90 10 ⁶ cm
Grafit yüksek dayanım düşük modül	0.15	0.046	1.55	0.98	0.30
Grafit yüksek dayanım orta modül	0.17	0.065	1.52	1.14	0.43
Grafit düşük dayanım yüksek modül	0.20	0.052	1.63	1.25	0.33
S-glass	0.055	0.025	1.99	0.28	1.13
E-glass	0.041	0.018	1.99	0.21	0.09
Aramid	0.073	0.025	1.36	0.59	0.19
Alüminyum	0.46	0.010	2.77	0.61	0.098
Çelik	1.27	0.028	8.00	0.60	0.094

* Epoksi reçine matrikste

Fiber kompozitlerde matriks malzemesinin esas fonksiyonları fiberleri bir arada tutmak, aralarında bağlayıcı bir faz etkisi göstermek, yüzeylerini korumak, kompozit malzemenin şekillendirilmesini sağlamak ve gerilmeleri yüksek mukavemetli fiberlere iletmektir. Matriks malzemesinin kendi özellikleri, kompozit özelliklerini belirli ölçüde etkiler. Mekaniksel özellikler yönünden bu etkisi, fiberlere açı oluşturan yönlerde çok belirgindir.

3.1.2. Fiber Matriks Kombinasyonları

Fiber kompozitler, bileşenlerin organik veya inorganik esaslı olmalarına göre aşağıdaki şekilde gruplandırılırlar;

- Organik fiber-organik matriks
- İnorganik fiber- organik matriks
- İnorganik fiber- inorganik matriks

- Organik fiber- inorganik matriks

Organik fiber-organik matriks: Bu tür kombinasyonlara örnek olarak rayon ve naylon iplikleri ile pekiştirilmiş lastikler (otomobil lastikleri), odun (selüloz) takviyeli polietilen ve termoset reçineler, grafit takviyeli epoxy, poliamid ve fenolik reçineler gösterilebilir.

İnorganik fiber-organik matriks: Düşük ağırlıklı yüksek mukavemetli kompozitlerin en önemli bölümünü oluştururlar. Bu tür kompozitlerde seçilebilecek değişik yapı bileşenleri bulunmakla beraber cam fiberleri ile pekiştirilmiş plastiklerin uygulama potansiyeline henüz diğer yapı bileşenleri ile ulaşamamıştır. Cam fiberleri ile pekiştirilmiş polyesterler, epoxy reçineleri, polistiren, polikarbonat, polvinilklorür kompozitleri endüstrinin çeşitli dallarında kullanılmaktadır. Plastiklerin pekiştirilmesinde cam fiberlerin yanı sıra metalik fiberlerde kullanılmaktadır.

İnorganik fiber-inorganik matriks: Bu tür kompozitlerin geliştirmelerinin esas nedenlerinden biri, organik malzemelerle kazanılmayan yüksek sıcaklık performansına ulaşmaktır. Refrakter karakterli yüksek mukavemet ve modüllü seramik whiskerlerle pekiştirilmiş metaller bu yönden oldukça ümit vericidir.

Sürekli metalik teller de metallerin pekiştirilmesinde kullanılabilir. Tungsten tel takviyeli bakır, molibden telleriyle pekiştirilmiş titanyum kompozitleri, berilyum fiberleriyle pekiştirilmiş titanyum alaşımları bunlara örnek olarak gösterilebilir.

İnorganik fiber-inorganik matriks kombinasyonuna diğer bir örnek metalik tel örgüler ile pekiştirilmiş seramiklerdir. Seramik malzemelerin ısı şok dirençleri ve mukavemetleri metalik fiberlerle arttırılabilir.

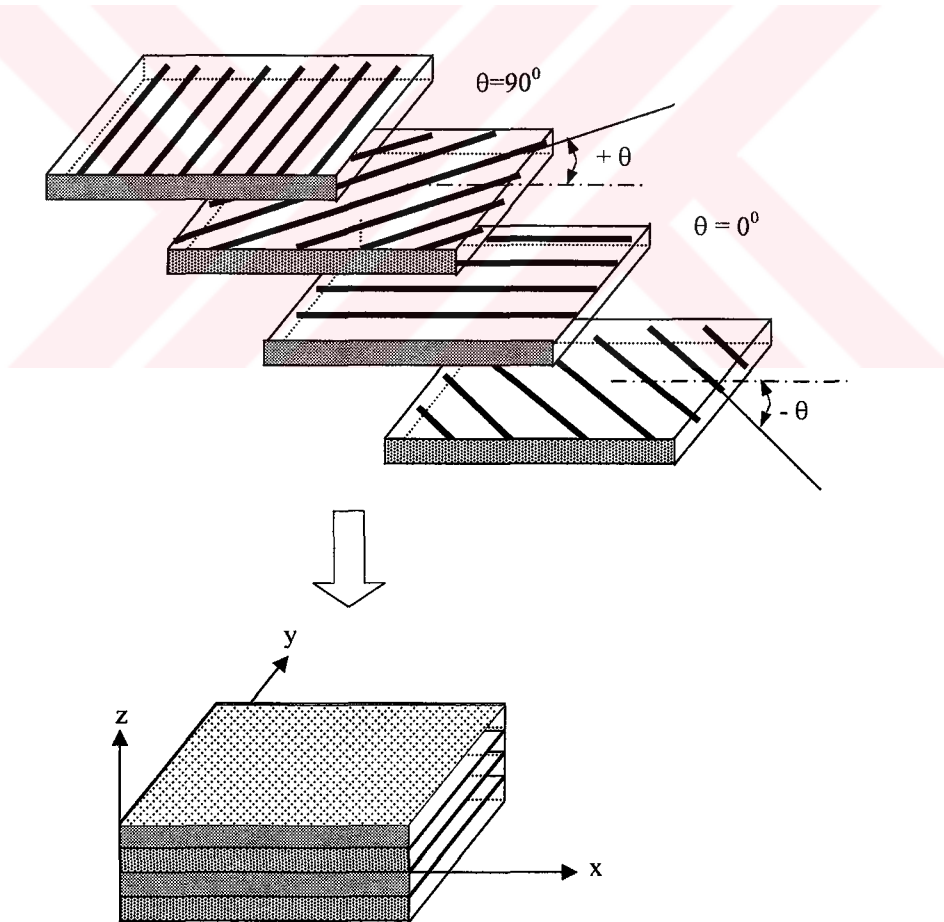
Organik fiber-inorganik matriks: Karbon fiberleri ile pekiştirmiş cam ve cam seramikler, grafit fiber takviyeli seramik ve metaller bu tür kompozitler örnek olarak gösterilebilir. Grafit bilinen en iyi yüksek sıcaklık malzemelerinden biri olduğundan Refrakter malzemeler için ideal bir pekiştiricidir.

Fiber kompozitlerin pek çoğunun heterojen ve anizotropik karakterde olması mekaniksel analizleri güçleştirir. Kompozitin mekaniksel davranışları mikromekaniksel ve makro mekaniksel analizlerle belirlenebilir. Mikromekaniksel analizlerde yapı bileşenlerinin kendi özelliklerinden hareket ederek ve aralarındaki karşılıklı etkileşimleri göz önünde tutarak kompozit malzeme özelliklerinin hangi sınırlar içerisinde değişeceği tahmin edilir. Bu tür analizler kompozit tasarımı açısından oldukça yararlıdır. Makromekaniksel analizlerde ise kompozit malzemenin servis koşullarındaki mekaniksel davranışı incelenir. Örneğin dışarıdan uygulanan çekme gerilmelerinin oluşturacağı deformasyonlar yapı bileşenlerinin ayrı ayrı

deformasyonları yerine kompozitin deformasyonu cinsinden ifade edilir. Gerek mikromekaniksel analizlerde gerekse makromekaniksel analizlerde elde edilen sonuçlar yüksek değerler olup bazı durumlarda deneysel olarak elde edilen değerlerden farklılıklar gösterebilir.

Tablo 3.6. Termoplastik ve termoset matriks seçiminde üretim ile ilgili özellikler.

Matriks Tipi	Viskozite Pa.s	Sıcaklık °C	Basınç MPa	Zaman	Sağlığa zararlı etkisi
Termoplastikler					
Polpropilen	100	180-230	1	Dakikalar	Yok
PEEK	500	360-400	1	Dakikalar	Yok
Termosetler					
Doymamış polyester	0.1-1	100-1.000	0.1	Dakikalar- saatler	Soluma, temas
Epoksi	0.1	20-80	0.1	Saatler	Temas



Şekil 3.1. Farklı fiber oriyantasyonuna sahip tabakalar kullanılarak yapılan tabakalandırılmış bir malzeme.

Kompozit malzemede kullanılan fiberlerin hepsinin homojen yapı ve boyutta olmayışı, kompozit üretimi sırasında fiberlerde meydana gelen mekaniksel hatalar, fiberlerin matriks içerisinde düz gün olarak dağıtılmamamsı gibi faktörler bu tür sapmalara örnektir.

Kompozit bir malzemede makromekanik ve mikromekanik kavramlarının kullanılması ile malzeme yapısının tanımak için özelliklerinin küçük bir kısmının değiştirilmesine izin verilir. Bu özellik, kompozit malzemelerin sıradan bir malzemeye nazaran en önemli avantajlarından biridir. Bu tanımlama ile izotropik bir malzemenin en büyük ihtiyacının daha fazla zorlanan doğrultuda daha büyük mukavemet ve rijitlik olduğu anlaşılır. Bu yaklaşım kompozit yapıları ve tabakaların elastik veya viskoelastik davranışlarını inceleyen çalışmalarda kullanılırlar.

Anizotropik bütün doğrultularda özellikleri birbirinden farklı olan malzemelere denir. Bu durum malzemeler için en genel haldir. İzotropik, ortotropik ve anizotropik malzemelerin davranışları, kayma gerilmesi ve normal gerilme etkisindeki yükler Şekil 3.1 de gösterilmiştir. İzotropik malzemeler için, normal gerilme boyda uzamaya ve ende büzülme sebeptir.

Tek eksenli gerilme oluşturacak şekilde yüklenen bir izotropik malzeme yükleme doğrultusunda eksenel şekil değiştirme oluşur. Kayma gerilmesi altında olan malzemede sadece kayma şekil değiştirmesi olur. Örneğin malzeme kare şeklinde ise kenar uzunlukları değişmeden eşkenar dörtgen olur. Ortotropik bir malzeme tek eksenli bir gerilme ile yüklenirse izotropik malzemeye benzer bir şekil değiştirmeye uğrar. Malzeme kayma gerilmesi ile yüklenirse kayma şekil değiştirmesi oluşur. Kare olan malzeme gerilmesi etkisi ile eşkenar dörtgen olur.

İzotropik malzemeler için, normal yükleme kayma şekil değiştirmesi oluşturmaz ve kayma yüklemesi de normal şekil değiştirme oluşturmaz. Tek eksenli yükleme altındaki anizotropik bir malzeme ise eksenel şekil değiştirmeye, enine şekil değiştirmeye ve kayma şekil değiştirmesine uğrar.

3.2. Tabaklandırılmış Fiber Takviyeli Kompozit Malzemelerin Temel Bileşenleri

Tabaklandırılmış fiber takviyeli kompozit malzemelerin anlaşılması için kullanılan terimler aşağıda verilmiştir. Bir tabaka için seçilen malzemelerin görevleri ve konfigürasyonları, matriksteki fiberlerle açıklanmıştır. Sonuç olarak fiber takviyeli kompozit tabakaların özellikleri bir tabakanın özellikleri ile aynı olmaktadır.

Liflerle donatılı kompozit üretiminde çeşitli amaçlarla polimer esaslı liflerde kullanılmaktadır. Bunlardan başlıcaları değişik polimer esaslı liflerde kullanılmaktadır. Bunlardan başlıcaları polipropilen, naylon, perlon, polietilen ve aramid liflerdir. Bu malzeme

grubu,yapay nitelik taşıyan organik lifler olarak da ele alınmakta, ayrıca çeşitli yayınlarda plastik esaslı lifler başlığı altında toplanmaktadır.

Tablo 3.7. Termoset ve termoplastik matriksli kompozitlerin karşılaştırması [73].

Özellik	Kompozit*	
	Termoset	Termoplastik
Fiat	+	
Sıcaklık toleransı	+	
Termal genleşme	+	
Hacimsel büzülme	+	
Rijitlik	+	
Dayanım	+	
Tokluk		+
Yorulma ömrü	+	
Sürünme	+	
Kimyasa direnç		+
Malzeme veri elde edilbilirliği	+	
Hammade depolama zamanı		+
Kimyasal saflık		+
Viskozite	+	
Sıcaklık prosesi	+	
Basınç prosesi	+	
Zaman prosesi		+
Çevre prosesi		+
Kalıp ihtiyacı	+	
Yeniden şekillendirilebilirlik		+
Dönüştürülebilirlik		+

* Kompozit avantajlı olduğu durumu göstermektedir.

3.2.1. Tabaka elamanlar

Bir matristeki fiberler veya tek doğrultulu fiber düzlemidir. Tek doğrultulu fiber haline aynı zamanda tek yönlü lamina da denir. Fiberler veya lifler ana takviyelendirme veya yük taşıma doğrultusundadırlar. Yapısal olarak sağlam ve rijittirler. Matris polimer, organik, seramik veya metalik olabilir. Matrisin birinci görevi yükü fiberler arasında yaymak ve fiberleri destekleyip korumaktır.

Tabaka elemanlarının özellikleri fiber ve matrislerin özelliklerini taşımaktadır. Fiberler genellikle lineer elastik özelliği gösterirler. Betondaki takviyelendirilmiş çelik çubuklar gibi, daha çok elasto-plastiklerdir.

Matriks ile fiber arasındaki yük transferi esnasındaki temel mekanizma Şekil 3.3'te gösterilen matriks malzemesi içindeki tek bir çubuk fiber kullanılarak açıklanabilir. Yük transferi sırasında matriks malzemesi ve fiber arasındaki bölgede kayma gerilmesi oluşturur. Çekme gerilmesi fiber ucundan sıfırdan karakteristik bir mesafeye kadar maksimum değere ulaşır. Kayma gerilmesi ise tersine maksimum değerden aynı karakteristik mesafede sıfıra doğru yaklaşmaktadır.

Oluşan çekme gerilmesi uçlarda düşük olup belirli bir karakteristik mesafede maksimum değere ulaştıktan sonra fiberin orta kısmında sabit kalmaktadır. Gerilmenin uç kısımlarda sabit kalması nedeni ile mukavemet hesaplamalarında fiberin maksimum gerilmesi yerine ortalama gerilmesinin alınması gerekmektedir.

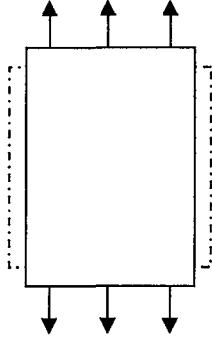
Farklı şekillerdeki uzun fiberli kompozit malzemeler doğal olarak kütle bakımından aynı olan bazı malzemelerden daha sağlam ve mukavemeti daha yüksektir. Bu farklılık fiberin boyutlarından kaynaklanmaktadır. Bu boyuttaki malzeme kütle halindeki aynı malzemeye göre çok daha az mikro hata içermektedir, bu durum fiberlerin mukavemetini oldukça artmasına sebep olmaktadır. Tablo3.2'de bazı fiberlerin özellikleri verilmiştir.

Kompozit malzemeler diğer bazı mühendislik malzemelerine göre daha farklı yer yer çok büyük üstünlüklere sahip özelliklere sahiptir. Mühendislik malzemelerin çoğu homojen ve izotropiktir. Özellikler, elamanın tüm yapısı için ve farklı yönlerde aynıdır. Aksine heterojen bir yapıya sahip olan tabakalı kompozit malzemeler yapı üzerinde aynı özelliklere sahip olabilmektedir. Ortotropik bir gövde; gövde üzerindeki bir noktada karşılıklı üç dikey yönde farklı olan malzeme özelliklerine sahiptir. Ayrıca ortotropik bir malzemede karşılıklı simetrik üç dikey düzlem bulunmaktadır. Böylece özellikler yapı içerisindeki bir noktanın yönlendirilmesine göre değişebilmektedir dolayısı ile yönün bir fonksiyonu olmaktadır.

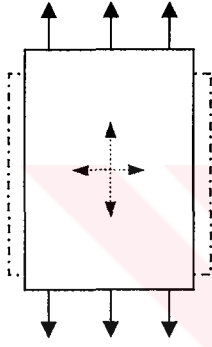
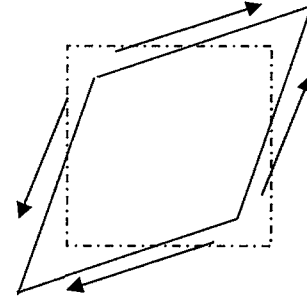
Aşağıda Tablo 3.1 de kullanılan belli başlı malzemenin önemli bazı özellikleri topluca verilmektedir

Normal gerilme

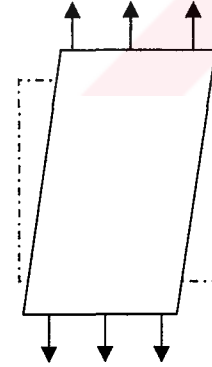
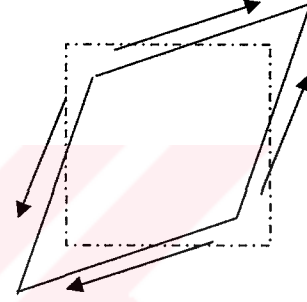
Kayma gerilmesi



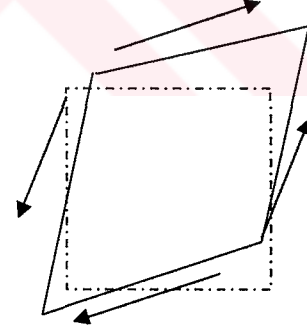
İzotropik malzeme



Ana malzeme
yönündeki normal
gerilmeli ortotropik
malzeme



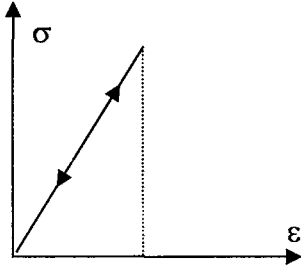
Ana malzeme yönündeki
olmayan normal gerilmeli
anizotropik veya ortotropik
malzeme



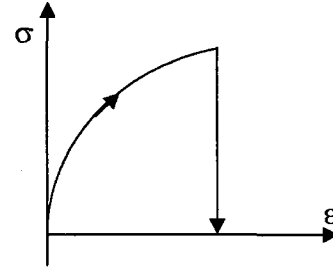
Şekil 3.2. İzotropik, ortotropik ve anizotropik malzemelerin mekanik davranışı.

Tablo 3.8. Bazı polimerlerle üretilen liflerin özellikleri [73].

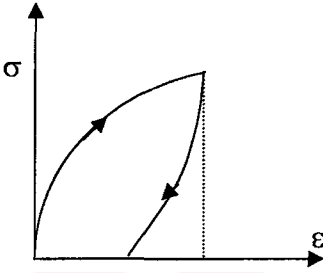
Malzeme	Polietilen	Polipropilen lif	Polipropilen yüksek çekme dayanımlı lif	Naylon Tip242	Naylon Tek İnce Tel	Kevlar PRD49	Kevlar PRD29
Kimyasal Etkilenme	Kuvvetli asit	Kuvvetli asit	Kuvvetli asit	Kuvvetli asit	Kuvvetli asit	Sülfirik asit	Sülfirik asit
Lif hacım Oranı	-	0.2-1.2	-	0.1-6	0.1-6	>2	>2
Kopmada Uzama Oranı %	50	8	3.5	13.5	18	2.1	4
Çekme Dayanımı (MN/m ²)	70-390	400	700-2000	750-900	400	2900	2900
Poisson Oranı	-	0.29-0.46	-	0.40	-	0.32	240-550
Elastisite Modülü (GN/m ²)	<3.9	<8	200	<4	<5	133	69
Yoğunluk (kg/dm ³)	6.0-12.4	0.9	0.9	1.14	0.9	1.45	1.44
Boy (mm)	-	25-75	-	5-50	5-50	6-65	6-65
Çap (µm)	-	500-4000	100-600	>4	100-200	10	12



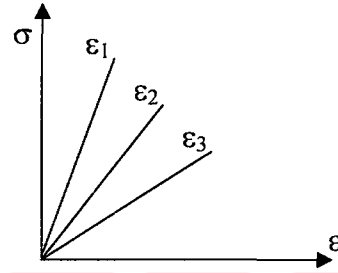
Lineer elastik



Elastik-Tam plastik



Elasto-plastik

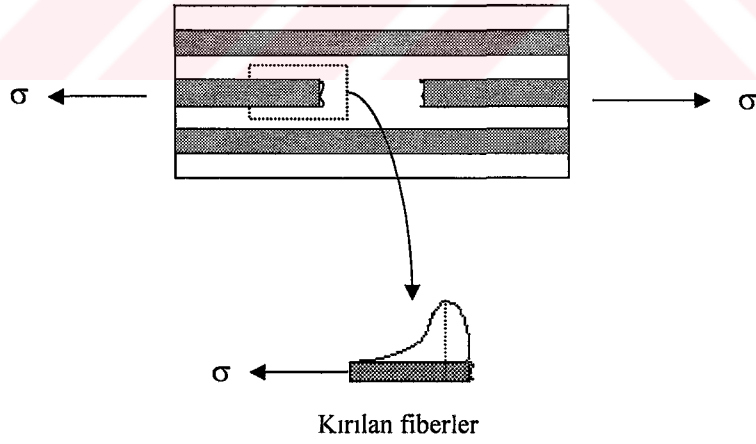
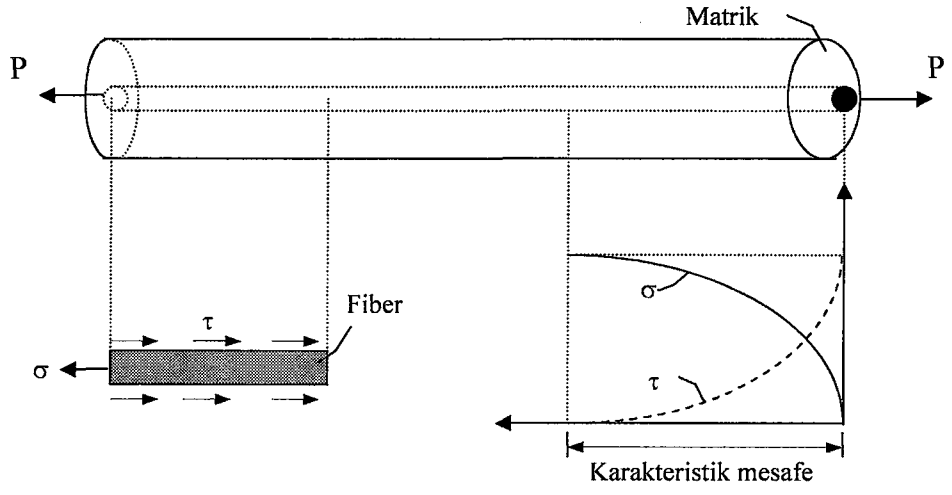


Viskoelastik $\epsilon_1 > \epsilon_2 > \epsilon_3$

Şekil 3.3. Farklı gerilme-şekil değiştirme davranışları.

Tablo 3.9. Malzemelerin fiber boyutundaki özellikleri [73]

Fiber	Yoğunluk ρ (KN/m^3)	Çekme Mukavemeti (GN/m^2)	Elastisite Modülü (GN/m^2)	E/ρ (10^3 m)
Alüminyum	26.30	0.62	73	2.80
Titanyum	46.10	1.90	115	2.50
Çelik	76.60	4.10	207	2.70
E-Camı	25.00	3.40	72	2.90
S-Camı	24.40	4.80	86	3.50
Karbon	13.80	1.70	190	14
Berilyum	18.20	1.70	300	16
Boron	25.20	3.40	400	16
Grafit	13.80	1.70	250	18



Şekil 3.4. Eksenel yüklenmiş matriks malzemesi içindeki tek bir fiberdeki gerilme dağılımı [2].

Tablo 3.10. Fiber oriyantasyonuna göre mekanik özellikleri [73].

		E-glass		Aramid		Grafit	
		0°	90°	0°	90°	0°	90°
Çekme Dayanımı	MPa	1104	36	1310	39	1725	42
Çekme Modülü	GPa	39	10	83	5.6	159	10.9
Basma Dayanımı	MPa	600	138	286	138	1366	230
Basma Modülü	GPa	32	-	73	-	138	-
Eksenel termal genişleme katsayısı	10 ⁻⁶ /K	5.4		-2.3 - (-4)		0.045	
Eksene dik yöndeki termal genişleme katsayısı	10 ⁻⁶ /K	36		35		20.2	

Başlıca polimer reçineler ile üretilen malzemelerin özellikleri Tablo 3.3 de verilmektedir. Tabakalandırılma aşağıda Şekil 3.4'te gösterildiği gibi tabakalardaki ana malzeme yönlerinin kendi içerisinde yönlendirilmesi sonucu oluşturulur. Genellikle tabakalarda kullanılan matris ve fiber malzemesi aynıdır. Kullanılan fiber oriyantasyonunda yapılan değişikliklerle elde edilen tabakaların birleştirilmesi yolu ile tabakalandırılmada amaca ulaşmaya çalışılır. Temel amaç ise elemanın yükleme aralığını genişletmek, malzemenin mukavemetini ve rijitliğini arttırmaktır.

Tablo 3.11. Polimer reçine ve cam dokuma donatı kullanılarak üretilen laminatların özellikleri [73].

Özellik		Silikon Reçinesi	Poliamid Reçinesi	Fenolik Reçine	Melamin Formaldehit Reçinesi	Üre-formaldehit Reçinesi	Polyester Reçine	Epoksi Reçinesi
Kalıplama Sıcaklığı	°C	160-250	20-300	135-175	135-150	135-180	20-150	20-185
Kalıplama Basıncı	MPa	0.2-1.4	0.5-5	0.1-14	7-13	14-56	0-0.8	0-13
Çekme Dayanımı	MPa	70-265	300-450	60-350	175-500	42-91	125-455	245-595
Çekme Modülü	GPa	10-14	18-30	8-17	14-17	7-10	7-20	14-25
Basınç Dayanım	MPa	170-320	330-480	235-520	170-590	170-310	140-410	240-550
Drabe Dayanımı	kJ/m ²	25-70	65-80	20-95	25-80	1-2	100-185	30-130
Su Emme 3 mm, 24 saat	%	0.07-0.65	0.2	0.12-2.7	0.2-2.5	0.4-0.8	0.15-2.5	0.04-0.3
Devamlı Sıcaklık Dayanım	°C	200-370	260	120-260	150	75	95-175	105-150
Ark Dayanımı	s	150-250	50-180	Çok az	175-200	80-150	80-140	15-180

4. ANİZOTROPİK MALZEMELER İÇİN GERİLME-ŞEKİL DEĞİŞTİRME BAĞINTILARI

Kompozit malzemelerin mekanik özellikleri yöne bağlıdır ve anizotropi nedeni ile bunların elastik özelliklerini tanımlamak için gerekli sabitlerin sayısı izotrop malzemelere oranla daha fazladır. İzotrop malzemede sadece iki sabitin bilinmesi yeterlidir; E, ν . Anizotrop malzemeler için genelleştirilmiş Hooke Kanunu şu şekilde yazılabilir.

$$\begin{aligned}\sigma_{ij} &= C_{ijkl} \cdot \varepsilon_{kl} \\ \varepsilon_{ij} &= S_{ijkl} \cdot \sigma_{kl} \\ S_{ijkl} &= (C_{ijkl})^{-1}\end{aligned}\quad (4.1)$$

Burada, σ_{ij} gerilme tansörü, ε_{kl} şekil değiştirme tansörü, C_{ijkl} elastik rijitlik tansörü ve S_{ijkl} elastik gevşeklik tansörüdür. Bu denklemler açık olarak yazıldığında her birinde 9 terim bulunan 9 denklem ortaya çıkar. C_{ijkl} ve S_{ijkl} dördüncü dereceden tansörler olup 81 sabit içerirler. Ancak kütle kuvvetlerinin olmaması durumunda gerilme ile şekil değiştirme tansörleri simetrik olduğundan $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ ve $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$ eşitlikleri yazılabilir. Bu durumda sabitlerin sayısı 36'ya düşer.

Mekanikte genellikle kısaltılmış notasyon olarak adlandırılan Love notasyonunun kullanılması ile rijitlik ve gevşeklik tansörlerinin ikinci dereceden olması sağlanır. Kısaltılmış notasyonda gerilme ve şekil değiştirme büyüklükleri aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

Tablo 4.1. Gerilme ve şekil değiştirmelerin kısaltılmış ve tansörel gösterilişi arasındaki ilişki.

GERİLMELER		ŞEKİL DEĞİŞTİRMELER	
Tansör Notasyonu	Kısaltılmış Notasyon	Tansör Notasyonu	Kısaltılmış Notasyon
σ_{11}	σ_1	ε_{11}	ε_1
σ_{22}	σ_2	ε_{22}	ε_2
σ_{33}	σ_3	ε_{33}	ε_3
σ_{23}	σ_4	$2\varepsilon_{23}$	ε_4
σ_{13}	σ_5	$2\varepsilon_{13}$	ε_5
σ_{12}	σ_6	$2\varepsilon_{12}$	ε_6

Böylece Hooke Kanunu yeniden düzenlenmesi sonucunda aşağıdaki gibi olur.

$$\begin{aligned}\sigma_{ij} &= C_{ij} \cdot \varepsilon_j \\ \varepsilon_{ij} &= S_{ij} \cdot \sigma_j \quad (i, j=1,2,\dots,6)\end{aligned}\quad (4.2)$$

Fiber takviyeli bir tabaka ortotropik malzeme olarak karakterize edilmektedir. Ve bu malzemede, malzeme özelliklerinin simetrik olduğu üç ortogonal düzlem mevcuttur. Love notasyonuna göre böyle bir malzeme için iki boyutlu tansörle gösterilen gerilme şekil değiştirme bağıntılar aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} \quad (4.3)$$

Bu ifadeyi daha açık formda ifade edersek;

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= C_{11}\varepsilon_1 + C_{12}\varepsilon_2 + C_{13}\varepsilon_3 + C_{14}\varepsilon_4 + C_{15}\varepsilon_5 + C_{16}\varepsilon_6 \\ \sigma_2 &= C_{21}\varepsilon_1 + C_{22}\varepsilon_2 + C_{23}\varepsilon_3 + C_{24}\varepsilon_4 + C_{25}\varepsilon_5 + C_{26}\varepsilon_6 \\ \sigma_3 &= C_{31}\varepsilon_1 + C_{32}\varepsilon_2 + C_{33}\varepsilon_3 + C_{34}\varepsilon_4 + C_{35}\varepsilon_5 + C_{36}\varepsilon_6 \\ \sigma_4 &= C_{41}\varepsilon_1 + C_{42}\varepsilon_2 + C_{43}\varepsilon_3 + C_{44}\varepsilon_4 + C_{45}\varepsilon_5 + C_{46}\varepsilon_6 \\ \sigma_5 &= C_{51}\varepsilon_1 + C_{52}\varepsilon_2 + C_{53}\varepsilon_3 + C_{54}\varepsilon_4 + C_{55}\varepsilon_5 + C_{56}\varepsilon_6 \\ \sigma_6 &= C_{61}\varepsilon_1 + C_{62}\varepsilon_2 + C_{63}\varepsilon_3 + C_{64}\varepsilon_4 + C_{65}\varepsilon_5 + C_{66}\varepsilon_6 \end{aligned} \quad (4.4)$$

Yukarıdaki denklemlerde şekil değiştirme matrisi elemanları deplasmanlar cinsinden aşağıdaki eşitliklerdeki gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{\partial u}{\partial x} \\ \varepsilon_2 &= \frac{\partial v}{\partial y} \\ \varepsilon_3 &= \frac{\partial w}{\partial z} \\ \varepsilon_4 &= \gamma_{23} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \\ \varepsilon_5 &= \gamma_{31} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \\ \varepsilon_6 &= \gamma_{12} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{aligned} \quad (4.5)$$

Burada u , v , w fonksiyonları sırası ile x , y , z doğrultularındaki deplasmanlarıdır. Öte yandan bu matrislerin 36 elemanının tümünün bağımsız olmadığı şekil değişimi enerjisi yardımı ile gösterilebilir. Elastik potansiyeli mevcut elastik malzemelerde bir birim hacme gelen σ_i gibi bir gerilme bu malzemede $d\varepsilon_i$ kadar şekil değişikliği meydana getirdiğinde, bu şekil değişimi elastik malzemenin birim hacim elemanı içinde dw kadar bir şekil değiştirme enerjisinin meydana gelmesine sebep olur.

$$dw = \sigma_i d\varepsilon_i \quad (4.6)$$

olarak yazılabilir. (4.2) denkleminde σ_i 'yi kullanarak;

$$dw = C_{ij} \varepsilon_j d\varepsilon_i \quad (4.7)$$

birim hacim elemanı için şekil değiştirme enerjisi bulunmuş olur. Bu ifadenin entegrali alındığında:

$$W = \frac{1}{2} C_{ij} \varepsilon_j \varepsilon_i \quad (4.8)$$

elde edilir. Benzer biçimde σ_j gerilmesi altında $d\varepsilon_j$ şekil değişimi hesaplanırsa,

$$W = \frac{1}{2} C_{ji} \varepsilon_i \varepsilon_j \quad (4.9)$$

olarak elde edilir. Burada görüldüğü gibi şekil değiştirme enerjisi elastik malzemenin tamamı için iki farklı denklemle ifade edilebilmektedir. Bu denklemlerin ayrı ayrı kısmi türevleri alınır;

$$\frac{\partial w}{\partial \varepsilon_i} = C_{ij} \varepsilon_j \quad \text{ve} \quad \frac{\partial w}{\partial \varepsilon_j} = C_{ji} \varepsilon_i \quad (4.10)$$

(4.10) denkleminde görülen ifadeler bilindiği gibi Hooke kanununun ifadesidir. Şekil değiştirme enerji fonksiyonu ifadesinin ikinci kez kısmi türevi alındığında;

$$\frac{\partial^2 w}{\partial \varepsilon_i \partial \varepsilon_j} = C_{ij} \quad \text{ve} \quad \frac{\partial^2 w}{\partial \varepsilon_j \partial \varepsilon_i} = C_{ji} \quad (4.11)$$

elde edilir. Kısmi türev alma sırası türev değerinin değiştiremeyeceğinden w değerinin diferansiyeli matematiksel bir ifade olup malzemeye bağlı değildir. Böylece (4.11) denkleminin sonucu olarak:

$$C_{ij} = C_{ji} \quad (i, j = 1, 2, \dots, 6) \quad (4.12)$$

yazılabilir. (4.12) denkleminde de açıkça görüldüğü gibi elastik rijitlik matrisi simetriktir. Benzer tarzda bir düzenleme ile S_{ij} elastik gevşeklik matrisi gerilmeler cinsinde yazılabilir.

$$\varepsilon_i = S_{ij} \sigma_j \quad (i, j = 1, 2, \dots, 6) \quad (4.13)$$

$$W = \frac{1}{2} S_{ij} \sigma_j \sigma_i \quad (4.14)$$

Bir önceki ifadelerdekine benzer şekilde enerji fonksiyonları benzer işlemler tekrarlanıp kısmi türevler alındığında S_{ij} elastik gevşeklik matrisi C_{ij} elastik rijitlik matrisi gibi simetrik olduğu ve anizotropik malzemelerde 21 bağımsız sabitle ifade edilebileceği görülür.

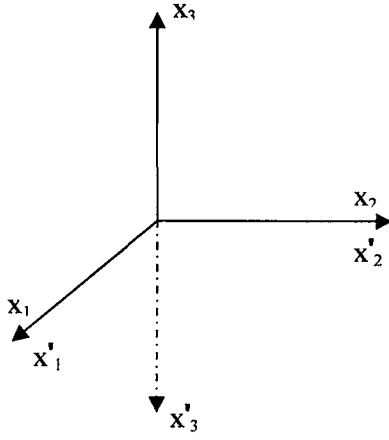
$$S_{ij} = S_{ji} \quad (i, j = 1, 2, \dots, 6) \quad (4.15)$$

(4.3) denklemi ile yazılmış olan gerilme şekil değiştirme;

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} \quad (4.16)$$

Yukarıdaki eşitlik malzeme özellikleri bakımından hiçbir simetri düzlemi olmayan anizotropik malzemeleri temsil eder. Böyle bir anizotropik malzeme “triklinik malzeme” olarak da tanımlanır. Ancak bilindiği gibi kompozit malzemelerin mekanik davranışları bakımından bazı simetri düzlemi vardır.

Elastik cismin, özellikleri bakımından simetri olduğu x_1, x_2 gibi bir simetri düzlemi varsa, mevcut x_1, x_2, x_3 eksenleri $x_1 = x'_1, x_2 = x'_2$ ve $x_3 = -x'_3$ olacak şekilde x'_1, x'_2, x'_3 eksen takımına transform edilebilir. Transform işleminin daha iyi anlaşılabilmesi için aşağıdaki eksen takımını ve tabloda gösterilmiş olan kosinüsler matrisi kullanılabilir.



	x_1	x_2	x_3
x'_1	1	0	0
x'_2	0	1	0
x'_3	0	0	-1

$$[t] = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Gerilme şekil değiştirme ifadeleri t transform (kosinüsler) matrisinin yardımı ile x_1, x_2, x_3 koordinat sisteminden x'_1, x'_2, x'_3 koordinat sistemine transform edildiğinde aşağıdaki eşitlikler yazılabilir.

$$\begin{aligned} \epsilon'_{\alpha\beta} &= t_{\alpha i} t_{\beta j} \epsilon_{ij} \\ \sigma'_{\alpha\beta} &= t_{\alpha i} t_{\beta j} \sigma_{ij} \end{aligned} \quad (i, j, \alpha, \beta = 1, 2, 3) \quad (4.17)$$

Bu durumda transformu gerçekleştirsek;

$$\epsilon'_{23} = t_{22} t_{33} \epsilon_{23} = -\epsilon_{23}$$

$$\epsilon'_{31} = t_{33} t_{11} \epsilon_{31} = -\epsilon_{31}$$

elde edilir. Ayrıca Love notasyonunu kullanarak;

$$\epsilon'_{23} = \epsilon'_4 = -\epsilon_{23} = -\epsilon_4$$

$$\epsilon'_{31} = \epsilon'_5 = -\epsilon_{31} = -\epsilon_5$$

ve tüm transformlar gerçekleştirildiğinde,

$$\begin{aligned} \epsilon'_4 &= -\epsilon_4 & \sigma'_4 &= \sigma_4 \\ \epsilon'_5 &= -\epsilon_5 & \sigma'_5 &= \sigma_5 \end{aligned} \quad (4.18)$$

x, y, z koordinat sistemine göre yazılmış olan (4.16) denklemindeki birinci eşitlik, x'_1, x'_2, x'_3 koordinat sistemine göre yeniden düzenlenirse;

$$\sigma_1 = C_{11}\epsilon_1 + C_{12}\epsilon_2 + C_{13}\epsilon_3 + C_{14}\epsilon_4 + C_{15}\epsilon_5 + C_{16}\epsilon_6$$

$$\sigma'_1 = C_{11}\epsilon'_1 + C_{12}\epsilon'_2 + C_{13}\epsilon'_3 + C_{14}\epsilon'_4 + C_{15}\epsilon'_5 + C_{16}\epsilon'_6$$

Denklem (4.18)' teki eşitliklerin sağlanması için:

$$C_{14} = C_{15} = 0$$

olması gerekir. Aynı şekilde

$$\sigma_2 = C_{21}\epsilon_1 + C_{22}\epsilon_2 + C_{23}\epsilon_3 + C_{24}\epsilon_4 + C_{25}\epsilon_5 + C_{26}\epsilon_6$$

$$\sigma'_2 = C_{21}\epsilon'_1 + C_{22}\epsilon'_2 + C_{23}\epsilon'_3 + C_{24}\epsilon'_4 + C_{25}\epsilon'_5 + C_{26}\epsilon'_6$$

denklemlerinin yukarıdaki şartları sağlayacak şekilde düzenlenmesi ile

$$C_{24} = C_{25} = 0$$

elde edilir. Aynı şekilde diğer gerilmeler için tekrar edilebilir ve sonuç olarak:

$$C_{34} = C_{35} = 0$$

$$C_{64} = C_{65} = 0$$

olarak bulunur. (4.12) denkleminde görüldüğü gibi en genel halde anizotropik malzemelerde dahi elastik rijitlik matrisinin simetrik olması hali mevcuttur. Böylece yukarıdaki işlemlerde bulunmuş olan elemanlar ve simetrilikleri de sıfır olarak bulunmuş olur.

$$C_{14} = C_{15} = C_{24} = C_{25} = C_{34} = C_{35} = C_{64} = C_{65} = 0$$

$$C_{41} = C_{51} = C_{42} = C_{52} = C_{43} = C_{53} = C_{46} = C_{56} = 0 \quad (4.19)$$

Böylece x_1 x_2 gibi tek bir simetri düzlemine sahip olan malzemelerin gerilme şekil değiştirme bağıntısı aşağıdaki şekilde yazılır;

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & C_{36} \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & C_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{45} & C_{55} & 0 \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \epsilon_4 \\ \epsilon_5 \\ \epsilon_6 \end{Bmatrix} \quad (4.20)$$

Burada simetri düzlemi $x_3 = z = 0$ düzlemidir. Böyle bir malzeme monoklinik olarak adlandırılır ve rijitlik matrisi 13 bağımsız elemanla ifade edilebilir.

Eğer malzemede mekanik özellikler bakımından üç simetri düzlemi (ortogonal düzlemler) varsa malzeme ortotropik (ortogonal anizotropik) olarak adlandırılır. Yine transformasyon matrisi kullanılarak bağımsız sabit sayısı 9 olarak bulunur ve aşağıdaki gibi düzenlenir:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} \quad (4.21)$$

Tek yönlü sürekli fiberlerle pekiştirilmiş bir tabaka ortotropik malzemeye örnek teşkil eder. Ortotropik karakterli malzemelerde, anizotropik malzemelerden farklı olarak σ_1 , σ_2 , σ_3 normal gerilmeleri ile γ_{23} (ε_4), γ_{31} (ε_5), γ_{12} (ε_6) kayma deformasyonları ve τ_{23} (σ_4), τ_{31} (σ_5), τ_{12} (σ_6) kayma gerilmeleri ile ε_1 , ε_2 , ε_3 normal deformasyonları arasında herhangi bir ilişki yoktur.

Eğer malzemede bu simetrilere ek olarak mekanik özelliklerin tüm doğrultularda eşit olduğu bir düzlem varsa, bu tip malzemelere transvers izotropik olarak adlandırılır. Örneğin 1 ve 2 eksenleri malzeme özellikleri bakımından aynı katsayıya sahip ise rijitliklerdeki 1 ve 2 alt indisleri yer değiştirilebilir ve böylece gerilme-şekil değiştirme bağıntısındaki sabit sayısı 5'e düşerek aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} \quad (4.22)$$

$$C_{66} = \frac{1}{2}(C_{11} - C_{12})$$

Eğer malzeme özelliklerine ait simetri düzlemleri sonsuz sayıda ise önceki bağıntılar izotropik malzeme durumuna indirgenebilir. Bu durumda rijitlik matrisindeki bağımsız sabit sayısı 2'ye düşer ve aşağıdaki gibi yazılır:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} \quad (4.23)$$

$$C_{66} = C_{55} = C_{44} = \frac{1}{2}(C_{11} - C_{12})$$

Yukarıda verilen farklı simetri halleri için şekil değiştirme-gerilme bağıntıları ise aşağıdaki gibi olur:

Anizotropik (21 bağımsız sabit):

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ S_{14} & S_{24} & S_{34} & S_{44} & S_{45} & S_{46} \\ S_{15} & S_{25} & S_{35} & S_{45} & S_{55} & S_{56} \\ S_{16} & S_{26} & S_{36} & S_{46} & S_{56} & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} \quad (4.24)$$

Monoklinik (13 bağımsız sabit, $z=0$ simetri düzlemi için)

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & S_{16} \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & S_{26} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & 0 & 0 & S_{36} \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & S_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{45} & S_{55} & 0 \\ S_{16} & S_{26} & S_{36} & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} \quad (4.25)$$

Ortotropik (9 bağımsız sabit)

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} \quad (4.26)$$

Transvers izotropik (5 bağımsız sabit, 1-2 simetri düzlemi durumu için)

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} \quad (4.27)$$

$$S_{66} = 2(S_{11} - S_{12})$$

İzotropik (2 bağımsız sabit)

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} \quad (4.28)$$

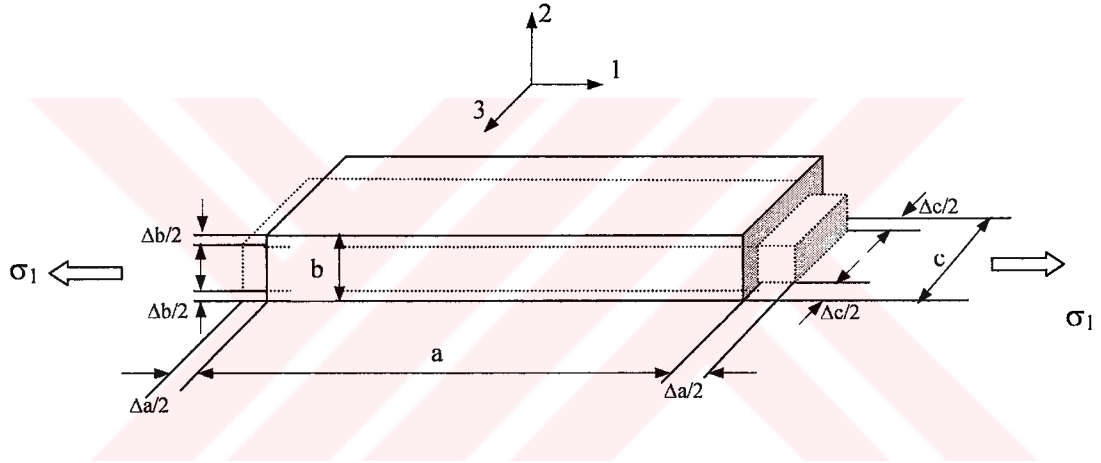
$$S_{66} = S_{55} = S_{44} = 2(S_{11} - S_{12})$$

elde edilir.

5. ORTOTROPİK MALZEMELERDE GERİLME ŞEKİL DEĞİŞTİRME BAĞINTILARI

5.1. Ortotropik Malzemelerin Mühendislik Sabitleri

Teknik sabitler olarak da adlandırılan mühendislik sabitleri Young modülü, poisson oranı ve kayma modülü ile diğer bazı sabitlerden ibarettir. Bu sabitler tek eksenli çekme veya kayma testi gibi testlerle belirlenirler. Deneylerde genellikle malzemeye uygulanan gerilmenin oluşturduğu deformasyonlar veya yer değiştirmeleri ölçülür. Bu nedenle S_{ij} kompliyans matrisinin elemanları C_{ij} matrisindeki elemanlara göre daha kolay bir şekilde belirlenebilir. Şekil 5.4’de asal yönleri tanımlanan ortotropik bir tabakanın S_{ij} matrisindeki elemanları mühendislik sabitleri cinsinden gösterilebilir.



Şekil 5.1. Gerilme- şekil değiştirme bağıntıları için gerilme durumu.

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$V = (a + \Delta a) (b - \Delta b) (c - \Delta c)$$

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

$$\varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & -\nu_{12}\varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & -\nu_{13}\varepsilon_1 \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

E_i , i yönündeki Elastisite Modülü olmak üzere;

elastik cisim x_1 eksenini yönünde çekildiğinde

$$\begin{aligned} S_{11} &= \frac{1}{E_1} \\ S_{21} &= -\frac{\nu_{12}}{E_1} \\ S_{31} &= -\frac{\nu_{13}}{E_1} \end{aligned} \quad (5.3)$$

elastik cisim x_2 eksenini yönünde çekildiğinde;

$$\begin{aligned} S_{12} &= -\frac{\nu_{21}}{E_1} \\ S_{21} &= \frac{1}{E_2} \\ S_{32} &= -\frac{\nu_{23}}{E_2} \end{aligned} \quad (5.4)$$

elastik cisim x_3 eksenini yönünde çekildiğinde;

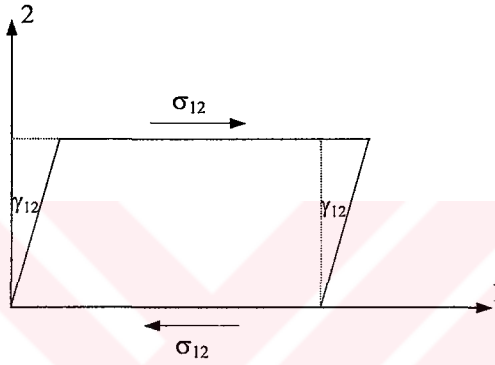
$$\begin{aligned} S_{13} &= -\frac{\nu_{31}}{E_3} \\ S_{21} &= -\frac{\nu_{32}}{E_3} \\ S_{33} &= \frac{1}{E_3} \end{aligned} \quad (5.5)$$

Böylece elemanlar mühendislik sabitleri cinsinden ifade edilmiş olur. (4.15) denkleminde bilindiği gibi $S_{ij} = S_{ji}$ olduğundan;

$$\frac{\nu_{ij}}{E_i} = \frac{\nu_{ji}}{E_j} \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (5.6)$$

eşitliği yazılabilir. Benzer bir düşünce tarzı ile elastik cisme sadece kayma gerilmeleri tatbik edilirse; G_{ij} , x_i ve x_j düzlemindeki kayma modülü olmak üzere (4.26) denkleminde ve Şekil 5.2’de görüldüğü gibi ifade edilebilir.

$$\begin{aligned}
S_{12} &= S_{66} \sigma_{12} = \frac{\sigma_{12}}{G_{12}} \\
S_{66} &= \frac{1}{G_{12}} = \frac{1}{G_{21}} \\
S_{44} &= \frac{1}{G_{23}} \\
S_{55} &= \frac{1}{G_{13}}
\end{aligned} \tag{5.7}$$



Şekil 5.2. Elastik bir cisme kayma gerilmesinin uygulanması.

Rijitlik ve kompliyan matrisleri birbirinin tersi olduğundan bu iki matris elemanları arasındaki bağıntı cebirsel işlemlerle bulunabilir. Bu bağıntılar;

$$\begin{aligned}
C_{11} &= \frac{S_{22}S_{33} - S_{23}^2}{S} & C_{12} &= \frac{S_{13}S_{23} - S_{12}S_{32}}{S} \\
C_{22} &= \frac{S_{33}S_{11} - S_{13}^2}{S} & C_{13} &= \frac{S_{12}S_{23} - S_{13}S_{22}}{S} \\
C_{33} &= \frac{S_{11}S_{22} - S_{12}^2}{S} & C_{11} &= \frac{S_{12}S_{13} - S_{23}S_{11}}{S} \\
C_{44} &= \frac{1}{S_{44}} & C_{55} &= \frac{1}{S_{55}} \\
C_{66} &= \frac{1}{S_{66}}
\end{aligned} \tag{5.8}$$

$$S = S_{11}S_{22}S_{33} - S_{11}S_{23}^2 - S_{22}S_{13}^2 - S_{33}S_{12}^2 - 2S_{12}S_{23}S_{13}$$

(5.22)'den (5.26)'ye kadar olan denklemlerden açıkça görüleceği gibi anizotropik malzemelerde dokuz bağımsız matematiksel ifadeye sahip olan rijitlik ve elastiklik matrisleri $E_1, E_2, E_3, G_{12}, G_{13}, G_{23}, \nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23}, \nu_{21}, \nu_{31}, \nu_{32}$ olmak üzere 12 fiziksel (teknik) sabitle ifade edilir:

$$[S_{ij}] = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{13}}{E_1} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{31}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

Ortotropik malzemenin C_{ij} rijitlik matrisindeki elemanları, mühendislik sabitleri cinsinden göstermek için (5.27) eşitliğindeki matrisin tersi alınır veya bu matrisin elemanları (5.27) de yerine konulur.

$$\begin{aligned} C_{11} &= \frac{1 - \nu_{13}\nu_{32}}{\varepsilon_2\varepsilon_3\Delta} \\ C_{12} &= \frac{\nu_{21} + \nu_{31}\nu_{23}}{\varepsilon_2\varepsilon_3\Delta} = \frac{\nu_{12} + \nu_{32}\nu_{13}}{\varepsilon_1\varepsilon_2\Delta} \\ C_{13} &= \frac{\nu_{31} + \nu_{21}\nu_{32}}{\varepsilon_2\varepsilon_3\Delta} = \frac{\nu_{13} + \nu_{12}\nu_{23}}{\varepsilon_1\varepsilon_2\Delta} \\ C_{22} &= \frac{1 - \nu_{13}\nu_{31}}{\varepsilon_1\varepsilon_3\Delta} \\ C_{23} &= \frac{\nu_{32} + \nu_{12}\nu_{31}}{\varepsilon_1\varepsilon_3\Delta} = \frac{\nu_{23} + \nu_{21}\nu_{13}}{\varepsilon_1\varepsilon_2\Delta} \end{aligned} \quad (5.10)$$

$$C_{33} = \frac{1 - \nu_{12}\nu_{21}}{\varepsilon_1\varepsilon_2\Delta}$$

$$C_{44} = G_{23}$$

$$C_{55} = G_{31}$$

$$C_{66} = G_{12}$$

$$\Delta = \frac{1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{23}\nu_{33} - \nu_{31}\nu_{13} - 2\nu_{21}\nu_{32}\nu_{13}}{\varepsilon_1\varepsilon_2\varepsilon_3}$$

Yukarıda bahsedilen elastik malzemenin fiziksel sabitleri, bilindiği gibi $E_1, E_2, E_3; x_1, x_2, x_3$ eksenleri doğrultusundaki Elastisite modüllerini, G_{12}, G_{13}, G_{23} ise 1-2, 1-3 ve 2-3 düzlemlerindeki kayma modüllerini belirtmektedir. ν_{ij} poisson oranı ise elastik malzemenin j doğrultusundaki şekil değiştirmesinin i doğrultusundaki şekil değiştirmeye oranıdır. Elastik malzeme herhangi bir σ_i çekme gerilmesi altında i eksen doğrultusunda da ε_j kadar şekil değiştirmeye (daralmaya) maruz kalır. Bu tanımlardan poisson oranları;

$$\nu_{ij} = -\frac{\varepsilon_j}{\varepsilon_i}$$

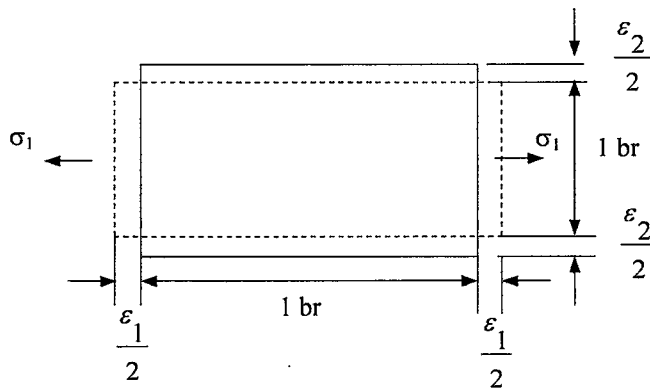
$$\nu_{12} = -\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$$

$$\nu_{13} = -\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_1}$$

$$\nu_{23} = -\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2}$$

(5.11)

şeklinde gösterilebilir.



Şekil 5.3. Poisson oranının tespiti.

İzotropik bir malzemede x_1, x_2 düzlemine göre simetrinin mevcut olması halinde fiziksel sabitler;

$$E_1 = E_2 = E_3$$

$$G_{12} = G_{23} = G_{13}$$

$$\nu_{12} = \nu_{21}, \nu_{13} = \nu_{31}, \nu_{23} = \nu_{32}$$

$$G_{12} = \frac{E_1}{2(1 + \nu_{12})} \text{ eşitliği kullanılarak, mühendislik sabitleri sadece Elastisite modülleri ve}$$

poisson oranları cinsinden olmak üzere beş bağımsız sabitle ifade edilir. Rijitlik matrisinin elemanları Q_{ij} şeklinde gösterilirse [81];

$$Q_{ij} = C_{ij} \quad (i, j = 1, 2, 6)$$

$$Q_{ii} = \frac{C_{ii}}{2} \quad (i = 4, 5)$$

$$Q_{66} = \frac{C_{66}}{2} - \frac{C_{36}}{2C_{33}}$$

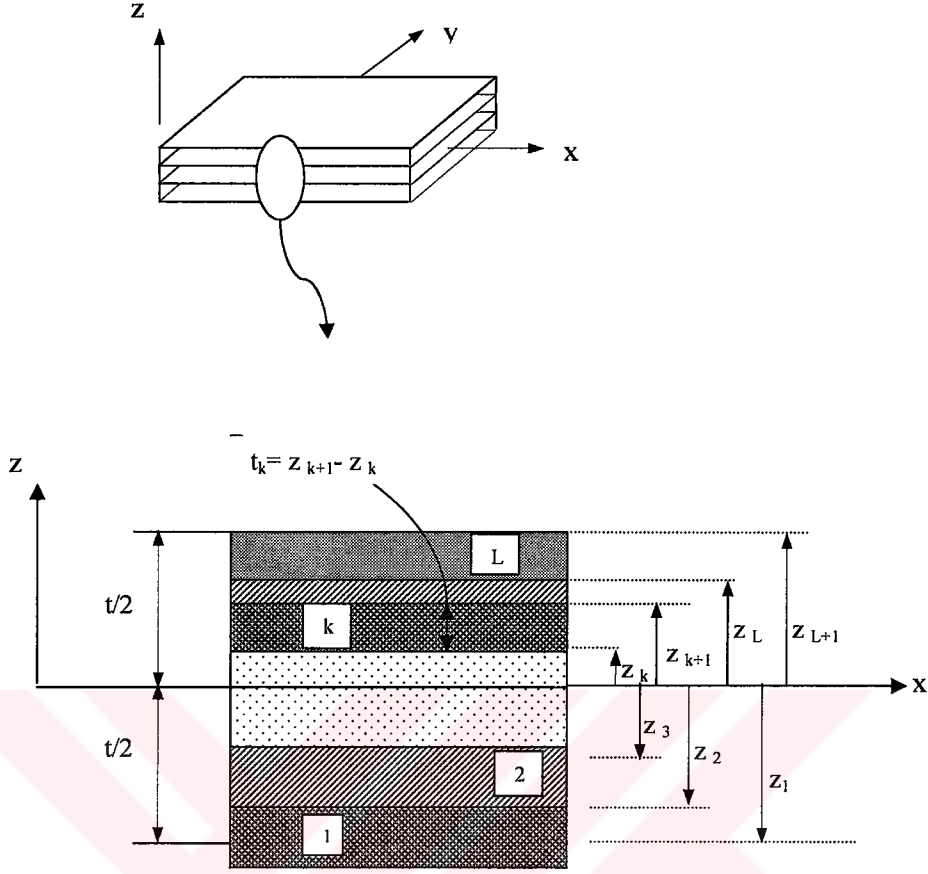
5.2. Tabakalandırılmış Klasik Plaka Teorisi

Kirchhoff Hipotezi kabulleri aşağıdaki gibidir [2]:

- (1) Deformasyondan önce orta düzleme dik olan çizgiler deformasyondan sonrada dik kalırlar.
- (2) Plakada eksene dik yönde uzama olmaz.
- (3) Plakanın eksene dik normal, deformasyondan sonrada orta düzleme dik olarak kalır.

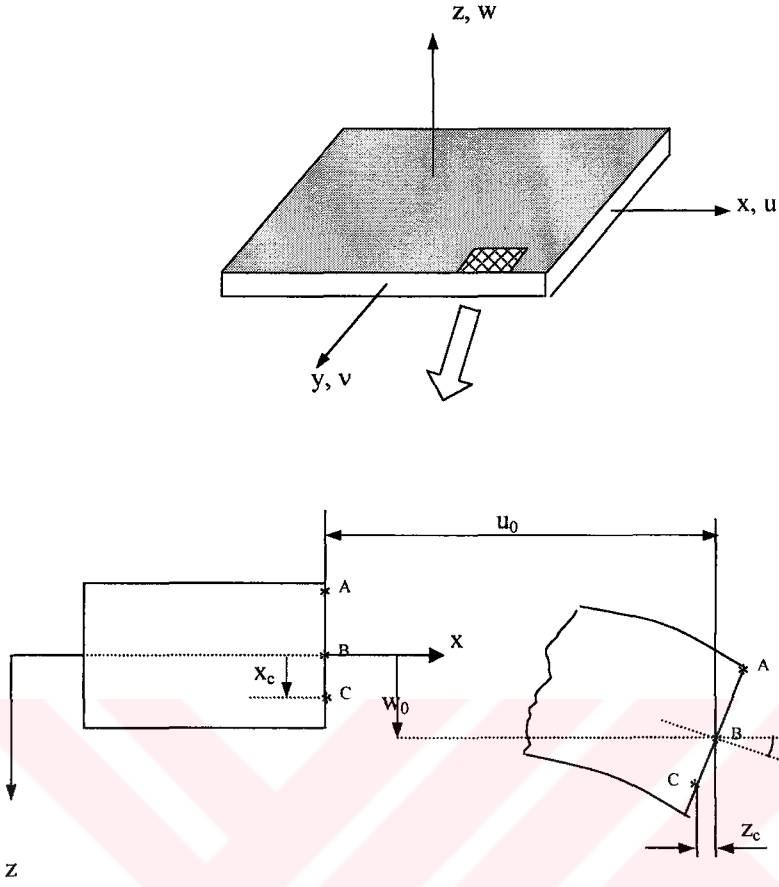
Bir ve ikinci kabuller, eksene dik yöndeki yer değiştirmeler, kalınlıktan (eksene dik yöndeki koordinattan) bağımsız olduğunu ve eksene dik yöndeki normal gerilmenin ε_{zz} sıfır olduğunu ortaya koymaktadır. Üçüncü kabulün doğurduğu sonuç ise eksene dik yöndeki kayma deformasyonları $\varepsilon_{xz} = 0$ ve $\varepsilon_{yz} = 0$.

Bileşik tabakanın genleşme ve eğilme rijitliklerinin tanımlanabilmesi için, kalınlığı boyunca gerilme ve deformasyon değişiminin bilinmesi gerekir. Mekaniksel analizlerde, tabakalar arasında sonsuz incelikte kusursuz bağların bulunduğu ve bu bağların kayma deformasyonu göstermediği kabul edilir. Bu durumda, tabaka sınırları boyunca yer değişimleri sürekli olacak ve böylece tabakalar birbiri üzerinde kaymayacaktır. Böylece bileşik tabaka, kendine özgü özellikleri olan tek bir tabaka gibi davranır. Bu durumu daha iyi tanımlayabilmek için bir takım kabullerin yanı sıra sınırlamaların da hesaba katılması gerekmektedir [2].



Şekil 5.4. Tabaklandırılmış bir plaka için koordinat sistemi ve tabaka numaralandırılması.

- Tabakalar arasındaki bağlar mükemmeldir (kabul).
- Her bir tabakadaki malzemeler lineer elastik davranışı gösterirler ve malzeme simetrisinin olduğu iki düzleme sahiptir (sınırlama).
- Her bir tabakanın kalınlığı üniformdur (sınırlama).
- Birim uzamalar ve yer değiştirmeler küçüktür (sınırlama).
- Tabakanın üst ve alt yüzeylerinde eksene dik yöndeki kayma gerilmeleri sıfırdır (sınırlama).



Şekil 5.5. Bileşik tabakanın xz düzlemindeki deformasyonu.

Bileşik tabakada meydana gelecek yer değişimleri Şekil 5.1'den faydalanarak bulunabilir. Orta düzlem deforme olduğunda B noktasının x yönündeki yer değişimi u_0 dır. Bileşik tabaka deforme olduğunda ABC nin yine dik kaldığı kabul edildiğinden,

$$u_c = u_0 - z_c \beta \quad (5.12)$$

β , bileşik tabaka orta düzleminin x yönündeki eğimi olduğundan,

$$\beta = \frac{\partial w_0}{\partial x} \quad (5.13)$$

Buna göre bileşik tabakanın kalınlığı boyunca herhangi bir z noktasındaki u yer değişimi,

$$u = u_0 - z \frac{\partial w_0}{\partial x} \quad (5.14)$$

olacaktır. Benzer şekilde y yönündeki v yer değişimi,

$$v = v_0 - z \frac{\partial w_0}{\partial y} \quad (5.15)$$

bileşik tabakanın, kalınlığı boyunca deforme olmadığı, ara yüzeyde de kayma deformasyonlarının meydana gelmediği kabul edildiğinden, oluşacak deformasyonlar x ve y yönlerindeki ϵ_x , ϵ_y normal deformasyonlar ile xy düzlemindeki γ_{xy} kayma deformasyonundan ibaret olacaktır. Bu deformasyonlar yer değişimleri cinsinden,

$$\begin{aligned}\epsilon_x &= \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \epsilon_y &= \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\end{aligned}$$

u ve v yer değişimlerinin (5.3) ve (5.4) bağıntılarındaki değerleri alındığında,

$$\begin{aligned}\epsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ \epsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} - 2z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y}\end{aligned}$$

veya

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix}$$

(5.16)

$$\begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial w}{\partial y} - \psi_y \\ \frac{\partial w}{\partial x} + \psi_x \end{Bmatrix}$$

Bu eşitlikte düzlem deformasyonları,

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{Bmatrix}$$

(5.17)

orta düzlem eğrilikleri ise,

$$\begin{Bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \quad (5.18)$$

(5.16) eşitliğine göre bileşik tabakada meydana gelecek küçük deformasyonlar, orta düzlem deformasyonu ve eğriliğinden hesaplanabilir. Bu deformasyonlar, (4.3)'te elde edilen gerilme şekil değiştirme ifadesinde yerine konulduğunda bileşik tabakanın kalınlığı boyunca gerilme değişimi belirlenebilir. Buna göre herhangi bir k'ncı tabakadaki gerilme,

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \left\{ \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} \right\} \quad (5.19)$$

böylece orta düzlem deformasyonu ve eğriliği bilindiğinde herhangi bir tabakadaki gerilme (5.19) eşitliğinden hesaplanabilir [2]. Burada $\bar{Q}_{ij}$ transformasyon rijitlik matrisi olarak adlandırılır.

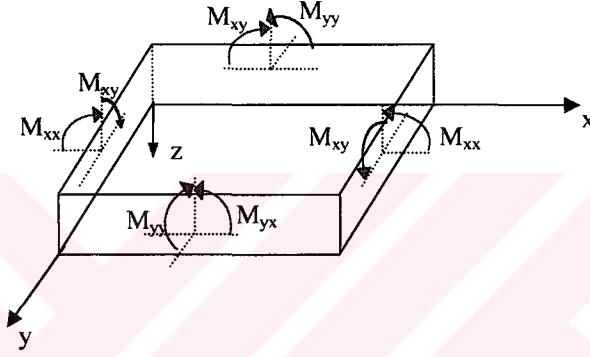
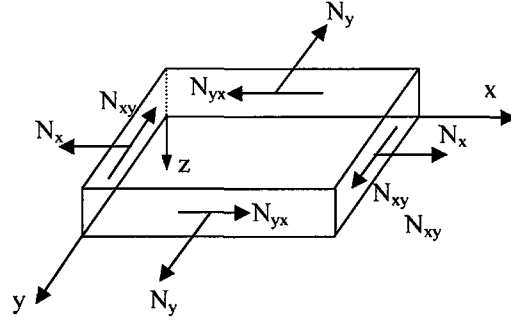
5.1.2. Bileşke kuvvet ve momentler

Bileşik bir tabakada gerilmeler her bir tabakada farklı olduğundan bu gerilmelerin bileşik tabakanın kalınlığı boyunca integrasyonu ile elde edilen bileşke kuvvet ve momentlerin kullanılması faydalı olacaktır. Örneğin x yönündeki bileşke kuvvet ve moment,

$$N_x = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_x dx$$

$$M_x = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_x x dx \quad (5.20)$$

Bileşke kuvvet ve momentler, bileşik tabakanın orta düzleminin birim uzunluğuna etkiyen kuvvet ve momentler şeklinde tanımlanır (Şekil 5.2).



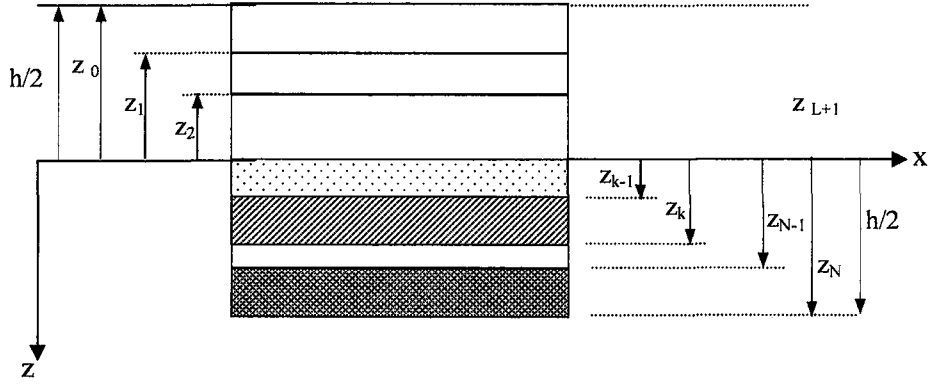
Şekil 5.6. Bileşik tabakadaki kuvvet ve moment bileşenleri.

