



**ÜÇ SERBESTLİK DERECELİ TRİGLİDE PARALEL  
ROBOTUN TASARIMI VE HAPTİK KONTROLÜ**

**Yük. Müh. Muhammet AYDIN**

**Doktora Tezi  
Makina Mühendisliği Anabilim Dalı  
Danışman: Doç. Dr. Oğuz YAKUT  
OCAK-2018**

**T.C  
FIRAT ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**ÜÇ SERBESTLİK DERECELİ TRİGLİDE PARALEL  
ROBOTUN TASARIMI VE HAPTİK KONTROLÜ**

**DOKTORA TEZİ**

**Yük. Müh. Muhammet AYDIN**

**(112120201)**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 02 Ocak 2018**

**Tezin Savunulduğu Tarih : 24 Ocak 2018**

**Tez Danışmanı : Doç. Dr. Oğuz YAKUT (F.Ü)**

**Diğer Jüri Üyeleri : Doç. Dr. Orhan ÇAKAR (F.Ü)**

**Doç. Dr. Ayşegül UÇAR (F.Ü)**

**Prof. Dr. Lale Canan DÜLGER (GAZ. Ü)**

**Yrd. Doç. Dr. Erkan BAHÇE (İ.Ü)**

**OCAK-2018**

## ÖNSÖZ

Çevremizde gördüğümüz, kullandığımız cihazların çoğu ihtiyaçlar göz önünde bulundurularak imal edilmiş ve günümüzdeki halini almıştır. Robotlar günümüzde ihtiyaç duyulan her türlü alanda kullanılmaktadırlar. Bu oranın zamanla ihtiyaçlar doğrultusunda artacağı şüphesizdir. Seri robotlar özellikle endüstriyel uygulamalarda yoğunluklu olarak kullanım alanı bulmuştur. Toplama-yerleştirme işlemlerinde ise daha çok paralel robotlar tercih edilmiştir. Bu çalışmada üç serbestlik dereceli paralel robot Triglide için yeni bir tasarım gerçekleştirilerek imal edilmiş ve robotun haptik kontrolü sağlanmıştır. Haptik dokunma hissi anlamında kullanılabilmektedir. İnsanoğlu dokunmadığı hiçbir şeyden haz duymamaktadır. Küçüklüğümüzden beri diğer duyu organlarımızın yanı sıra her şeyi dokunarak öğrenmeyle tamamlarız. Şüphesiz dokunmanın hissetmenin önemi büyüktür. Bu çalışmayla haptik geribildirim veren Omni haptik cihazıyla robot etkileşimi sağlanarak robotun haptik kontrolü yapılmıştır.

Karşılaştığım problemlerin çözümünde bana yol gösteren, bildiklerini aktarırken aşırı cömert davranan, deneyimlerinden azami oranda faydalandığım çok değerli hocam Sayın Doç. Dr. Oğuz YAKUT' a canı gönülden teşekkür ederim.

Doktora süresince bana her türlü sabrı gösteren, çalışmalarımı yürüttüğüm sürede desteğini her zaman üzerimde hissettiğim sevgili eşime sonsuz sevgimi sunar ve tüm yüreğimle çok teşekkür ederim.

**Muhammet AYDIN**  
**ELAZIĞ-2018**

## İÇİNDEKİLER

|                                                                                                      | <u>Sayfa No</u> |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|
| ÖNSÖZ .....                                                                                          | II              |
| İÇİNDEKİLER.....                                                                                     | III             |
| ÖZET .....                                                                                           | V               |
| SUMMARY .....                                                                                        | VI              |
| ŞEKİLLER LİSTESİ .....                                                                               | VII             |
| TABLolar LİSTESİ .....                                                                               | XII             |
| SEMBOLLER LİSTESİ .....                                                                              | XIII            |
| 1. GİRİŞ.....                                                                                        | 1               |
| 2. TRİGLİDE PARALEL ROBOTUN TASARIMI VE İMALATI.....                                                 | 6               |
| 2.1. Triglİde Paralel Robotun Tasarımı .....                                                         | 6               |
| 2.2. Triglİde Paralel Robotun İmalatı.....                                                           | 10              |
| 3. TRİGLİDE ROBOTUN KİNEMATİK VE DİNAMİK ANALİZİ .....                                               | 15              |
| 3.1. Triglİde Robotun Ters ve Düz Kenematik Denklemleri.....                                         | 15              |
| 3.2. Triglİde Robotun Dinamiği.....                                                                  | 17              |
| 4. TRİGLİDE PARALEL ROBOTUN DİNAMİK VE KİNEMATİK<br>DENKLEMLERİ ÜZERİNDEN KONTROL UYGULAMALARI ..... | 45              |
| 4.1. PID Kontrol Uygulaması .....                                                                    | 45              |
| 4.2. Kayan Kipli Kontrol Uygulaması .....                                                            | 50              |
| 4.3. Yapay Sinir Ağı ile Kontrol Uygulaması.....                                                     | 60              |
| 4.4. Bulanık Mantık ile Kontrol Uygulaması .....                                                     | 67              |
| 5. TRİGLİDE PARALEL ROBOTUN GERÇEK ZAMANLI KONTROL<br>UYGULAMALARI .....                             | 75              |
| 5.1. Gerçek Zamanlı PID Kontrol Uygulaması .....                                                     | 75              |
| 5.2. Gerçek Zamanlı Kayan Kipli Kontrol Uygulaması .....                                             | 81              |
| 6. TRİGLİDE PARALEL ROBOTUN HAPTİK KONTROLÜ.....                                                     | 90              |
| 6.1. Haptik Kavramı ve Haptik Teknolojisi.....                                                       | 90              |
| 6.2. Triglİde Paralel Robot Teleoperasyon (Uzaktan Kontrol) Uygulaması.....                          | 97              |
| 6.2.1. PID Kontrol Yöntemiyle Teleoperasyon Uygulaması.....                                          | 100             |
| 6.2.2. Kayan Kipli Kontrol Yöntemiyle Teleoperasyon Uygulaması.....                                  | 107             |

|                |                                                                |     |
|----------------|----------------------------------------------------------------|-----|
| 6.3.           | Triglide Paralel Robotun Haptik Kuvvet ve Konum Kontrolü ..... | 114 |
| 7.             | SONUÇLAR VE TARTIŞMA .....                                     | 133 |
| KAYNAKLAR..... |                                                                | 137 |
| EKLER .....    |                                                                | 142 |
| ÖZGEÇMİŞ.....  |                                                                | 166 |



## ÖZET

Bu çalışmada üç serbestlik dereceli Triglide paralel robot için Solidworks programında 3B yeni bir tasarım yapılmıştır. Tasarımı yapılan robotun imalatı gerçekleştirilmiştir. Robotun kinematik denklemleri kullanılarak Lagrange yöntemiyle robot dinamiği elde edilmiştir. Robot dinamiği üzerinden robotun kontrol edilebilirliği üzerine PID, Kayan Kipli Kontrol, Yapay Sinir Ağları ve Bulanık Mantık yöntemleriyle çalışmalar yapılmıştır. Kontrol yöntemleri uygulanırken uygun kontrol katsayıları genetik algoritma ile tespit edilmiştir. Yaklaşık 0.2-0.3 sn gibi bir sürede robotun konum kontrolü gerçekleştirilmiştir. Böylelikle gerçek zamanlı uygulamada robotun kontrolü açısından sıkıntılı bir durumla karşılaşmayacağı kanısına varılmıştır.

Robotun gerçek zamanlı çalışmaları için deney düzeneğinde kullanılacak olan donanımlara karar verilerek gerekli montaj ve kablolar yapılmıştır. Triglide paralel robot, PID ve Kayan Kipli Kontrol yöntemleriyle gerçek zamanlı kontrol edilmiştir. Kayan Kipli Kontrol yönteminde sign fonksiyonu kullanıldığı zaman sistemde titreşim ve gürültü oluşmuştur. Bu nedenle saturasyon fonksiyonu kullanılarak sistem rahatlatılmıştır. Yapılan kontrol uygulamalarında sistemin yaklaşık 0,6 sn de istenilen referans değerlerine gittiği tespit edilmiştir.

Son olarak Sensable firmasına ait Haptik Omni cihazı kullanılarak robot ile etkileşim gerçekleştirilmiştir. İlk uygulamada Haptik Omni cihazı ile robotun uzaktan konum kontrolü sağlanmıştır. Bu teleoperasyon işleminde Haptik cihaz master olarak Triglide robot ise slave olarak kullanılmıştır. Başarılı bir şekilde teleoperasyon işlemi gerçekleştirilmiştir. İkinci uygulamada ise robotun tutucu ucuna yerleştirilen kuvvet sensörü yardımıyla konum kontrolünün yanı sıra Haptik kolda kuvvet geribildirim alınmıştır. Üçüncü uygulamada robotun tutucu ucu için kuvvet kontrolü yapılmıştır. Farklı üç kuvvet referansı için robotun tutucu ucunun istenilen referans değerlerini yakaladığı grafiksel sonuçlardan elde edilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Triglide, Dinamik, Genetik algoritma, PID, Kayan kipli kontrol, YSA, Bulanık Mantık, Haptik, Kuvvet geribildirim, Teleoperasyon.

## SUMMARY

### **Design and Haptic Control of Three Degree of Freedom Triglode Parallel Robot**

In this study, a new 3D design was made in the Solidworks program for the three-degree-of-freedom Triglode parallel robot. The manufacturing of the designed robot has been realized. Robot dynamics were obtained by Lagrange method using robot kinematics equations. On the controllability of the robot using the robot dynamics, PID, Sliding Mode Control, Artificial Neural Networks and Fuzzy Logic methods have been studied. When control methods are applied, appropriate control coefficients are determined by genetic algorithm. Position control of the robot has been provided about 0.2-0.3 seconds. Thus, in the real-time application, it is thought that there will not be a troublesome situation in terms of control of the robot.

For the real time operation of the robot, the hardware to be used in the experiment setup was decided and the necessary assembly and wiring were done. Triglode parallel robot has been controlled in real time with PID and Sliding Mode Control methods. When the sign function is used in the Sliding Mode Control method, vibration and noise are generated in the system. For this reason, the system has been relieved by using the saturation function. It has been determined that the system goes to the desired reference values for about 0.6 sec in the control applications.

Finally, an interaction with the robot was performed using the Haptic Omni device from Sensable. In the first application, Haptik Omni device and remote position control of the robot have been provided. In this operation, the Haptic device is used as a master and the Triglode robot is used as a slave. Teleoperation has been successfully carried out. In the second application, in addition to the position control, force feedback was obtained on the Haptic device with the help of the force sensor placed on the end effector of the robot . In the third application, the force in the end effector of the robot has been controlled. It was obtained from graphical results that the end effector of the robot achieved the desired reference values for the three different forces.

**Key Words:** Triglode, Dynamics, Genetic algoritm, PID, Sliding mode control, ANN, Fuzzy logic, Haptic, Force feedback, Teleoperation.

## ŞEKİLLER LİSTESİ

|                                                                                                        | <u>Sayfa No</u> |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|
| Şekil 1.1. Delta paralel robot.....                                                                    | 2               |
| Şekil 1.2. Star robot.....                                                                             | 2               |
| Şekil 1.3. Orthoglide robot .....                                                                      | 3               |
| Şekil 1.4. Tricept robot.....                                                                          | 3               |
| Şekil 1.5. Triglidle paralel robot.....                                                                | 4               |
| Şekil 2.1. Triglidle parallel robotun katı modeli .....                                                | 6               |
| Şekil 2.2. Katı modelin detay 1 görünümü.....                                                          | 7               |
| Şekil 2.3. Katı modelin detay 2 görünümü.....                                                          | 7               |
| Şekil 2.4. Parçaların katı model görünüşleri.....                                                      | 9               |
| Şekil 2.5. İmalat montaj aşaması 1 .....                                                               | 10              |
| Şekil 2.6. Sonsuz vida ve motor bağlantı parçası .....                                                 | 11              |
| Şekil 2.7. İmalat montaj aşaması 2 .....                                                               | 11              |
| Şekil 2.8. Robotun tek bir kolunun imalat görünüşü.....                                                | 12              |
| Şekil 2.9. Mafsal bağlantıları görünüm .....                                                           | 12              |
| Şekil 2.10. Robot imalatının son hali .....                                                            | 13              |
| Şekil 3.1. Sabit platform.....                                                                         | 15              |
| Şekil 3.2. Hareketli platform .....                                                                    | 15              |
| Şekil 4.1. PID kontrol katsayılarının optimizasyon blok diyagramı .....                                | 46              |
| Şekil 4.2. $x=0.15$ , $y=0.1$ ve $z=0.5$ için sistemin PID kontrol deplasman cevapları.....            | 47              |
| Şekil 4.3. $x=0.15$ m, $y=0.1$ m ve $z=0.5$ m için sisteme uygulanan PID kontrol kuvvetler             | 47              |
| Şekil 4.4. $x= - 0.25$ , $y= - 0.25$ ve $z= - 0.7$ için sistemin PID kontrol deplasman cevapları ..... | 48              |
| Şekil 4.5. $x= - 0.25$ , $y= - 0.25$ ve $z= - 0.7$ için sisteme uygulanan PID kontrol kuvvetleri       | 48              |
| Şekil 4.6. $x= - 0.25$ , $y= - 0.25$ ve $z= - 0.7$ için sistemin PID kontrol deplasman cevapları ..... | 49              |
| Şekil 4.7. $x= - 0.25$ , $y= - 0.25$ ve $z= - 0.7$ için sisteme uygulanan PID kontrol kuvvetleri       | 49              |
| Şekil 4.8. Kayma yüzeyi.....                                                                           | 51              |
| Şekil 4.9. Denetleyici katsayılarının optimizasyonu blok şeması (KKK).....                             | 51              |
| Şekil 4.10. Birinci uygulama için sistemin KKK deplasman cevapları (Sign Fonksiyonu) .....             | 52              |



|                                                                                                               |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Şekil 4.11. Birinci uygulama için sisteme uygulanan KKK kontrol kuvvetleri (Sign Fonksiyonu) .....            | 53 |
| Şekil 4.12. İkinci uygulama için sistemin KKK deplasman cevapları (Sign Fonksiyonu) .....                     | 54 |
| Şekil 4.13. İkinci uygulama için sisteme uygulanan KKK kontrol kuvvetleri (Sign Fonksiyonu) .....             | 54 |
| Şekil 4.14. Üçüncü uygulama için sistemin KKK deplasman cevapları (Sign Fonksiyonu) .....                     | 55 |
| Şekil 4.15. Üçüncü uygulama için sisteme uygulanan KKK kontrol kuvvetleri (Sign Fonksiyonu) .....             | 55 |
| Şekil 4.16. Birinci uygulama için sistemin KKK deplasman cevapları (Saturasyon Fonksiyonu).....               | 56 |
| Şekil 4.17. Birinci uygulama için sisteme uygulanan KKK kontrol kuvvetleri (Saturasyon Fonksiyonu).....       | 57 |
| Şekil 4.18. İkinci uygulama için sistemin KKK deplasman cevapları (Saturasyon Fonksiyonu).....                | 58 |
| Şekil 4.19. İkinci uygulama için sisteme uygulanan KKK kontrol kuvvetleri (Saturasyon Fonksiyonu).....        | 58 |
| Şekil 4.20. Üçüncü uygulama için sistemin KKK deplasman cevapları (Saturasyon Fonksiyonu).....                | 59 |
| Şekil 4.21. Üçüncü uygulama için sisteme uygulanan KKK kontrol kuvvetleri (Saturasyon Fonksiyonu).....        | 59 |
| Şekil 4.22. YSA kontrol katsayılarının optimizasyon blok diyagramı.....                                       | 61 |
| Şekil 4.23. Birinci kontrol kuvveti için YSA modeli .....                                                     | 62 |
| Şekil 4.24. İkinci kontrol kuvveti için YSA modeli .....                                                      | 62 |
| Şekil 4.25. Üçüncü kontrol kuvveti için YSA modeli.....                                                       | 62 |
| Şekil 4.26. $x=0.15$ m, $y=0.1$ m ve $z=0.5$ m için sistemin YSA deplasman cevapları .....                    | 64 |
| Şekil 4.27. $x=0.15$ m, $y=0.1$ m ve $z=0.5$ m için motorlara uygulanan YSA kontrol kuvvetleri .....          | 64 |
| Şekil 4.28. $x=0.2$ m, $y= - 0.1$ m ve $z= - 0.7$ m için sistemin YSA deplasman cevapları....                 | 65 |
| Şekil 4.29. $x= 0.2$ m, $y= - 0.1$ m ve $z= - 0.7$ m için motorlara uygulanan YSA kontrol kuvvetleri .....    | 65 |
| Şekil 4.30. $x= - 0.25$ m, $y= 0.25$ m ve $z= -1.27$ m için sistemin YSA deplasman cevapları.....             | 66 |
| Şekil 4.31. $x= - 0.25$ m, $y= 0.25$ m ve $z= - 1.27$ m için motorlara uygulanan YSA kontrol kuvvetleri ..... | 66 |
| Şekil 4.32. Bulanık mantık katsayılarının optimizasyon blok diyagramı.....                                    | 69 |
| Şekil 4.33. Giriş <sub>1</sub> (e) için üyelik fonksiyonları.....                                             | 70 |

|                                                                                                                       |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Şekil 4.34. Giriş (de/dt) için üyelik fonksiyonları.....                                                              | 70 |
| Şekil 4.35. Çıkış (u) için üyelik fonksiyonları.....                                                                  | 70 |
| Şekil 4.36. $x=0.15$ m, $y= 0.1$ m ve $z= 0.5$ m için sistemin BMK deplasman cevapları .....                          | 71 |
| Şekil 4.37. $x=0.15$ m, $y= 0.1$ m ve $z= 0.5$ m için motorlara uygulanan BMK kontrol kuvvetleri .....                | 72 |
| Şekil 4.38. $x=0.2$ m, $y= - 0.1$ m ve $z= - 0.7$ m için sistemin BMK deplasman cevapları.....                        | 72 |
| Şekil 4.39. $x=0.2$ m, $y= - 0.1$ m ve $z= - 0.7$ m için motorlara uygulanan BMK kontrol kuvvetleri .....             | 73 |
| Şekil 4.40. $x= - 0.2$ m, $y= 0.2$ m ve $z= -1.2$ m için sistemin deplasman cevapları.....                            | 73 |
| Şekil 4.41. $x= - 0.2$ m, $y= 0.2$ m ve $z= - 1.2$ m için her bir motora uygulanması gereken kontrol kuvvetleri ..... | 74 |
| Şekil 5.1. PID kontrol için geliştirilen Matlab / Simulink arayüz programı .....                                      | 75 |
| Şekil 5.2. PID kontrol için Matlab / Simulink deki referans değerler .....                                            | 76 |
| Şekil 5.3. Deney düzeneği .....                                                                                       | 77 |
| Şekil 5.4. $q_1$ , $q_2$ ve $q_3$ değişim grafiği.....                                                                | 78 |
| Şekil 5.5. $q_1$ , $q_2$ ve $q_3$ ün zamana göre hatalarının değişimi .....                                           | 79 |
| Şekil 5.6. Motorların PWM kontrol sinyali doluluk oranları .....                                                      | 80 |
| Şekil 5.7. Kayan kipli kontrol için geliştirilen Matlab / Simulink arayüz programı .....                              | 82 |
| Şekil 5.8. Kayan kipli kontrol için Matlab / Simulink deki referans değerler.....                                     | 82 |
| Şekil 5.9. $q_1$ ' in zamana göre değişimi (Sign fonksiyonu) .....                                                    | 83 |
| Şekil 5.10. $q_1$ ' in zamana göre hata değişimi (Sign fonksiyonu) .....                                              | 84 |
| Şekil 5.11. Birinci motorun PWM kontrol sinyali doluluk oranı (Sign fonksiyonu) .....                                 | 84 |
| Şekil 5.12. $q_1$ 'in zamana göre değişimi (Saturasyon fonksiyonu).....                                               | 85 |
| Şekil 5.13. $q_2$ 'nin zamana göre değişimi (Saturasyon fonksiyonu).....                                              | 85 |
| Şekil 5.14. $q_3$ 'ün zamana göre değişimi (Saturasyon fonksiyonu).....                                               | 86 |
| Şekil 5.15. $q_1$ in zamana göre hata değişimi (Saturasyon fonksiyonu) .....                                          | 86 |
| Şekil 5.16. Birinci motorun PWM kontrol sinyali doluluk oranı (Saturasyon fonksiyonu) .....                           | 87 |
| Şekil 5.17. İkinci motorun PWM kontrol sinyali doluluk oranı (Saturasyon fonksiyonu) .                                | 88 |
| Şekil 5.18. Üçüncü motorun PWM kontrol sinyali doluluk oranı (Saturasyon fonksiyonu)                                  | 88 |
| Şekil 6.1. Sensable haptik robot kol .....                                                                            | 91 |
| Şekil 6.2. Phantom premium 1.5 haptik cihazı.....                                                                     | 92 |
| Şekil 6.3. CyberGrasp haptik cihazı .....                                                                             | 93 |
| Şekil 6.4. Delta haptik cihazı.....                                                                                   | 93 |

|                                                                                             |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Şekil 6.5. Omega haptik cihazı.....                                                         | 94  |
| Şekil 6.6. Encounter haptik cihaz uygulama örneği .....                                     | 96  |
| Şekil 6.7. Encounter tür Master-Slave el etkileşimi .....                                   | 96  |
| Şekil 6.8. Haptik Omni Bundle cihazı (Sensable-Quanser) .....                               | 97  |
| Şekil 6.9. Robotun uzaktan konum kontrolü için Matlab/Simulink modeli.....                  | 98  |
| Şekil 6.10. Laboratuvar çalışması deney düzeneği .....                                      | 98  |
| Şekil 6.11. Q8_usb veri toplama kartı (Quanser) .....                                       | 99  |
| Şekil 6.12. PID kontrol kullanılarak oluşturulan haptik arayüz Matlab/Simulink modeli ..... | 100 |
| Şekil 6.13. PID bloğu alt sistem Matlab/Simulink modeli .....                               | 101 |
| Şekil 6.14. 1 nolu altsistem Matlab/Simulink modeli (PID) .....                             | 101 |
| Şekil 6.15. PID kontrol teleoperasyon sonucu ( $q_1$ ) .....                                | 102 |
| Şekil 6.16. PID kontrol teleoperasyon sonucu ( $q_2$ ) .....                                | 103 |
| Şekil 6.17. PID kontrol teleoperasyon sonucu ( $q_3$ ) .....                                | 103 |
| Şekil 6.18. PID kontrol teleoperasyon sonucu ( $q_1$ hata).....                             | 104 |
| Şekil 6.19. PID kontrol teleoperasyon sonucu ( $q_2$ hata).....                             | 104 |
| Şekil 6.20. PID kontrol teleoperasyon sonucu ( $q_3$ hata).....                             | 105 |
| Şekil 6.21. PID teleoperasyon sonucu (1. Motor PWM kontrol sinyali doluluk oranı) ....      | 106 |
| Şekil 6.22. PID teleoperasyon sonucu (2. Motor PWM kontrol sinyali doluluk oranı) ....      | 106 |
| Şekil 6.23. PID teleoperasyon sonucu (3. Motor PWM kontrol sinyali doluluk oranı) ....      | 107 |
| Şekil 6.24. 1 nolu altsistem Matlab/Simulink modeli (KKK) .....                             | 108 |
| Şekil 6.25. KKK teleoperasyon sonucu ( $q_1$ ).....                                         | 109 |
| Şekil 6.26. KKK teleoperasyon sonucu ( $q_2$ ).....                                         | 109 |
| Şekil 6.27. KKK teleoperasyon sonucu ( $q_3$ ).....                                         | 110 |
| Şekil 6.28. KKK teleoperasyon sonucu ( $q_1$ hata) .....                                    | 111 |
| Şekil 6.29. KKK teleoperasyon sonucu ( $q_2$ hata) .....                                    | 111 |
| Şekil 6.30. KKK teleoperasyon sonucu ( $q_3$ hata) .....                                    | 112 |
| Şekil 6.31. KKK teleoperasyon sonucu (1.Motor PWM kontrol sinyali doluluk oranı)... 113     |     |
| Şekil 6.32. KKK teleoperasyon sonucu (2. Motor PWM kontrol sinyali doluluk oranı).. 113     |     |
| Şekil 6.33. KKK teleoperasyon sonucu (3. Motor PWM kontrol sinyali doluluk oranı).. 114     |     |
| Şekil 6.34. Kuvvet ölçüm ve geribesleme Matlab/Simulink arayüz program modeli.....          | 115 |
| Şekil 6.35. Kuvvet sensörü ve sensöre ait çıkış gerilimi-kuvvet grafiği .....               | 115 |
| Şekil 6.36. Robotun tutucu ucu için kuvvet algılama mekanizması.....                        | 116 |

|                                                                                         |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Şekil 6.37. Kuvvet algılama mekanizması parçaları .....                                 | 116 |
| Şekil 6.38. Kuvvet algılama mekanizmasının montajlı son hali .....                      | 117 |
| Şekil 6.39. Kuvvet algılama mekanizmasının robotun tutucu ucuna montajlı son hali ..... | 117 |
| Şekil 6.40. PID kontrol kullanılarak haptik cihaza aktarılan geribesleme kuvveti .....  | 118 |
| Şekil 6.41. KKK kullanılarak haptik cihaza aktarılan geribesleme kuvveti.....           | 118 |
| Şekil 6.42. Kuvvet ve konum kontrolü Matlab/Simulink modeli.....                        | 119 |
| Şekil 6.43. Kuvvet ve konum kontrolü uygulama 1 .....                                   | 120 |
| Şekil 6.44. Kuvvet ve konum kontrolü uygulama 2 .....                                   | 121 |
| Şekil 6.45. $F_z$ çıkış değeri (1.75 N referans için haptik kuvvet kontrolü) .....      | 122 |
| Şekil 6.46. $q_1$ çıkış değeri (1.75 N referans için haptik kuvvet kontrolü).....       | 123 |
| Şekil 6.47. $q_2$ çıkış değeri (1.75 N referans için haptik kuvvet kontrolü).....       | 123 |
| Şekil 6.48. $q_3$ çıkış değeri (1.75 N referans için haptik kuvvet kontrolü).....       | 124 |
| Şekil 6.49. 1. Motor PWM kontrol sinyali doluluk oranı (1.75 N referans kuvveti) .....  | 124 |
| Şekil 6.50. 2. Motor PWM kontrol sinyali doluluk oranı (1.75 N referans kuvveti) .....  | 125 |
| Şekil 6.51. 3. Motor PWM kontrol sinyali doluluk oranı (1.75 N referans kuvveti) .....  | 125 |
| Şekil 6.52. $F_z$ çıkış değeri (3.3 N referans için haptik kuvvet kontrolü) .....       | 126 |
| Şekil 6.53. $q_1$ çıkış değeri (3.3 N referans için haptik kuvvet kontrolü).....        | 126 |
| Şekil 6.54. $q_2$ çıkış değeri (3.3 N referans için haptik kuvvet kontrolü).....        | 127 |
| Şekil 6.55. $q_3$ çıkış değeri (3.3 N referans için haptik kuvvet kontrolü).....        | 127 |
| Şekil 6.56. 1. Motor PWM kontrol sinyali doluluk oranı (3.3 N referans kuvveti) .....   | 128 |
| Şekil 6.57. 2. Motor PWM kontrol sinyali doluluk oranı (3.3 N referans kuvveti) .....   | 128 |
| Şekil 6.58. 3. Motor PWM kontrol sinyali doluluk oranı (3.3 N referans kuvveti) .....   | 129 |
| Şekil 6.59. $F_z$ çıkış değeri (4.8 N referans için haptik kuvvet kontrolü) .....       | 129 |
| Şekil 6.60. $q_1$ çıkış değeri (4.8 N referans için haptik kuvvet kontrolü).....        | 130 |
| Şekil 6.61. $q_2$ çıkış değeri (4.8 N referans için haptik kuvvet kontrolü).....        | 130 |
| Şekil 6.62. $q_3$ çıkış değeri (4.8 N referans için haptik kuvvet kontrolü).....        | 131 |
| Şekil 6.63. 1. Motor PWM kontrol sinyali doluluk oranı (4.8 N referans kuvveti) .....   | 131 |
| Şekil 6.64. 2. Motor PWM kontrol sinyali doluluk oranı (4.8 N referans kuvveti) .....   | 132 |
| Şekil 6.65. 3. Motor PWM kontrol sinyali doluluk oranı (4.8 N referans kuvveti) .....   | 132 |

## TABLÖLAR (ÇİZELGELER) LİSTESİ

|                                                                                          | <b><u>Sayfa No</u></b> |
|------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|
| Tablo 2.1. Parça Listesi .....                                                           | 8                      |
| Tablo 2.2. Motor özellikleri.....                                                        | 13                     |
| Tablo 3.1. Triglide paralel robot elemanlarının ağırlık merkezi koordinatları.....       | 17                     |
| Tablo 4.1. Optimizasyonla elde edilmiş PID kontrol katsayıları .....                     | 46                     |
| Tablo 4.2. Ağırlık ve bias katsayılarının değerleri .....                                | 63                     |
| Tablo 4.3. U kontrol sinyali için her bir bulanık mantık yapısına ait kural tablosu..... | 69                     |
| Tablo 4.4. Üyelik fonksiyonlarının sınır değerleri .....                                 | 71                     |
| Tablo 4.5. Kontrol yöntemleri performans kıyaslama.....                                  | 74                     |
| Tablo 5.1. Deney düzeneği donanım özellikleri.....                                       | 77                     |
| Tablo 6.1. Haptik deney düzeneği donanım bilgileri .....                                 | 99                     |

## SEMBOLLER LİSTESİ

|            |                                                                                |
|------------|--------------------------------------------------------------------------------|
| $A_1$      | : Sabit platformun robotun birinci sabit uzvuna değdiği noktanın koordinatları |
| $A_2$      | : Sabit platformun robotun ikinci sabit uzvuna değdiği noktanın koordinatları  |
| $A_3$      | : Sabit platformun robotun üçüncü sabit uzvuna değdiği noktanın koordinatları  |
| $B_1$      | : Hareketli platformun birinci robot koluna bağlandığı koordinat noktası       |
| $B_2$      | : Hareketli platformun ikinci robot koluna bağlandığı koordinat noktası        |
| $B_3$      | : Hareketli platformun üçüncü robot koluna bağlandığı koordinat noktası        |
| <b>BMK</b> | : Bulanık Mantık Kontrol                                                       |
| $C$        | : Kayan kipli kontrol katsayısı genel gösterim                                 |
| $C_1$      | : Birinci motor için kayan kipli kontrol katsayısı                             |
| $C_2$      | : İkinci motor için kayan kipli kontrol katsayısı                              |
| $C_3$      | : Üçüncü motor için kayan kipli kontrol katsayısı                              |
| $de$       | : Hatanın zamana göre türev ifadesi                                            |
| $de_x$     | : x yönündeki hata miktarının zamana göre türevi                               |
| $de_y$     | : y yönündeki hata miktarının zamana göre türevi                               |
| $de_z$     | : z yönündeki hata miktarının zamana göre türevi                               |
| $e(t)$     | : Hata                                                                         |
| $e_x$      | : x yönündeki hata miktarı                                                     |
| $e_y$      | : y yönündeki hata miktarı                                                     |
| $e_z$      | : z yönündeki hata miktarı                                                     |
| $F(t)$     | : PID kontrol sinyali genel gösterimi                                          |
| $F_1$      | : Birinci motor kuvveti                                                        |
| $F_2$      | : İkinci motor kuvveti                                                         |
| $F_3$      | : Üçüncü motor kuvveti                                                         |
| $F_z$      | : z yönündeki kuvvet                                                           |
| $f$        | : Kuvvet veya torka karşılık gelen genelleştirilmiş kuvvet                     |
| $g$        | : Yer çekimi ivmesi                                                            |
| $K_D$      | : Türevsel kazanç katsayısı                                                    |
| $K_{D1}$   | : Birinci motora ait türevsel kazanç katsayısı                                 |
| $K_{D2}$   | : İkinci motora ait türevsel kazanç katsayısı                                  |
| $K_{D3}$   | : Üçüncü motora ait türevsel kazanç katsayısı                                  |
| $K_I$      | : İntegral kazanç katsayısı                                                    |
| $K_{I1}$   | : Birinci motora ait integral kazanç katsayısı                                 |
| $K_{I2}$   | : İkinci motora ait integral kazanç katsayısı                                  |
| $K_{I3}$   | : Üçüncü motora ait integral kazanç katsayısı                                  |
| $K_P$      | : Oransal kazanç katsayısı                                                     |
| $K_{P1}$   | : Birinci motora ait oransal kazanç katsayısı                                  |
| $K_{P2}$   | : İkinci motora ait oransal kazanç katsayısı                                   |
| $K_{P3}$   | : Üçüncü motora ait oransal kazanç katsayısı                                   |
| <b>KKK</b> | : Kayan Kipli Kontrol                                                          |
| $k$        | : Kayan kipli kontrol katsayısı                                                |
| $L$        | : Triglide robot kollarının (pralelogramın) uzunluğu                           |
| $L$        | : Lagrange fonksiyonu                                                          |
| $m_m$      | : Motor kütlesi                                                                |
| $m_p$      | : Paralelogram (robot kolu) kütlesi                                            |
| $m_t$      | : Hareketli platform (robot tutucu ucu) kütlesi                                |

|                    |                                                                            |
|--------------------|----------------------------------------------------------------------------|
| $NB_{de}$          | : de için negatif büyük                                                    |
| $NB_e$             | : e için negatif büyük                                                     |
| $NB_U$             | : U için negatif büyük                                                     |
| $PB_{de}$          | : de için pozitif büyük                                                    |
| $PB_e$             | : e için pozitif büyük                                                     |
| $PB_U$             | : U için pozitif büyük                                                     |
| <b>PID</b>         | : Oransal-İntegral-Türevsel kontrol                                        |
| <b>PWM</b>         | : Pulse-Width-Modulation                                                   |
| $p_1$              | : Bulanık mantık kontrol katsayısı                                         |
| $p_2$              | : Bulanık mantık kontrol katsayısı                                         |
| $p_3$              | : Bulanık mantık kontrol katsayısı                                         |
| $p_4$              | : Bulanık mantık kontrol katsayısı                                         |
| $p_5$              | : Bulanık mantık kontrol katsayısı                                         |
| $p_6$              | : Bulanık mantık kontrol katsayısı                                         |
| $R$                | : Sabit platform yarıçapı                                                  |
| $r$                | : Hareketli platform yarıçapı                                              |
| $S$                | : Kayma yüzeyi                                                             |
| <b>sign</b>        | : Signum (işaret) fonksiyonu                                               |
| <b>sat</b>         | : Saturasyon (doygunluk) fonksiyonu                                        |
| $T$                | : Sistemin toplam kinetik enerji                                           |
| $t$                | : Zaman                                                                    |
| $U$                | : Kayan kipli kontrol ve bulanık mantık kontrol sinyali genel formu        |
| $V$                | : Sistemin toplam potansiyel enerji                                        |
| $y_p$              | : Hareketli platformun (robot tutucu ucu) ağırlık merkezinin y bileşeni    |
| <b>YSA</b>         | : Yapay Sinir Ağı                                                          |
| $Z$                | : Empedans                                                                 |
| $Z^{-1}$           | : Admitans                                                                 |
| $Z_{de}$           | : de için sıfır                                                            |
| $Z_e$              | : e için sıfır                                                             |
| $Z_U$              | : U için sıfır                                                             |
| $z_p$              | : Hareketli platformun (robot tutucu ucu) ağırlık merkezinin z bileşeni    |
| $q_1$              | : Birinci motor hareketiyle robotun sabit uzvundaki yer değiştirme miktarı |
| $q_2$              | : İkinci motor hareketiyle robotun sabit uzvundaki yer değiştirme miktarı  |
| $q_3$              | : Üçüncü motor hareketiyle robotun sabit uzvundaki yer değiştirme miktarı  |
| $q_1 \text{ Hata}$ | : $q_1$ için hata değeri                                                   |
| $q_2 \text{ Hata}$ | : $q_2$ için hata değeri                                                   |
| $q_3 \text{ Hata}$ | : $q_3$ için hata değeri                                                   |
| $q_1 \text{ Ref}$  | : $q_1$ referans değeri                                                    |
| $q_2 \text{ Ref}$  | : $q_2$ referans değeri                                                    |
| $q_3 \text{ Ref}$  | : $q_3$ referans değeri                                                    |
| $w$                | : YSA ağ yapısında kullanılan ağırlık katsayı değerleri                    |
| $x_p$              | : Hareketli platformun (robot tutucu ucu) ağırlık merkezinin x bileşeni    |
| $\partial$         | : Kısmi türev işareti                                                      |
| $\mathcal{E}$      | : Kayan kipli kontrol katsayısı                                            |

## 1. GİRİŞ

Robotik, geleneksel mühendislik sınırlarını kesiştiren yeni bir modern teknoloji alanıdır; fiziksel aktivite ve karar verme gibi uygulamalarla bir görevi yürüterek insanların yerini alabilecek makinelerle ilgili çalışmaları içerir. Robot, bir dizi verilen görev çerçevesinde çeşitli programlanmış hareketler ile materyalleri, parçaları, aletleri veya özel donanımları hareket ettirmek için tasarlanmış programlanabilir çok işlevli manipülatördür [1].