N sayıda tabakadan oluşan bir kompozit için bileşke kuvvet ve momentler,

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-t/2}^{t/2} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} dz = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} dz \quad (5.21)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-t/2}^{t/2} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} z dz = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} z dz \quad (5.22)$$

(5.10) ve (5.11) eşitliklerindeki z_k ve z_{k-1} terimleri her bir tabakanın alt ve üst yüzeylerinin orta düzleme olan uzaklıklarını gösterir. İntegrasyonda yer alan her bir tabakadaki gerilmeler 5.8 eşitliği ile belirlendiğinden ve tabakaların Q_{ij} rijitlikleri z 'ye bağlı olmadığından,



Şekil 5.7. Tabakaların numaralandırılması

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^N \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \left\{ \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \epsilon^0_x \\ \epsilon^0_y \\ \gamma^0_{xy} \end{Bmatrix} dz + \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} z dz \right\} \quad (5.22)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^N \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \left\{ \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \epsilon^0_x \\ \epsilon^0_y \\ \gamma^0_{xy} \end{Bmatrix} z dz + \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} z^2 dz \right\} \quad (5.23)$$

Orta düzlem deformasyon ve eğrilikleri z 'den bağımsız olduğundan,

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^N \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \epsilon^0_x \\ \epsilon^0_y \\ \gamma^0_{xy} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} \quad (5.24)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^N \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \epsilon^0_x \\ \epsilon^0_y \\ \gamma^0_{xy} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} \quad (5.25)$$

elde edilir. Bu eşitlik çözülürse A_{ij} , B_{ij} ve D_{ij} rijitlikleri aşağıdaki gibi elde edilir:

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (z_k - z_{k-1})$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^2 - z_{k-1}^2)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^3 - z_{k-1}^3) \quad (5.26)$$

5.24, 5.25, 5.26 eşitliklerinde A_{ij} genişleme rijitliği, B_{ij} birleşme (çakışma) rijitlik matrisi, D_{ij} eğilme rijitliği matrisi olarak adlandırılır [2].

B_{ij} matrisi eğme ile uzama arasındaki ilişkiyi temsil eder. B_{ij} terimi var olan çok tabakalı bir levhada, eğme veya dönme yaratmadan tabakayı çekmenin olanağı yoktur. Yani tabakaya çekme gerilmesinin uygulanması normal bir genişlemeye (uzamaya) ilave olarak kompozit malzemede eğilme ve /veya burkulma meydana getirir. Benzer şekilde eğme momenti uygulanan bileşik tabakanın orta düzleminde genişleme şeklinde deformasyonlar görülecektir [2].

5.14 ve 5.15 eşitlikleri birlikte gösterilirse;

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

veya kısaca:

$$\begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon^0 \\ k \end{bmatrix} \quad (5.28)$$

şeklinde gösterilebilir. Tabakaya uygulanan kuvvet ve moment bileşikleri verildiğinde orta düzlem deformasyon ve eğrilikleri:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon^0 \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A' & B' \\ B' & D' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} \quad (5.29)$$

eşitliklerinden belirlenebilir.

Bileşik tabakanın orta düzlemine göre geometrik ve özellik simetrilerinin mevcut olması durumunda 5.14, 5.15 ve 5.19 eşitliklerinde önemli basitleştirmeler sağlanabilir. Örneğin bileşik tabakanın orta düzlemine eşit mesafede bulunan tabakaların aynı kalınlıkta olmaları ve eşit özellik taşımaları durumunda, $B_{ij}=0$ olacaktır.

5.3. Ortotropik Tabakada Düzlem Gerilme Durumu İçin Gerilme-Deformasyon İlişkileri

Herhangi bir elastik malzeme için düzlem gerilme halini ifade etmek için üç eksenli gerilme hali ile ilgili tanımlarda ve denklemlerde üçüncü düzlemle ilgili gerilmelerin sıfır alınması gerekli ve yeterlidir.

$$\sigma_3 = 0, \tau_{23} = \tau_{31} = 0$$

$$\gamma_{23} = \gamma_{31} = 0$$

olacağından (4.26) denklemi;

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{12} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad (5.30)$$

şeklinde basitleşir. S_{11} , S_{12} , S_{22} ve S_{66} terimleri (5.27) eşitliğinde gösterilen mühendislik sabitleri cinsinden,

$$\begin{aligned} S_{11} &= \frac{1}{E_1} \\ S_{12} &= -\frac{\nu_{12}}{E_1} = -\frac{\nu_{21}}{E_2} \\ S_{22} &= \frac{1}{E_2} \\ S_{66} &= \frac{1}{G_{12}} \end{aligned} \quad (5.31)$$

(5.31) eşitliklerinde de açıkça görüldüğü gibi malzemeye bağlı dört tane bağımsız değişkenle şekil değiştirme-gerilme bağıntıları tanımlanabilmektedir. Şekil değiştirmeleri gerilmeler cinsinden ifade etmek yerine gerilmeleri şekil değiştirmeler cinsinden ifade etmek bir çok kolaylıklar sağlayacağı için iki eksenli gerilme haline ait gerilme şekil değiştirme bağıntısı aşağıdaki şekilde yazılır.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} \quad (5.32)$$

Burada rijitlik matrisinin elemanları, elastiklik matrisinin elemanları cinsinden yazılabilir.

$$\begin{aligned}
Q_{11} &= \frac{S_{22}}{S_{11}S_{22} - S_{12}^2} \\
Q_{12} &= \frac{S_{12}}{S_{12}S_{22} - S_{12}^2} \\
Q_{22} &= \frac{S_{11}}{S_{12}S_{22} - S_{12}^2} \\
Q_{66} &= \frac{1}{S_{66}}
\end{aligned} \tag{5.33}$$

veya mühendislik sabitleri cinsinden ifade edilirse;

$$Q_{11} = \frac{E_2}{\frac{1}{E_1} - \frac{1}{E_2} - \frac{v_{12}^2}{E_1^2}}$$

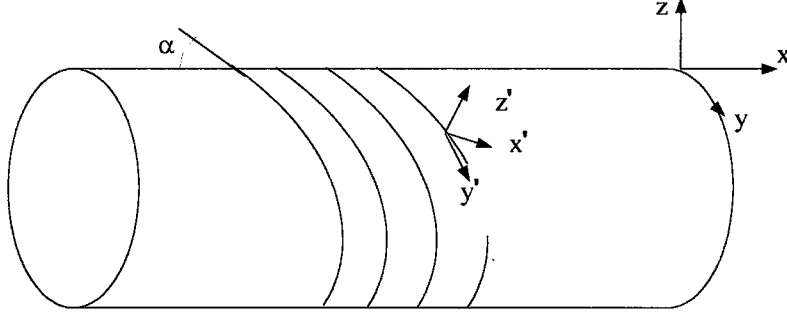
bu ifade için gerekli düzenlemeler yapılırsa;

$$\begin{aligned}
Q_{11} &= \frac{E_1}{1 - v_{12}v_{21}} \\
Q_{22} &= \frac{E_2}{1 - v_{12}v_{21}} \\
Q_{12} &= \frac{v_{12}E_2}{1 - v_{12}v_{21}} = \frac{v_{21}E_1}{1 - v_{12}v_{21}} \\
Q_{66} &= G_{12}
\end{aligned} \tag{5.34}$$

eşitlikleri yazılabilir.

5.4. Asal Eksenler Dışında Takviye Edilmiş Tabakalar İçin Gerilme-Şekil Değiştirme İlişkileri

Gerilmeler ile şekil değiştirmeler arasındaki ilişkiyi belirleyen (5.30) ve (5.32) eşitlikleri ortotropik bir tabakada malzeme asal yönleri (fiberlere paralel ve dik yönler) için tarif edilmişlerdir. Ancak bazı durumlarda ortotropik tabakanın asal eksenleri, problemin çözümü için seçilmesi gereken koordinat eksenleri ile çakışmaz. Örneğin, sürekli fiberlerin silindirik bir kabuk üzerine helisel bir şekilde sarılması durumunda (Şekil 5.7) gerilme-şekil değiştirme ilişkisinin belirlenmesi için silindirin x, y, z koordinatlarının seçilmesi gerekir. Bu koordinatlar x', y', z' ile gösterilen malzeme asal eksenleri ile çakışmaz.



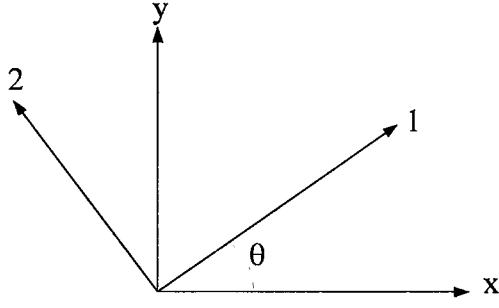
Şekil 5.8. Fiberlerle helisel olarak sarılmış silindirik kabuk.

Sarma açısı $\cos(y', y) = \cos\alpha$ olup $Z = Z'$ 'dür. Benzer durum, farklı fiber yönlenmesine sahip tabakaların birleştirilmesi ile elde edilen yapılarda görülür. Her bir tabakadaki gerilme deformasyonlar, bileşik tabaka için seçilen tek bir koordinat takımına dönüştürülerek bileşik tabakanın gerilme ve deformasyonları belirlenebilir. Elemanter mekanikte tanımlanan bu dönüşüm denklemleri (5.35) ve (5.36) eşitlikleri ile verilmiştir.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & -2 \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & 2 \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & -\sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad (5.35)$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \frac{\gamma_{xy}}{2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & -2 \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & 2 \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & -\sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \frac{\gamma_{12}}{2} \end{Bmatrix} \quad (5.36)$$

Bu eşitliklerde Şekil (5.8)'de görüldüğü gibi malzemenin 1-2 koordinat sistemindeki gerilme ve şekil değiştirmeleri x-y koordinat sistemine dönüştürülmüştür. X-ekseni ile 1-ekseni arasındaki açı θ ile gösterilmiştir.



Şekil 5.9. xy eksenlerinin malzeme asal eksenlerine pozitif rotasyonu.

Dönüşüm denklemleri genellikle aşağıda verilen (5.37) ve (5.38) eşitlikleri şeklinde gösterirler;

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [T]^{-1} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad (5.37)$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \frac{\gamma_{xy}}{2} \end{Bmatrix} = [T]^{-1} \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \frac{\gamma_{12}}{2} \end{Bmatrix} \quad (5.38)$$

Bu eşitliklerde tanımlanan (T) dönüşüm matrisi;

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 2 \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -2 \sin \theta \cos \theta \\ -\sin \theta \cos \theta & \sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix} \quad (5.39)$$

olup, -1 matrisin inversini göstermektedir.

Dönüşüm denklemlerini kullanarak yapılan matris işlemleri ile xy koordinatlarındaki gerilme-şekil değiştirme ilişkisi,

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [\bar{Q}] \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (5.40)$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (5.41)$$

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{11} &= Q_{11} \cos^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{22} \sin^4 \theta \\ \bar{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{12} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) \\ \bar{Q}_{22} &= Q_{11} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{22} \sin^4 \theta \\ \bar{Q}_{16} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{12} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) \\ \bar{Q}_{26} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{12} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) \\ \bar{Q}_{66} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{12} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) \end{aligned} \quad (5.42)$$

eşitliklerinden belirlenir [2].

$\bar{Q}_{ij}$ matrisi “dönüşmüş indirgenmiş rijitlik matrisi” olarak adlandırılır. Sürekli fiberlerle takviyelendirilmiş düz bir tabaka göz önüne alındığında, fiberlerle θ açısı teşkil eden bir yöndeki deformasyonlar bilindiğinde, bu deformasyonları oluşturacak gerilmeler (5.41) ve (5.42) eşitliklerinden belirlenebilir. Servis koşullarında tolere edilebilen şekil değiştirmeleri oluşturacak gerilme sınırlarının belirlenmesi açısından bu bağıntı oldukça yararlıdır. Sürekli fiberlerle tek yönlü takviye edilmiş bir kompozit tabakada takviye yönü ile θ açısı oluşturan yükleme koşullarında (eksen dışı yükleme) tabakada oluşacak deformasyonlar, (5.41) eşitliğinin tersini alıp şekil değiştirme-gerilme bağıntısı şeklinde ifade ederek bulunabilir;

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{S}_{11} & \bar{S}_{12} & \bar{S}_{16} \\ \bar{S}_{12} & \bar{S}_{22} & \bar{S}_{26} \\ \bar{S}_{16} & \bar{S}_{26} & \bar{S}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (5.43)$$

$$\begin{aligned} \bar{S}_{11} &= S_{11} \cos^4 \theta + 2(S_{12} + 2S_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + S_{22} \sin^4 \theta \\ \bar{S}_{12} &= (S_{11} + S_{22} - 4S_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + S_{12} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bar{S}_{22} &= S_{11} \sin^4 \theta + 2(S_{12} + 2S_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + S_{22} \sin^4 \theta \\
\bar{S}_{16} &= (S_{11} + S_{22} - 4S_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + S_{12} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) \\
\bar{S}_{26} &= (S_{11} + S_{22} - 4S_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + S_{12} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) \\
\bar{S}_{66} &= (S_{11} + S_{22} - 4S_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + S_{12} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta)
\end{aligned} \tag{5.44}$$

xy koordinatlarındaki şekil değiştirmelerin belirlenmesinde, izlenebilecek diğer bir yöntem, bu koordinatlarda verilen gerilmeleri dönüşüm denklemleri ile asal yönlerde tanımlayıp oluşturacağı asal deformasyonları, dönüşüm denklemleri ile xy koordinatlarına çevirmektir.

(5.41) ve (5.43) eşitlikleri xy koordinat sisteminde normal gerilmelerle kayma şekil değiştirmeleri arasında bir bağıntı olduğunu göstermektedir. Bu ilişki $\bar{Q}_{16}$, $\bar{Q}_{26}$, $\bar{S}_{16}$, $\bar{S}_{26}$ terimleri ile ifade edilmiştir. Örneğin xy koordinatlarındaki gerilmeler σ_x , σ_y , τ_{xy} olarak verildiğinde, bu koordinat sisteminde meydana gelecek şekil değiştirmeler (5.43) eşitliğine göre,

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x &= \sigma_x \bar{S}_{11} + \sigma_y \bar{S}_{12} + \tau_{xy} \bar{S}_{16} \\
\varepsilon_y &= \sigma_x \bar{S}_{12} + \sigma_y \bar{S}_{22} + \tau_{xy} \bar{S}_{26} \\
\varepsilon_{xy} &= \sigma_x \bar{S}_{16} + \sigma_y \bar{S}_{26} + \tau_{xy} \bar{S}_{66}
\end{aligned}$$

olacaktır. x ve y yönlerindeki ε_x ve ε_y normal şekil değiştirmeleri, σ_x ve σ_y normal gerilmeleri ile τ_{xy} kayma gerilmesinin oluşturduğu normal deformasyonun toplamına eşittir. Buna göre τ_{xy} ve $\bar{S}_{16}$ çarpımı x yönündeki normal şekil değiştirmeyi, xy düzlemine uygulanan τ_{xy} kayma gerilmesinin katkısını gösterecektir. Benzer şekilde x-y düzleminde meydana gelen γ_{xy} kayma şekil değiştirmesine, σ_x ve σ_y normal gerilmelerinin etkisi $\sigma_x \bar{S}_{16}$ ve $\sigma_y \bar{S}_{26}$ düzeyinde olacaktır. Yukarıdaki açıklamalardan anlaşılabileceği gibi, 1-2 asal koordinatlarında ortotropik özellik gösteren tabaka, xy koordinatlarında bu özelliğini kaybederek anizotropik davranış gösterir. Anizotropik malzemelerde gerilme-şekil değiştirme ilişkisini belirleyen (4.16) ve (4.24) eşitlikleri düzlem gerilme durumu için yazılırsa;

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{16} \\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{26} \\ Q_{16} & Q_{26} & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (5.45)$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{16} \\ S_{12} & S_{22} & S_{26} \\ S_{16} & S_{26} & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (5.46)$$

elde edilir. (5.27) eşitliğindeki mühendislik sabitleri;

$$\begin{aligned} S_{11} &= \frac{1}{E_1} & S_{66} &= \frac{1}{G_{12}} \\ S_{12} &= -\frac{\nu_{12}}{E_1} = -\frac{\nu_{21}}{E_2} & S_{16} &= \frac{\eta_{12,1}}{E_1} = \frac{\eta_{1,12}}{G_{12}} \\ S_{22} &= \frac{1}{E_2} & S_{26} &= \frac{\eta_{12,2}}{E_2} = \frac{\eta_{2,12}}{G_{12}} \end{aligned} \quad (5.47)$$

(5.47) bağıntısındaki S_{16} ve S_{26} terimlerinde yer alan $\eta_{ij,j}$ sabitleri “karşılıklı etki katsayıları” olarak adlandırılır. $\eta_{i,j}$ katsayısı ij düzleminde etkiyen τ_{ij} kayma gerilmesinin i yönünde meydana getirdiği normal deformasyonun ij düzlemindeki γ_{ij} kayma deformasyonuna oranıdır;

$$\eta_{i,j} = \frac{\varepsilon_i}{\gamma_{ij}} \quad (5.48)$$

$M_{ij,i}$ katsayısı ise i yönünde etkiyen σ_i normal gerilmesinin ij düzleminde oluşturduğu kayma deformasyonunun i yönündeki normal deformasyona oranını gösterir;

$$\eta_{ij,i} = \frac{\gamma_{ij}}{\varepsilon_i} \quad (5.49)$$

ortotropik bir tabakanın xy koordinatlarında düzlem gerilme durumu için mühendislik sabitleri;

$$\frac{1}{E_x} = \frac{1}{E_1} \cos^4 \theta + \left(\frac{1}{G_{12}} - \frac{2\nu_{12}}{E_1} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \frac{1}{E_2} \sin^4 \theta$$

$$v_{xy} = E_x \left[\frac{v_{12}}{\varepsilon_1} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) - \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} - \frac{1}{G_{12}} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \right]$$

$$\frac{1}{E_y} = \frac{1}{E_1} \sin^4 \theta + \left(\frac{1}{G_{12}} - \frac{2v_{12}}{E_1} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \frac{1}{\varepsilon_2} \cos^4 \theta$$

$$\frac{1}{G_{xy}} = 2 \left(\frac{2}{E_1} + \frac{2}{E_2} + \frac{4v_{12}}{E_1} - \frac{1}{G_{12}} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \frac{1}{G_{12}} (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)$$

$$\eta_{xy,x} = E_x \left[\left(\frac{2}{E_1} + \frac{2v_{12}}{E_1} - \frac{1}{G_{12}} \right) \sin \theta \cos^3 \theta - \left(\frac{2}{E_2} + \frac{2v_{12}}{E_1} - \frac{1}{G_{12}} \right) \sin^3 \theta \cos \theta \right]$$

$$\eta_{xy,y} = E_y \left[\left(\frac{2}{E_1} + \frac{2v_{12}}{E_1} - \frac{1}{G_{12}} \right) \sin^3 \theta \cos \theta - \left(\frac{2}{E_2} + \frac{2v_{12}}{E_1} - \frac{1}{G_{12}} \right) \sin \theta \cos^3 \theta \right]$$

olarak elde edilebilir [82].

6. SÜREKLİ FİBER TAKVİYELİ KOMPOZİTLERİN RİJİTLİKLERİ

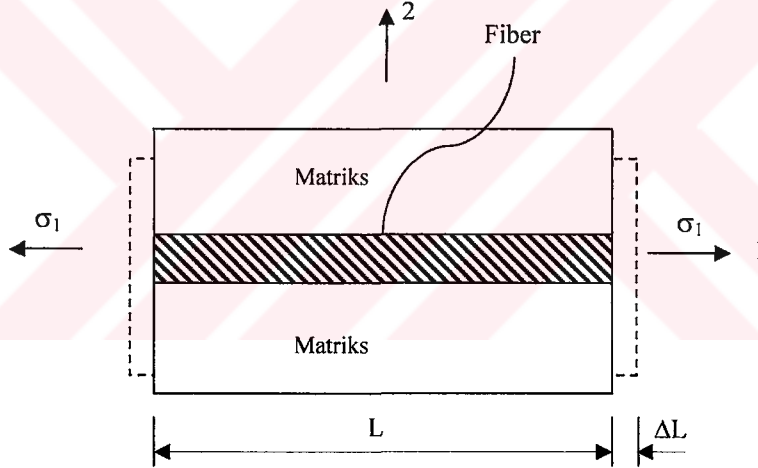
Sürekli fiber kompozitlerin mikromekaniksel analizlerinde aşağıdaki varsayımlar esas alınmıştır;

- Matriks homojen, izotrop yapıda olup doğrusal elastik davranış gösterir.
- Fiberler homojen, izotropik yapıda olup doğrusal elastik davranış gösterirler, yapı içerisinde düzenli bir dağılım ve kusursuz bir yönlenmeye sahiptirler.
- Kompozit malzeme ortotropik karakterli olup doğrusal elastik davranış gösterir.

Ayrıca, yapı bileşenlerinde ve kompozitte yapı hatalarının, iç gerilmelerin bulunmadığı, bileşenler arasında kusursuz, mükemmel ara yüzey bağlarının mevcut olduğu kabul edilmiştir.

6.1. Fiber Yönündeki Elastiklik Modülü, (E_1)

Tek yönlü olarak fiberlerle takviyelendirilmiş bir hacim elemanına fiberlere paralel yönde çekme gerilmesinin uygulandığını varsayalım (Şekil 6.1)



Şekil 6.1. Fiber ekseninde yüklenmiş kompozit.

1 ve 2 eksenleri kompozitin asal eksenleri olarak adlandırılır ve fiberlere paralel ve dik yönleri temsil ederler. Şekil 6.1 de gösterilen yükleme durumunda kompozit malzemenin 1 yönündeki E_1 elastik modülü hesaplanırken fiber ve matriksin σ_1 çekme gerilmesinin etkisinde eşit oranlarda deforme oldukları kabul edilir. Bu şekilde yükleme “eş deformasyon durumu” olarak adlandırılır. Kompozit malzemedeki 1 yönünde oluşacak ε_1 deformasyonu yukarıdaki kabule göre fiber ve matriksin deformasyonlarına eşit olup;

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta L}{L} = \varepsilon_f = \varepsilon_m \quad (6.1)$$

Kompozit malzemeye gelen σ_1 gerilmesi ile bunun Matriks ve fiberlerde oluşturacağı gerilmeler ise,

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= E_1 \varepsilon_1 \\ \sigma_f &= E_f \varepsilon_f \\ \sigma_m &= E_m \varepsilon_m \end{aligned} \quad (6.2)$$

Kompozit malzemedeki σ_1 gerilmesi Matriks ve fiberlerdeki gerilmelerin toplamına eşit olacağından

$$\sigma_1 = \sigma_f + \sigma_m \quad (6.3)$$

yazılabilir. Kompozitin toplam kesit alanı A , fiberlerin A_f , matriksin A_m ile gösterildiğinde,

$$\sigma_1 A = \sigma_f A_f + \sigma_m A_m \quad (6.4)$$

bu denklemi gerilmeler yerine (6.2) deki değerler alınırsa

$$E_1 \varepsilon_1 A = E_f \varepsilon_f A_f + E_m \varepsilon_m A_m \quad (6.5)$$

elde edilir. Kompozit ve bileşenlerin eşit deformasyon gösterdikleri kabul edildiğinden;

$$E_1 A = E_f A_f + E_m A_m \quad (6.6)$$

(6.6) denkleminin iki tarafındaki terimler kompozitin toplam kesit alanına bölündüğünde,

$$E_1 = E_f \frac{A_f}{A} + E_m \frac{A_m}{A} \quad (6.7)$$

Fiber ve matriksin hacim oranları V_f ve V_m ile gösterilirse (6.7) denklemine göre;

$$V_f = \frac{A_f}{A}$$

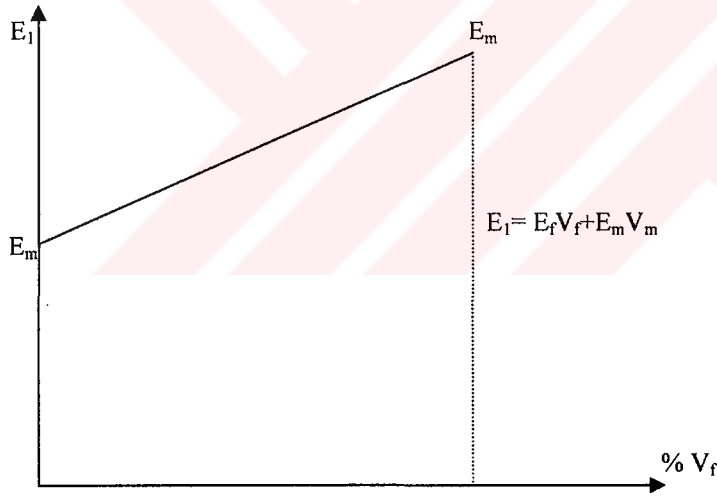
$$V_m = \frac{A_m}{A} \quad (6.8)$$

eşitliği elde edilecektir. Buradan kompozitin 1 yönündeki elastiklik modülü, E_1 ;

$$E_1 = E_f V_f + E_m V_m \quad (6.9)$$

elde edilir.

(6.9) denklemine göre kompozitin fiber eksen yönündeki elastiklik modülü, fiber ve matriksin elastik modüllerinin hacim oranları ile çarpımlarının toplamına eşittir. “Karışımlar kuralı” olarak da bilinen bu denklem, E_1 modülünün fiber hacim oranına bağlı olarak artacağını ifade etmektedir (Şekil 6.2).



Şekil 6.2. E_1 modülünün fiber hacim oranına göre değişimi.

6.2. Fiber Dik Yönündeki Elastiklik Modülü, (E_2)

Kompozit malzemeye fiberlere dik yönde σ_2 gerilmesinin uygulanması durumunda (Şekil 2.3) bu yöndeki elastiklik modülü hesaplanırken, matriks ve fiberlerdeki gerilmelerin aynı ve σ_2 gerilmesine eşit olduğu, kompozit malzemede 2 yönünde meydana gelecek

deformasyonların da bileşenlerin deformasyonlarının toplamına eşit olacağı kabul edilir. “eş gerilme durumu” olarak adlandırılan bu yükleme koşulunda;

$$\sigma_2 = \sigma_m + \sigma_f \quad (6.10)$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_m + \varepsilon_f \quad (6.11)$$

denklemleri yazılabilir. Bu ifadeler (6.11) denkleminde yerine konulur ve gerilmelerin eşit olduğu göz önünde tutulursa,

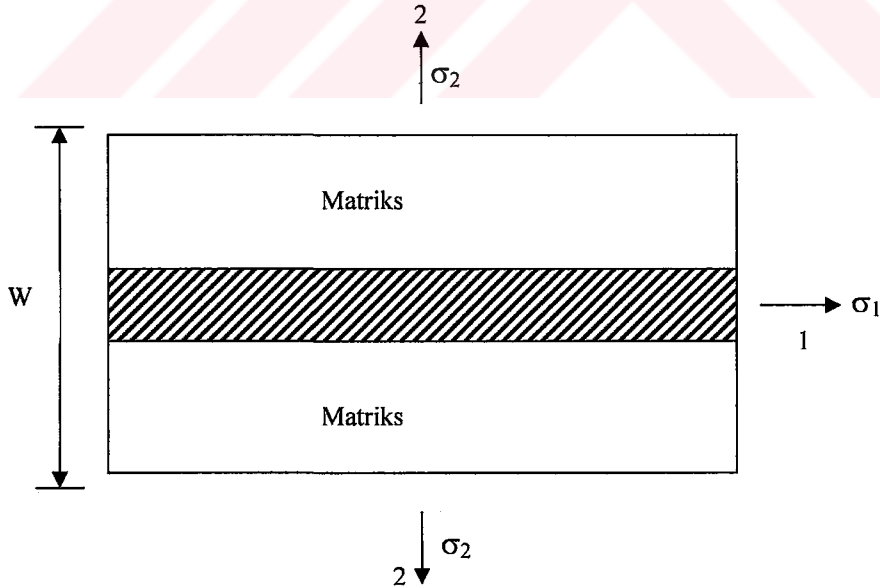
$$\frac{\sigma_2}{E_2} = \frac{\sigma_f}{E_f} V_f + \frac{\sigma_m}{E_m} V_m$$

$$\frac{1}{E_2} = \frac{1}{E_f} V_f + \frac{1}{E_m} V_m$$

veya

$$E_2 = \frac{E_f E_m}{E_f V_m + E_m V_f} \quad (6.12)$$

elde edilir.



Şekil 6.3. Fiberlere dik yönde yüklenmiş kompozit.

E_2 ve E_1 modülleri karşılaştırıldığında, pekiştirici fiberlerin 2-yönündeki rijitlik üzerinde oldukça zayıf bir etkiye sahip olduğu, 2-yönündeki rijitliği esas olarak matriksin kontrolünde olduğu görülmektedir. 2-yönünde etkin bir takviyenin sağlanabilmesi için fiber rijitliğinin matriks rijitliğinden çok daha yüksek, yani E_f/E_m oranının büyük ve fiber hacim oranının yüksek olması gerekir. Bu durum (6.12) eşitliği kullanılarak aşağıdaki gibi gösterilebilir;

$$\frac{E_2}{E_m} = \frac{E_f}{E_m V_f + E_f V_m}$$

şeklinde yazılıp pay ve payda E_m ile bölünürse;

$$\frac{E_2}{E_m} = \frac{E_f / E_m}{V_f + \frac{E_f}{E_m} V_m} \quad (6.13)$$

elde edilir. Belirli bir hacim oranı için E_f / E_m ye değişik değerler vererek 2-yönündeki rijitliğin matriks rijitliğinin kaç katına ulaşacağı hesaplanabilir. Örneğin hacimce %50 oranında fiber kullanıldığı ve fiberlerin elastiklik modülünün matriksinin 5 katı olduğu ($E_f / E_m = 5$) kabul edildiğinde, (6.13) eşitliğine göre;

$$\frac{E_2}{E_m} = \frac{5}{0,5 + 5 * 0,5} = 1,67$$

olacaktır. aynı malzeme ve aynı hacim oranları için E_1 / E_m oranı hesaplanırsa,

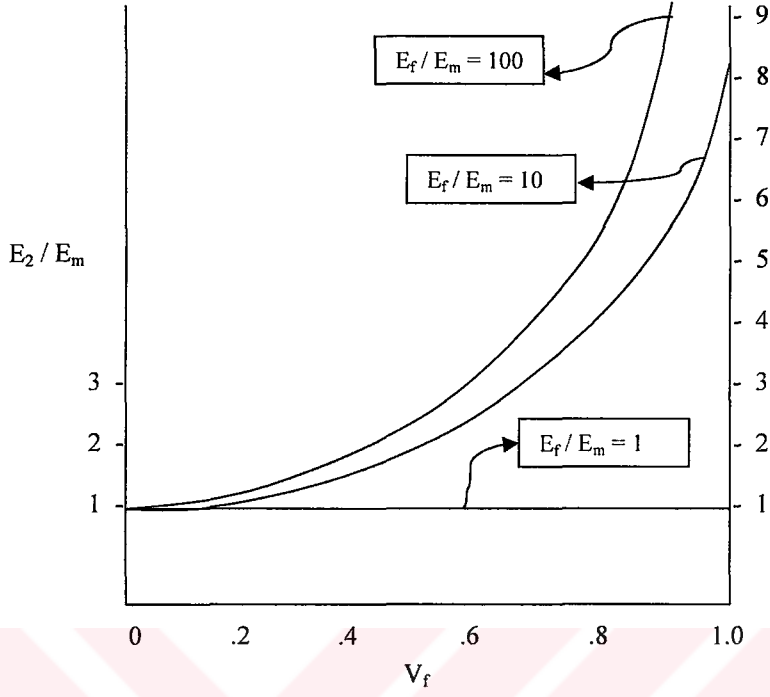
$$E_1 = E_f V_f + E_m V_m$$

$$E_1 = 5 E_m 0,5 + E_m 0,5$$

$$\frac{E_1}{E_m} = 3$$

Görüldüğü gibi 1-yönünde rijitlik artışı matriksin 3 katı mertebesinde olurken 2-yönünde ancak 1,67 katına ulaşabilmektedir.

E_f/E_m oranının 1, 10 ve 100 olduğu durumlara göre E_2/E_m değerlerinin fiber hacim oranına göre değişimi Şekil 6.4 de gösterilmiştir.



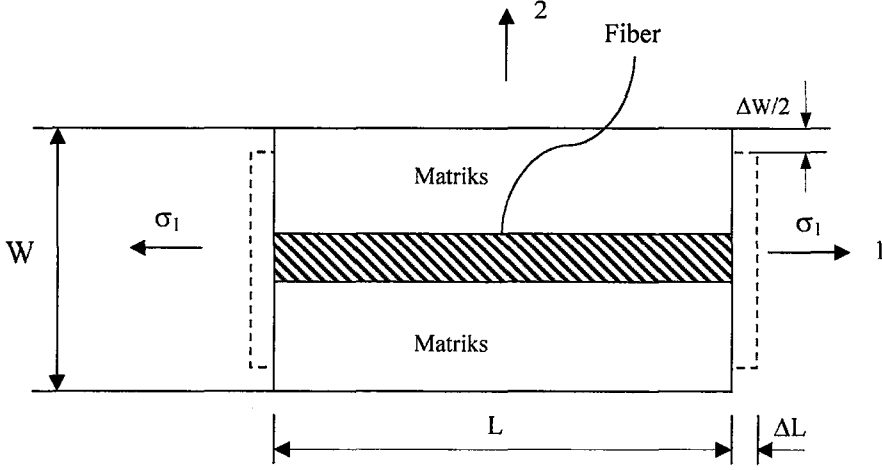
Şekil 6.4. E_2 / E_m nin fiber hacim oranına göre değişimi.

6.12 denklemi kompozit malzemenin 2-yönündeki modülünü yaklaşık olarak belirleyen bir ifade olup gerçek değerini göstermez.

E_2 rijitliğinin hesaplanmasında bileşenlerdeki gerilmelerin eşit olduğu kabul edilmiştir, ancak muhtemelen bu gerilmeler farklıdır. Ayrıca fiber ve matriksin Poisson oranları eşit olmadığından, 2-yönünde etkiyen gerilme 1-yönünde fiber ve matrikste çekme gerilmeleri, fiber-matriks ara yüzeyinde ise kayma gerilmeleri oluşturur. Bu nedenle E_2 rijitliğini veren bağıntı ancak yaklaşık bir anlam taşır.

6.3. Poisson Oranı, (ν_{12})

Kompozit malzemenin ν_{12} poisson oranını belirlemek için Şekil 6.5 de gösterilen hacim elemanını ele alalım.



Şekil 6.5. 1- Yönünde yüklenmiş hacim elemanı.

Poisson oranı, enine deformasyonun boyuna deformasyona oranı olarak tanımlandığından,

$$\nu_{12} = -\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \quad (6.14)$$

yazılabilir. Boyu L, genişliği W olan şekildeki tabakaya 1-yönünde çekme gerilmesi uygulandığında 2- yönünde meydana gelecek ΔW deformasyonu

$$\Delta W = -W \epsilon_2 = W \nu_{12} \epsilon_1 \quad (6.15)$$

olacaktır. Enine deformasyon, matriks ve fiberdeki deformasyonun toplamına eşit olduğundan,

$$\Delta W = \Delta W_m + \Delta W_f \quad (6.16)$$

E_2 modülü için yapılan analizlere benzer şekilde, matriks ve fiberdeki deformasyonlar yaklaşık olarak

$$\begin{aligned} \Delta W_m &= W V_m \nu_m \epsilon_1 \\ \Delta W_f &= W V_f \nu_f \epsilon_1 \end{aligned} \quad (6.17)$$

6.15, 6.16 ve 6.17 denklemlerinin kombinasyonu ile

$$\nu_{12} = \nu_m V_m + \nu_f V_f \quad (6.18)$$

elde edilir. 6.18 denklemi sürekli fiber takviyeli bir kompozitin Poisson oranının karışımlar kuralına göre belirlenebileceğini göstermektedir.

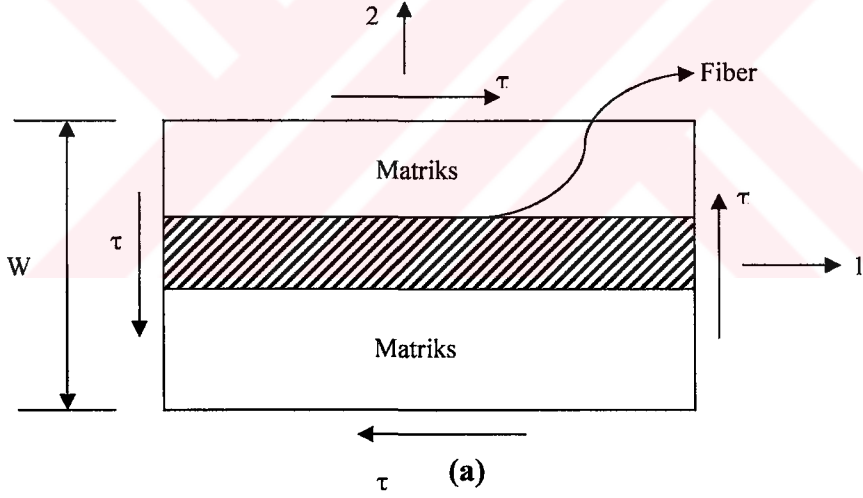
6.4. Kayma Modülü, (G_{12})

Kompozit malzemenin G_{12} kayma modülünün belirlenmesi için yapılan analizlerde fiber ve matriksteki kayma gerilmelerinin aynı olduğu, toplam kayma deformasyonlarının aynı olduğu, toplam kayma deformasyonlarında bileşenlerdeki deformasyonların toplamına eşit olduğu kabul edilir. Şekil 6.6.a. da kayma gerilmeleri Şekil 6.6.b. ise bu kayma gerilmelerin oluşturduğu deformasyonlar gösterilmiştir. Fiber kompozitlerin gösterdikleri doğrusal olmayan kayma gerilimi-kayma deformasyonları davranışları ihmal edilip, tamamen doğrusal davrandıkları varsayıldığında matriks ve fiberdeki birim deformasyonlar aşağıdaki yazılabilir.

$$\gamma_m = \frac{\tau}{G_m}$$

$$\gamma_f = \frac{\tau}{G_f}$$

(6.19)



Kompozitteki toplam deformasyonu Δ , matriks ve fiberdeki deformasyonlar ise Δ_m ve Δ_f ile gösterildiğinde

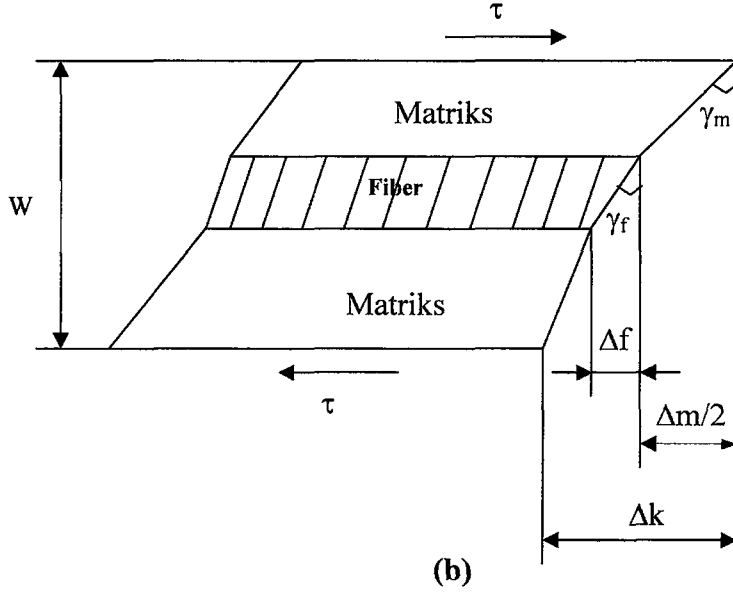
$$\Delta = \gamma W$$

$$\Delta_m = \gamma_m W V_m$$

$$\Delta_f = \gamma_f W V_f$$

(6.20)

yazılıp



Şekil 6.6. (a) Kayma gerilmeleri ile yüklenmiş kompozit, (b) kayma gerilmelerinin oluşturduğu deformasyonlar.

$$\Delta = \Delta_m + \Delta_f \quad (6.21)$$

$$\Delta = \gamma W$$

olduğu göz önünde tutulduğunda

$$\gamma W = \gamma_m W V_m + \gamma_f W V_f$$

veya

$$\gamma = \gamma_m V_m + \gamma_f V_f \quad (6.22)$$

yazılabilir. 6.19 denklemindeki birim deformasyonlar alındığında;

$$\frac{\tau}{G_{12}} = \frac{\tau}{G_m} V_m + \frac{\tau}{G_f} V_f$$

$$\frac{1}{G_{12}} = \frac{1}{G_m} V_m + \frac{1}{G_f} V_f$$

veya

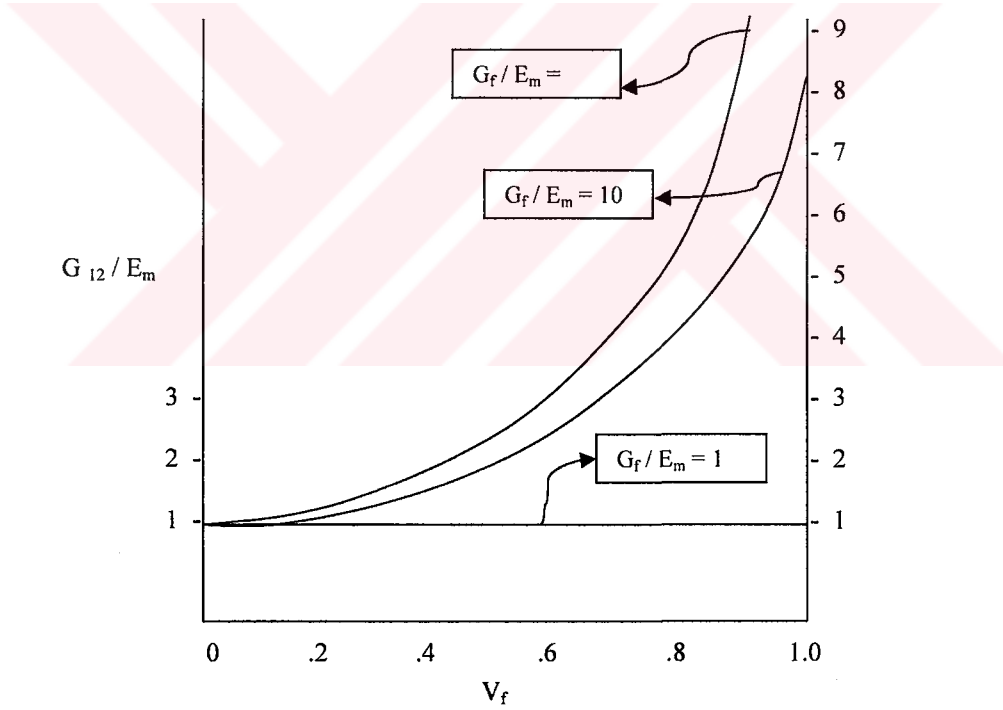
$$G_{12} = \frac{G_m G_f}{G_m V_f + G_f V_m} \quad (6.23)$$

elde edilir.

E_2 modülüne benzer şekilde, fiberlerin kompozitin kayma modülü üzerindeki etkisi nispeten zayıf olup kayma deformasyonunu kontrol eden esas bileşen matrikstir. G_{12} modülünün G_m ye oranı

$$\frac{G_{12}}{G_m} = \frac{G_f / G_m}{V_f + \frac{G_f}{G_m} V_m} \quad (6.24)$$

G_{12}/G_m oranının fiber hacim oranına göre değişim farklı G_{12}/G_m değerleri için Şekil 2.7 de gösterilmiştir. Kayma modülü matriksten 10 kat büyük olan fiberlerden ($G_f/G_m=10$) hacimce %50 oranında kullanıldığında kompozitin kayma modülü pekiştirilmemiş matriksin kayma modülünün ancak 1.82 katına ulaşılabilir.

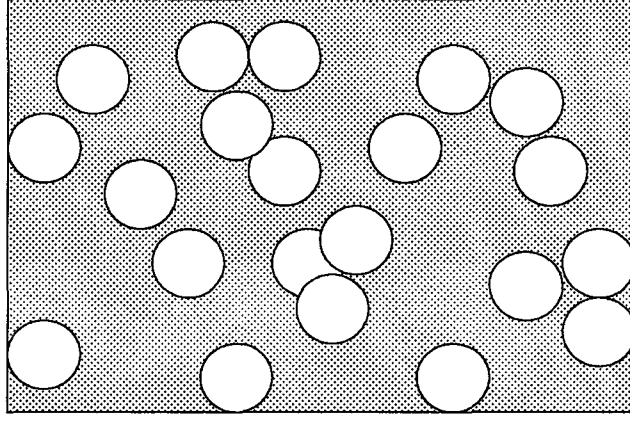


Şekil 6.7. G_{12}/G_m nin fiber hacim oranına göre değişimi.

6.5. Elastisite Denklemlerinin Fiber Düzenine Göre Modifikasyonu

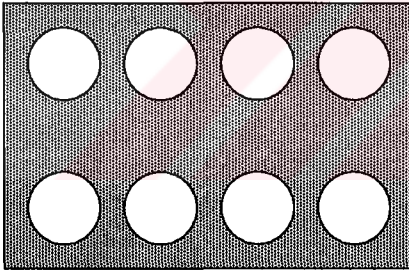
Fiber kompozitlerin üretim koşullarında elde edilen gerçek yapısal düzen, pekiştiricilerin düzgün ve homojen bir sıralama gösterdikleri ideal yapıdan oldukça farklıdır. Bu nedenle kusursuz bir fiber düzenine göre yapılan mikromekaniksel analizlerle elde edilen

Elastisite denklemlerinin bu düzensizliklere göre modifiye edilmeleri gerekir. İdeal bir yapıda, tüm fiberler matriks tarafından birbirlerinden ayrılmıştır. Fiberler arsında temas yoktur. Gerçekte ise birbiri ile temas eden çok sayıda fiber vardır (Şekil 6.8).

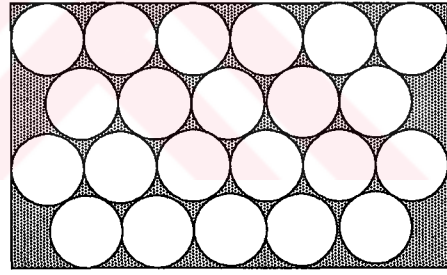


Şekil 6.8. Gerçek fiber düzeninin şematik görünümü.

Eğer temas derecesi C ile gösterilirse birbiri ile temas eden fiberlerin bulunmaması durumunda $C=0$, tüm fiberlerin birbiri ile temas ettiği durumda ise $C=1$ olacaktır (Şekil 6.9).



$C = 0$



$C = 1$

Şekil 6.9. Fiber temas derecesinin sınırları.

Tsai fiber temas derecesini göz önünde tutarak E_2 modülü için aşağıdaki eşitliği önermiştir [82];

$$E_2 = 2[1 - \nu_f + (\nu_f - \nu_m)V_m] \left[(1 - C) \frac{K_f(2K_m + G_m) - G_m(K_f - K_m)V_m}{(2K_m + G_m) + 2(K_f - K_m)V_m} + C \frac{K_f(2K_m + G_f) + G_f(K_m - K_f)V_m}{(2K_m + G_f) - 2(K_m - K_f)V_m} \right] \quad (6.25)$$

Bu eşitlikte;

$$\begin{aligned}
K_f &= \frac{E_f}{2(1-\nu_f)} \\
K_m &= \frac{E_m}{2(1-\nu_m)} \\
G_f &= \frac{E_f}{2(1-\nu_f)} \\
G_m &= \frac{E_m}{2(1-\nu_m)}
\end{aligned} \tag{6.26}$$

C, E_2 - V_f eğrilerini değişik C değerleri için karşılaştırarak belirlenebilir. Belirli bir malzeme için deneysel verilerle uyumlu olan C değeri Elastisite denklemlerinde kullanılır.

Poisson oranı, kayma modülü ve E_1 modülü ise 6.27, 6.28 ve 6.29 denklemleriyle verilmiştir.

$$\begin{aligned}
\nu_{12} = (1-C) & \frac{K_f \nu_f (2K_m + G_m)V_f + K_m \nu_m (2K_f + G_m)V_m}{K_f (2K_m + G_m) - G_m (K_f - K_m)V_m} \\
& + C \frac{K_m \nu_m (2K_f + G_f)V_m + K_f \nu_f (2K_m + G_f)V_f}{K_f (2K_m + G_m) - G_m (K_f - K_m)V_m}
\end{aligned} \tag{6.27}$$

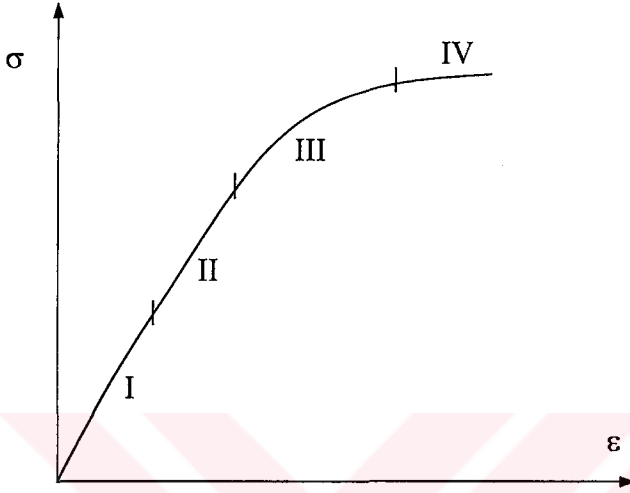
$$G_{12} = (1-C)G_m \frac{2G_f - (G_f - G_m)V_m}{2G_m + (G_f - G_m)V_m} + CG_f \frac{(G_f + G_m) - (G_f - G_m)V_m}{(G_f + G_m) + (G_f - G_m)V_m} \tag{6.28}$$

$$E_1 = k(E_f V_f + E_m)V_m \tag{6.29}$$

6.27 ve 6.28 denklemlerindeki C, 6.26 denklemindeki C ile aynı değerdedir. Tsai, tüm fiberlerin paralel bir sıralanma göstermeyebileceğini göz önünde tutarak 6.9 eşitliği ile verilen E_1 modülünü “hatalı yönlendirme faktörü” k ile çarparak 6.29 eşitliği şeklinde değiştirmiştir. Şekil verme tekniğine önemli ölçüde bağlı olan k sabiti deneysel olarak belirlenir ve genellikle 0.9 dan daha yüksek değerler alır. Bu nedenle 6.9 ve 6.29 eşitlikleri arasında önemli fark görülmez.

6.6. Sürekli Fiber Kompozitlerin Deformasyonu ve Eksenel Çekme Mukavemetleri

Sürekli fiberlerle tek yönlü olarak pekiştirilmiş kompozitlerin gerilme deformasyon diyagramlarında fiber ve matriksin sünek veya gevrek davranmasına bağlı olarak en genel durumda 4 ayrı bölge görülebilir (Şekil 6.10).



Şekil 6.10 Sürekli fiber kompozitlerin genel σ - ϵ diyagramı.

- I- Fiber ve matriksin elastik olarak deforme oldukları bölge.
- II- Fiberlerin elastik deformasyonunun devam ettiği, matriksin ise plastik deformasyon gösterdiği bölge.
- III- Her iki bileşenin de plastik deformasyon gösterdikleri bölge.
- IV- Fiberlerde kırılmanın başladığı ve bundan hemen sonra kompozitte kırılmanın meydana geldiği bölge.

Fiberlerde sadece elastik davranış göstermeleri durumunda III. bölge, her iki bileşeninde elastik davranması durumunda II. ve III. bölgeler görülmeyecektir.

I.bölgede kompozitin fiberlere paralel yöndeki elastiklik modülü;

$$E_1 = E_f V_f + E_m V_m$$

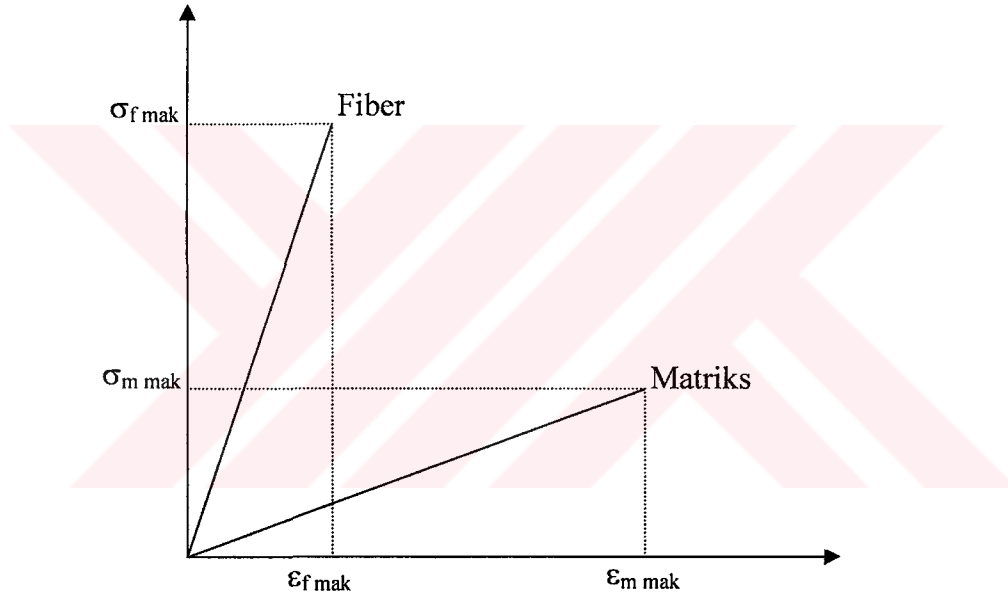
eşitliği ile yaklaşık olarak belirlenir. II. bölgedeki modülü ise

$$E = E_f V_f + \left(\frac{d\sigma_m}{d\epsilon_m} \right)_{\epsilon_f} V_m \quad (6.30)$$

Bu eşitlikte $d\sigma_m/d\varepsilon_m$ terimi, fiberlerin kopma deformasyonuna karşı gelen deformasyon değerinde matriksin σ - ε eğrisinin eğimini gösterir. II. bölgedeki elastiklik modülü yaklaşık olarak $E_f V_f$ değerindedir. Bu bölgede kompozit malzeme yarı-elastik davranış gösterir. Yük kaldırıldığında deney parçası hemen hemen ilk boyutuna döner, ancak matrikste bir miktar basma, fiberlerde ise çekme gerilmelerinin etkisinde küçük deformasyonlar kalır.

Sürekli fiber kompozitlerin aksenal mukavemetleri iki farklı duruma göre belirlenebilir (Şekil 2.13);

- Fiberlerin kopma deformasyonu değerinde, matriks maksimum çekme mukavemetine ulaşmıştır.
- Fiberlerin kopma deformasyonu değerinde matriksteki gerilme maksimum çekme mukavemetinin altındadır.



Şekil 6.11. Fiber ve matriks için şematik σ - ε eğrileri.

Kompozit malzemenin aksenal mukavemeti için yapılan analizlerde, dairesel kesitli fiberlerin eşit mukavemette oldukları ve eşit şekilde yüklendikleri, yapı içerisinde birbirine paralel ve homojen bir şekilde dağıldıkları ve elastik davrandıkları kabul edilir. Eğer kompozitteki fiber hacim oranı belirli bir minimum değer üstünde ise, kompozit malzemenin maksimum mukavemetine fiberlerin maksimum mukavemetine karşı gelen deformasyon değerinde ulaşılır, yani;

$$\varepsilon_{k \text{ mak.}} = \varepsilon_{f \text{ mak.}} \quad (6.31)$$

$\epsilon_{k \text{ mak.}}$: Kompozitin çekmedeki maksimum deformasyonu.

$\epsilon_{f \text{ mak.}}$: Fiberlerin çekmedeki maksimum deformasyonu.

Fiberlerin kopma deformasyonunda matriksteki gerilme maksimum değerine ulaşmışsa kompozitin eksenel çekme mukavemeti,

$$\sigma_k = \sigma_f V_f + \sigma_m V_m \quad (V_f > V_{\min}) \quad (6.32)$$

eşitliği ile belirlenebilir. Bu eşitlikte,

σ_k = Kompozitin maksimum eksenel çekme mukavemeti.

σ_k = Fiberlerin maksimum çekme mukavemeti.

Matriksin çekme deformasyonu, genellikle gevrek davranış gösteren fiberlere göre daha yüksektir. Takviye elemanı olarak kullanılan metalik tellerin dışındaki fiberler sadece düşük düzeylerde elastik deformasyon gösterirler. Kompozit malzemenin maksimum çekme mukavemetine fiberlerin kopmasını matriksteki kopma izleyeceğinden,

$$\epsilon_k = \epsilon_f = \epsilon_m \quad (6.33)$$

yazılabilir. Matriksteki bu küçük deformasyonu oluşturacak σ'_m gerilmesi, matriksin maksimum çekme gerilmesinden daha küçüktür. Bu nedenle, kapasitesinin altında yüklenen matriksin, kompozitin mukavemeti üzerindeki etkisi daha düşük olacak ve 6.32 denklemi,

$$\sigma_k = \sigma_f V_f + \sigma'_m V_m \quad (V_f > V_{\min}) \quad (6.34)$$

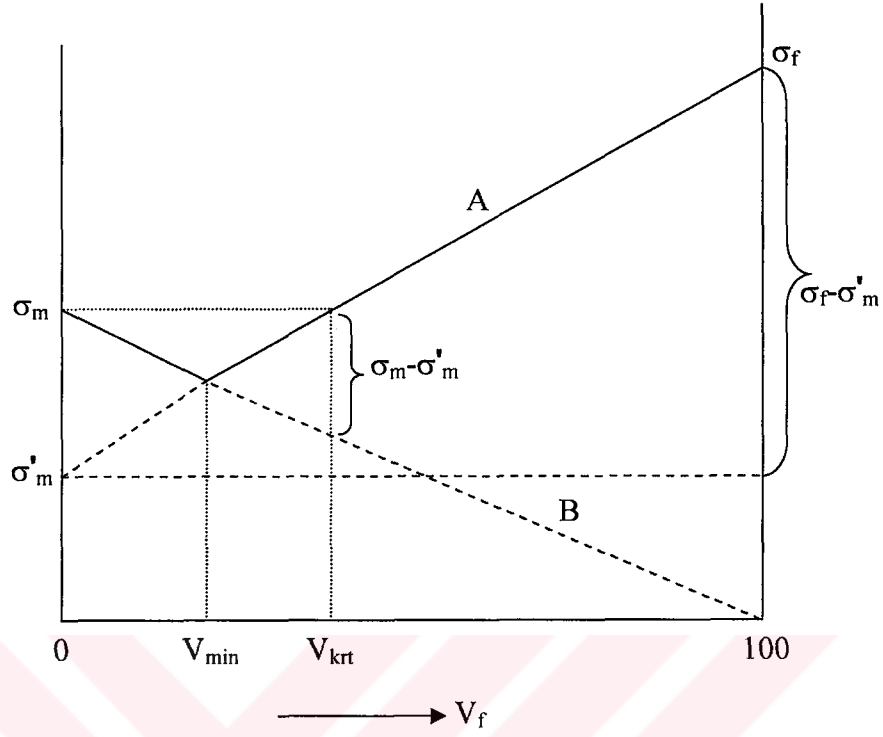
şeklinde değişecektir.

Kompozit malzemenin eksenel çekme mukavemetinin fiber hacim oranı V_f ye göre değişimi Şekil 2.15 de gösterilmiştir.

6.32 ve 6.34 eşitliklerinin uygulanabilirlik koşulu olarak ifade edilen minimum fiber hacim oranı $V_{\min}$ ile kritik fiber hacim oranı V_{kt} bu diyagram üzerinde gösterilmiştir. A doğrusu 6.34, B doğrusu ise;

$$\sigma_k = \sigma_m (1 - V_f) \quad (6.35)$$

denklemine göre çizilmiştir. σ_m , matriksin maksimum çekme mukavemetini gösterir. A ve B doğrularının kesim noktası minimum fiber hacim oranını vereceğinden;



Şekil.6.12. Kompozitin eksenel çekme mukavemetinin fiber hacim oranına göre değişimi.

$$\sigma_f V_f + \sigma'_m V_m = \sigma_m (1 - V_f)$$

$$V_f \text{ veya } V_{\min} = \frac{\sigma_m - \sigma'_m}{\sigma_f + \sigma_m - \sigma'_m} \quad (6.36)$$

Fiber hacim oranının $V_{\min}$ dan daha düşük olması, matriksin deformasyonunu kontrol edecek oranda fiberin mevcut olması anlamını taşır. Bu durumda, fiberler kırılma deformasyonuna kadar yüklendiğinde matriksin henüz yük taşıyabilecek durumdadır ve deformasyon sertleşmesi gösterir. Ancak, fiberlerin sonucu yük taşıyabilen etkin kesiti küçülebileceğinden maksimum çekme mukavemetine ulaşmadan kopacaktır. Böylece, minimum değerden daha az oranda fiberle pekiştirilmiş kompozitlerin mukavemetleri, pekiştirilmemiş matriksin mukavemetinin altında kalır ve 6.35 denklemi ile belirlenir. Bu durumda 6.32 ve 6.34 denklemleri uygulanamaz.

Şekil 6.15 den görüleceği gibi, kritik fiber hacim oranında kompozitin çekme mukavemeti, pekiştirilememiş matriksin çekme mukavemetine eşittir. Ancak bu oran aşıldığında pekiştirme gerçekleşebilir. Kompozit malzemenin çekme mukavemetini belirleyen

6.34 denkleminde, V_f değeri olarak kritik fiber oranı V_{krt} alındığında, kompozit mukavemeti pekiştirilmemiş matriksin mukavemetine eşit olacağından;

$$\sigma_f V_{krt} + \sigma'_m (1 - V_{krt}) = \sigma_m$$

veya

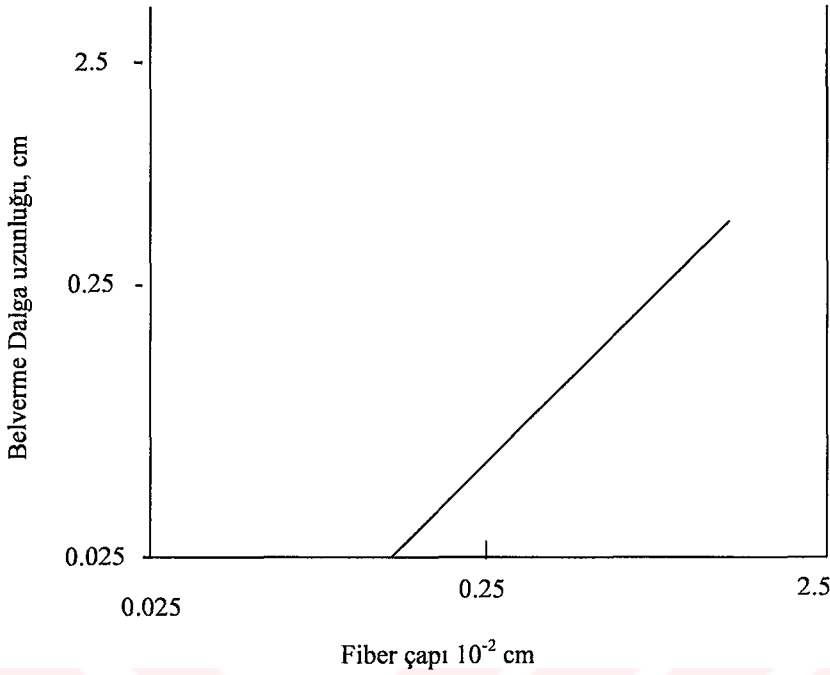
$$V_{krt} = \frac{\sigma_m - \sigma'_m}{\sigma_f - \sigma'_m} \quad (6.37)$$

bulunur. Bu eşitlikte σ'_m , fiberlerin kopma deformasyonuna karşı gelen matriks gerilmesini, σ_m ise matriksin maksimum çekme gerilmesini gösterir. 6.37 denkleminde göre, $\sigma_m - \sigma'_m$ farkı küçüldüğünde etkin bir pekiştirme için gerekli fiber oranı da küçülecektir.

6.34 denklemi ile belirlenen kompozit mukavemeti deneysel verilerle genelde iyi bir uyum gösterir. Ancak, fiber hacim oranı yaklaşık %80'i aştığında, fiberlerin birbiri ile teması ve hatalı düzenlemeleri sonucu mukavemet düşer. Mukavemet ile ilgili analizlerde tüm fiberlerin eşit mukavemette oldukları ve aynı yükü taşıdıkları kabul edilmiştir. Fiberlerin üretim koşullarında kesit alanları arasında farklılıklar olabileceği gibi, değişik ölçülerde yüzey hataları da oluşur. Kesit alanlarındaki farklılıklar tüm fiberlerin eşit yüklenmemesine, yüzey hataları ise mukavemetlerin değişmesine neden olur. Kompozit malzemenin üretimi sırasında meydana gelebilecek mekaniksel hasalar, fiber-matriks arayüzey reaksiyonları gibi faktörler de ölçülen mukavemetin teorik olarak beklenen değerden sapma göstermesine etki eder.

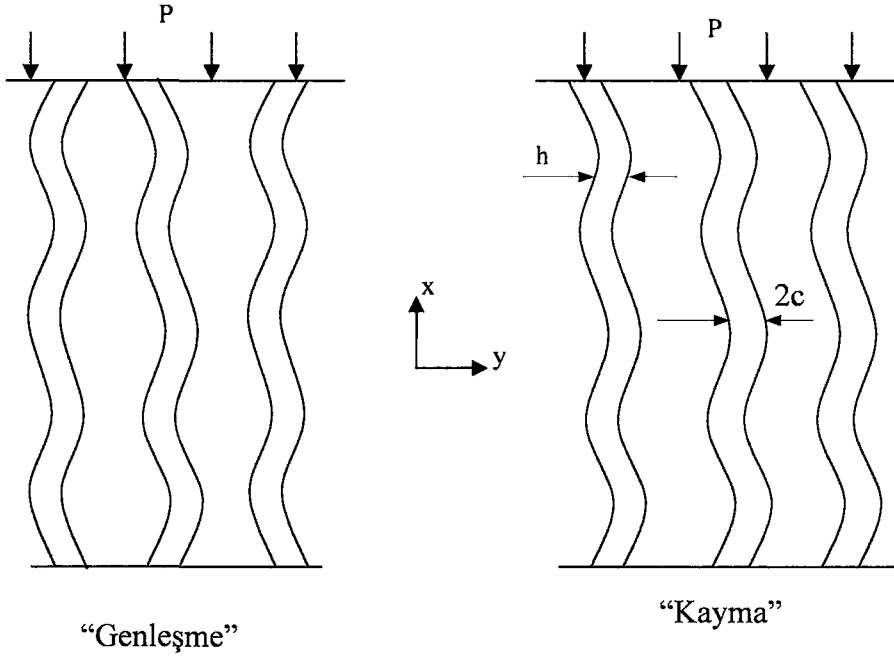
6.7. Sürekli Fiber Kompozitlerin Basma Mukavemeti

Fiber kompozitlerin basma mukavemetlerinin analizinde, kompozit malzemeye fiberlere paralel yönde basma yüklerinin etkidiği kabul edilir. Bu şekilde yükleme durumunda kompozitteki bozulma, fiberlerde küçük dalga uzunluklarında bel vermeler (bükülmeler sonucu görülür ve elastik bir zemin üzerine oturtulmuş kolonun bel vermesine özdeştir. Fiberlerin dairesel kesitli olduğu kabul edildiğinde, bel verme dalga uzunluğunun fiber çapına ile orantılı olacaktır. Bel verme dalga uzunluğunun fiber çapına göre değişimi Şekil 6.16 da epoxy-cam kompoziti için gösterilmiştir. Epoxy reçinesinin sertleşme sıcaklığından oda sıcaklığına kadar soğuması sırasında gösterdiği hacimsel büzülme, cam fiberler üzerinde basma gerilmeleri oluşturarak elastik bir kararsızlığın ortaya çıkmasına neden olur.



Şekil 6.13. Epoy-cam fiber kompozitinde bel verme dalga uzunluğunun fiber çapına bağlı olarak değişimi.

Fiber kompozitlerin basma davranışları Şekil6.17 de görülen bir model yardımı ile açıklanabilir. L uzunluğunda, h kalınlığındaki fiberlerin birbirinden $2c$ mesafesinde, homojen matriks içerisinde düzgün bir şekilde dağıldıkları ve her bir fibere aynı p yükünün etkideği kabul edilir. Bu koşullar altında kompozit malzemede görülecek bozulma, fiberlerin deformasyon şekillerine göre iki mekanizma ile gerçekleşir;iki komşu fiberdeki bel verme ters yönde olduğunda, fibere dik yöndeki matrikste genleşme şeklinde bir deformasyon meydana gelir ve “genleşme şekli” olarak adlandırılır. Bu mekanizmada fiberlerin matriksten daha rijit olduğu ve kayma şeklinde deformasyonlarının ihmal edilebileceği kabul edilir. İkinci deformasyon şeklinde ise, fiberlerin aynı dalga uzunluğunda ve aynı fazda bel vermeleri ihtimali göz önüne alınır. Bu durumda matriks kayma deformasyonu gösterecektir ve kompozit malzemedeki bozulma “kayma şekli” olarak adlandırılır. Her iki modelde bel verme gerilmesinin hesaplanmasında deformasyon enerjisinin değişim prensibinden yararlanılır. Fiber ve matriksteki meydana gelen deformasyon enerjisinin değişim prensibinden yararlanılır. Fiber ve matriksteki meydana gelen deformasyon enerjisi farkı sırası ile ΔV_f ve ΔV_m ile gösterildiğinde bunların toplamı, fiber uçlarına etkiyen yüklerin fiber boyutlarında meydana getirdiği kısalma ile ilgili olan potansiyel enerji farkı ΔT ye eşitlenebilir [82];



Şekil 6.14. fiber kompozitin basma mukavemeti için analitiksel model.

$$\Delta V_f + \Delta V_m = \Delta T \quad (6.38)$$

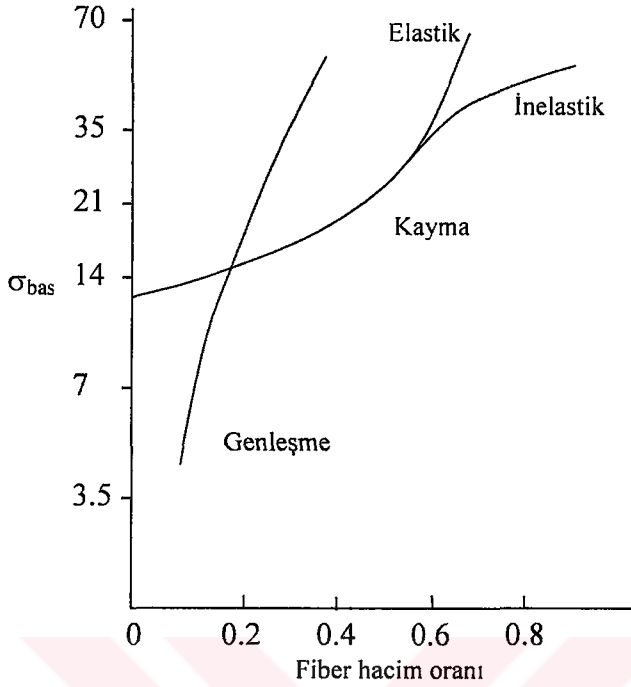
Bu prensipten hareket ederek üretilen basma mukavemeti, genleşme şekli için;

$$\sigma_k = 2V_f \left[\frac{E_f E_m V_f}{3(1 - V_f)} \right]^{1/2} \quad (6.39)$$

kayma şekli için;

$$\sigma_k = \frac{G_m}{1 - V_m} \quad (6.40)$$

elde edilebilir. Cam takviyeli epoxy kompozitinin basma mukavemetinin fiber hacim oranına göre değişimi Şekil 6.18 de görülmektedir. Düşük fiber hacim oranlarında, matriksin genleşme deformasyonu, yüksek hacim oranlarında ise kayma deformasyonu etkili olmaktadır. Şekil 6.18 deki veriler göre, hacimce %60-70 oranında cam fiber içeren kompozitin basma mukavemeti teorik olarak 31000-42000 kg/cm² değerinde olacaktır.



Şekil 6.15. Epoksi-Cam kompozitlerinin basma mukavemeti.

Deneysel çalışmalarda bu düzeyde mukavemetler elde edilmemiştir. Kompozitin 35000 kg/cm² değerinde bir basma mukavemetine sahip olması için fiberlere paralel yönde %5 lik bir kısalmanın meydana gelmesi gerekir ki bu değer epoxy reçinesinin orantılılık sınırının üstünde kalmaktadır. Bu nedenle mekaniksel analiz sonuçlarının, matriks malzemenin inelastik deformasyonu göz önüne alınarak düzeltilmesi gerekir. İnelastik davranış için basit bir yaklaşım 6.40 denklemindeki G_m modülü yerine, %1-5 kayma deformasyonları arasında doğrusal olarak değişen kayma modülünün kullanılmasıdır (Şekil 6.19). bu şekilde hesaplanan basma mukavemeti Şekil 6.18 de “inelastik kayma şekli” eğrisi ile gösterilmiştir ve deneysel verilerle daha uyumludur. elde edilen sonuçlar Şekil 2.20 de farklı bir şekilde gösterilmiştir. Poisson oranı 0.25 oran bir matriks için kompozit malzemede bozulmanın meydana getirdiği kritik basma deformasyonunun değişimi iki farklı E_f/G_m için çizilmiştir. Bu şekilden de anlaşılacağı gibi, kompozitin basma mukavemetinde matriksin kayma deformasyonu etkili olmaktadır. E_f/G_m oranındaki iki kat değerinde bir değişim, kompozitin basma deformasyonunda aynı düzeyde bir değişime neden olur. Bu durum inelastik deformasyon sonucu matriksin kayma modülündeki düşmenin etkisini açıkça göstermektedir. Kompozit malzemenin kritik basma deformasyonu;

$$\varepsilon_{krt} = \frac{1}{V_f(1-V_f)} \left(\frac{G_m}{G_f} \right) \quad (6.41)$$

eşitliğinden hesaplanabilir [82].



7. KOMPOZİT MALZEMELER İÇİN ÖZEL AKMA TEORİLERİ

Kompozit malzemelerin elastiklik özellikleri mukavemet özellikleri de anizotropiktir. Bilindiği gibi izotrop malzemeler için çok eksenli gerilme durumlarında değişik akma kriterleri (Tresca, von Mises v.b) önerilmiştir. Kompozit malzemelerin akma kriterleri ise bunlardan farklı olup, buradan tek yönde takviyeli ortotropik bir tabakanın düzlem gerilme durumundaki dayanım özellikleri ele alınacaktır. Sürekli geliştirilen teorilerin en önemlileri en büyük gerilme, en büyük şekil değiştirme, Tsai-Wu ve Tsai-Hill kriterleridir.

7.1. Maksimum Gerilme Kriteri

Bu teoride etkiyen gerilmenin malzemenin asal eksenleri doğrultusundaki bileşenlerinin, o doğrultudaki malzeme dayanım değerini aşması halinde hasarın oluşacağı savunulur. Yani malzemenin taşıyabileceği gerilmeler;

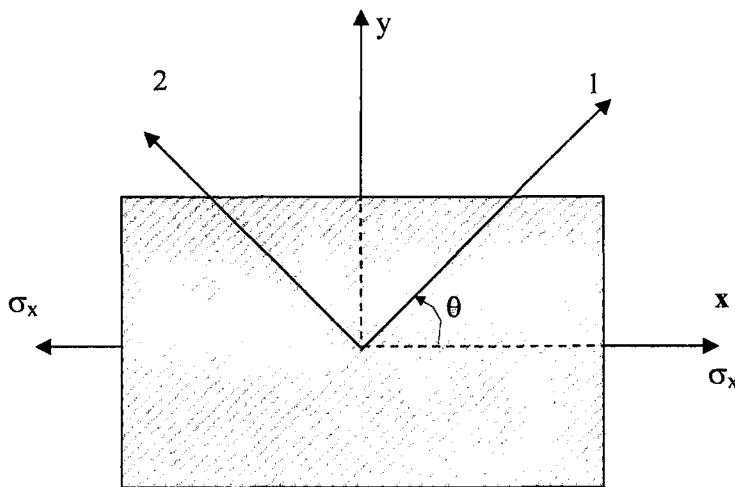
$$\begin{aligned}\sigma_1 &\leq X_{1\varphi} = X & (\sigma_1 > 0 \text{ için}) \\ \sigma_2 &\leq X_{2\varphi} = Y & (\sigma_2 > 0 \text{ için}) \\ \sigma_1 &\geq X_{1\varphi} & (\sigma_1 < 0 \text{ için}) \\ \sigma_2 &\geq X_{2\varphi} & (\sigma_2 < 0 \text{ için}) \\ |\tau_{12}| &= |\sigma_6| \leq X_6 = S\end{aligned}\tag{7.1}$$

şeklinde sınırlıdır. Burada;

$X_{1\varphi}$ ve X_{1b} : Takviye doğrultusundaki çekme ve basma dayanımı.

$X_{2\varphi}$ ve X_{2b} : Takviyeye dik doğrultudaki çekme ve basma dayanımı.

S, X_6 : Kayma dayanımı (her iki yönde aynı)



Şekil 7.1. Malzeme ana eksenli (1) ile θ açısı yapan tek eksenli yükleme.

$$\begin{aligned}
\sigma_1 &= m^2 \sigma_x \\
\sigma_2 &= n^2 \sigma_x \\
\tau_{12} &= \sigma_6 = -\sigma_x \cdot m \cdot n \\
|\sigma_6| &= mn \sigma < X_6 \quad \text{yazılabilir.}
\end{aligned}
\tag{7.2}$$

Burada $m = \cos \theta$ ve $n = \sin \theta$ olduğundan

$$\begin{aligned}
\sigma &< \frac{X_{1\varphi}}{\cos^2 \theta} \\
\sigma &< \frac{X_{2\varphi}}{\sin^2 \theta} \\
\sigma &< \frac{X_6}{\sin \theta \cos \theta}
\end{aligned}
\tag{7.3}$$

Yani bu hasarın oluşmaması için bu üç koşulun aynı anda sağlanması gerekir. Malzemeye etkiyen dış zorlanmanın yön değiştirmesi durumunda (yani θ açısı 0° ile 90° arasında değişirken), bu üç gerilmeden sırası ile biri hasarı oluşturmazdan kritik duruma gelmektedir (Şekil 7.1).

7.2. Maksimum Şekil Değiştirme Kriteri

En büyük gerilme kriterinin benzeridir, ancak burada malzemenin uğradığı şekil değişimi bileşenlerinden herhangi birisinin buna karşılık gelen sınırı aşması durumunda hasarın meydana geleceği varsayılır. Bu kriter;

$$\begin{aligned}
&\text{çekmede; } \varepsilon_1 \leq \varepsilon_{x\varphi} \quad \text{basmada; } \varepsilon_1 < \varepsilon_{xb} \\
&\varepsilon_2 \leq \varepsilon_{x\varphi} \quad \varepsilon_2 < \varepsilon_{xb} \\
&\varepsilon_3 < \varepsilon_s
\end{aligned}
\tag{7.4}$$

şeklinde yazılabilir. Burada;

$\varepsilon_{1\varphi}$ ve ε_{1b} : Takviye doğrultusunda şekil değiştirme sınırları

$\varepsilon_{2\varphi}$ ve ε_{2b} : Takviyelere dik doğrultuda şekil değiştirme sınırları.

ε_s : 1-2 düzleminde kayma sınırı (her iki yönde aynı)

Takviye doğrultusu ile θ açısı yapan bir σ_x gerilmesi;

$$\begin{aligned}
\sigma_1 &= m^2 \sigma_x \\
\sigma_2 &= n^2 \sigma_x \\
|\sigma_s| &= m \cdot n \sigma_x
\end{aligned}$$

gerilmelerini yaratır. Bunların etkisi ile ortaya çıkacak şekil değişimleri ise

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \frac{(\sigma_1 - \nu_{12}\sigma_2)}{E_1} \\ \varepsilon_2 &= \frac{(\sigma_2 - \nu_{21}\sigma_1)}{E_2} \\ \gamma_{12} = \varepsilon_6 &= \frac{\sigma_6}{G_{12}} = \frac{\tau_{12}}{G_{12}}\end{aligned}\quad (7.5)$$

olacaktır.

Şekil değişimi sınırları yazılarak;

$$\begin{aligned}\varepsilon_{1\varphi} &= \frac{X_{1\varphi}}{E_1} \\ \varepsilon_{2\varphi} &= \frac{X_{2\varphi}}{E_2} \\ e_6 &= \frac{X_6}{G_{12}}\end{aligned}\quad (7.6)$$

bulunur. Bu değerler yerine konulursa akma kriteri;

$$\begin{aligned}\sigma_x &< \frac{Y}{\cos^2 \theta - \nu_{12} \sin^2 \theta} \\ \sigma_x &< \frac{Y}{\sin^2 \theta - \nu_{21} \cos^2 \theta} \\ \sigma_X &< \frac{S}{\cos \theta \cdot \sin \theta}\end{aligned}\quad (7.7)$$

şeklini alır. Görüldüğü gibi bu kriterde bir öncekinden farklı olarak Poisson oranları dikkate alınmaktadır.

7.2.3. Tsai-Hill Teorisi

Tsai-Hill Kriteri tek bir ampirik bağıntıdan oluşan ve içerdiği katsayılar, malzeme özellikleri yardımı ile ifade edilmeye çalışılan bir teoridir. Yukarıdaki çok sayıda eşitsizlikten oluşan kriterler yerine bu önerinin kullanılması hesaplamalarda büyük kolaylık sağlamaktadır.

$$\begin{aligned}(G+H)\sigma_1^2 + (F+H)\sigma_2^2 + (G+H)\sigma_3^2 - 2H\sigma_1\sigma_2 - 2G\sigma_1\sigma_3 - 2F\sigma_2\sigma_3 \\ + 2L\tau_{23}^2 + 2M\tau_{13}^2 + 2N\tau_{12}^2 = 1\end{aligned}\quad (7.8)$$

Bu teori von Mises izotropik akma teorisinin anizotropik malzemelere tatbik edilmiş hali olarak düşünülebilir. Tabakaya sadece τ_{12} kayma gerilmesinin etkisi var ise;

$$2N = \frac{1}{S^2} \quad (7.9)$$

olur.

Sadece σ_1 etki ediyor ise bu durumda;

$$G + H = \frac{1}{X^2} \quad (7.10)$$

Sadece σ_1 etki ediyor ise bu durumda;

$$F + H = \frac{1}{Y^2} \quad (7.11)$$

yazılabilir. Tabaka üzerine sadece σ_3 etki ediyorsa ve 3 doğrultusundaki akma gerilmesi Z ile gösterilirse;

$$F + G = \frac{1}{Z^2} \quad (7.12)$$

eşitlikleri yazılabilir.

(7.17), (7.18) ve (7.19) eşitlikleri düzenlenirse,

$$\begin{aligned} 2H &= \frac{1}{X^2} + \frac{1}{Y^2} - \frac{1}{Z^2} \\ 2G &= \frac{1}{X^2} + \frac{1}{Z^2} - \frac{1}{Y^2} \\ 2H &= \frac{1}{Y^2} + \frac{1}{Z^2} - \frac{1}{X^2} \end{aligned} \quad (7.13)$$

denklem takımı elde edilir. Bu denklem sisteminin çözümü neticesinde H,G ve F bulunur. 1 doğrultusunda takviye edilmiş düzlem gerilme için $\sigma_3 = \tau_{13} = \tau_{23} = 0$ dır. Buna ilaveten, Şekil 7.6 daki gibi takviyede geometrik simetriklikten dolayı $Y = Z$ yazılabilir. Bu takdirde kırılma kriteri;

$$\frac{\sigma_1^2}{X^2} - \frac{\sigma_1\sigma_2}{X^2} + \frac{\sigma_2^2}{Y^2} - \frac{\tau_{12}^2}{S^2} = 1 \quad (7.14)$$

şeklinde ifade edilir. Bu denklem takımı bir kırılma zarfını açıklar. Sonuç olarak tabaka kırılması σ_1 σ_2 ve σ_{12} 'nin hepsi kırılma zarfı içinde olmadıkça gerçekleşmez. Çoğu kompozit malzemeler için (7.21) eşitliğinde 2.terim 0'a yaklaşır ve basitleştirilmiş eşitlik;

$$\frac{\sigma_1^2}{X^2} + \frac{\sigma_2^2}{Y^2} - \frac{\tau_{12}^2}{S^2} = 1 \quad (7.15)$$

şeklinde yazılabilir.

Takviye eksenini ile θ açısı yapacak şekilde bir yükleme halinde, gerilmelerin, malzemenin asal eksenlerine indirgenmesi için dönüşüm denklemleri kullanılabilir.

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma_x \cos^2 \theta \\ \sigma_2 &= \sigma_x \sin^2 \theta \\ \sigma_1 &= -\sigma_x \sin \theta \cos \theta \end{aligned} \quad (7.16)$$

(7.21) denkleminde σ_1 , σ_2 τ_{12} değerleri yerine konulduğunda kırılma dayanımını hesaplayabilmek için;

$$\frac{\cos^4 \theta}{X^2} + \left(\frac{1}{S^2} - \frac{1}{X^2} \right) \cos^2 \theta \sin^2 \theta + \frac{\sin^4 \theta}{Y^2} = \frac{1}{\sigma_x^2} \quad (7.17)$$

denklemini elde edilir. (7.24) denklemini yeniden düzenlenirse;

$$\left[\frac{\cos^4 \theta}{X^2} + \left(\frac{1}{S^2} - \frac{1}{X^2} \right) \cos^2 \theta \sin^2 \theta + \frac{\sin^4 \theta}{Y^2} \right]^{-\frac{1}{2}} = \sigma_x \quad (7.18)$$

7.2.3. Tsai -Wu Teorisi

Bu teori anizotropik malzemeler için aşağıdaki formülü kabul etmektedir.

$$F_i \sigma_i + F_{ij} \sigma_i \sigma_j = 1 \quad (i, j = 1 \dots 6) \quad (7.19)$$

İki eksenli gerilme için bu denklem;

$$F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2 + F_6\sigma_6 + F_{11}\sigma_1^2 + F_{22}\sigma_2^2 + F_{66}\sigma_6^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 = 1 \quad (7.20)$$

Tek eksenli gerilme halinde ise X_t çekme mukavemeti, X_c basma mukavemeti olmak üzere (7.27) kısaca;

$$\begin{aligned} F_1 X_t + F_{11} X_t^2 &= 1 \\ F_1 X_c + F_{11} X_c^2 &= 1 \end{aligned} \quad (7.21)$$

Burada F_i tansörü ile ifade edilen katsayılar malzemenin çekme ve basma mukavemet değerlerine bağlı olarak;

$$\begin{aligned} F_1 &= \frac{1}{X_t} + \frac{1}{X_c} \\ F_{11} &= -\frac{1}{X_t X_c} \\ F_2 &= \frac{1}{Y_t} + \frac{1}{Y_c} \\ F_{22} &= -\frac{1}{Y_t Y_c} \\ F_6 &= 0 \\ F_{66} &= \frac{1}{S^2} \end{aligned} \quad (7.22)$$

şeklinde ifade edilebilirler.

$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ iken iki eksenli gerilme hali için (7.27) denklemi yeniden düzenlenerek,

$$(F_1 + F_2)\sigma + (F_{11} + F_{22} + 2F_{12})\sigma^2 = 1 \quad (7.23)$$

denklemi elde edilir. Burada daha önceden belirlenmemiş olan F_{12} elemanı ise aşağıdaki görüldüğü gibidir.

$$F_{12} = \frac{1}{2\sigma^2} \left[1 - \left(\frac{1}{X_t} + \frac{1}{X_c} + \frac{1}{Y_t} + \frac{1}{Y_c} \right) \sigma + \left(\frac{1}{X_t X_c} + \frac{1}{Y_t Y_c} \right) \sigma \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (7.24)$$

8. TABAKALANDIRILMIŞ KOMPOZİT MALZEMELER

Ortotropik malzemenin belirli bir tabakasının, malzeme koordinatlarına göre şekil değiştirme ilişkileri, bütünü oluşturan tabakaların keyfi yönlendirmelerindeki tanıma da yardımcı olacaktır. Denklem (5.30) ve (5.41) istiflenmiş bir kompozit malzemede gerilme şekil değiştirme ilişkisi olarak değerlendirilebilir.

Tabaka kalınlığı gerilme-şekil değiştirme ilişkilerinde ve eğilme-uzama rijitliklerinin belirlenmesinde önemlidir. Tabaka birleştirmelerinin birbirilerinden kopamayacak şekilde sağlam olduğu kabul edilmektedir. Böylece kompozit malzeme tek bir tabak gibi davrandığı kabul edilir.

Tüm tabakalardaki gerilme-şekil değiştirme değişimleri için her bir tabakadaki gerilme şekil değiştirmelerini bulmak gereklidir. Orta yüzeye dik düzlem içerisindeki kayma gerilmeleri ihmal edilmektedir. Bu kayma gerilmeleri orta yüzeyin normali doğrultusu olan z yönünde ve $\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$ olarak kabul edilir. Ayrıca $z = 0$ kabul edilmektedir. Tabakayı oluşturan tek bir katmanın gösterdiği davranış kabuklar için Kirchhoff-Love hipotezleri ve plakalar için Kirchhoff hipotezleri ile belirlenir.

8.1. Tek Katlı Tabaka

Tek katlı konfigürasyonların içeriğini tartışılmasında şu konular dikkate alınmaktadır: izotropik, özelleştirilmiş ortotropik (tabakanın eksenini ile malzeme ekseninin çakışması durumu), genelleştirilmiş ortotropik (plakanın eksenini ile plakanın ekseninin çakışmaması durumu) ve anizotropik. Eğilme- birleştirme katsayısı B_{ij} ve kayma rijitlikleri A_{16} , A_{26} , D_{16} ve D_{26} 'nın genelleştirilmiş ve anizotropik tek tabaka plakalar hariç tüm tek tabaka plakalarda sıfır olduğu gösterilebilir.

Tek Tabaka İzotropik

Tek tabakanın ortotropik davranış gösterdiği kabul edilerek hesaplamalar yapıldığı takdirde, malzeme özellikleri E , ν ve kalınlık h kabul edildiğinde;

$$A_{11} = \frac{Eh}{1 - \nu^2} \quad A_{12} = \nu A_{11} \quad A_{22} = A_{11}$$

$$A_{66} = \frac{1 - \nu}{2} A_{11} \quad A_{44} = A_{55} = \frac{1 - \nu}{2} K A_{11}$$

$$D_{11} = \frac{Eh^3}{12(1-\nu)^2} \quad D_{12} = \nu D_{11} \quad D_{66} = \frac{1-\nu}{2} D_{11}$$

elde edilir.

Meydana gelen kuvvetler sadece kuvvelerin orta yüzeyinde oluşan gerilmelere bağlı iken moment ise orta yüzeyin eğimine bağlıdır.

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & \nu A_{11} & 0 \\ \nu A_{11} & A_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-\nu)}{2} A_{11} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} \quad (8.1)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & \nu D_{11} & 0 \\ \nu D_{11} & D_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-\nu)}{2} D_{11} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^1 \\ \varepsilon_{yy}^1 \\ \gamma_{xy}^1 \end{Bmatrix} \quad (8.2)$$

Tek Tabaka Özelleştirilmiş Ortotropik

Tek tabaka özelleştirilmiş ortotropik tabaka için rijitlikler Q_{ij} ve kalınlık h olduğu daha önce ifade edilmişti. Sıfıra eşit olmayan değerle aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned} A_{11} &= Q_{11} h, & A_{12} &= Q_{12} h & A_{22} &= Q_{22} h \\ A_{66} &= Q_{66} h & A_{44} &= K Q_{44} h & A_{55} &= K Q_{55} h \\ D_{11} &= \frac{Q_{11} h^3}{12} & D_{12} &= \frac{Q_{12} h^3}{12} & D_{22} &= \frac{Q_{22} h^3}{12} & D_{66} &= \frac{Q_{66} h^3}{12} \end{aligned} \quad (8.3)$$

burada Q_{ij} düzlem gerilme durumundan elde edilen rijitliklerdir. Ve bu rijitlikler mühendislik sabitleri cinsinden ifade edilebilir.

$$\begin{aligned} Q_{11} &= \frac{E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & Q_{12} &= \frac{\nu_{12}E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & Q_{22} &= \frac{E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} \\ Q_{66} &= G_{12} & Q_{44} &= G_{23} & Q_{55} &= G_{13} \end{aligned} \quad (8.4)$$

Klasik ve birinci dereceden tabaka teorilerine göre eşitlikler aşağıdaki gibi oluşturulabilir:

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = h \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} \quad (8.5)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{h^3}{12} \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^1 \\ \varepsilon_{yy}^1 \\ \gamma_{xy}^1 \end{Bmatrix} \quad (8.6)$$

Tek Tabaka Genelleştirilmiş Ortotropik

Plaka eksenini ile asal malzeme eksenlerinin çakışmadığı genelleştirilmiş tek tabakada daha öncede ifade edildiği gibi transform edilmiş rijitlik matrisleri $\bar{Q}_{ij}$ ve kalınlık h olduğu kabul edilerek, plaka eşitlikleri aşağıdaki gibi oluşturulabilir ($B_{ij} = 0$):

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} \quad (8.7)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^1 \\ \varepsilon_{yy}^1 \\ \gamma_{xy}^1 \end{Bmatrix} \quad (8.8)$$

Tek Tabaka Anizotropik

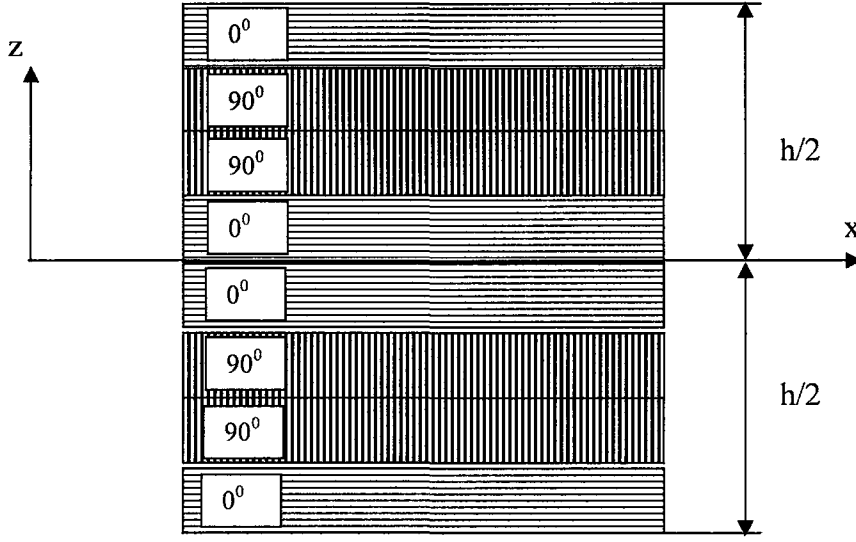
Tek tabaka anizotropik plakada daha önce ifade edildiği gibi rijitlik katsayıları C_{ij} ve kalınlık h olduğu kabul edildiğinde, rijitlikler aşağıdaki gibi yazılabilir ($B_{ij} = 0$).

$$A_{ij} = C_{ij} h \quad D_{ij} = \frac{C_{ij} h^3}{12}$$

8.2. Simetrik Tabakalar

Orta yüzeye göre malzeme özellikleri, yerleşimi ve tabakalanması bakımından simetrik şeklinde olan dizilimlere simetrik tabakalanma denir. Simetrikten dolayı orta düzleme göre, her

bir tabaka için malzeme katsayıları $\bar{Q}_{ij}^{(k)}$, mesafe z_k ve kalınlık h_k olacak şekilde düzenlenir.



Şekil 8.1. Çapraz katlı simetrik tabakalanma.

Simetrik tabakalanmada birleşme rijitliği sıfır olmaktadır. birleştirmenin ihmal edilmesi ile eğilme ile uzama arasındaki eşitlikler basitleşmektedir. Birim uzama yer değiştirme eşitlikleri lineer olduğunda, simetrik tabakalarda eğilme eşitlikleri düzlem deformasyon eşitliklerinden oluşturulur. Eğer düzlemsel kuvvetler veya yer değiştirmeler olmayacağından düzlemsel deformasyonlar sıfır olacaktır, böylece sadece eğilme eşitlikleri araştırılacaktır.

Simetrik tabakalar için kuvvet ve momentler genellikle tek tabakalı ortotropik plakanın özelliklerine sahiptir.

İzotropik Çok Sayıda Plakaların Simetrik Tabakalanması

İzotropik plakalar farklı malzeme özellikleri ve kalınlıklarına sahip olabilirler böylece geometrik ve malzeme özellikleri bakımından simetrik olarak birleştirilebilirler. Sonuçta tabakalanma için eşitlikler klasik veya birinci derece teorilerine göre aşağıdaki şekilde oluşturulabilir.

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} \quad (8.9)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx}^1 \\ \epsilon_{yy}^1 \\ \gamma_{xy}^1 \end{Bmatrix} \quad (8.10)$$

$$\begin{Bmatrix} Q_y \\ Q_x \end{Bmatrix} = K \begin{bmatrix} A_{44} & 0 \\ 0 & A_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{Bmatrix} \quad (8.11)$$

Tabaka rijitlikleri aşağıdaki gibi düzenlenebilir:

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{11}^{(k)} = \bar{Q}_{22}^{(k)} &= \frac{E^k}{1 - \nu_k^2} & \bar{Q}_{16}^{(k)} = \bar{Q}_{26}^{(k)} &= 0 \\ \bar{Q}_{12}^{(k)} = \bar{Q}_{22}^{(k)} &= \frac{\nu_k E^k}{1 - \nu_k^2} & \bar{Q}_{44}^{(k)} = \bar{Q}_{55}^{(k)} = \bar{Q}_{66}^{(k)} &= \frac{E^k}{2(1 + \nu_k)} \end{aligned} \quad (8.12)$$

Özelleştirilmiş Çok Sayıda Plakaların Simetrik Tabakalanması

Çok yönlü özelleştirilmiş plakaların simetrik olarak tabakalanması istendiğinde malzeme ve geometrik özellikleri bakımından, tabakanın orta düzlemine göre eğilme ve uzama arasında birleşme rijitlikleri olmayacaktır. ($B_{ij} = 0$). Bu durumda tabakanın rijitlikleri A_{ij} ve D_{ij} aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{11}^{(k)} &= \frac{E_1^k}{1 - \nu_{12}^k \nu_{21}^k} \\ \bar{Q}_{12}^{(k)} &= \frac{\nu_{21}^k E_1^k}{1 - \nu_{12}^k \nu_{21}^k} \\ \bar{Q}_{22}^{(k)} &= \frac{E_2^k}{1 - \nu_{12}^k \nu_{21}^k} \end{aligned} \quad (8.13)$$

$$\bar{Q}_{16}^{(k)} = \bar{Q}_{26}^{(k)} = 0$$

$$\bar{Q}_{66}^{(k)} = \bar{G}_{12}^{(k)} \quad \bar{Q}_{44}^{(k)} = \bar{G}_{23}^{(k)} \quad \bar{Q}_{55}^{(k)} = \bar{G}_{13}^{(k)}$$

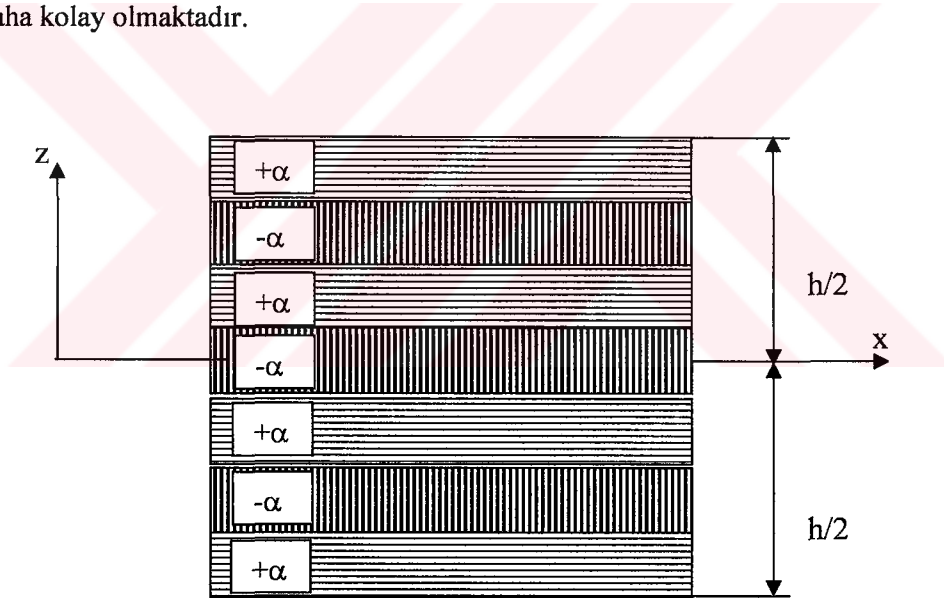
Genelleştirilmiş Çok Sayıda Plakaların Simetrik Tabakalanması

Genelleştirilmiş ortotropik plakalardan oluşturulan tabakalandırmadaki malzeme ana eksenini ile plaka eksenini bir θ açısı gibi aynı açı ile yönlendirilmektedir. Eğer plakaların malzeme özellikleri, yerleşimi ve kalınlıkları plakanın orta düzlemine göre simetrik olduğu takdirde

eğilme ve uzama birleşme rijitlik matrisi sıfır olmaktadır (B_{ij}). Dikkat edilmesi gereken nokta ise, normal kuvvet - kayma uzaması, kayma kuvveti-normal uzamalar, normal momentler, burkulma-burkulma momenti bu tür tabakalarda sıfıra eşit değildir. (A_{16} , A_{26} , D_{16} ve D_{26} sıfır değildir). Genelleştirilmiş ortotropik tabaklanmaya örnek olarak $(30/-60_3/15_3/-60_3/30)$ dizilimi verilebilir. Burada alt indis olarak gösterilen numaralar aynı oriyantasyon açısına ve kalınlığına sahip plakaların sayısının göstermektedir.

Düzenli simetrik açılı katlı tabakalar; Şekil 8.2’de görüldüğü gibi eşit kalınlık fakat değişik oriyantasyonlara sahip *tek* sayıdaki tabakadan oluşan tabakalanmalardır: $(\alpha/-\alpha/\alpha/-\alpha/\alpha/...)$, $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ aralığında seçilmektedir. Genel simetrik açılı katlı tabaklamada $(\theta/\beta/\alpha/...)_s$ gibi dizilime sahip olmaktadır. θ , β ve α -90° ile 90° değerleri arasında olabilen oriyantasyon açılarıdır. Her bir tabaka farklı kalınlığa sahip olabilir, fakat orta düzleme göre simetrik olarak yerleştirilmeleri gerekmektedir.

Genel olarak simetrik tabakalar uygulama araçlarında tercih edilen bir tabaklama biçimidir. Ayrıca simetrik tabakalanmalarda genel olarak antisimetrik tabakalanmaya göre analizi daha kolay olmaktadır.



Şekil 8.2. Açılı katlı simetrik tabakalanma.

8.3. Antisimetrik Tabakalar

Her ne kadar analiz açısında simetrik tabakalama daha fazla tercih edilebilir olsa da bazı uygulamalarda simetrik tabakalanmalar uygun olmayabilir. Örneğin söz konusu tabakalı bir malzeme ısı kalkanı olarak kullanıldıkları takdirde ısı ile temas edecek yüzeylerin farklı

olması gerekmektedir. Plakaların tabaka koordinatlarına göre oriyantasyon açılarının değiştirilmesi ile tabakaların kayma rijitliğinin artırılabilir.

Antisimetrik tabaklandırmalarda genel sınıflandırma, komşu plakaların eşit kalınlık ve değişik oriyantasyonlara sahip *çift* sayıda ortotropik plakalara sahip olması gerekmektedir: Örnek olarak $(\theta / -\theta)$, $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$. Şekil 8.3 gösterildiği gibi tabakların yerleşimi antisimetriktir fakat her bir çift plakaların kalınlıkları simetriktir. Bu şekilde sınıflandırılmış antisimetrik tabakaların özelliği, $A_{16} = A_{26} = D_{16} = D_{26} = 0$ olmasıdır. Ancak bu durumda birleşme rijitliği B_{ij} sıfır olmamaktadır. B_{ij} , tabaka sayısı arttıkça sıfıra doğru yaklaşmaktadır. Antisimetrik tabaka için genel olarak gerilme ve birim uzama arasındaki ilişki aşağıda verildiği gibidir.

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^1 \\ \varepsilon_y^1 \\ \gamma_{xy}^1 \end{Bmatrix} \quad (8.14)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^1 \\ \varepsilon_y^1 \\ \gamma_{xy}^1 \end{Bmatrix} \quad (8.15)$$

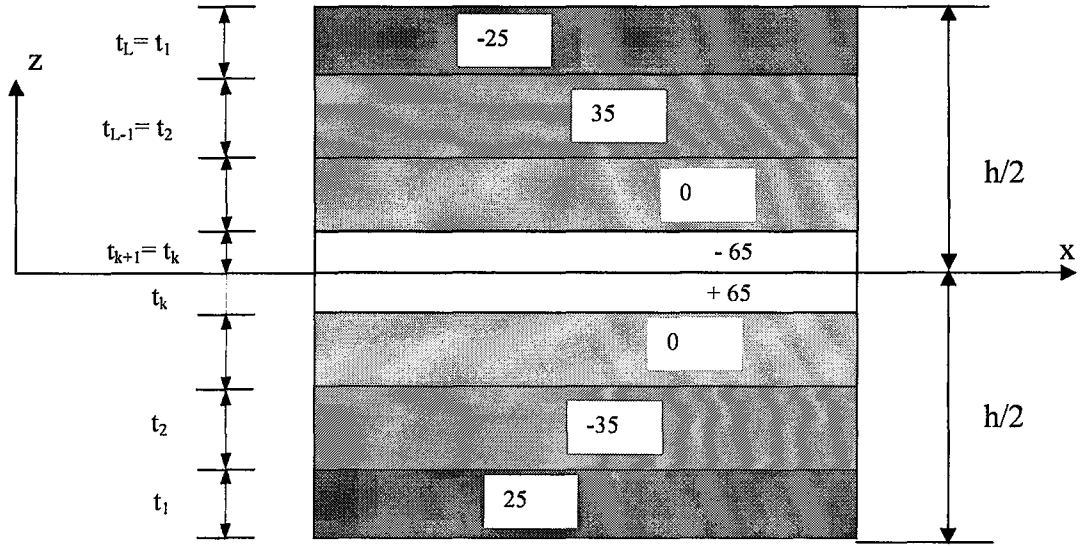
$$\begin{Bmatrix} Q_y \\ Q_x \end{Bmatrix} = K \begin{bmatrix} A_{44} & 0 \\ 0 & A_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{Bmatrix} \quad (8.16)$$

Antisimetrik çapraz katlı tabakalar

Antisimetrik tabakalanmanın özel bir durumu olan çapraz katlı antisimetrik tabaklamada malzeme asal eksenine 0° ve 90° olacak şekilde değişen oriyantasyon açısına sahip olmaktadır. Şekil 8.4. gösterildiği gibi antisimetrik çapraz katlı tabakalarda tüm tabakalar aynı kalınlıklarda $(0/90/0/90/\dots)$ dizilimine veya $(0/90/90/0/0/90)$ dizilimindeki tabakaların kalınlıkları $(h_1/ h_2/ h_3/ h_3/ h_2/h_1)$ olabilir. Bu tabakalarda birleşme rijitliği için aşağıdaki gibi olur:

$$B_{22} = -B_{11}$$

Diğer tüm tabakalar için $B_{ij} = 0$ olur.



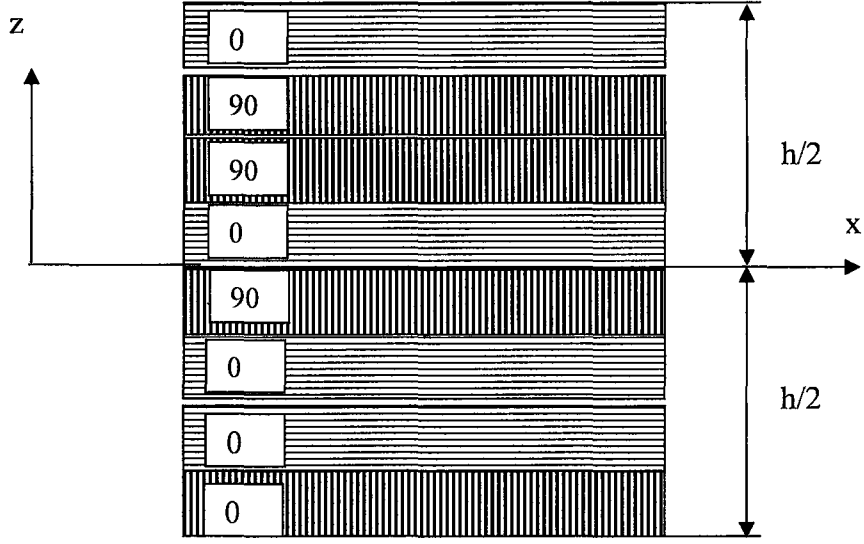
Şekil 8.3. Antisimetrik bir tabakalanma.

Gerilme bileşenleri ve birim uzamalar için ise aşağıdaki ilişkiler yazılabilir:

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & 0 & 0 \\ 0 & -B_{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x^1 \\ \epsilon_y^1 \\ \gamma_{xy}^1 \end{Bmatrix} \quad (8.17)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & 0 & 0 \\ 0 & -B_{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x^1 \\ \epsilon_y^1 \\ \gamma_{xy}^1 \end{Bmatrix} \quad (8.18)$$

$$\begin{Bmatrix} Q_y \\ Q_x \end{Bmatrix} = K \begin{bmatrix} A_{44} & 0 \\ 0 & A_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{Bmatrix} \quad (8.19)$$



Şekil 8.4. Antisimetrik çapraz katlı bir tabakalanma.

Düzenli antisimetrik çapraz katlı tabakalar

Böyle bir tabakalamada, 0° ve 90° oriyantasyon açılarına, aynı malzeme özelliklerine ve eşit kalınlıklarına sahip çift sayıdaki plakalardan oluşmaktadır. Bu tabakalamada birleşme katsayısı tabaka sayısı arttıkça sifıra yaklaşmaktadır.

Antisimetrik açılı katlı tabakalar

Antisimetrik açılı katlı bir tabakalama, orta düzlemin bir kenarında, asal malzeme yönüne göre θ açısı kadar değişen açılara sahip plaka bulunurken, buna karşılık orta düzlemin diğer tarafında eşit kalınlıkta $-\theta$ açısına sahip plakalardan oluşan tabakalama şeklidir.

Düzenli antisimetrik açılı katlı tabakalar

Aynı malzeme özelliklerine ve eşit kalınlıklara sahip çift sayıdaki plakalardan oluşan tabakalama biçimidir. Örnek olarak $(-45/40/-15/15/-40/45)$ şeklindeki bir dizilim verilebilir.

90° oriyantasyonuna sahip plakanın olmadığı antisimetrik açılı katlı tabakalandırmada rijitliklerde aşağıdaki basitleştirmeler yapılabilir

$$\begin{aligned}
A_{16} &= A_{26} = D_{16} = D_{26} = 0 \\
B_{11} &= B_{22} = B_{12} = A_{66} = 0
\end{aligned} \tag{8.20}$$

Gerilme bileşenleri ve birim uzamalar için ise aşağıdaki ilişkiler yazılabilir:

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & B_{16} \\ 0 & 0 & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^1 \\ \varepsilon_y^1 \\ \gamma_{xy}^1 \end{Bmatrix} \tag{8.21}$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & B_{16} \\ 0 & 0 & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^1 \\ \varepsilon_y^1 \\ \gamma_{xy}^1 \end{Bmatrix} \tag{8.22}$$

$$\begin{Bmatrix} Q_y \\ Q_x \end{Bmatrix} = K \begin{bmatrix} A_{44} & 0 \\ 0 & A_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{Bmatrix} \tag{8.23}$$

8.4. Dengeli ve Yarı İzotropik Tabaklandırma

Tabaka içinde var olan herhangi bir plakanın, diğer bir tabaka ile özdeş malzeme ve kalınlıklara sahip fakat ters fiber oriyantasyonuna sahip tabakalara dengeli tabaklandırma diye adlandırılır. İki tabakanın orta düzleme göre simetrik olarak yerleştirilmelerine gerek yoktur. Bu tip dengeli tabakalar, $(\pm 35/0)_T = (35/-35/0)$ şeklinde olacağı gibi asimetrik şeklinde olabileceği gibi $(\pm 35/0)_s$ şeklinde simetrik olabilir. Dengeli tabaklandırmanın karakteristik bir özelliği de kayma rijitlikleri A_{16} ve A_{26} sıfır olmasıdır. Bu nedenle eş plakaların ters açılı olmasından Q_{12} ve Q_{12} ters işaretlidir ve bundan dolayı A_{16} ve A_{26} çiftine katkısı sıfırdır.

$$(Q_{16})_\theta = -(Q_{16})_{(-\theta)}$$

$$(Q_{26})_\theta = -(Q_{26})_{(-\theta)}$$

Üç veya dört tabakadan oluşan tabaklandırmada aynı açığa komşu olacak şekilde yönlendirilmiş tabakalar yarı izotropik tabaklandırmış olarak adlandırılır. Düzlem izotropik özellik göstererek,

$$A_{11} = A_{22}$$

$$A_{66} = \frac{(A_{11} - A_{12})}{2}$$

$$A_{16} = A_{26} = 0$$

yazılabilir. Yarı izotropik tabakalara örnek olarak (90/45/0/-45) ve (60/0/-60) dizilimleri verilebilir. Eğilme-gerilme bağlama katsayısı sıfır olduğunda, izotropik plakalara benzer birim uzamalar elde edilerek aşağıdaki eşitlikler elde edilir:

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 \\ 0 & 0 & (A_{11} - A_{12})/2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} \quad (8.24)$$

9. ELASTO-PLASTİK GERİLME ANALİZİ

9.1. Giriş

Malzemenin elasto-plastik durumu, elastik bölge aşılarak belirli bir değer gerilme değerine ulaşıldıktan sonra malzemenin gösterdiği davranışlar olarak incelenebilir. Plastik deformasyonlar, yükleme işlemi sona erdikten sonra geri dönmez. Plastik deformasyonun başlangıcı (akmanın başlaması), bir akma kriteri yardımı ile belirlenir. Akma sonrası deformasyon, malzeme direngenliğinin büyük bir düşüşü neticesinde ortaya çıkar [83].

Malzemelerin elasto-plastik davranışlarını hesaplamak için genellikle üç temel metot kullanılır [76].

- a) Direngenlik matrisi değişimi metodu,
- b) Başlangıç şekil değişimi metodu,
- c) Başlangıç gerilmesi metodu.

Direngenlik matrisi değişimi metodu, plastik deformasyon bölgesinde her iterasyon sonunda direngenlik matrisinin yeniden hesaplanmasını gerektirir. Bu durum çözüm süresini oldukça fazla arttırdığı için genellikle tercih edilmez.

Başlangıç şekil değişimi metodunda elastik olarak hesaplanmış gerilme için, malzemenin gerçek davranışına uygun bir elastik-plastik şekil değiştirmesi aranır [76].

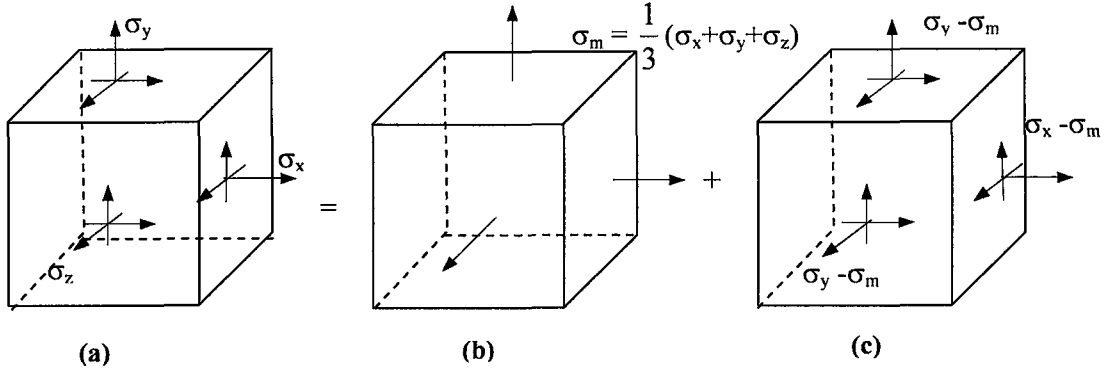
Başlangıç gerilmesi metodu Zienkiewicz'in [84] çalışmalarına dayanır ve elasto plastik problemlerin çözümü için en çok kullanılan metottur. Teori, tek boyutlu bir elemanın zorlanmasına dayanılarak anlatılmış, çok eksenli gerilme durumu için genelleştirilmiştir.

Elasto-plastik incelemenin yapılabilmesi için şu üç şartın göz önüne alınması gerekir:

- Elastik şartlarda malzeme davranışını tanımlamak için gerilme ve şekil değiştirmeler arasında lineer bir ilişki olmalıdır.
- Akmanın meydana geldiği noktada bir akma kriterinin göz önüne alınması gerekir.
- Akma başladıktan sonra gerilme ve şekil değiştirmeler arasında bir formülizasyona ihtiyaç vardır.

9.2. Şekil Değiştirme Enerjisi Bileşenleri

Şekil 9.1'de gösterilen süperpozisyon işlemine dayanılarak, gerilmelerin genel durumu kısımlara ayrılır. Burada şekil değiştirme üzerine yeni bir inceleme tarzı sunulmuştur.



Şekil 9.1. Genel bir durumda gerilme halinin süperpoze edilmesi.

$$\rho_{ij} = \begin{vmatrix} \sigma_m & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_m & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_m \end{vmatrix} \quad (9.1)$$

ifadesi ile gösterilen Şekil 9.1 (b)'deki gerilme durumu çarpılma olmadan (kayma gerilmesi sıfır) hacimde değişiklik meydana getirir, bu ifadeye “genleşme gerilme tansörü” veya “küresel gerilme tansörü” adı verilir. Bu ifade tansörel notasyonda şu şekilde yazılabilir:

$$\rho_{ij} = \sigma_m \delta_{ij} \quad (9.2)$$

burada δ_{ij} , basit simetrik bir tansör olup kronecker delta diye adlandırılır.

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \dots i = j \\ 0 & \dots i \neq j \end{cases} \quad (9.3)$$

olur. Yine buradaki σ_m ifadesi ise, ortalama gerilmedir.

$$\sigma_m = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad (9.4)$$

benzer şekilde ϵ_m ortalama şekil değiştirmesi de ifade edilebilir.

$$\epsilon_m = \frac{\epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z}{3} \quad (9.5)$$

küresel gerilme tansörünün uygulanmasına ilave edilen normal şekil değiştirme toplamı;

$e = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z$ dir. Bu ise sadece hacimde değişikliği gösterir. Böylece, birim hacim başına absorbe edilen genleşme şekil değiştirme enerjisi şu eşitlik yardımı ile verilir.

$$U_{0y} = \frac{3}{2} \sigma_m \epsilon_m = \frac{\sigma_m^2}{2K} = \frac{1}{18K_T} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \quad (9.6)$$

burada K_T ifadesi

$$K_T = \frac{E}{3(1-2\nu)} = -\frac{P}{e} \quad (9.7)$$

p ise, hidrostatik basınçtır. ($\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = -p$, $\tau_{xy} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$).

Şekil 9.1 (c)'de gösterilen gerilme durumu ise;

$$S_{ij} = \sigma_{ij} - P_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_m \delta_{ij} \quad (9.8)$$

$$S_{ij} = \begin{vmatrix} \sigma_x - \sigma_m & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y - \sigma_m & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z - \sigma_m \end{vmatrix}$$

“deviatorik veya çarpılma (distorsiyon) gerilme tansörü adı verilen bu ifade ile gösterilir. Deviatorik şekil değiştirmeler, hacimde değişiklik olmadan ortaya çıkar. Çünkü normal şekil değiştirmelerin toplamı,

$$(\epsilon_x - \epsilon_m) + (\epsilon_y - \epsilon_m) + (\epsilon_z - \epsilon_m) = 0$$

ifadesi ile verilir. Distorsiyon enerjisi U_0 ile gösterilecek olursa, U_{0v} ve U_{0d} , şekil değiştirme enerjisinin bileşenleri olduğu için

$$U_0 = U_{0v} + U_{0d} \quad (9.9)$$

Yazılabilir. Genel halde şekil değiştirme enerjisi, sadece gerilmeler ve elastik sabitler cinsinden yazılırsa,

$$U_0 = \frac{1}{2}(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2) - \frac{\nu}{2}(\sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_x\sigma_z) + \frac{1}{2G}(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2) \quad (9.10)$$

ifadesi elde edilir. Bu ifadeden, (9.6) eşitliği ile verilen U_{0v} çıkarılarak, U_{0d} distorsiyon enerjisi kolaylıkla bulunabilir.

$$U_{0d} = \frac{3}{4G}\tau_{oct}^2 \quad (9.11)$$

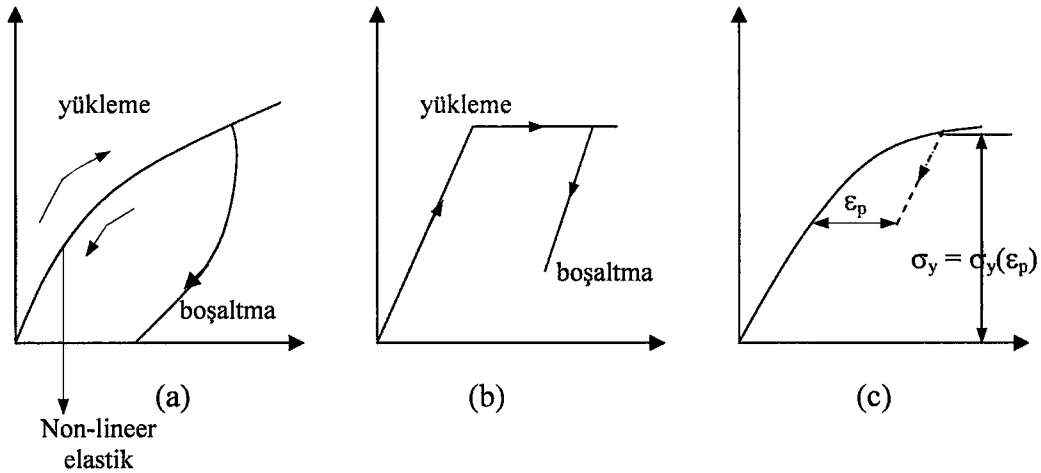
Bu eşitlik, biçimdeki değişimin bir sonucu olarak birim hacim tarafından absorbe edilen elastik şekil değiştirme enerjisini ifade etmektedir. Yukarıdaki “oktahedral” kayma gerilmesi τ_{oct} , şu ifade yardımı ile verilebilir.

$$\tau_{oct} = \frac{1}{3}[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2)]^{1/2} \quad (9.12)$$

9.3. Plastisitenin Bazı Temel Kavramları

9.3.1. Genel Teori

Katıların plastik davranışı tek eksenli olmayan gerilme şekil değiştirme bağıntıları yardımı ile karakterize edilir. Gerçekte, plastisitenin bir tanımı, yük kalktığında kalıcı şekil değiştirmenin bulunmasıdır. (Şekil 9.5).



Şekil 9.2. Tek eksenli davranış: (a) Non-linear elastik ve plastik davranış (b) ideal plastik davranış (c) Şekil değiştirme sertleşmeli plastik davranış.

Şekilde görüldüğü gibi akma gerilmesinin bir sınırı vardır. Bu sınırın üzerindeki bütün gerilmeler için lineer veya non-lineer bir elastisite bağıntısı kabul edilir [84]. Ayrıca şekil değiştirme sertleşmeli plastik davranış gösteren malzemeler için akma gerilmesi, K ve ϵ_p gibi bazı parametrelere bağlıdır (Şekil 5.5.c). Burada K şekil değiştirme sertleşme parametresidir. Bunun yanı sıra, malzemede akma kontrolü daha önceki konularda bahsedilen bir takım akma kriterlerine göre yapılmalıdır.

Plastisite ile ilgili diğer kavramların aşağıdaki gibi genelleştirerek, ele alınması konunun daha iyi anlaşılmasına yardımcı olacaktır.

9.3.2. Akma yüzeyi, Haigh-Westergaard gerilme uzayı

En genel halde, akma kriteri göz önüne alınan noktadaki gerilmenin dokuz tane bileşeninin fonksiyonu olacaktır. gerilme tansörü simetrik olduğu için bu fonksiyonu, gerilme tansörünün altı tane bağımsız bileşeninin bir fonksiyonuna indirgenebilir. Bu durum akma gösterecek şekilde yüklenmiş bir malzeme için şu şekilde ifade edilebilir:

$$F(\sigma_{ij}) = K \quad (9.13)$$

Burada K bilinen bir fonksiyondur. (9.23) eşitliği altı boyutlu gerilme uzayında bir yüzeyi verir. Bu yüzeydeki her nokta akmanın başladığı bir noktayı gösterir. Örnek olarak, basit çekme deneyi için σ_0 (σ_a) akma noktasında $\sigma_x = \sigma_0$, $\sigma_x = \sigma_z = \tau_{xy} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$ 'dır. Bu nokta akma yüzeyi üzerinde bulunmalıdır. Benzer biçimde $\tau_{xy} = \tau_0$, $\sigma_x = \sigma_z = \tau_{xy} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$ olduğu nokta burulma halinde, τ_0 burulma akma gerilmesine kadar yüklü ince cidarlı bir tüpü gösterir. Yine bu noktanın da bu yüzey üzerinde bulunması gerekir.

(9.23) eşitliğinde verilen fonksiyon, “akma fonksiyonu” diye adlandırılır. Bu eşitlik koordinatlara ait asal eksenler seçilerek, şu şekilde yazılabilir.

$$F_2(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = K \quad (9.14)$$

Ayrıca hidrostatik çekme veya basmanın akmayı etkilemediği sürekli olarak varsayıldığı için, sadece deviatorik gerilmelerin akma fonksiyonuna konacağı kabul edilir. Buradan,

$$f_1(S_1, S_2, S_3) = K \quad (9.15)$$

yüzeyi üzerinde bulunmalıdır. Benzer biçimde $\tau_{xy} = \tau_0$, $\sigma_x = \sigma_z = \tau_{xy} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$ olduğu nokta burulma halinde, τ_0 burulma akma gerilmesine kadar yüklü ince cidarlı bir tüpü gösterir. Yine bu noktanın da bu yüzey üzerinde bulunması gerekir.

(9.23) eşitliğinde verilen fonksiyon, “akma fonksiyonu” diye adlandırılır. Bu eşitlik koordinatlara ait asal eksenler seçilerek, şu şekilde yazılabilir.

$$F_2(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = K \quad (9.14)$$

Ayrıca hidrostatik çekme veya basmanın akmayı etkilemediği sürekli olarak varsayıldığı için, sadece deviatorik gerilmelerin akma fonksiyonuna konacağı kabul edilir. Buradan,

$$f_1(S_1, S_2, S_3) = K \quad (9.15)$$

ifadesi yazılır. Alternatif olarak; S_1, S_2, S_3 deviatorik gerilmeleri j_1, j_2, j_3 invariantlarına dayanılarak, şu şekilde yazılabilir:

$$\begin{aligned} j_1 &= S_1 + S_2 + S_3 = 0 \\ j_2 &= \frac{1}{2}(S_1^2 + S_2^2 + S_3^2) = -(S_1S_2 + S_2S_3 + S_3S_1) \\ j_3 &= \frac{1}{3}(S_1^3 + S_2^3 + S_3^3) = S_1S_2S_3 \end{aligned} \quad (9.16)$$

buradan,

$$f(j_2, j_3) = K$$

yazılabilir. Yukarıdaki varsayımlara dikkat ederek, akma kriteri; deviatorik gerilme tansörünün sıfır olmayan iki invariantına bağlı bir fonksiyona indirgenmiş olur. Asal gerilmeler cinsinden ifade edilmesi durumunda $f(j_2, j_3)$ ifadesinin simetrik olduğuna dikkat edilmelidir. Böylece akma fonksiyonun tamamı asal gerilmeler cinsinden simetrik olacak şekilde seçilir. [83].

Oldukça yaygın kullanım alanı bulmuş olan Tresca ve von Mises akma teorileri ifadesinin özel bir halini oluşturur. Oldukça basit ifade edilebilen von Mises kriteri ile birleştirerek,

$$j_2 = \frac{1}{2}\sigma_0^2 = k^2 \quad (9.17)$$

eşitliği elde edilebilir. Burada k , tam kayma halindeki akmadır. Tresca kriteri de aşağıdaki şekilde yazılabilir.:

$$4j_2^3 - 27j_3^2 - 36k^2j_2^2 + 96k^4j_2 - 64k^6 = 0 \quad (9.18)$$

Basit geometrik düşüncelerden hareket ederek, (9.24) ifadesi yardımı ile tanımlanan akma yüzeyi hakkında pek çok şey öğrenilebilir. Akma yüzeyi ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$) koordinat sistemine göre ifade edildiğinde “Haigh-Westergaard gerilme uzayı” diye adlandırılan gerilme uzayı elde edilmiş olur. σ_1, σ_2 ve σ_3 koordinatlarına sahip olan bu uzaydaki her bir nokta bahsedilen gerilme durumunu gösterir. Şekil 9.6’da görüldüğü gibi orijinden geçen ve koordinat eksenleri ile aynı açıyı yapan ON doğrusu göz önüne alınmıştır. Bu doğru üzerindeki her bir nokta için gerilme durumu,

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_m \quad (9.19)$$

ifadesini sağlamalıdır. Yani bu doğru üzerindeki her bir nokta hidrostatik veya küresel gerilme durumuna karşı gelir.

Burada deviatorik gerilmeler

$$S_1 = \frac{(2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3)}{3} \quad (9.20)$$

şeklinde ifade edilir.

$$\begin{aligned}
&= \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 3\sigma_m^2 \\
&= (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_m)^2 + (\sigma_3 - \sigma_m)^2 \\
&= S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 \\
&= 2j_2
\end{aligned} \tag{9.23}$$

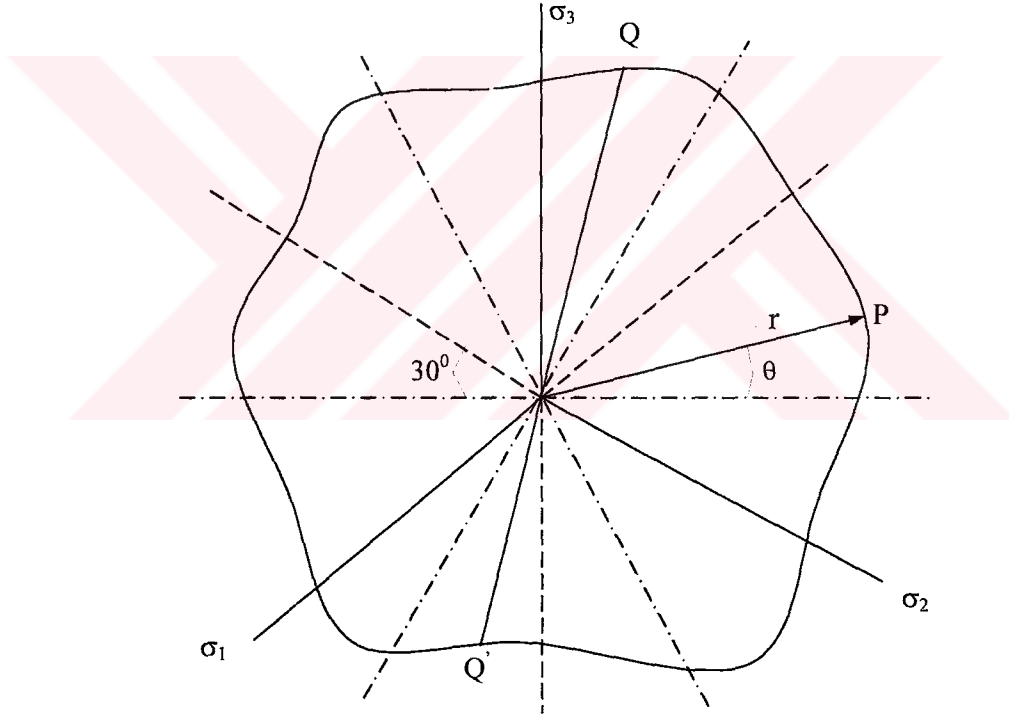
Böylece B vektörünün bileşenlerinin aşağıda verilen S_1 , S_2 ve S_3 deviatorik gerilmeler olduğu görülebilir.

$$\begin{aligned}
S_1 &= \sigma_1 - \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} & S_x &= \sigma_x - \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} \\
S_2 &= \sigma_2 - \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} & S_y &= \sigma_y - \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} \\
S_3 &= \sigma_3 - \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} & S_z &= \sigma_z - \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3}
\end{aligned} \tag{9.24}$$

P noktasındaki keyfi seçilen gerilme durumu, A küresel kısmı ile B deviatorik kısma ayrılmıştır. B deviatorik bileşen π düzlemine paraleldir. Ayrıca ON doğrusuna paralel ve P noktasından geçen bir doğru üzerinde bulunan P' ile gösterilen yeni bir gerilme durumu ele alınırsa, OP' vektörünün π düzlemindeki iz düşümü, OP vektörünün bu düzlemdeki izdüşümü ile aynı olacaktır. P ve P' noktalarındaki bu iki gerilme durumunun aynı deviatorik gerilme bileşenlerine sahip olmalarına karşılık farklılık; sadece küresel kısımlardadır. Gerçekten de P noktasından geçen ve ON'ye paralel bütün noktalar aynı deviatorik gerilme durumuna karşı gelecektir.

Akmanın sadece gerilmenin deviatorik kısmı tarafından belirlendiği kabul edildiği için ON doğrusuna paralel ve P noktasından geçen doğru üzerindeki noktaların biri akma yüzeyinde bulunursa, diğer bütün noktalar da akma yüzeyi üzerinde olmalıdır. Çünkü bu noktaların hepsi aynı deviatorik gerilme bileşenlerine sahiptir. Buradan hareketle “akma yüzeyinin ON doğrusuna paralel doğrulardan meydana gelmesi” gerekir. ON'e paralel doğruların tamamı bir silindir ortaya çıkarır. Ortaya çıkan akma silindiri ile buna dik herhangi bir düzlemin arakesiti, akmanın geometrik yeri “yield locus” diye adlandırılan bir eğri meydana getirecektir. Silindire dik bütün düzlemler için bu eğri aynı olacağından, sadece bir tek düzlemdeki akmanın geometrik yeri göz önüne alınmalıdır. Bu gaye için π düzlemi seçilmiştir. Daha önce belirtildiği gibi küresel gerilmeler bu düzlemde sıfırdır. Şekil 9.7, π düzlemini kağıt düzlemi olarak gösterir. Yine bu şekil σ_1 , σ_2 ve σ_3 koordinat eksenlerinin oluşturduğu bu düzlem üzerindeki izdüşümleri de açıkça ortaya koymaktadır. Bu düzlem, koordinat eksenleri ile eşit açılar yaptığı

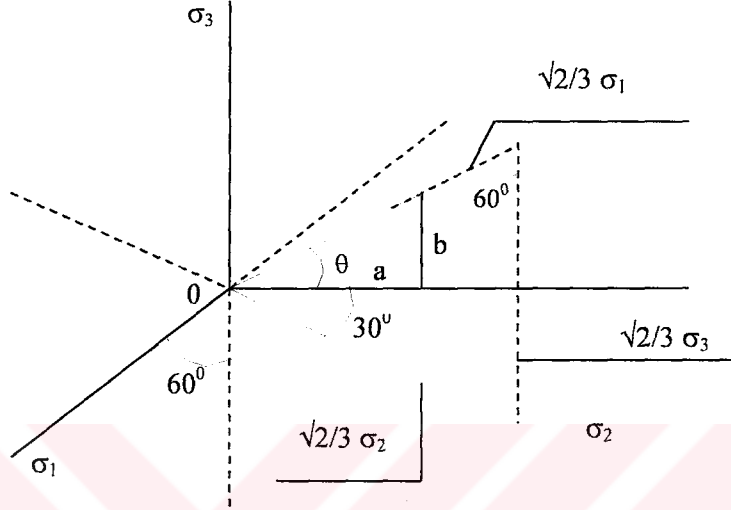
için, düzlem üzerindeki izdüşümler de birbiri ile eşit açılar yapmalıdır. Bu açıların her biri 120^0 dir. Şekil 9.7 incelendiğinde, π düzlemi bölünerek elde edilen 30^0 lik 12 adet sektörün her birindeki akmanın geometrik yerinin aynı şekle sahip olduğu simetri göz önünde bulundurarak görülebilir. Çünkü asal gerilmeler cinsinden ifade edilen akma yüzeyi simetrik olmalıdır. Düzlemdeki herhangi iki asal eksen arasındaki açıyı iki eşit parçaya bölen doğruların simetri doğruları olması gerekir. $\sigma_1, -\sigma_1; \sigma_2, -\sigma_2; \sigma_3, -\sigma_3$ doğruları simetri eksenleri olup 6 tane simetrik sektör elde edilmiş olur. Ayrıca çekme ve basma durumlarında eşit akma olduğu kabul edilip, akmanın geometrik yeri üzerinde bulunan bir Q' noktasına gidilirse, yeniden akmanın geometrik yeri üzerinde olunacağı görülür. Bu nedenle; $\sigma_1, -\sigma_1$ 'e giderse, σ_1 eksenine dik olan bir doğruya göre simetriklik söz konusudur. Aynı şekilde $\sigma_2, -\sigma_2$ 'e giderse, bu kez de σ_2 eksenine dik olan



Şekil 9.4. "π" Düzlemi

bir doğruya göre simetriklik vardır. Aynı durum σ_3 için de söz konusudur. Böylece akmanın geometrik yeri, her biri 30^0 lik açıya sahip 12 tane simetrik daire dilimine (sektör) ayrılmış olur. Bu sektörlerden sadece birinde göz önüne alınan gerilme durumuna ihtiyaç duyulur. Akma

silindiri üzerinde bulunan P noktasının iz düşümünün π düzlemindeki yerini bulmak için şu şekilde bir yol izlenmelidir. π düzleminde, P noktasının koordinatları, r ve θ 'dan oluşan polar koordinatlarda seçilmiş olsun. Burada θ yatay eksenden itibaren ölçülen değerdir. a ve b değerleri ise, Şekil 5.8'de görüldüğü gibi r 'nin yatay ve düşey bileşenleridir.



Şekil 9.5. “p” noktasının “ π ” düzlemindeki izdüşümü.

p noktası σ_1 , σ_2 ve σ_3 bileşenlerine sahiptir. π düzleminde bu bileşenler sırası ile $\sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_1$, $\sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_2$ ve $\sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_3$, şeklinde iz düşürülürler. Bu durum Şekil 9.9’da daha açık şekilde görülebilir.