Seri, paralel ve hibrid olmak üzere üç temel robot yapısı vardır. Seri robotlar, açık kinematik zincir yapısına, geniş çalışma alanına ve üstün beceri kabiliyetine sahiptir. Seri robotların dezavantajları ise düşük duyarlılık, zayıf kuvvet sarf etme yeteneği, ters kinematik çözümün zorluğu, hareketli parçaların yüksek ataleti ve motorların altta yerleştirilememesidir.

Paralel yapılar hakkındaki bilgiler geçmişe dayansa da, son zamanlarda robotlar için geliştirilmeye başlanmıştır. Bu yapılar, hareketli ve sabit platformların kinematik zincirlerle birleştirilmesi sonucunda oluşmaktadırlar. Hareketli platformun hareketi kinematik zincirlerin uzantılarının eş zamanlı tahrikiyle başlar. Açık kinematik zincire sahip seri manipülatörlerin tersine, paralel manipülatörler kapalı kinematik zincirden meydana gelir. Paralel manipülatörler birkaç avantaj ve dezavantaja sahiptir. Paralel robotların dezavantajları sınırlı çalışma hacmi, düşük beceri kabiliyeti, karmaşık düz kinematik çözüm ve tekilliklerdir. Ancak paralel robotlar yüksek rijitlik, ters kinematik çözümün kolaylığı, hafiflik, yüksek doğruluk, hareketli bölümlerin düşük ataleti ve yüksek çeviklik gibi avantajlara sahiptir. Ters kinematik çözümün kolay olması kontrol edebilme kolaylığı sağlamaktadır. Hibrid robotlar hem paralel hem de seri robot yapılarını bir arada ihtiva etmektedir [2].

Paralel yapılar mikro robot uygulamalarında tercih edilebilirler çünkü bunlar ölçekleme etkilerine karşı çok daha az duyarlıdır. Tıbbi uygulamalarda, özellikle endoskopide tercih edilmelerinin sebebi de budur [3].

Paralel robotların göreceli olan küçük çalışma alanı, doğru bir şekilde tasarlanırsa, önemli bir güvenlik vasfını ortaya çıkarabilir. Paralel robotlar yakın tekillikle güvenli bir şekilde hareket ederler. Robot, tekil bir konuma doğru yol izlediğinde, motorlar için



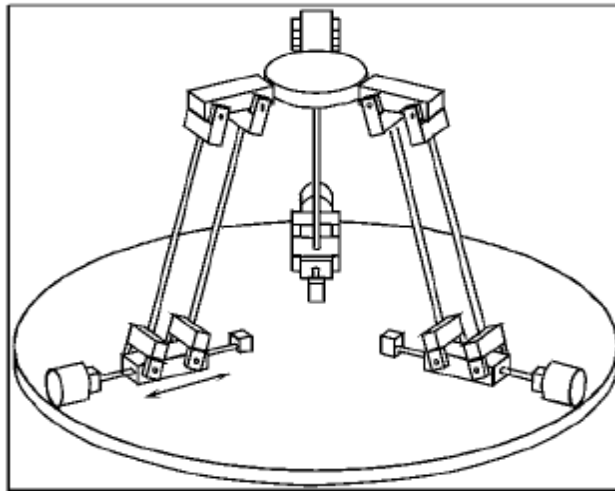
gereken kuvvetler yüksek değerlere ulaşır. Seri robotlarda tekil pozisyonlar, çok yüksek bir bağlantı hızına ihtiyaç duyar. Bu durum, çalışma koşulları için bir tehlike arz etmektedir. Paralel robotlar, aynı hassasiyete sahip seri robotlara kıyasla daha düşük fiyatlarla hassasiyeti sağlarlar. Bazı duyarlılık bölümleri seri robotlarla elde edilemeyebilir [4-7].

İletimde, üç serbestlik dereceli manipülatörler çoğunlukla toplama ve yerleştirme gibi makine operasyonlarında kullanılır. Üç serbestlik dereceli paralel robotların en popüler üyesi, Clavel tarafından Ecole Polytechnique de Lausanne'de geliştirilen Şekil 1.1' de gösterilen Delta robottur.



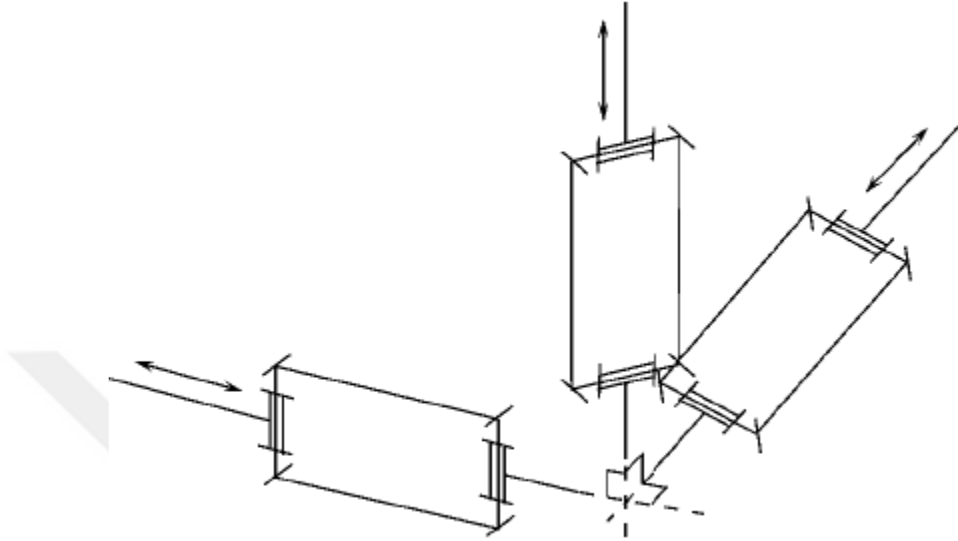
Şekil 1.1. Delta paralel robot [8].

Herve tarafından geliştirilen bu ailenin bir başka üyesi de Şekil 1.2' deki Star robottur. Bu yapıda, iki dönme açısına sahip platformun her kolu sınırlandırılmıştır.



Şekil 1.2. Star robot [8].

Aynı ailenin başka bir ilginç üyesi makine-araç uygulamaları için geliştirilen Şekil 1.3’de gösterilen Orthoglide robottur. Bu robotun ana özelliği faydalı çalışma alanında, homejen kinematik performans sunmasıdır. Wenger tarafından geliştirilmiştir.



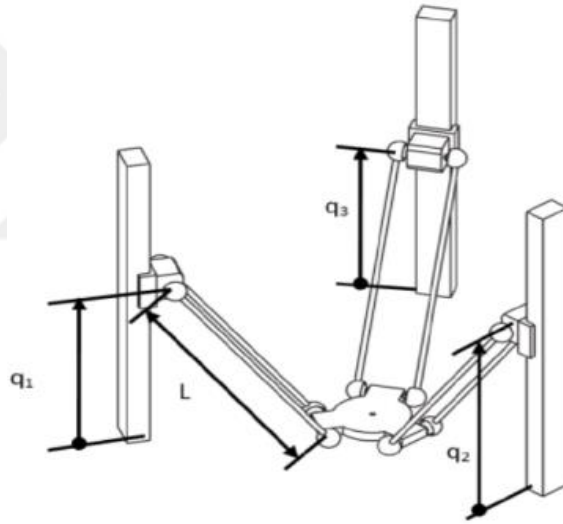
**Şekil 1.3.** Orthoglide robot [8].

Diğer bir üç serbestlik dereceli robot ise, Neumann tarafından geliştirilen Şekil 1.4’deki Tricept’ dir [8].



**Şekil 1.4.** Tricept robot [8].

Delta robot yıllar boyunca üzerinde çalışılmakta olan popüler paralel manipülatör türlerinden biridir. Delta robot sisteminde, sabit kollara monte edilmiş üç motorla tutucu uç istenilen herhangi bir  $(x, y, z)$  konumuna götürülebilir. Motorlara bağlı kollar ayrı ayrı sürülür. Kollar, paralelogramlarla tutucu uca bağlanır. Paralelogramların kullanımı nedeniyle, sabit platform ve hareketli platform her zaman paraleldir. Sistemin rijitliği, seçilen kolların rijitliğine ve mafsallardaki boşluklara bağlıdır. Üretim kalitesindeki en küçük sapmalar, sistemin yüksek seviyelerde tekrarlanabilirliğini etkiler [9]. Delta robot ailesinden Triglide, Delta robotun daha basit bir versiyonudur ve üç serbestlik derecesine sahip paralel bir robottur. Triglide paralel robotta doğrusal motorlarla hareket ettirilebilen üç kol vardır. Şekil 1.5, Triglide paralel robotu göstermektedir. Triglide robotun en büyük avantajı, tasarım boyutlarına bağlı olarak z-doğrultusunda sonsuz bir hareket aralığına izin vermesidir [10].



**Şekil 1.5.** Triglide paralel robot [10]

Literatürde, Triglide robotun optimum tasarımı, robotun geliştirilmesi üzerine çalışmalar, robotun boyutsal sentez yöntemi geliştirilmesi üzerine çalışmalar, robot kollarının elastik ve rijit durumları için ADAMS yazılımı kullanılarak dinamik benzetim çalışmaları ve robotun ters kinematik ile SimMechanics modeli üzerinden PID (Oransal-İntegral-Türevsel) kontrol yöntemi ile kontrolü gibi çalışmalar bulunmaktadır [11-18].

Bu çalışmada, üç serbestlik dereceli Triglide paralel robotun tasarımı, imalatı, dinamik denklemlerinin elde edilmesi, kontrolü ve haptik kontrolü ile ilgili çalışmalar yapılmıştır. Bölüm 2, Triglide robotun tasarım ve imalat süreci hakkında yapılan çalışmalara ait

bilgileri içermektedir. Bölüm 3, Triglide robotun kinematik ve dinamik denklemleri ile ilgilidir. Bölüm 4 ise Triglide robotun dinamik denklemleri kullanılarak yapılan kontrol çalışmalarını kapsamaktadır. Bölüm 5, Triglide robotun gerçek zamanlı kontrol uygulamalarını içermektedir. Bölüm 6, Triglide robotun haptik kontrol çalışmalarını ihtiva etmektedir. Bölüm 7 ise sonuç ve önerileri kapsamaktadır.

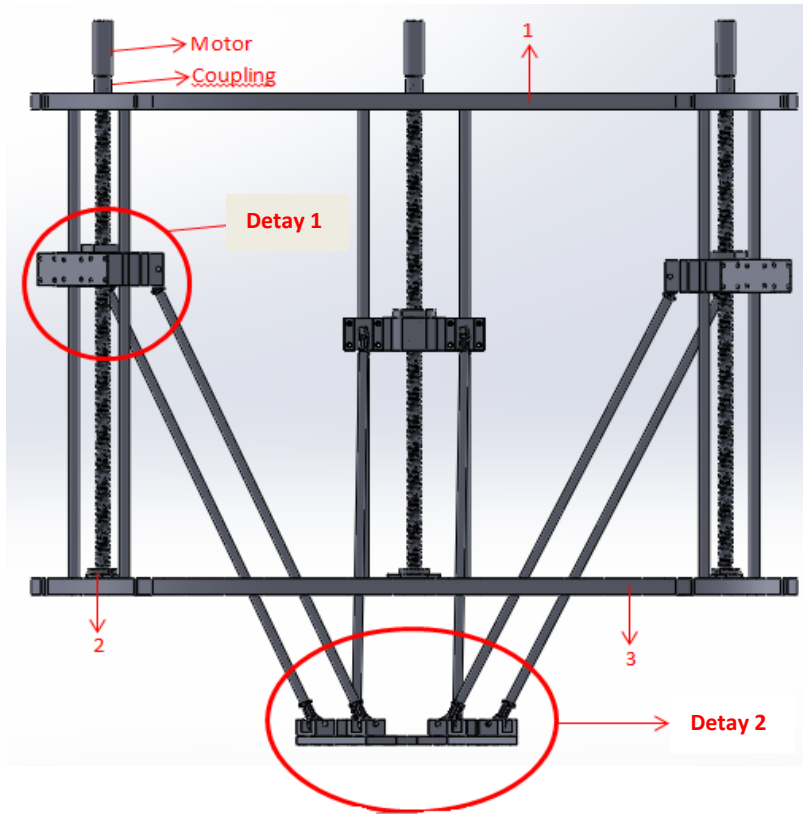


## 2. TRİGLİDE PARALEL ROBOTUN TASARIMI VE İMALATI

Bu bölümde, Triglide paralel robot için Solidworks programında yeni bir üç boyutlu tasarım geliştirilmiştir. İstenen çalışma hacmi ( $x= \pm 0.25$  m,  $y= \pm 0.25$  m,  $z= - 0.5$  m) belirlendikten sonra tasarıma başlanılmıştır. Böylece robotun imalat boyutları belli olmuştur. Robotun imalatı sırasında, bazı parçalar hazır formda satın alınarak direk kullanılmış ve bazıları ise hazır olarak alınarak işlenmiştir. Diğer parçalar plexiglass malzemeden tasarım boyutlarına bire bir uygun olarak üretilmiştir. Ortaya çıkan parçaların montajı uygun cıvata seçimleri yapılarak tamamlanmıştır. Son olarak, uygun motor ve bağlantı seçimi ile robot etkin duruma getirilmiştir.

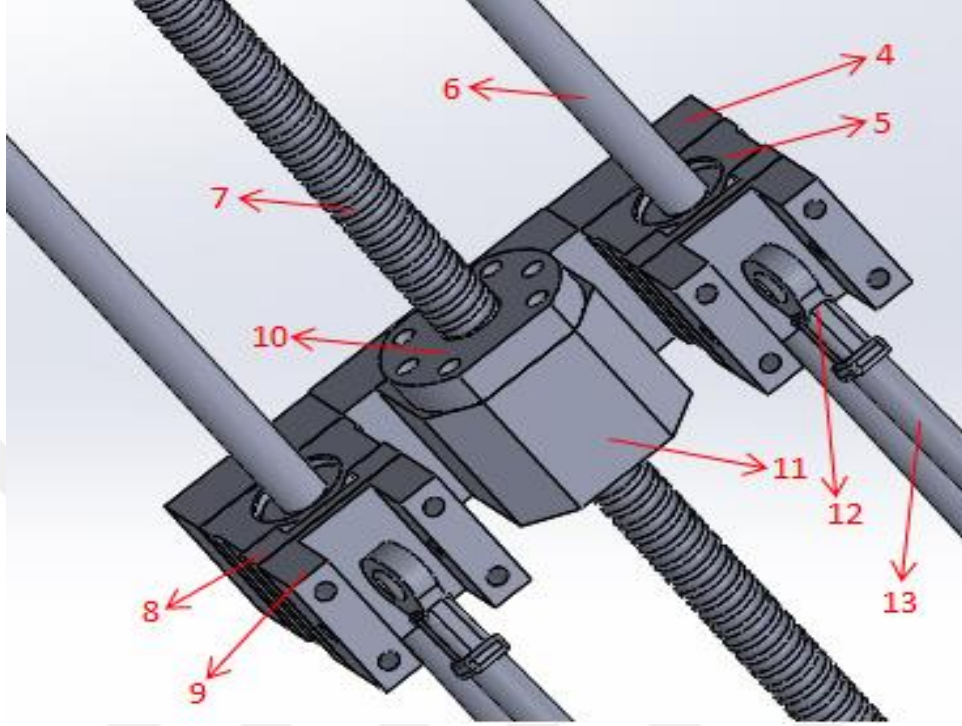
### 2.1. Triglide Paralel Robotun Tasarımı

İlk olarak, tasarım aşamasında robotun istenilen çalışma alanına hareket etmesini sağlamak için Şekil 2.1’de verilen katı modelin 1, 3, 6, 7 ve 13 numaralı elemanların boyutları belirlenmiştir.

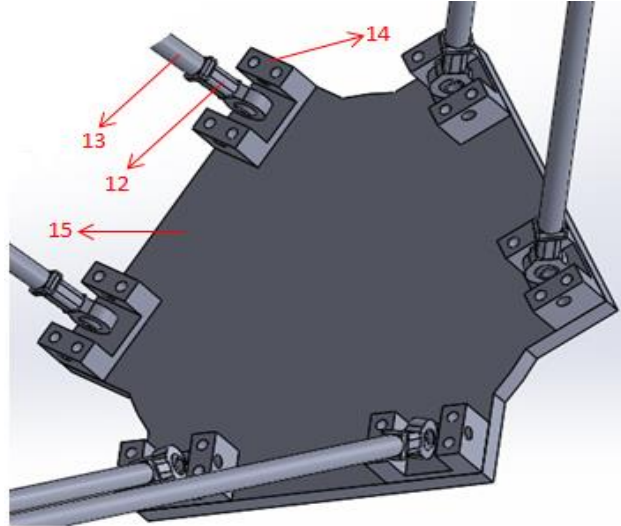


Şekil 2.1. Triglide paralel robotun katı modeli

Şekil 2.1’de gösterilen ayrıntılar Şekil 2.2 ve Şekil 2.3’te detaylı olarak açıklanmaktadır.



Şekil 2.2. Katı modelin detay 1 görünümü



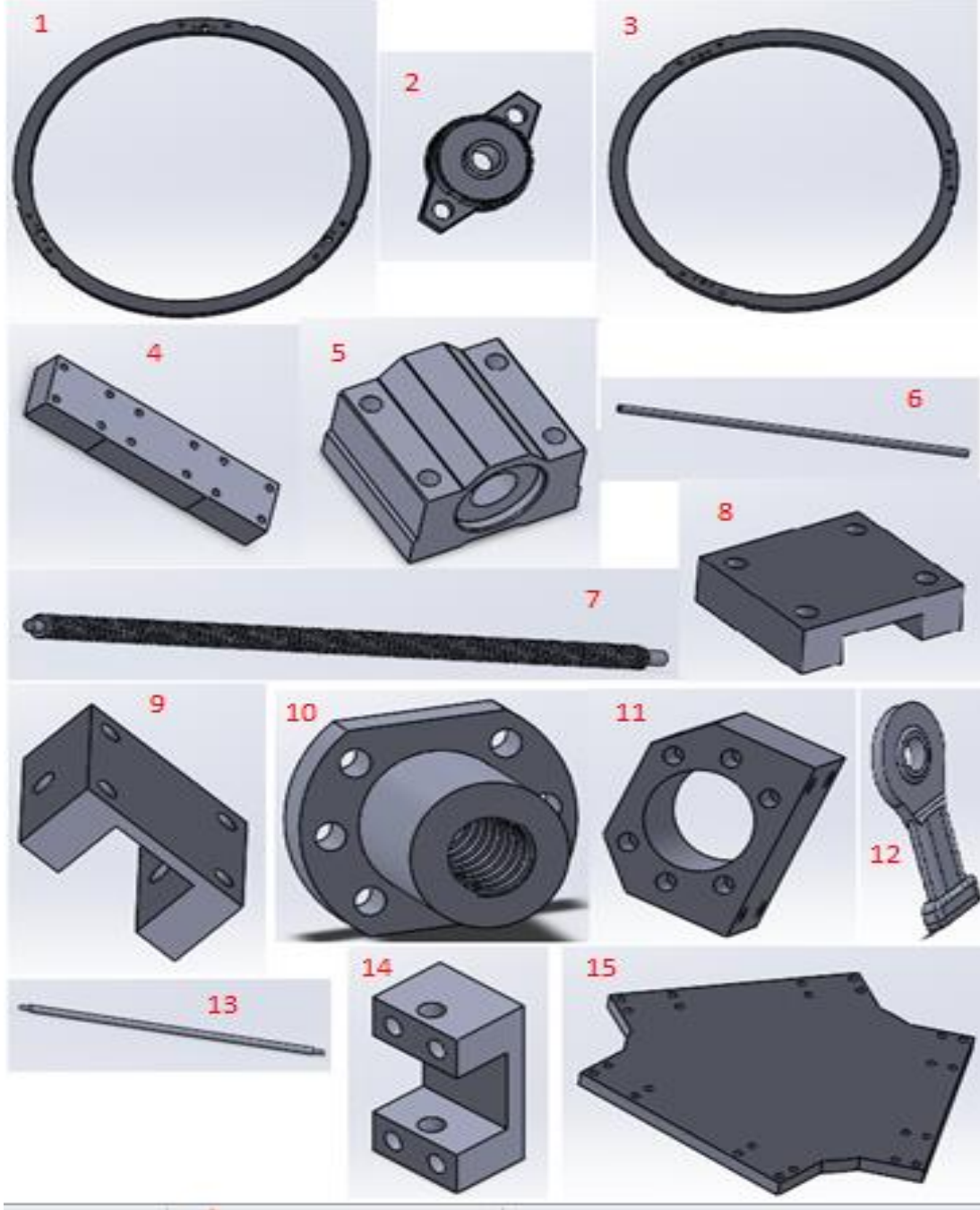
Şekil 2.3. Katı modelin detay 2 görünümü

Şekil 2.1, 2.2 ve 2.3' te gösterilen parçaların isimleri numaralandırmaya göre Tablo 2.1' de verilmiştir.

**Tablo 2.1.** Parça Listesi

| Numara | Parça İsmi                    |
|--------|-------------------------------|
| 1      | Üst halka                     |
| 2      | Sonlandırma rulmanı           |
| 3      | Alt halka                     |
| 4      | Ana bağlantı elemanı          |
| 5      | Yataklama elemanı             |
| 6      | İndüksiyon mili               |
| 7      | Sonsuz vida                   |
| 8      | Mafsal bağlantı elemanı 1     |
| 9      | Mafsal bağlantı elemanı 2     |
| 10     | Sonsuz vida somunu            |
| 11     | Sonsuz vida yataklama elemanı |
| 12     | Mafsal                        |
| 13     | Alüminyum çubuk               |
| 14     | Mafsal bağlantı elemanı 3     |
| 15     | Tutucu uç                     |

1 ve 3 numaralı halkaların iç ve dış çapları sırasıyla 800 mm ve 840 mm olarak alınmıştır. 6 numaralı parça indüksiyon mili 12 mm çapında ve 600 mm uzunluğundadır. 7 numaralı parça sonsuz vida 16 mm çapında, 5 mm hatveli ve 600 mm uzunluğundadır. Paralelogram için 13 numaralı parça olan 10 mm çapında ve 550 mm uzunluğundaki alüminyum çubuklar kullanılmıştır. Bu parçaların boyutlarına bağlı olarak, hazır bağlantı parçaları seçilmiş ve ana bağlantı elemanının, mafsal bağlantı elemanı-1, mafsal bağlantı elemanı-2, mafsal bağlantı elemanı-3' ün ve tutucu ucun boyutları belirlenerek katı model oluşturulmuştur. Tablo 1'de adı geçen parçaların katı modellerinin görünüşü Şekil 2.4' te ayrı olarak gösterilmiştir.



**Şekil 2.4.** Parçaların katı model görünüşleri

2, 5, 10, 11 ve 12 numaralı parçalar hazır olarak temin edilerek hiçbir işlem yapılmaksızın kullanılmıştır. Bu parçalara ve diğer parçalara ait teknik çizim detay bilgileri Ek-1’de verilmiştir.



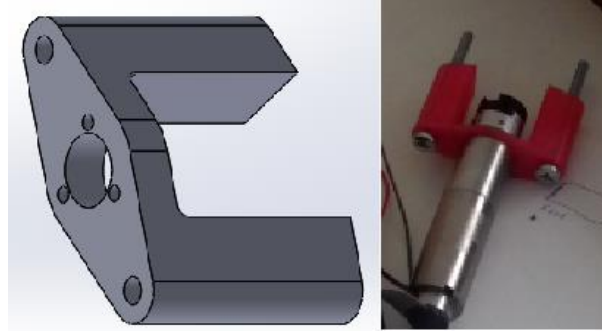
## 2.2. Triglide Paralel Robotun İmalatı

Üretim süreci, öncelikle hazır olarak satın alınacak parçaların tedarik edilmesiyle başlatılmıştır. Daha sonra, plexiglas malzemeden üretilmeye karar verilen 1, 3, 4, 8, 9, 14 ve 15 numaralı parçalar, 'dxf' formatına getirilerek üç eksenli CNC tezgâhlarında üretilmiştir. Buna ek olarak, işlenmek zorunda kalan sonsuz vida, indüksiyon mili ve paralelogram çubukları torna tezgâhlarında işlenmiştir. Sonsuz vidanın her iki ucu, torna tezgâhında sonlandırma elemanı ve kaplin için uygun çaplara düşürülmüştür. İndüksiyon milinin her iki ucuna da tornada kanal açılarak kılavuz yardımı ile uygun civata bağlantıları için diş açılmıştır. Paralelogram çubuklarının her iki ucuna mafsallı bağlantılarını sağlamak için diş açma işlemi yapılmıştır. Tüm parçalar hazırlandıktan sonra, montaj işlemi adım adım gerçekleştirilmiştir. İlk olarak, Şekil 2.9' da gösterildiği gibi, alt ve üst halkalar, indüksiyon milleri ile birlikte sabitlenmiştir.



Şekil 2.5. İmalat montaj aşaması 1

Daha sonra, robotun her bir kolunun sonsuz vida ve sonlandırma rulmanı bağlantıları gerçekleştirilmiştir. Sonsuz vida, kaplin ve motor bağlantısını sağlamak için özel bir bağlantı parçası tasarlanmıştır. Tasarlanan parça 3B bir yazıcı ile üretilmiş ve motor bağlantıları yapılmıştır. Şekil 2.10, bu parçanın katı modelini ve üretilmiş halini göstermektedir.



**Şekil 2.6.** Sonsuz vida ve motor bağlantı parçası

Bir sonraki aşamada, robotun üç kolunun tüm bağlantıları Şekil 2.11'de gösterildiği gibi gerçekleştirilmiştir. Robotun tek bir kolunun bir görünümü Şekil 2.12'te verilmiştir.



**Şekil 2.7.** İmalat montaj aşaması 2



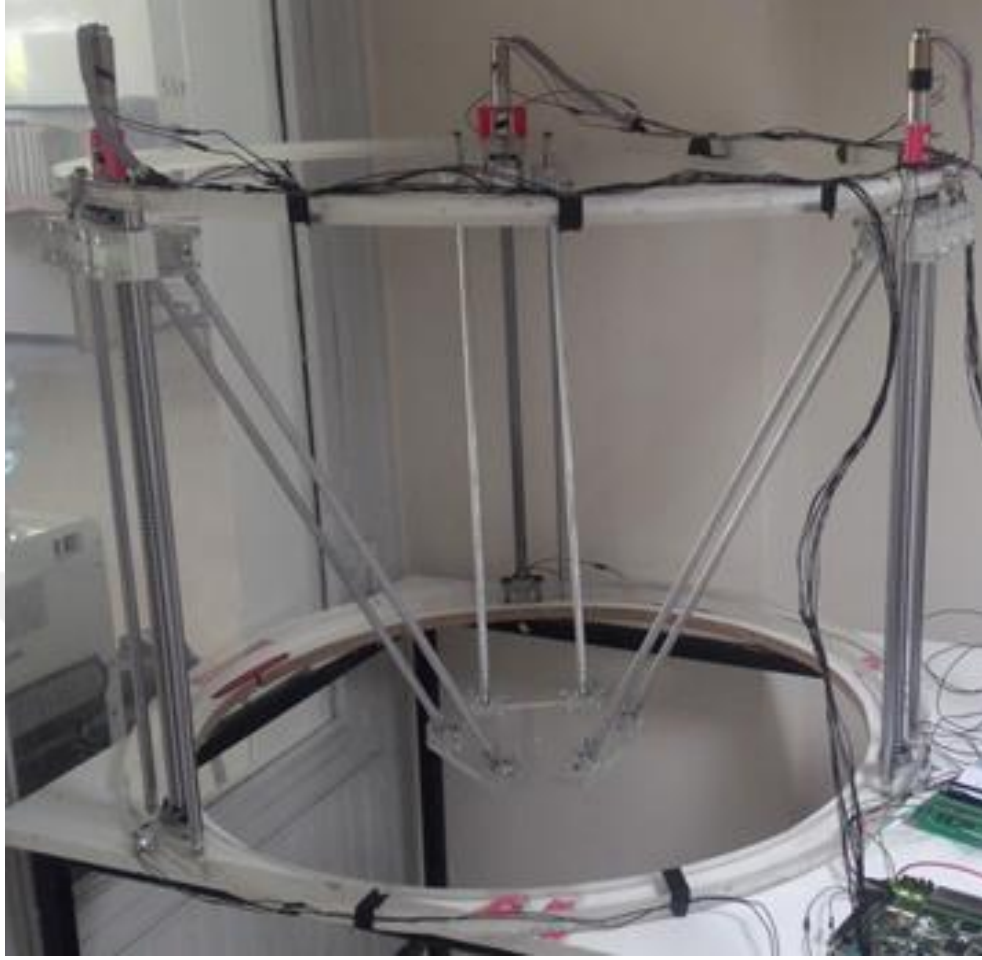
**Şekil 2.8.** Robotun tek bir kolunun imalat görünüşü

Son olarak, robotun tutucu ucundaki mafsallar ile sonsuz vida üzerindeki kayar elemanın bağlantıları paralelogram çubuklarla sağlanmıştır. Mafsalların kenarlarındaki kaymayı önlemek için fiber somunlar civataların yanında kullanılmıştır. Mafsalların monte edilmiş durumu Şekil 2.13' te verilmektedir. Böylece robotun imalat süreci tamamlanmıştır. Şekil 2.14, robot imalatının nihai halini göstermektedir.



**Şekil 2.9.** Mafsal bağlantıları görünüm

Tablo 2.2, sistemde kullanılan motorun özelliklerini vermektedir.



**Şekil 2.10.** Robot imalatının son hali

**Tablo 2.2.** Motor özellikleri

| Donanım  | Marka - Model  | Özellikler                                                  |
|----------|----------------|-------------------------------------------------------------|
| DC Motor | Maxon - DCX22L | - 12 Volt<br>- 3.21 Amper<br>- 11700 Rpm<br>- Tork 30.5 mNm |
| Redüktör | Maxon - GPX22  | 16:1 redüktör oranı                                         |
| Enkoder  | Maxon - ENX16  | - 1024 pulse<br>- 5 Volt<br>- Quadrature                    |

Böylece, başarılı bir tasarım sürecinin ardından Triglide paralel robotun imalatı gerçekleştirilmiştir. Üretim sürecinde piyasadaki hazır parçalardan yararlanılmıştır. Bu sayede takım tezgâhlarında daha az parça işlenmiştir. Hazır satın alınan parçaların boyutları tasarım boyutlarına uygun olarak satın alınmıştır. Bu işlem torna tezgâhının işçiliğini azaltmaya yardımcı olmuştur. Maliyeti düşürmek ve hafiflik sağlamak amacıyla ayrı ayrı üretilecek parçalar plexiglas malzemeden imal edilmiştir.

Eğer hafiflik öncelik taşıyorsa, özellikle paralelogramlar ve tutucu uç için farklı malzemeler tercih edilebilir. Bu durumun maliyeti artırabileceği dikkate alınmalıdır. Örneğin, paralelogramdaki çubuklar hafifliği sağlamak için karbon fiber malzemeden yapılabilir.

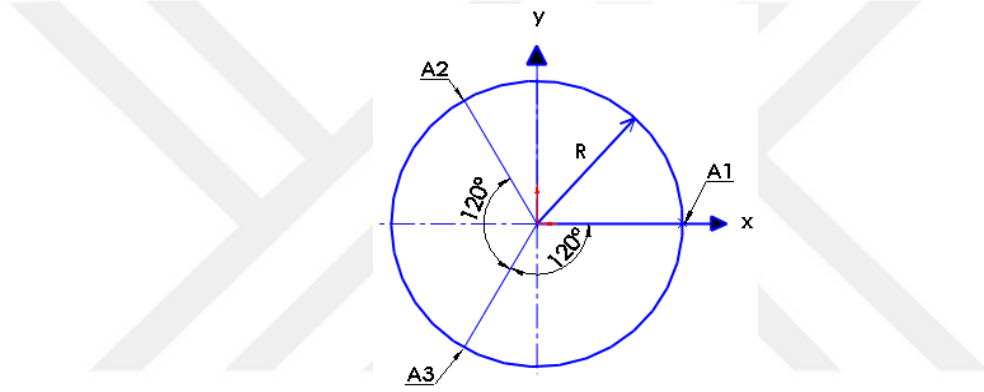


### 3. TRİGLİDE ROBOTUN KİNEMATİK VE DİNAMİK ANALİZİ

Bu bölümde daha önceki çalışmalarda elde edilmiş olan Triglide paralel robotun ters ve düz kinematik denklemleri analitik olarak verilmiştir. Ayrıca robotun dinamik denklemleri elde edilmiştir.

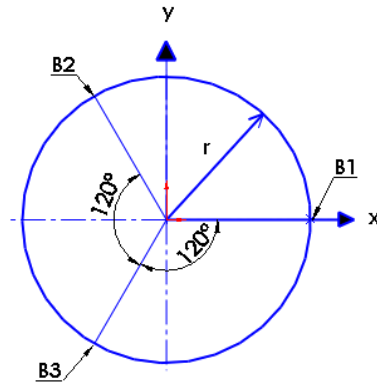
#### 3.1. Triglide Robotun Ters ve Düz Kinematik Denklemleri

Şekil 3.1' de verilen sabit platform, sabit kollarla robot kollarının birleştiği noktalar olarak seçilmiştir. Sabit kolun üst noktasının orta noktası sabit eksen takımının yerini gösterir. z eksen, yerçekiminin ters yönünde seçilmiştir.



Şekil 3.1. Sabit platform

Sabit ve hareketli platformların indisleri, Şekil 1.5' de gösterilen robotun sabit kollarının numaralandırılması ile belirlenir. Robot sabit kolların yerleşimi, sabit kollar arasında 120 derecelik bir açı olacak şekilde oluşturulmuştur.