σ_1 'in π düzlemindeki izdüşümü $\sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_1$ 'dir. Şekil 9.8 üzerindeki diğer büyüklükler incelenirse, şu ifadeler elde edilir.

$$a = \sqrt{2/3} \sigma_2 \cos 30 - \sqrt{2/3} \sigma_1 \cos 30 = (\sigma_2 - \sigma_1) / \sqrt{2}$$

$$b = \sqrt{2/3} \sigma_3 \cos 30 - \sqrt{2/3} \sigma_2 \sin 30 - \sqrt{2/3} \sigma_1 \sin 30 = \frac{1}{\sqrt{6}} (2\sigma_3 - \sigma_2 - \sigma_1) \quad (9.25)$$

$$r^2 = a^2 + b^2$$

$$r^2 = \frac{(\sigma_2 - \sigma_1)^2}{2} + \frac{1}{6}(2\sigma_3 - \sigma_2 - \sigma_1)^2$$

$$r^2 = \frac{1}{3}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad (9.26)$$

$$r^2 = [(\sigma_1 - \sigma_m)^2 + (\sigma_2 - \sigma_m)^2 + (\sigma_3 - \sigma_m)^2]$$

$$r^2 = 2j_2$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{b}{a}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{2\sigma_3 - \sigma_2 - \sigma_1}{\sqrt{3}(\sigma_2 - \sigma_1)} \quad (9.27)$$

$$\sqrt{3} \tan \theta = \frac{2\sigma_3 - \sigma_2 - \sigma_1}{(\sigma_2 - \sigma_1)}$$

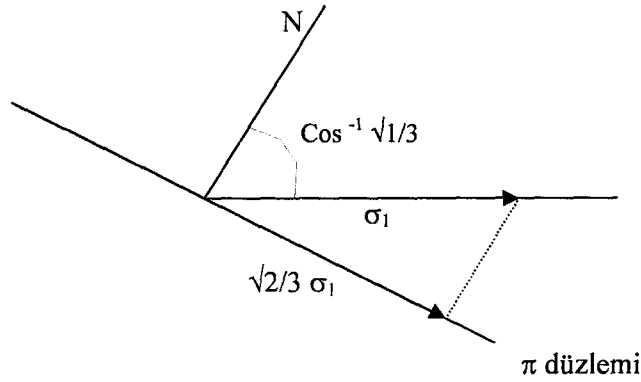
Von Mises akma kriterine göre akmanın geometrik yeri göz önüne alınacak olursa,

$$j_2 = \frac{1}{3} \sigma_0^2$$

ve (9.37) eşitliği incelenirse,

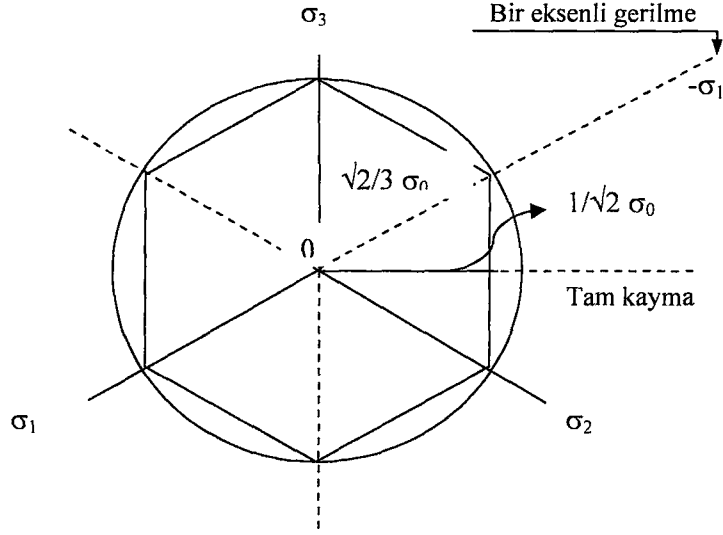
$$r^2 = 2j_2 = \frac{2}{3} \sigma_0^2 \quad (5.28)$$

ifadesi elde edilir.



Şekil 9.6. σ_1 'in π düzlemindeki izdüşümü.

Buradan hareketle, akma bölgesinin yerinin, Şekil 9.10'da gösterildiği gibi, yarıçapı $r = \sqrt{2/3} \sigma_0$ olan bir daire olduğu görülür. Haigh Westergaard gerilme uzayında akma yüzeyi bir silindir olacaktır.



Şekil 9.7. Von Mises dairesi ve Tresca altıgeni.

Tresca'nın maksimum kayma gerilmesi kriterine göre akmanın geometrik yeri, Şekil 9.10'da gösterildiği gibi von Mises dairesi içerisine dizilen düzgün bir altıgendir.

Şekil 9.10'da σ_3 ve $-\sigma_1$ eksenleri arasındaki daire dilimi göz önüne alınsın. Bu sektördeki herhangi bir gerilme durumu,

$$\sigma_2 \geq \sigma_3 \geq \sigma_1$$

olsun. Bu sektör için Tresca akma şartı,

$$\sigma_2 - \sigma_1 = \sigma_0$$

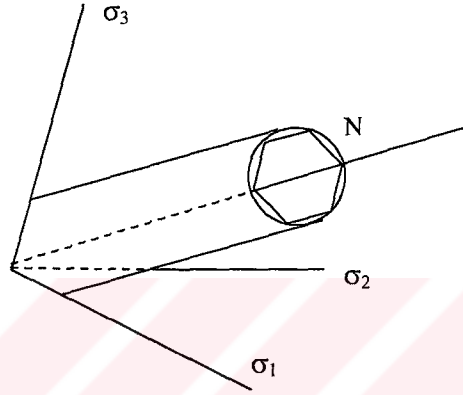
olur. Yukarıdaki eşitlik σ_2 gerilmesine bağımlı olmadığı için bu ifade σ_3 eksenine paralel bir doğru yardımı ile verilebilir. Bu doğrunun σ_3 ekseninden olan uzaklığının,

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(\sigma_2 - \sigma_1) = \frac{1}{\sqrt{2}}\sigma_0$$

ifadesine eşit olduğu (9.36) eşitliğindeki "a" uzaklığı yardımı ile görülebilir. Her bir sektör için benzer şekilde düz çizgiler elde edilir. Böylece daha gösterildiği gibi (Şekil 9.10) altıgen şekil ortaya çıkar. Yine birinci sektörden görüldüğü gibi köşegenin r uzaklığı,

$$r = \frac{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\sigma_0}{\cos 30} = \sqrt{\frac{2}{3}}\sigma_0$$

ifadesine eşit olur. Bu ifade ise, von Mises dairesinin yarıçapıdır. Bundan dolayı altıgenin köşeleri von Mises dairei ile çakışacaktır. Yani Tresca akma yüzeyi, gerilme uzayında, von Mises silindiri içerisinde çizilen düzgün bir altıgen silindirdir (Şekil 9.11).



Şekil 9.8. Tresca ve von Mises silindirleri.

von Mises ve Tresca kriterleri arasındaki maksimum farkın $\theta = 30^\circ$ 'de ortaya çıktığı Şekil 9.10'da açıkça görülmektedir. Bu farkın daha önce bahsedildiği gibi şu ifadeye eşittir.

$$\frac{\sqrt{\frac{2}{3}}\sigma_0 - \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\sigma_0}{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\sigma_0} = \frac{2}{\sqrt{3}} - 1 = 0.156$$

$\theta = 0^\circ$ 'deki doğru tam kayma gerilme durumuna karşı gelir. Bu durumda

$$\sigma_3 = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2)$$

elde edilir. ortalama gerilme ise,

$$\sigma_m = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2)$$

olur. Bu nedenle, eğer σ_1 , σ_2 ve σ_3 gerilme bileşenlerinden ortalama gerilme çıkarılacak olursa, tam kayma haline karşı gelen $1/2 (\sigma_1 - \sigma_2)$, $1/2 (\sigma_1 - \sigma_2)$, 0 olduğu gerilme durumu elde edilir. π düzleminde $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0$ olduğu için $\sigma_3 = 0$ ve $\sigma_1 = -\sigma_2$ yazılabilir. Ayrıca $\theta = 30^\circ$ 'deki doğru tek eksenli gerilmeye karşı gelir;

$$\frac{2\sigma_3 - \sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_2 - \sigma_1} = \sqrt{3} \tan \theta = \sqrt{3} \frac{1}{\sqrt{3}} = 1, \quad \sigma_3 = \sigma_2$$

yazılabilir.

9.3.3. Şekil Değiştirme Sertleşmesi

Akmanın başlamasından sonra plastik şekil değiştirmenin derecesi, plastik deformasyonu oluşturan gerilmelerin şiddetine bağlıdır ve şekil değiştirme sertleşmesi (strain hardening) olarak adlandırılır. Akma yüzeyi, plastik deformasyonun her derecesinde değişeceği için ard arda gelen akma yüzeyleri plastik şekil değiştirmeye bağlıdır. Farklı durumlar Şekil 9.12'de açıklanmıştır. Şekil 9.12(a)'da tam plastik malzeme davranışı gösterilmiştir. Şekil 9.12(b)'de şekil değiştirme sertleşmesinin izotropik olduğu görülür. Çünkü bir sonraki akma yüzeyleri önceki akma eğrisine göre üniform bir artış göstermiştir. Buna karşılık, bir sonraki akma yüzeyleri, şekil ve yönlenmeleri korur. Fakat gerilme uzayında yer değiştirilirse Şekil 9.12(c)'de görüleceği gibi kinematik sertleşme ortaya çıkar [76].

Akmadan dolayı bölgesel hasarlar meydana gelir ve akma yüzeyi hasar kriteri olarak adlandırılır. Akma yüzeyindeki değişimler akma gerilmesi fonksiyonu k 'nın, sertleşme parametresi K ile ifade edilmesi sonucu bulunur. Bunun yapılması şu şekilde mümkün olabilmektedir.

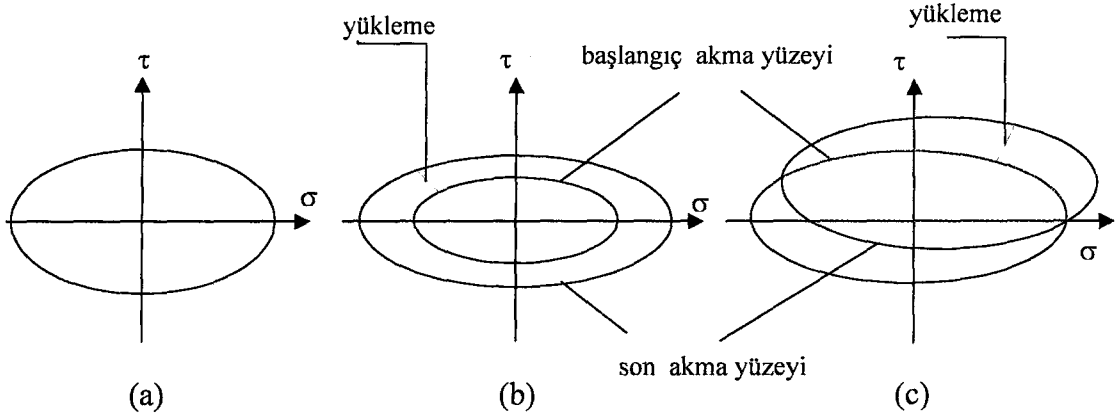
a) Şekil değiştirme sertleşmesinin, toplam plastik işin (W_p) bir fonksiyonu olduğu varsayılırsa,

$$K = W_p \quad (9.29)$$

yazılabilir. Burada

$$W_p = \int \sigma_{ij} (d\varepsilon)_p \quad (9.30)$$

$(d\varepsilon)_p$ bir şekil değiştirme artımı sırasında meydana gelen şekil değiştirmenin plastik bileşenidir.



Şekil 9.9. Akma yüzeyi plastik deformasyon ilişkisi.

b) K , toplam plastik deformasyonun bir ölçüsü olarak kabul edilir ve eşdeğer plastik şekil değiştirme olarak adlandırılır.

$$d\varepsilon_p = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right) [(d\varepsilon_{ij})] (d\varepsilon_{ij})_p}^{1/2} \quad (9.31)$$

Akmanın hidrostatik gerilmeden bağımsız olduğu kabulü ile,

$$(d\varepsilon_{ij})_p = 0 \text{ ve } (d\varepsilon'_{ij})_p = (d\varepsilon_{ij})_p \quad (9.32)$$

yazılırsa, buradan;

$$(d\varepsilon_p) = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right) [(d\varepsilon'_{ij})] (d\varepsilon'_{ij})_p}^{1/2}$$

elde edilir. Burada $(d\varepsilon'_{ij})_p$ deviatorik şekil değiştirmenin bileşenidir. Böylece sertleşme parametresi;

$$K = \bar{\varepsilon}_p$$

olur. Burada $\bar{\varepsilon}_p$, $d\bar{\varepsilon}_p$ 'nin iterasyonu ile bulunabilir. Buna şekil değiştirme sertleşmesi denir. İzotropik malzemeler için $f = k$ gerilme durumu geçerlidir. Plastik durumda gerilmedeki artışa göre akma fonksiyonunda da artma meydana gelir. Böylece,

$$df = \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \right) d\sigma_{ij} \quad (9.33)$$

olur ve şu alternatifler elde edilir.

- $df < 0$ ise elastik davranış, gerilme noktası akma yüzeyi içine düşer.
- $df = 0$ ise ideal plastik davranış, akma yüzeyi akma düzlemi üzerindedir.
- $df > 0$ ise plastik yükleme (şekil değiştirme sertleşmesi olan malzeme için) gerilme noktası akma düzleminde [74].

9.3.4. Normalite kriteri

Von Mises, daha önce bahsedildiği gibi, akma yüzeyi ile ilgili olarak, plastik şekil değiştirme artışlarını ifade eden temel bir bağıntıyı ileri sürmüştür. Sunulan bağıntının geçerliliğine ait gerekli açıklamalar, bu alanda çalışmalar yapan diğer araştırmacılar tarafından verilmiştir. Burada sadece, genellikle kabul edilen aşağıdaki hipotez göz önüne alınmıştır. Eğer $d\varepsilon_p$, şekil değiştirme artışlarını gösterirse (Şekil 9.13)

$$d\varepsilon_p = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma} \quad (9.34)$$

veya herhangi bir “n” bileşeni için

$$d\varepsilon_{n,p} = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_n}$$

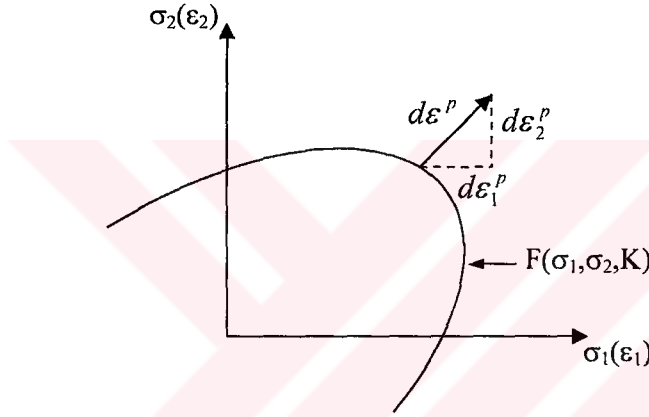
yazılabilir. Burada λ , orantı sabitidir. Bu kural normalite prensibi olarak bilinir. (9.34) eşitliği hakkında; n boyutlu gerilme uzayındaki, akma yüzeyine göre plastik şekil değiştirme artış vektörünün normaline gerek duyulması şeklinde bir yorum yapılabilir. Bahsedilen kuralın şartları plastik potansiyel yardımı ile elde edilebilir.

$$Q = Q(\sigma, K) \quad (9.35)$$

Bu ifade plastik potansiyel Q , plastik şekil değiştirme artışını tanımlar. Buradan,

$$d\varepsilon_p = \lambda \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \quad (9.36)$$

yazılabilir. $Q = F$ 'in kısmi durumu $(\partial Q, \partial F)$ birleşik plastisite olarak bilinir.



Şekil 9.10. İki boyutlu gerilme düzleminde akma yüzeyi ve normalite kriteri [84].

9.3.5. Toplam gerilme şekil değiştirme bağıntıları

Gerilmenin sonsuz küçük bir artışı durumunda, şekil değiştirme değişiminin elastik ve plastik olarak kısımlara ayrılabilceği kabul edilir. Buradan,

$$d\varepsilon = d\varepsilon_e + d\varepsilon_p \quad (9.37)$$

yazılabilir. Elastik şekil değiştirme artışları, her zaman olduğu gibi D matrisinin simetrikliği nedeni ile gerilme artışlarını gösterir. (9.48) ifadesi, (9.49)'da yerine yazılırsa,

$$d\varepsilon = D^{-1} d\sigma + \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \lambda \quad (9.38)$$

elde edilir. Plastik akama meydana geldiğinde, gerilmeler ($F(\sigma, K) = 0$) akma yüzeyindedir. Bu ifadenin diferansiyeli alınırsa,

$$dF = \frac{\partial F}{\partial \sigma_1} d\sigma_1 + \frac{\partial F}{\partial \sigma_2} d\sigma_2 + \dots + \frac{\partial F}{\partial K} dK = 0$$

veya

$$\left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T d\sigma - A \lambda = 0 \quad (9.39)$$

elde edilir. Burada A ifadesi şöyledir;

$$A = -\frac{\partial F}{\partial K} dK \frac{1}{\lambda} \quad (9.40)$$

(9.50) ve (9.51) eşitlikleri tekil bir simetrik matris formunda şu şekilde yazılabilir:

$$\begin{Bmatrix} d\varepsilon \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D^{-1} & \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \\ \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma} \right)^T & -A \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\sigma \\ \lambda \end{Bmatrix} \quad (9.41)$$

Bilinmeyen λ sabiti (genellikle sıfır olabilen A ile bölünüp çarpılmamaya dikkat edilmelidir) eline edilebilir. Buradan; şekil değiştirme değişimlerinden yararlanılarak elde edilen gerilme değişimlerini belirleyen bir tam genleşme durumunda bu sonuç ortaya çıkar)

$$d\sigma = D_{ep}^* d\varepsilon \quad (9.42)$$

$$D_{ep}^* = D - D \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T D \left[A + \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T D \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\} \right]^{-1} \quad (9.43)$$

D_{ep}^* elasto-plastik matrisi, artışı analizde D elastiklik matrisi yerine geçer. Bu matris simetriktir ve pozitif değere sahiptir. Aynı şekilde (9.54) ifadesi, A sıfır değerini alsa da almasa da geçerlidir. A = 0 olduğunda ideal plastisite için matris tanımlanmış olur. Bu şekilde plastisitenin kesin formülasyonu, ilk olarak Yamada ve Zienkiewicz tarafından verilmiştir [84].

9.3.6. “A” parametresinin incelenmesi

İdeal plastisite halinde, sertleşme olmadan A'nın sıfır olacağı oldukça açıktır. Eğer sertleşme göz önüne alınacak olursa, akma yüzeyindeki pozisyon veya yer değişimlerinin bağlı olarak K parametresinin varlığından söz edilmelidir.

Çalışma sertleşmesi gösteren bir malzemede K değeri, plastik deformasyon sırasında yapılan plastik işin toplamı yardımı ile yeniden ifade edilebilir.

$$dK = \sigma_1 d\varepsilon_1^p + \sigma_2 d\varepsilon_2^p + \dots = \sigma^T d\varepsilon_p \quad (9.44)$$

(9.53) eşitliğinin birinci grubunu $(\partial F / \partial \sigma)^T$ D ile çarparak,

$$\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma} \right)^T d\sigma = \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma} \right)^T D \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \lambda$$

elde edilir. birinci denklemden λ 'nın eliminasyonu (9.54) ve (9.55) eşitliklerini verir. (9.46)'daki akma kuralı yerine yazılırsa, basitçe şu ifade ortaya çıkar:

$$dK = \lambda \sigma^T \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \quad (9.45)$$

elde edilir.

9.3.7. Prandtl-Reuss bağıntıları

İfade edilen kavramların bazılarını daha iyi açıklamak için, izotropik malzemeler için bilinen von Mises akma yüzeyinin kısmi türevleri göz önüne alınmalıdır. Bu kriter aşağıdaki ifadeye benzer olarak daha önce verilmişti.

$$F = \left[\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + \frac{1}{2}(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)^2 + 3\sigma_4^2 + 3\sigma_5^2 + 3\sigma_6^2 \right]^{1/2} - \sigma_0 = \sigma_e - \sigma_0 \quad (9.46)$$

Üç boyutlu gerilme hali için formüldeki 1,2,3 indisleri normal gerilme bileşenlerini; 4,5,6 indisleri ise kayma gerilmesi bileşenlerini vermektedir. Türevlerin alınması sonucu şu ifadeler elde edilir:

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma_1} = \frac{3\sigma_1'}{2\sigma_e} \quad , \quad \frac{\partial F}{\partial \sigma_2} = \frac{3\sigma_2'}{2\sigma_e} \quad , \quad \frac{\partial F}{\partial \sigma_3} = \frac{3\sigma_3'}{2\sigma_e}$$

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma_4} = \frac{3\sigma_4}{2\sigma_e} \quad , \quad \frac{\partial F}{\partial \sigma_5} = \frac{3\sigma_5}{2\sigma_e} \quad , \quad \frac{\partial F}{\partial \sigma_6} = \frac{3\sigma_6}{2\sigma_e}$$

Bu ifadelerdeki “'” işareti deviatorik gerilmeleri temsil eder.

$$\sigma_1' = \sigma_1 - \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad \text{vd.} \quad (9.47)$$

olduğu bilinmektedir. $\sigma_0 = \sigma_0(K)$ değeri akma durumundaki tek eksenli gerilmedir. Tek eksenli çekme deneyinin bir kısmı ele alınarak, σ_e eşlenik gerilmesine karşılık gelen ϵ_{up} tek eksenli plastik şekil değiştirmesi, basit çalışma sertleşmesi kabul edilerek, incelendiğinde aşağıdaki ifadeler yazılabilir.

$$dK = \sigma_0 d\epsilon_{up} \quad \text{ve}$$

$$-\frac{\partial F}{\partial K} = \frac{\partial \sigma_0}{\partial K} = \frac{\partial \sigma_y}{\partial \epsilon_{up}} \frac{1}{\sigma_0} = \frac{H'}{\sigma_0} \quad (9.48)$$

buradaki H' değeri, σ_e 'nin kısmi değerine karşı gelen doğrunun eğimidir. Bu ifadeler (9.44) ifadesinde yerine konarak, bazı dönüşümler yapıldıktan sonra basitçe,

$$A = H'$$

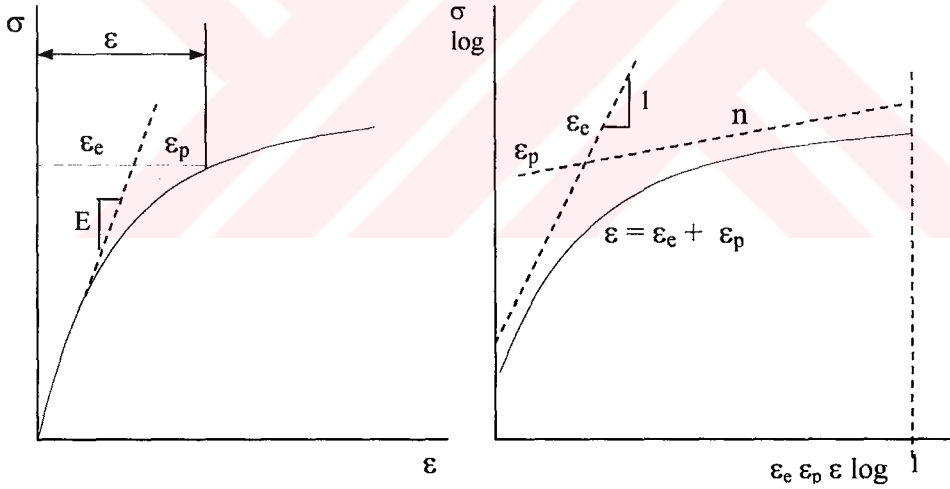
elde edilir [83].

9.3.8. Ramber- Osgood bağıntısı

Ramber-Osgood tarafından verilen bu bağıntı bir çok malzemenin gerilme şekil değiştirme eğrilerini hassas bir şekilde vermek için oldukça yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu bağıntıya göre, elastik ve plastik şekil değiştirmeler (ϵ_e , ϵ_p) ayrı ayrı ele alınıp toplanmıştır (Şekil 9.14). üslü ifade olan bu bağıntı plastik şekil değiştirmeye daha doğrusu toplam şekil değiştirmeye uygulanmaktadır. Yani,

$$\sigma = K \epsilon_p^n \quad (9.49)$$

ifadesi yazılabilir.



Şekil 9.11. Ramber-Osgood bağıntısı [85].

Buradaki “n” değerine, şekil değiştirme sertleşmesi üssü” denir. Elastik şekil değiştirmeyi gerilme cinsinden ifade etmek için E’den yararlanılır. Plastik şekil değiştirme Şekil 9.14’den görüldüğü gibi elastik eğimden sapmadır.

$$\epsilon = \epsilon_e + \epsilon_p = \frac{\sigma}{E} + \epsilon_p \quad (9.50)$$

(9.49) ve (9.50) denklemleri birleştirilecek olursa, gerilme ve toplam şekil değiştirme arasında şu bağıntı ortaya çıkar;

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \left(\frac{\sigma}{K} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (9.51)$$

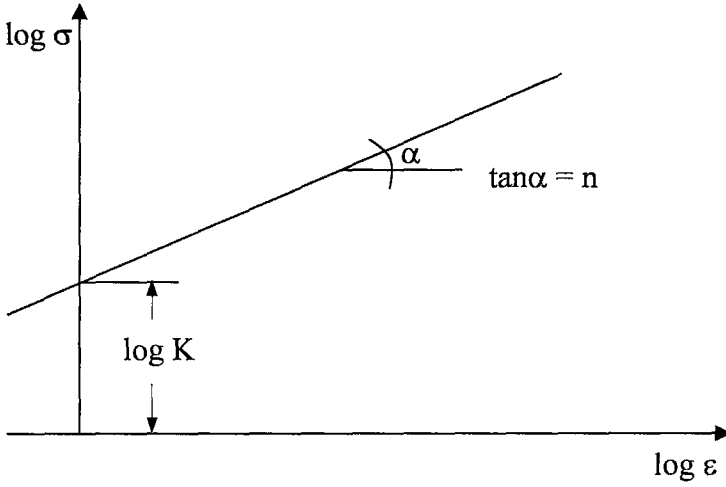
Bu ifadedeki K şekil değiştirme sertleşmesi parametresi ve n şekil değiştirme sertleşmesi üssü diye bilinen malzeme parametreleri; tek eksenli çekme deneyi sonucu elde edilen çekme eğrisinden alınan değerler yardımı ile σ ve ε 'un logaritması alınarak, Şekil 9.14(b)'dekine benzer grafikler yardımı ile hesaplanabilir. $\varepsilon_1 = 1$ olduğunda $\log \sigma$ 'nın değeri K sabitine benzer grafikler yardımı ile hesaplanabilir. Eğer iki yönde ($\log \sigma$, $\log \varepsilon$) logaritmik onluk gruplar eşit uzunlukta olursa, n sabiti de logaritmik çizimde eğime eşit olur. σ gerilmesi ile buna karşı gelen ε toplam şekil değiştirme arasında çizilen grafik logaritmik bir eğridir. Küçük şekil değiştirmelerde bu eğri, elastik şekil değiştirmelere karşı gelen eğrinin 1 olduğu doğruya yaklaşır. Buna karşılık büyük şekil değiştirmelerde ise, n plastik şekil değiştirme doğrusuna yaklaşır [85]. K ve n değerlerinin elde edilmesi aşağıdaki şekilden de rahatlıkla görülebilir. (Şekil 9.15).

$$\sigma = K \varepsilon_p^n \quad \text{ifadesinin logaritması alınır,}$$

$$\log \sigma = \log K + n \log \varepsilon_p$$

$$y = a + bx$$

şeklinde bir doğru denklemi ortaya çıkar. Buradan K ve n değerleri rahatlıkla tespit edilir.



Şekil 9.12. K ve N değerlerinin tespiti.

9.4. İki Boyutlu Elasto-Plastik Probleminin Sayısal Çözümü

Elasto-plastik gerilme analizinde başlangıç gerilmesi metodu kullanılmıştır. Bu metot Şekil 9.16 yardımı ile açıklanmaya çalışılmıştır. Bu yöntemle göre lineer elastik olarak hesaplanmış olan σ_1 gerilmesinin toplam şekil değiştirmesi (toplam deformasyon) ϵ_1 'dir.

σ_1 gerilmesine karşılık gelen gerilme farkı σ_{01} 'i bulmak için σ_{s1} 'in bulunması gerekir. Bundan önce doğal olarak, K ve n değerleri elde edilmiş olmalıdır.

Bu gerilme,

$$\sigma_{s1} = \sigma_0 + K\epsilon_p^n$$

$$\sigma_{s1} = \sigma_0 + K(\epsilon - \epsilon_e)^n$$

$$\sigma_{s1} = \sigma_0 + K\left(\frac{\sigma_1}{E} - \frac{\sigma_{s1}}{E}\right)^n \quad (9.52)$$

(9.52) ifadesinden, Newton-Raphson yöntemi kullanılarak hesaplanabilir. Buradan σ_{01} gerilme farkı,

$$\sigma_{01} = \sigma_1 - \sigma_{s1} \quad (9.53)$$

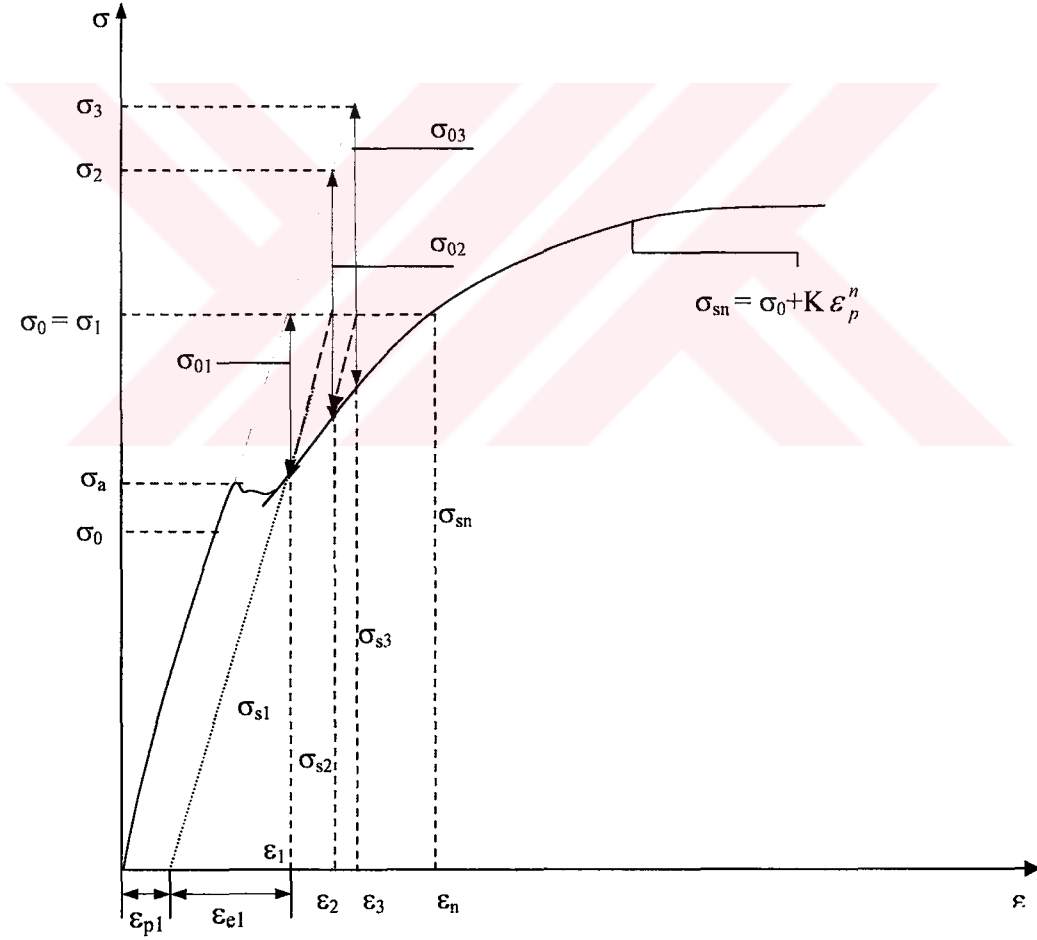
şeklinde bulunabilir. Eğrinin bir sonraki basamağı ise,

$$\sigma_2 = \sigma_1 - \sigma_{01} \quad (9.54)$$

veya genel olarak,

$$\sigma_n = \sigma_1 + \sigma_{0(n-1)} \quad (9.55)$$

yazılır. Bu işleme, akan düğümlerin son iki iterasyonuna ait toplam deplasmanlar yüzdesi belli bir değere ulaşınca kadar devam edilir.



Şekil 9.13. Başlangıç gerilmesi metodu.

Yani,

$$\frac{U_{n+1} - U_n}{U_n} \leq 0.001 \quad (9.56)$$

ise iterasyona son verilir.

$$\sigma_e = \frac{1}{\sqrt{2}} [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \sigma_y^2 + \sigma_x^2 + 6\tau_{xy}]^{1/2} \quad (9.57)$$

ifadesine göre hesaplanan “eşlenik gerilmeler” dikkate alınarak hesaplamalar yapılmalıdır. Yani iki veya üç eksenli gerilmeler bu kriterle tek eksenli hale indirgenmiş olmaktadır. σ_e değerleri elde edildikten sonra akma tespiti için kontrol yapılır. Eğer $\sigma_e > \sigma_a$ ise elasto-plastik analiz yapılır. Bu durumda,

$$\sigma_0 = \sigma_e - \sigma_s \quad (9.58)$$

ifadesi geçerlidir. Gerilmeler tek eksenli olmadığından eşlenik cinsten elde edilen başlangıç gerilmesi,

$$\{\sigma_0\} = \{\sigma_{0x}, \sigma_{0y}, \sigma_{0xy}\} \quad (9.59)$$

şeklinde vektörel olarak yazılabilir. Bu durumda formülasyon

$$\{\sigma_{0i}\} = \{\sigma_i\} \frac{\sigma_{0i}}{\sigma_e}, \quad \{\sigma_{0i}\} = \sigma_e - \sigma_{si} \quad (9.60)$$

şeklini alır. Buradan,

$$\sigma_{topi} = \frac{\sigma_e}{E}, \quad \epsilon_{pi} = \epsilon_{topi} - \frac{\sigma_{si}}{E} \quad (9.61)$$

elde edilir. σ_{si} ifadesi (9.63) ifadesinden

$$\sigma_{si} = \sigma_a + K \varepsilon_{pi}^n$$

$$\sigma_{si} = \sigma_a + K \left(\frac{\sigma_e}{E} - \frac{\sigma_{si}}{E} \right)^n \quad (9.62)$$

şeklinde elde edilir.

9.5. Sonlu Elamanlar Metodu Kullanarak Problemin Analizi

Newton yöntemi gibi iterativ işlemin her bir aşamasında hesaplanır ve bu hesaplama $\{R\}$ artık yüklerin sıfıra eşitleninceye kadar yapılır.

$$\sum R_i = \sum B^T \{\sigma\} dV = \int F \{T\} ds = \sum \{q_i\}$$

diğer bir ifade ile, eğer sistem dengede değil ise;

$$\sum B^T \{\sigma\} dV - \sum \{q_i\} = \{R\} \quad (9.63)$$

Lineer olmayan sonlu eleman problemlerinin çözümlenmesine çok uygun olan aşağıdaki ifade burada $\{R\}$ dengeyi bozan kuvvet vektörü (artık yükler) diye adlandırılır.

9.5.1. Denge İterasyonu

Lineer olmayan sistemlerin çözümü için en yaygın kullanım alanı bulmuş teknik olarak Newton metodu karşımıza çıkmaktadır. Genel olarak toplam yük direk olarak uygulanır ve bir başlangıç çözümü elde edilir. Bu çözüm metodunda;

$$\{D\} = K_0^{-1} \{Q\} \quad (9.64)$$

ifadesinden yararlanılır. Burada $\{D\}$ deplasman, K_0 ise tanjant rijitlik faktörüdür.

Çözüm için gerekli hassasiyeti sağlamak için aşağıdaki gibi iterasyonu sağlayan ifadesi kullanılır:

$$\{D\} = \{D\}_i + K_T^{-1} \{R\} \quad (9.65)$$

Burada kullanılan K_T ve $\{R\}$ değerleri belirli bir yakınsama elde edilene kadar $\{D\}_i$ deplasmanı yardımı ile hesaplanır.

$$\{R\} = \{Q\} - \{Q'\} = K_T \{\delta D\}$$

$$K_T = \sum k_T$$

$$\{Q'\} = \int B^T \{\sigma\} dV$$

$$\{\sigma\} = D_T . B . \{d\} = D_T \{\varepsilon\}$$

$$k_T = \int B^T . D_T . B . dV$$

burada $D_T = f(\{\sigma\})$ elastiklik matrisidir.

Elasto-plastik analizlerde bazı temel varsayımların özetlenecek olursa;

1. Akmadan önce malzeme elastik davranış gösterir. Genellikle hem yükleme hem de yükün boşaltılması sürecinde Hooke Kanununa uyar.

2. Genel şekil değiştirme artışları; $\{d\varepsilon\} = \{d\varepsilon_e\} + \{d\varepsilon_p\}$ denklemi ile verilir. Burada $\{d\varepsilon_e\}$ elastik, $\{d\varepsilon_p\}$ ise plastik bileşenleri göstermektedir.

3. Plastik şekil değiştirme artışları elastik artışlardan daha düşük şekil değiştirme enerjisi gerektiği durumlarda, plastik artışların akma yüzeyine normal doğrultuda meydana gelebileceği kabul edilir. Bu durum, en dik iniş yöntemi diye bir metottan ortaya çıkarılmıştır. Bu yöntemde serbest (keyfi) minimizasyon problemlerindeki gibi bir f fonksiyonu sayesinde;

$$\left\{ \frac{\partial f}{\partial x_i} \right\}$$

doğrultusunda kaydırılarak minimize edilir. Bu durumda akma yüzeyini geçen $d\sigma_p^*$ genişlemesi (ilerlemesi) aşağıdaki denklem yardımı ile verilebilir;

$$d\sigma_p^* = \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T \{d\sigma\} = F^T \{d\sigma\} \quad (9.63)$$

Burada $f(\{\sigma\})$ değeri tek eksenli eşlenik σ^* gerilmesini tanımlar. (9.63) denkleminde $\left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}$

İfadesi, fonksiyonun sırası ile her bir gerilme bileşenine göre türetilmeleri sonucunda elde edilen bir vektörü gösterir. Çok eksenli gerilme halinde, tek eksenli bir eşlenik $\sigma^* = \sigma_e$ gerilmesinin mevcut olduğu dikkate alınmalıdır. $\sigma^* = f(\{\sigma\})$ ifadesinde, $\sigma^* = F_y$ durumu olduğunda akma meydana gelir. Burada F_y tek eksenli gerilme durumundaki (basit çekmede) akma gerilmesidir. Eğer malzeme şekil değiştirme sertleşmesi gösterirse, akma yüzeyinin boyutunun arttığı ancak şeklinin değişmediği kabulü genel olarak kullanılır.

Fiber takviyeli tabakalı kompozit malzemelerin elasto-plastik gerilme analizinde Tsai-Hill teorisi sıkça kullanılmaktadır. Bu teoriye göre böyle bir malzeme için eşlenik gerilme;

$$\sigma_e^* = \sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2 \left(\frac{X^2}{Y^2} \right) + (\tau_{12}^2 + \tau_{13}^2 + \tau_{23}^2) \left(\frac{X^2}{S^2} \right) = F_y^2 \quad (9.64)$$

olarak yazılabilir. Burada $\sigma_1, \sigma_2, \tau_{12}$ ve τ_{23} malzemenin asal eksenleri yönündeki gerilme bileşenleridir. X, Y ve S ise sırası ile eksenel, eksene dik ve kayma yönündeki akma değerleridir.

$$f = \sigma_e - \sigma_0 = 0,$$

burada σ_e ve σ_0 , sırası ile efektif ve akma gerilmesini göstermektedir.

$$f(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}) = \left[\sigma_x^2 - \sigma_x\sigma_y + \sigma_y^2 \left(\frac{X^2}{Y^2} \right) + (\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (9.65)$$

f akma fonksiyonun sayısal değeri F_y akma gerilmesine eşit veya bunu aşarsa, akma meydana gelir. Akma yüzeyinin genleşme değeri σ_p^* , f akma fonksiyonu zincir kuralına göre türevinin alınması ile elde edilen bir plastik akış kanunu kullanılarak hesaplanabilir.

Eşitlik (9.63) kullanılarak;

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_x} = 2\sigma_x - \sigma_y$$

$$\frac{\partial f}{\partial \tau_{xz}} = 2\tau_{xz} \frac{X^2}{S^2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_y} = 2\sigma_y \frac{X^2}{Y^2} - \sigma_x$$

$$\frac{\partial f}{\partial \tau_{yz}} = 2\tau_{yz} \frac{X^2}{S^2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial \tau_{xy}} = 2\tau_{xy} \frac{X^2}{S^2}$$

Tsai-Hill kriteri için F plastik akış kanunu uygulandığında,

$$F = \left\{ 2\sigma_x - \sigma_y, 2\sigma_y \frac{X^2}{Y^2} - \sigma_x, 2\tau_{xy} \frac{X^2}{S^2}, 2\tau_{xz} \frac{X^2}{S^2}, 2\tau_{yz} \frac{X^2}{S^2} \right\} 1/2\sigma_e \quad (9.66)$$

elde edilir.

Elastiklik matrisi D kullanılarak aşağıdaki ifade yazılabilir.

$$\{d\sigma\} = D\{d\varepsilon\} - D\{d\varepsilon_p\} \quad (9.67)$$

yazılabilir. Eşitlik (9.63) yeniden düzenlenirse;

$$d\sigma_p^* = \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T . D . \{d\varepsilon\} - F^T . D . \{d\varepsilon_p\} \quad (9.68)$$

yazılabilir. Tek eksenli davranışa göre sertleşme kuralı,

$$d\sigma_p^* = H . d\varepsilon_p^* \quad (9.69)$$

olarak yazılabilir. Burada H, plastik bölgede tek eksenli gerilme-şekil değiştirme eğrisinin eğimidir. H değerinin hesaplanması, sünek metaller, plastik vb. malzemelerde hesaplanması mümkün olmaktadır. Fakat beton ve taş gibi malzemelerde H değeri sürekli değişir. Plastik şekil değiştirme artışları için elde edilen birleşik akma kuralı aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$\{d\varepsilon_p\} = F . d\varepsilon_p^* \quad (9.70)$$

Bu ifade Prandtl-Reuss akma kuralı olarak da bilinir. Gerilme şekil değiştirme akma kurallarının her ikisi için de F'nin kullanımı izotropik sertleşmeye yol açar. Yani akma yüzeyi boyutça geriler ve başlangıçtaki akma şartlarındaki biçimi korunur. (9.69) ve (9.70) eşitlikleri, (9.67) (9.68) eşitlikleri kullanılarak;

$$d\varepsilon_p^* = \frac{F^T . D . \{d\varepsilon\}}{H + F^T . D . F} \quad (9.71)$$

eşitliği elde edilir. (9.67) eşitliği kullanılarak;

$$\{d\sigma\} = D\{d\varepsilon\} - D.F.d\varepsilon_p^* \quad (9.72)$$

eşitliği elde edilir. $d\varepsilon_p^*$ değeri yerine konursa,

$$\{d\sigma\} = D\{d\varepsilon\} - D.F. \frac{F^T . D . \{d\varepsilon\}}{H + F^T . D . F} \quad (9.73)$$

eşitliği yazılır. Buradan;

$$\{d\sigma\} = \left(D - \frac{D.F.F^T . D}{H + F^T . D . F} \right) \{d\varepsilon\} \quad (9.74)$$

Burada; $\left(D - \frac{D.F.F^T . D}{H + F^T . D . F} \right)$ simetrik tanjant matrisi D_T olarak adlandırılır.

i. yük artışında $\sigma_i \geq F_y$ ise, D_T matrisi elastik modül matrisi D yerine geçer. Eğer bu yerine geçme durumu bağıl olarak σ^* 'da büyük artışlara yol açarsa akma yüzeyinin dış kısmında artış oranı (α) aşağıdaki gibi değerlendirilebilir;

$$\alpha = \frac{\sigma_i^* - F_y}{\sigma_i^* - \sigma_{i-1}^*} \quad (9.75)$$

α artış oranının hesaba katılması ile gözden geçirilmiş gerilme ifadesi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\{d\sigma\} = (1 - \alpha)D\{d\varepsilon\} - \alpha.D_T\{d\varepsilon\} \quad (9.76)$$

Daha önce elde edilen gerilmelere, $\{d\sigma\} = \alpha.D_T\{d\varepsilon\}$ kadar ekleme yapıldıktan sonra D_T değeri F ve H 'ın değerleri kullanılarak hesaplanabilir.

$$D_T = D - D.F. \frac{F^T.D.\{d\varepsilon\}}{H + F^T.D.F} \quad (9.77)$$

Bu durumun gerçekleşmesi için takip edilen yük artışları denge iterasyonu uygulanarak karşılanır. Eğer elastik bölgede nolineerliğe izin verilseydi denge iterasyonu analizin başında da gerekecekti.

Bu çalışmada, dikdörtgen delikli tabakalı kompozit plakalardaki artık gerilmelerin ve plastik bölge dağılımının elde etmek için dokuz düğümlü Lagrangian sonlu elemanlar metodu kullanılmıştır. Her bir tabakanın geometrisi ve yüklenmesi basit ve ankastre mesnetli durumlarda 64 elemana ve 288 düğüm olacak şekilde ağırlara bölünmektedir. Simetrik ve antisimetrik olarak birleştirilmiş plakaların kalınlıkları sabit kalınlıklardadır. Tabaklandırılmış plakaların daha doğru sonuçlar elde edilebilmesi için 8 sanal parçaya bölünmüştür.

Yer değiştirmeler matris formunda aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$d = \begin{bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w \\ \psi_x \\ \psi_y \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^n \begin{bmatrix} N_i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & N_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w \\ \psi_x \\ \psi_y \end{bmatrix} \quad (9.78)$$

burada N_i şekil fonksiyonu olup, i ve n ise sonlu eleman modelindeki toplam düğüm sayısıdır.

Birim uzama ve yer değiştirmeler arasındaki ilişki (5.16) eşitliği kullanarak matris formunda aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{bmatrix}_i = \sum_{i=1}^n \begin{bmatrix} N_{i,x} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_{i,y} & 0 & 0 & 0 \\ N_{i,y} & N_{i,x} & 0 & 0 & 0 \\ N_{i,y} & N_{i,x} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_{i,x} & -N_{i,y} \\ 0 & 0 & 0 & N_{i,y} & -N_{i,x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w \\ \psi_x \\ \psi_y \end{bmatrix}_i \quad (9.79)$$

yada sembolik olarak,

$$\{\varepsilon_{bi}\} = [B_{bi}]\{u_i\} \quad (9.80)$$

burada i düğüm sayısı, $[B]$ ise transformasyon matrisidir. Eksene dik yöndeki kaymadaki birim uzama ile yer değiştirmeler arasındaki bağıntıda (5.16) eşitliği kullanılarak aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$\begin{bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & N_{i,y} & 0 & -N_i \\ 0 & 0 & N_{i,x} & N_i & 0 \end{bmatrix}_i \begin{bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w \\ \psi_x \\ \psi_y \end{bmatrix}_i \quad (9.81)$$

yada sembolik olarak aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$\{\varepsilon_{si}\} = [B_{si}]\{u_i\} \quad (9.82)$$

Sonlu elemanlar yönteminde denge denklemlerini oluşturmak için; toplam potansiyel enerji (Π) denklemi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\Pi = U_b + U_s + V \quad (9.83)$$

burada U_b ve U_s sırası ile eğilmedeki ve kaymadaki iç enerji terimlerini ifade etmektedir. V ise dış kuvvetin meydana getirdiği potansiyel enerjiye karşılık gelmektedir.

$$\begin{aligned} U_b &= \frac{1}{2} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \left[\int_A (\sigma_x \varepsilon_x + \sigma_y \varepsilon_y + \tau_{xy} \gamma_{xy}) dA \right] dz \\ U_s &= \frac{1}{2} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \left[\int_A (\tau_{xz} \gamma_{xz} + \tau_{yz} \gamma_{yz}) dA \right] dz \\ V &= - \int_A w.p.dA - \int_{BR} \left(\bar{N}_n^b u_n^0 + \bar{N}_s^b u_s^0 \right) ds \end{aligned} \quad (9.84)$$

burada $dA = dx.dy$, p birim alana düşen eksene dik yöndeki yük miktarı, $\bar{N}_n^b$ ve $\bar{N}_n^s$ ise ∂R sınırlarına sahip düzleme etkiyen yüklerdir.

Yukarıdaki potansiyel enerji yaklaşımı eğilme ve kayma rijitlik matrislerine uygulandığında;

$$[K_b] = \int_A [B_b]^T [D_b] [B_b] dA \quad (9.85)$$

$$[K_s] = \int_A [B_s]^T [D_s] [B_s] dA$$

elde edilir. Burada;

$$\begin{aligned} [D_b] &= \begin{bmatrix} A_{ij} & B_{ij} \\ B_{ij} & D_{ij} \end{bmatrix} & [D_b] &= \begin{bmatrix} k_1^2 A_{44} & 0 \\ 0 & k_2^2 A_{55} \end{bmatrix} \\ (A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}) &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{ij}(1, z, z^2) dz & (i, j &= 1, 2, 6) \\ (A_{44}, A_{55}) &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (Q_{44}, Q_{55}) dz & (9.86) \end{aligned}$$

burada D_b ve D_s sırasıyla matriks malzemesinin eğilme ve kayma elastiklik matrisidir. k_1 ve k_2 ise kayma kesiti düzeltme faktörüdür ve dikdörtgen kesitler için $k_1^2 = k_2^2 = 5/6$ alınmaktadır [2].

Genellikle nolineer çözümlemelerde hesaplanan gerilmeler ile gerçek gerilmeler çakışmamaktadır. Bu sorunu gidermek için bir dış kuvvet uygulanmaktadır [41]. Bu nedenle her bir yükleme adımı için aşağıda gösterildiği gibi eşlenik düğüm kuvveti ve dengelenmemiş düğüm kuvvetleri hesaplanmalıdır.

$$\{R\}_{eşleni} = \int_{vol} [B]^T \{\sigma\} dA$$

$$= \int_{vol} [B_b]^T \{\sigma_b\} dA + \int_{vol} [B_s]^T \{\sigma_s\} dA \quad (9.87)$$

eşlenik düğüm kuvvetleri biliniyorsa dengelenmemiş düğüm kuvvetleri de bulunabilir;

$$\{R\}_{dengelenmemiş} = \{R\}_{uygulanan} - \{R\}_{eşşileni} = K_T \cdot \{\delta U\} \quad (9.88)$$



10. SONLU ELEMANLAR METODU

10.1. Genel Bilgiler

Elemanter mukavemette çözüm yöntemlerinin yetersiz kaldığı bir çok problem, elastisite teorisi yardımı ile çözülebilmektedir. Pratikte, karmaşık geometri ve malzeme özelliklerine sahip bir çok konstrüksiyon ile karşılaşmaktadır. Bu durumda elastisite teorisi yardımı ile çözmek oldukça güçtür. Karmaşık problemlerin çözümünde sayısal çözüm metotları daha doğru sonuçlar vermektedir. Burada en çok başvuru yapılan yöntemlerden biri olan sonlu elemanlar yöntemi kullanılmıştır.

Sonlu elemanlar metodu, mühendislikte ilk olarak uçak sanayinde, bu dalda karşılaşılan oldukça fazla sayıda ve karmaşık yapıdaki problemlerin çözümünde kullanılmıştır. Özellikle bilgisayarların daha da üstün özelliklerle donatılması gün geçtikçe bu metodun uygulama alanının genişlemesine neden olmuştur.

Sonlu elemanlar metodu ve bilgisayarların sanayiye girmesiyle, pahalı deneysel yöntemlerle incelenebilen bir çok makine elemanının, kolaylıkla analizlerini kısa bir sürede yapıp optimum dizaynı gerçekleştirmek mümkün olabilmektedir [76].

Elemanın boyut ve geometrisi ne kadar karışık olursa olsun, cismin sonlu eleman modelinin gerçeğe çok uygun olması sağlanabilir. Cismin içindeki delik, çentik, köşe vb. yerel süreksizliklerin, sonlu eleman analizinde zorluk çıkarmaz. Değişken malzeme özelliği veya değişken geometriye sahip problemler, bu metotla kolaylıkla çözülebilir. Ayrıca sınır şartlarının uyarlanması kolay olup, elde edilen sonuçların doğruluğu oldukça iyidir.

10.2. Sonlu Elemanlar Metodunun Uygulanışı

Sonlu elemanlar metodunu temel prensibi, öncelikle bir elemana ait sistem özelliklerini içeren denklemlerin çıkartılıp, ardından bütün sistemi temsil edecek şekilde eleman denklemlerini birleştirerek, sisteme ait lineer denklem takımının elde edilmesidir. Bir elemana ait denklemlerin elde edilmesinde değişik metotlar kullanılabilir [76]. Bunlardan en çok kullanılanlar şu şekle açıklanabilir:

- a) *Direkt yaklaşım*: Bu yaklaşım daha çok tek boyutlu ve basit problemler için uygundur.
- b) *Varyasyonel yaklaşım*: bir fonksiyonun extrmize edilmesi demektir. Fonksiyonelin birinci türevinin sıfır olduğu noktada fonksiyonu extrmize eden değerler bulunur. İkinci türevin sıfırdan büyük veya küçük olmasına göre bu değer maksimum veya minimum olduğu görülür.

- c) *Enerji dengesi yaklaşımı*: bir sisteme giren ve çıkan termal veya mekanik enerjilerin eşitliği göz önüne alınır.

Ele alınan yaklaşımların hangisi kullanılırsa kullanılsın, sonlu elemanlar metodu ile yapılan çözümlerde şu sıra izlenmelidir;

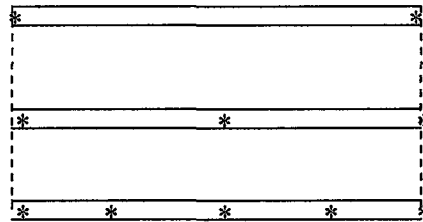
- Cismin sonlu elemanlara bölünmesi (mesh generation),
- İnterpolasyon fonksiyonların seçilmesi,
- Eleman direngenlik matrisinin teşkil edilmesi,
- Komple direngenlik matrisinin hesaplanması,
- Sisteme etki eden dış kuvvetlerin bulunması,
- Verilen sınır şartların uyarlanması,
- Sistem denklemlerinin çözümü,
- Diğer hesaplamalar (şekil değiştirmeler, gerilme, asal gerilme vb.).

10.3. Cismin Sonlu Elamanlara Bölünmesi

Sonlu elemanlar metodu kullanılarak yapılan analizlerde öncelikle eleman tipinin belirlenmesi gerekir. Daha sonra çözüm bölgesi tamamen düzgün bir ağ ile bölünür. Özellikle sistem, süreksizlik noktalarına daha küçük sonlu elemanlara ayrılmalıdır. Analizde kullanılan sonlu eleman tipinin iyi seçilmesi, o oranda daha iyi sonuçlar elde edilerek, gerçek çözüme daha fazla yaklaşılmalarını sağlar. Sonlu elmanlar metodunda kullanılan elemanlar boyutlarına göre dört kısma ayrılır:

10.3.1. Çeşitli sonlu elman tipleri

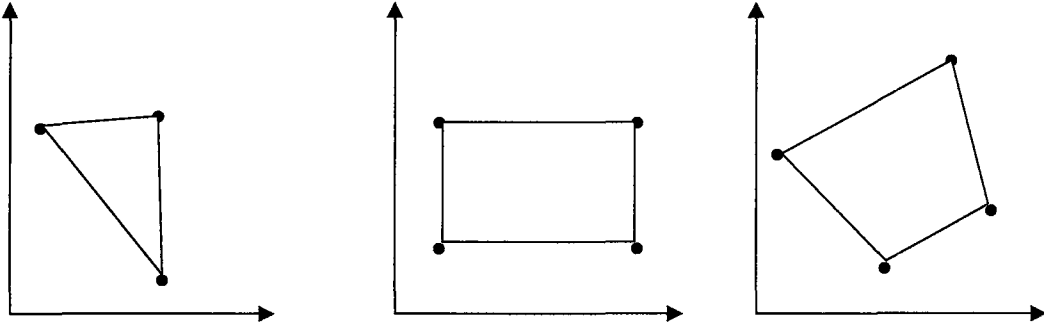
Tek boyutlu elemanlar : Tek boyutlu ifade edilen problemlerin çözümünde kullanılır (Şekil 10.1).



Şekil 10.1. Tek boyutlu elmanlar.

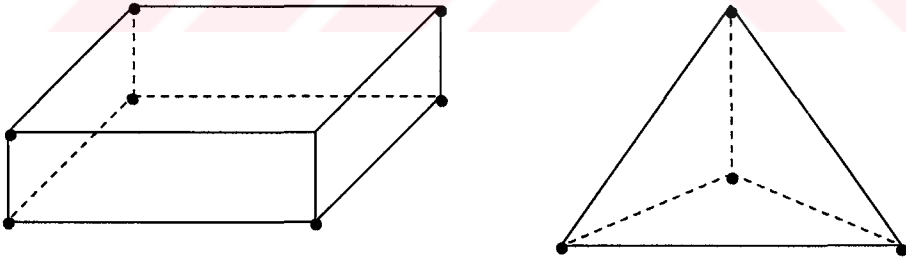
İki boyutlu elemanlar : Düzlem problemlerin çözümünde kullanılır. İki boyutlu sonlu elman olarak, en çok kullanılan üç düğümlü üçgen elamanlardır. Üçgen elamanların altı, dokuz ve

daha fazla düğüm ihtiva eden türleri de vardır (Şekil 10.2). Düğüm sayısı seçilecek İnterpolasyon fonksiyonun dercesine göre belirlenir. Bu grubun diğer bir elemanı dörtgen elemanlardır. Dörtgen eleman, çoğu zaman özel hal olan dikdörtgen eleman olarak kullanılır. Dikdörtgen elemanlarla çözüm bölgesini taramak oldukça kolaylık sağlar. Ancak çözüm bölgelerinin ifade edilmesi bakımından üçgen elemanlar daha kullanışlıdır [76].



Şekil 10.2. Çeşitli iki boyutlu elmanlar.

Üç boyutlu elemanlar : bu grupta en çok kullanılan eleman üçgen piramittir. Ayrıca dikdörtgen prizması ve altı yüzlü elemanlar, üç boyutlu problemlerin çözümünde kullanılan diğer eleman tipleridir (Şekil 10.3).



Şekil 10.3. Çeşitli üç boyutlu elmanlar.

Dönel elemanlar : Eksenel simetrik özellik gösteren problemlerin çözümünde dönel elemanlar kullanılır. Bu elemanlar iki boyutlu elemanların simetri eksenini etrafında bir tam dönme yapması ile elde edilebilirler. Dönel elemanlar yardımı ile pratikte üç boyutlu olan problemler, iki boyutlu problem gibi ele alınarak çözülebilirler. Bu durum, dönel elemanların kullanımının oldukça yaygınlaştırmaktadır.

10.3.2. İzoparametrik sonlu elamanlar

Çözüm bölgesinin sınırları eğri denklemleri ile tanımlanmış ise, kenarları doğru olan elamanların bu bölgeyi tam olarak tanınması mümkün değildir. Böyle durumlarda bölgeyi gereken hassasiyette tanımlamak için elemanların boyutlarını küçültmek, dolaysı ile sayılarını arttırmak gerekir. Bu durum, çözülmesi gereken denklem sayısını artırır ve dolaysı ile gerekli olan bilgisayar kapasitesinin ve çözüm zamanının artmasına yol açar. Bu istenmeyen durumu ortadan kaldırmak için, çözüm bölgesinin eğri denklemleri ile tanımlanan sınırlarına uyum sağlayacak eğri kenarlı elemanlara ihtiyaç duyulur. Böylece hem çözüm bölgesi daha iyi tanımlanmakta hem de daha az sayıda eleman kullanılarak çözüm yapılabilir. Bu elemanlar üzerindeki düğüm noktaları bir fonksiyon ile tanımlanır. İzoparametrik sonlu elamanların özelliği her noktasının konumunun ve yer değiştirmesinin aynı mertebeden aynı şekil (interpolasyon) fonksiyonu ile tanımlanabilir olmasıdır [76].

10.3.3. Sonlu elaman ağının elde edilmesi

Çözüm bölgesi seçilen sonlu eleman ile tamamen düzgün bir ağ şeklinde bölünür. Bu bölünmede çözüm bölgesinin tamamının veya belirli bir kısmının sonlu elamanlara bölünmesi gerekebilir. Bu durum; şeklin geometrisine, yükleme şartlarına, malzeme özelliklerine bağlıdır. Eksenel simetrik problemlerde bölgenin yarısının bazen de dörtte birinin sonlu elamanlara ayrılması problemin sonlu elaman analizi için yeterlidir [Şekil 10.4].

Elemanların düğümlerinin belirli bir sisteme göre yapılması, özellikle çözüm süresinin ve bilgisayar kapasitesinin oldukça azaltıldığı, direngenlik matrisinin bant şekline getirilerek yapılan çözümler için yararlıdır. Sistemin bant genişliğinin düşürülmesinde düğüm dizilimlerinin de önemi oldukça fazladır.

10.4. İnterpolasyon Fonksiyonlarının Seçilmesi

İnterpolasyon fonksiyonu alan değişkeninin eleman üzerindeki değişimini temsil eder. Seçilen sonlu elamanın tipi interpolasyon fonksiyonunu belirler. Çünkü, sonlu elamandaki düğüm sayısı fonksiyonun mertebesini tayin eder [76].

Seçilen interpolasyon fonksiyonları elemanların ara yüzeylerinde sürekliliği sağlamalı koordinat değişimlerinden etkilenmemelidir. Gerek bu şartların sağlanması gerekse türev ve integrallerin alınmasında sağladıkları kolaylıktan dolayı interpolasyon fonksiyonu olarak polinomlar tercih edilir.

10.4.1. Bir değişkenli interpolasyon fonksiyonu

İnterpolasyon fonksiyonları polinomlar yardımı ile seçilmiştir. Bir boyutlu n. Dereceden bir polinom

$$P_n(x) = \sum_{i=1}^{T_n} \alpha_i x^i \quad (10.1)$$

şeklinde ifade edilir. Burada $T_n = n + 1$ olup, bu polinom 3.dereceden yazılırsa

$$P_3(x) = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 x^2 \quad (10.2)$$

elde edilir.

10.4.2. İki değişkenli interpolasyon fonksiyonu

İki değişkenli n. dereceden bir polinom aşağıdaki genel biçimi ile verilebilir.

$$P_n(x, y) = \sum_{i=1}^{T_n} \alpha_i x^i y^j \quad (i+j \leq n) \quad (10.3)$$

burada;

$$T_n = \frac{[(n+1)(n+2)]}{2} \text{ olup ikinci dereceden bir polinom şu şekilde elde edilebilir.}$$

$$P(x, y) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 xy + \alpha_5 x^2 + \alpha_6 y^2 \quad (10.4)$$

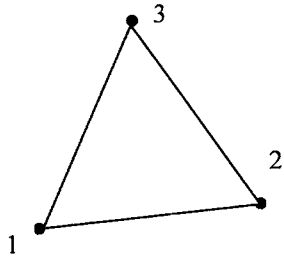
Üç değişkenli bir polinom da benzer biçimde türetilir. Sadece köşelerinde düğüm bulunan üçgen eleman için interpolasyon fonksiyonu,

$$P(x, y) = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 y \quad (10.5)$$

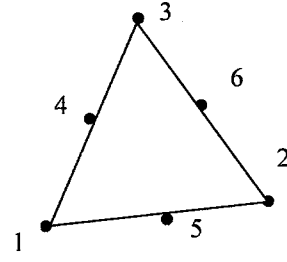
kenarların ortasında da düğümler bulunan altı düğümlü üçgen eleman için,

$$P(x, y) = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 y + \alpha_3 xy + \alpha_4 x^2 + \alpha_5 y^2 \quad (10.6)$$

yazılabilir.



a) üç düğümlü



a) Altı düğümlü

Şekil 10.4. Çeşitli üçgen elemanlar

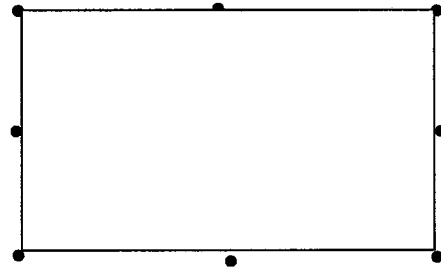
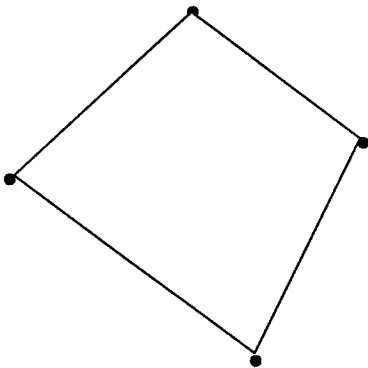
Sadece dört köşesinde düğümler bulunan basit dörtgen eleman için interpolasyon fonksiyonu şu şekilde verilebilir;

$$P(x, y) = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 y + \alpha_3 xy \quad (10.7)$$

kenarların orta noktasında da birer adet düğüm bulunan sekiz düğümlü eleman için (Şekil 10.5) interpolasyon fonksiyonu,

$$P(x, y) = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 y + \alpha_3 xy + \alpha_4 x^2 + \alpha_5 y^2 + \alpha_6 x^2 y + \alpha_7 xy^2 \quad (10.8)$$

olarak elde edilebilir.



Şekil 10.5. Çeşitli dörtgen elemanlar

İnterpolasyon fonksiyonu seçilirken özellikle geometrik izotropinin sağlanmasına özen gösterilmelidir. Örnek olarak, yedi düğümlü bir üçgen eleman için interpolasyon fonksiyonu bu şartı anacak şu şekilde sağlamaktadır.

$$P(x, y) = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 y + \alpha_3 x^2 + \alpha_4 y^2 + \alpha_5 x^3 + \alpha_6 y^3 \quad (10.9)$$

10.4.3. Tek boyutlu elemanlarda interpolasyon fonksiyonu olarak Lagrange Polinomlarının kullanılması

İnterpolasyon fonksiyonu olarak genellikle polinomlar kullanılır. Lagrange polinomları sahip oldukları özellikler nedeni ile interpolasyon fonksiyonu olarak kullanılmaya elverişlidirler. İnterpolasyon fonksiyonlarının seçimindeki zorluk, elemanların ara yüzeylerindeki sürekliliğin sağlanmasıdır. Süreklilik için ortak eleman düğüm koordinatları ve yer değiştirmeler aynı olmalıdır. Bu da rijit cisim yer değiştirmelerin olmasıyla sağlanmaktadır [87].

İnterpolasyon fonksiyonları seçilirken global koordinatların kullanılması halinde eleman özelliklerinin çıkarılmasında bazı zorluklarla karşılaşmaktadır. Bu zorlukları ortadan kaldırmak için interpolasyon fonksiyonları r, s, t ile gösterilen lokal koordinat sistemlerinde tanımlanacaktır. Daha sonra bu değerler global koordinat sistemine transform edilecektir.

n . dereceden bir Lagrange polinomu genel olarak şu şekilde gösterilir;

$$L_k(r) = \prod_{m=0, m \neq k}^n \frac{r - r_m}{r_k - r_m} = \frac{(r - r_n)(r - r_1) \dots (r - r_{k-1}) \dots (r - r_{k+1}) \dots (r - r_n)}{(r_k - r_0) \dots (r_k - r_{k-1})(r_k - r_{k+1}) \dots (r_k - r_n)} \quad (10.10)$$

Burada $L_k(r)$, lineer faktörlerin çarpımıdır. n ise polinomun derecesini göstermektedir. $r = r_k$ ve $m = k$ olduğunda L_k 'nin değeri sıfıra eşit olur. Bu özelliğinden dolayı Lagrange polinomları keyfi fonksiyonların tanımlanmasında oldukça elverişlidir. Lagrange polinomları kullanılarak elde edilen interpolasyon fonksiyonları tanımlanan noktalarda sürekliliği garanti ettiği için yer değiştirme fonksiyonu da sürekliliği ara yüzeylerde sağlar [76].

Bir $\phi(r)$ fonksiyonu r_0, r_1, r_2, r_3 noktalarındaki değerleri ile verilmiş ise, bu ϕ fonksiyonu üçüncü dereceden bir polinomla tespit edilebilir. $\phi(r)$ fonksiyonu;

$$\phi(r) = \sum_{i=0}^3 \phi_i L_i(r) = \phi_0 L_0 + \phi_1 L_1 + \phi_2 L_2 + \phi_3 L_3 \quad (10.11)$$

şekline gösterilir. Örnek olarak ϕ_3 'ün katsayısı;

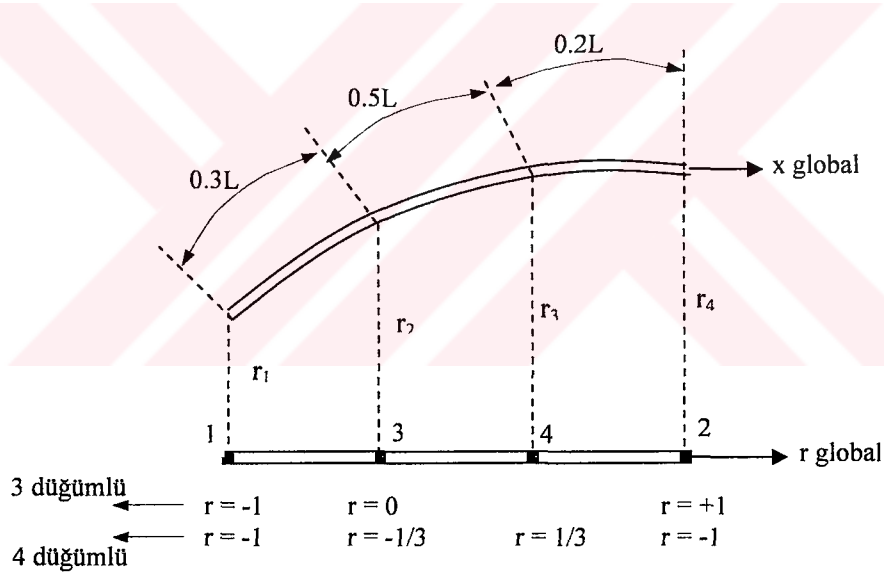
$$L_3(r) = \frac{(r - r_0)(r - r_1)(r - r_2)}{(r_3 - r_0)(r_3 - r_1)(r_3 - r_2)} \quad (10.12)$$

olarak elde edilir. Bu durumda interpolasyon fonksiyonu tek boyutlu bir eleman için;

$$N_i(r) = L_i(r) \text{ yazılarak,}$$

$$\phi = \sum_{i=1}^n N_i r_i \quad (10.13)$$

olarak elde edilir. Örnek olarak aşağıdaki Şekil 10.6'da tek boyutlu elamanın interpolasyon fonksiyonlarının elde edilişi incelenebilir.



Şekil 10.6. Eleman düğümleri ikiden dörde kadar değişebilen çubuk eleman.

Şekilde gösterilen çubuğun 3 düğümlü hali için 1nolu düğüme ait interpolasyon fonksiyonu şu şekilde elde edilir;

$$N_i(r) = L_i(r) \quad \text{ve} \quad L_i(r) = \prod_{m=0, m \neq i}^n \frac{r - r_m}{r_i - r_m}$$

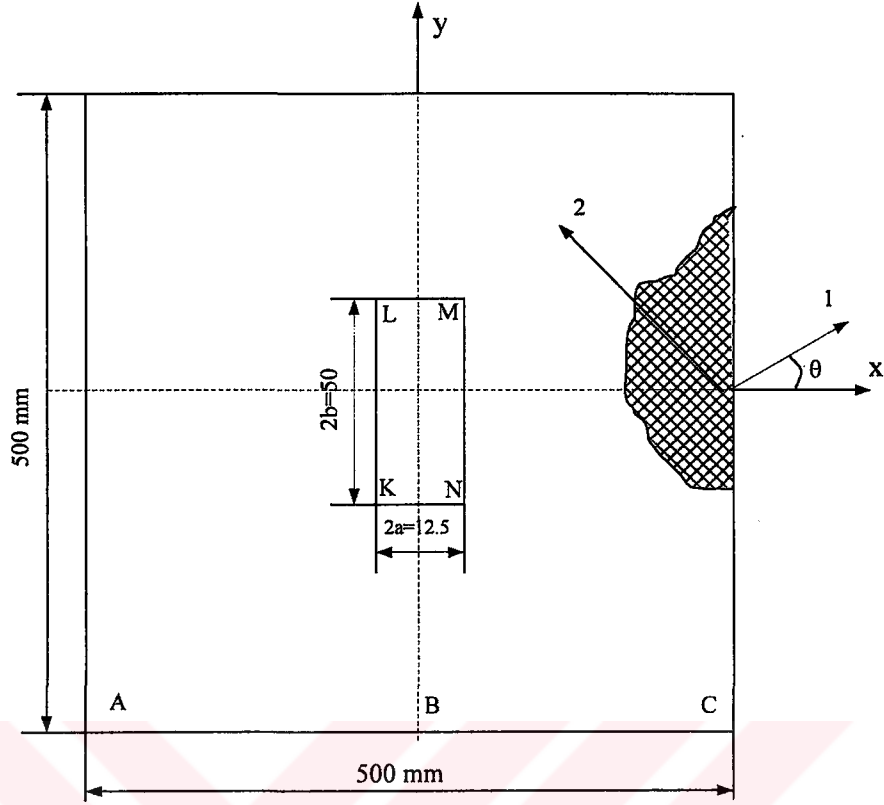
$$L_1(r) = \frac{(r-r_2)(r-r_4)}{(r_1-r_2)(r_1-r_4)} = \frac{(r-0)(r-1)}{(-1-0)(-1-1)} = \frac{r(r-1)}{2} = \frac{1}{2}(1-r) - \frac{1}{2}(1-r^2)$$

Benzer olarak, diğer düğümler için de interpolasyon fonksiyonları hesaplanabilir. Bu hesaplamalar Bathe [87], tarafından tablo halinde düzenlenmiştir.

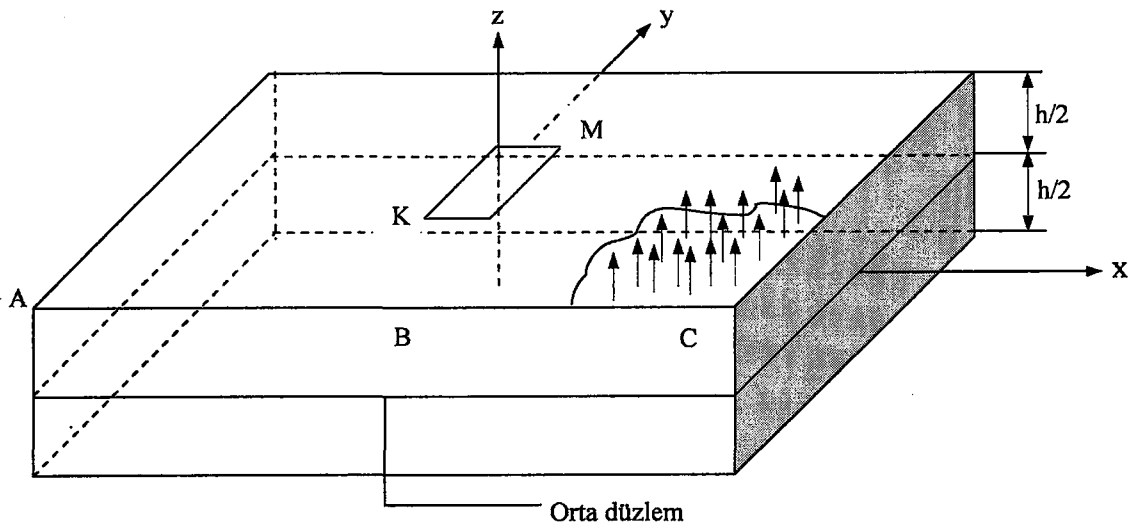
10.5. Problemin Sayısal Çözümlemesi ve Sonlu Elemanlar Metodunun Uygulanması

10.5.1 Kompozit Plakanın Geometrisinin ve Sınır Şartlarının Belirlenmesi

Bu çalışmada, analizi gerçekleştirilen plaka Şekil 10.1 görüldüğü gibi kare şeklinde ve ortasında dikdörtgen delik bulunan bir elemandır. Matriks malzemesi termoplastik, fiber takviyesi olarak da paslanmaz çelik fiber seçilmiştir. Takviyelendirme dokuma olarak yapılmış ve farklı oriyantasyon açılarına göre gerçekleştirilmiştir. 4 adet tabaka üst üste konarak bahsedilen üretim tekniği yardımı ile kompozit plakalar elde edilmiştir. Kompozit plakalar düşey yayılı yük kullanılarak yükleme gerçekleştirilmiştir. Plakayı oluşturan her bir tabaka 2.1 mm kalınlığında olup farklı takviye açılarına sahiptir. Plakaların gerime analizi Şekil 10.11’de görüldüğü gibi basit mesnetli ve ankastre durumu için gerçekleştirilmiştir. Plakaya akma meydana getirecek düzeyde düşey yükler uygulanarak plastik bölgeler ve ortaya çıkan artık gerilmeler mesnet tipi, takviye açıları ve uygulanan yük miktarına bağlı olarak elde edilmiştir.

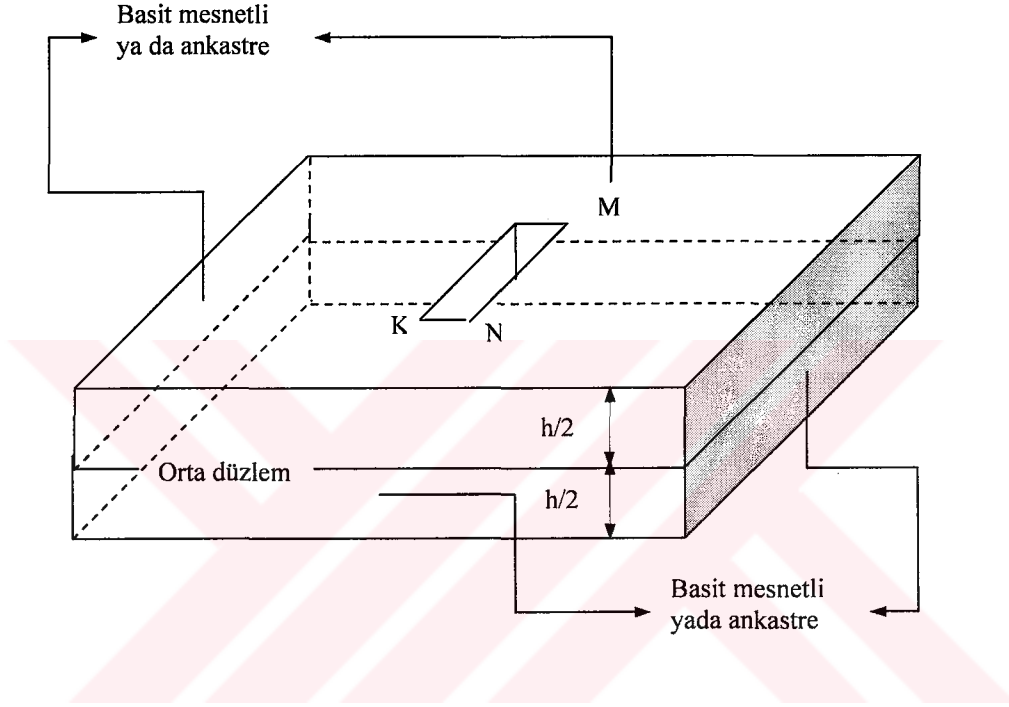


Şekil 10.7. Dikdörtgen delikli plakanın kartezyen koordinatlardaki geometrisi.

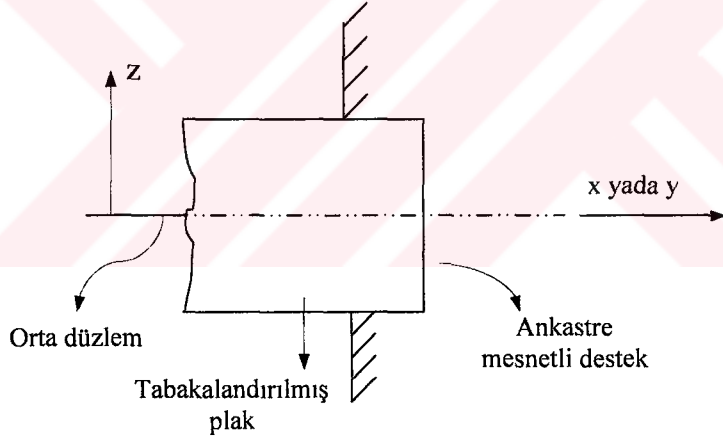
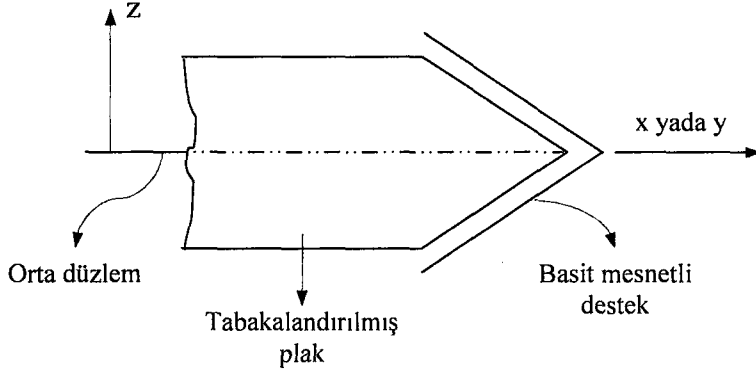


Şekil 10.8. Üniform yüklü dikdörtgen delikli plakanın kartezyen koordinatlardaki geometrisi.

Bu çalışmada, tabakalardaki her bir plakanın oriyantasyon açıları $[0^\circ/\theta^\circ]_2$ ya da $[0^\circ/0^\circ]_2$, $[0^\circ/15^\circ]_2$, $[0^\circ/30^\circ]_2$, $[0^\circ/45^\circ]_2$, $[0^\circ/60^\circ]_2$ ve $[0^\circ/90^\circ]_2$ ve $[\theta^\circ/-\theta^\circ]_2$ ya da $[0^\circ/0^\circ]_2$, $[15^\circ/-15^\circ]_2$, $[30^\circ/-30^\circ]_2$ ve $[45^\circ/-45^\circ]_2$ olarak seçilmiştir.

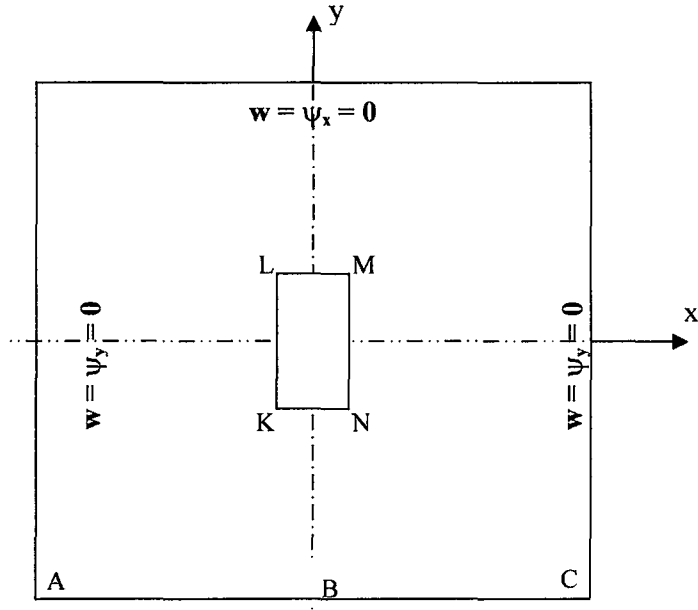


Şekil 10.9. Üniform yüklü dikdörtgen delikli plakanın basit veya ankastre mesnetli durumu.

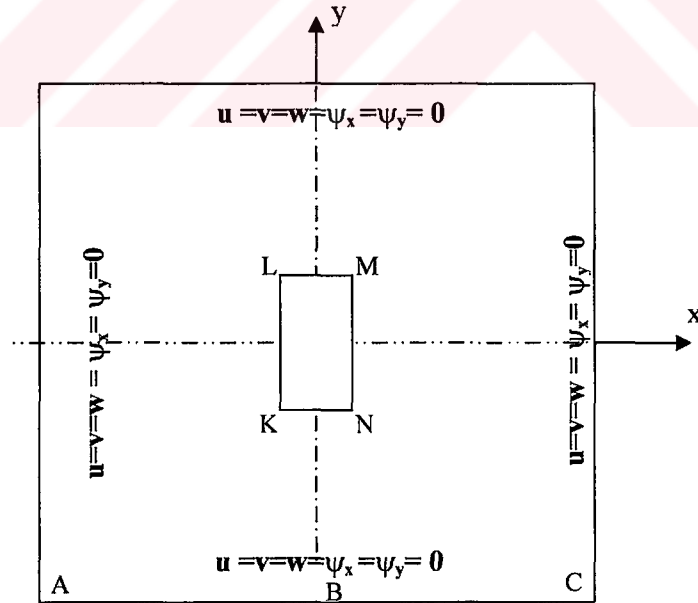


Şekil 10.10. Basit veya ankastre mesnetli durumun detay görünümü.

Tabakalandırılmış plakaların basit mesnetli veya ankastre mesnetli duruma göre sınır şartları Şekil 10.12 verilmiştir.



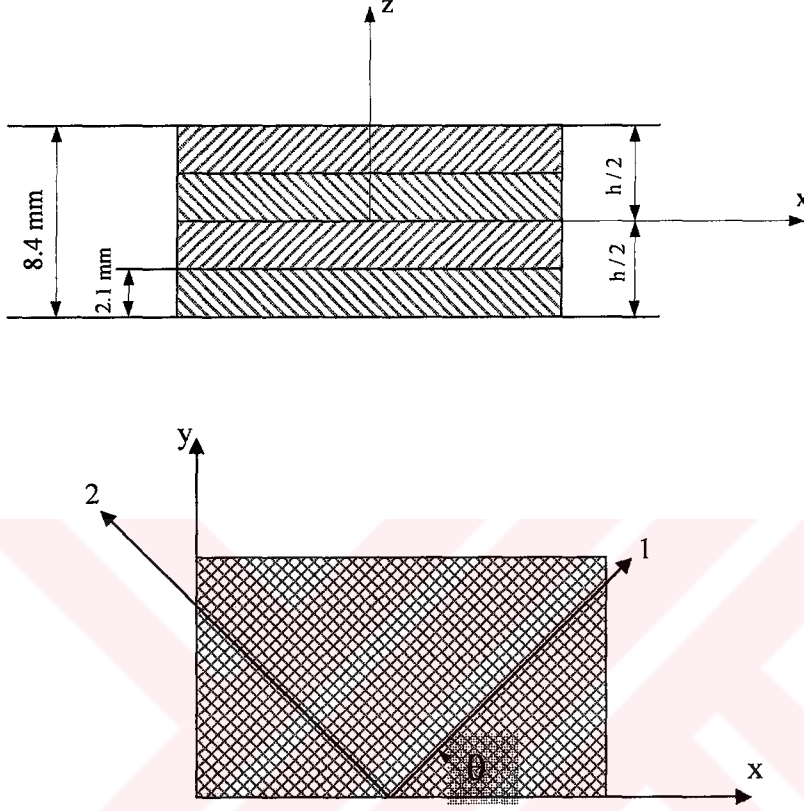
(a)



(b)

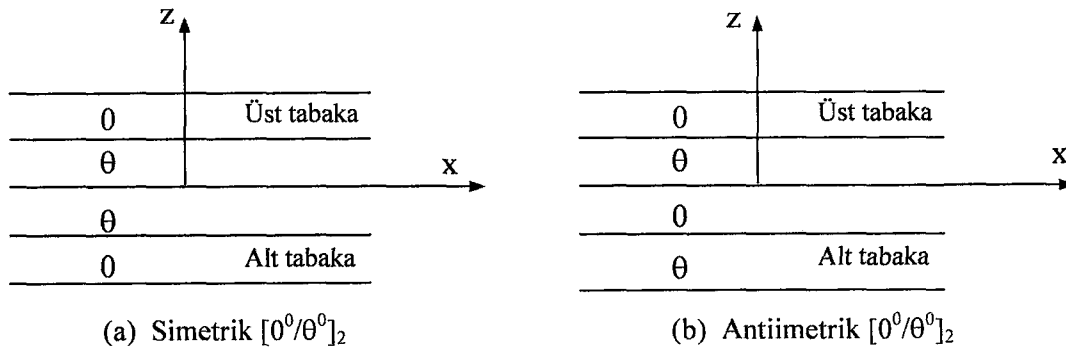
Şekil 10.11. Basit mesnetli (a) ve ankastre mesnetli (b) durum için sınır şartları.

Sabit kalınlıklara sahip, örgü şeklindeki paslanmaz çelik fiberlerle takviyelendirilmiş termoplastik matrisli tabakalar, plakanın orta yüzeyine göre simetrik veya antisimetrik olarak birleştirilmiştir.

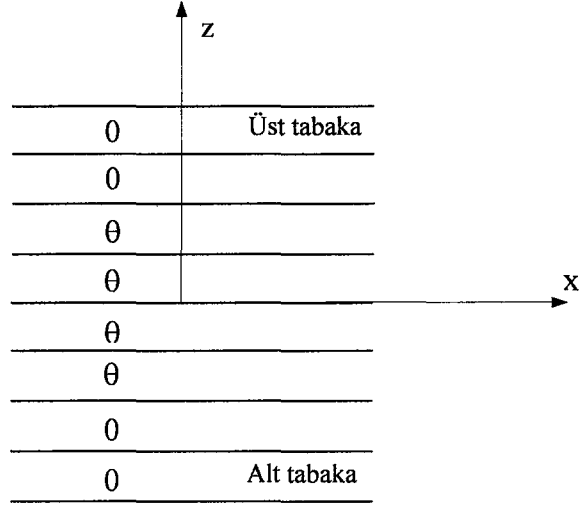


Şekil 10.12. Kompozit plakanın boyutu ve oriyantasyon açısının seçimi.

Aşağıdaki Şekil 10.14’de simetrik (a) ve antisimetrik (b) bir tabakalama için plakların düzenlenmesi gösterilmektedir.

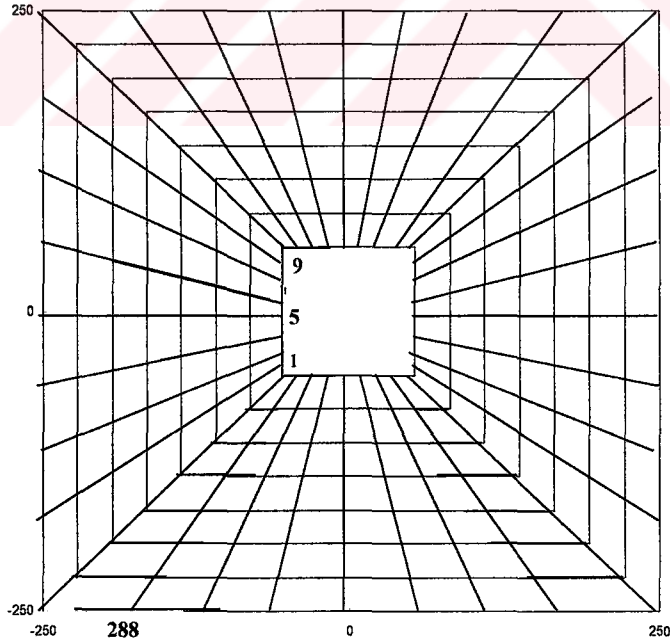


Şekil 10.13. Kompozit plakanın simetrik ve antisimetrik dizilimi.

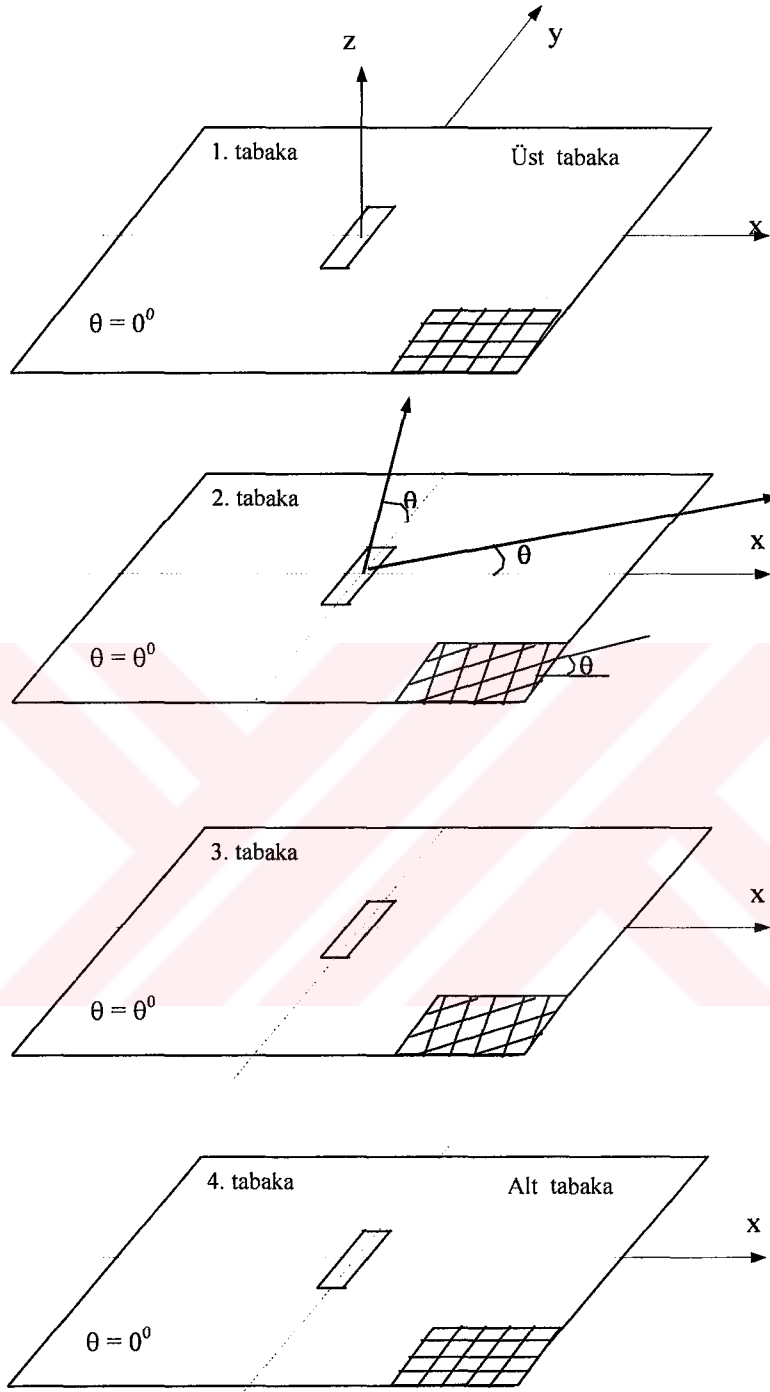


Şekil 10.14. Kompozit plakanın simetrik 8 adet dizilimi.

FORTTRAN programı kullanılarak hazırlanan paket program yardımı ile plakaların sonlu eleman modeli elde edilmiş ve yine bu program yardımı ile elastik, plastik ve artık gerilme gerilme bileşenleri değerleri elde edilmiştir. Kullanılan bilgisayar programı ölçüleri verilen plakayı 288 düğüm noktası kullanarak 64 elemana ayrılmaktadır. Sonlu eleman çözümünde 9 düğümlü izoparametrik sonlu eleman tipi kullanılmıştır.



Şekil 10.15. Çalışmada kullanılan dikdörtgen delikli, kare plakanın sonlu eleman ağının oluşturulması.



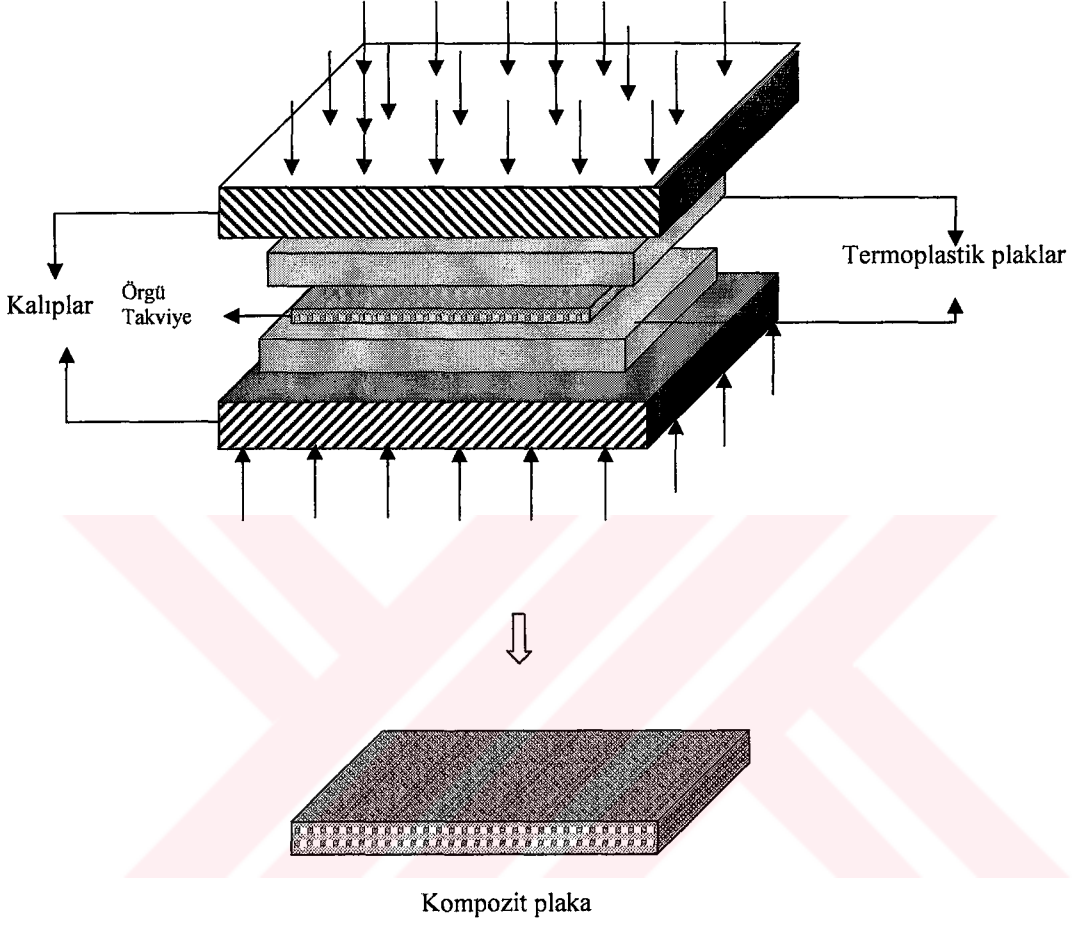
Şekil 10.16. Simetrik bir dizilimde x-y plaka eksenleri ve 1-2 fiber eksenleri.

10.5.2 Kompozit Plakların Üretilmesi

Kompozit tabaka, düşük yoğunluklu polietilen termoplastik matriksten ve örgü şeklinde Cr-Ni çelik fiberlerden oluşmaktadır. Polietilen granüller kalıp içerisine konulur ve basınç uygulanmadan fırında 160 °C ye kadar çıkarılır. Daha sonra aynı sıcaklıkta 2.5 MPa basınç altında 5 dakika bekletilir. Polietilen tabaka yaklaşık 3 dakika kadar 15 MPa basınç altında 30 °C sıcaklığa düşürülünceye kadar beklenir. Böylece kompozit malzemenin matriks malzemesi hazırlanmıştır. Şekil 10.17’de gösterildiği gibi iki termoplastik matriks arasına, hazırlanan örgü şeklindeki fiber takviyeler basınç uygulanarak birleştirilir. Her bir kompozit plakanın kalınlığı 2.1 mm dir. Analizler, bu şekilde üretilen 4 tabakanın birleştirilmesi elde edilen 8.4 mm kalınlığındaki kompozit tabaka için yapılmıştır. Üretilen termoplastik kompozit plakanın ölçülen mekanik özellikleri Tablo 10.1’de verilmiştir.

Tablo 10.1. Fiber takviyeli kompozit tabakanın akma noktaları ve ölçülmüş mekanik özellikleri.

E_1	9550 (MPa)		
E_2	9550 (MPa)		
G_{12}	670 (MPa)		
ν_{12}	0.32		
Eksenel akma değeri	X	18.5 (MPa)	
Eksene dik yöndeki akma değeri	Y	18.5 (MPa)	
Kesme akma değeri	S	8.26 (MPa)	
Sertleşme parametresi	K	99.5 (MPa)	
Şekil değiştirme sertleşmesi üssü	n	0.676	
Fiber hacim oranı	V_f	0.07	



Şekil 10.17. Termoplastik matriksli fiber takviyeli kompozit tabakanın üretimi.

11. SONUÇLARIN DEĞERLENDİRİLMESİ VE TARTIŞMA

Ankastre ve basit mesnetli plakların $[0^\circ/\theta^\circ]_2$ ($[0^\circ/0^\circ]_2$, $[0^\circ/30^\circ]_2$, $[0^\circ/45^\circ]_2$, $[0^\circ/60^\circ]_2$, $[0^\circ/90^\circ]_2$) ve $[\theta^\circ/-\theta^\circ]_2$ ($[0^\circ/0^\circ]_2$, $[15^\circ/-15^\circ]_2$, $[30^\circ/-30^\circ]_2$, $[45^\circ/-45^\circ]_2$) dizilim düzenine sahip, dikdörtgen delikli, statik üniform yük altında, elastik ve elasto-plastik gerilme analizi gerçekleştirilmiştir. Simetrik ve antisimetrik olarak istiflenmiş termoplastik plakalar 4 tabakanın birleştirilmesi ile elde edilmiştir. Yüklemeler ilk akmayı başlatan yük eğrinden itibaren 0.0001'lik artışlar halinde iteratif olarak yapılmıştır. Eksene dik yönde yükleme 0.0001 artış miktarına sahip iterasyonla gerçekleştirilmiştir. Bu yüklemeler sonunda plakadaki farklı oriyantasyon açıları için elde edilen akma noktalarının yerleri, düğüm noktaları kullanılarak tespit edilmiştir. Yükleme adımları ankastre ve basit mesnetli durum için 25, 50, 75 ve 100 olarak seçilmiştir. Plastik ve elastik sonuçların arasındaki farktan artık gerilmeler elde edilmiştir. Ankastre ve basit mesnetli durum için, eksene dik yönde etkiyen kuvvetin oluşturduğu akma noktaları Tablo 11.1 ve Tablo 11.2'de gösterilmiştir. Basit mesnetli durumda, $[0^\circ/30^\circ]_2$, $[0^\circ/45^\circ]_2$, $[0^\circ/60^\circ]_2$ dizilimine sahip plakalarda simetrik istiflenmede elde edilen akma noktaları antisimetrik istiflenmeye göre daha düşüktür. Söz konusu akma noktaları, basit mesnetlide ve $[0^\circ/0^\circ]_2$, $[0^\circ/15^\circ]_2$, $[0^\circ/75^\circ]_2$, $[0^\circ/90^\circ]_2$ dizilimlerinde, simetrik ve antisimetrik istiflenme için aynı elde edilmiştir. Ancak ankastre mesnetli durumda, $[0^\circ/15^\circ]_2$, $[0^\circ/30^\circ]_2$, $[0^\circ/45^\circ]_2$, $[0^\circ/60^\circ]_2$ dizilimine sahip plakalarda, simetrik istiflenmede elde edilen akma noktaları antisimetrik duruma göre daha yüksektir. $[0^\circ/0^\circ]_2$ ve $[0^\circ/90^\circ]_2$ diziliminde, ankastre durumunda, simetrik ve antisimetrik istiflenme için aynı akma noktalarına sahiptirler. $[0^\circ/\theta^\circ]_2$ dizilimi için genel bir karşılaştırma yapılacak olursa akma noktaları ankastre mesnetli için elde edilen değerler, basit mesnetli durum için daha yüksektir.

Tablo 11.1. $[0^\circ/\theta^\circ]_2$ dizilimi ve $a \times b = 6.25 \times 25$ mm için basit ve ankastre mesnetli tabakalarda akmayı başlatan yük değerleri (MPa)

Dizilim açıları	$[0^\circ/0^\circ]_2$	$[0^\circ/15^\circ]_2$	$[0^\circ/30^\circ]_2$	$[0^\circ/45^\circ]_2$	$[0^\circ/60^\circ]_2$	$[0^\circ/75^\circ]_2$	$[0^\circ/90^\circ]_2$
Basit mesnetli							
S*	0.00849	0.00859	0.00889	0.00890	0.00889	0.00859	0.00849
AS*	0.00849	0.00859	0.00919	0.00979	0.00919	0.00859	0.00849
Ankastre mesnetli							
S	0.02089	0.0209	0.02099	0.02099	0.02099	0.0209	0.0209
AS	0.02089	0.0203	0.01990	0.02050	0.01990	0.0203	0.0209

* S, AS Simetrik ve antisimetrik istiflenme.

Tablo 11.2’te ise $[0^\circ/\theta^\circ]_2$ dizilimine sahip, simetrik ve antisimetrik istiflenme için belirlenmiş akma noktaları verilmektedir. Basit mesnetli durumda, $[15^\circ/-15^\circ]_2$ and $[30^\circ/-30^\circ]_2$ dizilimine sahip, simetrik istiflenmiş plakalarda elde edilen akma noktaları, antisimetrik istiflenmiş plakalara göre daha yüksektir. Ancak, $[45^\circ/-45^\circ]_2$ diziliminde ise tersine aynı mesnet tipinde simetrik istiflenmiş akma noktaları, antisimetrik istiflenmeye göre daha düşük elde edilmiştir. Yine basit mesnetli durumda $[0^\circ/\theta^\circ]_2$ dizilimi için ise her iki istiflenmede de akma noktaları aynı olmaktadır. Ankastre durumu için $[15^\circ/-15^\circ]_2$ diziliminde, simetrik olarak istiflenmiş plakalarda elde edilen akma değerleri antisimetrik olarak istiflenmiş plakalara göre daha yüksek elde edilmiştir. Aynı mesnet tipinde, $[0^\circ/0^\circ]_2$, $[30^\circ/-30^\circ]_2$ and $[45^\circ/-45^\circ]_2$ dizilimlerine sahip bir yüklemde ise akma noktaları aynı olmaktadır.

Basit mesnetli ve ankastre mesnet durumunda, gerilme bileşenlerinin yoğunluğu ve plastik nokataların genişlemesi, simetrik ve antisimetrik plakaların üst ve alt bölgelerinde daha yüksek olmaktadır. bu yüzden genellikle şekillerde daha çok bu verilerin gösterilmesi için üst ve alt yüzeyler kullanılmıştır.

Tablo 11.2. $[0^\circ/\theta^\circ]$ dizilimi ve $axb=6.25 \times 25$ mm için basit ve ankastre mesnetli tabakalarda akmayı başlatan yük değerleri (MPa).

Dizilim açıları	$[0^\circ/0^\circ]_2$	$[15^\circ/-15^\circ]_2$	$[30^\circ/-30^\circ]_2$	$[45^\circ/-45^\circ]_2$
Basit mesnetli				
S	0.00849	0.00890	0.0106	0.01169
AS	0.00849	0.00889	0.0103	0.01170
Ankastre mesnetli				
S	0.02089	0.0206	0.0208	0.0215
AS	0.02089	0.0205	0.0208	0.0215

* S, AS Simetrik ve antisimetrik istifleme.

Tablo 11.3, Tablo 11.4 Tablo 11.5 ve Tablo 11.6’da basit mesnetli ve ankastre durumda $[0^\circ/45^\circ]_2$ ve $[45^\circ/-45^\circ]_2$ dizilimleri için, antisimetrik istiflenmede, üst ve alt yüzeydeki maksimum elastik, plastik ve artık gerilme bileşenlerinin 25, 50, 75 ve 100 iterasyon sayılarındaki değerlerini göstermektedir. Söz konusu bu tablolarda plastik ve elastik gerime bileşenleri artık gerilme bileşenleri ($\sigma_{xx} = S_{xx}$, $\sigma_{yy} = S_{yy}$, $\tau_{xy} = S_{xy}$, $\tau_{yz} = S_{yz}$, $\tau_{xz} = S_{xz}$) şeklinde, artık gerilme bileşenleri ise (RS_{xx} , RS_{yy} , RS_{xy} , RS_{yz} , RS_{xz}) şeklinde gösterilmiştir.

Bu tablolardan da görüleceği gibi elastik, plastik ve artık gerilme bileşenleri, beklenildiği gibi yükleme adımlarının arttırılması ile birlikte artmaktadır. Bu durum her iki mesnet tipi içinde gözlenmektedir. Bu sonuç, kare delikli tabakalı kompozit plaklar için elde edilen değişimlerle uyum sağlamaktadır [13]. Bu tespit elde edilen bulguların literatür sonuçları ile karşılaştırılması açısından önemlidir.

Tablo 11.3. 25-100 iterasyonlarda [(0/45)₂] plakada basit mesnetli antisimetrik dizilimde üst ve alt yüzeydeki maksimum plastik, elastik ve artık gerilme bileşenleri (axb=6.25x25).

	İterasyon	Yüzey		σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)	τ_{yz} (MPa)	τ_{xz} (MPa)
Plastik gerilmeler	25	Ü*	0°	21.340	17.086	0.414	0.149	-0.147
		A*	45°	-18.990	-16.454	0.275	-0.250	-0.045
	50	Ü	0°	21.597	21.128	1.246	-0.191	0.247
		A	45°	-20.477	-18.318	0.252	-0.471	-0.062
	75	Ü	0°	23.371	21.384	3.657	0.272	0.175
		A	45°	-21.871	-19.477	0.398	-0.381	-0.061
	100	Ü	0°	26.396	23.575	-4.548	0.303	-0.136
		A	45°	-24.323	-20.012	0.541	-0.281	-0.021
				σ_x	σ_y	τ_{xy}	τ_{yz}	τ_{xz}
Elastik gerilmeler	25	Ü	0°	23.132	17.127	-0.082	0.252	0.043
		A	45°	-19.002	-17.120	0.293	0.252	0.043
	50	Ü	0°	32.021	24.558	-0.126	0.485	0.061
		A	45°	-25.589	-23.635	0.437	-0.485	-0.056
	75	Ü	0°	37.397	28.681	-0.147	0.567	0.071
		A	45°	-29.885	-27.603	0.510	-0.567	-0.066
	100	Ü	0°	42.580	32.656	-0.168	0.645	0.081
		A	45°	-34.027	-31.429	0.581	-0.646	-0.075
				RS _{xx}	RS _{yy}	RS _{xy}	RS _{yz}	RS _{xz}
Artık gerilmeler	25	Ü	0°	-1.810	-0.764	0.002	-0.016	0.001
		A	45°	1.820	1.788	0.963	-0.015	0.001
	50	Ü	0°	-10.771	-6.057	-0.003	-0.156	0.013
		A	45°	8.066	7.921	2.943	-0.012	0.041
	75	Ü	0°	-16.125	-9.272	-0.010	0.249	-0.005
		A	45°	11.962	11.931	4.185	-0.055	0.086
	100	Ü	0°	-21.262	-11.480	-0.076	0.327	0.082
		A	45°	15.886	15.656	-5.419	0.306	-0.717

* Ü, A: Üst ve alt yüzeyler

Tablo 11.4. 25-100 iterasyonlarda [(0/45)₂] plakada ankastre mesnetli antisimetrik dizilimde üst ve alt yüzeydeki maksimum plastik, elastik ve artık gerilme bileşenleri (axb=6.25x25).

İterasyon Yüzey				σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)	τ_{yz} (MPa)	τ_{xz} (MPa)
Plastik gerilmeler	25	Ü*	0°	21.340	17.086	1.437	1.511	1.402
		A*	45°	-18.990	-16.454	5.503	1.511	1.402
	50	Ü	0°	21.350	19.072	1.710	1.676	1.555
		A	45°	-19.759	-16.835	5.397	1.676	1.555
	75	Ü	0°	21.418	20.527	2.055	1.842	1.709
		A	45°	-20.120	-16.786	5.823	1.842	1.709
	100	Ü	0°	21.568	21.167	2.472	2.013	1.867
		A	45°	-20.497	-18.010	6.371	0.334	0.063
				σ_x	σ_y	τ_{xy}	τ_{yz}	τ_{xz}
Elastik gerilmeler	25	Ü	0°	23.132	17.127	1.361	1.510	1.401
		A	45°	-19.002	-17.120	6.465	1.510	1.401
	50	Ü	0°	25.635	18.981	1.508	1.674	1.553
		A	45°	-21.058	-18.973	7.165	1.674	1.553
	75	Ü	0°	27.901	20.834	1.655	1.837	1.705
		A	45°	-23.115	-20.826	7.865	1.837	1.705
	100	Ü	0°	30.642	22.688	1.803	2.000	1.596
		A	45°	-25.171	-22.679	0.388	0.334	0.058
				RS _{xx}	RS _{yy}	RS _{xy}	RS _{yz}	RS _{xz}
Artık gerilmeler	25	Ü	0°	-1.810	-0.764	0.076	0.064	0.057
		A	45°	1.820	1.789	0.963	0.064	0.057
	50	Ü	0°	-4.318	-1.883	0.201	0.160	0.136
		A	45°	3.594	3.506	0.400	0.160	0.136
	75	Ü	0°	-6.825	-3.170	-0.004	0.326	0.178
		A	45°	5.412	5.315	2.521	0.304	0.162
	100	Ü	0°	-9.327	-4.509	0.669	0.487	0.235
		A	45°	7.266	7.124	-3.219	0.443	0.200

* Ü, A: Üst ve alt yüzeyler.

Tablo 11.5. 25-100 iterasyonlarda [(45/-45)₂] plakada basit mesnetli antisimetrik dizilimde üst ve alt yüzeydeki maksimum plastik, elastik ve artık gerilme bileşenleri (axb=6.25x25).

	İterasyon	Yüzey		σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)	τ_{yz} (MPa)	τ_{xz} (MPa)
Plastik gerilmeler	25	Ü*	45 ⁰	19.686	17.088	-0.302	-0.238	-0.082
		A*	-45 ⁰	-19.686	-17.088	0.303	-0.238	-0.082
	50	Ü	45 ⁰	20.241	17.797	-0.230	0.368	0.105
		A	-45 ⁰	-20.241	-17.796	0.233	0.368	0.105
	75	Ü	45 ⁰	21.026	18.973	-1.386	-0.333	-0.177
		A	-45 ⁰	-21.026	-18.972	-1.381	-0.334	0.165
	100	Ü	45 ⁰	22.303	19.747	-1.346	0.385	0.199
		A	-45 ⁰	-22.304	-19.743	-1.335	-0.385	0.188
				σ_x	σ_y	τ_{xy}	τ_{yz}	τ_{xz}
Elastik gerilmeler	25	Ü	45 ⁰	21.353	18.893	-0.382	0.182	0.059
		A	-45 ⁰	-21.353	-18.893	0.382	0.182	0.059
	50	Ü	45 ⁰	25.086	22.196	-0.448	0.213	0.069
		A	-45 ⁰	-25.086	-22.196	0.448	0.213	0.069
	75	Ü	45 ⁰	28.819	25.499	-0.515	0.245	0.079
		A	-45 ⁰	-28.819	-25.499	0.515	0.245	0.079
	100	Ü	45 ⁰	32.552	28.802	-0.582	0.277	0.090
		A	-45 ⁰	-32.552	-28.802	0.582	0.277	0.090
				RS _{xx}	RS _{yy}	RS _{xy}	RS _{yz}	RS _{xz}
Artık gerilmeler	25	Ü	45 ⁰	-3.357	-3.332	-1.522	-0.039	0.049
		A	-45 ⁰	3.356	3.331	1.522	-0.039	0.049
	50	Ü	45 ⁰	-6.576	-6.666	-2.640	0.148	-0.082
		A	-45 ⁰	6.575	6.666	-2.640	0.148	0.083
	75	Ü	45 ⁰	-9.568	-10.006	-3.609	-0.342	0.115
		A	-45 ⁰	9.564	10.006	-3.608	0.342	0.116
	100	Ü	45 ⁰	-13.330	-12.986	4.845	0.364	-1.181
		A	-45 ⁰	13.334	12.983	-4.844	0.364	-1.182

* Ü, A: Üst ve alt yüzeyler.

Tablo 11.6. 25-100 iterasyonlarda [(45/-45)₂] plakada ankastre mesnetli antisimetrik dizilimde üst ve alt yüzeydeki maksimum plastik, elastik ve artık gerilme bileşenleri (axb=6.25x25).

	İterasyon	Yüzey		σ_x (MPa)	σ_y (MPa)	τ_{xy} (MPa)	τ_{yz} (MPa)	τ_{xz} (MPa)
Plastik gerilmeler	25	Ü*	45 ⁰	19.267	16.827	-1.625	-0.009	0.167
		A*	-45 ⁰	-19.283	-16.827	-1.625	-0.009	-0.164
	50	Ü	45 ⁰	19.767	16.966	-0.306	0.152	0.089
		A	-45 ⁰	-19.767	-16.966	0.307	0.152	0.089
	75	Ü	45 ⁰	20.089	16.891	-0.298	-0.209	-0.097
		A	-45 ⁰	-20.089	-16.891	0.300	-0.209	-0.097
	100	Ü	45 ⁰	20.392	17.697	-0.226	-0.294	-0.119
		A	-45 ⁰	-20.391	-17.576	0.229	-0.294	-0.119
				σ_x	σ_y	τ_{xy}	τ_{yz}	τ_{xz}
Elastik gerilmeler	25	Ü	45 ⁰	19.472	17.059	-0.359	-0.077	-0.057
		A	-45 ⁰	-19.472	-17.059	0.359	0.077	0.057
	50	Ü	45 ⁰	21.492	18.862	-0.396	0.085	0.063
		A	-45 ⁰	-21.492	-18.829	-0.396	-0.085	-0.063
	75	Ü	45 ⁰	23.512	20.599	-0.433	0.092	0.069
		A	-45 ⁰	-23.512	-20.599	0.433	-0.092	-0.069
	100	Ü	45 ⁰	25.532	22.368	-0.471	0.100	0.074
		A	-45 ⁰	-25.532	-22.368	0.471	0.100	0.074
				RS _{xx}	RS _{yy}	RS _{xy}	RS _{yz}	RS _{xz}
Artık gerilmeler	25	Ü	45 ⁰	-1.663	-1.665	-0.941	-0.013	0.018
		A	-45 ⁰	1.663	1.665	-0.941	0.013	0.019
	50	Ü	45 ⁰	-3.313	-3.298	-1.741	0.024	-0.037
		A	-45 ⁰	3.312	3.298	-1.741	0.024	0.037
	75	Ü	45 ⁰	-4.957	-5.009	-2.464	0.070	-0.048
		A	-45 ⁰	4.957	5.009	-2.464	0.070	0.048
	100	Ü	45 ⁰	-6.682	-6.734	3.139	0.175	-0.395
		A	-45 ⁰	6.684	6.734	-3.139	0.175	-0.395

* Ü, A: Üst ve alt yüzeyler.

Tablo 11.7’de, $[0^0/45^0]_2$ oriyantasyon açısına sahip plakada tüm katlarındaki dikdörtgen deliğin K köşesindeki maksimum elastik ve artık gerilme bileşenlerinin değeri verilmiştir. Tabakalar simetrik ve antisimetrik olarak istiflenmiş ve ortak iterasyon sayısı 100 olarak seçilmiştir. Yükleme durumu da göz önüne alınarak iç taraftaki katlarda gerilme değeri hem simetrik hem de antisimetrik istiflenmede üst alt yüzeylere göre daha az olmaktadır. Bu durum hem basit mesnetli hem de ankastre mesnetli plakalar için de aynı olmaktadır. Yine simetrik ve antisimetrik tabakalanmada, basit ve ankastre mesnetli durumlarda en küçük elastik ve artık gerilmeler orta düzleme komşu plakalardaki katlarda elde edilmektedir. Bu durum beklentileri karşılamaktadır. Ayrıca, simetrik tabakalarda orta düzleme göre aynı mesafedeki plakalarda oluşan elastik ve artık gerilmele değerleri mutlak değerce aynı kalmaktadır.

Tablo 11.8’de, $[45^0/-45^0]_2$ oriyantasyon açısına sahip plakada tüm katlarındaki dikdörtgen deliğin K köşesindeki maksimum elastik ve artık gerilme bileşenlerinin değeri verilmiştir. Tabakalar simetrik ve antisimetrik olarak istiflenmiş ve iterasyon sayıları 100 olarak seçilmiştir. Yükleme durumu da göz önüne alınarak iç taraftaki katlarda gerilme değeri hem simetrik hem de antisimetrik istiflenmede üst alt yüzeylere göre daha düşük olmaktadır. Bu durum hem basit mesnetli hem de ankastre mesnetli plakalar için geçerlidir.

Tablo 11.9’da simetrik ve antisimetrik istiflenmiş farklı oriyantason açılarına sahip $([0^0/\theta^0]_2)$ ankastre durum için sabit yüklemede ($p=0.0219$) maksimum elastik ve artık gerilmeler görülmektedir. Maksimum gerilme değerleri daha öncede belirtildiği gibi alt ve üst yüzeylerde oluştuğu için sadece üst ve alt plakada elde edilen gerilme değerleri için düzenlenmiştir. Basit mesnetli ve ankastre durumlarında, simetrik ve antisimetrik tabakalanmada $[0^0/45^0]_2$ dizilimine sahip, elastik gerilme bileşenleri σ_x , σ_y ve artık gerilme bileşenleri RS_{xx} , RS_{yy} diğer oriyantasyon açılarındaki elastik ve artık gerilme bileşenlerinden daha düşük değerde olmaktadır. $[0^0/0^0]_2$ ve $[0^0/90^0]_2$ dizilimi için ise, simetrik ve antisimetrik istiflenmede bu gerilme değerleri örgü takviye ve yükleme şartlarından dolayı aynı olmaktadır. Ankastre mesnetli plakada, $[0^0/45^0]_2$ diziliminde, antisimetrik istiflenmede üst ve alt yüzeylerdeki tabakalarda elastik gerilme değeri, diğer dizlimdeki tabakalara göre daha küçük elde edilmektedir. Yine ankastre mesnetli plakada, $[0^0/45^0]_2$ diziliminde, simetrik ve antisimetrik istiflenmelerde üst yüzeylerdeki tabakalarda artık gerilme değeri, diğer dizlimdeki tabakalara göre daha küçük elde edilmektedir.

Tablo 11.10’de simetrik ve antisimetrik istiflenmiş farklı oriyantason açılarına sahip $([0^0/\theta^0]_2)$ basit mesnetli durum için sabit yüklemede ($p=0.01079$) maksimum elastik ve artık gerilmeler görülmektedir.

Tablo 11.7. Basit ve ankastre mesnetli $[0^\circ/45^\circ]_2$ oriyantasyon açısına sahip plakanın tüm katlarındaki dikdörtgen deliğin K köşesindeki maksimum elastik ve artık gerilme bileşenleri (100 iterasyon ve $a \times b = 6.25 \times 25$).

[(0°/45°)]	Elastik gerilmeler (MPa)					Artık gerilmeler (MPa)					
	Tabaka	σ_x	σ_y	τ_{xy}	τ_{yz}	τ_{xz}	RS _{xx}	RS _{yy}	RS _{xy}	RS _{yz}	RS _{xz}
(a) Simetrik ve ankastre mesnetli plakalar											
1* (0°)	28.956	23.512	1.828	0.806	0.301	-8.675	-4.616	-0.443	-0.256	-0.177	
2 (0°)	20.683	16.074	-1.306	0.806	0.301	-0.986	0.687	-0.357	-0.194	-0.183	
3 (45°)	11.283	10.771	-4.23	0.806	0.301	1.779	1.866	-1.218	-0.227	-0.183	
4 (45°)	3.761	3.59	-1.41	0.806	0.301	0.593	0.622	-0.406	-0.227	-0.183	
5 (45°)	-3.761	-3.59	1.41	0.806	0.301	-0.593	-0.622	0.406	-0.227	-0.183	
6 (45°)	-11.283	-10.771	4.23	0.806	0.301	-1.779	-1.866	1.218	-0.227	-0.183	
7 (0°)	-20.683	-16.074	1.306	0.806	0.301	0.986	-0.687	0.357	-0.194	-0.183	
8* (0)	-28.956	-22.504	1.828	0.806	0.301	8.675	4.616	0.443	-0.256	-0.177	
(b) Antisimetrik ve ankastre mesnetli plakalar											
1 (0°)	27.473	21.711	-1.803	0.526	0.008	-6.861	-3.63	-0.669	-0.135	-0.006	
2 (0°)	19.686	15.797	-1.319	0.526	0.008	0.091	1.035	-0.479	0.017	-0.006	
3 (45°)	11.078	10.705	-4.505	0.526	0.008	1.938	1.897	-1.228	0.11	-0.006	
4 (45°)	4.054	4.028	-1.891	0.526	0.008	-0.623	-0.682	0.263	0.11	-0.006	
5 (0°)	-3.676	-1.943	0.134	0.526	0.008	-3.017	-3.43	0.325	0.11	-0.006	
6 (0°)	-11.463	-7.856	0.618	0.526	0.008	-5.54	-6.049	0.601	0.11	-0.006	
7 (45°)	-17.017	-16.002	5.951	0.526	0.008	0.763	0.651	-0.39	0.018	-0.002	
8 (45°)	-24.041	-22.679	8.565	0.526	0.008	7.261	7.124	-3.219	-0.034	-0.005	
(c) Antisimetrik ve basit mesnetli plakalar											
1 (0°)	39,289	31,378	-2,388	0,284	-0,29	-12,893	-7,994	-2,16	0,019	0,154	
2 (0°)	28,338	22,989	-1,76	0,284	-0,29	-5,769	-3,164	-1,586	0,049	0,139	
3 (45°)	16,251	15,735	-6,111	0,284	-0,29	-0,289	-0,596	0,318	0,159	0,115	
4 (45°)	6,344	6,302	-2,721	0,284	-0,29	-0,155	-0,35	-0,167	0,303	0,143	
5 (0°)	-4,516	-2,178	0,124	0,284	-0,29	-8,624	-9,095	0,883	0,303	0,143	
6 (0°)	-15,467	-10,567	0,752	0,284	-0,29	-5,003	-7,483	1,695	0,093	0,135	
7 (45°)	-23,378	-21,996	7,452	0,284	-0,29	6,274	6,401	-2,099	0,105	0,132	
8 (45°)	-33,285	-31,429	10,842	0,284	-0,29	15,429	15,655	-5,353	0,08	0,145	

* 1,8: Üst ve alt tabakalar

Tablo 11.8. Basit ve ankastre mesnetli $[45^0/-45^0]_2$ oriyantasyon açısına sahip plakanın tüm katlarındaki dikdörtgen deliğin K köşesindeki maksimum elastik ve artık gerilme bileşenleri. (100 iterasyon ve $a \times b = 6.25 \times 25$)

[(45 ⁰ /-45 ⁰)]	Elastik gerilmeler (MPa)						Artık gerilmeler (MPa)				
	Tabaka										
(a) Simetrik ve ankastre mesnetli plakalar											
1 (45 ⁰)	23.412	22.152	-8.609	0.145	-0.409		-6.608	-6.734	3.123	0.139	0.058
2 (45 ⁰)	16.723	15.823	-6.149	0.145	-0.409		-0.482	-0.579	0.494	0.169	0.034
3 (-45 ⁰)	10.034	9.494	-3.689	0.145	-0.409		5.091	5.034	-2.655	0.278	-0.004
4 (-45 ⁰)	3.345	3.165	-1.230	0.145	-0.409		2.258	2.239	-1.268	0.326	-0.018
5 (-45 ⁰)	-3.345	-3.165	1.230	0.145	-0.409		-2.258	-2.239	1.268	0.326	-0.018
6 (-45 ⁰)	-10.034	-9.494	3.689	0.145	-0.409		-5.091	-5.034	2.655	0.278	-0.004
7 (45 ⁰)	-16.723	-15.823	6.149	0.145	-0.409		-1.379	-1.926	0.940	0.696	-0.510
8 (45)	-23.412	-22.152	8.609	0.145	-0.409		6.608	6.734	-3.123	0.139	0.058
(b) Antsimetrik ve ankastre mesnetli plakaklar											
1 (45 ⁰)	23.412	22.152	-8.609	0.145	-0.409		-6.608	-6.734	3.123	0.139	0.058
2 (45 ⁰)	16.723	15.823	-6.149	0.145	-0.409		-0.482	-0.579	0.494	0.169	0.034
3 (-45 ⁰)	10.034	9.494	-3.689	0.145	-0.409		5.091	5.034	-2.655	0.278	-0.003
4 (-45 ⁰)	3.345	3.165	-1.230	0.145	-0.409		2.257	2.239	-1.268	0.326	-0.018
5 (45 ⁰)	-3.345	-3.165	1.230	0.145	-0.409		-2.260	-2.240	1.269	0.326	-0.018
6 (45 ⁰)	-10.034	-9.494	3.689	0.145	-0.409		-5.092	-5.033	2.654	0.278	-0.003
7 (-45 ⁰)	-16.723	-15.823	6.149	0.145	-0.409		0.484	0.578	-0.494	0.170	0.034
8 (-45 ⁰)	-23.412	-22.152	8.609	0.145	-0.409		6.613	6.733	-3.123	0.139	0.058
(c) Antisimetrik ve basit mesnetli plaklar											
1 (45 ⁰)	30.446	28.796	-10.370	-0.132	-0.713		-12.104	-12.979	4.567	0.609	0.189
2 (45 ⁰)	21.747	20.569	-7.407	-0.132	-0.713		-4.477	-5.123	1.854	0.620	0.153
3 (-45 ⁰)	13.048	12.341	-4.444	-0.132	-0.713		3.288	2.907	-1.173	0.707	0.107
4 (-45 ⁰)	4.349	4.114	-1.481	-0.132	-0.713		6.874	6.746	-3.801	1.154	0.040
5 (45 ⁰)	-4.349	-4.114	1.481	-0.132	-0.713		-6.887	-6.755	3.806	1.154	0.040
6 (45 ⁰)	-13.048	-12.341	4.444	-0.132	-0.713		-3.296	-2.904	1.173	0.706	0.107
7 (-45 ⁰)	-21.747	-20.569	7.407	-0.132	-0.713		4.486	5.123	-1.855	0.620	0.153
8 (-45 ⁰)	-30.446	-28.796	10.370	-0.132	-0.713		12.121	12.983	-4.571	0.609	0.189

Tablo 11.9 ile Tablo11.10 arasında bazı farklar gözlemlenmektedir. İlk olarak basit mesnetli durumda, plakalara uygulanan sabit yükün 0.01079 MPa olarak seçilmesidir. Ayrıca tüm dizilimlerde ($[0^0/\theta^0]_2$), ilk akma elastik ve artık gerilme değerleri basit mesnetli durumda,

Tablo 11.9. Ankastre mesnetli sabit yüklemde ($p = 0.0219$ MPa) $[0^0/\theta^0]_2$ dizilimindeki plakalarda elastik ve artık gerilme bileşenleri ($a \times b = 6.25 \times 25$).

Dizilim	Elastik gerilmeler (MPa)					Artık gerilmeler (MPa)				
	σ_x	σ_y	τ_{xy}	τ_{yz}	τ_{xz}	RS_{xx}	RS_{yy}	RS_{xy}	RS_{yz}	RS_{xz}
(a) Simetrik tabakalınlmış plakalar için üst yüzeydeki maksimum gerilmeler										
$(0^0/0^0)_2$	22.554	17.074	-1.345	1.345	1.248	-1.228	-0.570	0.017	0.024	-0.033
$(0^0/15^0)_2$	22.548	16.925	-1.336	1.353	1.255	-1.219	-0.567	0.020	-0.025	-0.033
$(0^0/30^0)_2$	22.516	16.812	-1.313	1.365	1.266	-1.183	-0.543	0.020	-0.024	-0.027
$(0^0/45^0)_2$	22.491	16.840	-1.299	1.369	1.270	-1.155	-0.522	0.020	-0.018	-0.021
$(0^0/60^0)_2$	22.499	16.926	1.313	-1.365	1.263	-1.166	-0.527	0.020	0.024	-0.027
$(0^0/75^0)_2$	22.530	17.043	1.336	-1.353	1.251	-1.226	-0.550	-0.020	-0.025	-0.033
$(0^0/90^0)_2$	22.554	17.074	-1.345	1.345	1.248	-1.228	-0.570	0.017	-0.033	-0.033
(b) Simetrik tabakalınlmış plakalar için alt yüzeydeki maksimum gerilmeler										
$(0^0/0^0)_2$	-22.554	17.074	-1.345	1.345	1.248	1.228	-0.570	0.017	0.024	-0.033
$(0^0/15^0)_2$	-22.548	-16.925	1.336	-1.353	1.255	1.219	0.567	0.020	-0.025	-0.033
$(0^0/30^0)_2$	-22.516	-16.812	1.313	-1.365	1.266	1.183	0.543	0.020	-0.024	-0.027
$(0^0/45^0)_2$	-22.491	-16.840	1.299	-1.369	1.270	1.155	0.522	0.020	-0.018	-0.021
$(0^0/60^0)_2$	-22.499	-16.926	-1.313	1.365	1.263	1.166	0.527	0.020	0.024	-0.027
$(0^0/75^0)_2$	-22.530	-17.043	-1.336	-1.348	1.251	1.226	0.550	0.020	-0.025	-0.033
$(0^0/90^0)_2$	-22.554	-17.074	1.345	-1.345	1.248	1.228	0.570	0.017	-0.033	-0.033
(c) Antisimetrik tabakalınlmış plakalar için üst yüzeydeki maksimum gerilmeler										
$(0^0/0^0)_2$	22.554	17.074	-1.345	1.345	1.248	-1.228	-0.570	0.017	0.024	-0.033
$(0^0/15^0)_2$	22.428	16.828	1.340	1.379	1.278	-1.093	-0.529	0.038	-0.260	-0.025
$(0^0/30^0)_2$	22.229	16.491	1.319	1.429	1.324	-0.879	-0.414	0.053	-0.019	0.028
$(0^0/45^0)_2$	22.130	16.386	1.302	1.445	1.341	-0.778	-0.376	0.052	0.019	0.022
$(0^0/60^0)_2$	22.233	16.572	-1.319	-1.429	1.310	-0.944	-0.426	0.053	-0.015	-0.028
$(0^0/75^0)_2$	22.490	16.895	-1.340	1.360	1.264	-1.194	-0.486	-0.038	0.026	-0.025
$(0^0/90^0)_2$	22.554	17.074	-1.345	1.345	1.248	-1.228	-0.570	0.017	0.024	-0.033
(d) Antisimetrik tabakalınlmış plakalar için alt yüzeydeki maksimum gerilmeler										
$(0^0/0^0)_2$	-22.554	17.074	-1.345	1.345	1.248	1.228	-0.570	0.017	0.024	-0.033
$(0^0/15^0)_2$	-21.442	-18.979	-3.461	-1.379	1.278	1.895	0.954	0.261	0.041	-0.030
$(0^0/30^0)_2$	-19.616	-18.754	-5.758	-1.429	1.324	1.948	1.227	0.595	0.030	-0.019
$(0^0/45^0)_2$	-18.179	-16.379	-6.186	-1.445	1.341	1.299	1.223	0.496	0.020	0.022
$(0^0/60^0)_2$	-20.125	-18.754	-5.758	-1.429	1.310	1.948	1.228	-0.596	-0.030	-0.019
$(0^0/75^0)_2$	-22.031	-18.796	-3.461	-1.360	1.264	1.895	0.955	-0.261	-0.041	-0.030
$(0^0/90^0)_2$	-22.554	-17.074	-1.345	-1.345	1.248	1.228	0.570	0.017	-0.033	-0.033

Tablo 11.10. Basit mesnetli ve sabit yüklemde ($p = 0.01079$ MPa) $[0^\circ/\theta^\circ]_2$ dizilimindeki plakalarda elastik ve artık gerilme bileşenleri ($a \times b = 6.25 \times 25$).