Şekil 3.2. Hareketli platform

Şekil 3.2' de gösterilen hareketli platform, robot kollarının tutucu uç ile temas noktalarından çizilen daireyle oluşturulmuştur.  $q_1$ ,  $q_2$  ve  $q_3$  esas koordinatlar olup Şekil 1.5' de gösterilmiştir. Stan ve ark. [10] tarafından elde edilen robotun ters kinematik denklemleri; önceki çalışmalarla doğrulanmış [19] ve robotun düz kinematik denklemleri analitik olarak bulunmuştur. Elde edilen düz ve ters kinematik çözümler aşağıda verilmiştir.

Ters kinematik çözümler;

$$q_1 = z_p + \sqrt{L^2 - (r - R + x_p)^2 - y_p^2} \quad (3.1)$$

$$q_2 = z_p + \sqrt{L^2 - \left(\frac{(R-r)}{2} + x_p\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}(r-R)}{2} + y_p\right)^2} \quad (3.2)$$

$$q_3 = z_p + \sqrt{L^2 - \left(\frac{(R-r)}{2} + x_p\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}(R-r)}{2} + y_p\right)^2} \quad (3.3)$$

Düz kinematik çözümler;

$$x_p = \frac{2q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 - (4q_1 - 2q_2 - 2q_3)z_p}{6(R-r)} \quad (3.4)$$

$$y_p = \frac{q_2^2 - q_3^2 + 2(q_3 - q_2)z_p}{2\sqrt{3}(R-r)} \quad (3.5)$$

$$z_{p1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (3.6)$$

Denklemdaki a, b ve c terimleri aşağıda olduğu gibi ifade edilmiştir.

$$a = 1 + \frac{(4q_1 - 2q_2 - 2q_3)^2}{36(R-r)^2} + \frac{(q_1 - q_2)^2}{3(R-r)^2} \quad (3.7)$$

$$b = \frac{2(-q_1 - q_2 - q_3)}{3} - \frac{(2q_1^2 - q_2^2 - q_3^2)(2q_1 - q_2 - q_3)}{9(R-r)^2} + \frac{(q_2^2 - q_3^2)(q_3 - q_2)}{3(R-r)^2} \quad (3.8)$$

$$c = -L^2 + (R-r)^2 + \frac{(q_1^2 + q_2^2 + q_3^2)}{3} + \frac{(2q_1^2 - q_2^2 - q_3^2)^2}{36(R-r)^2} + \frac{(q_2^2 - q_3^2)^2}{12(R-r)^2} \quad (3.9)$$

### 3.2 Triglide Robotun Dinamiği

Tablo 3.1’ de triglide paralel robot elemanlarının ağırlık merkezi koordinatları verilmiştir. Elemanların ağırlık merkezi koordinatları kullanılarak, Lagrange yöntemiyle sistemin dinamiği elde edilmiştir. Sürtünmeler ihmal edilerek ve robot tutucu ucunun oryantasyon hareketlerini yapmadığı göz önünde bulundurularak hareket denklemi çıkarılmıştır. Motorlar, paralelogramlar ve hareketli platform dikkate alınarak hareket denklemleri çıkarılmıştır.

**Tablo 3.1.** Triglide paralel robot elemanlarının ağırlık merkezi koordinatları

|                                    |                                                                                                          |
|------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. Motor Ağırlık Merkezi           | $(R, 0, q_1)$                                                                                            |
| 2. Motor Ağırlık Merkezi           | $\left(-\frac{R}{2}, \frac{R\sqrt{3}}{2}, q_2\right)$                                                    |
| 3. Motor Ağırlık Merkezi           | $\left(-\frac{R}{2}, -\frac{R\sqrt{3}}{2}, q_3\right)$                                                   |
| 1. Paralelogram Ağırlık Merkezi    | $\left(\frac{(x_p + r + R)}{2}, \frac{y_p}{2}, \frac{(z_p + q_1)}{2}\right)$                             |
| 2. Paralelogram Ağırlık Merkezi    | $\left(\frac{(2x_p - R - r)}{4}, \frac{(2y_p + R\sqrt{3} + r\sqrt{3})}{4}, \frac{(z_p + q_2)}{2}\right)$ |
| 3. Paralelogram Ağırlık Merkezi    | $\left(\frac{(2x_p - R - r)}{4}, \frac{(2y_p - R\sqrt{3} - r\sqrt{3})}{4}, \frac{(z_p + q_3)}{2}\right)$ |
| Hareketli Platform Ağırlık Merkezi | $(x_p, y_p, z_p)$                                                                                        |

Motorlar, paralelogramlar ve hareketli platform dikkate alınarak sistemin toplam kinetik enerjisi yazılacak olursa, sistemin toplam kinetik enerjisi denklem (3.10)’daki gibi ifade edilir.



$$T = \frac{1}{2} m_{motor} (\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2 + \dot{q}_3^2) + \frac{1}{2} m_p \left( \frac{\dot{x}_p^2}{4} + \frac{\dot{y}_p^2}{4} + \frac{(\dot{z}_p + \dot{q}_1)^2}{4} + \frac{\dot{x}_p^2}{4} + \frac{\dot{y}_p^2}{4} + \frac{(\dot{z}_p + \dot{q}_2)^2}{4} + \frac{\dot{x}_p^2}{4} + \frac{\dot{y}_p^2}{4} + \frac{(\dot{z}_p + \dot{q}_3)^2}{4} \right) + \frac{1}{2} m_{tabla} (\dot{x}_p^2 + \dot{y}_p^2 + \dot{z}_p^2) \quad (3.10)$$

Denklem (3.10)'daki benzer terimler bir araya getirilirse denklem (3.11) elde edilir.

$$T = \left( \frac{1}{2} m_m + \frac{1}{8} m_p \right) (\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2 + \dot{q}_3^2) + \left( \frac{3}{8} m_p + \frac{1}{2} m_t \right) (\dot{x}_p^2 + \dot{y}_p^2 + \dot{z}_p^2) + \frac{1}{4} m_p \dot{z}_p (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3) \quad (3.11)$$

Daha sonra motorlar, paralelogramlar ve hareketli platform dikkate alınarak sistemin toplam potansiyel enerjisi yazılacak olursa, sistemin toplam potansiyel enerjisi denklem (3.12)'deki gibi bulunur.

$$V = m_m g (q_1 + q_2 + q_3) + m_p g \left( \frac{z_p + q_1}{2} + \frac{z_p + q_2}{2} + \frac{z_p + q_3}{2} \right) + m_t g z_p \quad (3.12)$$

Sistemin toplam potansiyel enerjisinin düzenlenmiş hali denklem (3.13)'de verilmiştir.

$$V = \left( m_m + \frac{m_p}{2} \right) g (q_1 + q_2 + q_3) + \left( \frac{3}{2} m_p + m_t \right) g z_p \quad (3.13)$$

Lagrange fonksiyonu

$$L = T - V \quad (3.14)$$

biçiminde ifade edilir. Sistemin toplam kinetik ve potansiyel enerji ifadeleri denklem (3.14)'de yerine koyulursa sistemin Lagrange fonksiyonu denklem (3.15)'deki gibi elde edilir.

$$L = \left( \frac{1}{2} m_m + \frac{1}{8} m_p \right) (\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2 + \dot{q}_3^2) + \left( \frac{3}{8} m_p + \frac{1}{2} m_t \right) (\dot{x}_p^2 + \dot{y}_p^2 + \dot{z}_p^2) + \frac{1}{4} m_p \dot{z}_p (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3) - \left( m_m + \frac{m_p}{2} \right) g (q_1 + q_2 + q_3) - \left( \frac{3}{2} m_p + m_t \right) g z_p \quad (3.15)$$

$q_1$  için hareket denklemini denklem (3.16)'daki gibi genel formda yazılır.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_1} = F_1 \quad . \quad (3.16)$$

Denklem (3.16)'daki  $\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1}$  ifadesi aşağıda verilmiştir.

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1} = \left( m_m + \frac{1}{8} m_p \right) \dot{q}_1 + \left( \frac{3}{4} m_p + m_t \right) \left( \dot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_1} + \dot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_1} + \dot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} \right) + \frac{1}{4} m_p \dot{z}_p \quad (3.17)$$

Yukarıdaki denklemde verilen  $\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1}$  ifadesinin zamana göre türevi alınırsa, denklem (3.18) elde edilir.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1} \right) = & \left( m_m + \frac{m_p}{4} \right) \ddot{q}_1 + \left( \frac{3}{4} m_p + m_t \right) \left( \ddot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_1} + \dot{x}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_1} \right) + \ddot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_1} + \dot{y}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_1} \right) + \ddot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} + \dot{z}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} \right) \right) \\ & + \frac{1}{4} m_p \ddot{z}_p \end{aligned} \quad (3.18)$$

Benzer şekilde, denklem (3.16)'daki  $\frac{\partial L}{\partial q_1}$  ifadesi denklem (3.19)'da ifade edilmiştir

$$\frac{\partial L}{\partial q_1} = \left( \frac{3}{4} m_p + m_t \right) \left( \dot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial q_1} + \dot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial q_1} + \dot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_1} \right) + \frac{m_p}{4} \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_1} (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3) - \left( m_m + \frac{m_p}{2} \right) g - \left( \frac{3}{2} m_p + m_t \right) g \frac{\partial z_p}{\partial q_1} \quad (3.19)$$

Daha sonra, denklem (3.18)'deki  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1} \right)$  ve denklem (3.19)'daki  $\frac{\partial L}{\partial q_1}$  ifadeleri denklem (3.16)'da yerine koyulursa,  $q_1$  için hareket denklemi denklem (3.20) olarak bulunur.

$$\begin{aligned} & \left( m_m + \frac{m_p}{4} \right) \ddot{q}_1 + \left( \frac{3}{4} m_p + m_t \right) \left( \ddot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_1} + \dot{x}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_1} \right) + \ddot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_1} + \dot{y}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_1} \right) + \ddot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} + \dot{z}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} \right) \right) + \frac{m_p}{4} \ddot{z}_p \\ & - \left( \frac{3}{4} m_p + m_t \right) \left( \dot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial q_1} + \dot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial q_1} + \dot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_1} \right) - \frac{m_p}{4} \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_1} (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3) + \left( m_m + \frac{m_p}{2} \right) g + \left( \frac{3}{2} m_p + m_t \right) g \frac{\partial z_p}{\partial q_1} = F_1 \end{aligned} \quad (3.20)$$

Denklem (3.20)'de yer alan  $m_m$ ,  $m_p$  ve  $m_t$  ifadeleri sabit değerler olup sırasıyla motor, paralelogram ve hareketli platformun kütleleridir.  $F_1$  ise birinci motorun uyguladığı kuvvettir. Denklem (3.21)'de yer alan bilinmeyen diğer ifadelerin karşılıkları aşağıda verilmiştir.

$\dot{z}_p$  ifadesi denklem (3.21) olarak ifade edilmektedir.

$$\dot{z}_p = \frac{\dot{a}b + a\sqrt{b^2 - 4ac} - a\dot{b}}{2a^2} + \frac{2\dot{a}c + 2a\dot{c} - b\dot{b}}{2a\sqrt{b^2 - 4ac}} \quad (3.21)$$

Ayrıca, denklem (3.21)'deki  $\dot{a}$  ifadesi denklem (3.22)'deki gibi bulunmuştur.

$$\dot{a} = \frac{4(2q_1 - q_2 - q_3)\dot{q}_1 - 4(q_1 - 2q_2 + q_3)\dot{q}_2 - 4(q_1 - q_2 - 2q_3)\dot{q}_3}{9(R-r)^2} \quad (3.22)$$

Benzer şekilde, denklem (3.21)'deki  $\dot{b}$  ifadesi denklem (3.23)'deki gibi ifade edilmektedir.

$$\begin{aligned} \dot{b} = & -\frac{2}{3}(\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3) + \frac{(4q_1q_2 + 4q_1q_3 - 12q_1^2 + 2q_2^2 + 2q_3^2)}{9(R-r)^2}\dot{q}_1 + \frac{(4q_1q_2 + 4q_2q_3 + 2q_1^2 - 12q_2^2 + 2q_3^2)}{9(R-r)^2}\dot{q}_2 \\ & + \frac{(4q_1q_3 + 4q_2q_3 + 2q_1^2 + 2q_2^2 - 12q_3^2)}{9(R-r)^2}\dot{q}_3 \end{aligned} \quad (3.23)$$

Denklem (3.21)'deki  $\dot{c}$  ifadesi denklem (3.24) olarak elde edilmektedir.

$$\begin{aligned} \dot{c} = & \frac{2}{3}(q_1\dot{q}_1 + q_2\dot{q}_2 + q_3\dot{q}_3) + \frac{2q_1^2(2q_1\dot{q}_1 - q_2\dot{q}_2 - q_3\dot{q}_3)}{9(R-r)^2} + \frac{q_2^2(-2q_1\dot{q}_1 + 4q_2\dot{q}_2 - 2q_3\dot{q}_3)}{9(R-r)^2} \\ & - \frac{q_3^2(2q_1\dot{q}_1 + 2q_2\dot{q}_2 - 4q_3\dot{q}_3)}{9(R-r)^2} \end{aligned} \quad (3.24)$$

Denklem (3.21)'deki  $a$ ,  $b$  ve  $c$  ifadeleri Bölüm 3.1'de kinematik çözümlerde verilmiştir.

Denklem (3.20)'deki  $\dot{x}_p$  ifadesi denklem (3.25)'teki gibi ifade edilmektedir.

$$\dot{x}_p = \frac{2q_1\dot{q}_1 - 2q_2\dot{q}_2 - 2q_3\dot{q}_3 - (2\dot{q}_1 - \dot{q}_2 - \dot{q}_3)z_p - (2q_1 - q_2 - q_3)\dot{z}_p}{3(R-r)} \quad (3.25)$$

Denklem (3.20)'deki  $\dot{y}_p$  ifadesi denklem (3.26)'daki gibi ifade edilmektedir.

$$\dot{y}_p = \frac{q_2\dot{q}_2 - q_3\dot{q}_3 + (\dot{q}_3 - \dot{q}_2)z_p + (q_3 - q_2)\dot{z}_p}{\sqrt{3}(R-r)} \quad (3.26)$$

Denklem (3.25) ve (3.26)'daki  $\dot{z}_p$  ve  $z_p$  ifadeleri daha önce denklem (3.21) ve (3.6)'da verilmiştir.

Denklem (3.20)'deki  $\frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1}$  ifadesi denklem (3.27) olarak verilmektedir.

$$\frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} = \frac{\frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_1}(b + \sqrt{b^2 - 4ac}) - a \frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_1}}{2a^2} + \frac{2 \frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_1}c + 2a \frac{\partial \dot{c}}{\partial \dot{q}_1} - b \frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_1}}{2a\sqrt{b^2 - 4ac}} \quad (3.27)$$

Denklem (3.27)'deki bilinmeyen ifadeler  $\frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_1}$ ,  $\frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_1}$  ve  $\frac{\partial \dot{c}}{\partial \dot{q}_1}$  sırasıyla denklem (3.28),

(3.29) ve (3.30) da belirtildiği gibi bulunmuştur.

$$\frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_1} = \frac{8q_1 - 4q_2 - 4q_3}{9(R-r)^2} \quad (3.28)$$

$$\frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_1} = -\frac{2}{3} - \frac{(12q_1^2 - 2q_2^2 - 2q_3^2 - 4q_1q_2 - 4q_1q_3)}{9(R-r)^2} \quad (3.29)$$

$$\frac{\partial \dot{c}}{\partial \dot{q}_1} = \frac{2q_1}{3} + \frac{4q_1^3 - 2q_1q_2^2 - 2q_1q_3^2}{9(R-r)^2} \quad (3.30)$$

Denklem (3.20)'deki  $\frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_1}$  ifadesi denklem (3.31)'deki gibi ifade edilmektedir.

$$\frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_1} = \frac{2q_1 - 2z_p - (2q_1 - q_2 - q_3) \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1}}{3(R-r)} \quad (3.31)$$

Denklem (3.20)'deki  $\frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_1}$  ifadesi denklem (3.32)'deki gibi elde edilir.

$$\frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_1} = \frac{(q_3 - q_2) \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1}}{\sqrt{3}(R-r)} \quad (3.32)$$

Yukarıdaki denklemlerde yer alan  $\frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1}$  ifadesi daha önce denklem (3.27)'de verilmiştir.

Denklem (3.20)'deki  $\ddot{z}_p$  ifadesi denklem (3.33) olarak ifade edilir.

$$\begin{aligned} \ddot{z}_p = & \frac{\left( \ddot{a}b + \dot{a}\dot{b} + \ddot{a}\sqrt{b^2 - 4ac} + \dot{a}\frac{1}{2}(b^2 - 4ac)^{-\frac{1}{2}}(2b\dot{b} - 4\dot{a}c - 4a\dot{c}) - \dot{a}\dot{b} - a\ddot{b} \right)}{2a^2} \\ & - \frac{4a\ddot{a}(\dot{a}b + \dot{a}\sqrt{b^2 - 4ac}) - a\ddot{b}}{4a^4} + \frac{(2\ddot{a}c + 4\dot{a}\dot{c} + 2a\ddot{c} - \dot{b}^2 - b\ddot{b})}{2a\sqrt{b^2 - 4ac}} \\ & - \frac{\left[ 2\dot{a}\sqrt{b^2 - 4ac} + a(b^2 - 4ac)^{-\frac{1}{2}}(2b\dot{b} - 4\dot{a}c - 4a\dot{c}) \right](2\dot{a}c + 2a\dot{c} - b\dot{b})}{4a^2(b^2 - 4ac)} \end{aligned} \quad (3.33)$$

Denklem (3.33)'deki bilinmeyen ifadeler bulunarak aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned} \ddot{a} = & \frac{2(2\dot{q}_1 - \dot{q}_2 - \dot{q}_3)\dot{q}_1 + 4(2q_1 - q_2 - q_3)\ddot{q}_1 - 4(\dot{q}_1 - 2\dot{q}_2 + \dot{q}_3)\dot{q}_2 - 4(q_1 - 2q_2 + q_3)\ddot{q}_2 - 4(\dot{q}_1 - \dot{q}_2 + 2\dot{q}_3)}{9(R-r)^2} \\ & - \frac{4(q_1 - q_2 + 2q_3)\ddot{q}_3}{9(R-r)^2} \end{aligned} \quad (3.34)$$

$$\begin{aligned}
\ddot{b} = & -\frac{2(\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2 + \ddot{q}_3)}{3} + \frac{(4\dot{q}_1 q_2 + 4q_1 \dot{q}_2 + 4\dot{q}_1 q_3 + 4q_1 \dot{q}_3 - 24q_1 \dot{q}_1 + 4q_2 \dot{q}_2 + 4q_3 \dot{q}_3)\dot{q}_1}{9(R-r)^2} \\
& + \frac{(4q_1 q_2 + 4q_1 q_3 - 12q_1^2 + 2q_2^2 + 2q_3^2)\ddot{q}_1}{9(R-r)^2} + \frac{(4\dot{q}_1 q_2 + 4q_1 \dot{q}_2 + 4\dot{q}_2 q_3 + 4q_2 \dot{q}_3 + 4q_1 \dot{q}_1 - 24q_2 \dot{q}_2 + 4q_3 \dot{q}_3)\dot{q}_2}{9(R-r)^2} \\
& + \frac{(4q_1 q_2 + 4q_2 q_3 + 2q_1^2 - 12q_2^2 + 2q_3^2)\ddot{q}_2}{9(R-r)^2} + \frac{(4\dot{q}_1 q_3 + 4q_1 \dot{q}_3 + 4\dot{q}_2 q_3 + 4q_2 \dot{q}_3 + 4q_1 \dot{q}_1 + 4q_2 \dot{q}_2 - 24q_3 \dot{q}_3)\dot{q}_2}{9(R-r)^2} \\
& + \frac{(4q_1 q_3 + 4q_2 q_3 + 2q_1^2 + 2q_2^2 - 12q_3^2)\ddot{q}_3}{9(R-r)^2} \tag{3.35}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{c} = & \frac{2(2q_1 \dot{q}_1 - q_2 \dot{q}_2 - q_3 \dot{q}_3)^2 + (2q_1^2 - q_2^2 - q_3^2)(2\dot{q}_1^2 - 2q_1 \ddot{q}_1 - \dot{q}_2^2 - q_2 \ddot{q}_2 - \dot{q}_3^2 - q_3 \ddot{q}_3)}{9(R-r)^2} \\
& + \frac{2\dot{q}_1^2 + 2q_1 \ddot{q}_1 + 2\dot{q}_2^2 + 2q_2 \ddot{q}_2 + 2\dot{q}_3^2 + 2q_3 \ddot{q}_3}{3} + \frac{2(q_2 \dot{q}_2 - q_3 \dot{q}_3)^2 + (q_2^2 - q_3^2)(\dot{q}_2^2 - q_2 \ddot{q}_2 - \dot{q}_3^2 - q_3 \ddot{q}_3)}{3(R-r)^2} \tag{3.36}
\end{aligned}$$

Denklem (3.20)'deki  $\ddot{x}_p$  ifadesi denklem (3.37)'deki gibi bulunmuştur.

$$\ddot{x}_p = \frac{2\dot{q}_1^2 + 2q_1 \ddot{q}_1 - \dot{q}_2^2 - q_2 \ddot{q}_2 - \dot{q}_3^2 - q_3 \ddot{q}_3 - (2\dot{q}_1 - \dot{q}_2 - \dot{q}_3)z_p - (4\dot{q}_1 - 2\dot{q}_2 - 2\dot{q}_3)\dot{z}_p - (2q_1 - q_2 - q_3)\ddot{z}_p}{3(R-r)} \tag{3.37}$$

Denklem (3.20)'deki  $\ddot{y}_p$  ifadesi denklem (3.38)'deki gibi elde edilmiştir.

$$\ddot{y}_p = \frac{\dot{q}_2^2 + q_2 \ddot{q}_2 - \dot{q}_3^2 - q_3 \ddot{q}_3 + (\dot{q}_3 - \dot{q}_2)z_p + 2(\dot{q}_3 - \dot{q}_2)\dot{z}_p + (q_3 - q_2)\ddot{z}_p}{\sqrt{3}(R-r)} \tag{3.38}$$

Denklem (3.20)'deki  $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1}\right)$  ifadesi denklem (3.39)'daki gibi ifade edilmektedir.

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1}\right) = \frac{\dot{b} \frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_1} + b \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_1}\right) + (b^2 - 4ac)^{-\frac{1}{2}}(b\dot{b} - 2\dot{a}c - 2a\dot{c}) \frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_1} + \sqrt{b^2 - 4ac} \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_1}\right)}{2a^2}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{\dot{a} \frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_1} + a \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_1} \right)}{2a^2} - \frac{\dot{a} \left( b \frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_1} + \sqrt{b^2 - 4ac} \frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_1} - a \frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_1} \right)}{a^3} \\
& + \frac{2\dot{c} \frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_1} + 2c \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_1} \right) + 2\dot{a} \frac{\partial \dot{c}}{\partial \dot{q}_1} + 2a \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{c}}{\partial \dot{q}_1} \right) - \dot{b} \frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_1} - b \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_1} \right)}{2a\sqrt{b^2 - 4ac}} \\
& - \frac{\left( 2\dot{a}\sqrt{b^2 - 4ac} + a(b^2 - 4ac)^{\frac{1}{2}}(2b\dot{b} - 4\dot{a}c - 4a\dot{c}) \right) \left( 2c \frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_1} + 2a \frac{\partial \dot{c}}{\partial \dot{q}_1} - b \frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_1} \right)}{4a^2(b^2 - 4ac)} \quad (3.39)
\end{aligned}$$

Yukarıdaki denklemdeki bilinmeyen  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_1} \right)$ ,  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_1} \right)$  ve  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{c}}{\partial \dot{q}_1} \right)$  ifadeleri aşağıdaki gibi bulunmuşlardır.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_1} \right) = \frac{8\dot{q}_1 - 4\dot{q}_2 - 4\dot{q}_3}{9(R-r)^2} \quad (3.40)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_1} \right) = \frac{-24q_1\dot{q}_1 + 4q_2\dot{q}_2 + 4q_3\dot{q}_3 + 4\dot{q}_1q_2 + 4q_1\dot{q}_2 + 4\dot{q}_1q_3 + 4q_1\dot{q}_3}{9(R-r)^2} \quad (3.41)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{c}}{\partial \dot{q}_1} \right) = \frac{2\dot{q}_1}{3} + \frac{12q_1^2\dot{q}_1 - 2\dot{q}_1q_2^2 - 4q_1q_2\dot{q}_2 - 2\dot{q}_1q_3^2 - 4q_1q_3\dot{q}_3}{9(R-r)^2} \quad (3.42)$$

Denklem (3.20)'deki  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_1} \right)$  ifadesi denklem (3.43) olarak elde edilmiştir.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_1} \right) = \frac{2\dot{q}_1 - 2\dot{z}_p - (2\dot{q}_1 - \dot{q}_2 - \dot{q}_3) \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} - (2q_1 - q_2 - q_3) \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} \right)}{3(R-r)} \quad (3.43)$$

Denklem (3.20)'deki  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_1} \right)$  ifadesi denklem (3.44)'de verildiği gibi bulunmuştur.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_1} \right) = \frac{(\dot{q}_3 - \dot{q}_2) \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} + (q_3 - q_2) \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} \right)}{\sqrt{3}(R-r)} \quad (3.44)$$

Denklem (3.44)'deki  $\frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1}$  ve  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} \right)$  ifadeleri daha önce denklem (3.27) ve (3.39)'da verilmiştir.

Denklem (3.20)'deki  $\frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_1}$  ifadesi denklem (3.45)'de ifade edilmiştir.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_1} = & \frac{\left( \frac{\partial \dot{a}}{\partial q_1} b + \dot{a} \frac{\partial b}{\partial q_1} + \frac{\partial \dot{a}}{\partial q_1} \sqrt{b^2 - 4ac} \right)}{2a^2} + \frac{\left( \dot{a}(b^2 - 4ac)^{-\frac{1}{2}} \left( b \frac{\partial b}{\partial q_1} - 2 \frac{\partial a}{\partial q_1} c - 2a \frac{\partial c}{\partial q_1} \right) - \frac{\partial a}{\partial q_1} \dot{b} - a \frac{\partial \dot{b}}{\partial q_1} \right)}{2a^2} \\ & - \frac{\frac{\partial a}{\partial q_1} \left( \dot{a}b + \dot{a} \sqrt{b^2 - 4ac} - a\dot{b} \right)}{a^3} + \frac{2 \frac{\partial \dot{a}}{\partial q_1} c + 2\dot{a} \frac{\partial c}{\partial q_1} + 2 \frac{\partial a}{\partial q_1} \dot{c} + 2a \frac{\partial \dot{c}}{\partial q_1} - \frac{\partial b}{\partial q_1} \dot{b} - b \frac{\partial \dot{b}}{\partial q_1}}{2a \sqrt{b^2 - 4ac}} \\ & - \frac{\left( 2 \frac{\partial a}{\partial q_1} \sqrt{b^2 - 4ac} + a(b^2 - 4ac)^{-\frac{1}{2}} \left( 2b \frac{\partial b}{\partial q_1} - 4 \frac{\partial a}{\partial q_1} c - 4a \frac{\partial c}{\partial q_1} \right) \right) (2\dot{a}c + 2a\dot{c} - b\dot{b})}{4a^2(b^2 - 4ac)} \end{aligned} \quad (3.45)$$

Denklem (3.45)'deki bilinmeyen  $\frac{\partial \dot{a}}{\partial q_1}$ ,  $\frac{\partial \dot{b}}{\partial q_1}$  ve  $\frac{\partial \dot{c}}{\partial q_1}$  ifadeleri sırasıyla aşağıda (3.46),

(3.47) ve (3.48) nolu denklemlerde elde edilmiştir.

$$\frac{\partial \dot{a}}{\partial q_1} = \frac{8\dot{q}_1 - 4\dot{q}_2 - 4\dot{q}_3}{9(R-r)^2} \quad (3.46)$$

$$\frac{\partial \dot{b}}{\partial q_1} = \frac{-24q_1\dot{q}_1 + 4q_2\dot{q}_2 + 4q_3\dot{q}_3 + 4\dot{q}_1q_2 + 4q_1\dot{q}_2 + 4\dot{q}_1q_3 + 4q_1\dot{q}_3}{9(R-r)^2} \quad (3.47)$$

$$\frac{\partial \dot{c}}{\partial q_1} = \frac{2\dot{q}_1}{3} + \frac{12q_1^2\dot{q}_1 - 2\dot{q}_1q_2^2 - 4q_1q_2\dot{q}_2 - 2\dot{q}_1q_3^2 - 4q_1q_3\dot{q}_3}{9(R-r)^2} \quad (3.48)$$

Benzer şekilde  $\frac{\partial a}{\partial q_1}$ ,  $\frac{\partial b}{\partial q_1}$  ve  $\frac{\partial c}{\partial q_1}$  terimleri aşağıda ifade edilmiştir.



$$\frac{\partial a}{\partial q_1} = \frac{8q_1 - 4q_2 - 4q_3}{9(R-r)^2} \quad (3.49)$$

$$\frac{\partial b}{\partial q_1} = -\frac{2}{3} - \frac{(12q_1^2 - 2q_2^2 - 2q_3^2 - 4q_1q_2 - 4q_1q_3)}{9(R-r)^2} \quad (3.50)$$

$$\frac{\partial c}{\partial q_1} = \frac{2q_1}{3} + \frac{4q_1^3 - 2q_1q_2^2 - 2q_1q_3^2}{9(R-r)^2} \quad (3.51)$$

Denklem (3.20)'deki  $\frac{\partial z_p}{\partial q_1}$  ifadesi denklem (3.52)'deki gibi bulunur.

$$\frac{\partial z_p}{\partial q_1} = \frac{\frac{\partial a}{\partial q_1}(b + \sqrt{b^2 - 4ac}) - a \frac{\partial b}{\partial q_1}}{2a^2} + \frac{2 \frac{\partial a}{\partial q_1} c + 2a \frac{\partial c}{\partial q_1} - b \frac{\partial b}{\partial q_1}}{2a\sqrt{b^2 - 4ac}} \quad (3.52)$$

Denklem (3.20)'deki  $\frac{\partial \dot{x}_p}{\partial q_1}$  ifadesi denklem (3.53) olarak elde edilir.

$$\frac{\partial \dot{x}_p}{\partial q_1} = \frac{2\dot{q}_1 - 2\dot{z}_p - (2\dot{q}_1 - \dot{q}_2 - \dot{q}_3) \frac{\partial z_p}{\partial q_1} - (2q_1 - q_2 - q_3) \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_1}}{3(R-r)} \quad (3.53)$$

Denklem (3.20)'deki  $\frac{\partial \dot{y}_p}{\partial q_1}$  ifadesi aşağıda verilmektedir.

$$\frac{\partial \dot{y}_p}{\partial q_1} = \frac{(\dot{q}_3 - \dot{q}_2) \frac{\partial z_p}{\partial q_1} + (q_3 - q_2) \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_1}}{\sqrt{3}(R-r)} \quad (3.54)$$

Yukarıdaki  $\frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_1}$  ve  $\frac{\partial z_p}{\partial q_1}$  ifadeleri daha önce denklem (3.45) ve (3.52)'de bulunmuştur.