Dizilim	Elastik gerilmeler (MPa)					Artık gerilmeler (MPa)				
	σ_x	σ_y	τ_{xy}	τ_{yz}	τ_{xz}	RS_{xx}	RS_{yy}	RS_{xy}	RS_{yz}	RS_{xz}
(a) Simetrik tabakalınlmış plakalar için üst yüzeydeki maksimum gerilmeler										
$(0^\circ/0^\circ)_2$	27.234	21.370	1.536	1.339	-1.251	-6.416	-3.871	0.910	0.186	-0.073
$(0^\circ/15^\circ)_2$	26.926	20.972	1.510	1.335	-1.227	-6.061	-3.623	0.083	0.094	-0.053
$(0^\circ/30^\circ)_2$	26.328	20.320	-1.475	1.308	-1.201	-5.236	-3.043	0.073	0.128	-0.060
$(0^\circ/45^\circ)_2$	26.027	20.062	-1.449	-1.284	-1.200	-4.773	-2.699	0.075	0.209	-0.096
$(0^\circ/60^\circ)_2$	26.356	20.435	-1.472	-1.308	-1.224	-5.236	-3.043	0.068	0.127	-0.061
$(0^\circ/75^\circ)_2$	27.004	20.529	1.510	1.335	-1.227	-6.061	-3.623	0.071	0.170	-0.076
$(0^\circ/90^\circ)_2$	27.234	21.370	1.536	1.339	-1.251	-6.416	-3.871	0.910	0.186	-0.073
(b) Simetrik tabakalınlmış plakalar için alt yüzeydeki maksimum gerilmeler										
$(0^\circ/0^\circ)_2$	-27.234	-21.370	-1.536	-1.339	-1.251	6.416	3.871	-0.910	-0.186	-0.082
$(0^\circ/15^\circ)_2$	-26.926	-20.972	-1.510	1.335	-1.227	6.061	3.623	0.083	-0.094	-0.053
$(0^\circ/30^\circ)_2$	-26.328	-20.320	1.475	1.308	-1.201	5.236	3.043	-0.073	-0.128	-0.060
$(0^\circ/45^\circ)_2$	-26.027	-20.062	1.449	-1.284	-1.200	4.773	2.699	-0.075	-0.209	-0.096
$(0^\circ/60^\circ)_2$	-26.356	-20.435	-1.472	-1.308	-1.224	5.236	3.043	-0.068	-0.127	-0.061
$(0^\circ/75^\circ)_2$	-27.004	-20.529	-1.510	-1.335	-1.227	6.061	3.623	-0.071	-0.170	-0.076
$(0^\circ/90^\circ)_2$	-27.234	-21.370	-1.536	-1.339	-1.251	6.416	3.871	-0.910	-0.186	-0.082
(c) Antisimetrik tabakalınlmış plakalar için üst yüzeydeki maksimum gerilmeler										
$(0^\circ/0^\circ)_2$	27.324	21.370	1.536	1.339	-1.251	-6.416	-3.871	0.910	0.186	-0.073
$(0^\circ/15^\circ)_2$	26.237	19.873	1.556	1.329	-1.161	-5.256	-3.254	0.070	0.258	-0.073
$(0^\circ/30^\circ)_2$	24.460	18.745	1.592	1.230	-1.080	-3.166	-1.859	0.044	0.091	-0.081
$(0^\circ/45^\circ)_2$	23.634	18.126	-1.552	1.149	-1.076	-2.306	-1.284	0.036	0.051	-0.043
$(0^\circ/60^\circ)_2$	24.515	18.938	-1.556	1.234	-1.070	-3.273	-1.859	-0.046	-0.077	-0.081
$(0^\circ/75^\circ)_2$	26.399	19.906	-1.556	-1.329	-1.250	-5.260	-3.255	0.077	0.137	0.065
$(0^\circ/90^\circ)_2$	27.234	21.370	1.536	1.339	-1.251	-6.416	-3.871	0.910	0.186	-0.073
(d) Antisimetrik tabakalınlmış plakalar için alt yüzeydeki maksimum gerilmeler										
$(0^\circ/0^\circ)_2$	-27.234	-21.370	-1.536	1.339	-1.251	6.416	3.871	-0.910	-0.186	-0.082
$(0^\circ/15^\circ)_2$	-26.045	-22.392	-3.725	1.329	-1.161	5.963	3.575	0.710	-0.259	-0.075
$(0^\circ/30^\circ)_2$	-22.037	-20.567	-5.846	1.230	-1.076	3.665	2.426	0.994	-0.090	-0.081
$(0^\circ/45^\circ)_2$	-18.886	-17.444	-6.018	1.150	-1.076	2.046	1.919	0.658	-0.046	-0.045
$(0^\circ/60^\circ)_2$	-22.037	-20.567	-5.846	-1.230	-1.159	3.665	2.427	-0.994	-0.077	-0.081
$(0^\circ/75^\circ)_2$	-26.045	-22.392	-3.725	-1.329	-1.250	5.963	3.090	-0.710	-0.258	-0.161
$(0^\circ/90^\circ)_2$	-27.234	-21.370	-1.536	-1.339	-1.251	6.418	3.869	-0.910	-0.186	-0.082

ankastre mesnetli duruma göre daha yüksek değerler elde edilmiştir. Basit mesnetli durumda, simetrik ve antisimetrik olarak istiflenmiş $[45^0/-45^0]_2$ dizilimine sahip plakaların üst ve alt yüzeylerinde elde edilen elastik ve artık gerilme değerleri diğer dizilimlere

Tablo 11.11. Ankastre mesnetli ve sabit yüklemde ($p = 0.0225$ MPa) $[\theta^0/-\theta^0]_2$ dizilimindeki plakalarda elastik ve artık gerilme bileşenleri ($a \times b = 6.25 \times 25$).

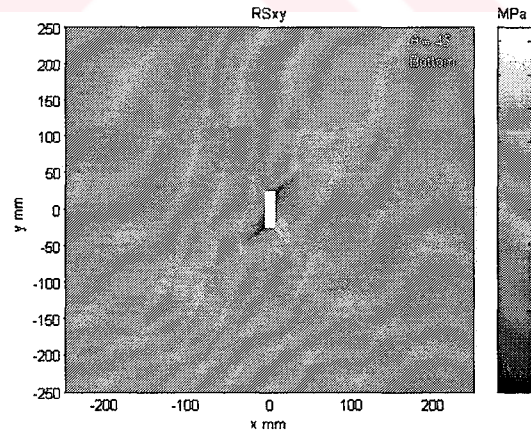
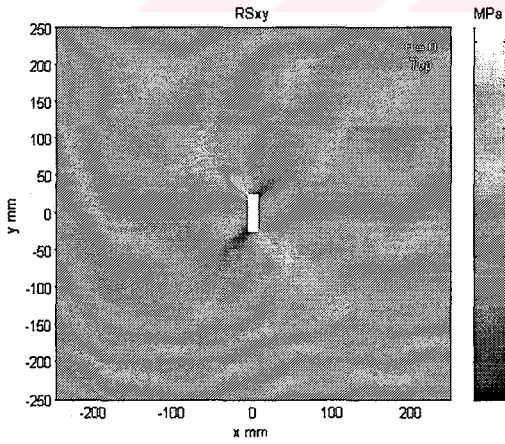
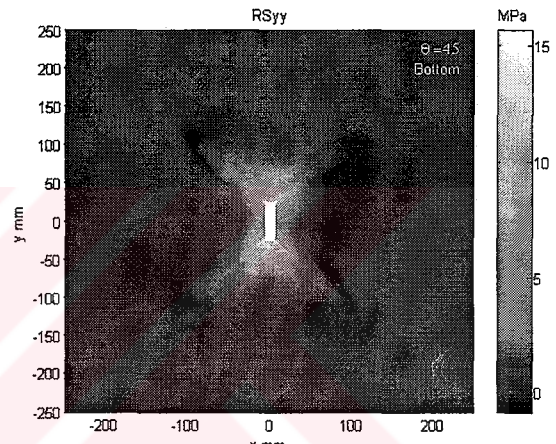
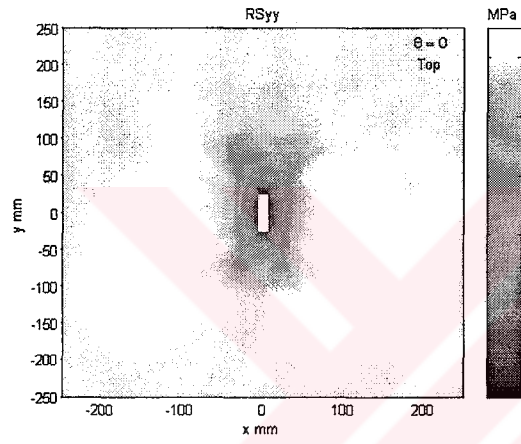
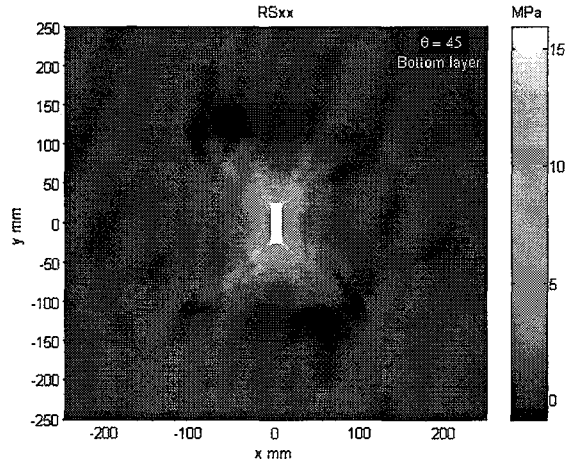
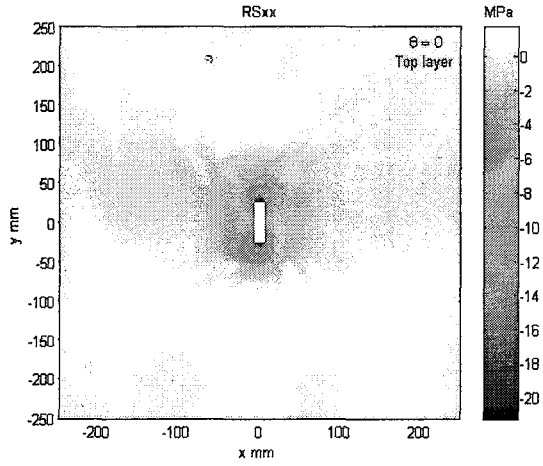
Dizilim	Elastik gerilmeler (MPa)					Artık gerilmeler (MPa)				
	σ_x	σ_y	τ_{xy}	τ_{yz}	τ_{xz}	RS_{xx}	RS_{yy}	RS_{xy}	RS_{yz}	RS_{xz}
(a) Simetrik tabakalanmış plakalar için üst yüzeydeki maksimum gerilmeler										
$(0^0/0^0)_2$	23.156	17.538	1.382	1.382	1.282	-1.840	-0.883	-0.020	-0.050	-0.050
$(15^0/-15^0)_2$	22.589	19.314	3.520	1.223	-1.334	-1.735	-1.150	-0.509	-0.026	-0.028
$(30^0/-30^0)_2$	20.095	18.382	5.688	1.553	-1.443	-1.735	-1.150	-0.509	-0.026	-0.028
$(45^0/-45^0)_2$	18.341	16.068	6.184	1.100	0.074	-0.903	-0.863	0.372	0.175	-0.395
(b) Simetrik tabakalanmış plakalar için alt yüzeydeki maksimum gerilmeler										
$(0^0/0^0)_2$	-23.156	17.538	1.382	1.382	1.282	1.840	-0.883	-0.020	-0.050	-0.050
$(15^0/-15^0)_2$	-22.589	19.314	3.520	1.223	-1.334	1.735	-1.150	-0.509	-0.026	-0.028
$(30^0/-30^0)_2$	-20.095	18.382	5.688	1.553	-1.443	1.735	-1.150	-0.509	-0.026	-0.028
$(45^0/-45^0)_2$	-18.341	16.068	6.184	0.100	0.074	0.903	-0.863	0.372	0.175	-0.395
(c) Antisimetrik tabakalanmış plakalar için üst yüzeydeki maksimum gerilmeler										
$(0^0/0^0)_2$	23.156	17.538	1.382	1.382	1.282	-1.840	-0.883	-0.020	-0.050	-0.050
$(15^0/-15^0)_2$	22.589	19.314	3.520	1.223	-1.334	-1.735	-1.150	-0.509	-0.026	-0.028
$(30^0/-30^0)_2$	20.095	18.382	5.688	1.553	-1.443	-1.735	-1.150	-0.509	-0.026	-0.028
$(45^0/-45^0)_2$	18.341	16.068	6.184	0.100	0.074	-0.903	-0.863	0.372	0.175	-0.395
(d) Antisimetrik tabakalanmış plakalar için alt yüzeydeki maksimum gerilmeler										
$(0^0/0^0)_2$	-23.156	17.538	1.382	1.382	1.282	-1.840	-0.883	-0.020	-0.050	-0.050
$(15^0/-15^0)_2$	-22.589	19.314	3.520	0.290	-0.309	-1.735	-1.150	-0.509	-0.026	-0.028
$(30^0/-30^0)_2$	-20.095	18.382	5.688	-0.185	-0.206	-1.735	-1.150	-0.509	-0.026	-0.028
$(45^0/-45^0)_2$	-18.341	16.068	6.184	0.100	0.074	0.903	0.863	0.372	0.175	-0.395

Tablo 11.12. Basit mesnetli ve sabit yüklemde ($p = 0.01269$ MPa) $[\theta^0/\theta^0]_2$ dizilimindeki plakalarda elastik ve artık gerilme bileşenleri ($a \times b = 6.25 \times 25$).

Dizilim	Elastik gerilmeler (MPa)					Artık gerilmeler (MPa)				
	σ_x	σ_y	τ_{xy}	τ_{yz}	τ_{xz}	RS_{xx}	RS_{yy}	RS_{xy}	RS_{yz}	RS_{xz}
a) Simetrik tabakalanmış plakalar için üst yüzeydeki maksimum gerilmeler										
$(0^0/0^0)_2$	31.942	24.238	1.801	0.476	-1.412	-10.757	-6.490	0.387	-0.166	0.166
$(15^0/-15^0)_2$	28.966	25.095	4.201	-0.541	-1.319	-8.818	-5.970	-0.975	-0.317	0.232
$(30^0/-30^0)_2$	22.372	20.920	5.759	0.520	-1.103	-4.099	-2.802	-1.131	-0.133	0.121
$(45^0/-45^0)_2$	19.247	17.030	6.132	0.341	1.023	-1.753	-1.678	-0.614	-0.640	0.112
(b) Simetrik tabakalanmış plakalar için alt yüzeydeki maksimum gerilmeler										
$(0^0/0^0)_2$	-31.942	25.065	1.801	0.476	-1.412	10.757	6.490	0.387	-0.166	0.166
$(15^0/-15^0)_2$	-28.966	25.095	4.201	-0.541	-1.319	8.818	5.970	0.975	-0.317	0.232
$(30^0/-30^0)_2$	-22.372	20.920	5.759	0.520	-1.103	4.099	2.802	1.131	-0.133	0.121
$(45^0/-45^0)_2$	-19.247	17.030	-6.132	0.341	1.023	1.753	1.678	0.614	-0.640	0.112
(c) Antisimetrik tabakalanmış plakalar için üst yüzeydeki maksimum gerilmeler										
$(0^0/0^0)_2$	31.942	24.238	1.801	0.476	-1.412	-10.757	-6.490	0.387	-0.166	0.166
$(15^0/-15^0)_2$	29.443	25.507	4.240	-0.541	-1.319	-9.309	-5.921	-0.975	-0.191	0.111
$(30^0/-30^0)_2$	22.372	20.920	6.090	0.140	-1.135	-4.711	-3.180	-1.216	-0.140	0.112
$(45^0/-45^0)_2$	19.247	17.030	-6.132	0.341	1.023	-1.753	-1.678	-0.614	-0.640	0.112
(d) Antisimetrik tabakalanmış plakalar için alt yüzeydeki maksimum gerilmeler										
$(0^0/0^0)_2$	-31.942	-25.065	0.924	0.278	-0.210	10.757	6.490	-0.387	0.166	-0.166
$(15^0/-15^0)_2$	-29.443	-25.139	4.208	0.334	-0.060	9.309	5.923	0.778	0.117	-0.029
$(30^0/-30^0)_2$	-22.949	-21.243	6.108	0.065	-0.303	4.711	-3.165	1.216	0.011	0.053
$(45^0/-45^0)_2$	-19.247	-17.030	6.132	0.341	1.023	1.753	-1.678	0.614	0.640	0.112

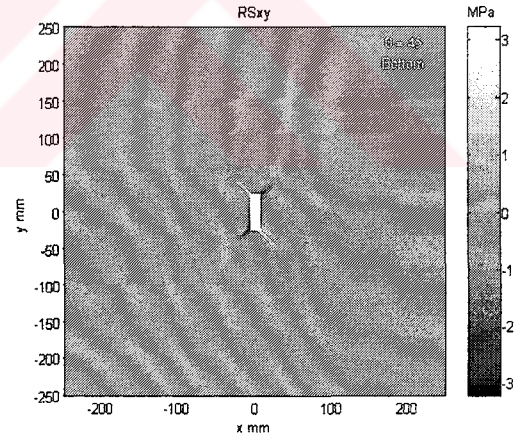
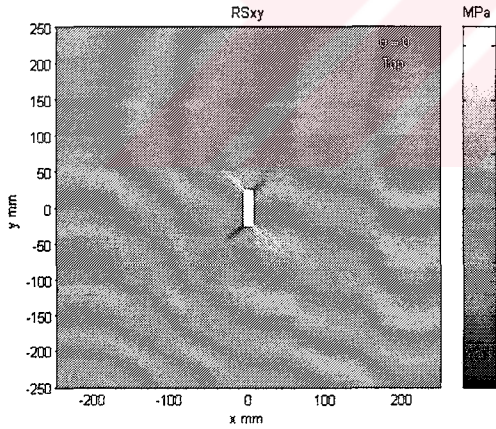
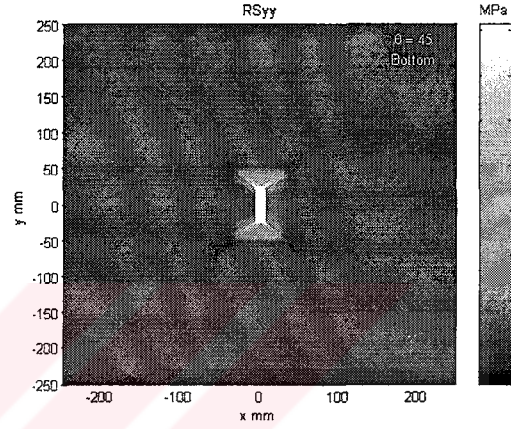
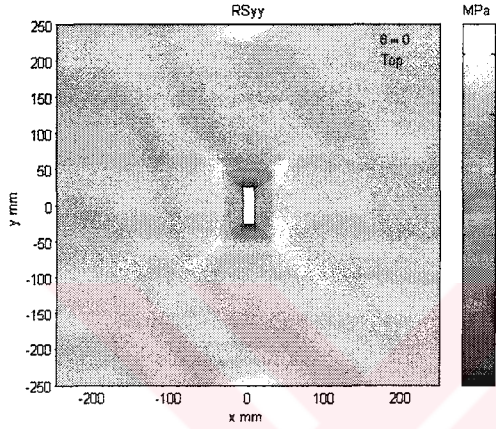
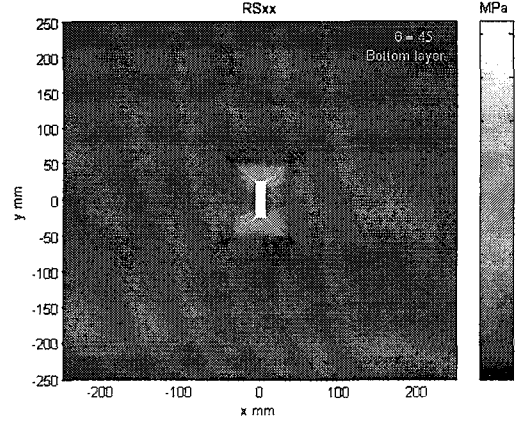
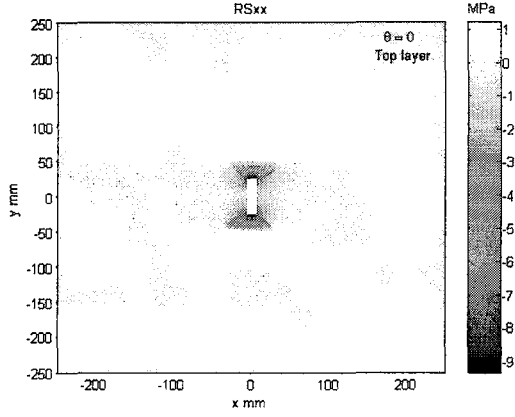
göre daha küçük çıkmıştır. Ayrıca, her iki mesnet tipi için geçerli olmak üzere, antisimetrik istiflenmede, maksimum τ_{xy} ve RS_{xy} değerleri $[45^0/-45^0]_2$ dizilime sahip plakaların alt yüzeyinde elde edilmektedir. Bu durumun sebebi, 45^0 oriyantasyon açısı, kayma gerilmeleri için asal eksen olması ile açıklanabilir. $[0^0/30^0]_2$ ile $[0^0/60^0]_2$ ve $[0^0/30^0]_2$ ile $[0^0/60^0]_2$ dizilimlerinde her iki mesnet tipi için de geçerli olmak üzere yaklaşık olarak aynı gerilme değerleri hesaplanmıştır.

Şekil 11.1 ve Şekil 11.2’de basit mesnetli durum için $[0^0/45^0]_2$ dizilimine sahip, antisimetrik istiflenmiş plakalardaki 100 iterasyon için artık gerilme bileşenlerin (RS_{xx} , RS_{yy} , RS_{xy}) dağılımının gösterilmektedir. Bu şekillerden de görülebileceği gibi, gerilmeler fiber takviye yönüne de bağlı olarak dikdörtgen deliğin etrafında daha yoğun olarak yer almaktadır. En büyük RS_{xx} and RS_{yy} gerilme değerleri, $\theta=0^0$ (üst yüzey) için x ve y eksenlerine paralel



Şekil 11.1. Basit mesnetli $[0^0/45^0]_2$ dizilimine sahip antisimetrik istiflenmiş plakalardaki artık gerilme bileşenlerin üst yüzeydeki ($\theta=0^0$) dağılımı (100 iterasyon).

Şekil 11.2. Basit mesnetli $[0^0/45^0]_2$ dizilimine sahip antisimetrik istiflenmiş plakalardaki artık gerilme bileşenlerin alt yüzeydeki ($\theta=45^0$) dağılımı (100 iterasyon).



Şeki 11.3. Ankastre mesnetli $[0^0/45^0]_2$ dizilimine sahip antisimetrik istiflenmiş plakalardaki artık gerilme bileşenlerin üst yüzeydeki ($\theta=0^0$) dağılımı (100 iterasyon).

Şekil 11.4. Ankastre mesnetli $[0^0/45^0]_2$ dizilimine sahip antisimetrik istiflenmiş plakalardaki artık gerilme bileşenlerin alt yüzeydeki ($\theta=45^0$) dağılımı (100 iterasyon).

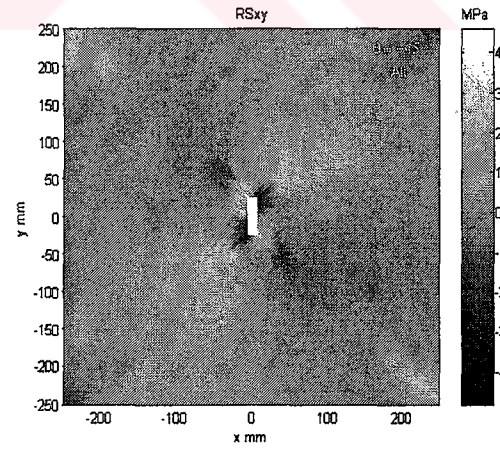
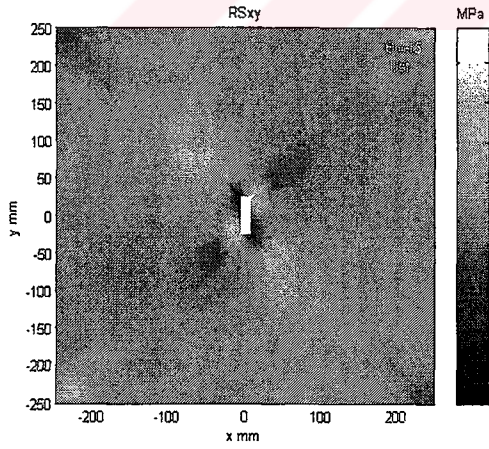
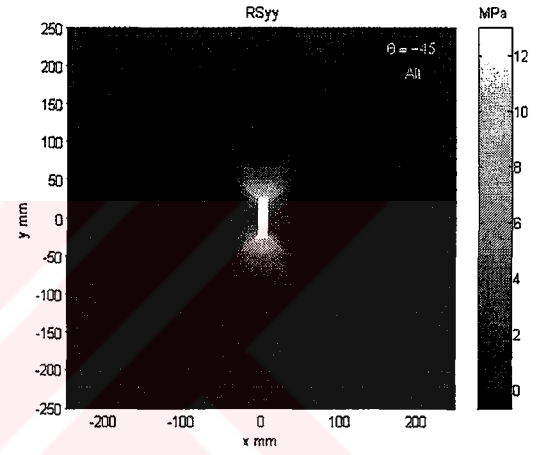
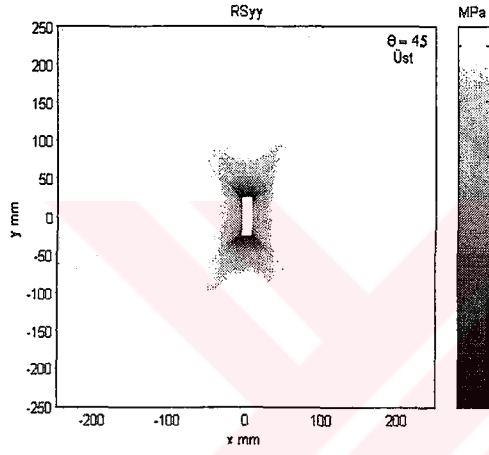
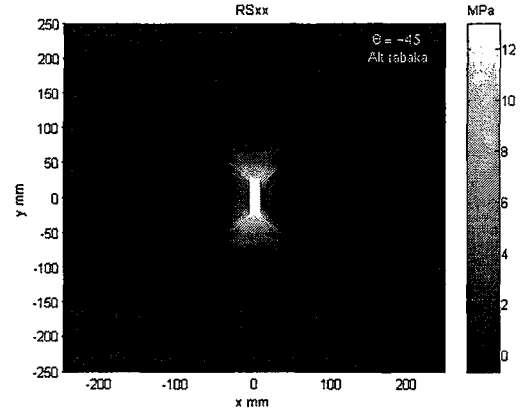
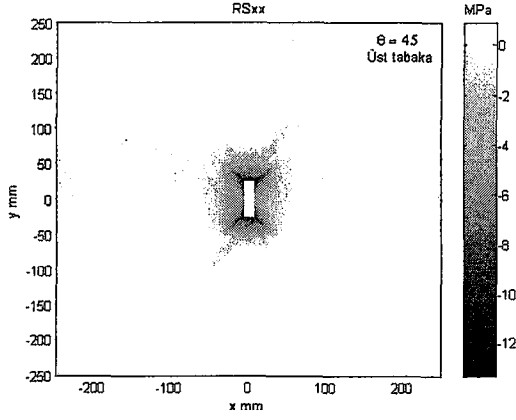
delik kenerlarında elde edilmektedir. $\theta = 45^0$ (alt yüzey) için en yüksek RS_{xx} and RS_{yy} gerilme değerleri takviye yönüne bağlı olarak plaka köşelerine kadar uzanan bir çizgide ve plaka köşelerinde oluşmaktadır. Bu durum x eksenine göre 45^0 lik açı ile takviyelendirilmiş fiberlerle

açıklanabilir. Maksimum RS_{xy} artık gerilme kayma bileşeni alt yüzeyde, dikdörtgen deliğin köşelerinde ve plaka köşegenlerinde elde edilmektedir.

Şekil 11.3 ve Şekil 11.4'de ankastre mesnetli durum için $[0^0/45^0]_2$ dizilimine sahip, antisimetrik istiflenmiş plakalardaki 100 iterasyon için artık gerilme bileşenlerin (RS_{xx} , RS_{yy} , RS_{xy}) dağılımının gösterilmektedir. Bu şekillerden de görülebileceği gibi, üst yüzeyde ($\theta=0^0$), plakanın mesnetli kenarlarında orta kısmına yakın ve takviye yönünün etkisinde de kalarak dikdörtgen deliğin etrafında artık gerilmelerin yoğunlaştığı görülmektedir. Aynı şartlarda alt yüzeyde ise ($\theta=45^0$), en yüksek artık gerilme bileşenleri olan RS_{xx} and RS_{yy} değerleri, basit mesnetli durumda olduğu gibi takviye yönüne bağlı olarak dikdörtgen deliğin köşelerinde oluşmaktadır. Maksimum RS_{xy} artık gerilme kayma bileşeni ise alt yüzeyde dikdörtgen deliğin köşegenlerinde elde edilmektedir. Şekil 11.1, Şekil 11.2, Şekil 11.3 ve Şekil 11.4 arasında bir kıyaslama yapılmak istendiği takdirde artık gerilme değerleri, basit mesnetli durumda ankastre duruma göre daha yüksek olduğu gözlenmektedir.

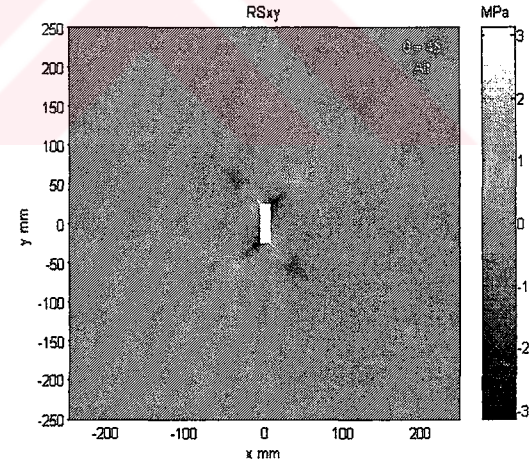
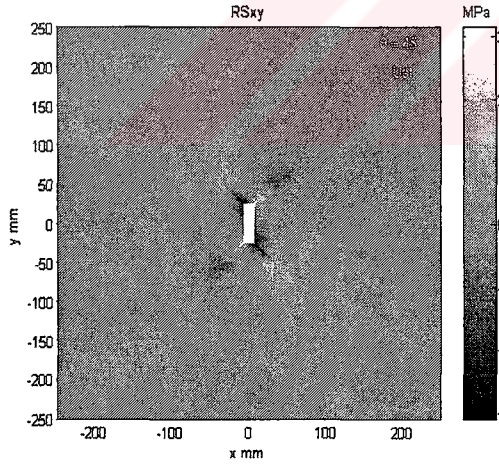
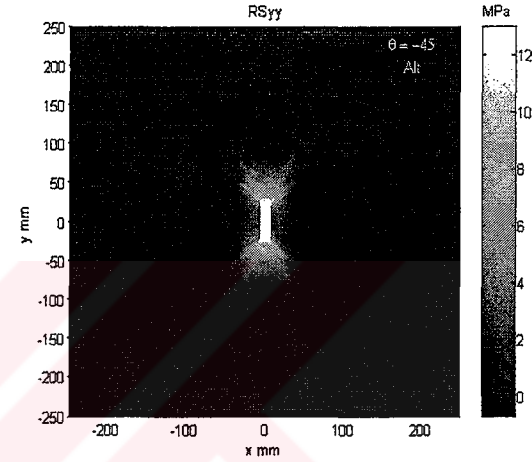
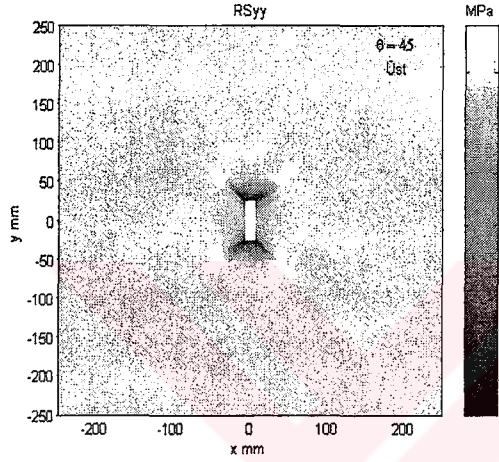
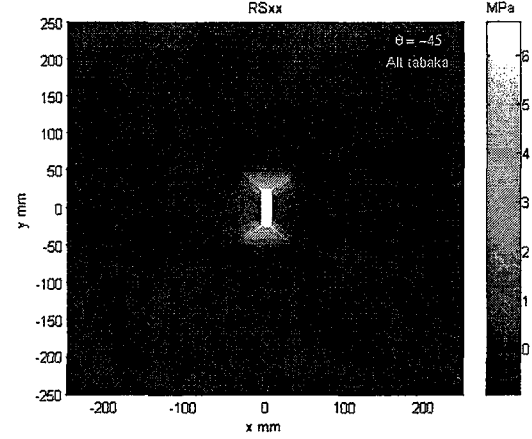
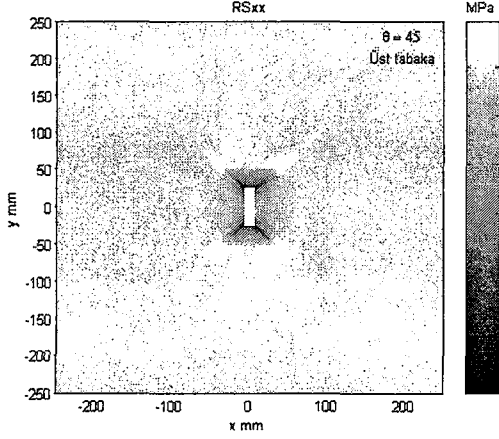
Şekil 11.5, Şekil 11.6, Şekil 11.7 ve Şekil 11.8 ankastre ve basit mesnetli $[45^0/-45^0]_2$ dizilimine sahip plakalardaki, üst ve alt yüzeydeki artık gerilme bileşenlerinin 100 iterasyondaki dağılımını göstermektedir. Bu şekillerden de görülmektedir ki basit mesnetli durumda artık gerilme bileşenleri RS_{xx} ve RS_{yy} eşit iken, RS_{xy} değeri basit mesnetlide ankastreye göre daha yüksektir. Ayrıca basit mesnetli durumda plaka köşelerinde plastic bölge oluşumu da söz konusudur.

Şekil 11.9 ve Şekil 11.10 da ise basit mesnetli durumda sırası ile $[0^0/45^0]_2$ ve $[45^0/-45^0]_2$ dizilimine sahip antisimetrik istiflenmede 100 iterasyonda dikdörtgen delik boyutlarına göre (a,b) alt yüzeydeki, artık gerilme bileşeni RS_{xx} 'in dağılımını vermektedir. Bu şekillerden de görülebileceği gibi basit mesnetli durumda antisimetrik tabakalanmada dikdörtgen deliğin a kenarının değişimi, RS_{xx} artık gerilme bileşeninde önemli bir değişikliğe sebep olmamaktadır. Şekil 11.11 ve Şekil 11.12 de de ankastre mesnetli durumda sırası ile $[0^0/45^0]_2$ ve $[45^0/-45^0]_2$ dizilimine sahip antisimetrik istiflenmede, 100 iterasyonda, dikdörtgen delik boyutlarına göre (a,b), alt yüzeydeki, artık gerilme bileşeni RS_{xx} 'in dağılımını vermektedir. Bu durumda ise dikdörtgen deliğin a kenarının arttırılması ile RS_{xx} artık gerilme bileşeninde azalma görülmektedir. Ancak plaka kenarlarında elde edilen gerilme değerinde artış görülmüştür. Hem $[0^0/45^0]_2$ hem de $[45^0/-45^0]_2$ laminasyon tipinde ortaya çıkan gerilmeler, dikdörtgen çentiğin uzun kenarının köşelerinde fiber oriyntasyonu doğrultusunda yoğunlaşmıştır. Kare delik için ($a=b$) ise her iki yatay ve düşey çentik kenarlarında tamamen simetrik bir yoğunluk söz konusudur. Bu durum hem basit hem e ankastre mesnet için de değişmemiştir. Ancak ankastre mesnette artan iterasyon (yükleme) basamaklarına bağlı olarak mesnetlere doğrubir gerilme artışı olmuştur.



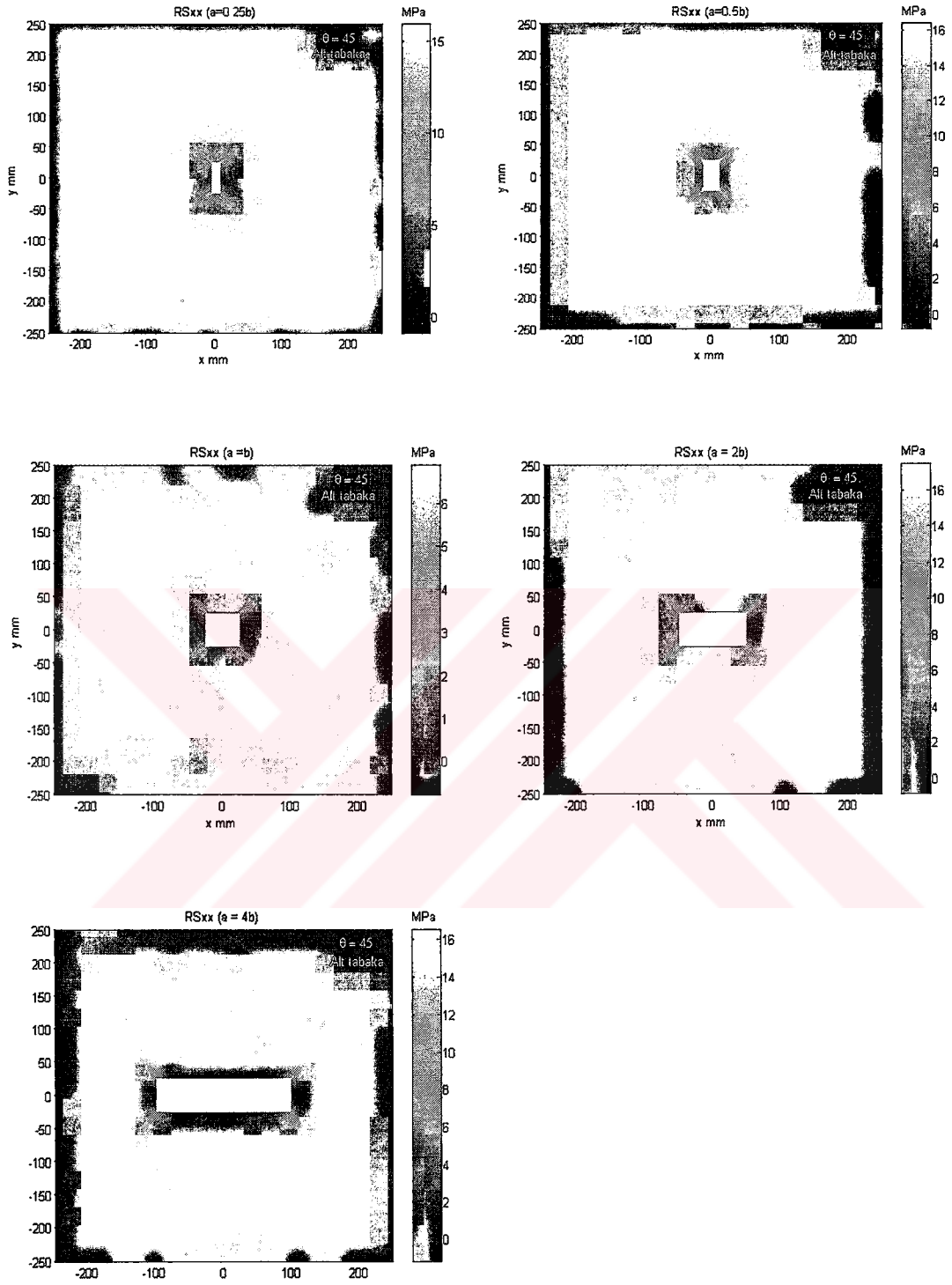
Şekil 11.5. Basit mesnetli $[45^\circ/-45^\circ]_2$ dizilimine sahip antisimetrik istiflenmiş plakalardaki artık gerilme bileşenlerin üst yüzeydeki ($\theta=45^\circ$) dağılımı (100 iterasyon).

Şekil 11.6. Basit mesnetli $[45^\circ/-45^\circ]_2$ dizilimine sahip antisimetrik istiflenmiş plakalardaki artık gerilme bileşenlerin alt yüzeydeki ($\theta=-45^\circ$) dağılımı (100 iterasyon).

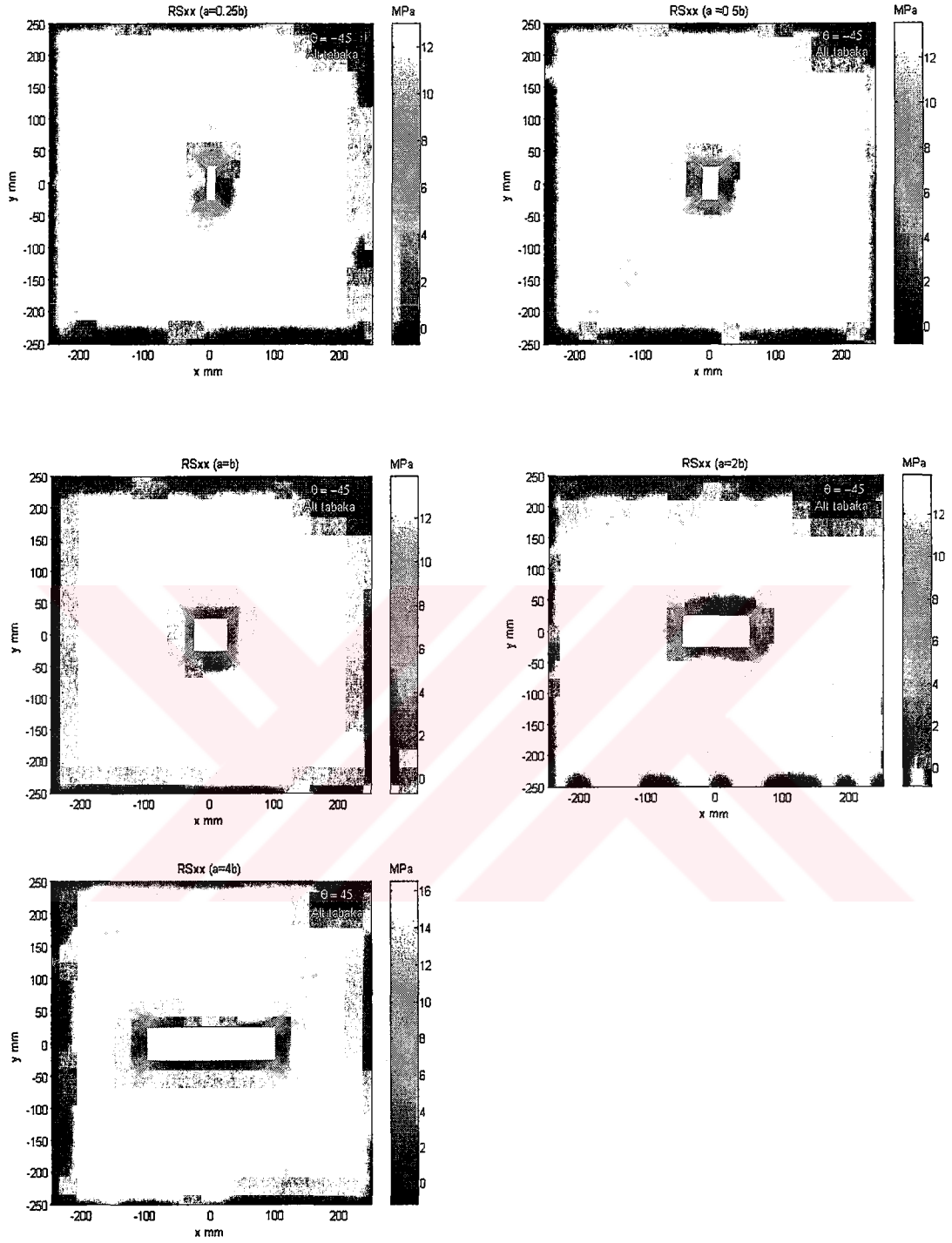


Şekil 11.7. Ankastre mesnetli $[45^0/-45^0]_2$ dizilimine sahip antisimetrik istiflenmiş plakalardaki artık gerilme bileşenlerin üst yüzeydeki ($\theta=45^0$) dağılımı (100 iterasyon).

Şekil 11.8. Ankastre mesnetli $[45^0/-45^0]_2$ dizilimine sahip antisimetrik istiflenmiş plakalardaki artık gerilme bileşenlerin alt yüzeydeki ($\theta=-45^0$) dağılımı (100 iterasyon).



Şekil 11.9. Basit mesnetli $[0^0/45^0]_2$ dizilimine sahip antisimetric istiflenmede dikdörtgen delik boyutlarına göre (a,b) alt yüzeydeki ($\theta=45^0$) RS_{xx} 'in dağılımı (100 iterasyon).



Şekil 11.10. Basit mesnetli $[45^\circ/-45^\circ]_2$ dizilimine sahip antisimetrik istiflenmede dikdörtgen delik boyutlarına göre (a,b) alt yüzeydeki $(\theta=-45^\circ)$ RS_{xx} 'in dağılımı (100 iterasyon).



Şekil 11.11. Ankastre mesnetli $[0^0/45^0]_2$ dizilimine sahip antisimtrik istiflenmede dikdörtgen delik boyutlarına göre (a,b) alt yüzeydeki ($\theta=45^0$) RS_{xx} 'in dağılımı (100 iterasyon).



Şekil 11.12. Ankastr mesnetli durumda $[45^0/-45^0]_2$ dizilimine sahip antisimetrik istiflenmede dikdörtgen delik boyutlarına göre (a,b) alt yüzeydeki ($\theta=-45^0$) RS_{xx} 'in dağılımı (100 iterasyon).

Şekil 11.13 basit mesnetli, $[0^0/45^0]_2$ dizilime sahip antisimetrik olarak istiflenmiş, 100 iterasyon için her bir tabakadaki plastik bölgenin dağılıdığını noktaları göstermektedir. 1.

tabakada ($\theta=0^\circ$) takviye yönüne bağlı olarak, delik kenarlarına paralel büyüyen plastik bölge dağılımı elde edilmiştir. 7 ve özellikle 2. tabakada plastik bölgeler sadece deliğin tüm kenarlarına dağılmaktadır. Ayrıca plakada, deliğin kısa kenarına yakın ve paralel kısımlarda plastik bölge oluşmaktadır. 3. ve 6. tabakalarda sadece deliğin kısa kenarlarında plastik bölge dağılımı elde edilmiştir. 4 ve 5. tabakalarda plastik bölge dağılımı söz konusu değildir. 8. tabakada ise ($\theta=45^\circ$), takviye yönüne bağlı olarak, delik kenarlarında başlayarak genişleyen plastik bölgeler, plaka köşelerine kadar dar bir bölge üzerinde (köşegenlerde) dağılmaktadır.

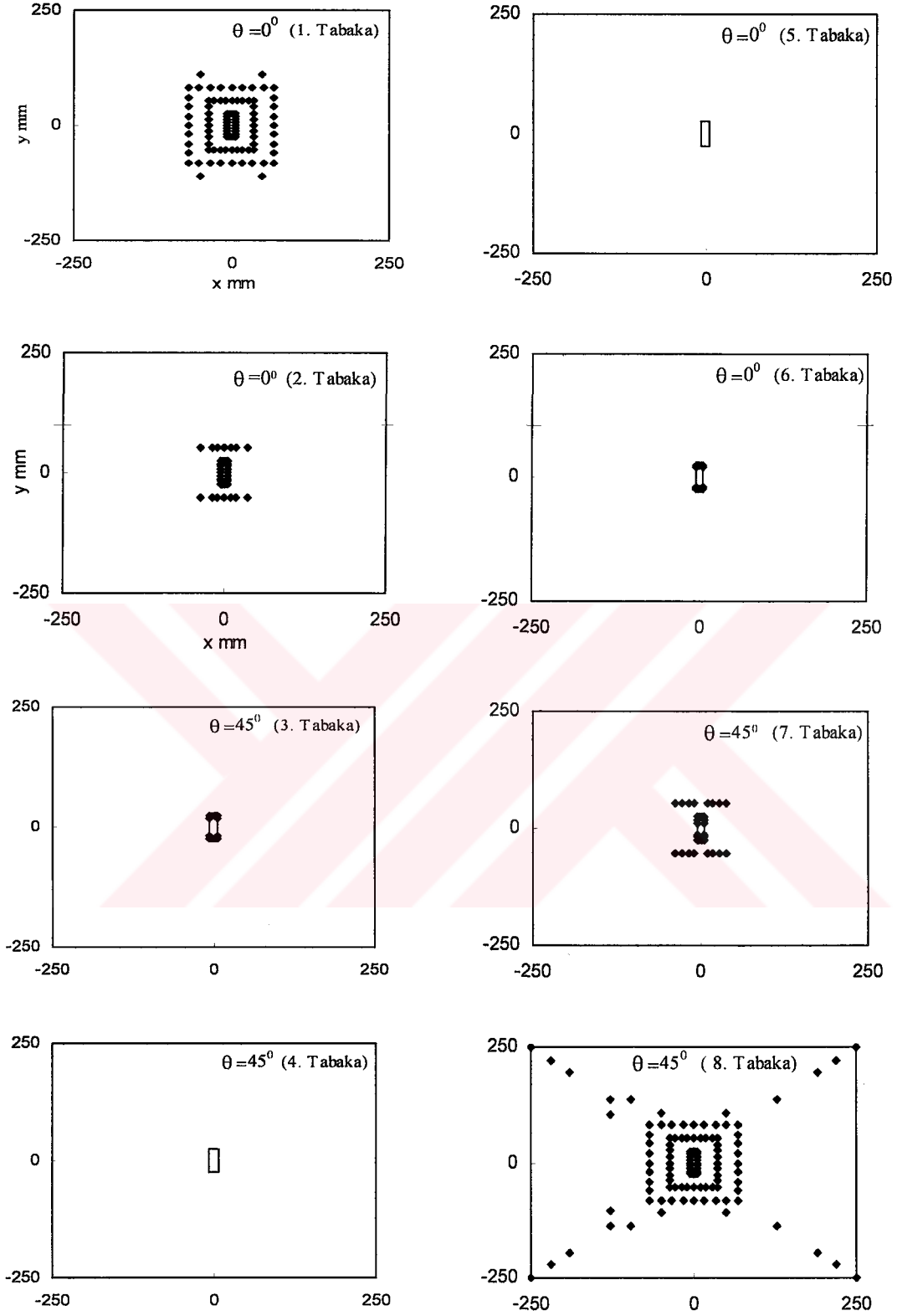
Şekil 11.14 basit mesnetli, $[45^\circ/-45^\circ]_2$ dizilime sahip antisimetrik olarak istiflenmiş, 100 iterasyon için her bir tabakadaki plastik bölgenin dağılıdığı noktaları göstermektedir. 2, 3, 6 ve 7. tabakalarda plastik bölge oluşumu sadece deliğin kısa kenarında oluşmaktadır. 4 ve 5. tabakalarda ise herhangi bir plastik bölge oluşumuna rastlanmamaktadır. 1 ve 8. tabakalarda ise dikdörtgen deliğin civarındaki plaka yüzeyinde yoğun plastik bölge oluşumuna rastlanmaktadır. Ayrıca bu tabakaların köşelerinde de plastik bölge dağılımı gözlemlenmektedir. $\theta = 45^\circ$ veya $\theta = -45^\circ$ lik tabakalarda aynı dağılım ortaya çıkmıştır.

Şekil 11.15'te ankastre mesnetli, $[0^\circ/45^\circ]_2$ dizilime sahip antisimetrik olarak istiflenmiş, 100 iterasyon için her bir tabakadaki plastik bölgenin dağılıdığı noktaları göstermektedir. 2, 7 ve 8. tabakalarda, plastik bölgeler sadece deliğin kısa kenarlarında oluşmaktadır. 3, 4, 5 ve 6. tabakalarda herhangi bir plastik bölge dağılımı söz konusu değildir. 1. tabakada ($\theta=0^\circ$) ise delik kenarlarında, kısa kenara paralel ve plakadaki mesnet kenarlarını ortasında plastik bölge dağılımı elde edilmiştir.

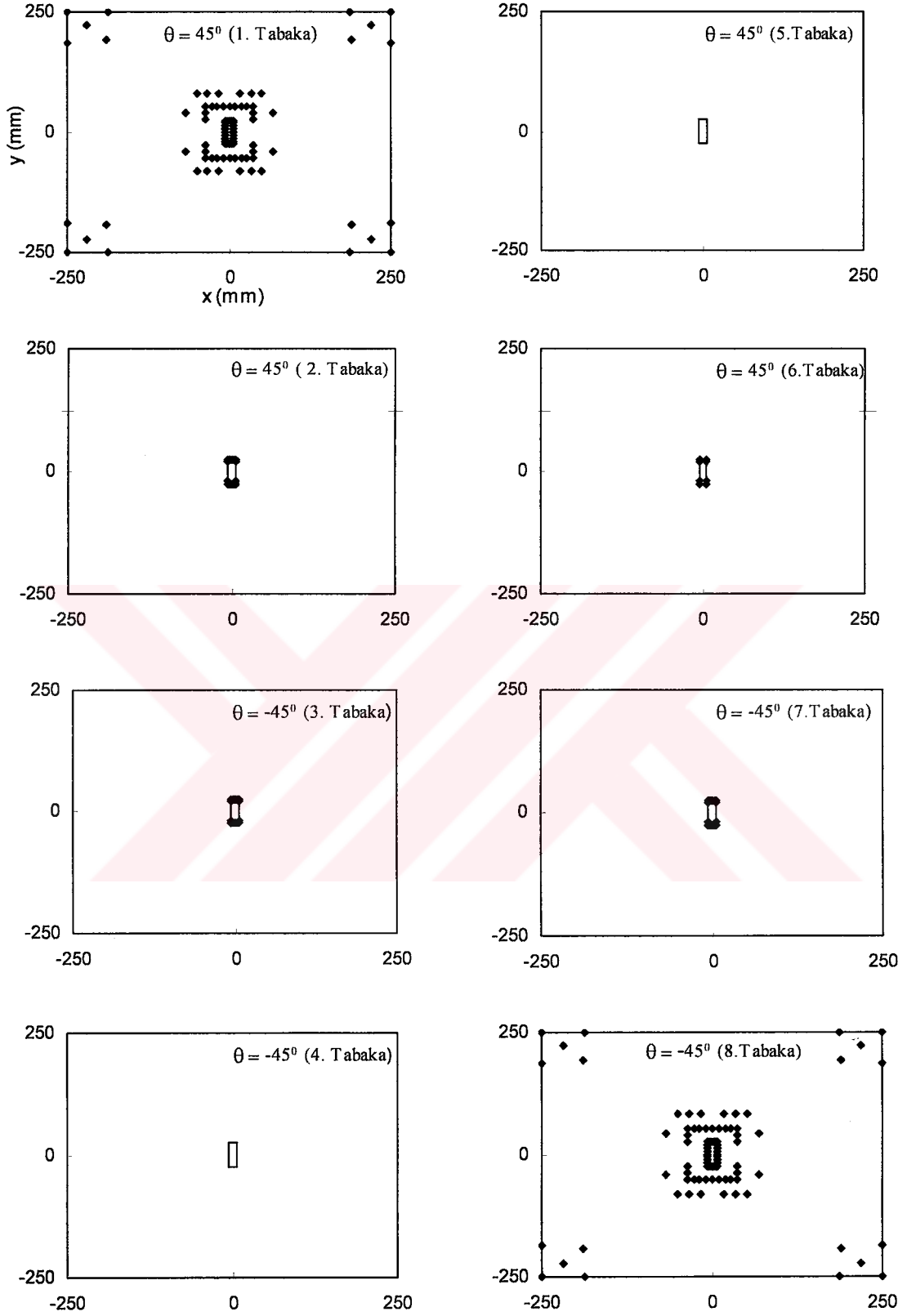
Şekil 11.16 ankastre mesnetli, $[45^\circ/-45^\circ]_2$ dizilime sahip antisimetrik olarak istiflenmiş, 100 iterasyon için her bir tabakadaki plastik bölgenin dağılıdığı noktaları göstermektedir. 1, 2, 7 ve 8. tabakalarda daha fazla olmak üzere 3. ve 6. tabakaların deliğin kısa kenarında plastik bölge oluşu gözlenmektedir. 4 ve 5. tabakalarda ise plastik bölgeler rastlanmamaktadır.

Şekil 11.17'te basit mesnetli, antisimetrik istiflenmiş $[0^\circ/0^\circ]_2$, $p= 0.01079$ MPa sabit yüklemde üst ve alt yüzeylerdeki plastik bölgelerin dağılımının oriyantasyon açısına bağlı olarak değişim gösterilmektedir. Bu durumda tüm oriyantasyon açılarında, deliğin kısa kenarlarında daha yoğun olmak üzere sadece delik kenarlarında plastik bölge dağılımı elde edilmektedir.

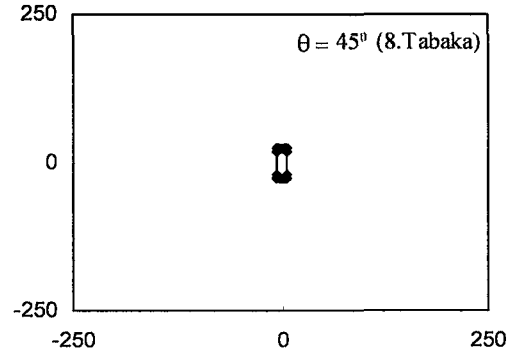
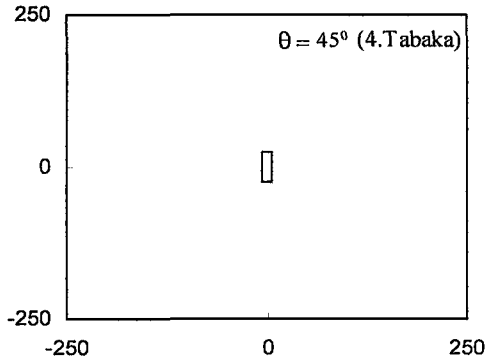
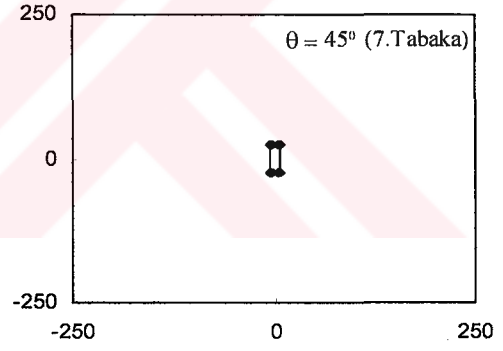
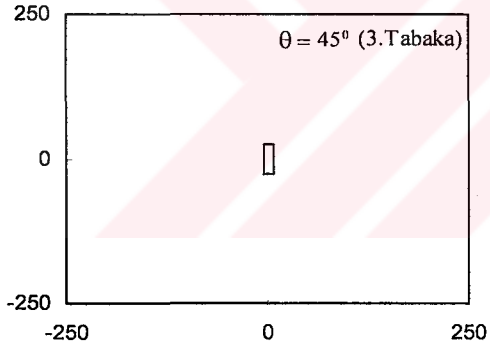
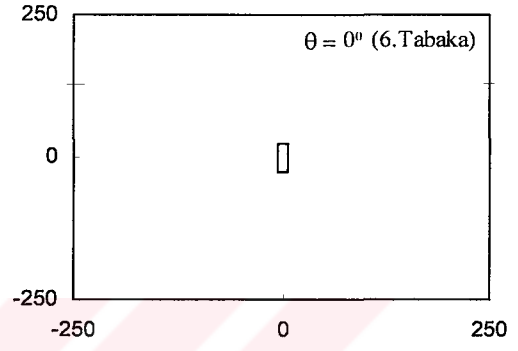
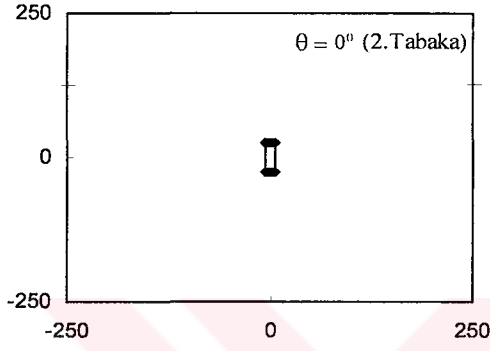
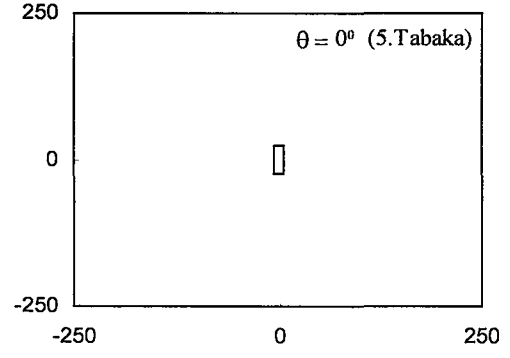
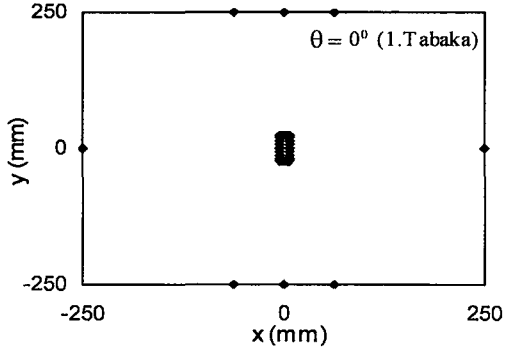
Şekil 11.18'te basit mesnetli, antisimetrik istiflenmiş $[\theta^{00}/\theta^0]_2$, $p= 0.01269$ MPa sabit yüklemde üst ve alt yüzeylerdeki plastik bölgelerin dağılımına oriyantasyon açısına bağlı olarak değişim gösterilmektedir. Sadece $[0^\circ/0^\circ]_2$ diziliminde üst ve alt tabakalarda takviye yönüne bağlı olarak deliğin kısa kenarına paralel plaka yüzeyinde plastik bölge oluşmaktadır. $[15^\circ/-15^\circ]_2$ diziliminde plastik bölge oluşumu daha da azalarak sadece delik civarında yoğunlaşmaktadır. Ve bu değişim



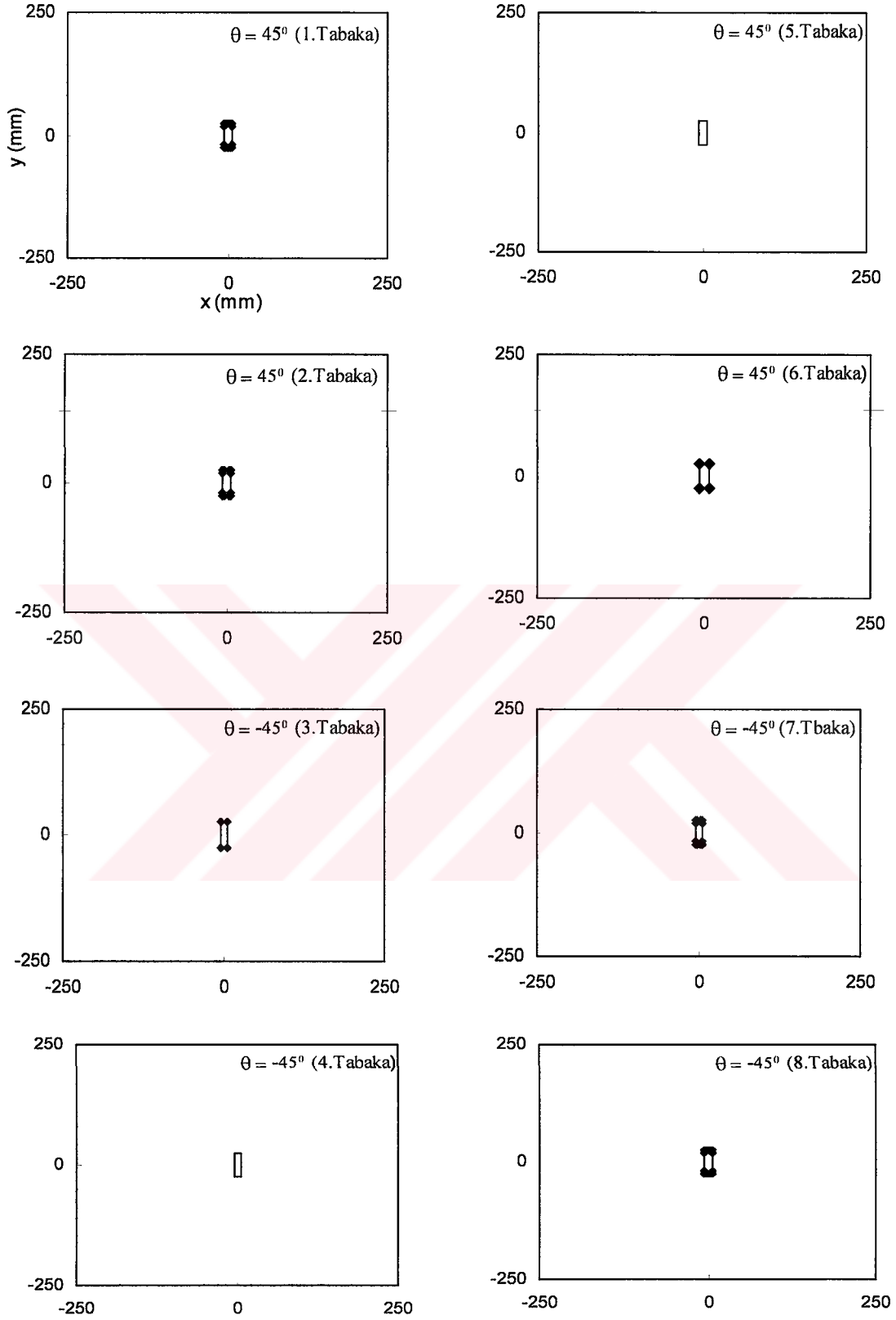
Şekil 11.13. Basit mesnetli, $[0^\circ/45^\circ]_2$ dizilime sahip antisimetrik olarak istiflenmiş, her bir tabakadaki plastik bölgenin dağılımı (100 iterasyon).



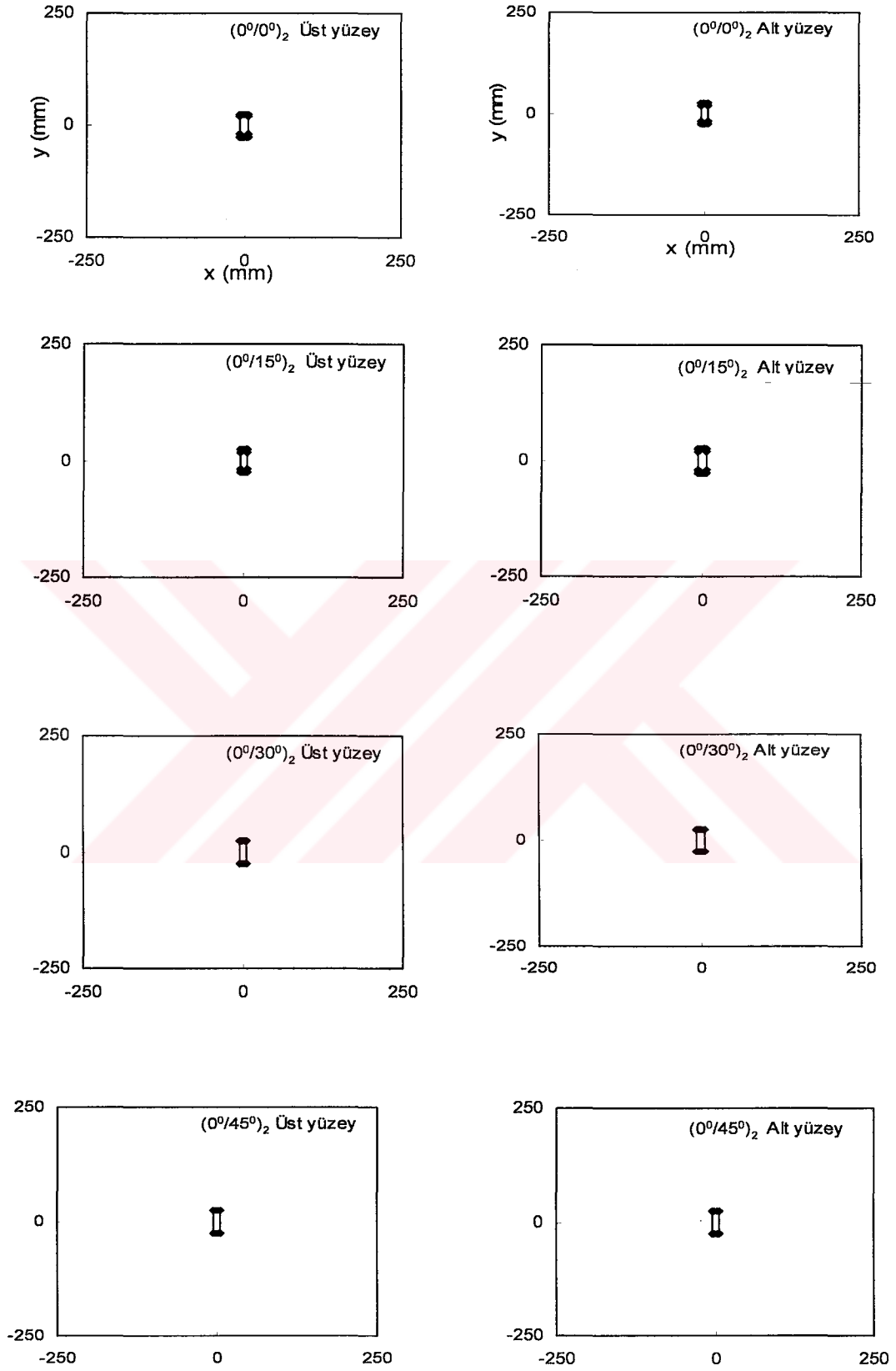
Şekil 11.14. Basit mesnetli, $[45^\circ/-45^\circ]_2$ dizilime sahip antisimetrik olarak istiflenmiş, her bir tabakadaki plastik bölgenin dağılımı (100 iterasyon).