Daha sonra, denklem (3.20)'de verilen  $q_1$  in hareket denklemindeki  $\ddot{x}_p$ ,  $\ddot{y}_p$  ve  $\ddot{z}_p$  ifadelerini yeniden düzenleyebilmek için  $\ddot{a}$ ,  $\ddot{b}$  ve  $\ddot{c}$  aşağıdaki gibi yazılmıştır.

$$\ddot{a} = A\ddot{q}_1 + B\ddot{q}_2 + C\ddot{q}_3 + D \quad (3.55)$$

$$\ddot{b} = E\ddot{q}_1 + F\ddot{q}_2 + G\ddot{q}_3 + H \quad (3.56)$$

$$\ddot{c} = I\ddot{q}_1 + J\ddot{q}_2 + K\ddot{q}_3 + M \quad (3.57)$$

Denklem (3.55), (3.56) ve (3.57)' de kullanılan kısaltma ifadelerinin karşılıkları sırasıyla aşağıda verilmiştir.

$$A = \frac{(8q_1 - 4q_2 - 4q_3)}{9(R-r)^2} \quad (3.58)$$

$$B = \frac{(-4q_1 + 8q_2 - 4q_3)}{9(R-r)^2} \quad (3.59)$$

$$C = \frac{(-4q_1 - 4q_2 + 8q_3)}{9(R-r)^2} \quad (3.60)$$

$$D = \frac{2(\dot{q}_1 - \dot{q}_2 - \dot{q}_3)^2}{9(R-r)^2} + \frac{2(\dot{q}_3 - \dot{q}_2)^2}{3(R-r)^2} \quad (3.61)$$

$$E = -\frac{2}{3} + \frac{4q_1(-2q_1 + q_2 + q_3)}{9(R-r)^2} + \frac{2(-2q_1^2 + q_2^2 + q_3^2)}{9(R-r)^2} \quad (3.62)$$

$$F = -\frac{2}{3} + \frac{2q_2(q_1 - q_2 - q_3)}{9(R-r)^2} + \frac{(2q_1^2 - q_2^2 - q_3^2)}{9(R-r)^2} \quad (3.63)$$

$$G = -\frac{2}{3} + \frac{2q_3(2q_1 - q_2 - q_3)}{9(R-r)^2} + \frac{(2q_1^2 - q_2^2 - q_3^2)}{9(R-r)^2} \quad (3.64)$$

$$H = \frac{(4\dot{q}_1^2 - 2\dot{q}_2^2 - 2\dot{q}_3^2)(-2q_1 + q_2 + q_3) - (8q_1\dot{q}_1 - 4q_2\dot{q}_2 - 4q_3\dot{q}_3)(2\dot{q}_1 - \dot{q}_2 - \dot{q}_3)}{9(R-r)^2} \quad (3.65)$$

$$I = \frac{2q_1}{3} + \frac{2q_1(2q_1^2 - q_2^2 - q_3^2)}{9(R-r)^2} \quad (3.66)$$

$$J = \frac{2q_2}{3} + \frac{2q_2(-q_1^2 + 2q_2^2 - q_3^2)}{9(R-r)^2} \quad (3.67)$$

$$K = \frac{2q_3}{3} + \frac{2q_3(-q_1^2 - q_2^2 + 2q_3^2)}{9(R-r)^2} \quad (3.68)$$

$$M = \frac{2\dot{q}_1^2 + 2\dot{q}_2^2 + 2\dot{q}_3^2}{3} + \frac{2(2q_1\dot{q}_1 - q_2\dot{q}_2 - q_3\dot{q}_3)^2 + (2q_1^2 - q_2^2 - q_3^2)(2\dot{q}_1^2 - \dot{q}_2^2 - \dot{q}_3^2)}{9(R-r)^2}$$

$$+ \frac{2(q_2\dot{q}_2 - q_3\dot{q}_3)^2 + (q_2^2 - q_3^2)(\dot{q}_2^2 - \dot{q}_3^2)}{3(R-r)^2} \quad (3.69)$$

$\ddot{z}_p$  ifadesi kısaltmalarla tekrar düzenlenirse (3.70) nolu denklemde olduğu gibi elde edilebilir.

$$\ddot{z}_p = N\ddot{a} + O\ddot{b} + P\ddot{c} + S \quad (3.70)$$

Buradaki N, O, P ve S ifadeleri sırasıyla denklem (3.71), (3.72), (3.73) ve (3.74)'de verilmiştir.

$$N = \left( \frac{b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a^2} + \frac{2c}{2a\sqrt{b^2 - 4ac}} \right) \quad (3.71)$$

$$O = \left( -\frac{1}{2a} - \frac{b}{2a\sqrt{b^2 - 4ac}} \right) \quad (3.72)$$

$$P = \frac{1}{\sqrt{b^2 - 4ac}} \quad (3.73)$$

$$S = \frac{\dot{a}(b^2 - 4ac)^{-\frac{1}{2}}(b\dot{b} - 2\dot{a}c - 2a\dot{c})}{2a^2} - \frac{4a\dot{a}(\dot{a}b + \dot{a}\sqrt{b^2 - 4ac} - a\dot{b})}{4a^4} + \frac{4\dot{a}\dot{c} - \dot{b}^2}{2a\sqrt{b^2 - 4ac}} - \frac{(2\dot{a}\sqrt{b^2 - 4ac} + a(b^2 - 4ac)^{-\frac{1}{2}}(2b\dot{b} - 4\dot{a}c - 4a\dot{c}))(2\dot{a}c + 2a\dot{c} - b\dot{b})}{4a^2(b^2 - 4ac)} \quad (3.74)$$

$\ddot{a}$ ,  $\ddot{b}$  ve  $\ddot{c}$  ifadelerinin kısaltılmış halleri  $\ddot{z}_p$  da yerine koyulursa,  $\ddot{z}_p$  nın kısaltılmış ifadesi aşağıda verildiği gibi elde edilir.

$$\ddot{z}_p = (NA + OE + PI)\ddot{q}_1 + (NB + OF + PJ)\ddot{q}_2 + (NC + OG + PK)\ddot{q}_3 + ND + OH + PM + S \quad (3.75)$$

$\ddot{x}_p$  ifadesi tekrar düzenlenip denklem (3.76)'daki gibi ifade edilebilmektedir.

$$\ddot{x}_p = T_1\ddot{q}_1 + T_2\ddot{q}_2 + T_3\ddot{q}_3 + T_4\ddot{z}_p + T_5 \quad (3.76)$$

Buradaki  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$ ,  $T_4$  ve  $T_5$  kısaltma ifadeleri aşağıda verilmiştir.

$$T_1 = \left( \frac{4q_1 - 4z_p}{6(R-r)} \right) \quad (3.77)$$

$$T_2 = \left( \frac{-2q_2 + 2z_p}{6(R-r)} \right) \quad (3.78)$$

$$T_3 = \left( \frac{-2q_3 + 2z_p}{6(R-r)} \right) \quad (3.79)$$

$$T_4 = \frac{(-4q_1 + 2q_2 + 2q_3)}{6(R-r)} \quad (3.80)$$

$$T_5 = \frac{4\dot{q}_1^2 - 2\dot{q}_2^2 - 2\dot{q}_3^2 - (8\dot{q}_1 - 4\dot{q}_2 - 4\dot{q}_3)\dot{z}_p}{6(R-r)} \quad (3.81)$$

$\ddot{z}_p$  ifadesinin kısaltılmış hali  $\ddot{x}_p$  ' da yerine koyulursa,  $\ddot{x}_p$  'nın kısaltılmış hali aşağıda verildiği gibi elde edilir.

$$\begin{aligned} \ddot{x}_p = & [T_1 + T_4(NA + OE + PI)]\ddot{q}_1 + [T_2 + T_4(NB + OF + PJ)]\ddot{q}_2 + [T_3 + T_4(NC + OG + PK)]\ddot{q}_3 \\ & + T_5 + T_4(ND + OH + PM + S) \end{aligned} \quad (3.82)$$

$\ddot{y}_p$  ifadesinde düzenlemeler yapılırsa, aşağıdaki gibi  $\ddot{y}_p$  ifadesi tekrar yazılabilir.

$$\ddot{y}_p = U_1\ddot{q}_2 + U_2\ddot{q}_3 + U_3\ddot{z}_p + U_4 \quad (3.83)$$

Buradaki kısaltma ifadeleri aşağıda açık bir şekilde gösterilmiştir.

$$U_1 = \left( \frac{q_2 - z_p}{\sqrt{3}(R-r)} \right) \quad (3.84)$$

$$U_2 = \left( \frac{-2q_3 + 2z_p}{2\sqrt{3}(R-r)} \right) \quad (3.85)$$

$$U_3 = \frac{2(q_3 - q_2)}{2\sqrt{3}(R-r)} \quad (3.86)$$

$$U_4 = \frac{2\dot{q}_2^2 - 2\dot{q}_3^2 + 4(\dot{q}_3 - \dot{q}_2)\dot{z}_p}{2\sqrt{3}(R-r)} \quad (3.87)$$

$\ddot{z}_p$  ifadesinin kısaltılmış hali  $\ddot{y}_p$  'da yerine koyulursa,  $\ddot{y}_p$  'nın kısaltılmış ifadesi aşağıda verildiği gibi elde edilir.

$$\begin{aligned} \ddot{y}_p = & [U_3(NA + OE + PI)]\ddot{q}_1 + [U_1 + U_3(NB + OF + PJ)]\ddot{q}_2 + [U_2 + U_3(NC + OG + PK)]\ddot{q}_3 \\ & + U_4 + U_5(ND + OH + PM + S) \end{aligned} \quad (3.88)$$

Kısaltma ifadeleri kullanılarak elde edilmiş olan  $\ddot{x}_p$ ,  $\ddot{y}_p$  ve  $\ddot{z}_p$  ifadeleri denklem (3.20)'de yerine koyulup  $q_1$  için hareket denklemi tekrar oluşturulacak olursa, denklem (3.89) elde edilebilir.

$$a_1\ddot{q}_1 + b_1\ddot{q}_2 + c_1\ddot{q}_3 = d_1 \quad (3.89)$$

$a_1$ ,  $b_1$ ,  $c_1$  ve  $d_1$  ifadelerinin karşılıkları sırasıyla, denklem (3.90), (3.91), (3.92) ve (3.93) de belirtildiği gibi oluşturulmuştur.

$$a_1 = \left( m_m + \frac{m_p}{4} \right) + \left( \frac{3}{4} m_p + m_t \right) \left[ \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial q_1} [T_1 + T_4 (NA + OE + PI)] + \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial q_1} U_3 (NA + OE + PI) + \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_1} (NA + OE + PI) \right] + \frac{m_p}{4} (NA + OE + PI) \quad (3.90)$$

$$b_1 = \left( \frac{3}{4} m_p + m_t \right) \left[ \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial q_1} [T_2 + T_4 (NB + OF + PJ)] + \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial q_1} [U_1 + U_3 (NB + OF + PJ)] + \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_1} (NB + OF + PJ) \right] + \frac{m_p}{4} (NB + OF + PJ) \quad (3.91)$$

$$c_1 = \left( \frac{3}{4} m_p + m_t \right) \left[ \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial q_1} [T_3 + T_4 (NC + OG + PK)] + \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial q_1} [U_2 + U_3 (NC + OG + PK)] + \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_1} (NC + OG + PK) \right] + \frac{m_p}{4} (NC + OG + PK) \quad (3.92)$$

$$d_1 = F_1 - \left( \frac{3}{4} m_p + m_t \right) \left[ \dot{x}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_1} \right) + \dot{y}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_1} \right) + \dot{z}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_1} \right) \right] + \left( \frac{3}{4} m_p + m_t \right) \left( \dot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial q_1} + \dot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial q_1} + \dot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_1} \right) - \left( \frac{3}{4} m_p + m_t \right) \left[ \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial q_1} [T_5 + T_4 (ND + OH + PM + S)] + \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial q_1} [U_4 + U_5 (ND + OH + PM + S)] + \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_1} (ND + OH + PM + S) \right] - \frac{m_p}{4} (ND + OH + PM + S) + \frac{m_p}{4} \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_1} (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3) - \left( m_m + \frac{m_p}{2} \right) g - \left( \frac{3}{2} m_p + m_t \right) g \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_1} \quad (3.93)$$

$q_2$  için hareket denklemi genel formda denklem (3.94)'deki gibi yazılır.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_2} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_2} = F_2 \quad (3.94)$$

$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_2}$  ifadesi denklem (3.95) olarak aşağıda verilmiştir.

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_2} = \left( m_m + \frac{m_p}{4} \right) \dot{q}_2 + \left( \frac{3}{4} m_p + m_t \right) \left( \dot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_2} + \dot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_2} + \dot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} \right) + \frac{1}{4} m_p \dot{z}_p \quad (3.95)$$

Yukarıdaki denklemde verilen  $\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_2}$  ifadesinin zamana göre türevi alınırsa denklem

(3.96) elde edilir.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_2} \right) = & \left( m_m + \frac{m_p}{4} \right) \ddot{q}_2 + \left( \frac{3}{4} m_p + m_t \right) \left( \ddot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_2} + \dot{x}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_2} \right) + \ddot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_2} + \dot{y}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_2} \right) + \ddot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} + \dot{z}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} \right) \right) \\ & + \frac{m_p}{4} \ddot{z}_p \end{aligned} \quad (3.96)$$

Benzer şekilde, denklem (3.94)'deki  $\frac{\partial L}{\partial q_2}$ , denklem (3.97)'de ifade edilmiştir.

$$\frac{\partial L}{\partial q_2} = \left( \frac{3}{4} m_p + m_t \right) \left( \dot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial q_2} + \dot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial q_2} + \dot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_2} \right) + \frac{m_p}{4} \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_2} (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3) - \left( m_m + \frac{m_p}{2} \right) g - \left( \frac{3}{2} m_p + m_t \right) g \frac{\partial z_p}{\partial q_2} \quad (3.97)$$

Daha sonra  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_2} \right)$  ve  $\frac{\partial L}{\partial q_2}$  ifadeleri denklem (3.94)'teki ifade de yerine koyulursa,

$q_2$  için hareket denklemi denklem (3.98) olarak bulunur.

$$\begin{aligned} & \left( m_m + \frac{m_p}{4} \right) \ddot{q}_2 + \left( \frac{3}{4} m_p + m_t \right) \left( \ddot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_2} + \dot{x}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_2} \right) + \ddot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_2} + \dot{y}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_2} \right) + \ddot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} + \dot{z}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} \right) \right) + \frac{m_p}{4} \ddot{z}_p \\ & - \left( \frac{3}{4} m_p + m_t \right) \left( \dot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial q_2} + \dot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial q_2} + \dot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_2} \right) - \frac{m_p}{4} \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_2} (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3) + \left( m_m + \frac{m_p}{2} \right) g + \left( \frac{3}{2} m_p + m_t \right) g \frac{\partial z_p}{\partial q_2} = F_2 \end{aligned} \quad (3.98)$$

Denklem (3.98)'de yer alan  $m_m$ ,  $m_p$  ve  $m_t$  ifadeleri sabit değerler olup sırasıyla motor, paralelogram ve hareketli platformun kütleleridir.  $F_2$  ise ikinci motorun uyguladığı kuvvettir.

Denklem (3.98)'teki  $\frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2}$  ifadesi denklem (3.99) olarak verilmektedir.

$$\frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} = \frac{\frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_2} (b + \sqrt{b^2 - 4ac}) - a \frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_2}}{2a^2} + \frac{2 \frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_2} c + 2a \frac{\partial \dot{c}}{\partial \dot{q}_2} - b \frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_2}}{2a\sqrt{b^2 - 4ac}} \quad (3.99)$$

Denklem (3.99)'daki bilinmeyen  $\frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_2}$ ,  $\frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_2}$  ve  $\frac{\partial \dot{c}}{\partial \dot{q}_2}$  ifadeleri sırasıyla denklem (3.100), (3.101) ve (3.102)' de olduğu gibi elde edilmiştir.

$$\frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_2} = \frac{(-4q_1 + 8q_2 - 4q_3)}{9(R-r)^2} \quad (3.100)$$

$$\frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_2} = -\frac{2}{3} + \frac{(4q_1q_2 + 4q_2q_3 + 2q_1^2 - 12q_2^2 + 2q_3^2)}{9(R-r)^2} \quad (3.101)$$

$$\frac{\partial \dot{c}}{\partial \dot{q}_2} = \frac{2q_2}{3} - \frac{(2q_1^2q_2 - 4q_2^3 - 2q_2q_3^2)}{9(R-r)^2} \quad (3.102)$$

Denklem (3.98)'deki  $\frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_2}$  ifadesi denklem (3.103)'deki gibi ifade edilmektedir.

$$\frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_2} = \frac{\left[ -q_2 + z_p - (2q_1 - q_2 - q_3) \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} \right]}{3(R-r)} \quad (3.103)$$

Denklem (3.98)'deki  $\frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_2}$  ifadesi denklem (3.104)'deki gibi elde edilir.

$$\frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_2} = \frac{q_2 - z_p + (q_3 - q_2) \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2}}{\sqrt{3}(R-r)} \quad (3.104)$$

Denklem (3.98)'deki  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} \right)$  ifadesi denklem (3.105) olarak bulunur.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} \right) = \frac{\dot{b} \frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_2} + b \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_2} \right) + (b^2 - 4ac)^{-\frac{1}{2}} (b\dot{b} - 2\dot{a}c - 2a\dot{c}) \frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_2} + \sqrt{b^2 - 4ac} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_2} \right)}{2a^2}$$

$$- \frac{\dot{a} \frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_2} + a \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_2} \right)}{2a^2} - \frac{\dot{a} \left( b \frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_2} + \sqrt{b^2 - 4ac} \frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_2} - a \frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_2} \right)}{a^3}$$



$$\begin{aligned}
& + \frac{2\dot{c} \frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_2} + 2c \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_2} \right) + 2\dot{a} \frac{\partial \dot{c}}{\partial \dot{q}_2} + 2a \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{c}}{\partial \dot{q}_2} \right) - \dot{b} \frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_2} - b \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_2} \right)}{2a\sqrt{b^2 - 4ac}} \\
& - \frac{\left( 2\dot{a}\sqrt{b^2 - 4ac} + a(b^2 - 4ac)^{-\frac{1}{2}}(2b\dot{b} - 4\dot{a}c - 4a\dot{c}) \right) \left( 2c \frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_2} + 2a \frac{\partial \dot{c}}{\partial \dot{q}_2} - b \frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_2} \right)}{4a^2(b^2 - 4ac)} \quad (3.105)
\end{aligned}$$

Denklem (3.105)'deki bilinmeyen  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_2} \right)$ ,  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_2} \right)$  ve  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{c}}{\partial \dot{q}_2} \right)$  terimleri aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_2} \right) = \frac{(-4\dot{q}_1 + 8\dot{q}_2 - 4\dot{q}_3)}{9(R-r)^2} \quad (3.106)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_2} \right) = \frac{4\dot{q}_1 q_2 + 4q_1 \dot{q}_2 + 4\dot{q}_2 q_3 + 4q_2 \dot{q}_3 + 4q_1 \dot{q}_1 - 24q_2 \dot{q}_2 + 4q_3 \dot{q}_3}{9(R-r)^2} \quad (3.107)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{c}}{\partial \dot{q}_2} \right) = \frac{2\dot{q}_2}{3} - \frac{(4q_1 q_2 \dot{q}_1 - 4q_1^2 \dot{q}_2 - 12q_2^2 \dot{q}_2 - 2\dot{q}_2 q_3^2 - 4q_2 q_3 \dot{q}_3)}{9(R-r)^2} \quad (3.108)$$

Denklem (3.98)'deki  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_2} \right)$  ifadesi denklem (3.109) olarak verilir.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_2} \right) = \frac{\left[ -\dot{q}_2 + \dot{z}_p - (2\dot{q}_1 - \dot{q}_2 - \dot{q}_3) \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} - (2q_1 - q_2 - q_3) \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} \right) \right]}{3(R-r)} \quad (3.109)$$

Denklem (3.98)'deki  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_2} \right)$  ifadesi denklem (3.110) olarak aşağıda bulunmuştur.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_2} \right) = \frac{\dot{q}_2 - \dot{z}_p + (\dot{q}_3 - \dot{q}_2) \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} + (q_3 - q_2) \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} \right)}{\sqrt{3}(R-r)} \quad (3.110)$$

Denklem (3.98)'deki  $\frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_2}$  terimi denklem (3.111)'deki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_2} = & \frac{\left( \frac{\partial \dot{a}}{\partial q_2} b + \dot{a} \frac{\partial b}{\partial q_2} + \frac{\partial \dot{a}}{\partial q_2} \sqrt{b^2 - 4ac} \right)}{2a^2} + \frac{\left( \dot{a}(b^2 - 4ac)^{\frac{1}{2}} \left( b \frac{\partial b}{\partial q_2} - 2 \frac{\partial a}{\partial q_2} c - 2a \frac{\partial c}{\partial q_2} \right) - \frac{\partial a}{\partial q_2} \dot{b} - a \frac{\partial \dot{b}}{\partial q_2} \right)}{2a^2} \\ & - \frac{\frac{\partial a}{\partial q_2} (\dot{a}b + \dot{a}\sqrt{b^2 - 4ac} - a\dot{b})}{a^3} + \frac{2 \frac{\partial \dot{a}}{\partial q_2} c + 2\dot{a} \frac{\partial c}{\partial q_2} + 2 \frac{\partial a}{\partial q_2} \dot{c} + 2a \frac{\partial \dot{c}}{\partial q_2} - \frac{\partial b}{\partial q_2} \dot{b} - b \frac{\partial \dot{b}}{\partial q_2}}{2a\sqrt{b^2 - 4ac}} \\ & - \frac{\left( 2 \frac{\partial a}{\partial q_2} \sqrt{b^2 - 4ac} + a(b^2 - 4ac)^{\frac{1}{2}} \left( b \frac{\partial b}{\partial q_2} - 2 \frac{\partial a}{\partial q_2} c - 2a \frac{\partial c}{\partial q_2} \right) \right) (2\dot{a}c + 2a\dot{c} - b\dot{b})}{4a^2(b^2 - 4ac)} \quad (3.111) \end{aligned}$$

Denklem (3.111)'deki bilinmeyen  $\frac{\partial \dot{a}}{\partial q_2}$ ,  $\frac{\partial \dot{b}}{\partial q_2}$  ve  $\frac{\partial \dot{c}}{\partial q_2}$  ifadeleri sırasıyla aşağıda (3.112), (3.113) ve (3.114) nolu denklemlerde ifade edilmiştir.

$$\frac{\partial \dot{a}}{\partial q_2} = \frac{(-4\dot{q}_1 + 8\dot{q}_2 - 4\dot{q}_3)}{9(R-r)^2} \quad (3.112)$$

$$\frac{\partial \dot{b}}{\partial q_2} = \frac{4\dot{q}_1 q_2 + 4q_1 \dot{q}_2 + 4\dot{q}_2 q_3 + 4q_2 \dot{q}_3 + 4q_1 \dot{q}_1 - 24q_2 \dot{q}_2 + 4q_3 \dot{q}_3}{9(R-r)^2} \quad (3.113)$$

$$\frac{\partial \dot{c}}{\partial q_2} = \frac{2\dot{q}_2}{3} - \frac{(4q_1 q_2 \dot{q}_1 - 4q_1^2 \dot{q}_2 - 12q_2^2 \dot{q}_2 - 2\dot{q}_2 q_3^2 - 4q_2 q_3 \dot{q}_3)}{9(R-r)^2} \quad (3.114)$$

Benzer şekilde, denklem (3.111)'deki  $\frac{\partial a}{\partial q_2}$ ,  $\frac{\partial b}{\partial q_2}$  ve  $\frac{\partial c}{\partial q_2}$  ifadeleri sırasıyla aşağıda verilmektedir.

$$\frac{\partial a}{\partial q_2} = \frac{(-4q_1 + 8q_2 - 4q_3)}{9(R-r)^2} \quad (3.115)$$

$$\frac{\partial b}{\partial q_2} = -\frac{2}{3} + \frac{(4q_1 q_2 + 4q_2 q_3 + 2q_1^2 - 12q_2^2 + 2q_3^2)}{9(R-r)^2} \quad (3.116)$$

$$\frac{\partial c}{\partial q_2} = \frac{2q_2}{3} + \frac{q_2(-2q_1^2 + 4q_2^2 - 2q_3^2)}{9(R-r)^2} \quad (3.117)$$

Denklem (3.98)'deki  $\frac{\partial \dot{x}_p}{\partial q_2}$  ifadesi denklem (3.118) olarak elde edilir.

$$\frac{\partial \dot{x}_p}{\partial q_2} = \frac{-\dot{q}_2 - (2\dot{q}_1 - \dot{q}_2 - \dot{q}_3) \frac{\partial z_p}{\partial q_2} + \dot{z}_p - (2q_1 - q_2 - q_3) \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_2}}{3(R-r)} \quad (3.118)$$

Denklem (3.98)'deki  $\frac{\partial \dot{y}_p}{\partial q_2}$  terimi denklem (3.119)'deki gibi ifade edilmiştir.

$$\frac{\partial \dot{y}_p}{\partial q_2} = \frac{\dot{q}_2 + (\dot{q}_3 - \dot{q}_2) \frac{\partial z_p}{\partial q_2} - \dot{z}_p + (q_3 - q_2) \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_2}}{\sqrt{3}(R-r)} \quad (3.119)$$

Denklem (3.98)'deki  $\frac{\partial z_p}{\partial q_2}$  ifadesi denklem (3.120)'deki gibi bulunur.

$$\frac{\partial z_p}{\partial q_2} = \frac{\frac{\partial a}{\partial q_2}(b + \sqrt{b^2 - 4ac}) - a \frac{\partial b}{\partial q_2}}{2a^2} + \frac{2 \frac{\partial a}{\partial q_2} c + 2a \frac{\partial c}{\partial q_2} - b \frac{\partial b}{\partial q_2}}{2a\sqrt{b^2 - 4ac}} \quad (3.120)$$

Kısaltma ifadeleri kullanılarak elde edilmiş olan  $\ddot{x}_p$ ,  $\ddot{y}_p$  ve  $\ddot{z}_p$  ifadeleri denklem (3.98)'de yerine koyulup  $q_2$  için hareket denklemi tekrar oluşturulacak olursa, denklem (3.121) elde edilebilir.

$$a_2 \ddot{q}_1 + b_2 \ddot{q}_2 + c_2 \ddot{q}_3 = d_2 \quad (3.121)$$

$a_2$ ,  $b_2$ ,  $c_2$  ve  $d_2$  ifadelerinin karşılıkları sırasıyla, denklem (3.122), (3.123), (3.124) ve (3.125) olarak verilmiştir.

$$a_2 = \left( \frac{3}{4} m_p + m_t \right) \left[ \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial q_2} [T_1 + T_4 (NA + OE + PI)] + \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial q_2} U_3 (NA + OE + PI) + \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_2} (NA + OE + PI) \right]$$

$$+ \frac{m_p}{4} (NA + OE + PI) \quad (3.122)$$

$$b_2 = \left( m_m + \frac{m_p}{4} \right) + \left( \frac{3}{4} m_p + m_t \right) \left[ \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial q_2} [T_2 + T_4 (NB + OF + PJ)] + \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial q_2} [U_1 + U_3 (NB + OF + PJ)] + \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_2} (NB + OF + PJ) \right]$$

$$+ \frac{m_p}{4} (NB + OF + PJ) \quad (3.123)$$

$$c_2 = \left( \frac{3}{4} m_p + m_t \right) \left[ \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial q_2} [T_3 + T_4 (NC + OG + PK)] + \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial q_2} [U_2 + U_3 (NC + OG + PK)] + \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_2} (NC + OG + PK) \right]$$

$$+ \frac{m_p}{4} (NC + OG + PK) \quad (3.124)$$

$$d_2 = F_2 - \left( \frac{3}{4} m_p + m_t \right) \left[ \dot{x}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_2} \right) + \dot{y}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_2} \right) + \dot{z}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_2} \right) \right] + \left( \frac{3}{4} m_p + m_t \right) \left( \dot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial q_2} + \dot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial q_2} + \dot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_2} \right)$$

$$- \left( \frac{3}{4} m_p + m_t \right) \left[ \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial q_2} [T_5 + T_4 (ND + OH + PM + S)] + \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial q_2} [U_4 + U_5 (ND + OH + PM + S)] + \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_2} (ND + OH + PM + S) \right]$$

$$- \frac{m_p}{4} (ND + OH + PM + S) + \frac{m_p}{4} \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_2} (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3) - \left( m_m + \frac{m_p}{2} \right) g - \left( \frac{3}{2} m_p + m_t \right) g \frac{\partial z_p}{\partial q_2} \quad (3.125)$$

$q_3$  için hareket denklemi genel formda denklem (3.126)'daki gibi yazılmıştır.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_3} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_3} = F_3 \quad (3.126)$$

Denklem (3.126)'daki  $\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_3}$  denklem (3.127) olarak aşağıda verilmiştir

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_3} = \left( m_m + \frac{m_p}{4} \right) \dot{q}_2 + \left( \frac{3}{4} m_p + m_t \right) \left( \dot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_3} + \dot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_3} + \dot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) + \frac{1}{4} m_p \dot{z}_p \quad (3.127)$$

Yukarıdaki denklemde verilen  $\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_3}$  ifadesinin zamana göre türevi alınırsa denklem (3.128) elde edilir.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_3} \right) = & \left( m_m + \frac{m_p}{4} \right) \ddot{q}_3 + \left( \frac{3}{4} m_p + m_t \right) \left( \ddot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_3} + \dot{x}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) + \ddot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_3} + \dot{y}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) + \ddot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} + \dot{z}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) \right) \\ & + \frac{m_p}{4} \ddot{z}_p \end{aligned} \quad (3.128)$$

Benzer şekilde, denklem (3.126)'daki  $\frac{\partial L}{\partial q_3}$ , denklem (3.129)'da ifade edilmiştir.

$$\frac{\partial L}{\partial q_3} = \left( \frac{3}{4} m_p + m_t \right) \left( \dot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial q_3} + \dot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial q_3} + \dot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_3} \right) + \frac{m_p}{4} \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_3} (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3) - \left( m_m + \frac{m_p}{2} \right) g - \left( \frac{3}{2} m_p + m_t \right) g \frac{\partial z_p}{\partial q_3} \quad (3.129)$$

Daha sonra  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_3} \right)$  ve  $\frac{\partial L}{\partial q_3}$  ifadeleri denklem (3.126)'daki ifade de yerine koyulursa,

$q_3$  için hareket denklemi denklem (3.130) da verildiği gibi elde edilir.

$$\begin{aligned} & \left( m_m + \frac{m_p}{4} \right) \ddot{q}_3 + \left( \frac{3}{4} m_p + m_t \right) \left( \ddot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_3} + \dot{x}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) + \ddot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_3} + \dot{y}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) + \ddot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} + \dot{z}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) \right) + \frac{m_p}{4} \ddot{z}_p \\ & - \left( \frac{3}{4} m_p + m_t \right) \left( \dot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial q_3} + \dot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial q_3} + \dot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_3} \right) - \frac{m_p}{4} \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_3} (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3) + \left( m_m + \frac{m_p}{2} \right) g + \left( \frac{3}{2} m_p + m_t \right) g \frac{\partial z_p}{\partial q_3} = F_3 \end{aligned} \quad (3.130)$$

Denklem (3.130)'da yer alan  $m_m$ ,  $m_p$  ve  $m_t$  ifadeleri sabit değerler olup sırasıyla motor, paralelogram ve hareketli platformun kütleleridir.  $F_3$  ise üçüncü motorun uyguladığı kuvvettir.

Denklem (3.130)'daki  $\frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3}$  ifadesi denklem (3.131) olarak verilmektedir.

$$\frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} = \frac{\frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_3} (b + \sqrt{b^2 - 4ac}) - a \frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_3}}{2a^2} + \frac{2 \frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_3} c + 2a \frac{\partial \dot{c}}{\partial \dot{q}_3} - b \frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_3}}{2a\sqrt{b^2 - 4ac}} \quad (3.131)$$

Denklem (3.131)'deki bilinmeyen  $\frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_3}$ ,  $\frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_3}$  ve  $\frac{\partial \dot{c}}{\partial \dot{q}_3}$  ifadeleri sırasıyla denklem (3.132), (3.133) ve (3.134) olarak bulunmuştur.

$$\frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_3} = \frac{(-4q_1 - 4q_2 + 8q_3)}{9(R-r)^2} \quad (3.132)$$

$$\frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_3} = -\frac{2}{3} + \frac{(4q_1q_3 + 4q_2q_3 + 2q_1^2 + 2q_2^2 - 12q_3^2)}{9(R-r)^2} \quad (3.133)$$

$$\frac{\partial \dot{c}}{\partial \dot{q}_3} = \frac{2q_3}{3} - \frac{(2q_1^2q_3 + 2q_2^2q_3 - 4q_3^3)}{9(R-r)^2} \quad (3.134)$$

Denklem (3.130)'daki  $\frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_3}$  terimi denklem (3.135)'deki gibi ifade edilmektedir.

$$\frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_3} = \frac{\left[ -q_3 + z_p - (2q_1 - q_2 - q_3) \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} \right]}{3(R-r)} \quad (3.135)$$

Denklem (3.130)'daki  $\frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_3}$  ifadesi denklem (3.136)'daki gibi elde edilir.

$$\frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_3} = \frac{-q_3 + z_p + (q_3 - q_2) \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3}}{\sqrt{3}(R-r)} \quad (3.136)$$

Denklem (3.130)'daki  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} \right)$  ifadesi denklem (3.137) olarak bulunur.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) = \frac{\dot{b} \frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_3} + b \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_3} \right) + (b^2 - 4ac)^{-\frac{1}{2}} (b\dot{b} - 2\dot{a}c - 2a\dot{c}) \frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_3} + \sqrt{b^2 - 4ac} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_3} \right)}{2a^2}$$

$$- \frac{\dot{a} \frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_3} + a \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_3} \right)}{2a^2} - \frac{\dot{a} \left( b \frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_3} + \sqrt{b^2 - 4ac} \frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_3} - a \frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_3} \right)}{a^3}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{2\dot{c} \frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_3} + 2c \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_3} \right) + 2\dot{a} \frac{\partial \dot{c}}{\partial \dot{q}_3} + 2a \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{c}}{\partial \dot{q}_3} \right) - \dot{b} \frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_3} - b \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_3} \right)}{2a\sqrt{b^2 - 4ac}} \\
& - \frac{\left( 2\dot{a}\sqrt{b^2 - 4ac} + a(b^2 - 4ac)^{-\frac{1}{2}}(2b\dot{b} - 4\dot{a}c - 4a\dot{c}) \right) \left( 2c \frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_3} + 2a \frac{\partial \dot{c}}{\partial \dot{q}_3} - b \frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_3} \right)}{4a^2(b^2 - 4ac)} \quad (3.137)
\end{aligned}$$

Denklem (3.137)'deki bilinmeyen  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_3} \right)$ ,  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_3} \right)$  ve  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{c}}{\partial \dot{q}_3} \right)$  terimleri aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{a}}{\partial \dot{q}_3} \right) = \frac{(-4\dot{q}_1 - 4\dot{q}_2 + 8\dot{q}_3)}{9(R-r)^2} \quad (3.138)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{b}}{\partial \dot{q}_3} \right) = \frac{4\dot{q}_1 q_3 + 4q_1 \dot{q}_3 + 4\dot{q}_2 q_3 + 4q_2 \dot{q}_3 + 4q_1 \dot{q}_1 + 4q_2 \dot{q}_2 - 24q_3 \dot{q}_3}{9(R-r)^2} \quad (3.139)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{c}}{\partial \dot{q}_3} \right) = \frac{2\dot{q}_3}{3} - \frac{(4q_1 q_3 \dot{q}_1 + 2q_1^2 \dot{q}_3 + 4q_2 q_3 \dot{q}_2 + 2q_2^2 \dot{q}_3 - 12q_3^2 \dot{q}_3)}{9(R-r)^2} \quad (3.140)$$

Denklem (3.130)'daki  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_3} \right)$  ifadesi denklem (3.141) olarak verilir

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) = \frac{-\dot{q}_3 + \dot{z}_p - (2\dot{q}_1 - \dot{q}_2 - \dot{q}_3) \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} - (2q_1 - q_2 - q_3) \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} \right)}{3(R-r)} \quad (3.141)$$

Denklem (3.130)'daki  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_3} \right)$  ifadesi denklem (3.142) olarak aşağıda bulunmuştur.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) = \frac{-\dot{q}_3 + \dot{z}_p + (\dot{q}_3 - \dot{q}_2) \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} + (q_3 - q_2) \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} \right)}{\sqrt{3}(R-r)} \quad (3.142)$$

Denklem (3.130)'daki  $\frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_3}$  ifadesi denklem (3.143)'deki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_3} = & \frac{\left( \frac{\partial \dot{a}}{\partial q_3} b + \dot{a} \frac{\partial b}{\partial q_3} + \frac{\partial \dot{a}}{\partial q_3} \sqrt{b^2 - 4ac} \right)}{2a^2} + \frac{\left( \dot{a}(b^2 - 4ac)^{\frac{1}{2}} \left( b \frac{\partial b}{\partial q_3} - 2 \frac{\partial a}{\partial q_3} c - 2a \frac{\partial c}{\partial q_3} \right) - \frac{\partial a}{\partial q_3} \dot{b} - a \frac{\partial \dot{b}}{\partial q_3} \right)}{2a^2} \\ & - \frac{\frac{\partial a}{\partial q_3} \left( \dot{a} b + \dot{a} \sqrt{b^2 - 4ac} - a \dot{b} \right)}{a^3} + \frac{2 \frac{\partial \dot{a}}{\partial q_3} c + 2 \dot{a} \frac{\partial c}{\partial q_3} + 2 \frac{\partial a}{\partial q_3} \dot{c} + 2a \frac{\partial \dot{c}}{\partial q_3} - \frac{\partial b}{\partial q_3} \dot{b} - b \frac{\partial \dot{b}}{\partial q_3}}{2a \sqrt{b^2 - 4ac}} \\ & - \frac{\left( 2 \frac{\partial a}{\partial q_3} \sqrt{b^2 - 4ac} + a(b^2 - 4ac)^{-\frac{1}{2}} \left( b \frac{\partial b}{\partial q_3} - 2 \frac{\partial a}{\partial q_3} c - 2a \frac{\partial c}{\partial q_3} \right) \right) (2\dot{a}c + 2a\dot{c} - b\dot{b})}{4a^2(b^2 - 4ac)} \quad (3.143) \end{aligned}$$

Ayrıca, denklem (3.143)'deki  $\frac{\partial \dot{a}}{\partial q_3}$ ,  $\frac{\partial \dot{b}}{\partial q_3}$  ve  $\frac{\partial \dot{c}}{\partial q_3}$  terimleri sırasıyla aşağıda (3.144), (3.145) ve (3.146) nolu denklemlerde ifade edilmiştir.

$$\frac{\partial \dot{a}}{\partial q_3} = \frac{(-4\dot{q}_1 - 4\dot{q}_2 + 8\dot{q}_3)}{9(R-r)^2} \quad (3.144)$$

$$\frac{\partial \dot{b}}{\partial q_3} = \frac{4\dot{q}_1 q_3 + 4q_1 \dot{q}_3 + 4\dot{q}_2 q_3 + 4q_2 \dot{q}_3 + 4q_1 \dot{q}_1 + 4q_2 \dot{q}_2 - 24q_3 \dot{q}_3}{9(R-r)^2} \quad (3.145)$$

$$\frac{\partial \dot{c}}{\partial q_3} = \frac{2\dot{q}_3}{3} - \frac{(4q_1 q_3 \dot{q}_1 + 2q_1^2 \dot{q}_3 + 4q_2 q_3 \dot{q}_2 + 2q_2^2 \dot{q}_3 - 12q_3^2 \dot{q}_3)}{9(R-r)^2} \quad (3.146)$$

Benzer şekilde, denklem (3.143)'deki  $\frac{\partial a}{\partial q_3}$ ,  $\frac{\partial b}{\partial q_3}$  ve  $\frac{\partial c}{\partial q_3}$  terimleri sırasıyla aşağıda verilmektedir.

$$\frac{\partial a}{\partial q_3} = \frac{(-4q_1 - 4q_2 + 8q_3)}{9(R-r)^2} \quad (3.147)$$

$$\frac{\partial b}{\partial q_3} = -\frac{2}{3} + \frac{(4q_1 q_3 + 4q_2 q_3 + 2q_1^2 + 2q_2^2 - 12q_3^2)}{9(R-r)^2} \quad (3.148)$$



$$\frac{\partial c}{\partial q_3} = \frac{2q_3}{3} - \frac{q_3(2q_1^2 + 2q_2^2 - 4q_3^2)}{9(R-r)^2} \quad (3.149)$$

Denklem (3.130)'daki  $\frac{\partial z_p}{\partial q_3}$  ifadesi denklem (3.150)'deki gibi bulunur.

$$\frac{\partial z_p}{\partial q_3} = \frac{\frac{\partial a}{\partial q_3}(b + \sqrt{b^2 - 4ac}) - a \frac{\partial b}{\partial q_3}}{2a^2} + \frac{2 \frac{\partial a}{\partial q_3} c + 2a \frac{\partial c}{\partial q_3} - b \frac{\partial b}{\partial q_3}}{2a\sqrt{b^2 - 4ac}} \quad (3.150)$$

Denklem (3.130)'daki  $\frac{\partial \dot{x}_p}{\partial q_3}$  terimi denklem (3.151) olarak elde edilir.

$$\frac{\partial \dot{x}_p}{\partial q_3} = \frac{-\dot{q}_3 - (2\dot{q}_1 - \dot{q}_2 - \dot{q}_3) \frac{\partial z_p}{\partial q_3} + \dot{z}_p - (2q_1 - q_2 - q_3) \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_3}}{3(R-r)} \quad (3.151)$$

Denklem (3.130)'daki  $\frac{\partial \dot{y}_p}{\partial q_3}$  ifadesi denklem (3.152)'deki gibi ifade edilmiştir.

$$\frac{\partial \dot{y}_p}{\partial q_3} = \frac{-\dot{q}_3 + (\dot{q}_3 - \dot{q}_2) \frac{\partial z_p}{\partial q_3} + \dot{z}_p + (q_3 - q_2) \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_3}}{\sqrt{3}(R-r)} \quad (3.152)$$

Kısaltma ifadeleri kullanılarak elde edilmiş olan  $\ddot{x}_p$ ,  $\ddot{y}_p$  ve  $\ddot{z}_p$  ifadeleri denklem (3.130)'da yerine koyulup  $q_3$  için hareket denklemi tekrar oluşturulacak olursa, denklem (3.153) elde edilebilir.

$$a_3 \ddot{q}_1 + b_3 \ddot{q}_2 + c_3 \ddot{q}_3 = d_3 \quad (3.153)$$

$a_3$ ,  $b_3$ ,  $c_3$  ve  $d_3$  ifadelerinin karşılıkları sırasıyla denklem (3.154), (3.155), (3.156) ve (3.157) olarak verilmektedir.

$$a_3 = \left( \frac{3}{4} m_p + m_t \right) \left[ \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial q_3} [T_1 + T_4 (NA + OE + PI)] + \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial q_3} U_3 (NA + OE + PI) + \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_3} (NA + OE + PI) \right]$$

$$+ \frac{m_p}{4} (NA + OE + PI) \quad (3.154)$$

$$b_3 = \left( \frac{3}{4} m_p + m_t \right) \left[ \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial q_3} [T_2 + T_4 (NB + OF + PJ)] + \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial q_3} [U_1 + U_3 (NB + OF + PJ)] + \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_3} (NB + OF + PJ) \right] + \frac{m_p}{4} (NB + OF + PJ) \quad (3.155)$$

$$c_3 = \left( m_m + \frac{m_p}{4} \right) + \left( \frac{3}{4} m_p + m_t \right) \left[ \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial q_3} [T_3 + T_4 (NC + OG + PK)] + \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial q_3} [U_2 + U_3 (NC + OG + PK)] + \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_3} (NC + OG + PK) \right] + \frac{m_p}{4} (NC + OG + PK) \quad (3.156)$$

$$d_3 = F_3 - \left( \frac{3}{4} m_p + m_t \right) \left[ \dot{x}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) + \dot{y}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) + \dot{z}_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial \dot{q}_3} \right) \right] + \left( \frac{3}{4} m_p + m_t \right) \left( \dot{x}_p \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial q_3} + \dot{y}_p \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial q_3} + \dot{z}_p \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_3} \right) - \left( \frac{3}{4} m_p + m_t \right) \left[ \frac{\partial \dot{x}_p}{\partial q_3} [T_5 + T_4 (ND + OH + PM + S)] + \frac{\partial \dot{y}_p}{\partial q_3} [U_4 + U_5 (ND + OH + PM + S)] + \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_3} (ND + OH + PM + S) \right] - \frac{m_p}{4} (ND + OH + PM + S) + \frac{m_p}{4} \frac{\partial \dot{z}_p}{\partial q_3} (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3) - \left( m_m + \frac{m_p}{2} \right) g - \left( \frac{3}{2} m_p + m_t \right) g \frac{\partial z_p}{\partial q_3} \quad (3.157)$$

Sistemin hareket denklemlerinin matris formunda gösterilişi aşağıda verilmiştir.

$$\begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_1 - d_1 \\ F_2 - d_2 \\ F_3 - d_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix} \quad (3.158)$$

$q_1$ ,  $q_2$  ve  $q_3$  için elde edilen denklem (3.89), (3.121) ve (3.153)'deki hareket denklemleri matris formunda yazılıp, buradan  $q_1$ ,  $q_2$  ve  $q_3$  için elde edilen çözümler denklem (3.161), (3.162) ve (3.163)'de verilmiştir.

$$\begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix} \quad (3.159)$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix} \quad (3.160)$$

$$\ddot{q}_1 = \frac{d_3(b_1c_2 - b_2c_1) - d_2(b_1c_3 - b_3c_1) + d_1(b_2c_3 - b_3c_2)}{(a_1b_2c_3 - a_1b_3c_2 - a_2b_1c_3 + a_2b_3c_1 + a_3b_1c_2 - a_3b_2c_1)} \quad (3.161)$$

$$\ddot{q}_2 = \frac{d_2(a_1c_3 - a_3c_1) - d_3(a_1c_2 - a_2c_1) - d_1(a_2c_3 - a_3c_2)}{(a_1b_2c_3 - a_1b_3c_2 - a_2b_1c_3 + a_2b_3c_1 + a_3b_1c_2 - a_3b_2c_1)} \quad (3.162)$$

$$\ddot{q}_3 = \frac{d_3(a_1b_2 - a_2b_1) - d_2(a_1b_3 - a_3b_1) + d_1(a_2b_3 - a_3b_2)}{(a_1b_2c_3 - a_1b_3c_2 - a_2b_1c_3 + a_2b_3c_1 + a_3b_1c_2 - a_3b_2c_1)} \quad (3.163)$$

Bulunan bu ifadeler ile Matlab ortamında durum değişkenleri kullanılarak oluşturulan program yardımıyla Triglide paralel robotun kontrolü üzerine çalışmalar yapılmıştır. Oluşturulan Matlab programı ekte verilmiştir. Programda kullanılan durum değişkenlerinin hangi değerlere eşit olduğu aşağıda sırasıyla verilmiştir.

$$q_1 = x(1) \quad (3.164)$$

$$\dot{q}_1 = x(2) \quad (3.165)$$

$$q_2 = x(3) \quad (3.166)$$

$$\dot{q}_2 = x(4) \quad (3.167)$$

$$q_3 = x(5) \quad (3.168)$$

$$\dot{q}_3 = x(6) \quad (3.169)$$

#### 4. TRİGLİDE PARALEL ROBOTUN DİNAMİK VE KİNEMATİK DENKLEMLERİ ÜZERİNDEN KONTROL UYGULAMALARI

Bu bölümde tasarlanan robot uzuvları dikkate alınarak Triglide paralel robotun kinematik ve dinamik denklemleri kullanılarak PID kontrol, Kayan Kipli Kontrol (KKK), Yapay Sinir Ağı (YSA) ile kontrol ve Bulanık Mantık Kontrol (BMK) uygulamaları ile robotun konum kontrolü gerçekleştirilmiştir. Bu uygulamalardaki kontrol katsayıları genetik algoritma kullanılarak optimize edilmiştir. Bunun için Matlab'ın varsayılan ayarlarında bulunan popülasyon sayısı olarak 20, iterasyon sayısı olarak 100 kullanılmıştır.

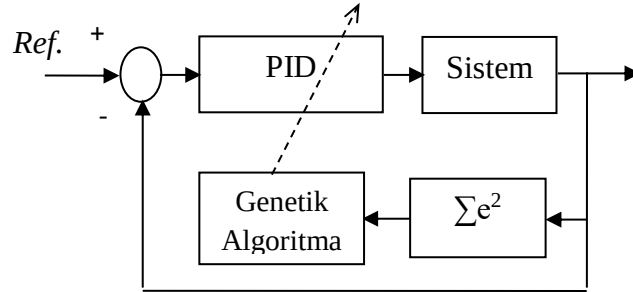
##### 4.1. PID Kontrol Uygulaması

Bu çalışmada, üç serbestlik dereceli Triglide paralel robot PID kontrol yöntemiyle kontrol edilmiştir. Robotun ters ve düz kinematik çözümleri ile dinamik denklemlerinin kullanıldığı Matlab'da yazılmış bir program aracılığıyla PID kontrol yöntemi robota uygulanmıştır. PID kontrol yapısına giriş olarak konum hataları verilmiştir. Çıkış olarak, kontrol sinyali (4.1) nolu denklemde belirtilen PID yapısından üretilmiştir. PID denetleyicisinin yapısında yer alan kazanç katsayısının değerleri, Matlab paket programında yazılan bir program aracılığıyla genetik algoritma yöntemi kullanılarak optimizasyon ile bulunmuştur. Denetimler, Triglide paralel robot üzerindeki PID denetleyicisinin başarısını göstermek için üç farklı referans noktası için tekrarlanmıştır. Matlab ortamında hazırlanan program ile sayısal çözümler üretilmiştir. Sistem yanıtları, Triglide paralel robota uygulanan denetim mekanizması ile grafiksel olarak elde edilmiş ve sonuçlar incelenmiştir.

PID kontrolünün matematiksel bir modeli, denklem (4.1) ile ifade edilir. Burada  $K_p$ ,  $K_i$  ve  $K_d$  sırasıyla oransal kazanç, integral kazanımı ve türev kazanç katsayılarını ifade eder. Buna ek olarak, burada  $e$  hatadır.  $F(t)$  ise kuvvete karşılık gelen kontrol sinyalidir.

$$F(t) = K_p e(t) + K_i \int e(t) dt + K_d \frac{d}{dt} e(t) \quad (4.1)$$

Denetleyicinin başarısı, belirtilen kazanç katsayılarının optimum değerini hesaplayarak belirlenir. Bu çalışmada PID kontrolör kazanç katsayıları genetik algoritma kullanılarak optimize edilmiştir. Şekil 4.1, denetleyicinin katsayılarının genetik algoritma tekniği ile optimize edilirken takip edilen işlem sırasının blok diyagramını göstermektedir.



**Şekil 4.1.** PID kontrol katsayılarının optimizasyon blok diyagramı

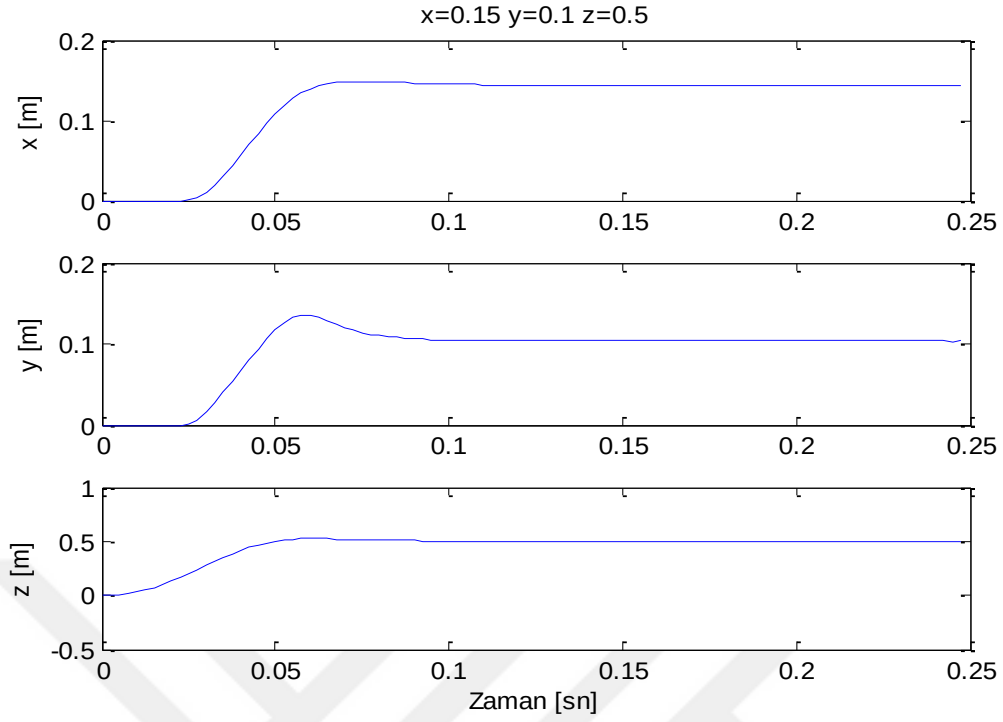
Kazanç katsayılarını optimize etmek için Matlab paket programındaki genetik algoritma araç kutusundaki kodlardan yararlanılmıştır. Sistemin çıktılarından elde edilen hataların karelerinin toplamını belirlenmiş bir referans noktası için sıfıra indiren bir fonksiyon, genetik algoritma için amaç fonksiyonu olarak tanımlanmıştır. Denetleyiciye ait katsayıların optimum değerleri bu yöntemle belirlendikten sonra, kontrolör genetik algoritma devre dışı bırakılarak uygulama için hazır hale getirilmiştir.

Robot üç eksenli olduğundan dolayı her bir motor için ayrı bir PID kontrolör oluşturulmuştur. Bu kontrolörlere ait kazanç katsayıları aşağıdaki tabloda gösterilmektedir.

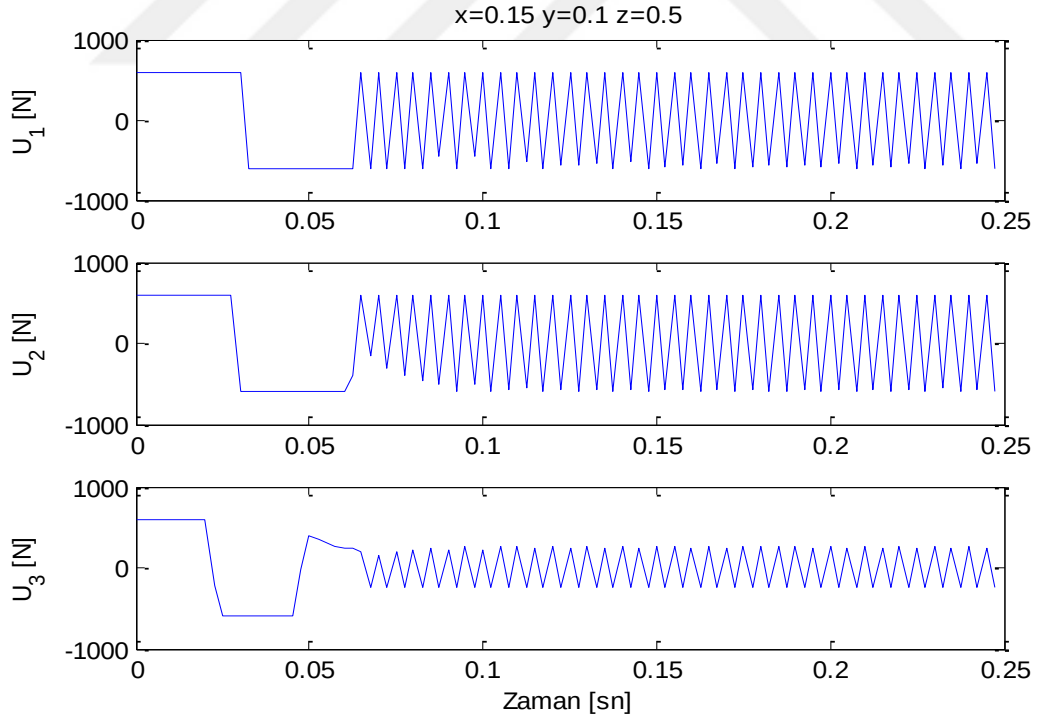
**Tablo 4.1.** Optimizasyonla elde edilmiş PID kontrol katsayıları

| <b>Kp<sub>1</sub></b> | <b>K<sub>i1</sub></b> | <b>Kd<sub>1</sub></b> | <b>Kp<sub>2</sub></b> | <b>K<sub>i2</sub></b> | <b>Kd<sub>2</sub></b> | <b>Kp<sub>3</sub></b> | <b>K<sub>i3</sub></b> | <b>Kd<sub>3</sub></b> |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 90.633                | -16.768               | -1.335                | -62.918               | -36.527               | -0.878                | -31.099               | -10.672               | 0.463                 |

İlk olarak robotun tutucu ucu,  $x = 0.15$  m,  $y = 0.1$  m ve  $z = 0.5$  m referans konumlarına getirilmek istenmiştir. Bu referans değerleri için PID kontrol uygulandığında, sistemin deplasmanlarına ait değişim grafiği Şekil 4.2’ de verilmiştir. Her bir motora uygulanan kontrol kuvvetlerinin grafiğide Şekil 4.3’ de gösterilmiştir.



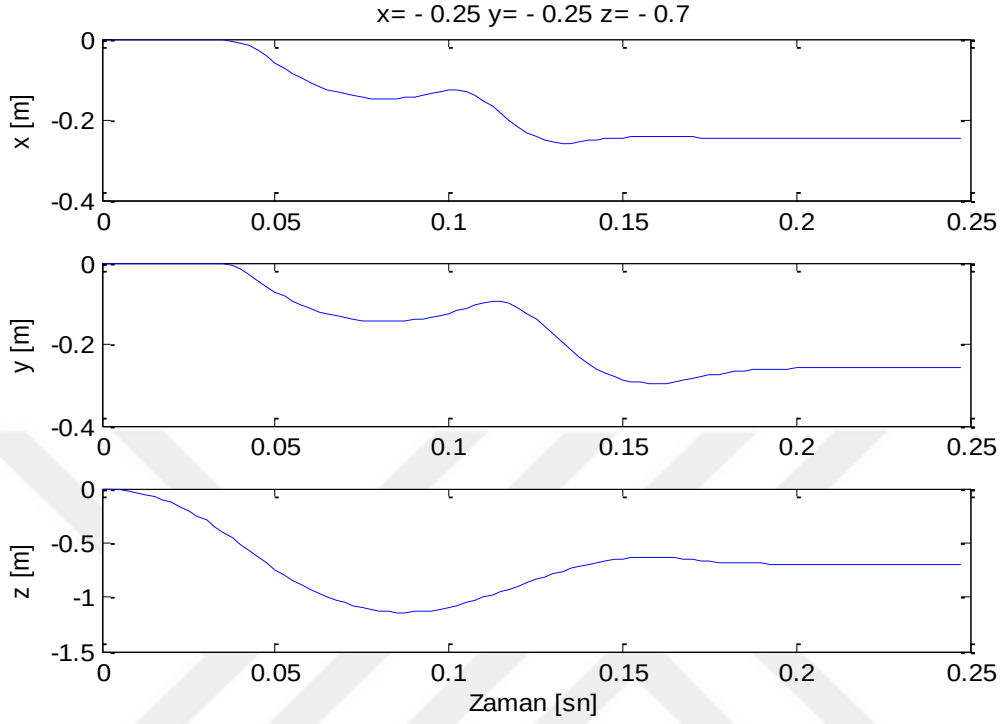
**Şekil 4.2.**  $x=0.15$ ,  $y=0.1$  ve  $z=0.5$  için sistemin PID Kontrol deplasman cevapları



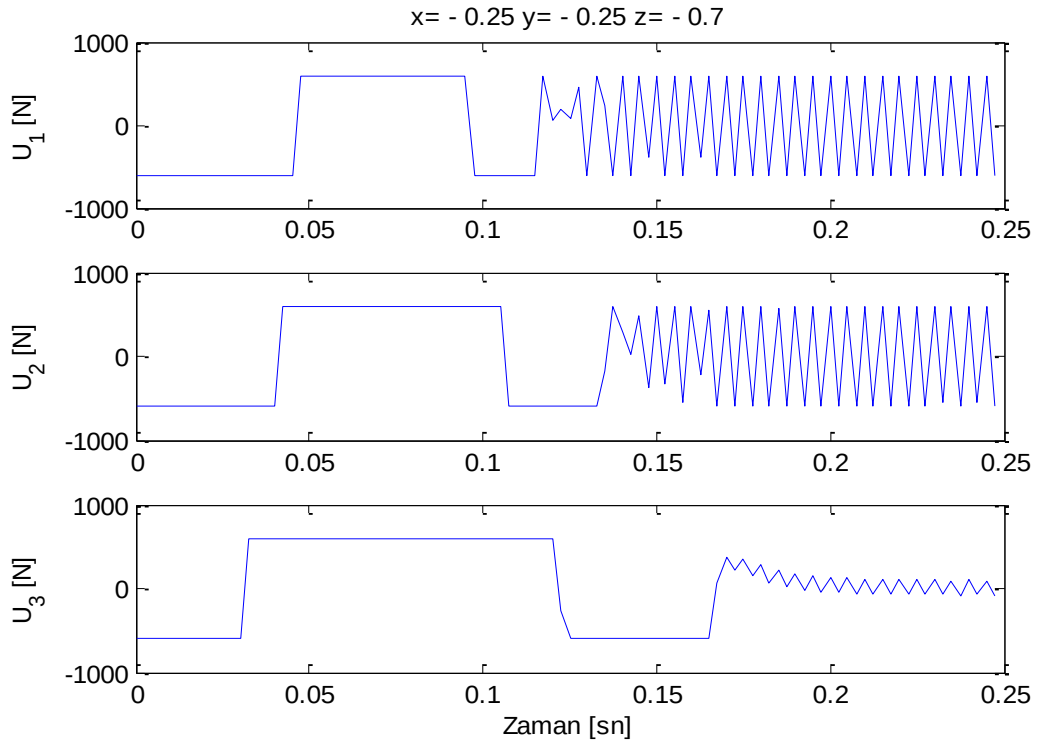
**Şekil 4.3.**  $x=0.15$  m,  $y=0.1$  m ve  $z=0.5$  m için sisteme uygulanan PID kontrol kuvvetleri

Benzer şekilde, ikinci uygulamada, Triglide robotun tutucu ucunu  $x = -0.25$  m,  $y = -0.25$  m ve  $z = -0.7$  m referans konumlarına getirmek için PID kontrol uygulanmıştır. Buna

göre sistemin yer değiştirme cevapları şekil 4.4' de ve kontrol kuvvetlerinin zamana bağlı değişimini gösteren grafik sonuçları şekil 4.5' de verilmiştir.

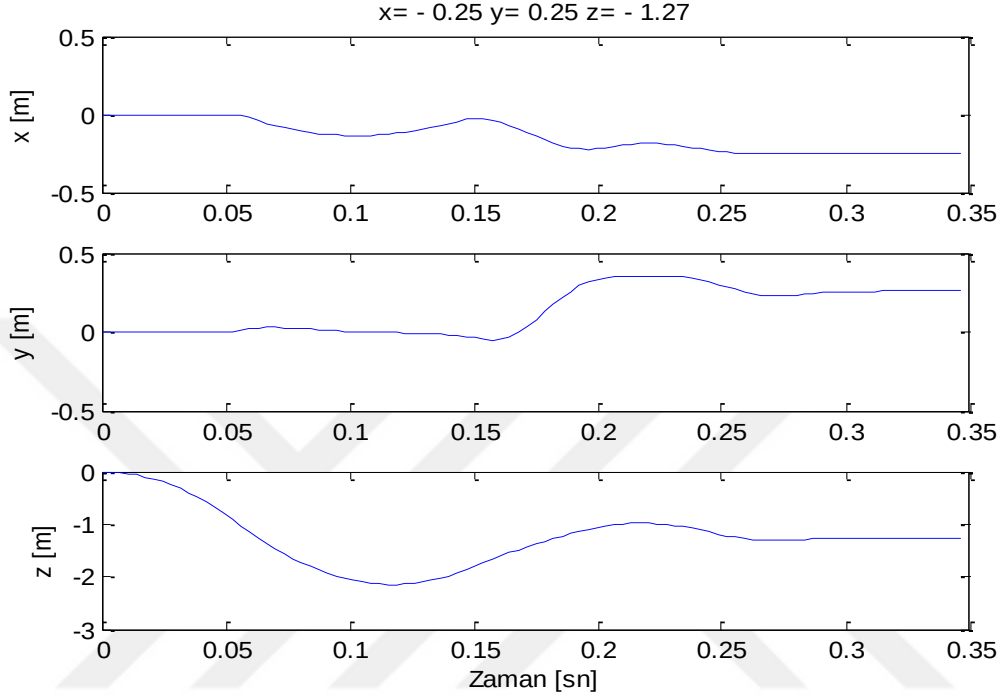


**şekil 4.4.**  $x = - 0.25$ ,  $y = - 0.25$  ve  $z = - 0.7$  için sistemin PID kontrol deplasman cevapları

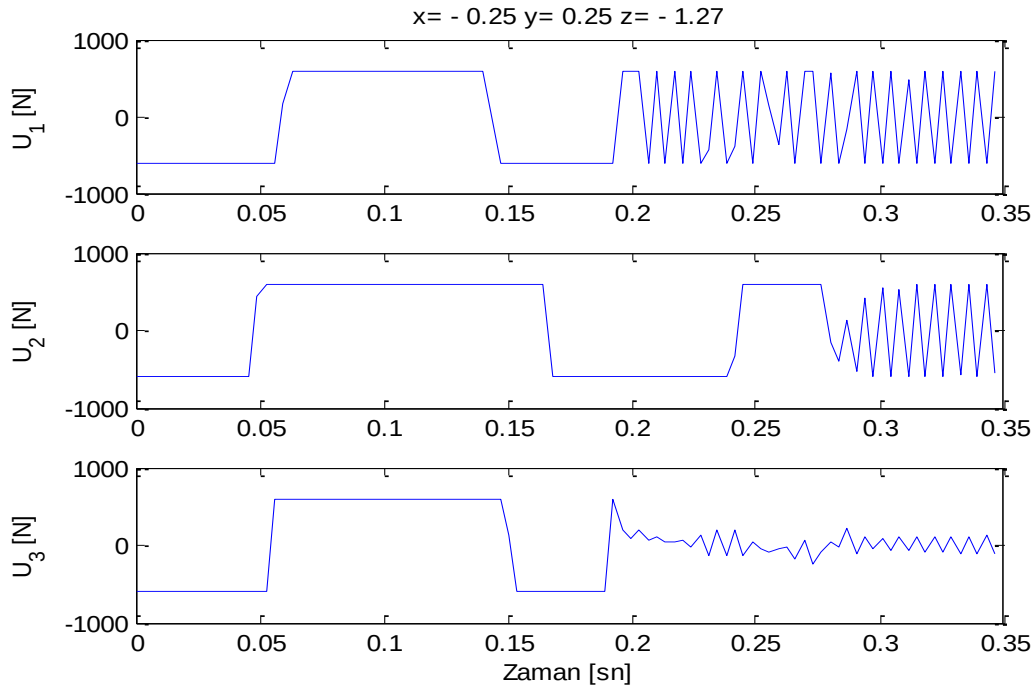


**şekil 4.5.**  $x = - 0.25$ ,  $y = - 0.25$  ve  $z = - 0.7$  için sisteme uygulanan PID kontrol kuvvetleri

Son olarak robot tutucu ucunu  $x = -0.25$  m,  $y = 0.25$  m ve  $z = -1.27$  m referans konumlarına getirmek için PID kontrol uygulandığında, sistemin yer değiştirme cevapları grafiksel olarak şekil 4.6’ da gösterildiği gibi elde edilmiştir. şekil 4.7’ de ise her bir motora uygulanması gereken kontrol kuvvetlerinin grafiği gösterilmektedir.



şekil 4.6.  $x = -0.25$ ,  $y = -0.25$  ve  $z = -0.7$  için sistemin PID kontrol deplasman cevapları



şekil 4.7.  $x = -0.25$ ,  $y = -0.25$  ve  $z = -0.7$  için sisteme uygulanan PID kontrol kuvvetleri



Grafiklerdeki sonuçlar incelendiği zaman ilk uygulama için PID kontrolün yaklaşık 0.12 saniyede, ikinci uygulama için yaklaşık 0.2 saniyede ve son uygulamada yaklaşık 0.32 saniyede istenilen referans değerlere ulaştığı görülmektedir. PID kontrol kuvvetleri incelendiğinde ise sürekli bir dalgalanma olması sebebiyle sistemde bir gürültüye sebep olabileceği gözlenmektedir.

#### **4.2. Kayan Kipli Kontrol Uygulaması**

Bu çalışmada üç serbestlik dereceli paralel robot Triglide için ters ve düz kinematik çözümler ile dinamik denklemler kullanılarak kayan kipli denetleyici ile denetimler sağlanmıştır. Uygulanan kayan kipli denetleyicinin gerekli olan denetim katsayıları, genetik algoritma tekniği kullanılarak optimize edilmiştir. Bunun için Matlab paket programının genetik algoritmalar araç kutusundaki komutlardan faydalanılmıştır. Katsayıları optimize edilmiş kayan kipli denetleyicinin sistem üzerindeki başarısını ortaya koyabilmek için robotun üç farklı referans konumuna yönelik denetimler tekrarlanarak gerçekleştirilmiştir. Kayan kipli denetleyici, yapısında yer alan sign işaret fonksiyonu ile sisteme uygulanmış ve sistem cevapları grafiksel olarak elde edilmiştir. Elde edilen sonuçlarla çatırdamalı sistem cevapları bu denetleyicinin pratikteki uygulamalarda bir dezavantaj olarak karşımıza çıkmaktadır. Çatırdama problemini azaltmak ve pratikte kullanılabilirliğini arttırmak amacıyla kayan kipli denetleyici, saturasyon fonksiyonu kullanılarak sisteme yeniden uygulanmıştır. Matlab ortamında hazırlanan program ile sayısal çözümler yapılarak sistemin grafiksel sonuçları elde edilmiştir. Elde edilen grafiksel sonuçlarla denetleyicinin başarısı irdelenerek yorumlanmıştır.

Kayan kipli denetim yüksek hızlı, doğrusal olmayan bir geri besleme ile önceden belirlenen bir kayma yüzeyi üzerinde zamanda süresiz bir şekilde anahtarlama yapılarak elde edilen, belirgin, doğrusal olmayan, dayanıklı bir denetim yöntemidir [20]. Bir sisteme ait parametreler değişken olduğu veya modellenemediği için tam ölçülemiyorsa ve sisteme dışarıdan etki eden bozucular varsa kayan kipli denetim bunların sınır değerleri bilindiği sürece dayanıklı denetim sağlar.

Kayan kipli denetleyici tasarımı süreci iki adımlı bir yordam olarak düşünülebilir. Bu adımlar sırasıyla; kayma yüzeyinin belirlenmesi ve belirlenen kayma yüzeyine ulaşmayı sağlayan bir denetim kuralının elde edilmesidir. Kayma yüzeyine ulaşmak için geçen süre ulaşma zamanı ve faz yörüngesinin bu bölgesi ise ulaşma kipi olarak adlandırılır. Ulaşma kipinde sistem, parametre belirsizlikleri ve dış bozuculara karşı duyarlıdır [21]. Kayma

yüzeyine ulaşıldığı zaman sistem yörüngelerinin parametre belirsizlikleri ve dış bozuculara karşı duyarsız olduğu kayma kipi başlar. Kayan kipli denetim uygulamalarında meydana gelen çatırtı, sistemin ulaşmak istediği denge noktası etrafında meydana gelen osilasyonlardan kaynaklanır ve sistemin modellenmemiş yüksek frekanslı dinamiklerini ortaya çıkarır.

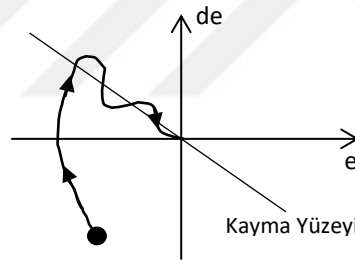
Bir işaret fonksiyonuna sahip kayan kipli denetim ifadesi;

$$U = -k \text{sign}(S) \quad (4.2)$$

olarak yazılabilir. Burada  $S$  ifadesi kayma yüzeyi fonksiyonudur ve sistem cevabından alınan hata ( $e$ ) ve hatanın zamana göre değişimine ( $de$ ) bağlı olarak aşağıdaki gibi yazılabilir. Buradaki  $k$  değeri 600 olarak alınmıştır.

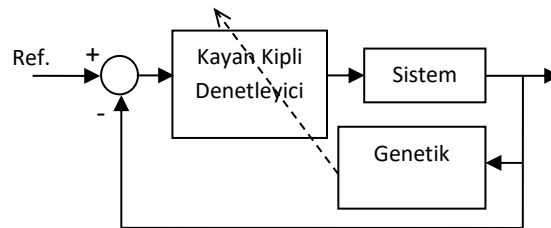
$$S = Ce + de \quad (4.3)$$

Kayma yüzeyi Şekil 4.8’de görüldüğü gibi belirli bir eğime sahip olur. Bu eğim (4.3) nolu denklemde yer alan  $C$  katsayısı ile belirtilir.



**Şekil 4.8.** Kayma yüzeyi

Denetleyicinin başarısı, belirtilen bu eğimin en uygun değerinin tespit edilmesi ile sağlanır. Bu çalışmada kayan kipli denetleyicinin bu kayma yüzeyi eğim katsayıları genetik algoritma kullanılarak optimize edilmiştir. Şekil 4.9’ da denetleyiciye ait katsayıların genetik algoritma tekniği ile optimize edildiği blok şeması yer almaktadır.