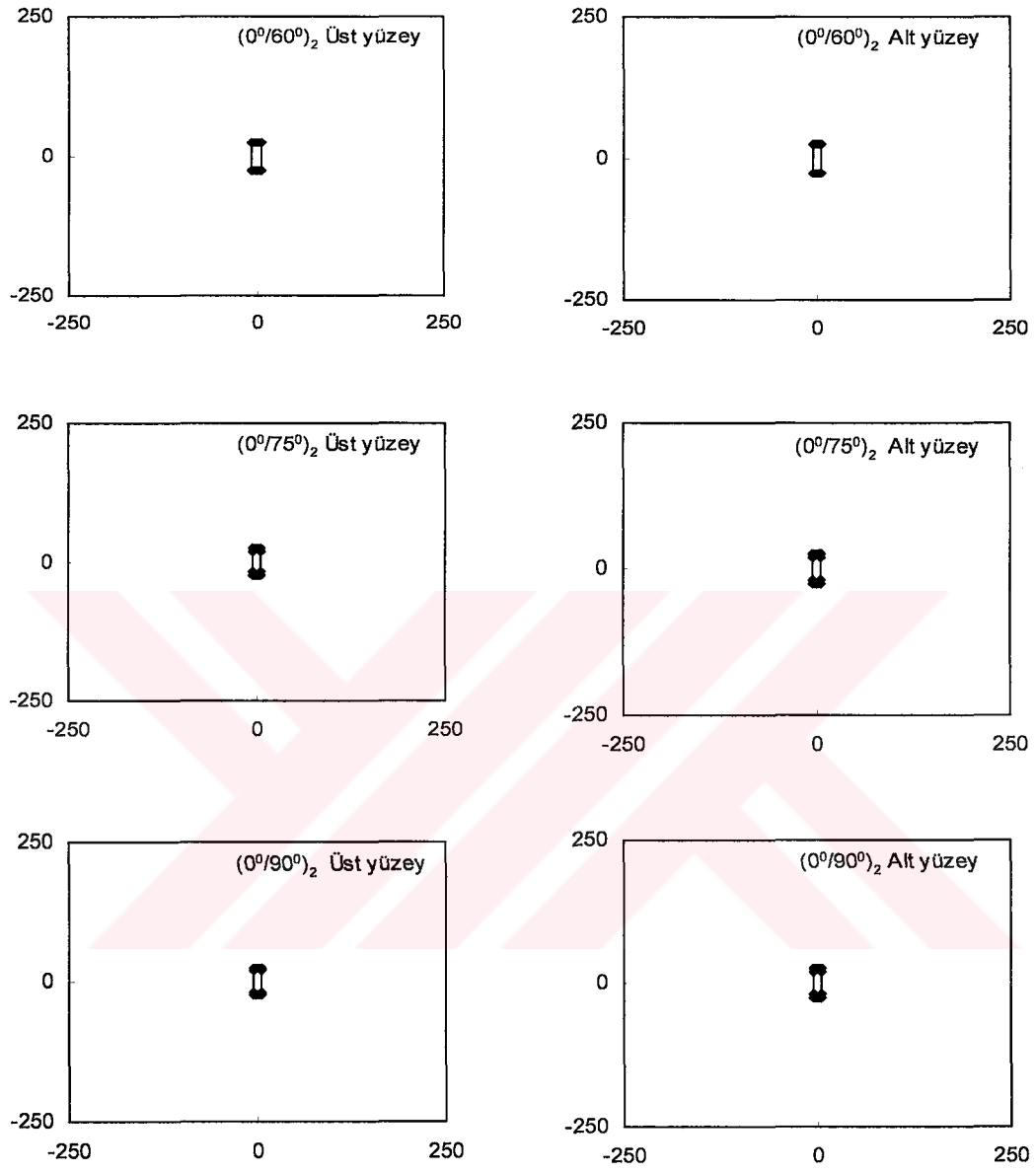
Şekil 11.15. Ankastre mesnetli, $[0^\circ/45^\circ]_2$ dizilime sahip antisimetrik olarak istiflenmiş, her bir tabakadaki plastik bölgenin dağılımı (100 iterasyon).



Şekil 11.16. Ankastre mesnetli, $[45^\circ/-45^\circ]_2$ dizilime sahip antisimetrik olarak istiflenmiş, her bir tabakadaki plastik bölgenin dağılımı (100 iterasyon).

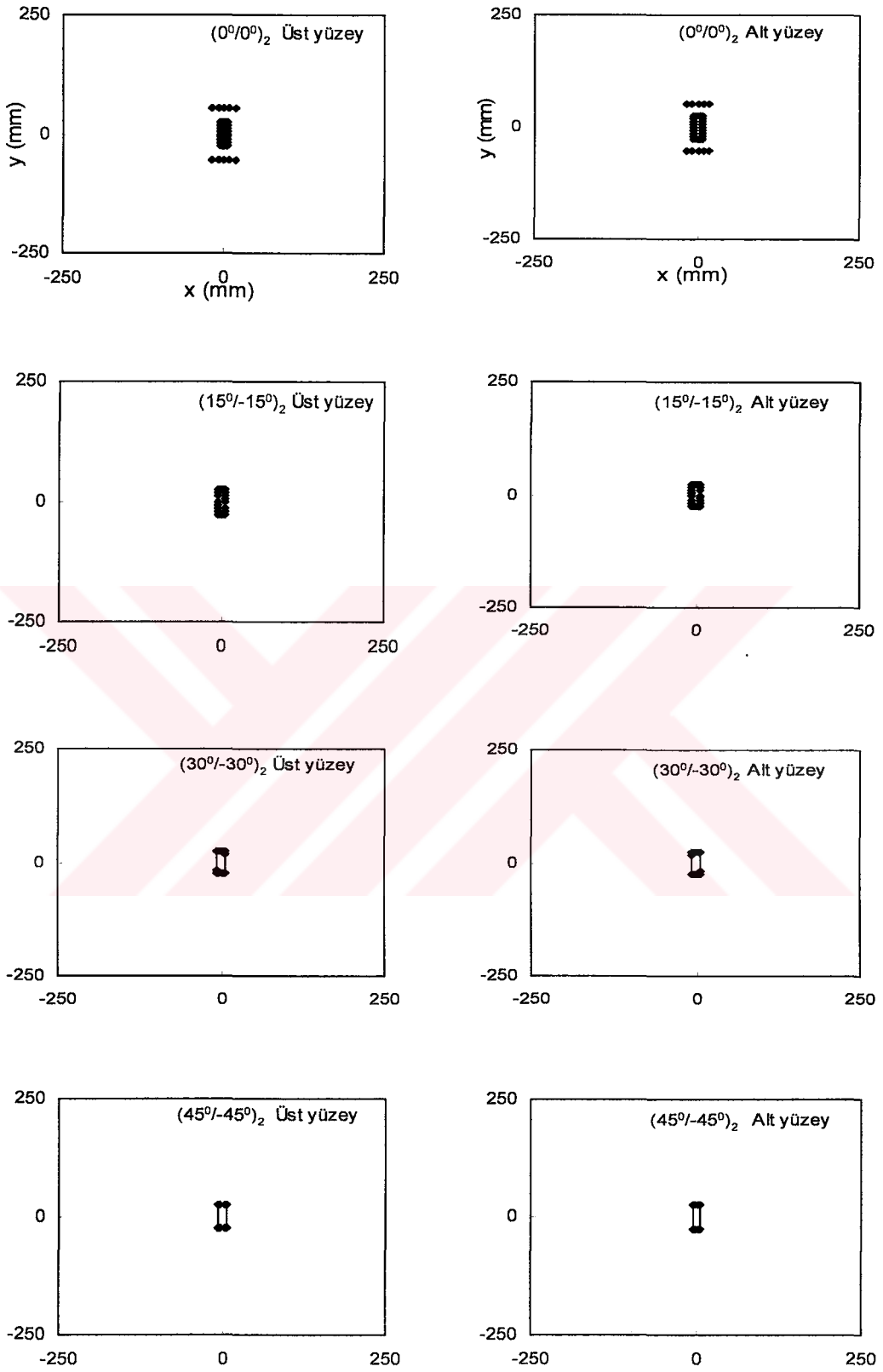


(a)



(b)

Şekil 11.17. Basit mesnetli $[0^\circ/\theta^\circ]_2$ diziliminde antisimetrik istiflenmiş, $p= 0.01079$ MPa sabit yüklemde üst ve alt yüzeylerdeki plastik bölgelerin dağılımının oriyantasyon açısına bağlı olarak değişimi.



Şekil 11.18. Basit mesnetli $[\theta^\circ/-\theta^\circ]_2$ diziliminde antisimetrik istiflenmiş, $p= 0.01269$ MPa sabit yüklemde üst ve alt yüzeylerdeki plastik bölgelerin dağılımının oriyantasyon açısına bağlı olarak değişimi.

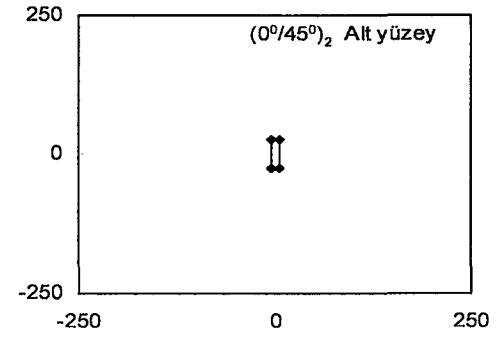
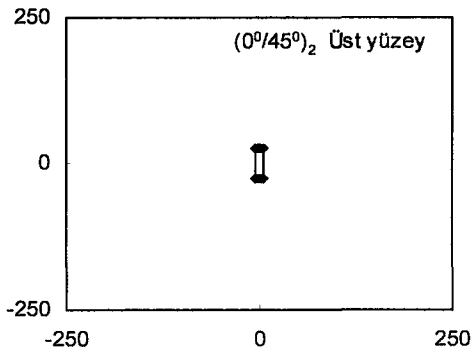
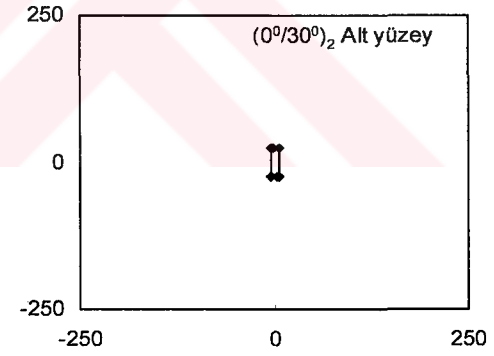
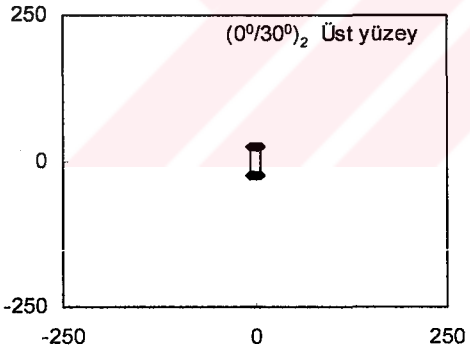
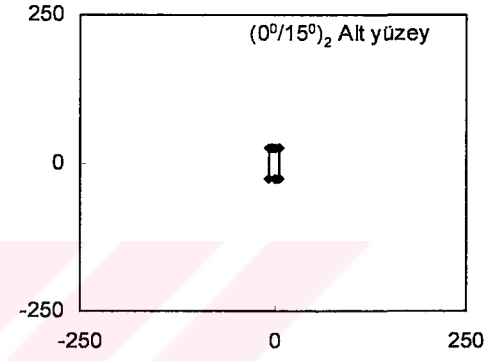
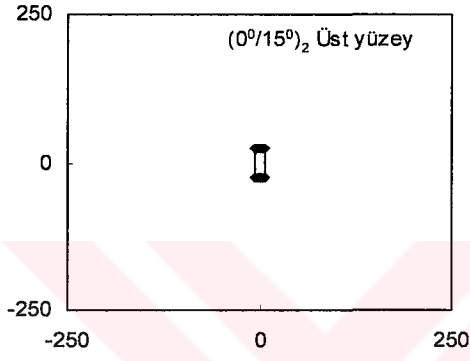
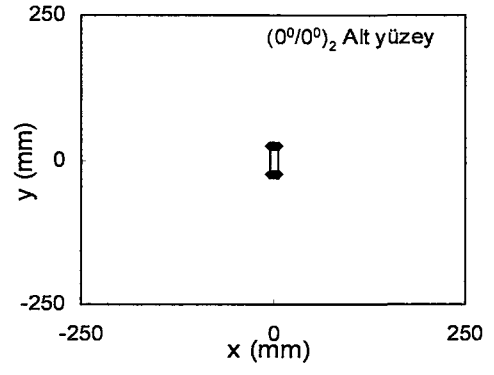
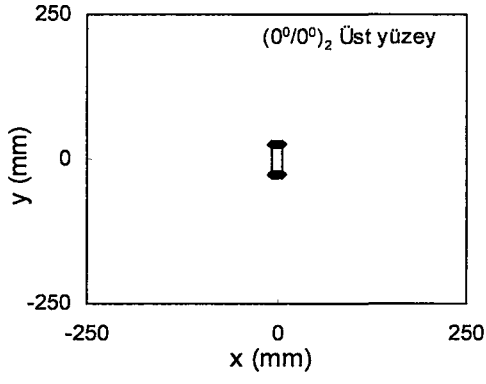
diğer oriyantasyon açılarında gözlenmiş $[45^0/-45^0]_2$ diziliminde minumum plastik bölge oluşumu gerçekleşmiştir.

Şekil 11.19'te ankastre mesnetli, antisimetrik istiflenmiş $[(0^0/\theta^0)]_2$, $p= 0.0219$ MPa sabit yüklemde üst ve alt yüzeylerdeki plastik bölgelerin dağılımına oriyantasyon açısına bağlı olarak değişim gösterilmektedir. Bu durumda da tüm oriyantasyon açılarında, deliğin kısa kenarlarında daha yoğun olmak üzere sadece delik kenarlarında plastic bölge dağılımı elde edilmektedir.

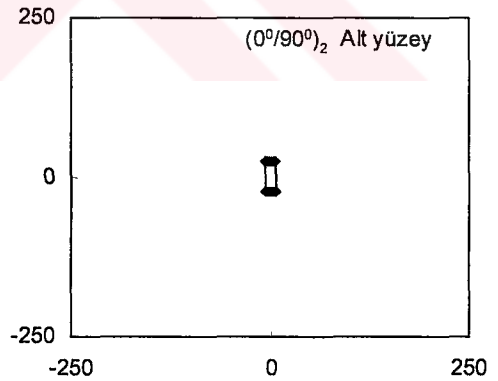
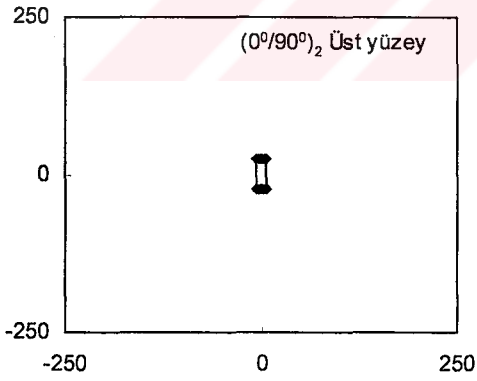
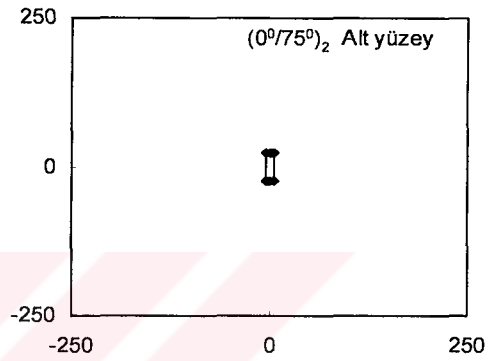
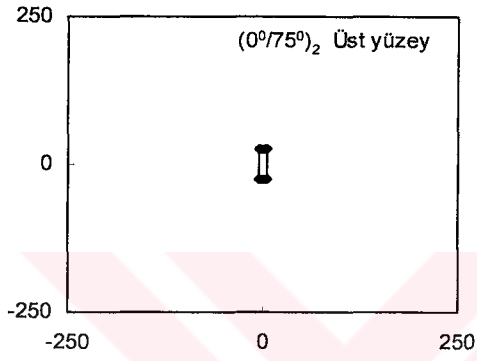
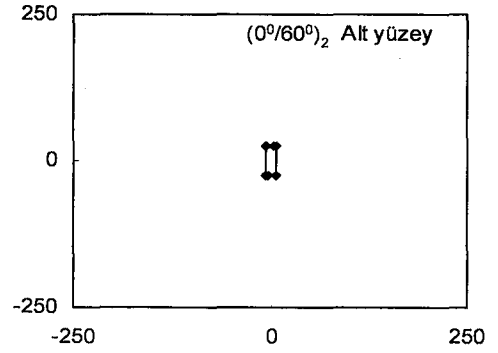
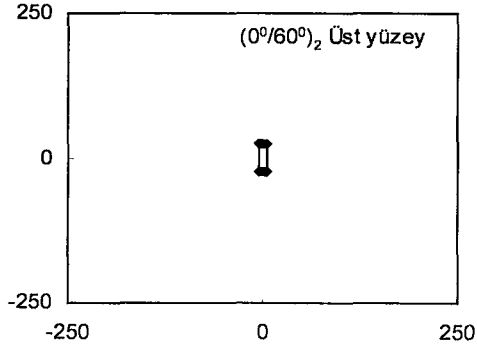
Şekil 11.20'de ankastre mesnetli, antisimetrik istiflenmiş, $p= 0.0225$ MPa sabit yüklemde üst ve alt yüzeylerdeki plastik bölgelerin $[(\theta^0/\theta^0)]_2$ oriyantasyon açısına bağlı olarak değişim gösterilmektedir. Bu durumda basit mesnetliye benzer şekilde oriyantasyon açısının artması ile plastik bölge dağılımında azalma gözlemlenmektedir.

Şekil 11.21 de basit mesnetli durumda, $[0^0/45^0]_2$ dizilimine sahip, antisimetrik istiflenmiş plakada, iterasyon sayısına göre (25, 50, 75 ve 100), üst ve alt yüzeylerdeki plastik bölge dağılımını göstermektedir. Plastik bölgelerin dağılımı dikdörtgen deliğin köşelerinde ve etrafında görülmektedir. İterasyon sayısı arttıkça dikdörtgen deliğin etrafındaki plastik bölge oluşumu artmaktadır. Bu artış plakanın üst yüzeyinde ($\theta=0^0$) delik kenarlarına paralel olarak genişlerken, alt yüzeyinde ($\theta=45^0$), deliğin köşelerinden plakanın köşegenlerinden itibaren genişlemektedir. Bu durum diğer oriyantasyon açılarında da gözlenebilmektedir. Bu durumda iterasyon sayısının artırılması ile oriyantasyon açısına bağlı olarak plastik bölgelerin dağılımının değiştiği ileri sürülebilir.

Şekil 11.22 ankastre durumunda, $[(0^0/45^0)]_2$ diziliminde ve antisimetrik istiflenmiş plakada, iterasyon sayısına göre (25, 50, 75 ve 100) plastik bölgelerin üst ve alt yüzeydeki dağılımını göstermektedir. Üst yüzeyde ($\theta=0^0$), 25, 50, 75 ve 100 iterasyonda elde edilen plastik bölgeler dikdörtgen deliğin kenarlarına dağılmaktadır. 100 iterasyonda ise deliğin kısa kenarına paralel plaka kenarlarında daha yoğun olmak üzere ve plakanın mesnet üzerindeki kenarlarının orta noktalarında plastik bölge dağılımı görülmektedir.

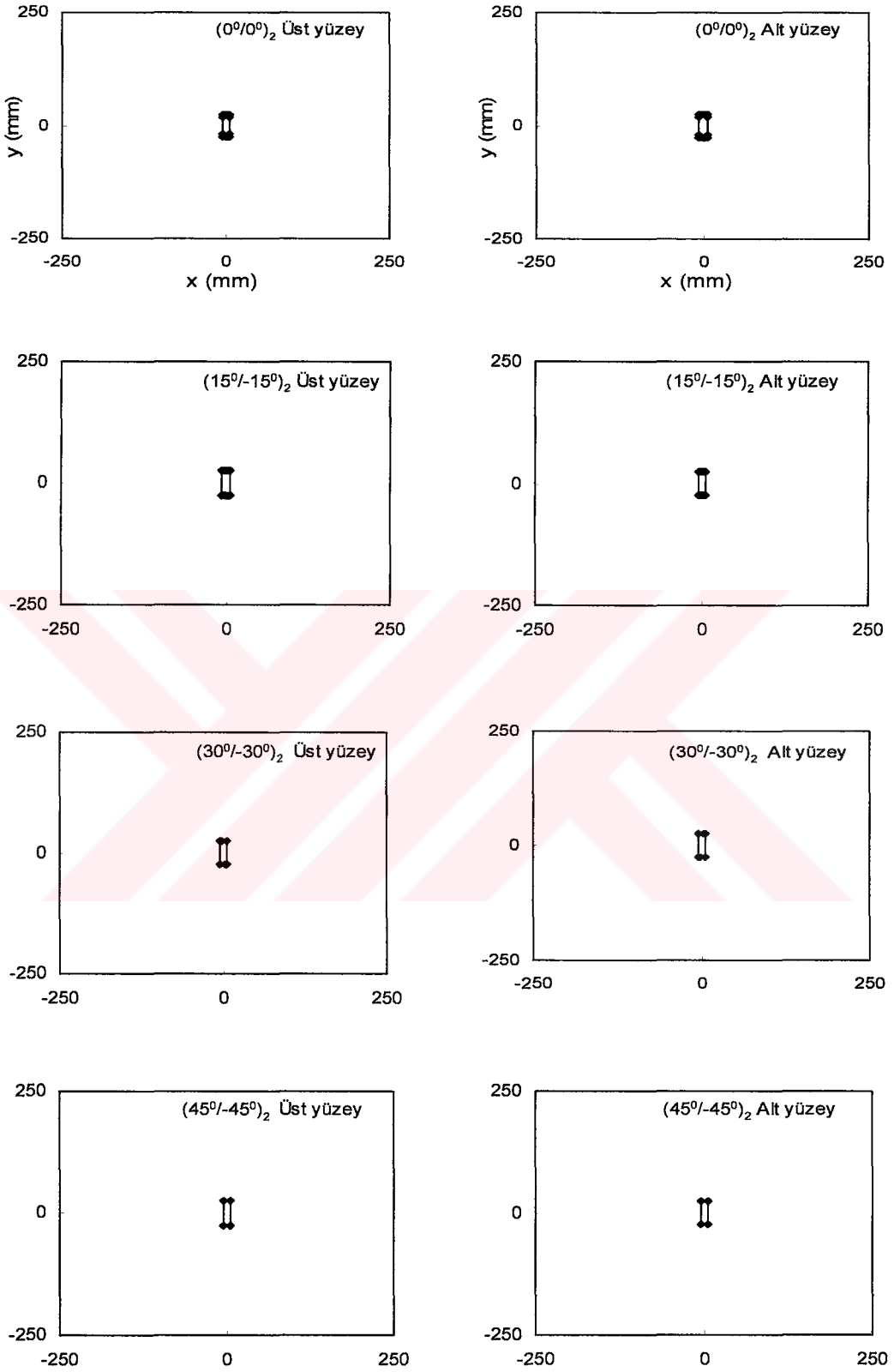


(a)

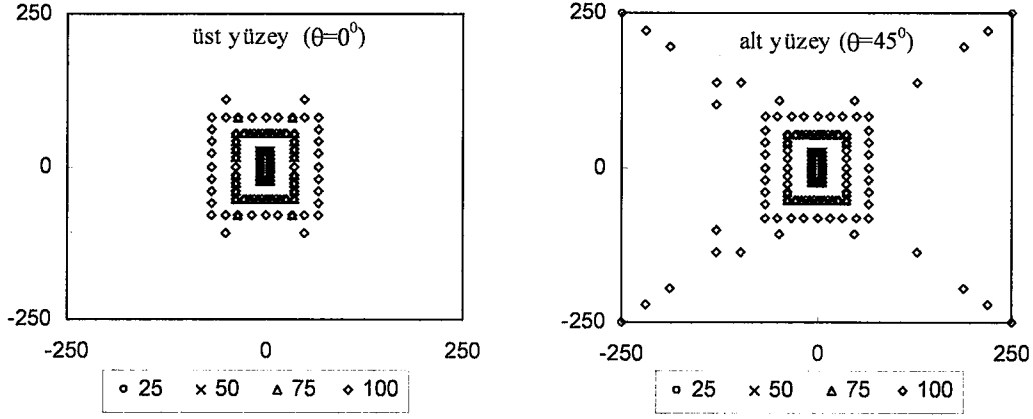


(b)

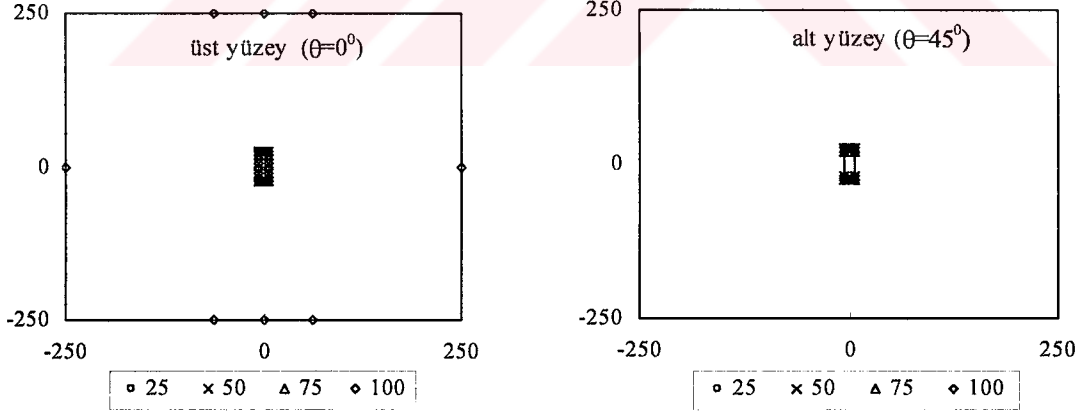
Şekil 11.19. Ankastre mesnetli $[0/\theta]_2$ antisimetrik istiflenmiş, $p= 0.0219$ MPa sabit yüklemde üst ve alt yüzeylerdeki plastik bölgelerin dağılımına oriyantasyon açısına bağlı olarak değişimi.



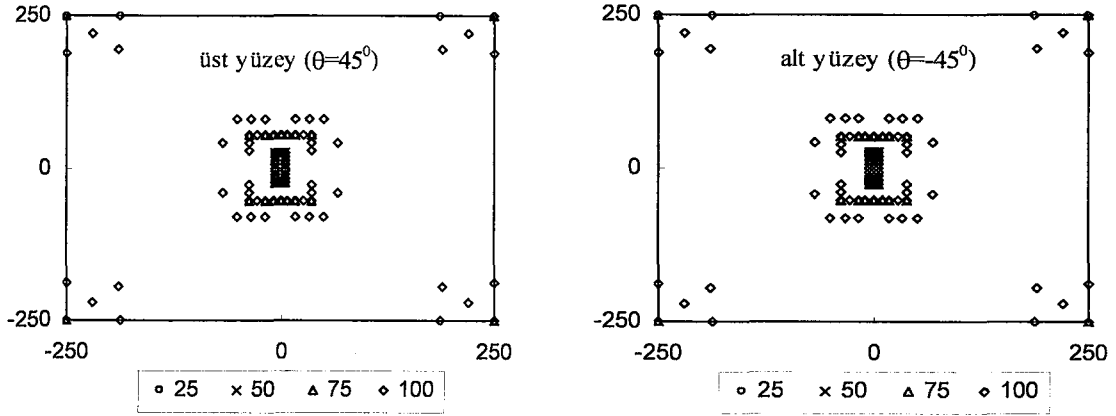
Şekil 11.20. Ankastre mesnetli $([\theta^\circ/-\theta^\circ]_2)$ diziliminde antisimetrik istiflenmiş, $p= 0.0225$ MPa sabit yüklemde üst ve alt yüzeylerdeki plastik bölgelerin dağılımına oriyantasyon açısına bağlı olarak değişimi.



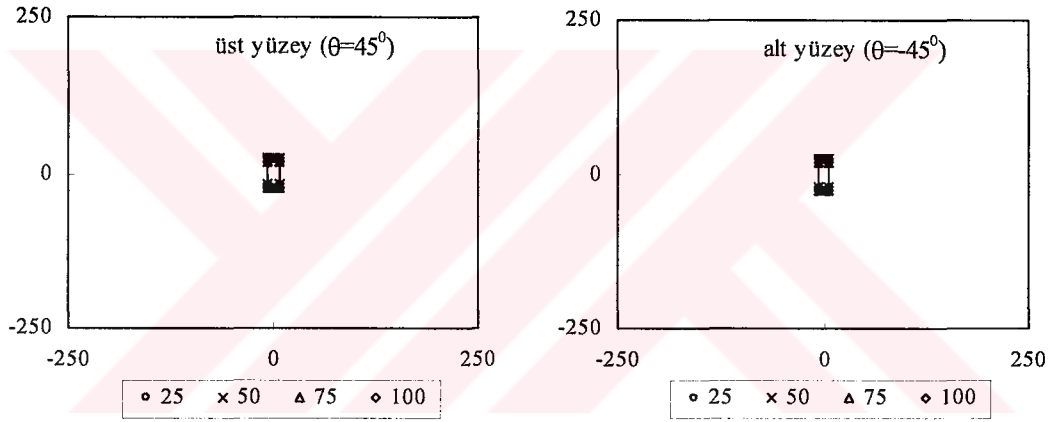
Şekil 11.21. Basit mesnetli durumda, $[0^0/45^0]_2$ dizilimine sahip antisimetrik istiflenmiş plakada, iterasyon sayısına göre üst ve alt yüzeylerdeki plastik bölge dağılımı.



Şekil 11.22. Ankastre mesnetli durumda, $[0^0/45^0]_2$ dizilimine sahip, antisimetrik istiflenmiş plakada iterasyon sayısına göre üst ve alt yüzeylerdeki plastik bölge dağılımı.

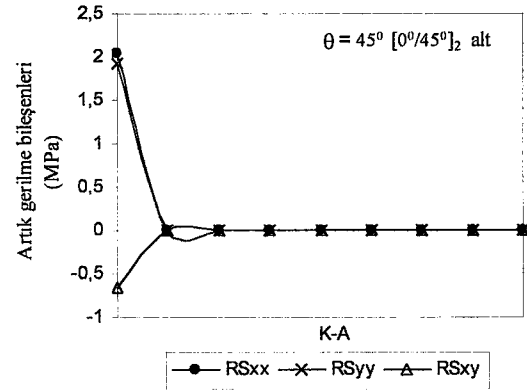
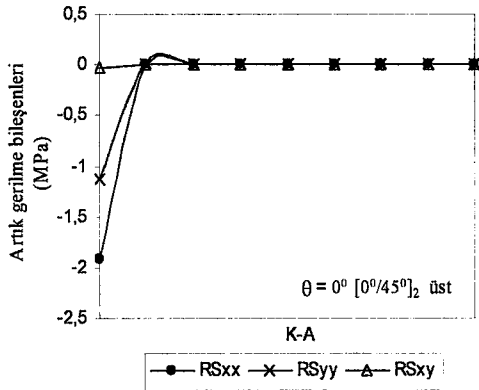
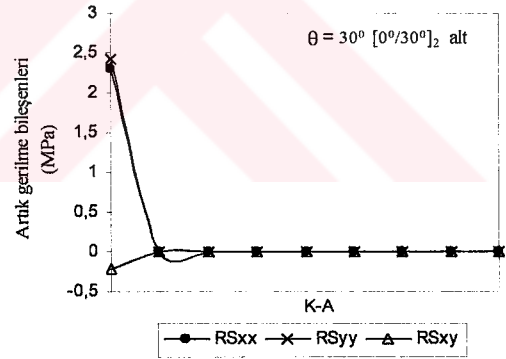
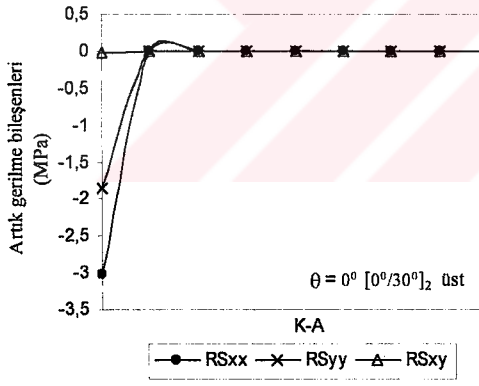
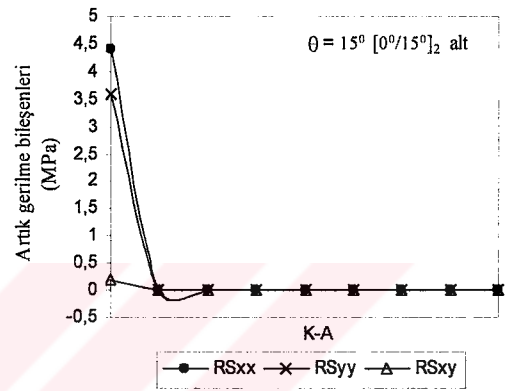
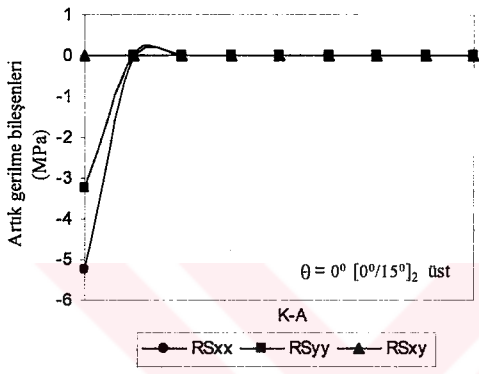
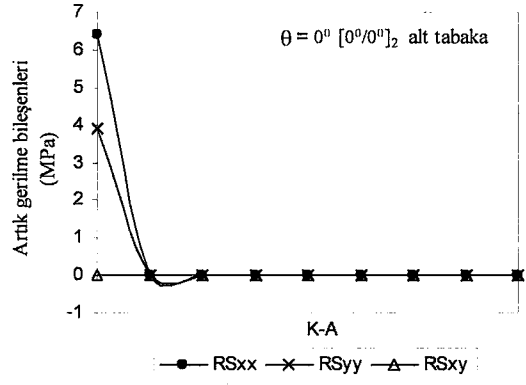
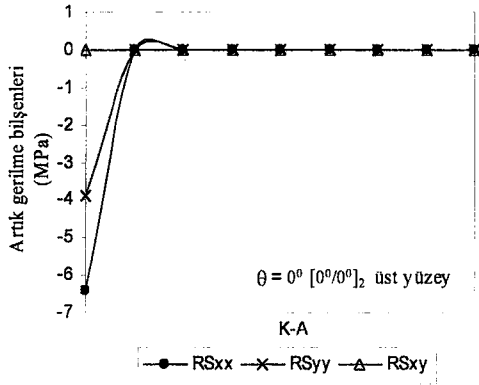


Şekil 11.23. Basit mesnetli durumda, $[45^0/-45^0]_2$ dizilimine sahip, antisimetrik istiflenmiş plakada iterasyon sayısına göre üst ve alt yüzeylerdeki plastik bölge dağılımı.

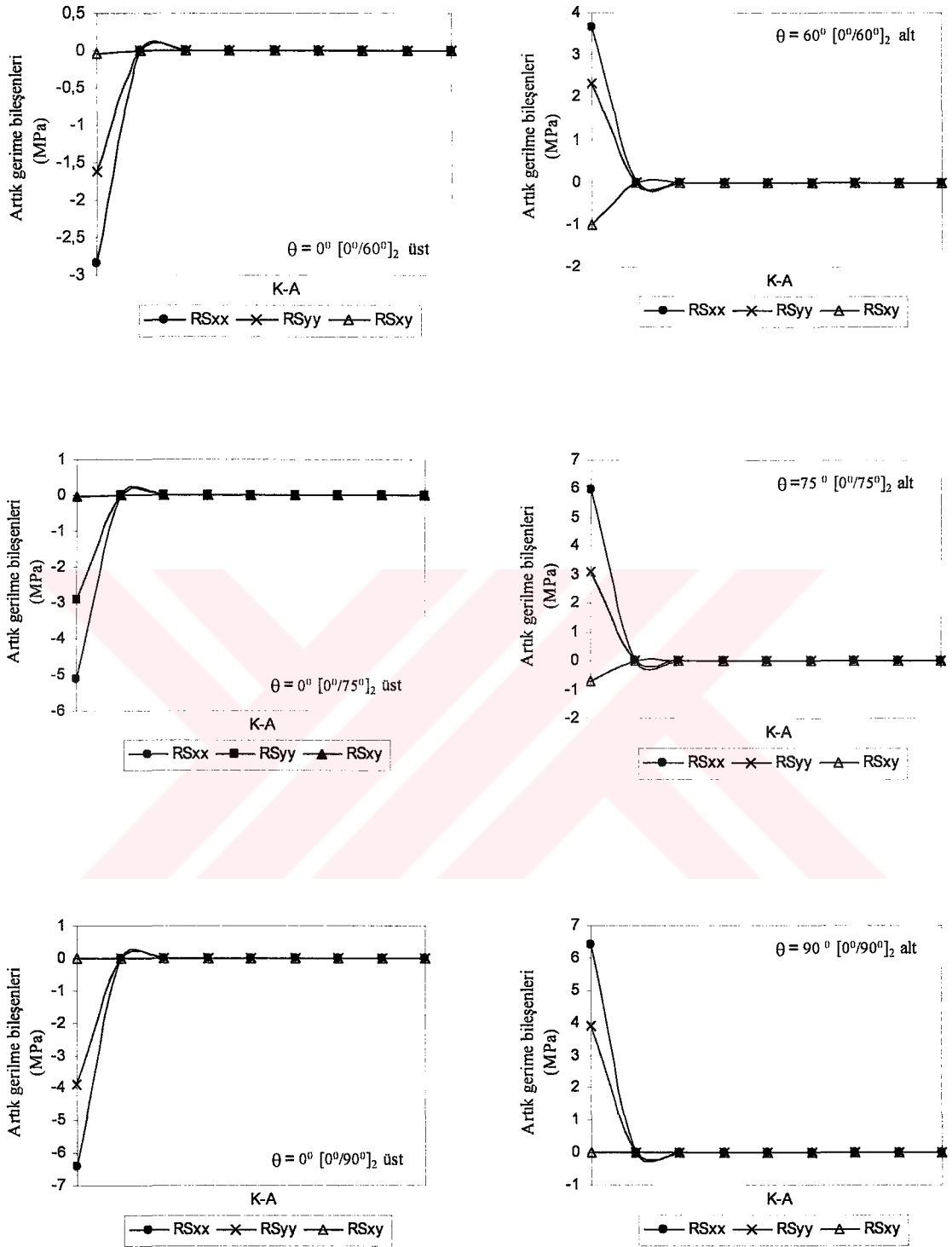


Şekil 11.24. Ankastre mesnetli durumda, $[45^0/-45^0]_2$ dizilimine sahip, antisimetrik istiflenmiş plakada iterasyon sayısına göre üst ve alt yüzeylerdeki plastik bölge dağılımı.

Şekil 11.25’de basit mesnetli durum için $p=0.01079$ MPa sabit yüklemde $[0^0/\theta^0]_2$ dizilimde antisimetrik istiflenmede üst ve alt yüzeydeki daha önce Şekil 10.1 de gösterilen K-A çizgisi üzerinde oluşan artık gerime bileşenleri gösterilmektedir. Seçilen bu sabit yük değeri $[0^0/0^0]_2$, $[0^0/15^0]_2$, $[0^0/30^0]_2$, $[0^0/45^0]_2$, $[0^0/60^0]_2$, $[0^0/75^0]_2$ ve $[0^0/90^0]_2$ dizilimlerinin tümü için hesaplanan akmayı başlatan minimum değerdir. Akma değerleri verilen şartlarda ve tüm oriyantasyon açıları için K noktasından A noktasına doğru yaklaştıkça aniden azalmaktadır. En düşük RS_{xx} ve RS_{yy} , $[0/45]_2$ diziliminde üst yüzeyde elde edilmiştir. K-A hattında oluşan RS_{xy} değerleri RS_{xx} ve RS_{yy} ‘lere göre oldukça küçük değerlerde kalmıştır. Alt yüzeyde oluşan RS_{xy} ’ler üst yüzeylere kıyasla daha büyüktür. $\theta = 45^0$ $[(0^0/45^0)]_2$ ve $\theta = 60^0$ $[(0^0/60^0)]_2$ oriyantasyonlarında en büyük RS_{xy} elde edilmiştir. Ayrıca üst ve alt yüzeydeki gerilmelerin ters işaretli olduğu diğer bir ifade ile üst yüzeyde negatif, alt yüzeyde pozitif artık

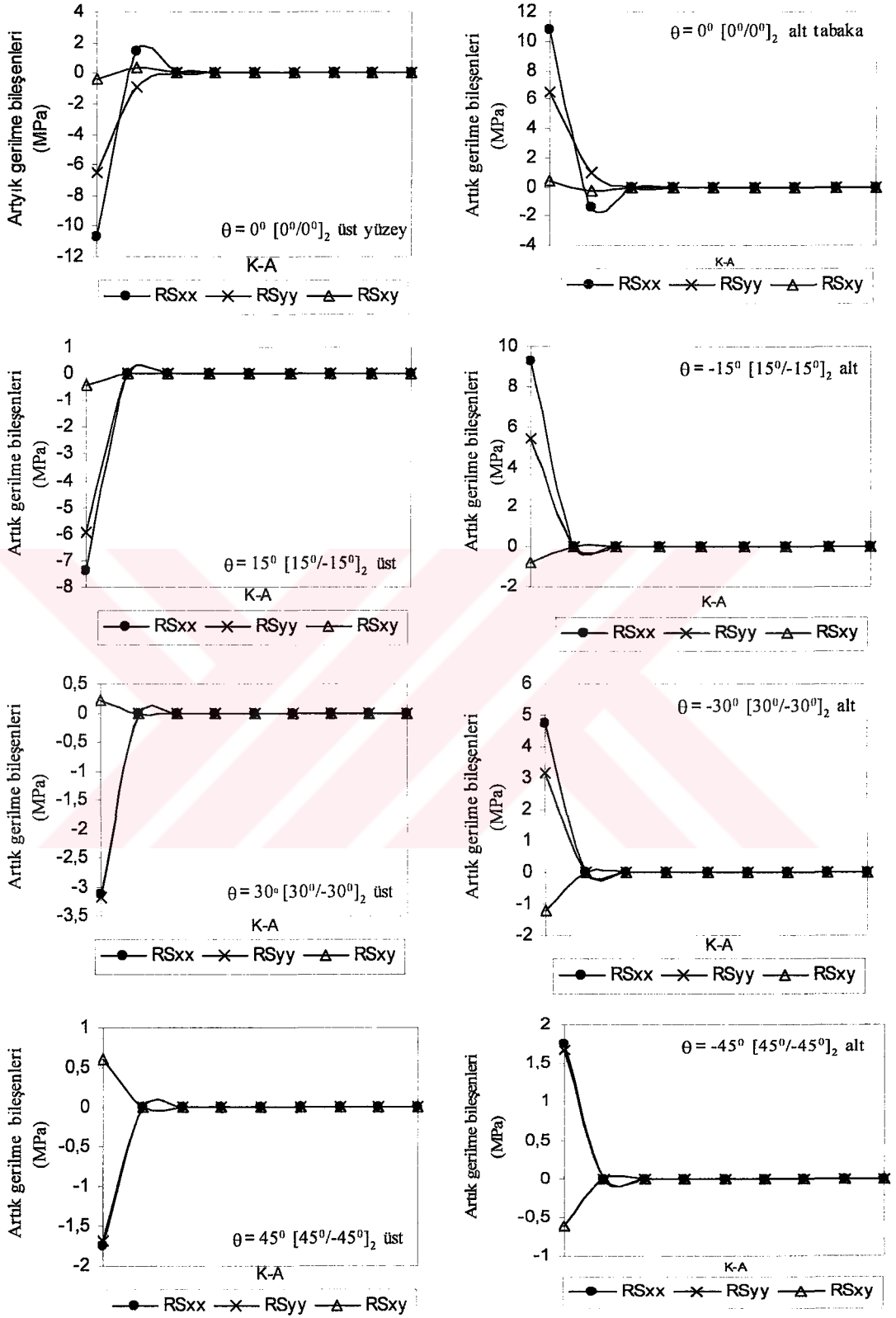


(a)



(b)

Şekil 11.25 Basit mesnetli durumda $p = 0.01079$ MPa sabit yüklemde $[0^\circ/\theta^\circ]_2$ dizilimde antisimetrik istiflenmede üst ve alt yüzeydeki K-A çizgisindeki (Şeki 10.8) artık gerilme bileşenleri



Şekil 11.26 Basit mesnetli durumda $p = 0.01269$ MPa sabit yüklemde $[\theta^\circ/-\theta^\circ]_2$ dizilimde antisimetrik istiflenmede üst ve alt yüzeydeki K-A çizgisindeki (Şeki 10.8) artık gerilme bileşenleri.

gerilmelerin elde edildiği ileri sürülebilir. Bu durum y düşey yükleme nedeni ile beklenen bir sonuçtur. Maksimum RS_{xx} ve RS_{yy} ise $[0^0/0^0]_2$ ve $[0^0/90^0]_2$ dizilimlerinin alt ve üst yüzeylerinde oluşmuştur. Maksimum RS_{xy} ise $[0^0/60^0]_2$ diziliminin alt yüzeyinde elde edilmiştir.

Şekil 11.26 da basit mesnetli durum için $p=0.01269$ MPa sabit yüklemde $[\theta^0/-\theta^0]_2$ dizilimde antisimetrik istiflenmede üst ve alt yüzeylerdeki K-A çizgisi üzerinde oluşan artık gerilme bileşenleri gösterilmektedir. En düşük RS_{xx} ve RS_{yy} değerleri $[45^0/-45^0]_2$ diziliminde alt ve üst yüzeylerde, en düşük RS_{xy} $[0^0/0^0]_2$ diziliminde üst ve alt yüzeylerde meydana gelmiştir. En yüksek RS_{xx} ve RS_{yy} ise $[0^0/0^0]_2$ diziliminde üst ve alt yüzeylerde, en yüksek RS_{xy} $[30^0/-30^0]_2$ alt yüzeyde elde edilmiştir.

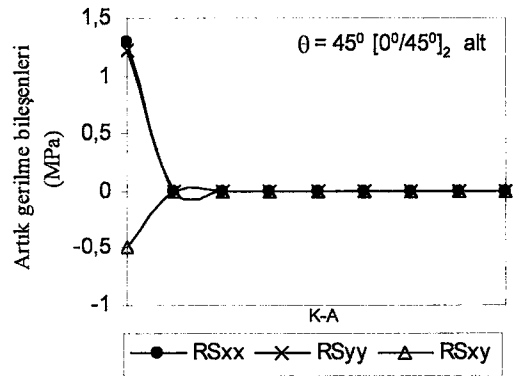
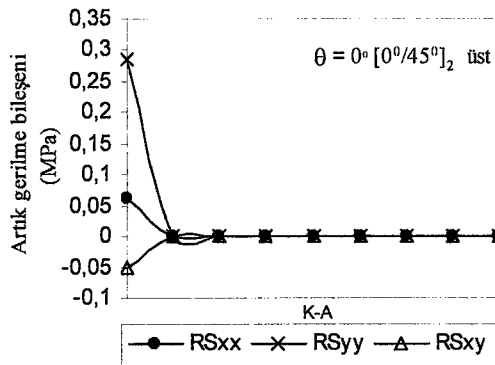
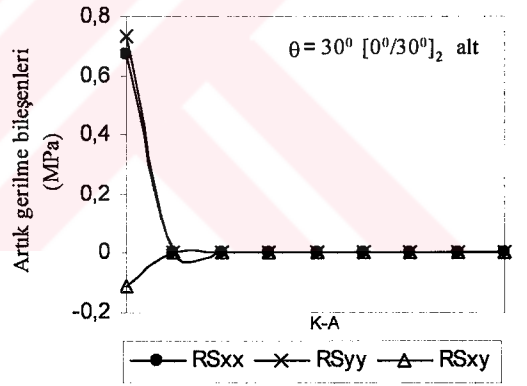
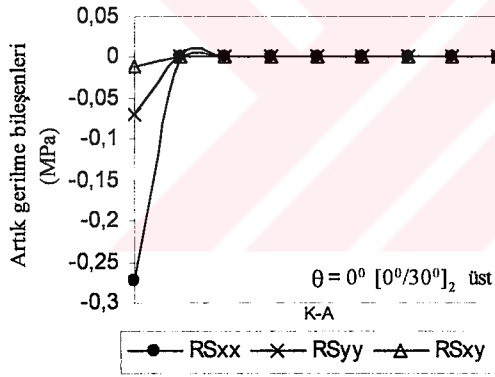
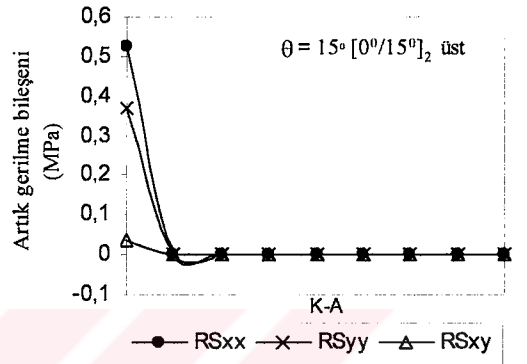
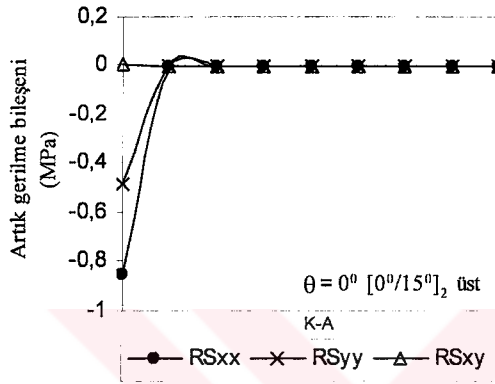
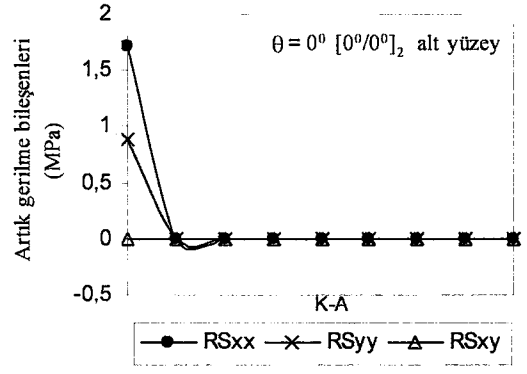
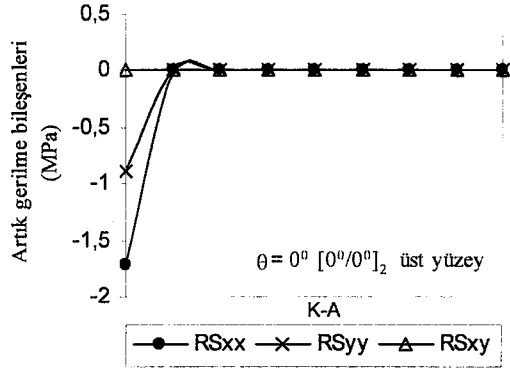
Şekil 11.27 de ankastre mesnetli durum için $p=0.0219$ MPa sabit yüklemde $[0^0/0^0]_2$ dizilimde antisimetrik istiflenmede üst ve alt yüzeylerdeki K-A çizgisi üzerinde oluşan artık gerilme bileşenleri gösterilmektedir. Bu durumda en düşük RS_{xx} $[0^0/45^0]_2$ diziliminde üst yüzey, RS_{yy} $[0^0/30^0]_2$ diziliminde üst yüzey, RS_{xy} ise $[0^0/0^0]_2$ ve $[0^0/90^0]_2$ dizilimlerinde üst ve alt yüzeylerde meydana gelmektedir.

Şekil 11.28 da ankastre mesnetli durum için $p=0.0225$ MPa sabit yüklemde $[\theta^0/-\theta^0]_2$ dizilimde antisimetrik istiflenmede üst ve alt yüzeylerdeki K-A çizgisi üzerinde oluşan artık gerilme bileşenleri gösterilmektedir. En düşük RS_{xx} , RS_{yy} ve RS_{xy} değerleri $[30^0/-30^0]_2$ diziliminde alt ve üst yüzeylerde, en yüksek RS_{xx} ve RS_{yy} $[15^0/-15^0]_2$ diziliminde alt yüzeyde, en yüksek RS_{xy} ise $[30^0/-30^0]_2$ diziliminde alt yüzeyde elde edilmiştir.

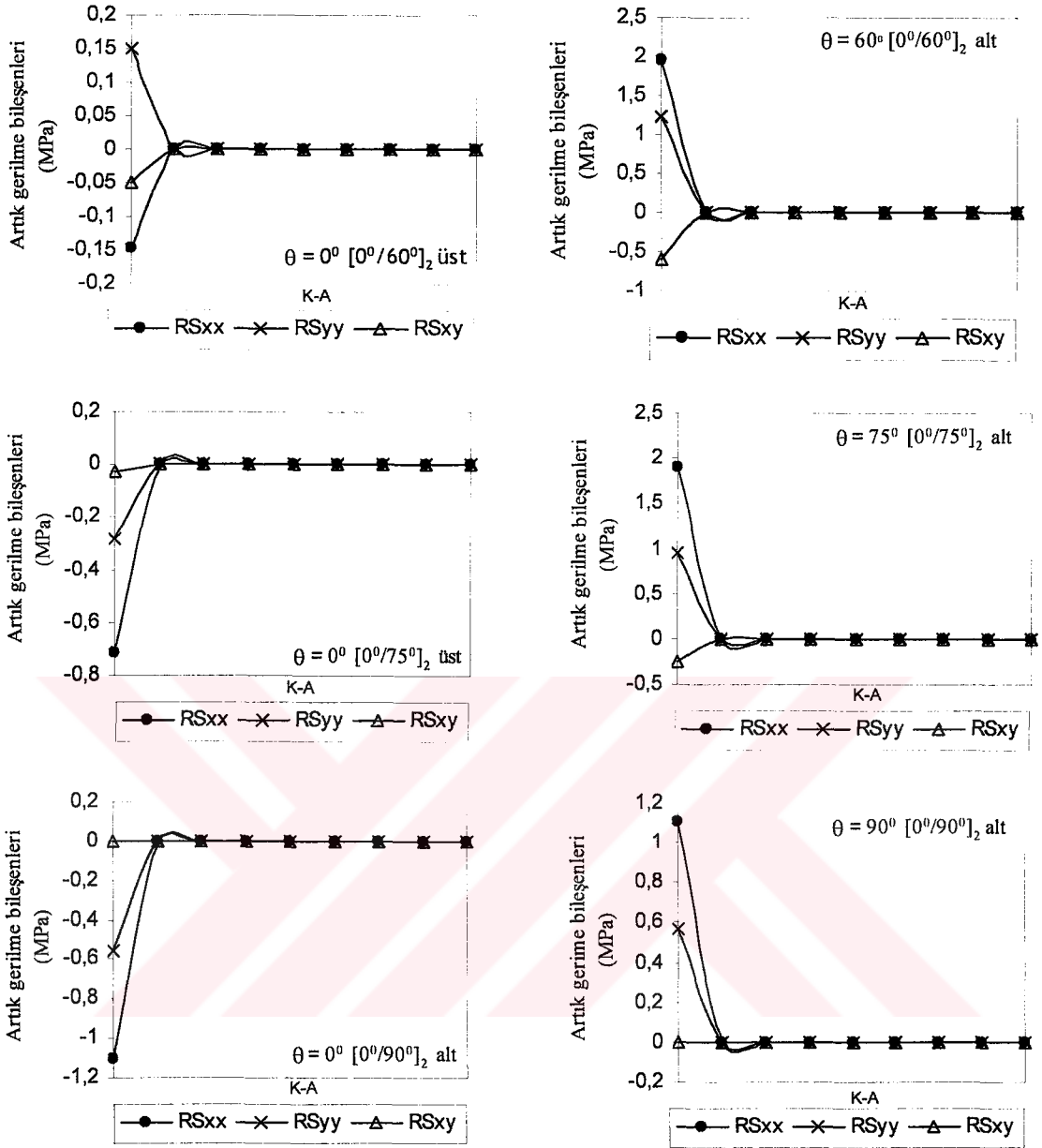
Şekil 11.29 da basit mesnetli durum için $p=0.01079$ MPa sabit yüklemde $[0^0/0^0]_2$ dizilimde antisimetrik istiflenmede üst ve alt yüzeylerdeki K-A çizgisi üzerinde oluşan elastik gerilme bileşenleri gösterilmektedir. Bu durumda en düşük S_{xx} $[0^0/30^0]_2$ diziliminde alt yüzey, S_{yy} $[0^0/60^0]_2$ diziliminde üst yüzey, S_{xy} ise $[0^0/45^0]_2$ diziliminde üst yüzeyde meydana gelmektedir. En yüksek S_{xx} $[0^0/90^0]_2$ diziliminde alt ve üst yüzeylerde, S_{yy} $[0^0/30^0]_2$ diziliminde alt yüzeyde, en yüksek S_{xy} $[0^0/45^0]_2$ diziliminde alt yüzeyde elde edilmiştir.

Şekil 11.30'da basit mesnetli durum için $p=0.01269$ MPa sabit yüklemde $[\theta^0/-\theta^0]_2$ dizilimde antisimetrik istiflenmede üst ve alt yüzeylerdeki K-A çizgisi üzerinde oluşan elastik gerilme bileşenleri gösterilmektedir. Bu durumda en düşük S_{xx} $[45^0/-45^0]_2$ diziliminde alt yüzey, S_{yy} $[30^0/-30^0]_2$ diziliminde alt yüzey, S_{xy} ise $[0^0/0^0]_2$ diziliminde üst ve alt yüzeylerde meydana gelmektedir. En yüksek S_{xx} $[0^0/0^0]_2$ diziliminde alt ve üst yüzeylerde, S_{yy} $[15^0/-15^0]_2$ diziliminde üst yüzeyde, en yüksek S_{xy} $[45^0/-45^0]_2$ diziliminde alt yüzeyde elde edilmiştir.

Şekil 11.31'de ankastre mesnetli durum için $p=0.0219$ MPa sabit yüklemde $[0^0/0^0]_2$ dizilimde antisimetrik istiflenmede üst ve alt yüzeylerdeki K-A çizgisi üzerinde oluşan elastik gerilme bileşenleri gösterilmektedir. Bu durumda en düşük S_{xx} $[0^0/30^0]_2$ diziliminde alt yüzey, S_{yy} $[0^0/60^0]_2$ diziliminde alt yüzey, S_{xy} ise $[0^0/15^0]_2$ diziliminde üst yüzeyde meydana



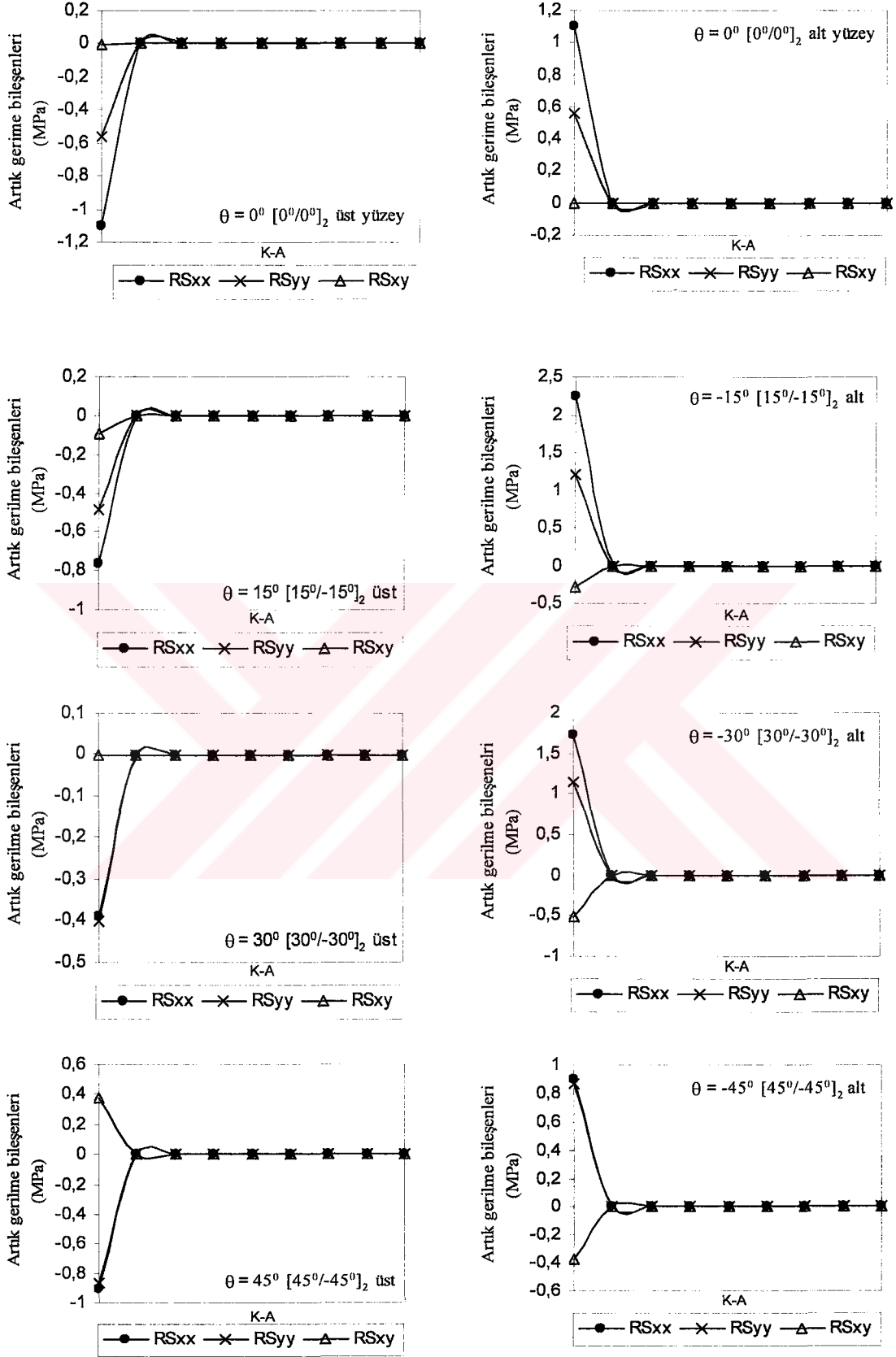
(a)



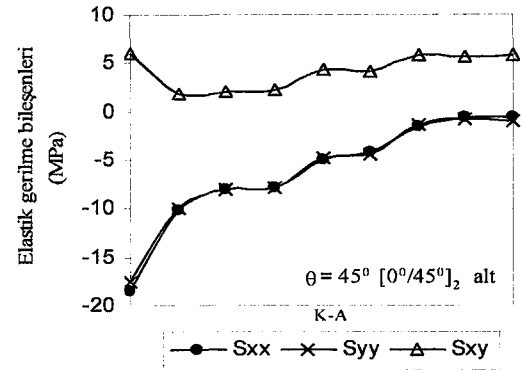
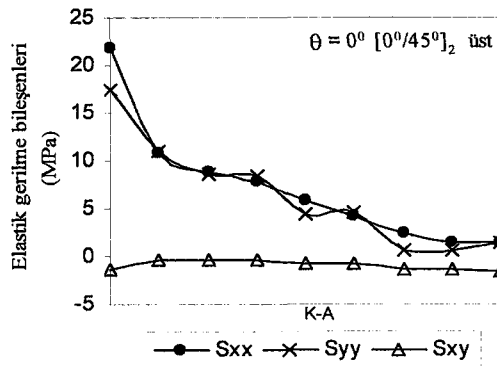
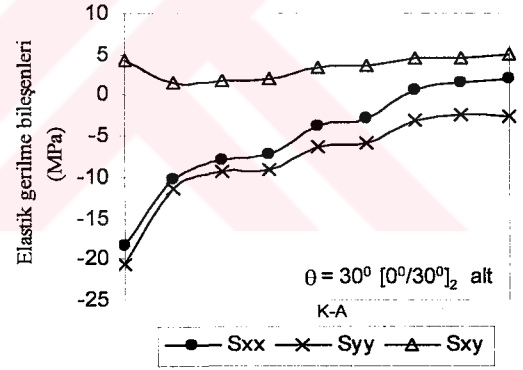
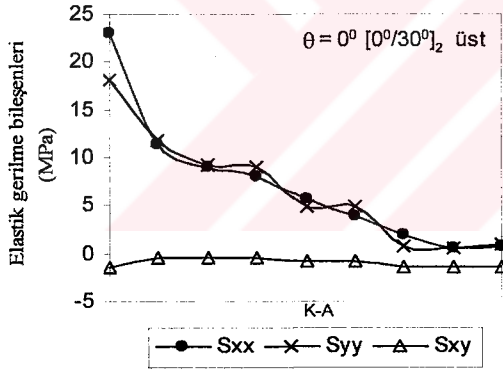
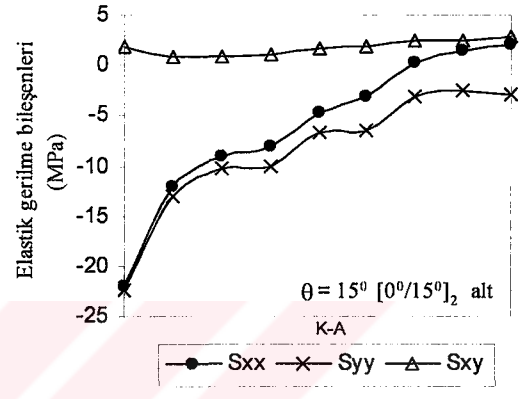
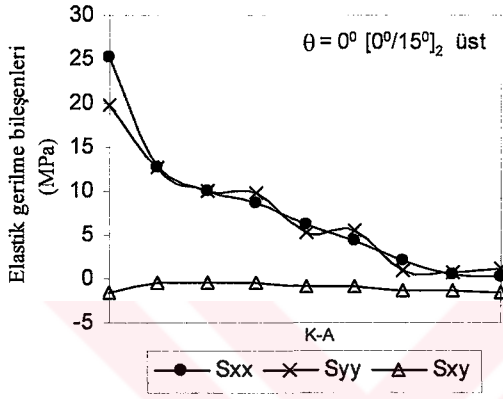
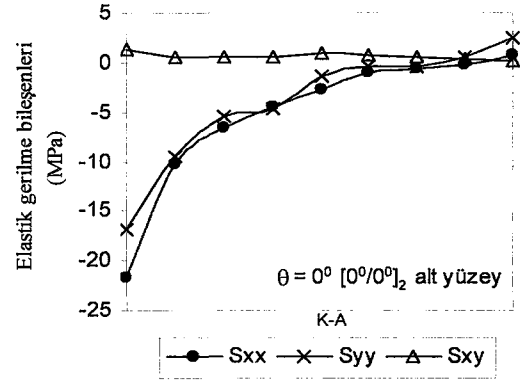
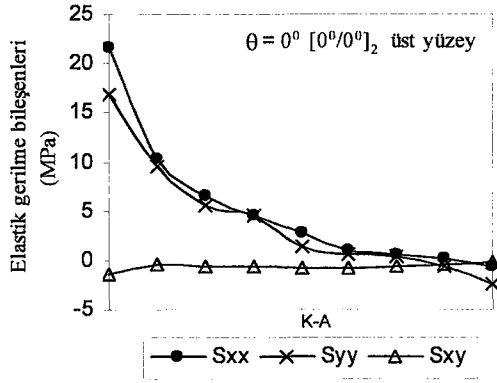
(b)

Şekil 11.27 Ankastre mesnetli durumda $p = 0.0219$ MPa sabit yüklemde $[0^\circ/\theta^\circ]_2$ dizilimde antisimetrik istiflenmede üst ve alt yüzeydeki K-A çizgisindeki (Şeki 10.8) artık gerilme bileşenleri

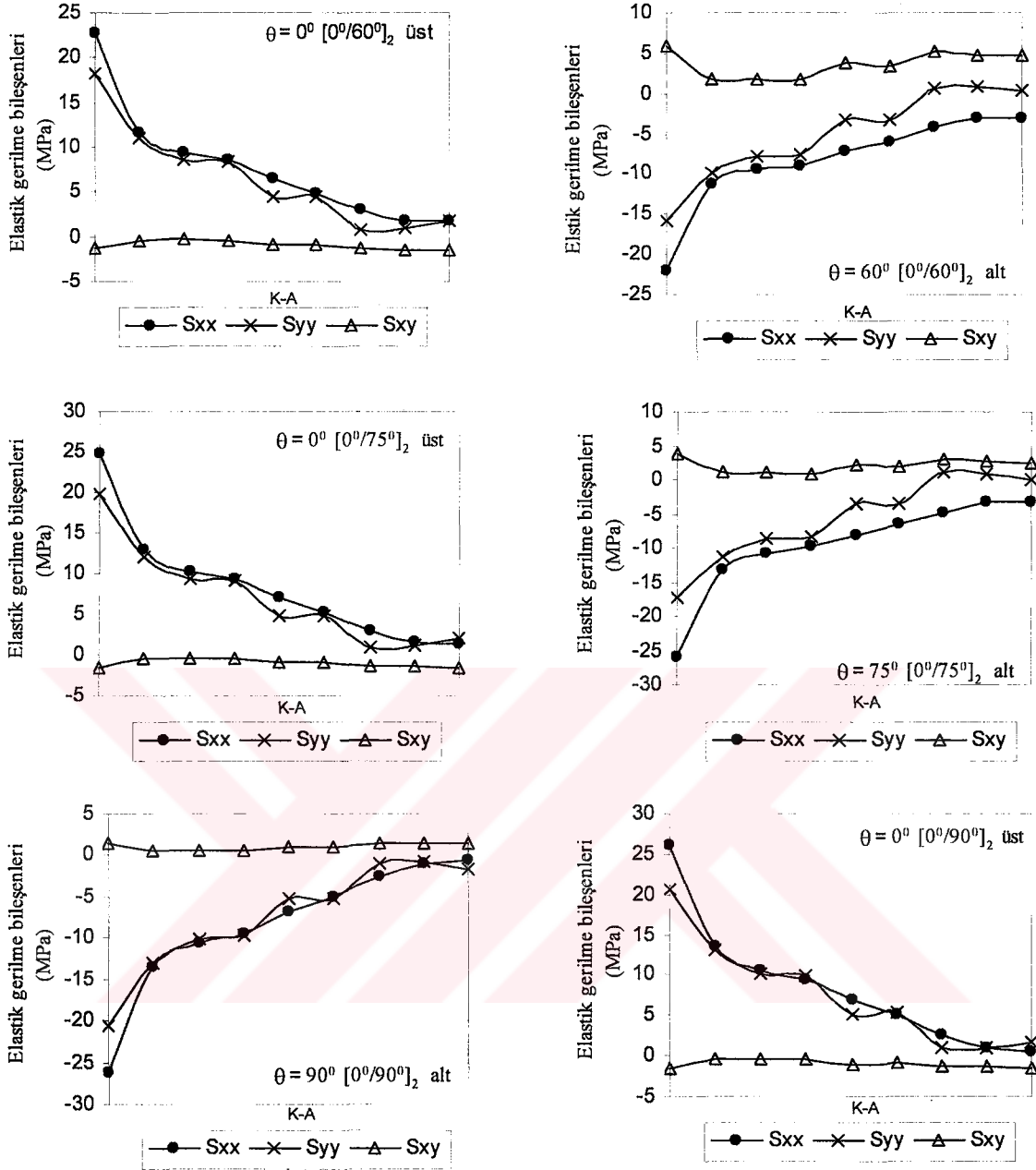
gelmektedir. En yüksek S_{xx} $[0^\circ/75^\circ]_2$ diziliminde alt yüzeyde, S_{yy} $[0^\circ/30^\circ]_2$ diziliminde alt yüzeyde, en yüksek S_{xy} $[0^\circ/45^\circ]_2$ alt yüzeyde elde edilmiştir.