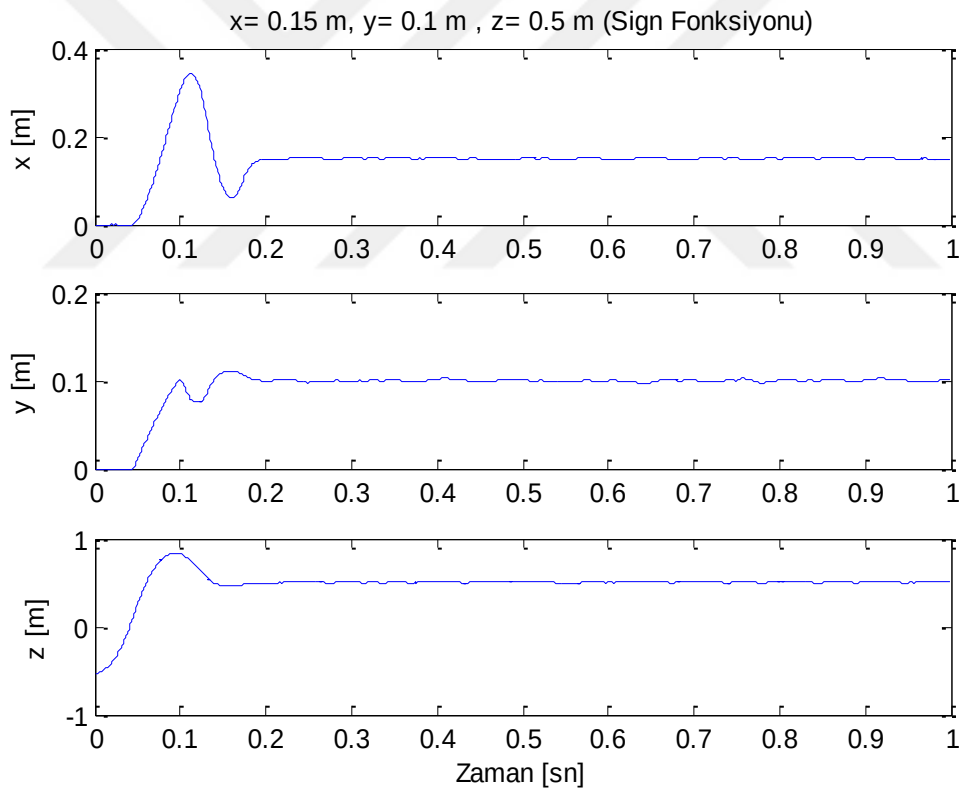


**Şekil 4.9.** Denetleyici katsayılarının optimizasyonu blok şeması (KKK)

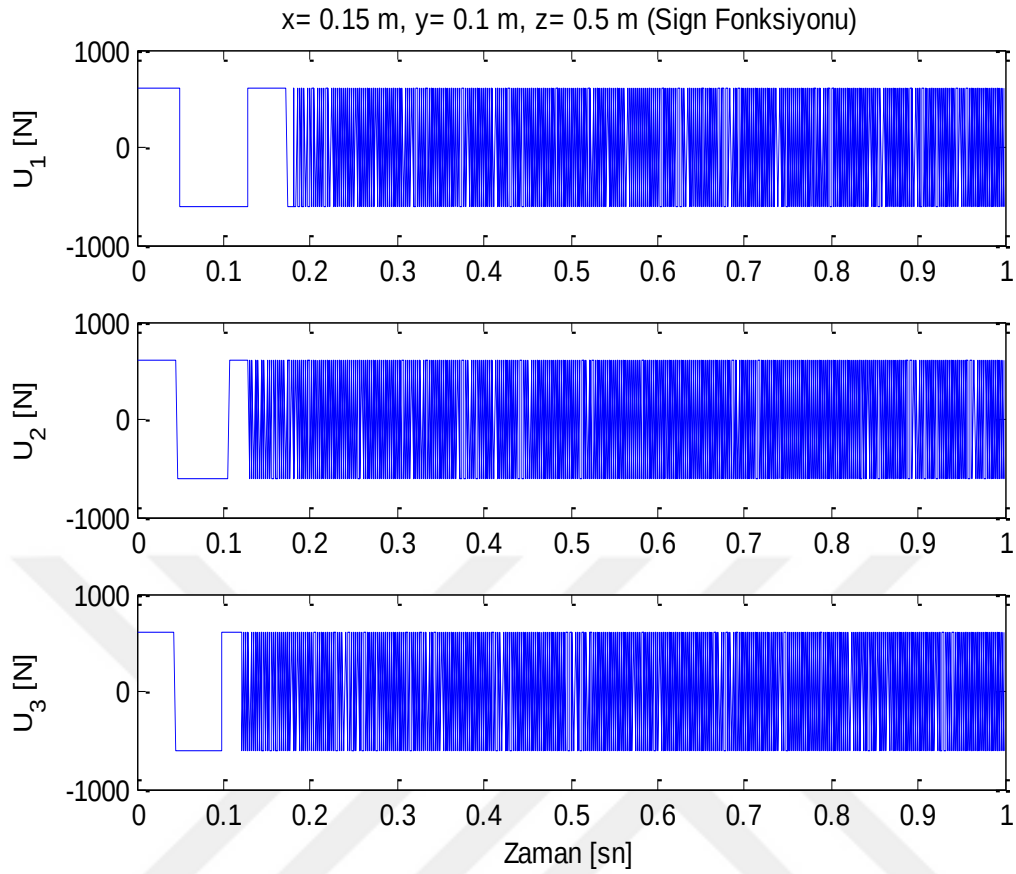
Optimizasyon için Matlab paket programında yer alan genetik algoritmalar araç kutusu komutlarından yararlanılmıştır. Belirlenen bir referans nokta için sistemin çıkışlarından

elde edilen hataların karelerinin toplamını sıfıra götürecek bir fonksiyon, genetik algoritmaya amaç fonksiyonu olarak tanımlanmıştır. Denetleyiciye ait katsayıların optimum değerleri bu yöntemle tespit edildikten sonra, genetik algoritma devre dışı bırakılarak denetleyici uygulamaya hazır hale getirilmiştir.

Robot üç serbestlik derecesine sahip olduğundan her bir motor için kayan kipli denetim katsayıları sırasıyla  $C_1=96.7157$ ,  $C_2= 93.8287$  ve  $C_3= 96.2995$  olarak tespit edilmiştir. Bu katsayılarla kayan kipli denetleyici sisteme üç farklı referans konum için uygulanmış ve sistem cevapları elde edilmiştir. İlk uygulamada robot ucunu  $x=0.15$  m,  $y=0.1$  m ve  $z=0.5$  m referans konumlarına götürmek için kayan kipli denetim uygulandığında sistemin deplasman cevapları Şekil 4.10’ da görüldüğü gibi grafiksel olarak elde edilmiştir. Şekil 4.11’ de her bir motora uygulanan kontrol kuvvetlerinin zamana göre değişimini veren grafik yer almaktadır.

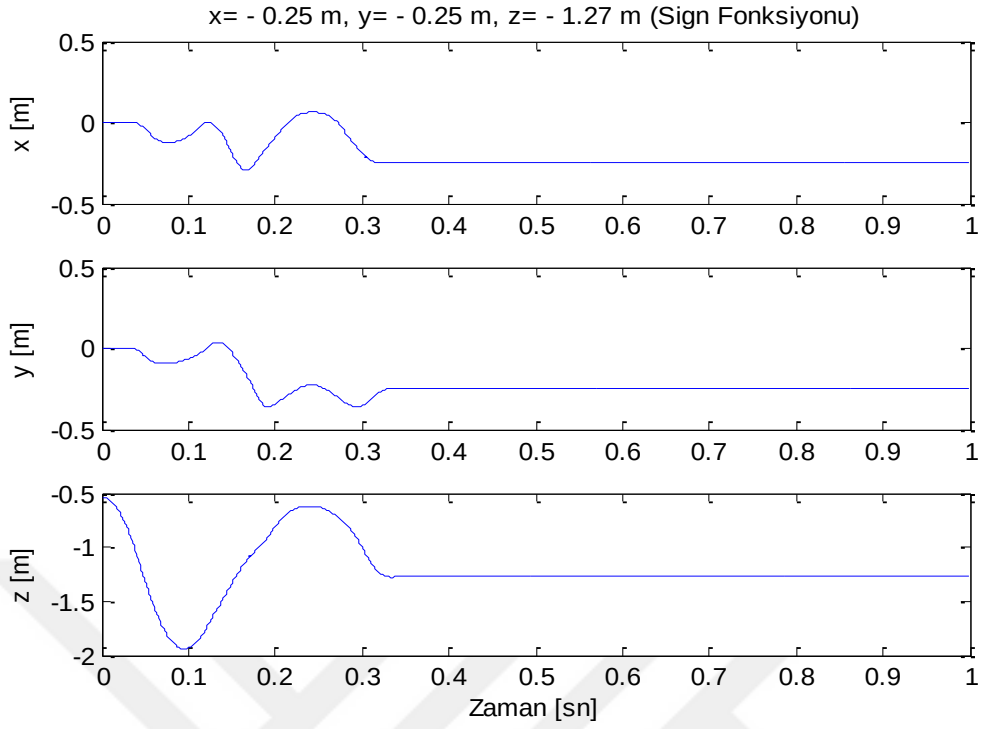


**Şekil 4.10.** Birinci uygulama için sistemin KKK deplasman cevapları (Sign Fonksiyonu)

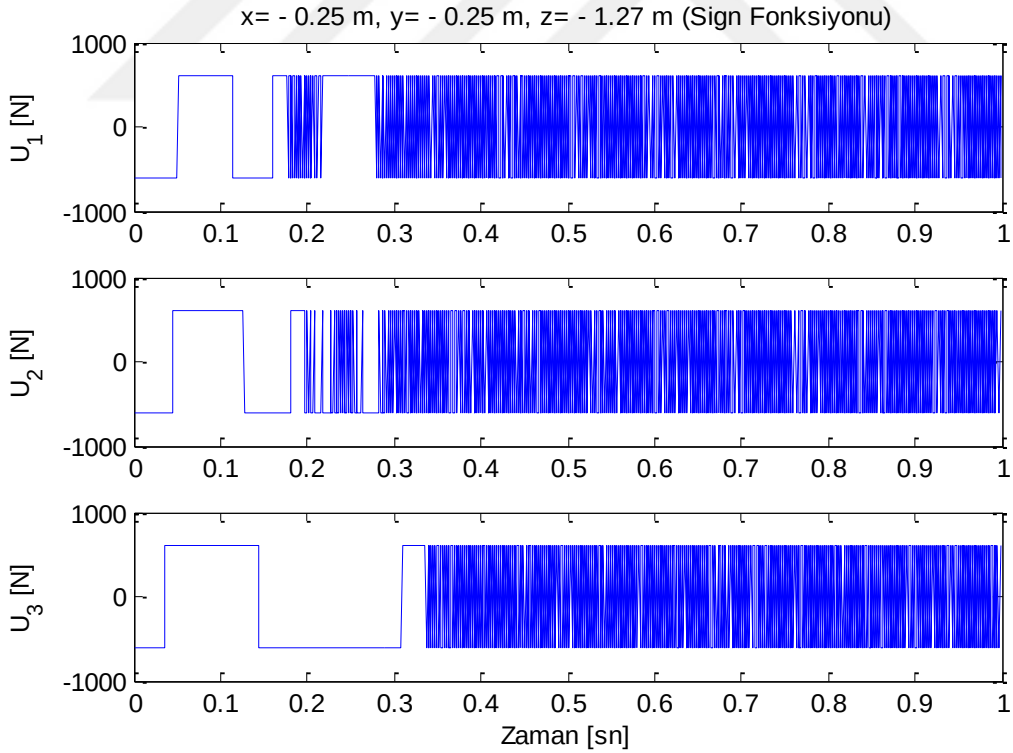


**Şekil 4.11.** Birinci uygulama için sisteme uygulanan KKK kontrol kuvvetleri (Sign Fonksiyonu)

Benzer olarak ikinci uygulamada robot ucunu  $x = -0.25$  m,  $y = -0.25$  m ve  $z = -1.27$  m referans konumlarına götürmek için kayan kipli denetim uygulanmıştır. Buna göre Şekil 4.12’ de sistemin deplasman cevapları ve Şekil 4.13 ’de uygulanan kontrol kuvvetlerinin zamana göre değişimini veren grafiksel sonuçlar görülmektedir.



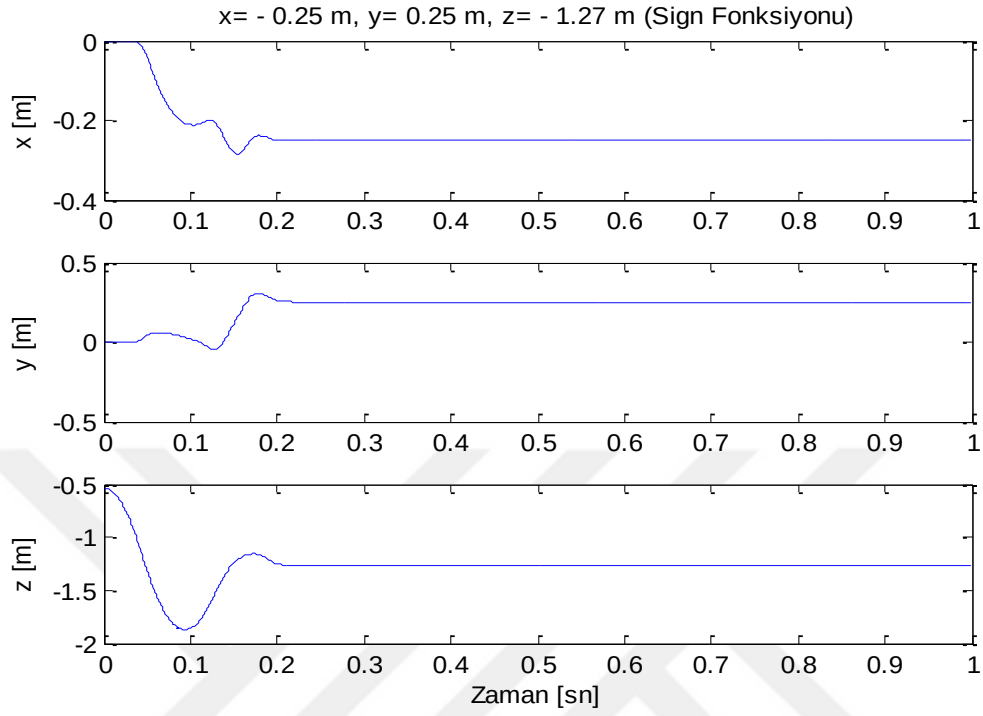
**Şekil 4.12.** İkinci uygulama için sistemin KKK deplasman cevapları (Sign Fonksiyonu)



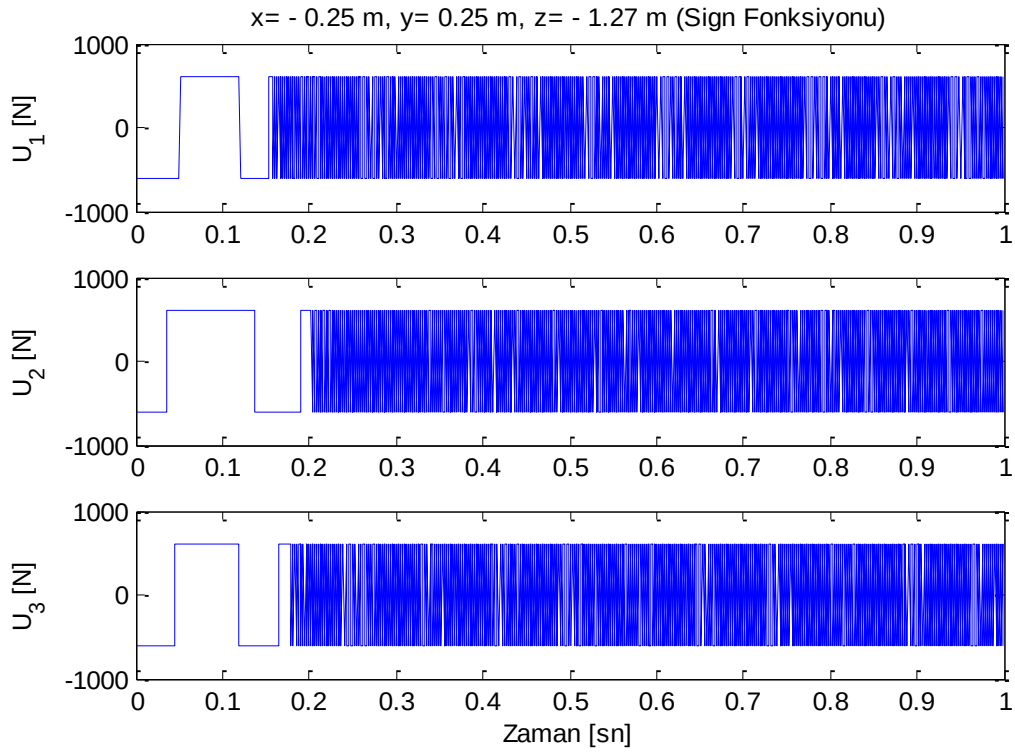
**Şekil 4.13.** İkinci uygulama için sisteme uygulanan KKK kontrol kuvvetleri (Sign Fonksiyonu)

Üçüncü uygulamada robot ucunu  $x = - 0.25$  m,  $y = 0.25$  m ve  $z = - 1.27$  m referans konumlarına götürmek için kayan kipli denetim uygulanmıştır. Buna göre Şekil 4.14' de

sistemin deplasman cevapları ve Şekil 4.15’ de uygulanan kontrol kuvvetlerinin zamana göre değişimini veren grafiksel sonuçlar görülmektedir.



**Şekil 4.14.** Üçüncü uygulama için sistemin KKK deplasman cevapları (Sign Fonksiyonu)



**Şekil 4.15.** Üçüncü uygulama için sisteme uygulanan KKK kontrol kuvvetleri (Sign Fonksiyonu)

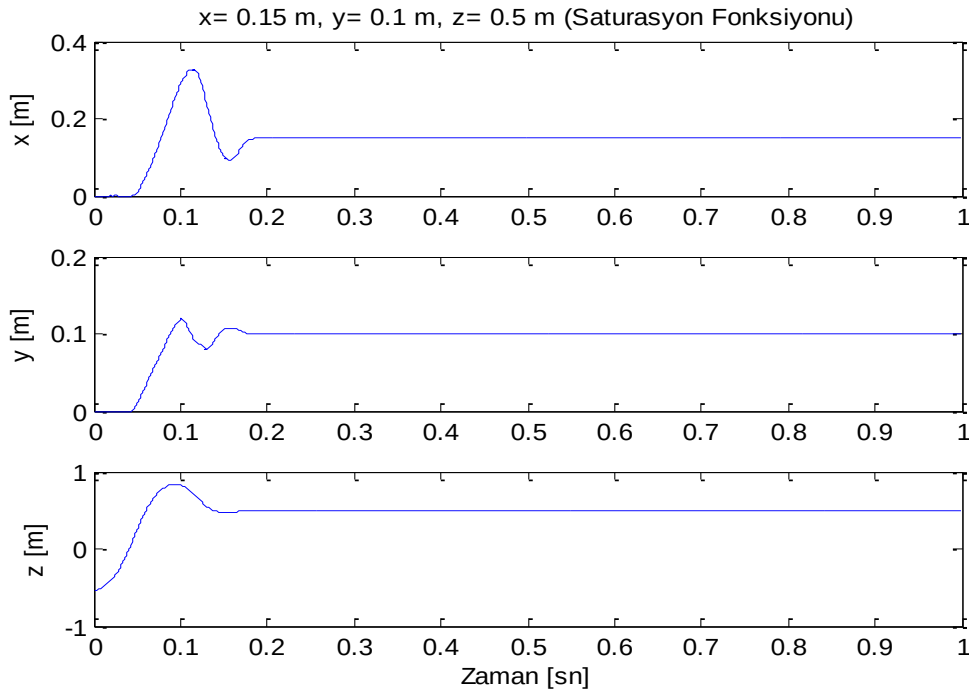
Kayan kipli denetim algoritması ile oldukça başarılı sonuçların elde edildiği açıkça görülmektedir. Ancak grafiklerden de görüldüğü gibi denetim sinyallerinde çok sık frekansta çatırdamalar oluşmaktadır. Bu çatırdamaların sıklığı denetleyicinin pratikte kullanılabilirliğini olumsuz yönde etkilemektedir. Bu da kayan kipli denetimin dezavantajı olarak karşımıza çıkmaktadır.

Kayan kipli denetleyicinin bu dezavantajını gidermeye yönelik birçok teknik kullanılabilmektedir. Bu tekniklerden en yaygın olanı, işaret fonksiyonunun yerine saturasyon fonksiyonunun kullanımıdır. Saturasyon fonksiyonunda kayma yüzeyi boyunca  $\varepsilon$  genişliğinde bir bant tanımlanır. Bu durumda kayan kipli denetimin ifadesi;

$$U = -ksat(S/\varepsilon) \quad (4.4)$$

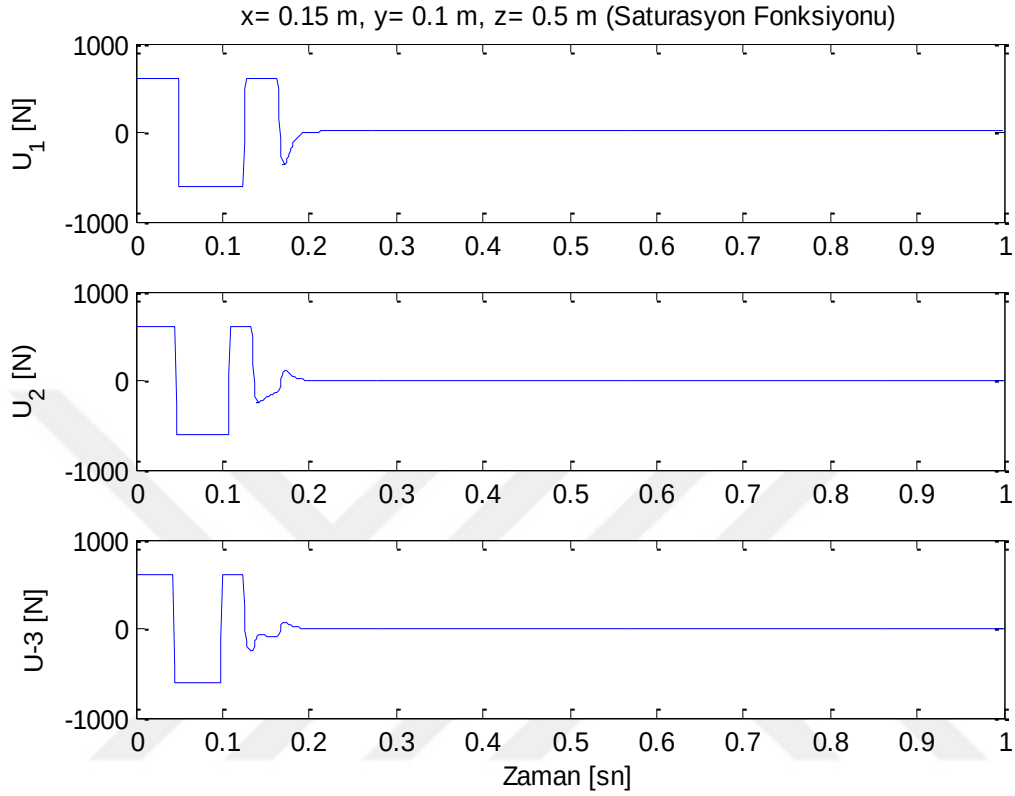
biçiminde yazılabilir. Bu bant genişliği yeterince büyük seçildiğinde çatırdama frekansında ciddi bir azalma oluşacak ve denetleyicinin pratikte uygulanabilirliği arttırılmış olacaktır. Ancak denetim başarısında bir miktar düşüş yaşanması da beklenecektir.  $k$  değeri 600,  $\varepsilon$  değeri 0.3873 olarak alınmıştır.

İlk uygulamada robot ucunu  $x=0.15$  m,  $y=0.1$  m ve  $z=0.5$  m referans konumlarına götürmek için saturasyon fonksiyonuna sahip kayan kipli denetim uygulandığında sistemin deplasman cevapları Şekil 4.16' da görüldüğü gibi grafiksel olarak elde edilmiştir.



**Şekil 4.16.** Birinci uygulama için sistemin KKK deplasman cevapları (Saturasyon Fonksiyonu)

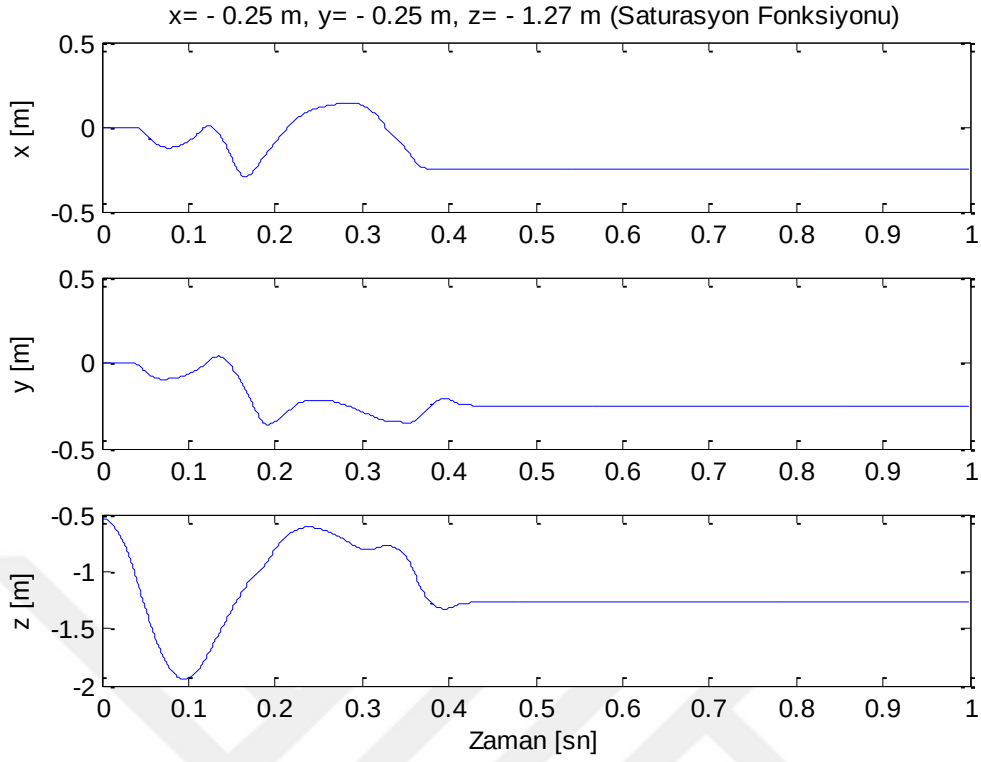
Şekil 4.17’ de her bir motora uygulanan kontrol kuvvetlerinin zamana göre değişimini veren grafik yer almaktadır.



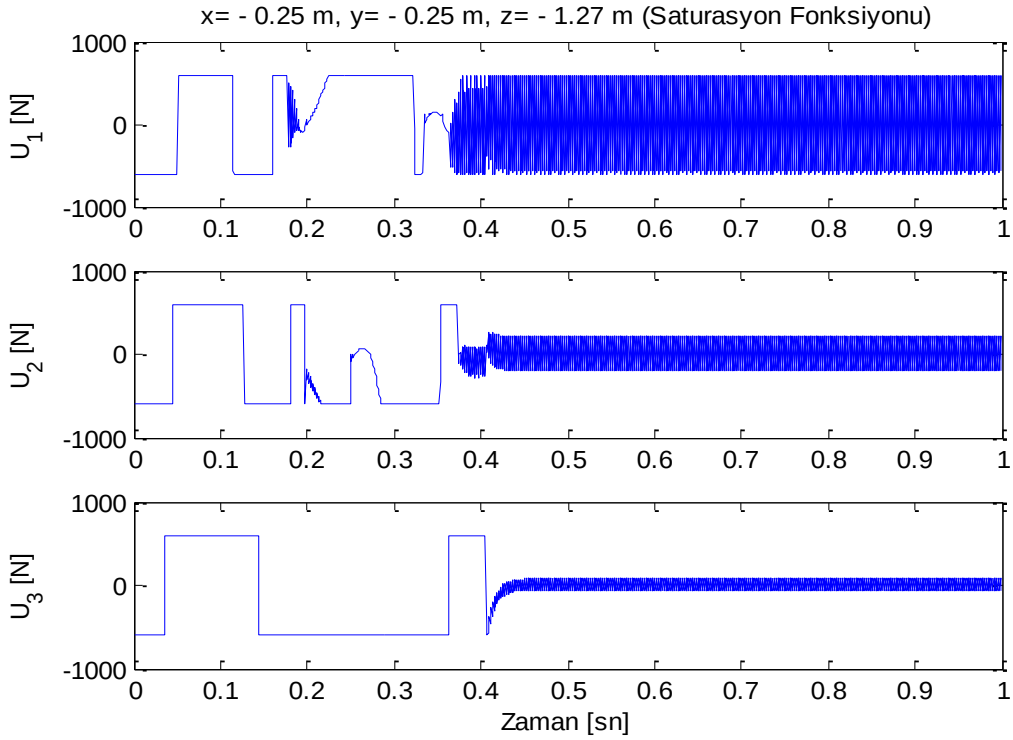
**Şekil 4.17.** Birinci uygulama için sisteme uygulanan KKK kontrol kuvvetleri (Saturasyon Fonksiyonu)

İkinci uygulamada robot ucunu  $x = -0.25$  m,  $y = -0.25$  m ve  $z = -1.27$  m referans konumlarına götürmek için saturasyon fonksiyonlu kayan kipli denetim uygulanmıştır. Buna göre Şekil 4.18’ de sistemin deplasman cevapları ve Şekil 4.19’ da uygulanan kontrol kuvvetlerinin zamana göre değişimini veren grafiksel sonuçlar görülmektedir.



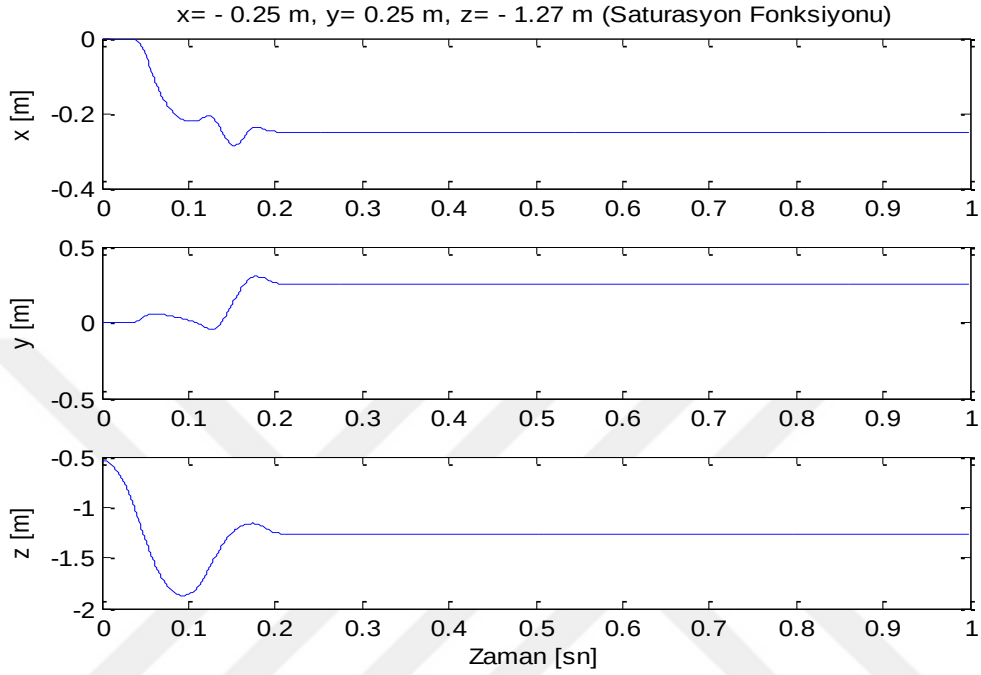


**Şekil 4.18.** İkinci uygulama için sistemin KKK deplasman cevapları (Saturasyon Fonksiyonu)

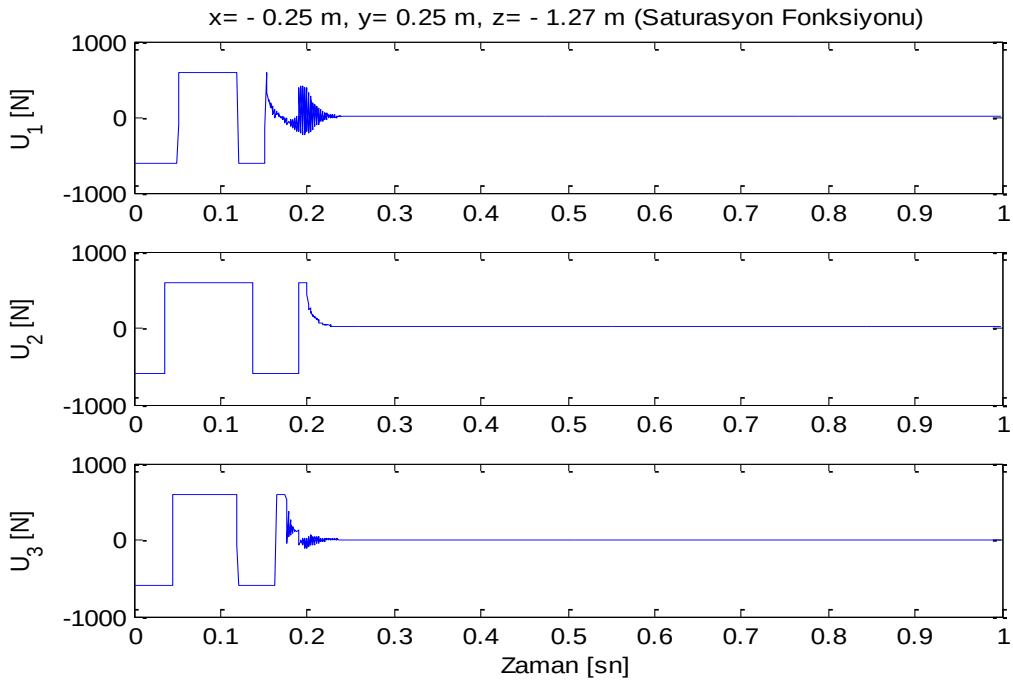


**Şekil 4.19.** İkinci uygulama için sisteme uygulanan KKK kontrol kuvvetleri (Saturasyon Fonksiyonu)

Üçüncü uygulamada robot ucunu  $x = -0.25$  m,  $y = 0.25$  m ve  $z = -1.27$  m referans konumlarına götürmek için saturasyon fonksiyonlu kayan kipli denetim uygulanmıştır. Buna göre Şekil 4.20 ve 4.21’ de sistemin deplasman cevapları ile uygulanan kontrol kuvvetlerinin zamana göre değişimini veren sonuçlar görülmektedir.



**Şekil 4.20.** Üçüncü uygulama için sistemin KKK deplasman cevapları (Saturasyon Fonksiyonu)



**Şekil 4.21.** Üçüncü uygulama için sisteme uygulanan KKK kontrol kuvvetleri (Saturasyon Fonksiyonu)

Kayan kipli denetimde saturasyon fonksiyonunun kullanılması ile gerçekleştirilen denetimlerde elde edilen kontrol kuvveti grafikleri incelendiğinde çatırdamanın çok büyük oranda azaldığı açıkça görülmektedir. Bununla birlikte deplasman cevaplarına bakıldığında denetleyicinin oldukça başarılı bir biçimde sistemi kontrol edebildiği görülmektedir.

Triglide paralel robotun kayan kipli denetim sonuçları incelendiği zaman  $x$ ,  $y$  ve  $z$ 'nin istenilen referans değerlere yaklaşık 0.2 ile 0.4 sn aralıklarında değişen sürelerde ulaştığı görülmektedir.

Kayan kipli denetleyicinin yapısında sign işaret fonksiyonunun kullanılması ile kontrol kuvveti grafiklerinde büyük oranda çatırdamalar görülmüştür. Bu sonuç denetleyicinin pratikte uygulanabilirliğini kötüleştirmektedir. Kayan kipli denetleyicide saturasyon fonksiyonunun kullanılması ile kontrol kuvveti grafiklerinde çatırdamalar büyük oranda azaltılmış ve böylece denetleyicinin pratikte kullanılabilirliğinin iyileştirildiği görülmüştür.

#### **4.3. Yapay Sinir Ağı ile Kontrol Uygulaması**

Bu çalışmada yapay sinir ağı kontrolü üç serbestlik dereceli paralel robot triglide içten ve ileri kinematik çözümleri içeren dinamik denklemler kullanılarak sağlanmıştır. Uygulanan yapay sinir ağı denetleyicisi için gerekli ağırlık ve bias katsayıları, genetik algoritma tekniği kullanılarak optimize edilmiştir. Bu optimizasyon işlemi Matlab paket programının genetik algoritmalar araç kutusundaki komutlar kullanılarak yapılmıştır. Optimum yapay sinir ağı denetleyicisinin sistemdeki başarısını gösterebilmek için üç farklı referans konumu için denetim tekrarlanmıştır. Yapay sinir ağı kontrolör yapısında Tansig ve Purelin fonksiyonları ağ yapısında kullanılmış ve sistem yanıtları grafiksel olarak elde edilmiştir. Hatalar ve hataların türevleri ağ yapısına giriş olarak verilmiştir. Matlab ortamında hazırlanan program ile sayısal çözümler üretilmiş ve sistemin denetim sonuçları elde edilmiştir. Denetleyicinin başarısı incelenerek analiz edilmiştir.

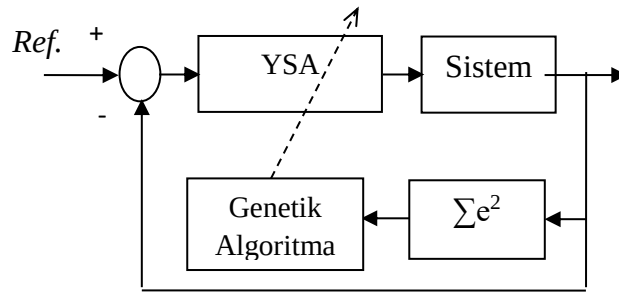
Yapay sinir ağları doğrusal olmayan denklemlerde ve genelleme yeteneklerinde, kolayca üretilen problemlere karşı çok karmaşık ve geniş çaplı bir çözüm bulunabileceği için kullanılabilir. Uyum kabiliyetine sahip oldukları, öğrenme yetenekleri nedeniyle analiz etmeyi ve tasarlamamızı hızlı ve kolay yapmaları nedeniyle çağımızın vazgeçilmez unsurlarından biri haline gelmişlerdir [22].

Bir ağın eğitim sırasında genelleme yeteneği kullanılan sayısal verilerin haritalandırılmasını belirler. Ağ, ağın genelleme kabiliyeti yüksekse eğitim sırasında kullanılmayan girdiler için anlamlı cevaplar üretebilir.

Ağ bağlantısı, kendisini organize etmek için sistemin uygun ağırlığını ve davranışını belirlemelidir. Bir sinir ağı içerisindeki bilgiler ağ içindeki sinirsel bağların ağırlıklarında tutulur. Bu nedenle, ağırlığın nasıl belirleneceği önemlidir. Ağırlık değerinin bir düğüm içindeki ağırlık tamamında saklandığı bilgisi, tek bir düğüm için hiçbir şey ifade etmez. Ağırlık tümündeki ağırlıkların uygun bir değere sahip olması gerekir. Bununla birlikte, bir sinir ağında optimum ağırlıkların değerlerini belirlemek için orijinal olarak geliştirilen bir formül mevcuttur. Ağ işlemci elemanları, zaman içinde bir dizi kural kullanarak optimum ağırlık değerlerini belirler. Bu işleme, eğitim denir. Buna göre, eğitilecek bir ağırlık değerleri belirli bir ölçüm dahilinde dinamik olarak değiştirilmelidir [23].

Sinir ağında olayları öğrenmek iki aşamalı olarak gerçekleşir. İlk aşamada, ağırlık değeri rasgele alınır ve ağ, ağırlık çıktısı tarafından üretilmelidir. İkinci aşamadaki çıktı değerinin doğruluğuna göre ağırlık ağırlıkları değiştirilir. Buradaki amaç, bu numuneler için doğru bir çıktı elde etmek için yararlı olacak bir ağırlık değeri bulmaktır. Temel olarak, öğrenme yöntemleri denetlenen, denetlenmeyen ve takviye öğrenme olarak üç grupta toplanmaktadır [24].

Denetleyicinin başarısı, belirtilen ağırlık ve bias katsayılarının optimum değerini hesaplayarak belirlenir. Bu çalışmada yapay sinir ağı denetleyicisinin ağırlık ve bias katsayıları genetik algoritma kullanılarak optimize edilmiştir. Şekil 4.22, denetleyicinin katsayılarının genetik algoritma tekniği ile optimize edildiği temsili blok diyagramını göstermektedir.

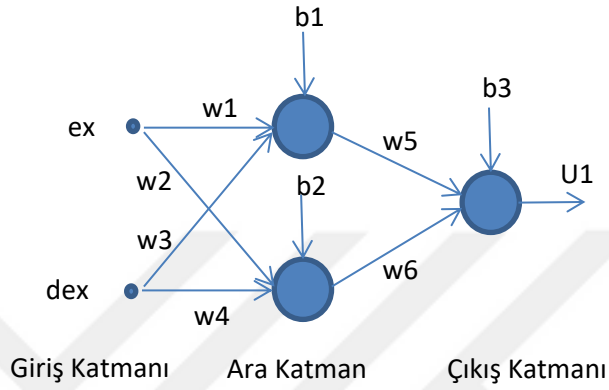


**Şekil 4.22.** YSA kontrol katsayılarının optimizasyon blok diyagramı

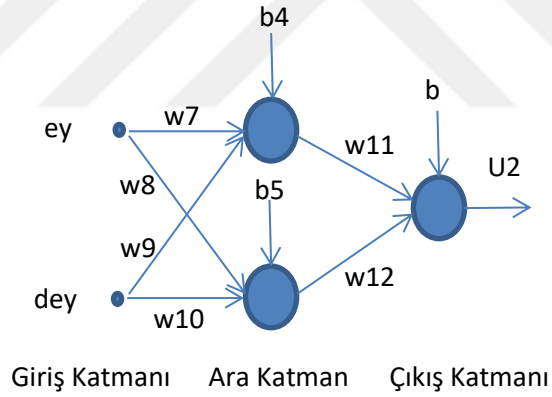
Ağırlık katsayılarını optimize etmek için Matlab paket programındaki genetik algoritma araç kutusundaki kodlardan yararlanılmıştır. Sistemin çıktılarından elde edilen hataların karelerinin toplamını belirlenmiş bir referans noktası için sıfıra indiren bir fonksiyon, genetik algoritma için amaç fonksiyonu olarak tanımlanmıştır. Denetleyiciye ait

katsayıların optimum değerleri bu yöntemle belirlendikten sonra, kontrolör genetik algoritma devre dışı bırakılarak uygulama için hazır hale getirilmiştir.

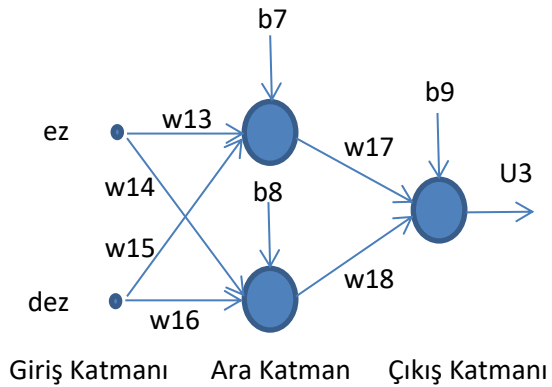
Robot üç eksenli olduğundan dolayı her bir motor için ayrı bir YSA yapısı oluşturulmuştur. Bu ağ yapıları ve ağırlık katsayıları sırasıyla Şekil 4.23, 4.24 ve 4.25' de gösterilmektedir.



**Şekil 4.23.** Birinci kontrol kuvveti için YSA modeli



**Şekil 4.24.** İkinci kontrol kuvveti için YSA modeli



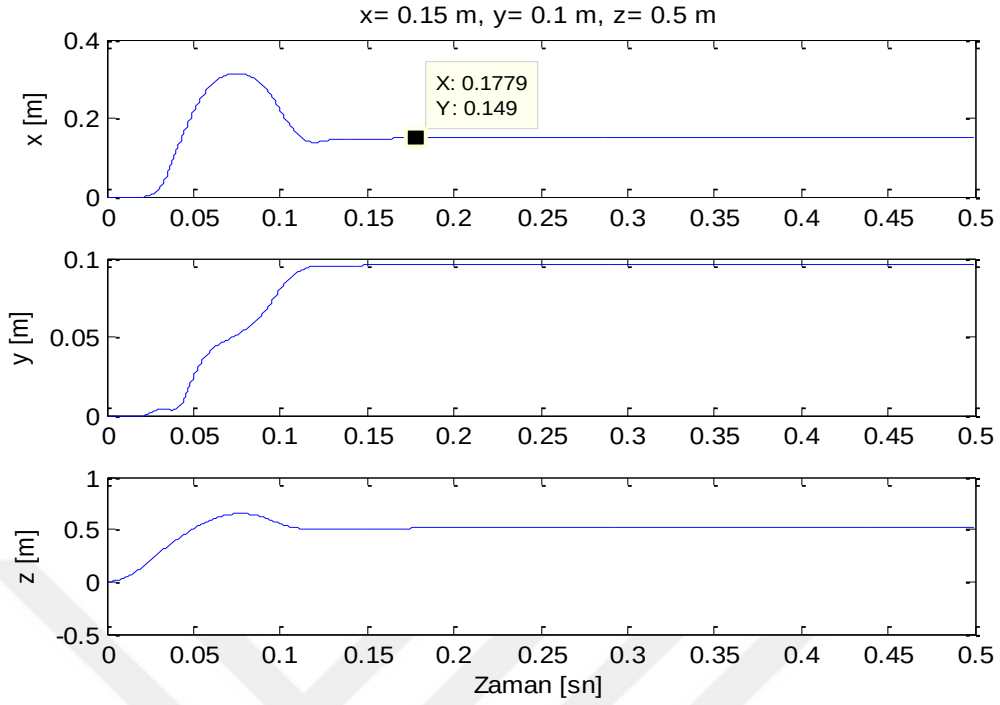
**Şekil 4.25.** Üçüncü kontrol kuvveti için YSA modeli

Bu ağ yapılarında kullanılan ağırlık katsayılarının değerleri genetik algoritma ile hesaplanmıştır. Tablo 4.2' de ağırlık katsayılarının değerleri verilmiştir.

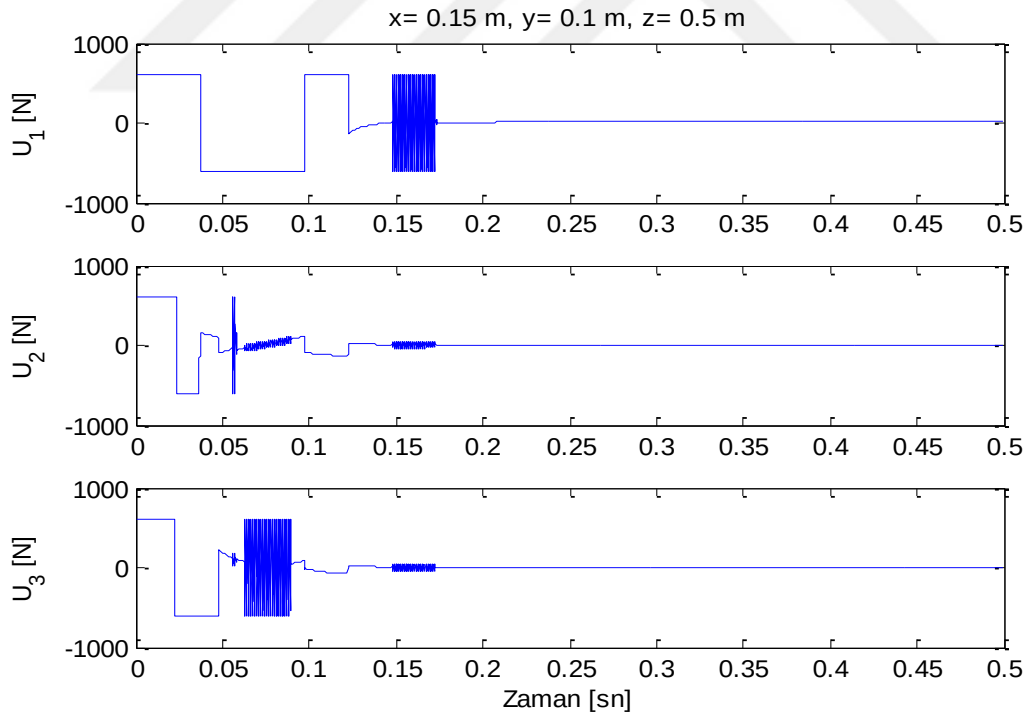
**Tablo 4.2.** Ağırlık ve bias katsayılarının değerleri

|                       |                       |                       |                       |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| <b>w<sub>1</sub></b>  | <b>w<sub>2</sub></b>  | <b>w<sub>3</sub></b>  | <b>w<sub>4</sub></b>  |
| -142.304              | -35.9993              | 36.2439               | -0.0798               |
| <b>w<sub>5</sub></b>  | <b>w<sub>6</sub></b>  | <b>w<sub>7</sub></b>  | <b>w<sub>8</sub></b>  |
| -28.2670              | 9.5263                | 9.8981                | 10.0046               |
| <b>w<sub>9</sub></b>  | <b>w<sub>10</sub></b> | <b>w<sub>11</sub></b> | <b>w<sub>12</sub></b> |
| 77.3465               | 113.9936              | -32.5103              | -85.5621              |
| <b>w<sub>13</sub></b> | <b>w<sub>14</sub></b> | <b>w<sub>15</sub></b> | <b>w<sub>16</sub></b> |
| 79.0900               | 11.7938               | 174.6309              | -19.7813              |
| <b>w<sub>17</sub></b> | <b>w<sub>18</sub></b> | <b>b<sub>1</sub></b>  | <b>b<sub>2</sub></b>  |
| 15.6309               | -132.002              | -34.1228              | -30.4444              |
| <b>b<sub>3</sub></b>  | <b>b<sub>4</sub></b>  | <b>b<sub>5</sub></b>  | <b>b<sub>6</sub></b>  |
| 24.0077               | -100.4888             | 85.7424               | 76.5433               |
| <b>b<sub>7</sub></b>  | <b>b<sub>8</sub></b>  | <b>b<sub>9</sub></b>  |                       |
| 34.6155               | -3.8915               | 2.8005                |                       |

Bu katsayılar yapay sinir ağı denetleyicisine üç farklı referans noktası için uygulanmış ve sistem yanıtları grafiksel olarak elde edilmiştir. İlk uygulamada, robotun tutucu ucunu  $x = 0.15$  m,  $y = 0.1$  m ve  $z = 0.5$  m referans konumlarına gitmesi için yapay sinir ağı kontrolü uygulandığında, sistemin yer değiştirmeleri Şekil 4.26' da görülmektedir. Şekil 4.27 ise her bir motora uygulanan kontrol kuvvetlerinin grafiği verilmiştir.



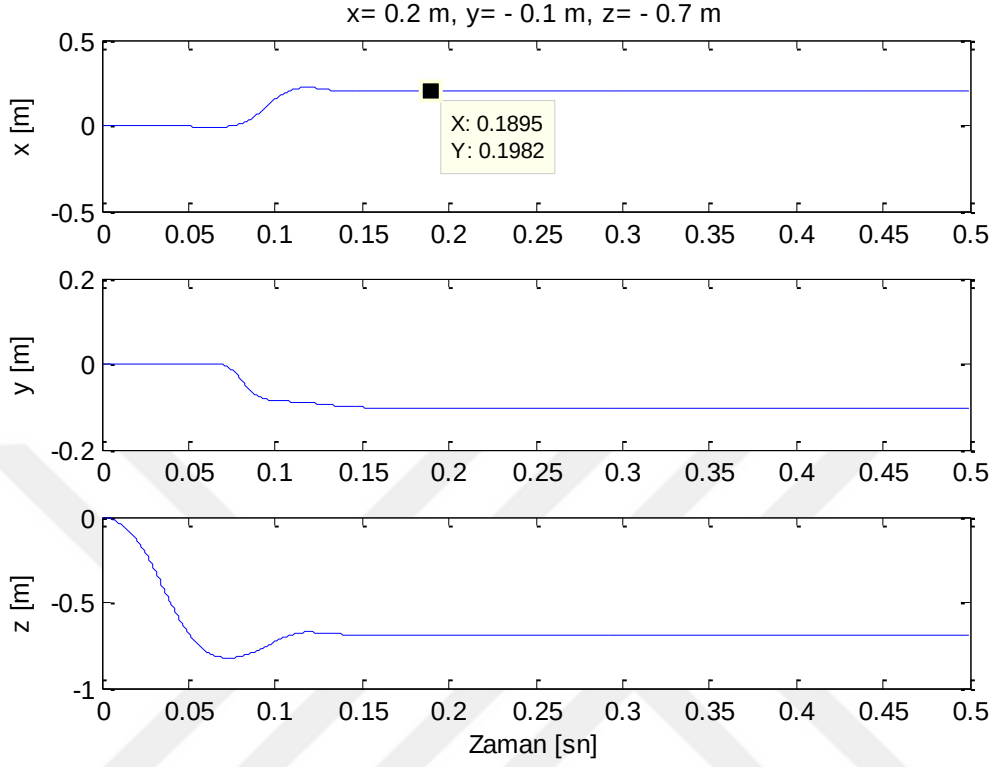
Şekil 4.26.  $x=0.15$  m,  $y=0.1$  m ve  $z=0.5$  m için sistemin YSA deplasman cevapları



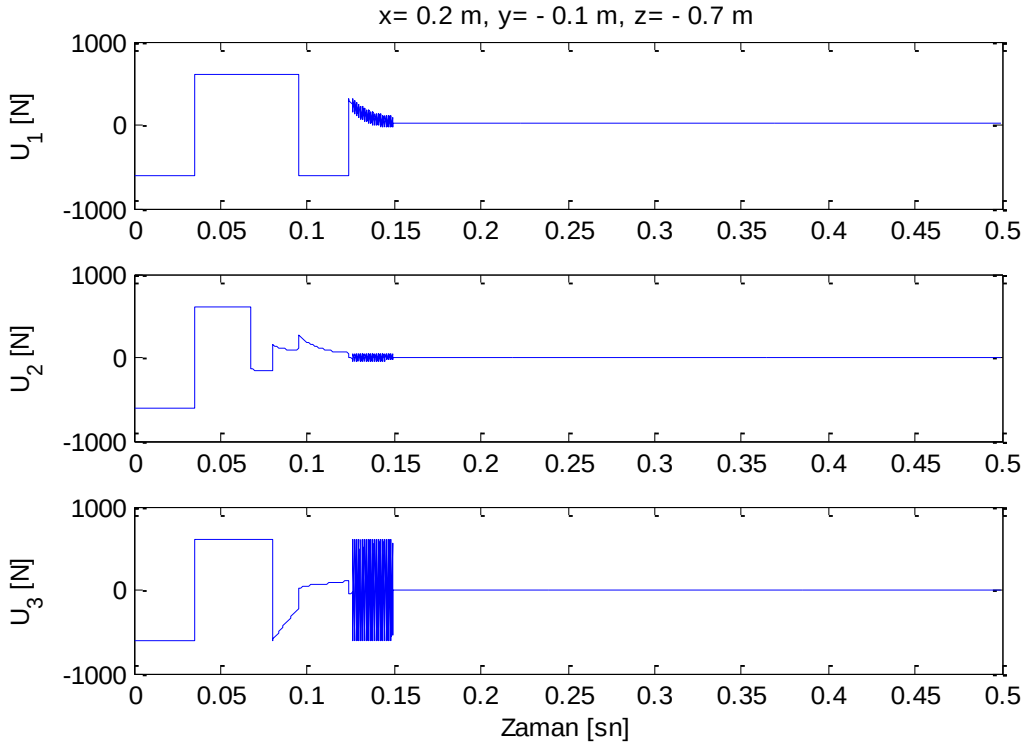
Şekil 4.27.  $x=0.15$  m,  $y=0.1$  m ve  $z=0.5$  m için motorlara uygulanan YSA kontrol kuvvetleri

Benzer şekilde, ikinci uygulamada, Triglide robotun tutucu ucunu  $x = 0.2$  m,  $y = -0.1$  m ve  $z = -0.7$  m referans konumlarına getirmek için yapay sinir ağı kontrolü

uygulanmıştır. Buna göre sistemin yer değiştirme cevapları Şekil 4.28' de ve kontrol kuvvetlerinin zamana bağlı değişimini gösteren grafik sonuçları Şekil 4.29' da verilmiştir.



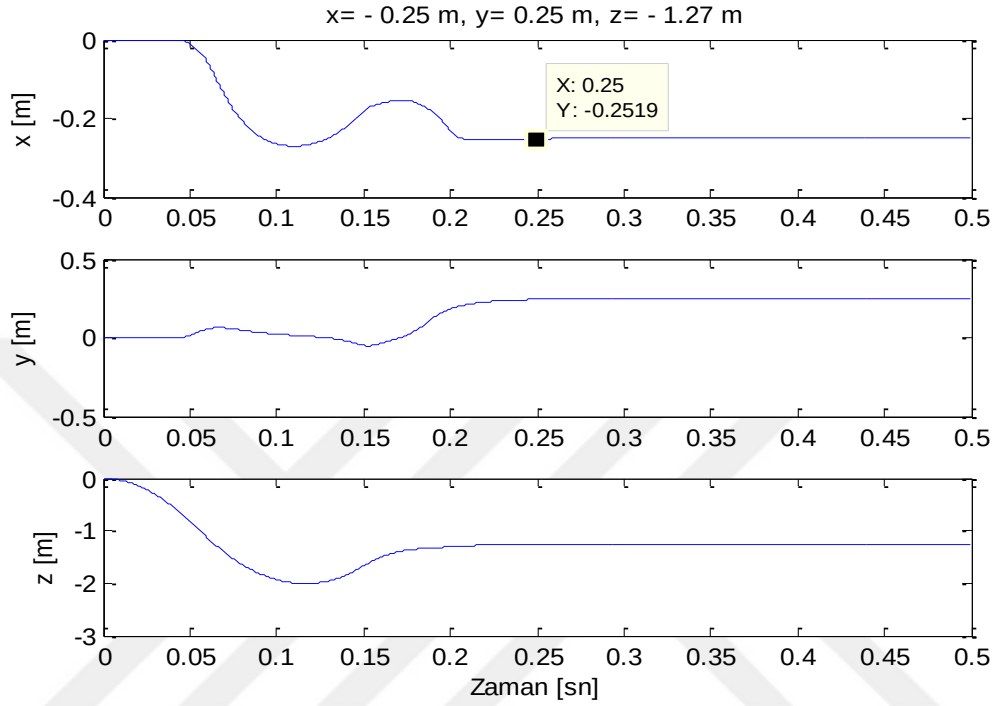
**Şekil 4.28.**  $x=0.2 \text{ m}$ ,  $y= -0.1 \text{ m}$  ve  $z= -0.7 \text{ m}$  için sistemin YSA deplasman cevapları



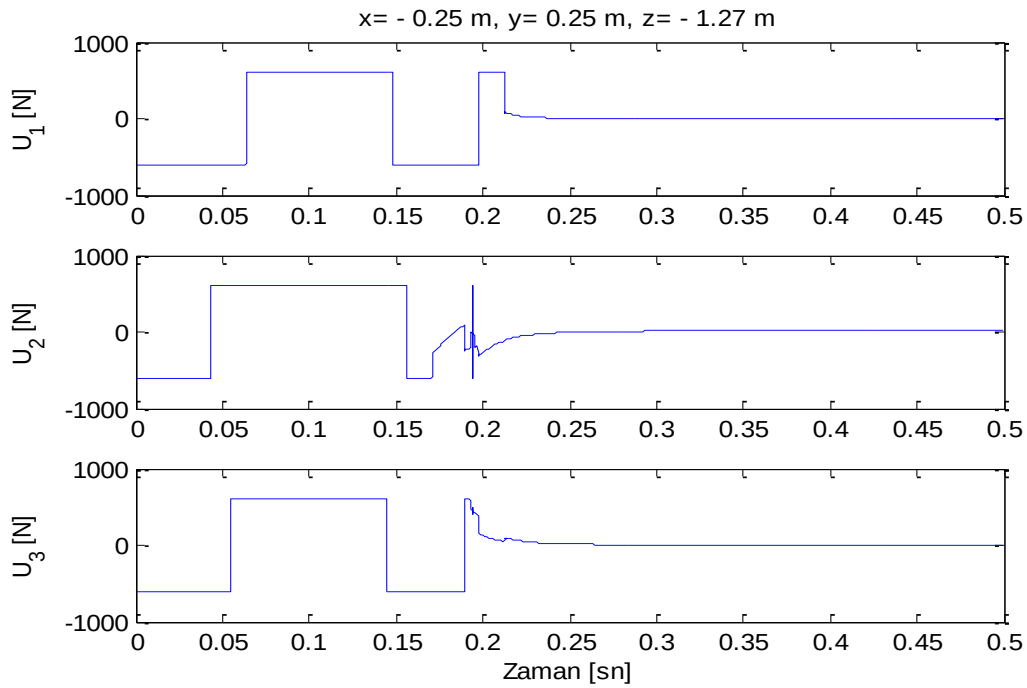
**Şekil 4.29.**  $x = 0.2 \text{ m}$ ,  $y= -0.1 \text{ m}$  ve  $z= -0.7 \text{ m}$  için motorlara uygulanan YSA kontrol kuvvetleri



Üçüncü uygulamada, robotun tutucu ucu  $x = -0.25$  m,  $y = 0.25$  m ve  $z = -1.27$  m referans konumlarına getirmek için yapay sinir ağı kontrolü uygulanmıştır. Sistemin yer değiştirme cevapları grafiksel olarak Şekil 4.30’ da gösterildiği gibi elde edilmiştir. Şekil 4.31 ise her bir motora uygulanan kontrol kuvvetlerinin grafiğini göstermektedir.



Şekil 4.30.  $x = -0.25$  m,  $y = 0.25$  m ve  $z = -1.27$  m için sistemin YSA deplasman cevapları



Şekil 4.31.  $x = -0.25$  m,  $y = 0.25$  m ve  $z = -1.27$  m için motorlara uygulanan YSA kontrol kuvvetleri

Triglidle paralel robotun yapay sinir ağı kontrol yöntemi ile elde edilen sonuçlar incelendiğinde  $x$ ,  $y$  ve  $z'$  nin yaklaşık 0.2 ila 0.25 saniye aralıklarla arzu edilen referans değerlerine ulaştığı görülmektedir.

Yapay sinir ağı denetleyicisi kullanılarak elde edilen kontrol kuvveti grafiklerinin pratik olarak uygulanabilir olduğu görülmektedir. Bu çalışmada, triglide paralel robot, daha önceki çalışmalardan elde edilen kinematik ve dinamik çözümleri kullanarak bir yapay sinir ağı denetleyicisi tarafından kontrol edilmiştir. Yapay sinir ağı denetleyicisi sisteme uygulanırken denetleyicinin ağırlık katsayıları genetik algoritma ile optimize edilmiştir. Ara katmanda tansig fonksiyonu ve çıkış katmanında ise purelin fonksiyonu kullanılmıştır. Bu çalışma, Triglidle robotun yapay sinir ağı kontrol yöntemi ile kontrolü konusunda literatüre katkı sağlayacaktır.

#### **4.4. Bulanık Mantık ile Kontrol Uygulaması**

Bu çalışmada, genellikle al-bırak işlemlerinde kullanılan üç serbestlik dereceli Triglidle paralel robot kontrol edilmiştir. Triglidle robot, robotun ters ve ileri kinematik çözümleri ile dinamik denklemlerinin kullanıldığı Matlab' da yazılmış bir program aracılığıyla bulanık mantık kontrol yöntemi kullanılarak kontrol edilmiştir. Bulanık mantık yapısına giriş olarak hata ve hatanın türevi tercih edilmiştir. Çıkış olarak, kontrol sinyali bulanık mantık yapısından üretilmiştir. Bulanık mantık denetleyicisinin üyelik fonksiyonlarının sınır değerleri, Matlab paket programında yazılan bir program aracılığıyla genetik algoritma kullanılarak optimizasyon ile bulunmuştur. Denetimler, Triglidle paralel robot üzerindeki bulanık mantık denetleyicisinin başarısını göstermek için üç farklı referans noktası için tekrarlanmıştır. Bulanık mantık kontrol yapısında üçgen üyelik fonksiyonları uygulanmıştır. Bulanık yapıya giriş olarak robotun yer değiştirme hataları ve hataların türevleri verilmiştir. Matlab ortamında hazırlanan program ile sayısal çözümler üretilmiştir. Sistem yanıtları, Triglidle paralel robota uygulanan denetim mekanizması ile grafiksel olarak elde edilmiş ve sonuçlar incelenmiştir.

Bulanık mantık kavramı insan duygusu ve çıkarsama mekanizması gibi iş görür. Bulanık mantık, diğer klasik kontrol yöntemlerinin aksine, iki değer arasındaki ara değerleri dikkate alarak denetleme gerçekleştirir. Bulanık denetleyicinin çıktısı, ilişkili üyelik işlevlerini kullanarak girdi ve çıktı değerlerini bulanıklaştırmaktan oluşur. Berrak bir değere sahip giriş değeri, ilişkili üyelik fonksiyonu aracılığıyla farklı bir anlam taşır.

Dolayısıyla, bulanık mantık denetleyicisinin çıktısı farklı üyelik işlevlerinin üyelik değerlerine bağlıdır.

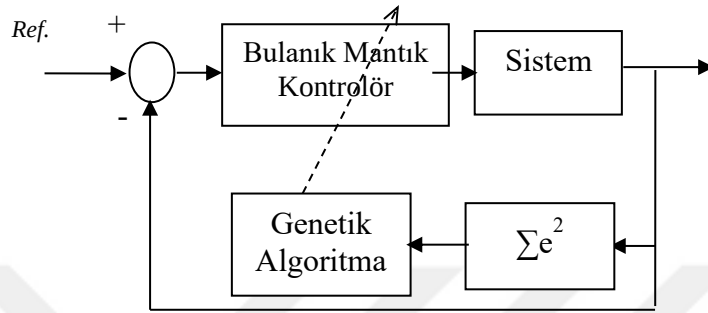
Pek çok insan günlük hayatlarında pratiğe geçirmesine ragmen bulanık mantık ve bulanık fikirler göz ardı edilir. Örneğin, anketlerdeki bazı soruların net bir cevabı olamaz. Genellikle bulanık veya belirsiz olan 'çok memnun değil', 'memnun değil', 'memnun' ve 'oldukça memnun' gibi çoktan seçmeli cevap seçeneklerine sahip ara seçenekleri kişilere sunar. Anketlerin çoğunluğu benzerdir. Bu belirsiz cevaplar makineler tarafından oluşturulamaz, ancak insanlar bu cevapları oluşturabilir ve uygulayabilir. Bir bilgisayar, insanların yaptığı gibi anketlere cevap veremez. Çünkü bilgisayarların ara değer kavramı yoktur. Yalnızca 0 veya 1 değerlerle çalışabilirler. Tüm makineler tarafından işlenebilen bu verilere canlı veya klasik veriler denir. Bir insanın idaresi ile bilgisayarların bu belirsiz verileri işleyebilmesine izin verilebilir. Bazı bulanık mantık yöntemleri ve bulanık mantık sistemleri hakkındaki bilgiler insanlar tarafından bilgisayarlara ve makinelere aktarılırsa, bu belirsiz veriler çözülebilir.

L. A. Zadeh tarafından keşfedilen bulanık mantık fikri, 1962' de Berkeley'de Kaliforniya Üniversitesi'nden çıkmıştır [25]. Bu keşif, Londra Üniversitesi'ndeki profesör E. H. Mamdani'nin pratik olarak bulanık mantık denetimi gerçekleştirmesine kadar geçerli olmamıştır. Bulanık teoremin keşfinden neredeyse on yıl sonra, 1974'de Mamdani, otomatik buhar motorunu kontrol etmek için bulanık mantığı ilk defa uygulamıştır [26]. Daha sonra, 1976 yılında, Danimarka'daki Blue Circle Çimento ve SIRA, çimento fırınlarını kontrol etmek için endüstriyel bir uygulama geliştirmiştir [27]. 1982' de bu sistem çalışmaya başlamıştır.

1980' lerden beri endüstriyel imalat, otomatik kontrol, otomobil üretimi, bankalar, hastaneler, kütüphaneler ve akademik eğitim gibi pek çok bulanık uygulama yayımlanmış ve rapor edilmiştir. Günümüzde bulanık mantık ve bulanık mantık kontrol teknikleri, toplumun her alanında uygulama olanakları bulabilmektedir.

Son yıllarda, bulanık mantık yöntemi ile robot kontrolü ile ilgili birçok çalışma bulunmaktadır. Bunlardan bazıları, hareketli robot yörünge kontrolü, otonom bir robotun hareket kontrolü, küresel yuvarlanma robotlarının kontrolü, robot manipülatör kontrolü, robot parmakları için izleme kontrolü, hexapodlu robotların kontrolü, kısıtlı çok bacaklı robot sistem kontrolü, robotların doğrusal olmayan ağa bağlı kontrolü ve uçan robotların kontrolüdür [28-38].

Bu çalışmada, konum denetimi için Triglide paralel robot için bulanık mantık yöntemi uygulanmıştır. Kontrolörün başarısı, belirtilen üyelik fonksiyon katsayılarının optimum değerinin hesaplanmasıyla belirlenir. Bulanık mantık denetleyicisinin katsayıları, genetik algoritma kullanılarak optimize edilmiştir. Şekil 4.32, denetleyicinin katsayılarının genetik algoritma tekniği ile optimize edildiği blok diyagramını göstermektedir.



**Şekil 4.32.** Bulanık mantık katsayılarının optimizasyon blok diyagramı

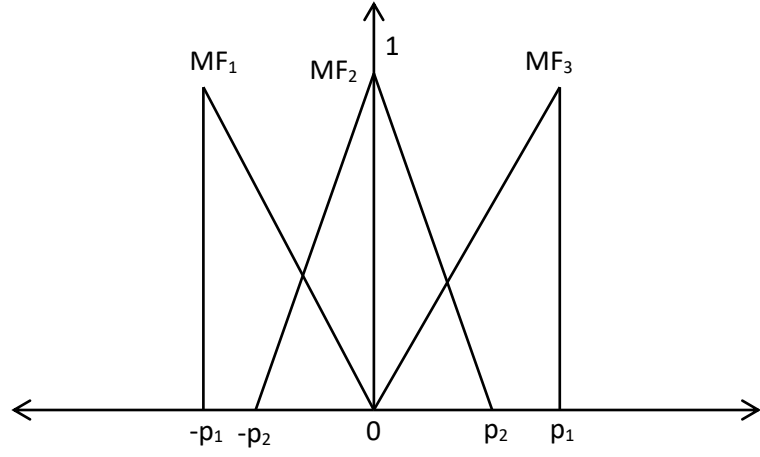
Üyelik fonksiyonlarının katsayılarını optimize etmek için Matlab paket programındaki genetik algoritma araç kutusundaki kodlardan yararlanılmıştır. Sistemin çıktılarından elde edilen hataların karelerinin toplamını keyfi belirlenmiş bir referans noktası için sıfıra indiren bir fonksiyon, genetik algoritma için amaç fonksiyonu olarak tanımlanmıştır. Denetleyiciye ait katsayıların optimum değerleri bu yöntemle belirlendikten sonra, kontrolör genetik algoritma devre dışı bırakılarak uygulama için hazır hale getirilmiştir.

Üç serbestlik derecesine sahip Triglide paralel robot için bulanık mantık yapısı her motor için ayrı ayrı oluşturulmuştur. Girişler ve çıkış için kural tablosu, üyelik fonksiyonları sırasıyla Tablo 4.3, Şekil 4.33, 4.34 ve 4.35' de gösterilmektedir. Her bir giriş ve çıkış için üçgen üyelik fonksiyonları kullanılmıştır.