Şekil 11.28 Ankastre mesnetli durumda $p = 0.0225$ MPa sabit yüklemede $[\theta^\circ/-\theta^\circ]_2$ dizilimde antisimetrik istiflenmede üst ve alt yüzeydeki K-A çizgisindeki (Şeki 10.8) artık gerilme bileşenleri

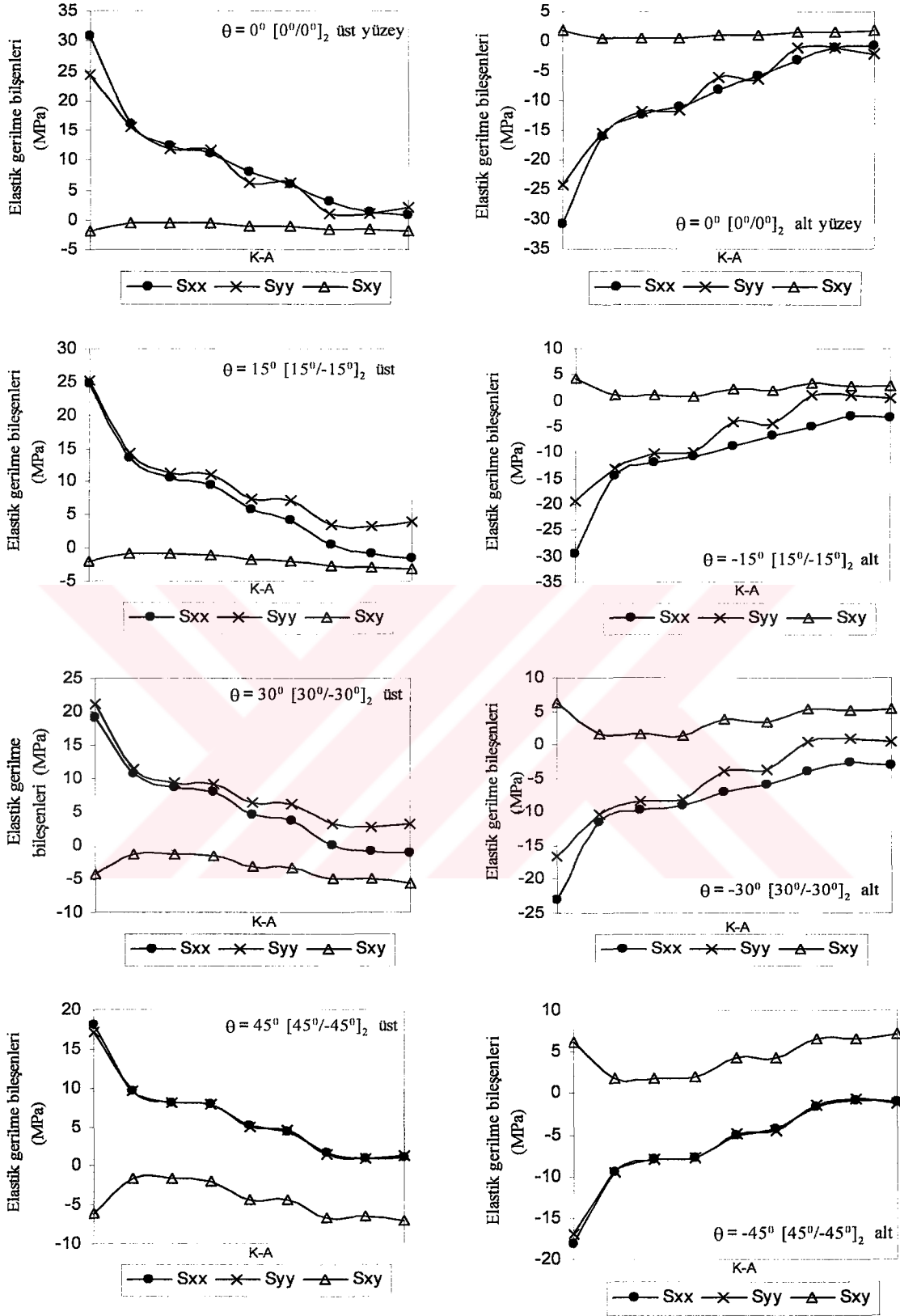


(a)

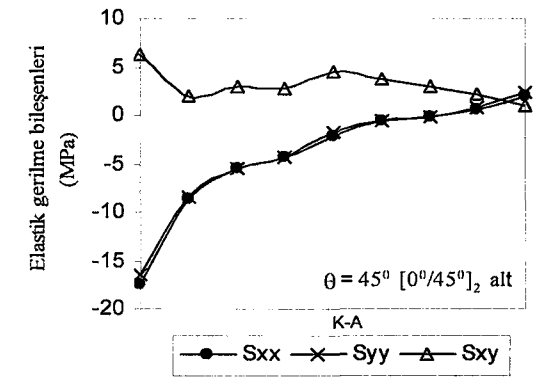
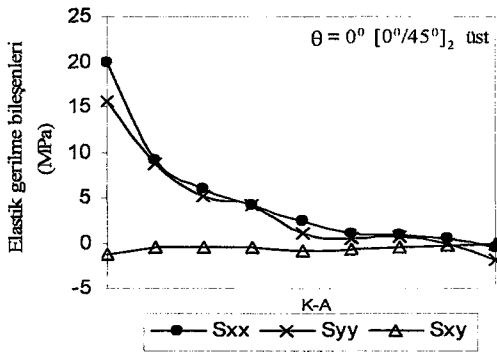
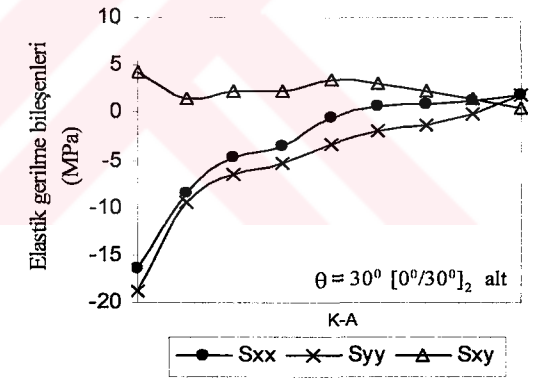
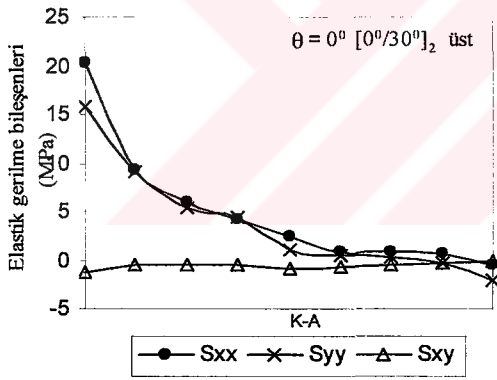
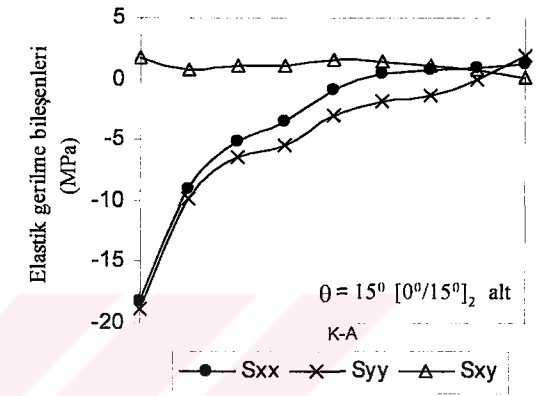
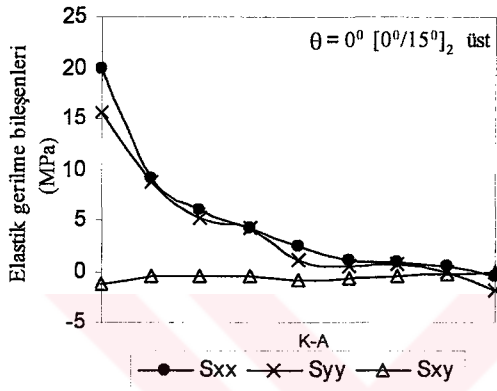
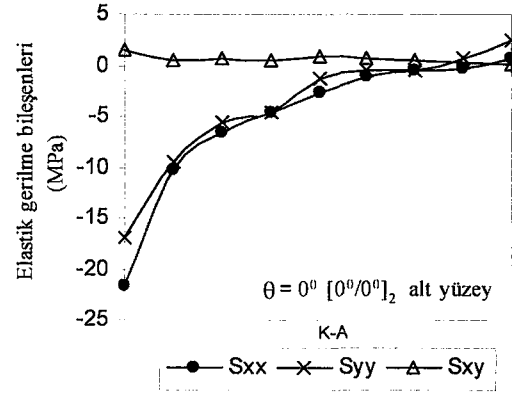
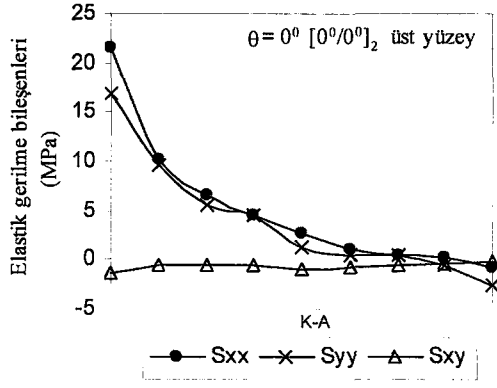


(b)

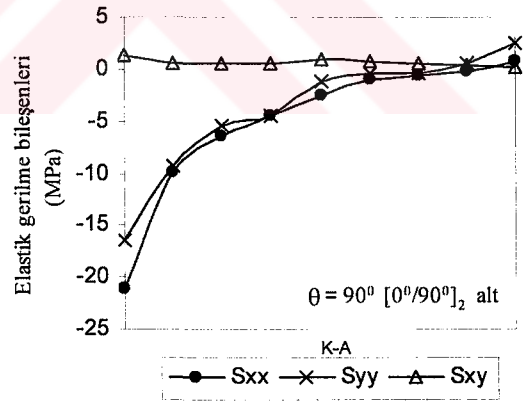
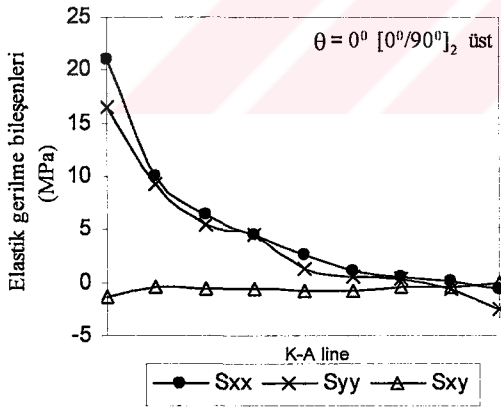
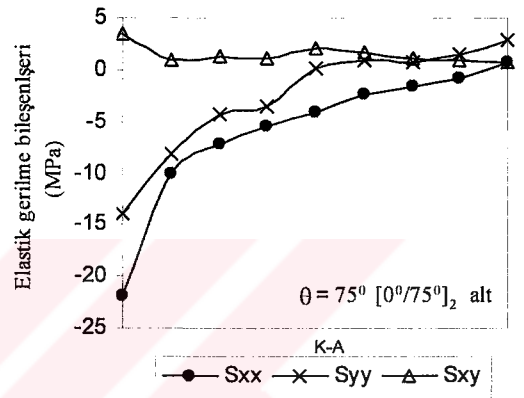
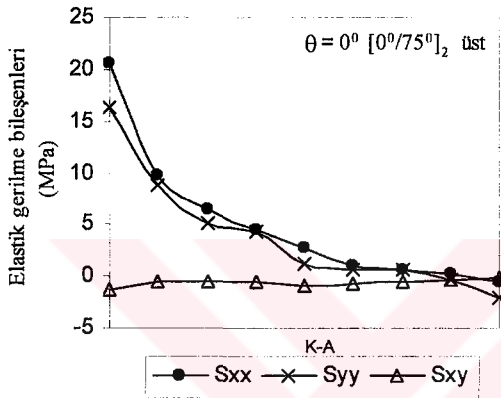
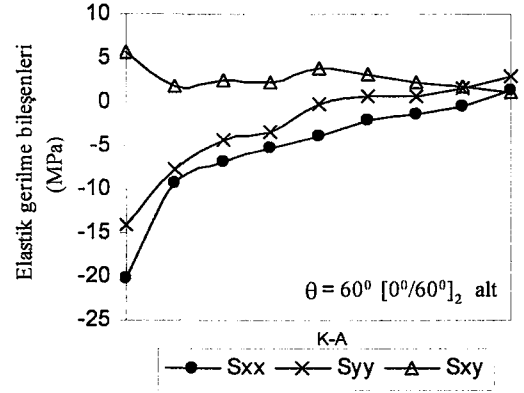
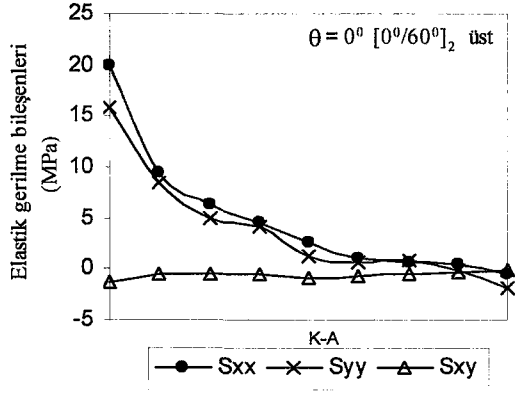
Şekil 11.29. Basit mesnetli durumda $p = 0.01079$ MPa sabit yüklemde $[0^\circ/\theta^\circ]_2$ dizilimde antisimetrik istiflemede üst ve alt yüzeydeki K-A çizgisindeki (Şeki l0.8) artık gerilme bileşenleri



Şekil 11.30. Basit mesnetli durumda $p = 0.01269$ MPa sabit yüklemde $[\theta^\circ/-\theta^\circ]_2$ dizilimde antisimetrik istiflenmede üst ve alt yüzeydeki K-A çizgisindeki (Şeki 10.8) artık gerilme bileşenleri



(a)



(b)

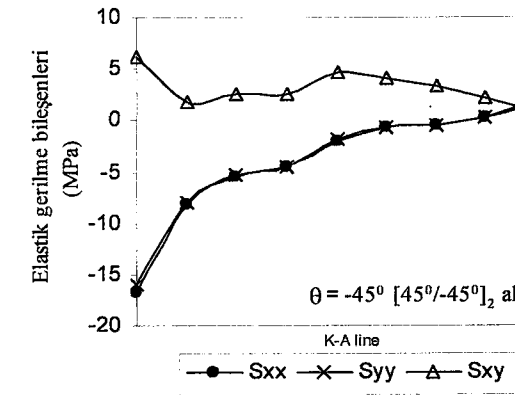
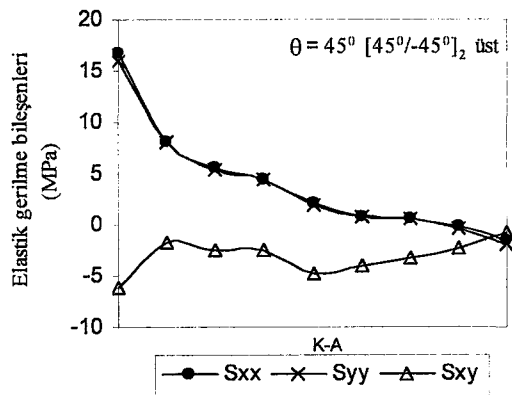
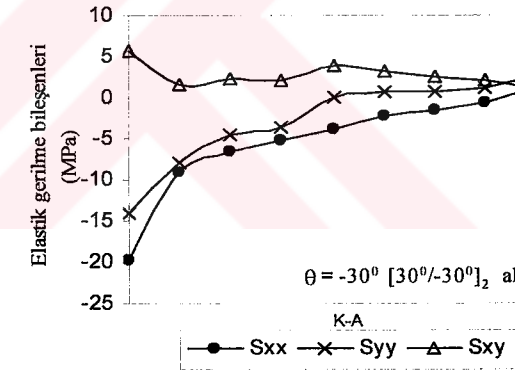
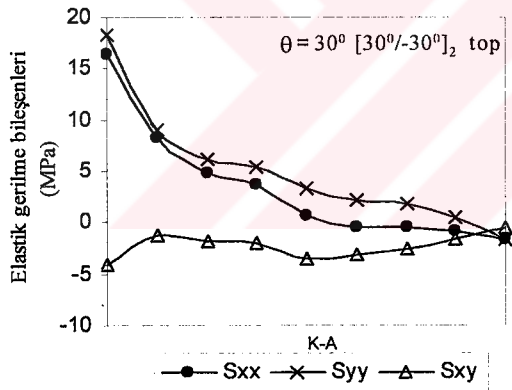
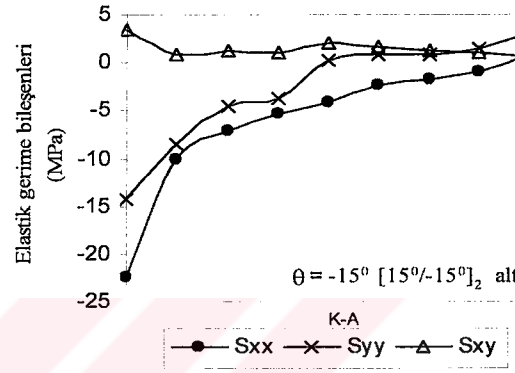
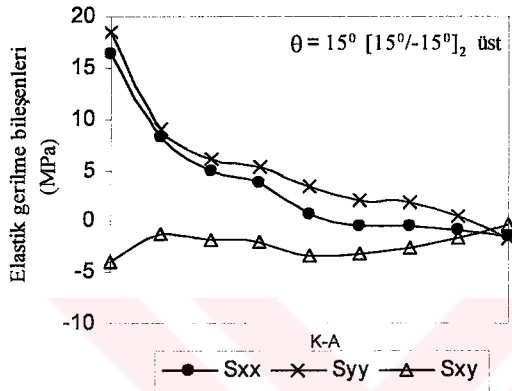
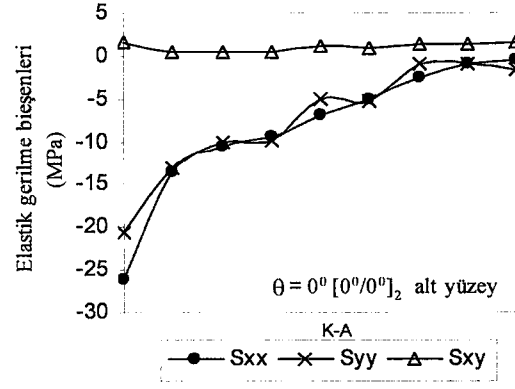
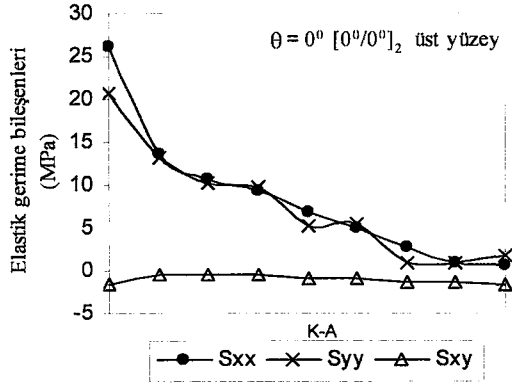
Şekil 11.31. Ankastre mesnetli durumda $p = 0.0219$ MPa sabit yüklemde $[0^\circ/\theta^\circ]_2$ dizilimde antisimetrik istiflenmede üst ve alt yüzeydeki K-A çizgisindeki (Şeki 10.8) artık gerilme bileşenleri

Şekil 11.32’de ankastre mesnetli durum için $p=0.0225$ MPa sabit yüklemde $[\theta^0/-\theta^0]_2$ dizilimde antisimetrik istiflenmede üst ve alt yüzeylerdeki K-A çizgisi üzerinde oluşan elastik gerilme bileşenleri gösterilmektedir. Bu durumda en düşük S_{xx} $[15^0/-15^0]_2$ diziliminde üst yüzey, S_{yy} $[30^0/-30^0]_2$ diziliminde alt yüzey, S_{xy} ise $[0^0/0^0]_2$ diziliminde üst ve alt yüzeylerde meydana gelmektedir. En yüksek S_{xx} ve S_{yy} $[0^0/0^0]_2$ diziliminde alt ve üst yüzeylerde, en yüksek S_{xy} $[45^0/-45^0]_2$ diziliminde alt ve üst yüzeylerde elde edilmiştir.

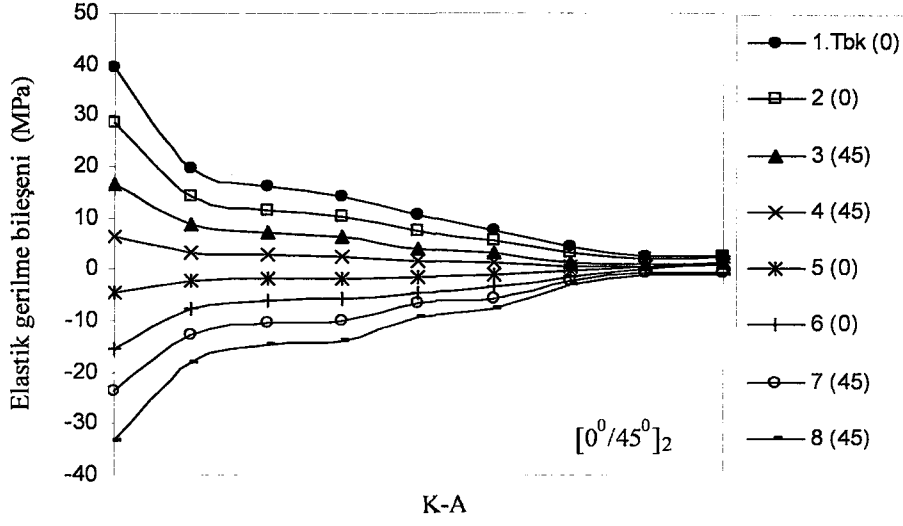
Şekil 11.33, Şekil 11.34, Şekil 11.35 Şekil 11.36, Şekil 11.37, Şekil 11.38 Şekil 11.39 ve Şekil 11.40’da sırasıyla, basit ve ankastre mesnetli durum için 100 iterasyonda $[0^0/0^0]_2$ ve $[\theta^0/-\theta^0]_2$ dizilimlerinde antisimetrik istiflenmede her bir tabakadaki K-A çizgisi üzerinde oluşan elastik gerilme bileşni (σ_{xx}) ve artık gerilme bileşenini (RS_{xx}) gösterilmektedir. Her iki durumda ve her iki dizilimde, yükleme şartlarından dolayı, iç kısımlardaki elastik ve artık gerilme bileşni, üst ve alt tabakalara göre daha düşük değerlere sahip olmaktadır. K noktasından A noktasına yaklaştıkça gerek artık gerekse elastik gerilmelerde azalmalar tespit edilmiştir.

Şekil 11.41’da ankastre mesnetli ve farklı dizilimlere sahip antisimetrik ve simetrik istiflenmiş tabakalarda dikdörtgen delik boyutlarına (a,b) göre akma noktalarının değişimi gösterilmektedir. Dikdörtgen deliğin a kenarının (Şekil 10.8) boyutunun artırılması ile $[0^0/45^0]_2$ ve $[45^0/-45^0]_2$ dizilimlerinde antisimetrik istiflenmiş tabakalanmada akma noktası düşmektedir. Ancak aynı durumda $a = 200$ mm (200x50) boyutunda simetrik ve antisimetrik istiflenmede de akma noktası yükselmektedir.

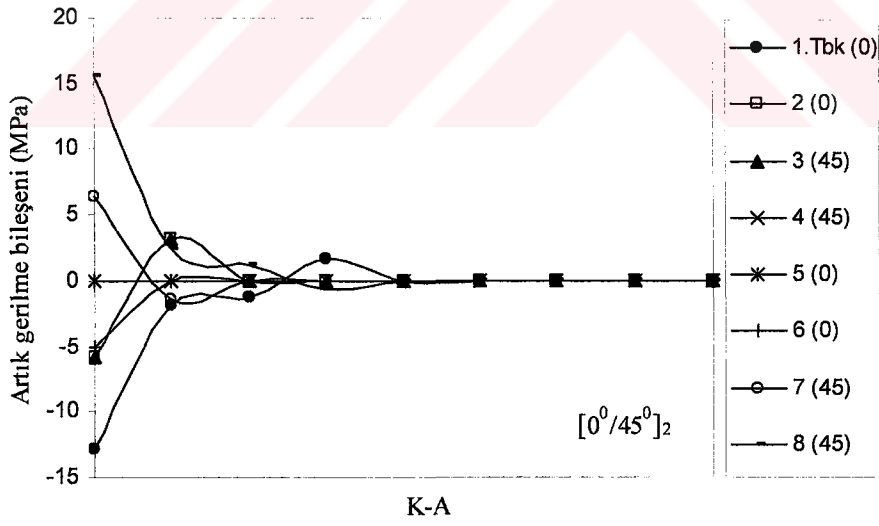
Şekil 11.42’da basit mesnetli ve farklı dizilimlere sahip antisimetrik ve simetrik istiflenmiş tabakalarda dikdörtgen delik boyutlarına (a,b) göre akma noktalarının değişimi gösterilmektedir. Tüm dizilimlerde antisimetrik tabakalanmada a kenarının artırılması ile elde edilen tüm çentik boyutlarında akma noktası düşmektedir. Aynı durum simetrik tabakalanmada da elde edilmektedir. Ayrıca simetrik tabakalanmada $[45^0/-45^0]_2$ ve $[30^0/-30^0]_2$ dizilimlerinde a’nın değişimine daha fazla hassasiyet göstererek akma noktaları daha fazla düşmektedir.



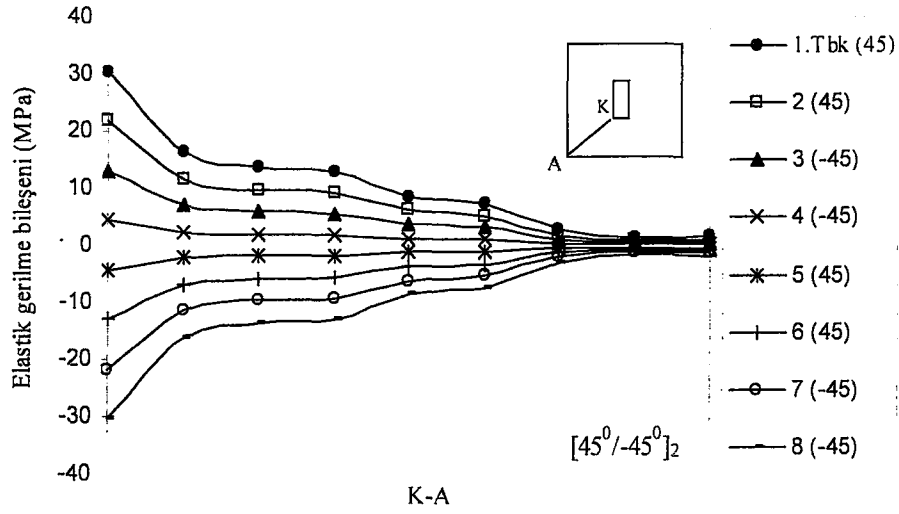
Şekil 11.32. Ankastre mesnetli durumda $p = 0.0225$ MPa sabit yüklemede $[\theta^\circ/-\theta^\circ]_2$ dizilimde antisimetrik istiflenmede üst ve alt yüzeydeki K-A çizgisindeki (Şeki 10.8) artık gerilme bileşenleri



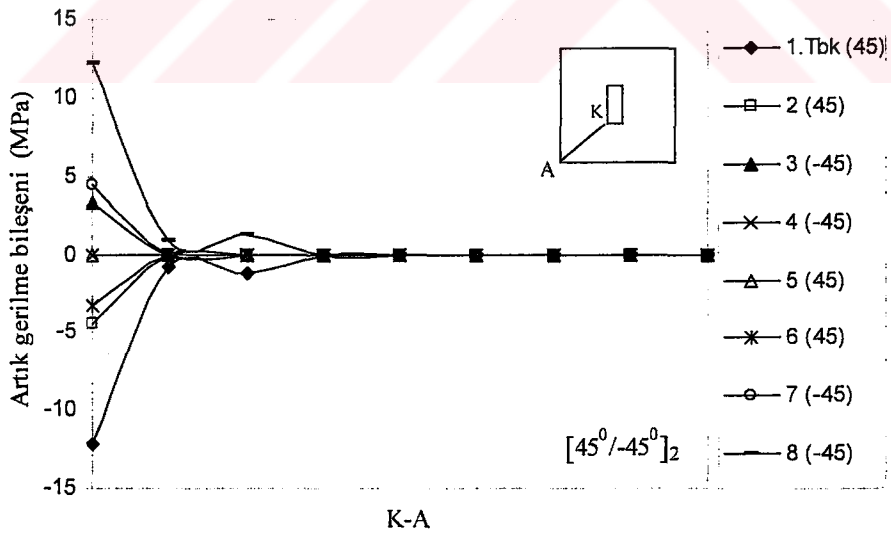
Şekil 11.33. Basit mesnetli durumda $[0^\circ/45^\circ]_2$ diziliminde antisimetrik istiflenmede her bir tabakadaki K-A çizgisinde (Şeki 10.8) oluşan elastik gerilme (σ_{xx}) bileşeni (100 iterasyon).



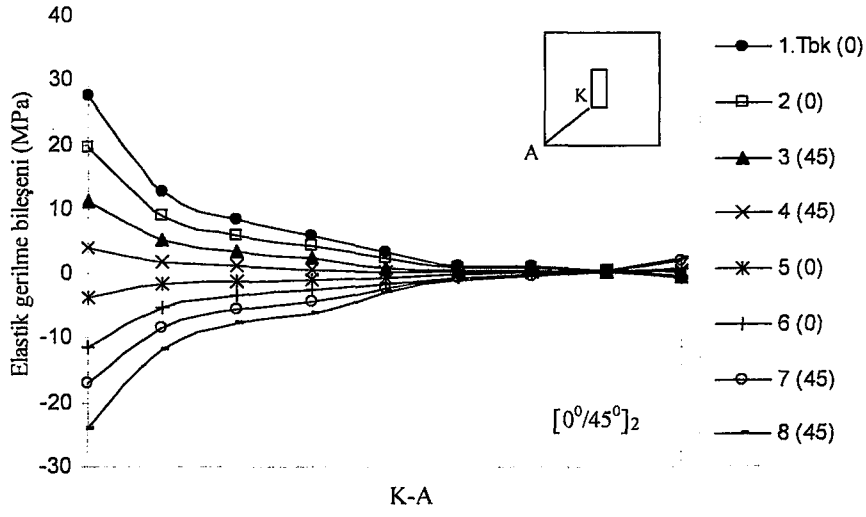
Şekil 11.34. Basit mesnetli durumda $[0^\circ/45^\circ]_2$ diziliminde antisimetrik istiflenmede her bir tabakadaki K-A çizgisinde (Şeki 10.8) oluşan artık gerilme (RS_{xx}) bileşeni (100 iterasyon).



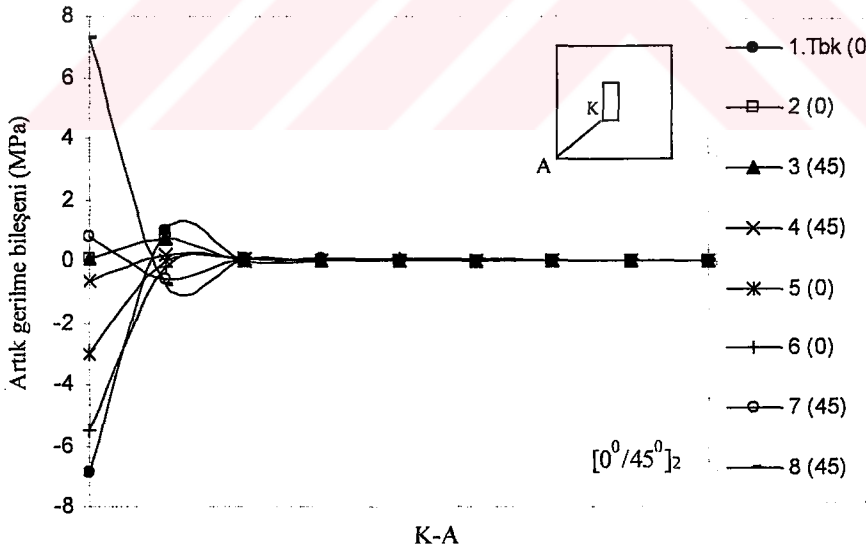
Şekil 11.35. Basit mesnetli durumda $[45^0/-45^0]_2$ diziliminde antisimetrik istiflenmede her bir tabakadaki K-A çizgisinde (Şeki 10.8) oluşan elastik gerilme (σ_{xx}) bileşeni (100 iterasyon).



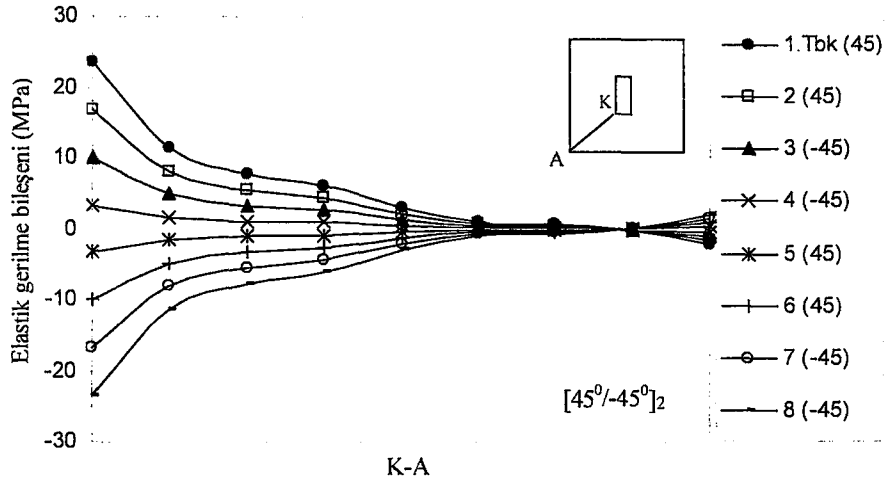
Şekil 11.36. Basit mesnetli durumda $[45^0/-45^0]_2$ diziliminde antisimetrik istiflenmede her bir tabakadaki K-A çizgisinde (Şeki 10.8) oluşan artık gerilme (RS_{xx}) bileşeni (100 iterasyon).



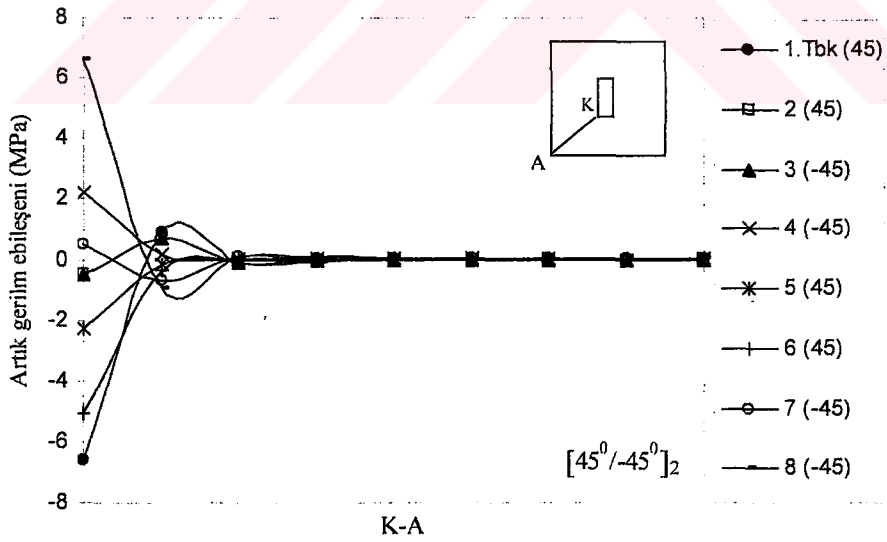
Şekil 11.37. Ankastr mesnetli durumdə $[0^\circ/45^\circ]_2$ dizilimində antisimetrik istiflənmədə hər bir tabakadakı K-A çizgisində (Şeki 10.8) oluşan elastik gerilme (σ_{xx}) bileseni (100 iterasyon).



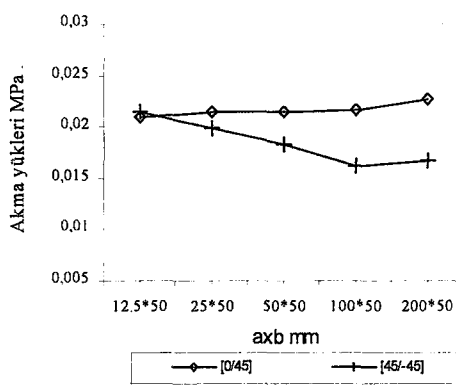
Şekil 11.38. Ankastr mesnətli durumdə $[0^\circ/45^\circ]_2$ dizilimində antisimetrik istiflənmədə hər bir tabakadakı K-A çizgisində (Şeki 10.8) oluşan artıq gerilme (RS_{xx}) bileseni (100 iterasyon).



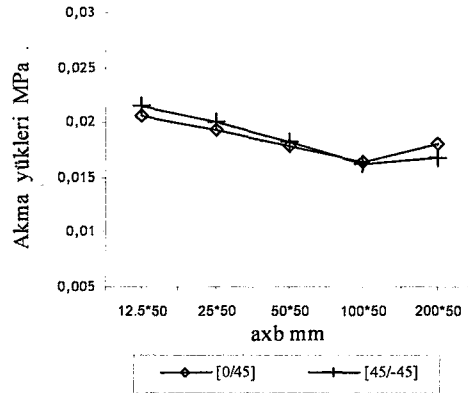
Şekil 11.39. Ankastre mesnetli durumda $[45^\circ/-45^\circ]_2$ diziliminde antisimetrik istiflenmede her bir tabakadaki K-A çizgisinde (Şeki 10.8) oluşan elastik gerilme (σ_{xx}) bileşeni (100 iterasyon).



Şekil 11.40. Ankastre mesnetli durumda $[45^\circ/-45^\circ]_2$ diziliminde antisimetrik istiflenmede her bir tabakadaki K-A (Şeki 10.8) çizgisinde oluşan artık gerilme (RS_{xx}) bileşeni (100 iterasyon).

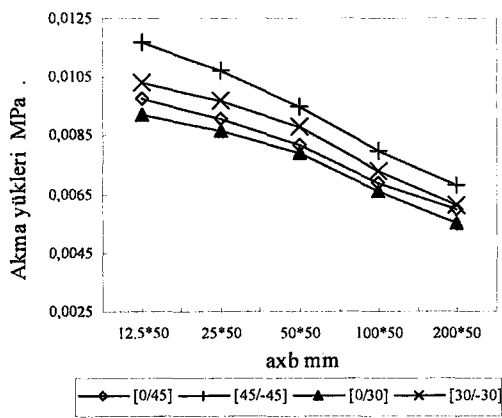


antisimetrik

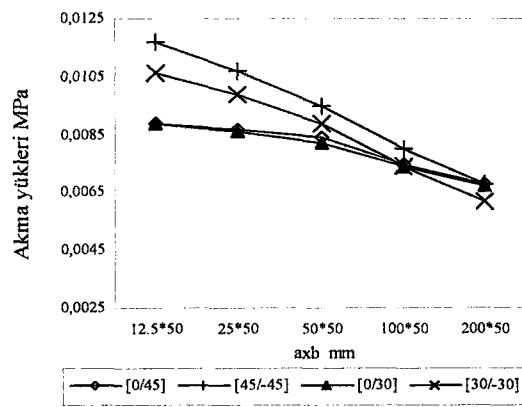


simetrik

Şekil 11.41. Ankastre mesnetli ve farklı dizilimlere sahip, sırasıyla, antisimetrik ve simetrik istiflenmiş tabakalarda dikdörtgen delik boyutlarına (a,b) göre akma noktalarının değişimi.



antisimetrik



simetrik

Şekil 11.42. Basit mesnetli ve farklı dizilimlere sahip, sırasıyla, antisimetrik ve simetrik istiflenmiş tabakalarda dikdörtgen delik boyutlarına (a,b) göre akma noktalarının değişimi.

11.1. Farklı Malzeme Tiplerine Göre Akma Noktalarının Karşılaştırılması

Tablo 11.13'te farklı malzeme tiplerinin ölçülmüş mekanik özellikleri ve akma noktalarının değerleri verilmektedir. İki farklı termoplastik matriks malzemesi kullanılarak elde edilen çelik fiber takviyeli termoplastik kompozitlerde farklı elastiklik modülleri ve akma değerleri elde edilmiştir. Ancak bu malzemelerin sertleşme parametresi ve pekleşme üssü birbirlerine çok yakındır. Diğer grup kompozitler ise alüminyum matriksli, çelik fiber takviyeli tabakalandırılmış kompozitleri oluşturmaktadır. Bu gruptaki kompozitlerde ise elastiklik modülü ve akma değerleri aynı olmasına karşın, sertleşme parametresi ve pekleşme üssü değerleri farklı alınmıştır. Elde edilen bu verilerin ışığında, $[0^0/0^0]_2$ $[0^0/45^0]_2$ $[45^0/-45^0]_2$ dizilimlere sahip simetrik ve anti simetrik istiflenmiş, basit ve ankastre mesnetli durum için yapılan sonlu elemanlar analizi sonucunda akma noktaları tespit edilmiştir.

Tablo 11.13. Farklı mekanik özelliklere sahip tabakalı kompozit malzemeler.

		1.Malzeme	2.Malzeme	3.Malzeme	4.Malzeme	5.Malzeme
Matriks malzemesi		Termoplastik	Termoplastik	Alüminyum	Alüminyum	Alüminyum
Fiber malzemesi		Çelik	Çelik [88]	Çelik [89]	Çelik [89]	Çelik [89]
E_1	(MPa)	9550	12000	85000	85000	85000
E_2	(MPa)	9550	12000	74000	74000	74000
G_{12}	(MPa)	670	670	30000	30000	30000
ν_{12}		0.32	0.35	0.3	0.3	0.3
Eksenel yöndeki akma	X (MPa)	18.5	23	230	230	230
Eksene dik yöndeki akma	Y (MPa)	18.5	23	24	24	24
Kesme akma değeri	S (MPa)	8.26	8.5	48.9	48.9	48.9
Sertleşme parametresi	K (MPa)	99.5	100	1254	1250	1250
Şekil değiştirmesi üssü	n	0.676	0.675	0.7	0.7	0.625
Takviye hacim oranı	V_f	0.07	0.07	0.15	0.15	0.15

Tablo 11.14, Tablo 11.15 ve Tablo 11.16'da $[(0^0/0^0)]_2$, $[(0^0/45^0)]_2$ ve $[(45^0/-45^0)]_2$ dizilimlerine sahip, farklı kompozit malzemelerin elde edilen akma noktaları gösterilmektedir. Termoplasrik matriksli malzeme grubuna giren 1. ve 2. malzemelerin akma noktalarında önemli derecede artışlar elde edilmiştir. Akma noktasındaki bu artışlar $[(0^0/0^0)]_2$, $[(0^0/45^0)]_2$ ve $[(45^0/-45^0)]_2$ dizilimlerinde, her iki mesnet tipi ve istiflenme durumunda aynı oranda elde edilmiştir. Bu iki termoplastik malzemenin arasındaki fark, elastik modüllerindeki farklılık olduğu dikkate alındığında, bu artışın sebebi olarak 2. malzemenin yüksek elastiklik modülüne sahip olması gösterilebilir. Çünkü farklı matriks malzemesine sahip diğer bir malzeme grubunda ise elastiklik modüllerinde herhangi bir değişiklik yapılmadan, sadece malzemelerin sertleşme parametresi ve şekil değiştirme üssü değiştirilmiş olmasına karşın akma noktalarında değişim gerçekleşmemiştir.

Tablo 11.14. $[(0^0/0^0)]_2$ dizilimine sahip basit ve ankastre mesnetli tabakalarda farklı malzemelerde akmayı başlatan yük değerleri (MPa).

	Dizilim düzeni $[(0^0/0^0)]_2$				
	1.Malzeme	2.Malzeme	3.Malzeme	4.Malzeme	5.Malzeme
Basit mesnetli					
S*	0.00849	0.0101	0.0215	0.0215	0.0215
AS*	0.00849	0.0101	0.0215	0.0215	0.0215
Ankastre mesnetli					
S	0.02089	0.0250	0.0404	0.0404	0.0404
AS	0.02089	0.0250	0.0404	0.0404	0.0404

* S, AS Simetrik ve antisimetrik istiflenme.

Tablo 11.15. $[(0^0/45^0)]_2$ dizilimine sahip basit ve ankastre mesnetli tabakalarda farklı malzemelerde akmayı başlatan yük değerleri (MPa).

	Dizilim düzeni $[(0^0/45^0)]_2$				
	1.Malzeme	2.Malzeme	3.Malzeme	4.Malzeme	5.Malzeme
Basit mesnetli					
S	0.00890	0.0108	0.0215	0.0215	0.0215
AS	0.00890	0.0118	0.0156	0.0156	0.0156
Ankastre mesnetli					
S	0.02099	0.0254	0.0405	0.0405	0.0405
AS	0.02050	0.0246	0.0329	0.0329	0.0329

Tablo 11.16. $[(45^0/-45^0)]_2$ dizilimine sahip basit ve ankastre mesnetli tabakalarda farklı malzemelerde akmayı başlatan yük değerleri (MPa).

	Dizilim düzeni $[(45^0/-45^0)]_2$				
	1.Malzeme	2.Malzeme	3.Malzeme	4.Malzeme	5.Malzeme
Basit mesnetli					
S	0.01169	0.0139	0.0159	0.0159	0.0159
AS	0.01170	0.0139	0.0158	0.0158	0.0158
Ankastre mesnetli					
S	0.0215	0.0258	0.0159	0.0159	0.0159
AS	0.0215	0.0258	0.0158	0.0158	0.0158

12. SONUÇLAR

Bu çalışmada, simetrik ve antisimetrik dizilimli, basit ve ankastre mesnetli dikdörtgen delikli tabakalı kompozit plakaların, üniform statik yük altındaki gerilme bileşenleri ve plastik bölge dağılımı gösterilmiştir. Ayrıca, takviye açısının, malzeme tipinin ve dikdörtgen delik boyutlarının, artık gerilme ve plastik bölgelere olan etkisi incelenmiştir. Yapılan analizlerden elde edilen sonuçlar aşağıdaki gibidir:

1. Eksene dik yönde üniform yüklenmiş plakalarda, küçük deformasyonlar için, farklı istiflenme düzeninde, farklı başlangıç akma değerleri elde edilmiştir.
2. Basit mesnetli durumda en yüksek akma noktası, $[(0^0/45^0)]_2$ diziliminde ve antisimetrik istiflenmiş plakada meydana gelirken, ankastre mesnetli durumda ise en yüksek akma noktası, $[(0^0/30^0)]_2$, $[(0^0/45^0)]_2$ ve $[(0^0/60^0)]_2$ diziliminde ve simetrik istiflenmede meydana gelmiştir.
3. Ankastre mesnetli plakalarda elde edilen akma noktaları basit mesnetliye göre daha yüksek elde edilmiştir.
4. Maksimum elastik, plastik ve artık gerilme bileşenleri her iki mesnet tipi için de üst ve alt yüzeylerde elde edilmiştir.
5. Elde edilen artık gerilme bileşeni değerleri, basit mesnetli durumda, ankastre mesnetli duruma göre daha yüksektir.
6. Her iki mesnet tipinde de yükleme şartlarından dolayı, simetrik ve antisimetrik tabakalanmada, üst ve alt tabakalardaki gerilme değerleri iç kısımdaki tabaklara göre daha yüksektir.
7. Plastik bölgelerin genişlemesi orta düzlemde itibaren yayılarak artmış, dolayısı ile üst ve alt tabakalarda en büyük plastik bölge dağılımı elde edilmiştir.
8. Hem simetrik hem de antisimetrik istiflenmiş plakalarda plastik bölgelerin genişlemesi, fiber yönünün de etkisi ile dikdörtgen delik ve mesnetlerin etrafında daha yoğundur.
9. $[(0^0/0^0)]_2$ dizilim simetrik ve antisimetrik istiflenmede, sabit yük altında, ankastre (0.0219 MPa) ve basit mesnetli (0.01079 MPa) durumda, $[(0^0/45^0)]_2$ dizilimi için elde edilen elastik ve artık gerilme değerleri, aynı şartlardaki diğer dizilimlere göre daha düşük elde edilmiştir.
10. $[(0^0/0^0)]_2$ dizilim antisimetrik istiflenmede, her iki mesnet tipi için, elde edilen maksimum τ_{xy} , $[(0^0/45^0)]_2$ diziliminde alt yüzeyde elde edilmiştir. Maksimum RS_{xy} ise her iki mesnette de $[(0^0/30^0)]_2$ ve $[(0^0/60^0)]_2$ dizilimlerinde alt yüzeyde meydana gelmiştir.

11. $[(\theta^0/-\theta^0)]_2$ dizilim simetrik ve antisimetrik istiflenmede, sabit yük altında, ankastre (0.0225 MPa) ve basit mesnetli (0.01269 MPa) durumda, $[(45^0/-45^0)]_2$ dizilimi için elde edilen elastik ve artık gerilme değerleri, aynı şartlardaki diğer dizilimlere göre daha düşük elde edilmiştir.
12. $[(\theta^0/-\theta^0)]_2$ dizilim simetrik ve antisimetrik istiflenmede, her iki mesnet tipi için, elde edilen maksimum τ_{xy} , $[(45^0/-45^0)]_2$ diziliminde alt yüzeyde elde edilmiştir. Maksimum RS_{xy} ise ankastre mesnette $[(15^0/-15^0)]_2$ ve $[(30^0/-30^0)]_2$ dizilimlerinde alt ve üst yüzeylerde elde edilirken, basit mesnetlide ise maksimum RS_{xy} $[(30^0/-30^0)]_2$ diziliminde alt ve üst yüzeylerde meydana gelmiştir.
13. $[(\theta^0/-\theta^0)]_2$ dizilimine sahip her iki mesnet tipinde, simetrik ve antisimetrik istiflenmede elde edilen RS_{xx} ve RS_{yy} değerleri, oriyantasyon açısı arttıkça azalmaktadır. Bu durum $[(0^0/\theta^0)]_2$ diziliminde $\theta = 0^0 - 45^0$ aralığındaki oriyantasyon açılarında da gözlenmiştir.
14. Basit mesnetli durumda, simetrik ve antisimetrik istiflenmede, tüm oriyantasyon açıları için dikdörtgen delik boyutunun a kenarının artırılması ile akma noktaları düşmüştür. ankastre mesnetli durumda ise sadece $axb = 200 \times 50$ dikdörtgen delik boyutunda simetrik ve antisimetrik istiflenmede alt yüzeylerin akma noktası yükselme gerçekleşmiştir.
15. Akma noktasının değişimi malzeme özelliklerinden sadece elastiklik modülünün değiştirilmesi ile mümkün olmuştur. Sertleşme parametresi ve sertleşme üssünün değiştirilmesi akma noktasında herhangi bir değişikliğe sebep olmamıştır.

KAYNAKLAR

1. Aran, A.,1991, Elyaf Takviyeli Karma Malzemeler, İ.T.Ü. Kütüphanesi, Sayı No: 1420, İstanbul.
2. Reddy, J.N.,1996, Mechanics of Laminated Composite Plates, CRC Press, ,Inc
3. Nayak, A.K, Shenoi, R.A and Moy S.S.J., 2002, Analysis of damped composite sandwich plates using plate bending elements with substitute shear strain fields based on Reddy's higher-order theory, J Mechanical Engineering Science, Vol 216, Part C, 591-606.
4. Arslan, N., 2001, Prediction of the residual stresses and expansion of plastic zones in simply supported thermoplastic composite laminated plates subjected to transverse loads, Journal of Reinforced plastics and composites,
5. Saha, M., Prabhakaran, R. and Waters Jr., W.A., 2003, Compressive behavior of pultruded composite plates with circular holes, Composite Structures, Article in Press.
6. Xu, X.D., Lee, H.P. and Lu, C., 2004, The structural intensities of composite plates with a hole, Composite Structures, 65 (2004) 493-498.
7. Arslan, N., Çelik, M. and Arslan, N., 2002, Prediction of the elastic-plastic behavior of thermoplastic composite laminated plates $[(0^0/\theta^0)_2]$ with square hole, Composite Structures, 55 (2002) 37-49.
8. Castejon, L., Miravete, A. and Cuartero, J., 2001, Analytical Formulation of $(0^0/\pm\alpha^0)$ Braided Composites and Its Application In Crashworthiness Simulations, Mechanics of Composite Materials and Structures, 8:219-229.
9. Jain, P. and Kumar, A., 2004, Postbuckling response of square laminates with a central circular/elliptical cutout, Composite Structures, 65 (2004) 179-185.
10. Özer, D. ve Özbay, M., 2004, Düzlemsel yüklenmiş ortasında dairesel delik bulunan kompozit plakta oluşan elastik gerilmelerin sonlu elemanlar yöntemi ile analizi, Gazi Üniv. Müh. Mim. Fak. Der. Cilt 19, No 1, 51-57.
11. Yapıcı, A. ve Şahin Ö.S., 2003, $[(30/-30)_2]$ Fiber takviyeli tabakalı termoplastik kompozit levhalarda delik-kenar arasında oluşan elasto-plastik gerilmeler, Mühendis ve Makine, Sayı 519.
12. Kant, T. and Swaminathan, K., 2000, Estimation of transverse /interlaminar stresses in laminated composites-a selective review and survey of current evelopments, , Composite Structures, 49 (2000) 65-75.
13. Arslan, N., Arslan, N. and Okumuş, F., 2004, elastic-plastic stress analysis and expansion of plastic zone in clamped and simply supported thermoplastic-matrix laminated plates with square hole, Composite Structures, 64 (2004) 1147-1166.
14. Ersoy, N. and Vardar, Ö., 1999, measurement of residual stresses in layered composites by compliance method, Journal of Composite Materials, Vol.34, No.07/2000.

15. Sayman, O., Ataş, C. and Çallıoğlu, H., 2002, Material nonlinear behavior of laminated metal-matrix composite plates supported at edges under uniform transverse loading, *Composite Science and Technology*, 62 (2002) 1913-1923.
16. Sayman, O., 2002, Elastic-plastic and residual stresses in symmetric thermoplastic laminated plates under a linear thermal loading, *Composites Science and Technology*, Article in press.
17. Karakuzu, R., Aslan, Z. and Okutan, B., 2004, The effect of ply number, orientation angle and bonding type on residual stresses of woven steel fiber reinforced thermoplastic laminated composite plates subjected to transverse uniform load, *Composite Science and Technology*, 64 (2004) 1049-1056.
18. Soremekun, G., Gürdal, Z., Haftka, R.T. and Watson, L.T., 2001, composite laminate design optimization by genetic algorithm with generalized elitist selection, *Composite Structures*, 79 (2001) 131-143.
19. Todoroki, A. and Ishikawa, T., 2004, Design of experiments for stacking sequence optimizations with genetic algorithm using response surface approximation, *Composite Structures*, 64 (2004) 349-357.
20. Sayman, O. and Aksoy, S., 2001, Elastic-plastic stress analysis of simply supported and clamped aluminum metal-matrix laminated plates with a hole, *Composite Structures*, 53 (2001) 355-364.
21. Belounar, L. and Geunfoud, M., 2005, A new rectangular finite element based on the strain approach for plate bending, *Thin-Walled Structures*, 43 (2005) 47-63.
22. Yang, Q. and Qin Q., 2003, Modeling the effective elasto-plastic properties of unidirectional composites reinforced by fibre bundles under transverse tension and shear loading, *Materials Science and Engineering A*, A344 (2003) 140-145.
23. Poursartip, A. and Chinatambi, N., 1989, Fatigue damage development in notched ($0_2/\pm 45$)_s laminates, *Composite Materials, Second Volume, ASTM, STP 1012*, pp. 45-65.
24. Simonds A.R., Bakis E.C. and Stinchcomb W.W., 1989, Effects of matrix toughness on fatigue response of graphite fiber composite laminates, *Composite Materials, Second Volume, ASTM, STP 1012*, pp. 5-18.
25. Wang, J., Callus, P.J. and Bannister M.K., 2003, Experimental and numerical investigation of the tension and compression strength of un-notched and notched quasi-isotropic laminates.
26. Potti, G.P.K., Rao B.N. and Sirvastava V.K., 2001, Fracture strength of composite laminates containing surface notches, *Advanced Composite Materials, Vol. 10, No. 1*, pp. 29-37.
27. Sayman, O., Akbulut, H. and Meriç C., 2000, Elasto-plastic stress analysis of aluminum metal-matrix composite laminated plates under in-plane loading, *Composite and Structures* 75 (2000) 55-63.

28. Huang Z.M., 2000, Simulation of inelastic response of multidirectional laminates based on stress failure criteria, *Material Science and Technology*, Vol. 16, ISSN 0267-0836, pp. 692-698.
29. Tagarielli V.L., Fleck, N.A. and Deshpande V.S., 2004, Collapse of clamped and simply supported composite sandwich beams in three-point bending, *Composites Part B: engineering*.
30. Atas, C. and Sayman, O., 2000, Elastic-plastic stress analysis and expansion of plastic zone in clamped and simply supported aluminum metal-matrix laminated plates, *Composite Structures*, 49 (2000) 9-19.
31. El Kadi H. and Al-Assaf Y., 2002, Energy-based fatigue life prediction of fiberglass/epoxy composites using modular neural networks, *Composite Structures*, 57 (2002) 85-89.
32. Hochard Ch., 2004, Optimum design of laminated composite structures, *Composite Structures*, 63 (2004) 159-165.
33. Punch, F.W., Averill R.C., Goodman E.D., Lin S. and Ding Y., 1995, design using genetic algorithms some results for laminated composites structures, *IEEE Expert*, Jan 1995.
34. Lee, G.W., Lee, N.J., Jang, J., Lee, K.J. and Nam, D., 2002, Effects of surface modification on the resin-transfer moulding (RTM) of glassfiber/unsaturated-polyester composites, *Composite Science Technology*, 62 (2002) 9-16.
35. Potti G.P.K., Rao N.B. and Sirvastava V.K., 2000, Residual strength of composite laminates with centre crack under tension, *Advanced Composite Material*, Vol. 9, No. 2 pp. 131-143.
36. Ko, L.W., 1998, Anomalous buckling characteristics of laminated metal-matrix composite plates with central square holes, *NASA/TP-1998-206559*, July 1998.
37. Sayman, O., 1998, Elasto-plastic stress analysis in stainless steel fiber reinforced aluminum metal matrix laminated plates loaded transversely, *Composite Structures*, 43 (1998) 147-154.
38. Karakzu, R., Özel, A. and Sayman, O., 1996, Elastic-plastic finite element analysis of metal matrix plates with edge notches, *Composite and Structures*, Vol. 63, No. 3, pp. 551-558.
39. Jeronimidis, G. and Parkyn, A.T. (1998), Residual stress in carbon fibre-thermoplastics matrix laminates, *Journal of Composite Materials*, Vol. 22, No. 5, pp. 401-415.
40. Sayman, O., Aksoy S. and Aykul, H., 2000, An elastic/plastic solution for a thermoplastic composite cantilever beam loading by bending moment, *Composite Science Technology*, 60:2739-45.
41. Bahei-El-Din Y.A., Dvorak, G.J., 1982, Plasticity analysis of laminated composite plates, *Trans ASME* 1982; 49: 740-6

42. Yang H.T.Y. and He C.C.; 1994, Three dimensional finite element analysis of free edge stresses and delamination of composite laminates, *J. Composite Materials*, 2:1394-412.
43. Hu, H.T., Schnobrich W.C., 1991, Nolinear finite element analysis of reinforced concrete plates and shells under monotonic loading, *Computer Structure*, 38:637-51.
44. Choi, C.K, and KwakH.G., 1990, The effect of finite mesh size in nolinear analysis of reinforced concrete structures, *Computer Structure*, 36:807-15.
45. Senthill S.V. and Batra R.C., 1999, The generalized plane strain deformations of thick anisotropic composite laminated plates, *International journal of Solids and Structures*, 37 (2000) 715-733.
46. Todoroki A. and Haftka T.R.,1998, Stacking sequence optimization by a genetic algorithmwith a new recessive gene like repair strategy, *Composite Part B 29B* (1998) 277-285.
47. Garçao Semado J.E., Mota Soares C.M, C.A Mota Soares and J.N Reddy, 2004, Analysis of laminated adaptive plate structures using layerwise finite element models, *Computers and Structures*, 82 (2004) 1939-1959.
48. Jae-Won Lee, Isaac M. Daniel and Gershon Yaniv, 1989, Fatigue life Prediction of cross-ply composite laminates, *Composite Materials: Fatigue and Fracture*, Second Volume, ASTM STP 1012, pp. 19-28
49. Roufaeil O.L. and Trang-Cong T., 2002, Finite strip elements for laminated composite plates with transverse shear strain discontinuities, *Composite Structures*, 56 (2002) 249-258.
50. Huang D. and B.H. Sun, 2001, Approximate solution on smart composite beams by using MATLAB, *Composite Structures*, 54 (2001) 197-205.
51. Lee Y., Lee Y., Yang M. and Park B., 1998, Optimal design of thick laminated composite plates for maximum thermal buckling load, *Journal of Thermal Stresses*, 22:259-273.
52. Sayman O., 2002, Elastic-plastic and residual stresses in symmetric thermoplastic laminated plates under a linear thermal loading, *Composites Science and Technology*, 62 (2002) 1231-1238.
53. Bakis C. E., H.R. Yih, Stinchomb W.W. and Reifsnider K.L., 1989, Damage initiation and growth in notched laminates under reversed cyclic loading, *Composite Materials: Fatigue and Fracture*, Second Volume, pp. 66-83.
54. Huang Z., 2002, On a general constitutive description for the inelastic and failure behavior of fibrous laminates-Part I: Lamina theory, *Computers and Structures*, 80 (2002) 1159-1176.
55. Babu S. C. and Kant T, 2000, Refined higher order finite element models for thermal buckling of laminated composite and sandwich plates, *Journal of Thermal Stresses*, 23:111-130.

56. Bektaş N.B. and Sayman O., 2001, Elasto-plastic analysis in simply supported thermoplastic laminated plates under thermal loads, *Composites Science and Technology*, 61 (2001) 1695-1701.
57. Williams K.V., Vaziri R. and Poursartip A., 2003, A physically based continuum damage mechanics model for thin laminated composite structures, *International journal of Solids and Structures*, 40 (2003) 2267-2300.
58. Sayman O. and Sayman S., 2002, Thermal elastic-plastic stress analysis of symmetric aluminum metal-matrix composite laminated plates under uniformly distributed temperature, 2002, *Journal of Thermal Stresses*, 25:363-372.
59. Caprino G., Langella, V. and Lopresto V., 2002, Elastic behavior of circular composite plates transversely loaded at the center, *Composites Part A: applied science and manufacturing*, 33 (2002) 1191-1197.
60. Sayman O., 2003, Thermal elastic-plastics stress analysis of symmetric aluminum metal-matrix composite laminated plates under linearly distributed temperature, *Journal of Thermal Stresses*, 26:1-12.
61. Lou S. and Taban F., 2000, Deformation of laminated elastomer composites, *Rubber Chemistry and Technology*, Vol. 72, 212-224.
62. Kriz R.D., 1989, Edge stresses in woven laminates at low temperatures, *Composite Materials: Fatigue and Fracture*, Second Volume, pp. 150-161.
63. Sebastian W.M., 2003, Nonlinear proportionality of shear-bond stress to shear force in partially plastic regions of asymmetric FRC-laminated steel members, *International journal of Solids and Structures*, 40 (2003) 25-46.
64. Zafeiropoulos N.E., Baillie C.A. and Hodgkinson J.M., 2002, Engineering and characterization of the interface in flax fibre/polypropylene composite materials. Part II. The effect of surface treatments on the interface, *Composites Part A: applied science and manufacturing*, 33 (2002) 1185-1190.
65. Potti P.K.G., Rao N. B and Sirvastava V.K., 2001, Fracture strength of composite laminates containing surface notches, *Advanced Composite Material*, Vol.10, No.11 pp.29-37.
66. Yang Q. and Qin Q., 2001, Fiber interactions and effective elasto-plastic properties of short-fiber composites, *Composite Structure*, 54 (2001) 523-528.
67. Zhu R.P. and Sun C.T., 2003, Effects of fiber orientation and elastic constants on coefficients of thermal expansion in laminates, *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 10:99-107.
68. Sayman O. and Özer M.R., 2001, Elastic-plastic thermal stress analysis of aluminum-matrix composite beams under a parabolically temperature distribution, *Composites Science and Technology*, 61 (2001) 2129-2137.
69. Sutherland L.S. and Soares C.G., 2003, The effects of test parameters on the impact response of glass reinforced plastic using an experimental design approach, *Composites Science and Technology*, 63 (2003) 1-18.

70. Mohanty A.K., Misra M. and Drzal L.T., 2001, Surface modification of natural fibers performance of the resulting biocomposites: An overview, Composite interface, Vol. 8, No.5, pp. 313-343.
71. Avcı A., Şahin Ö.S. ve Uyaner M., 2005, Thermal buckling of hybrid laminated composite plates with a hole, Composite Structures,, 68 (2005) 247-254.
72. Naik N.G, Murty K.A.V. and Gopalakrishnan S., 2005, A failure mechanism based failure theory laminated composites including the effect shear stress, Composite Structures, 69(2005) 219-227.
73. ASM HANDBOOK, Vol.21, Composites, 1990.
74. Gibson, R.F.,(1994), Principles of Composite Material Mechanics, McGraw-Hill.Inc., New York.
75. Timoshenko, S. and Goodier, J.N., Elastisite Teorisi,1969.
76. Topcu, M. and Taşgetiren1998, Mühendisler için sonlu elemanlar metodu, Mühendislik Fakültesi Matbaası, Denizli.
77. Sayman, O. and Kayrıcı, M., 2000, An elastic-plastic stress analysis in at thermoplastic composite cantilever beam, Composite Science and Technology, 60:623-631.
78. Owen, D.R. and Figuerias, J.A., 1983, Anisotropic elasto-plastic finite element analysis of thick and thin plates and shells, Int. Journal for Numerical Methods in Engineering, 19:541-566.
79. Domb, D., (1993), Residual stress in carbon fibre-edges stres devolopment in semi crystalline thermoplastic laminates, Journal of Composite Materials, Vol. 32, No. 4, pp. 361-385.
80. Akay, M. and Özden, S.(1994) Measurement of residual stresses in injection moulded thermoplastics, Polymer Testing, Vol. 13, pp. 323-354.
81. Sayman O. ve Aksoy S., Kompozit Malzemeler Ders Notları, Ege Üniversitesi.
82. Demirkesen, E., 1991, Kompozit Malzemeler, İ.T.Ü Kimya-Metalurji Fakültesi, Yayın No: 3/91., 1.Baskı.
83. Mandelson, A., 1968, Plasticity: Theory and Aplication, The Mc Millan Company, New York.
84. Zienkiewicz, O.C., (1979-19852), Finite Element Method, McGraw-Hill Book Company.
85. Dowling, N.E., 1993, Mechanical Behavior of Materials, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.

86. Arslan, N., 1995, U Çentikli düzlem levhalarda elasto-plastik bölgelerin incelenmesi ve iç gerilmelerin araştırılması, Doktora Tezi, Elazığ.
87. Bathe, K.J., 1982, Finite Element procedures in engineering analysis, Prentice-Hall Inc. , U.S.A.
88. Karakuzu R., Aslan Z., ve Okutan B., 2004, The effect of ply number, orientation angle and bonding type on residual stresses of woven steel fiber reinforced thermoplastic laminated composite plates subjected to transverse uniform load Composites Science and Technology 64 (2004) 1049–1056.
89. H.Yıldız, O.Sayman, M.Aktaş 2004, Effects of hardening parameter and strain hardening exponent on residual stress and plastic zone growth in aluminum metal-matrix composites under out-of-plane loading, J.of Reinforced Plastics and Composites, Vol.23, No.18/2004.



ÖZGEÇMİŞ

Doğum tarihi : 14.03.1971
Doğum yeri : Ergani
Lise : Ergani Lisesi, 1985-1988
Lisans : Sakarya Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makine
Mühendisliği Bölümü, 1990-1995.
Yüksek Lisans: Yıldız Teknik Üniversitesi Makine Fakültesi İmalat ve Malzeme
Anabilimdalı, 1999-2001.