**Tablo 4.3.** U kontrol sinyali çıkışları için her bir bulanık mantık yapısına ait kural tablosu

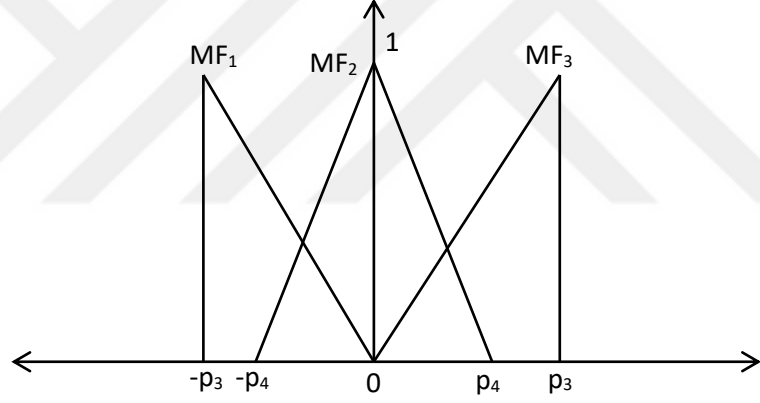
| $\frac{de}{dt}$<br>$e$ | NB <sub>de</sub> | Z <sub>de</sub> | PB <sub>de</sub> |
|------------------------|------------------|-----------------|------------------|
| NB <sub>e</sub>        | Z <sub>u</sub>   | NB <sub>u</sub> | NB <sub>u</sub>  |
| Z <sub>e</sub>         | NB <sub>u</sub>  | Z <sub>u</sub>  | PB <sub>u</sub>  |
| PB <sub>e</sub>        | PB <sub>u</sub>  | PB <sub>u</sub> | PB <sub>u</sub>  |

Giriş<sub>1</sub> (e) için üyelik fonksiyonları



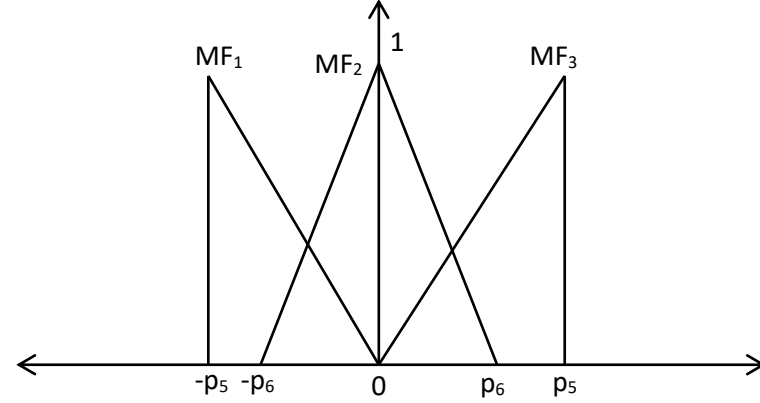
Şekil 4.33. Giriş<sub>1</sub> (e) için üyelik fonksiyonları

Giriş<sub>2</sub> (de/dt) için üyelik fonksiyonları



Şekil 4.34. Giriş<sub>2</sub> (de/dt) için üyelik fonksiyonları

Çıkış (u) için üyelik fonksiyonları



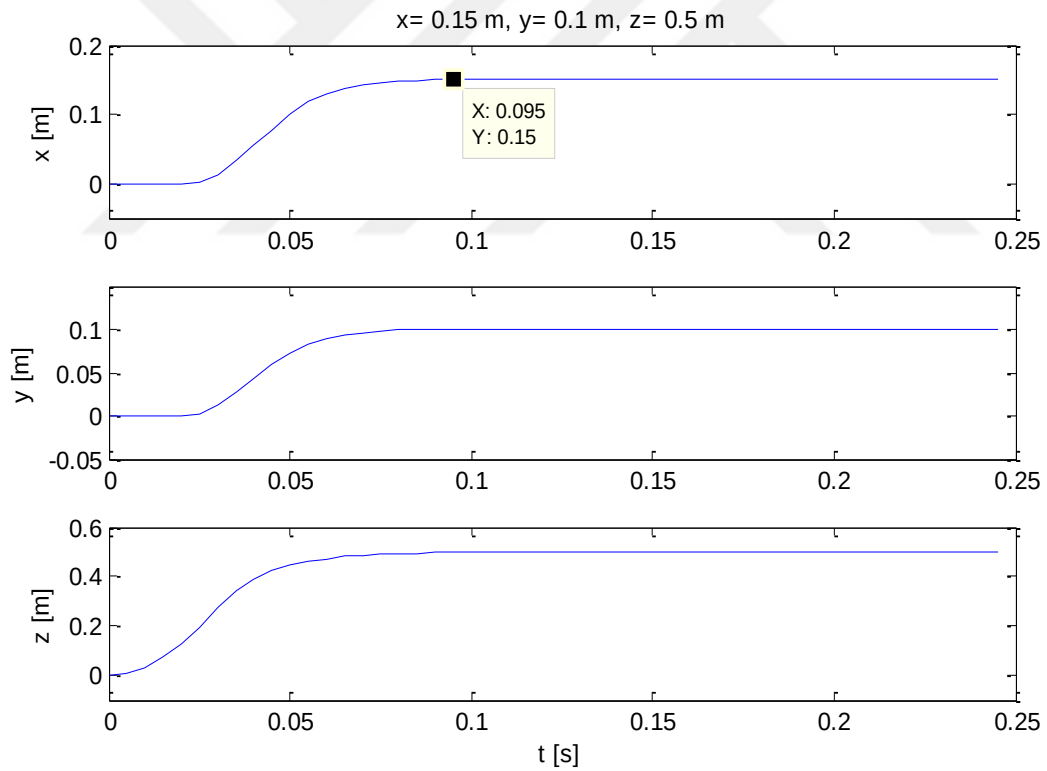
Şekil 4.35. Çıkış (u) için üyelik fonksiyonları

Bulanık yapılarda kullanılan üyelik fonksiyonlarının katsayılarının değerleri, genetik algoritma ile hesaplanmış ve Tablo 4.4' de gösterilmiştir. Genetik algoritma ile optimize edilen  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $p_3$ ,  $p_4$ ,  $p_5$  ve  $p_6$  değerleri aşağıda verilmiştir.

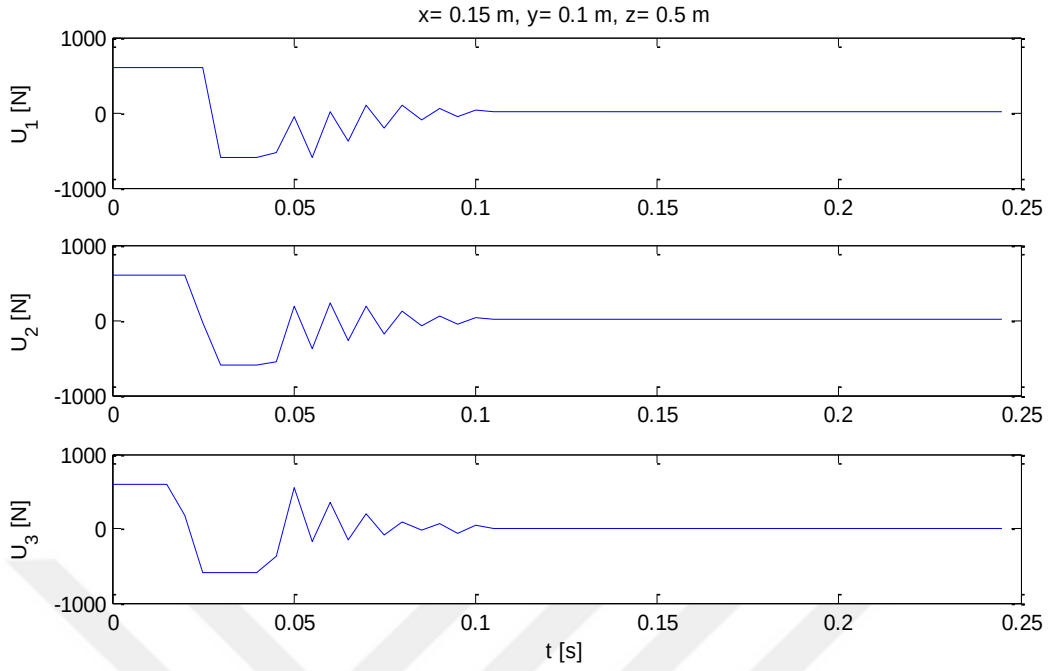
**Tablo 4.4.** Üyelik fonksiyonlarının sınır değerleri

| $p_1$  | $p_2$  | $p_3$  | $p_4$   | $p_5$   | $p_6$  |
|--------|--------|--------|---------|---------|--------|
| 0.1542 | 0.1134 | 8.5995 | 32.6079 | 13.8226 | 6.2298 |

Bu katsayılar, bulanık mantık denetleyicisine üç farklı referans konumu için uygulanmış ve sistem yanıtları grafiksel olarak elde edilmiştir. İlk uygulamada, bulanık mantık kontrolü, robotun tutucu ucunu  $x = 0.15$  m,  $y = 0.1$  m ve  $z = 0.5$  m referans konumlarına götürmek için uygulandığında, sistemin deplasman cevapları Şekil 4.36' da gösterilmiştir. Şekil 4.37 sunulan ise her bir motora uygulanan kontrol kuvvetlerinin grafiğidir.

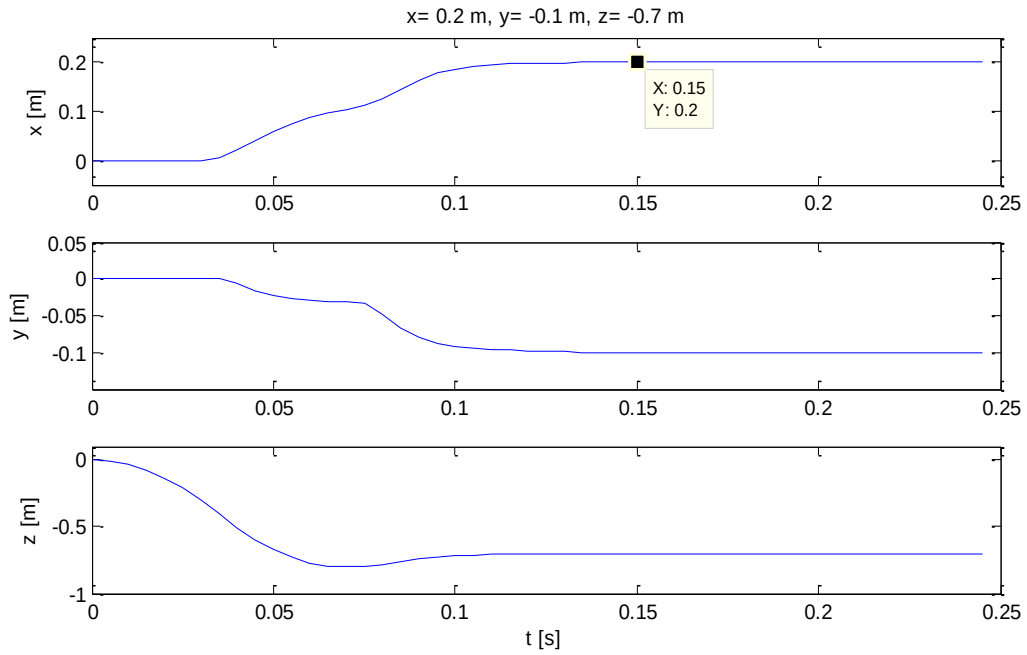


**Şekil 4.36.**  $x=0.15$  m,  $y= 0.1$  m ve  $z= 0.5$  m için sistemin BMK deplasman cevapları

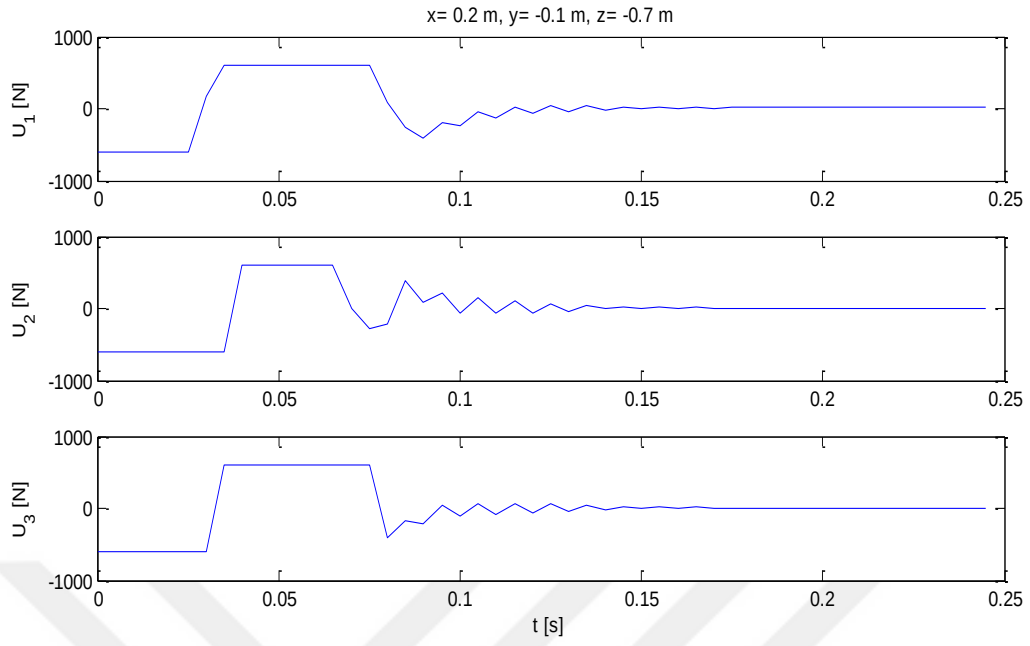


**Şekil 4.37.**  $x= 0.15$  m,  $y= 0.1$  m ve  $z= 0.5$  m için motorlara uygulanan BMK kontrol kuvvetleri

Benzer şekilde, ikinci uygulamada, triglide tutucu ucunun  $x = 0.2$  m,  $y = -0.1$  m ve  $z = -0.7$  m referans konumlarına getirilmesi için bulanık mantık kontrol uygulanmıştır. Buna göre Şekil 4.38, sistemin yer değiştirme cevaplarını göstermektedir ve Şekil 4.39' da, kontrol kuvvetlerinin zamana bağlı değişimini gösteren grafik sonuçları verilmiştir.

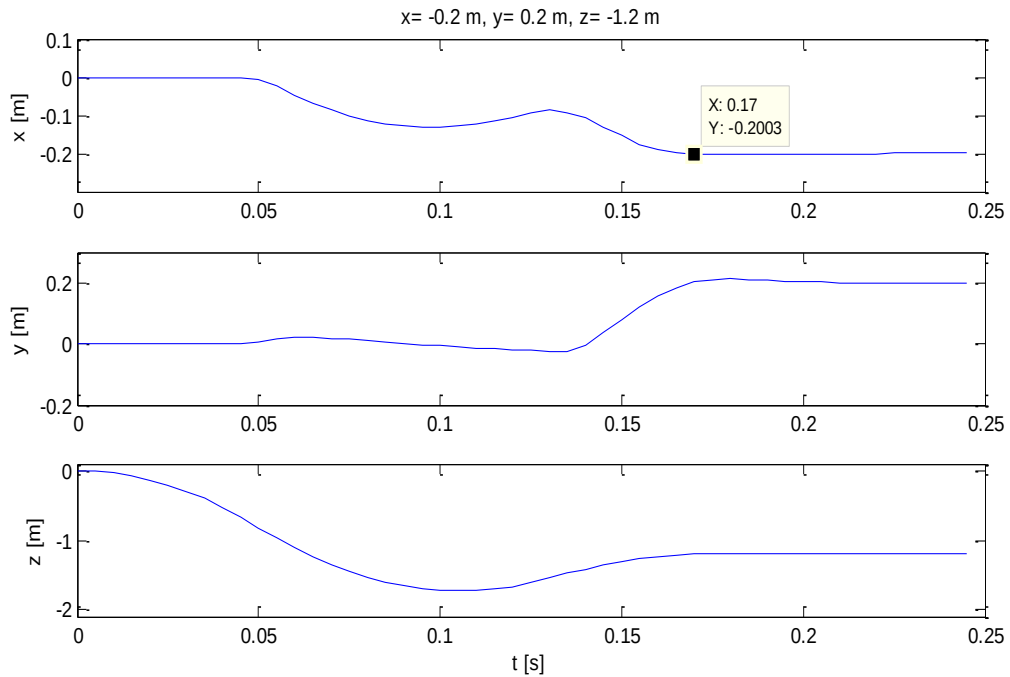


**Şekil 4.38.**  $x= 0.2$  m,  $y= -0.1$  m ve  $z= -0.7$  m için sistemin BMK deplasman cevapları



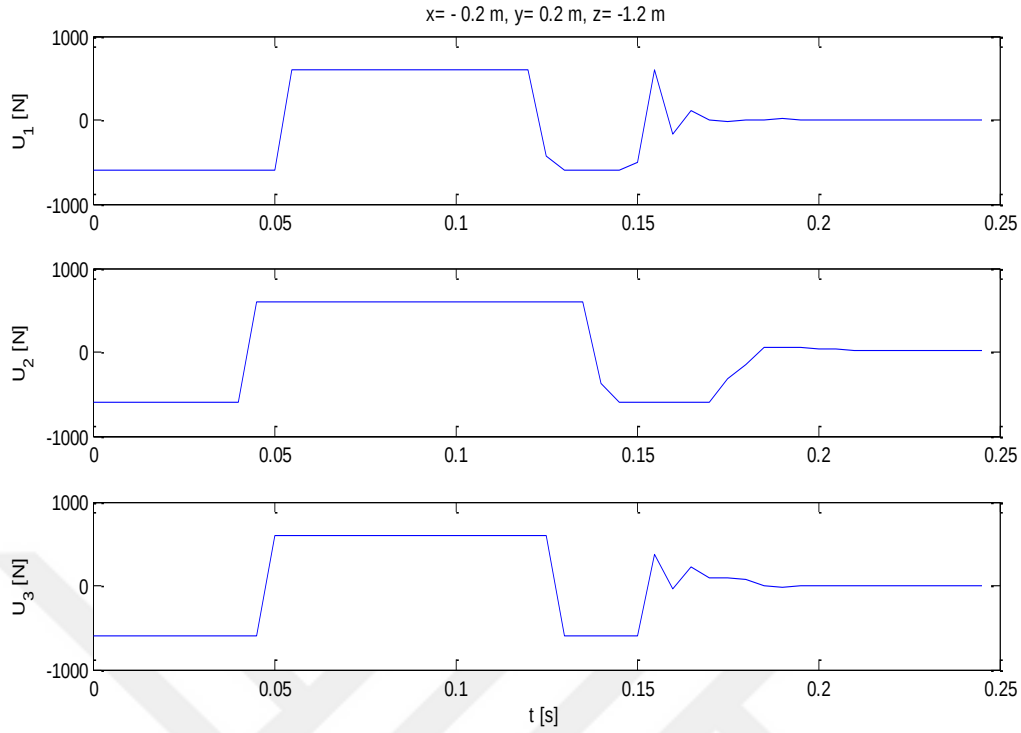
**Şekil 4.39.**  $x = 0.2 \text{ m}$ ,  $y = -0.1 \text{ m}$  ve  $z = -0.7 \text{ m}$  için motorlara uygulanan BMK kontrol kuvvetleri

Üçüncü uygulamada, bulanık mantık kontrolü, robotun tutucu ucunu  $x = -0.2 \text{ m}$ ,  $y = 0.2 \text{ m}$  ve  $z = -1.2 \text{ m}$  referans konumlarına getirmek için uygulandığında, sistemin yer değiştirme cevapları Şekil 4.40’ da gösterildiği gibi elde edilir. Şekil 4.41, her bir motora uygulanan kontrol kuvvetlerinin grafiğini göstermektedir.



**Şekil 4.40.**  $x = -0.2 \text{ m}$ ,  $y = 0.2 \text{ m}$  ve  $z = -1.2 \text{ m}$  için sistemin deplasman cevapları





**Şekil 4.41.**  $x = -0.2$  m,  $y = 0.2$  m ve  $z = -1.2$  m için her bir motora uygulanması gereken kontrol kuvvetleri

Triglide paralel robotun bulanık mantık kontrol yöntemi ile elde edilen sonuçları incelendiğinde  $x$ ,  $y$  ve  $z$ 'nin yaklaşık 0.18 saniyede arzu edilen referans değerlerine ulaştığı grafiklerden görülmektedir.

Tablo 4.5'den görüldüğü üzere KKK yönteminde % hata payı sıfıra yakinken yerleşme zamanı BMK yönteminde en kısa sürede gerçekleşmiştir. Bu nedenle bu kontrol yöntemlerinden BMK yönteminin % 0.25 hata payıyla en kısa sürede robotu kontrol ettiği sonucuna varılabilir.

**Tablo 4.5.** Kontrol yöntemleri performans kıyaslama

| $(x,y,z) = (0.15, 0.1, 0.5)$ m  | PID     | KKK     | YSA     | BMK     |
|---------------------------------|---------|---------|---------|---------|
| % Ortalama Hata                 | 3.1     | 0.05    | 2.3     | 0.2     |
| Ortalama Yerleşme Zamanı        | 0.103 s | 0.205 s | 0.201 s | 0.100 s |
| $(x,y,z) = (-0.2, 0.2, -1.2)$ m | PID     | KKK     | YSA     | BMK     |
| % Ortalama Hata                 | 1.2     | 0.01    | 1.1     | 0.3     |
| Ortalama Yerleşme Zamanı        | 0.295 s | 0.235 s | 0.271 s | 0.185 s |

Bulanık mantık denetleyicisi kullanılarak elde edilen kontrol kuvveti grafiklerinin pratik olarak uygulanabilir olduğu görülmektedir. Bu çalışma, bulanık mantık kontrol yöntemi ile Triglide robotun kontrolü ile ilgili literatüre katkı sağlayacaktır.

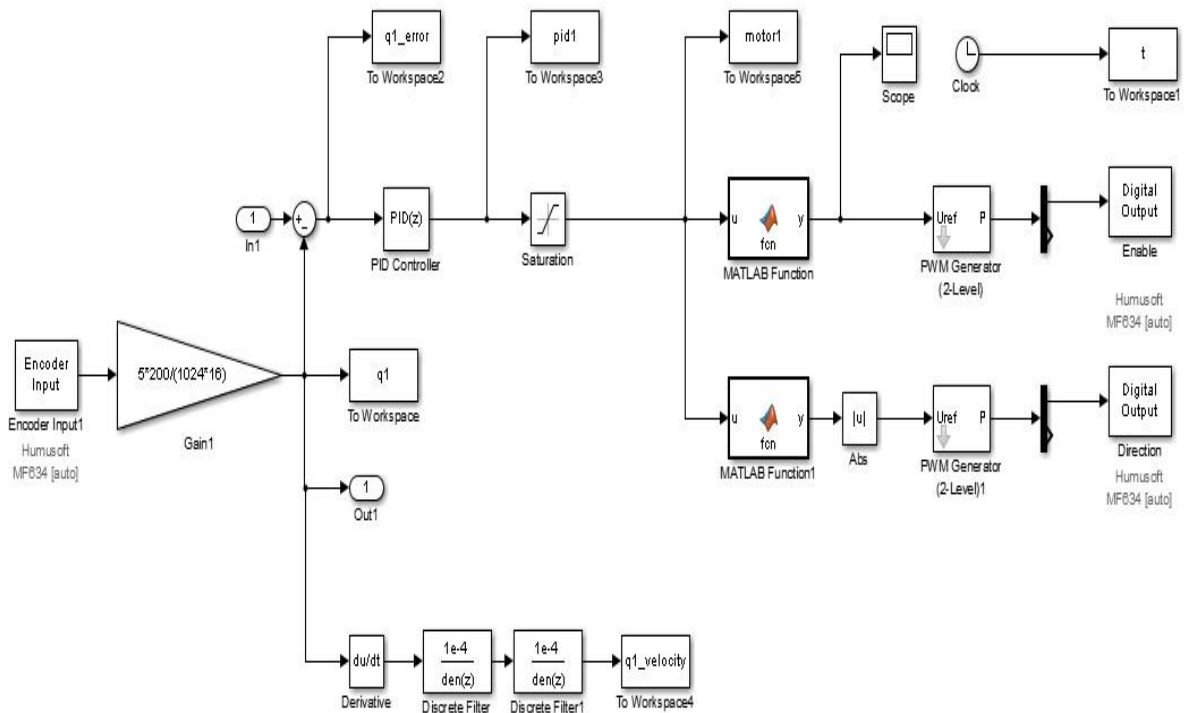
## 5. TRİGLİDE PARALEL ROBOTUN GERÇEK ZAMANLI KONTROL UYGULAMALARI

Bu bölümde imalatı yapılan Triglide robot PID kontrol ve kayan kipli kontrol yöntemleriyle gerçek zamanlı olarak kontrol edilmiştir.

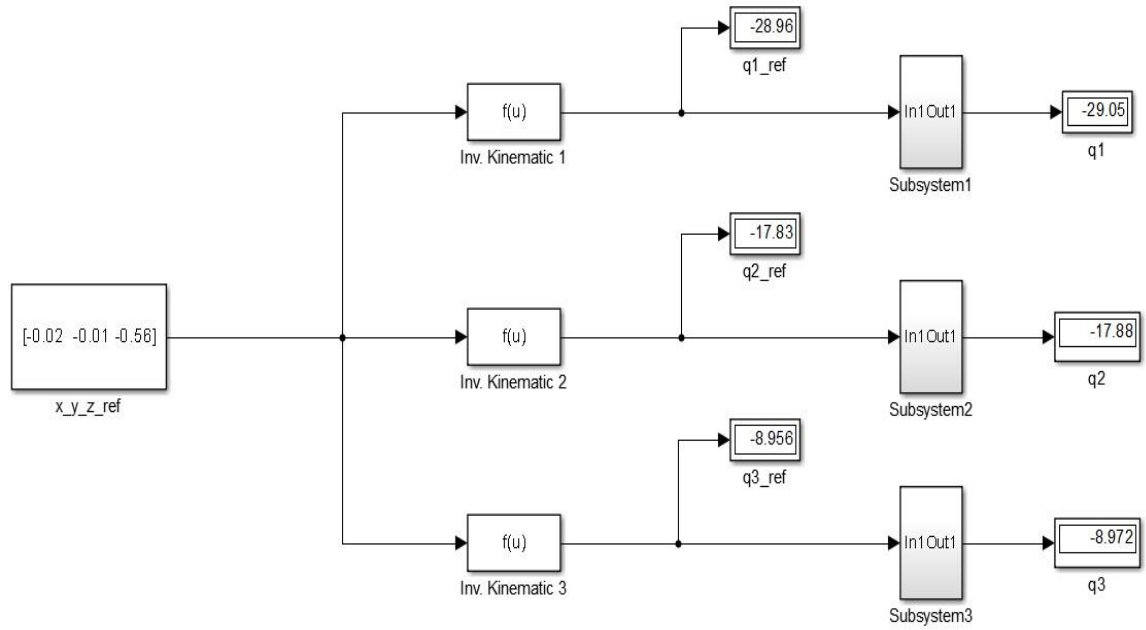
### 5.1. Gerçek Zamanlı PID Kontrol Uygulaması

Bu çalışmada, gerçek zamanlı PID kontrol üç serbestlik dereceli Triglide paralel robota uygulanmaktadır. Robotun tutucu ucunun x, y ve z koordinatları referans olarak tercih edilmiştir. Robotun ters kinematik denklemlerini kullanarak, x, y ve z referans değerleri, robotun sonsuz vida üzerinde dikey olarak hareket ettiği referans değerlerine dönüştürülmektedir. Robotun bu referans değerlerine göre kontrolü PID kontrolü ile sağlanmaktadır. PID kontrolünün kazanç katsayıları deneme yanılma ile elde edilmiştir.

Ters kinematik denklemler kullanılarak Triglide paralel robotun kontrolü Matlab / Simulink ortamında Matlab / Real-Time araç kutusu aracılığıyla gerçekleştirilmiştir. Şekil 5.1' de, Triglide paralel robotun arayüz programı görülmektedir.



Şekil 5.1. PID kontrol için geliştirilen Matlab / Simulink arayüz programı

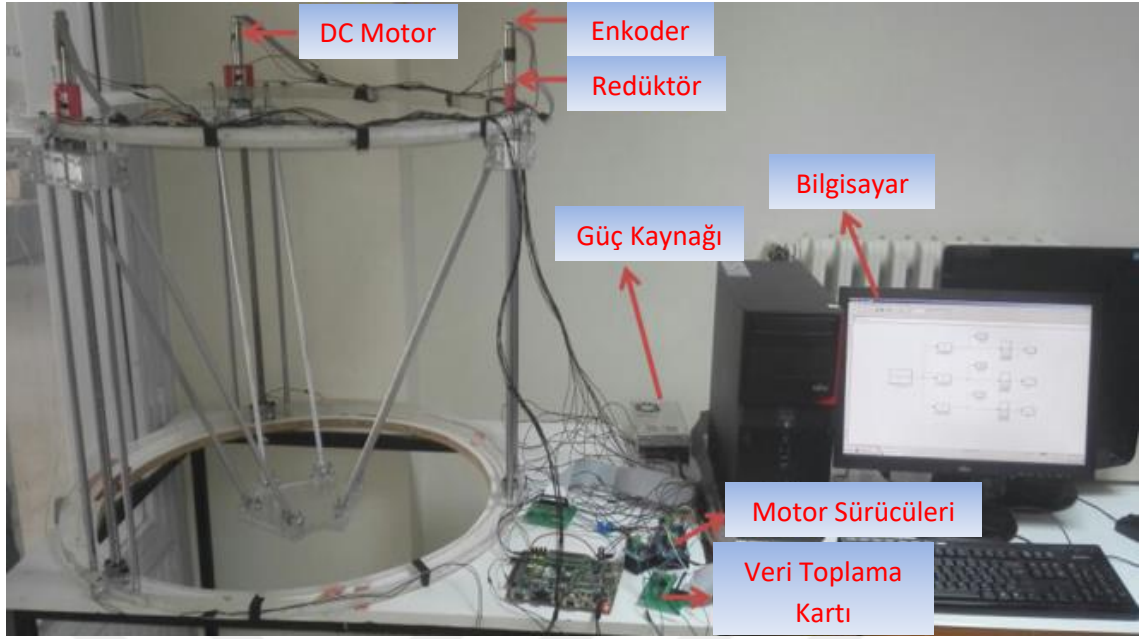


**Şekil 5.2.** PID kontrol için Matlab / Simulink deki referans değerler

PID kazanç katsayıları deneme yanılma ile bulunmuştur. Kazanç katsayıları sırasıyla  $K_{P1} = 1.1$ ,  $K_{I1} = 0.0004$ ,  $K_{D1} = 0$ ,  $K_{P2} = 1.1$ ,  $K_{I2} = 0.0005$ ,  $K_{D2} = 0$  ve  $K_{P3} = 1.1$ ,  $K_{I3} = 0.0008$  ve  $K_{D3} = 0$  olarak alınmıştır.

Triglide paralel robot kontrol edilirken, robotun tutucu ucunun orta noktasının x, y ve z koordinatları kontrol edilmiştir. Bu noktalar incelendiğinde, referans değerler Şekil 5.2' de gösterildiği gibi  $x = -0.02$ ,  $y = -0.01$  ve  $z = -0.56$  olarak verilmiştir.

Şekil 5.3 ve Tablo 5.1, deney düzeneği ve ekipmanını göstermektedir. Ekipman, redüktörlü ve enkoderli 3 DC motor, 1 veri toplama kartı, 3 DC motor sürücüsü, 1 bilgisayar ve 1 güç kaynağı içerir.

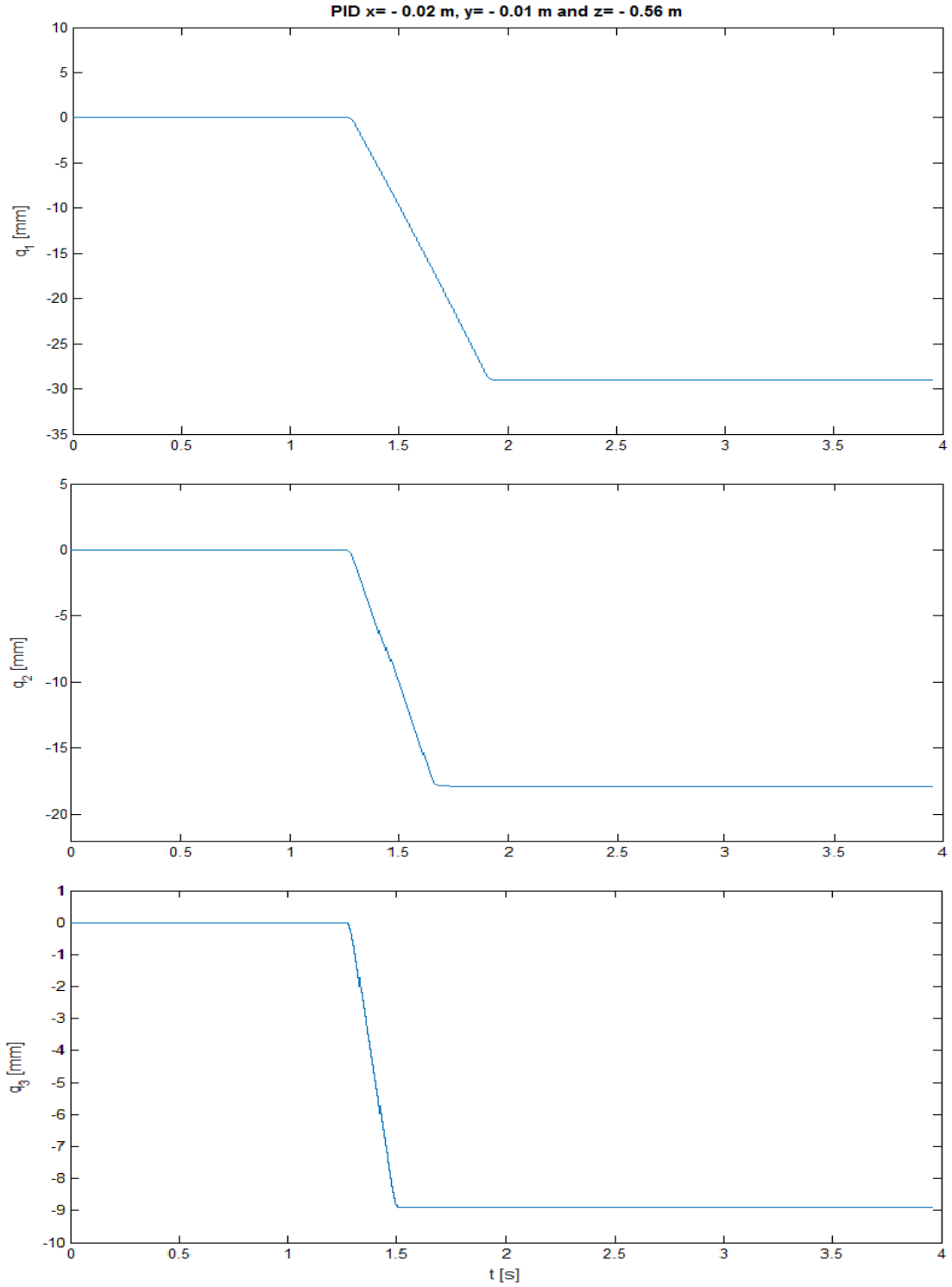


Şekil 5.3. Deney düzeneği

Tablo 5.1. Deney düzeneği donanım özellikleri

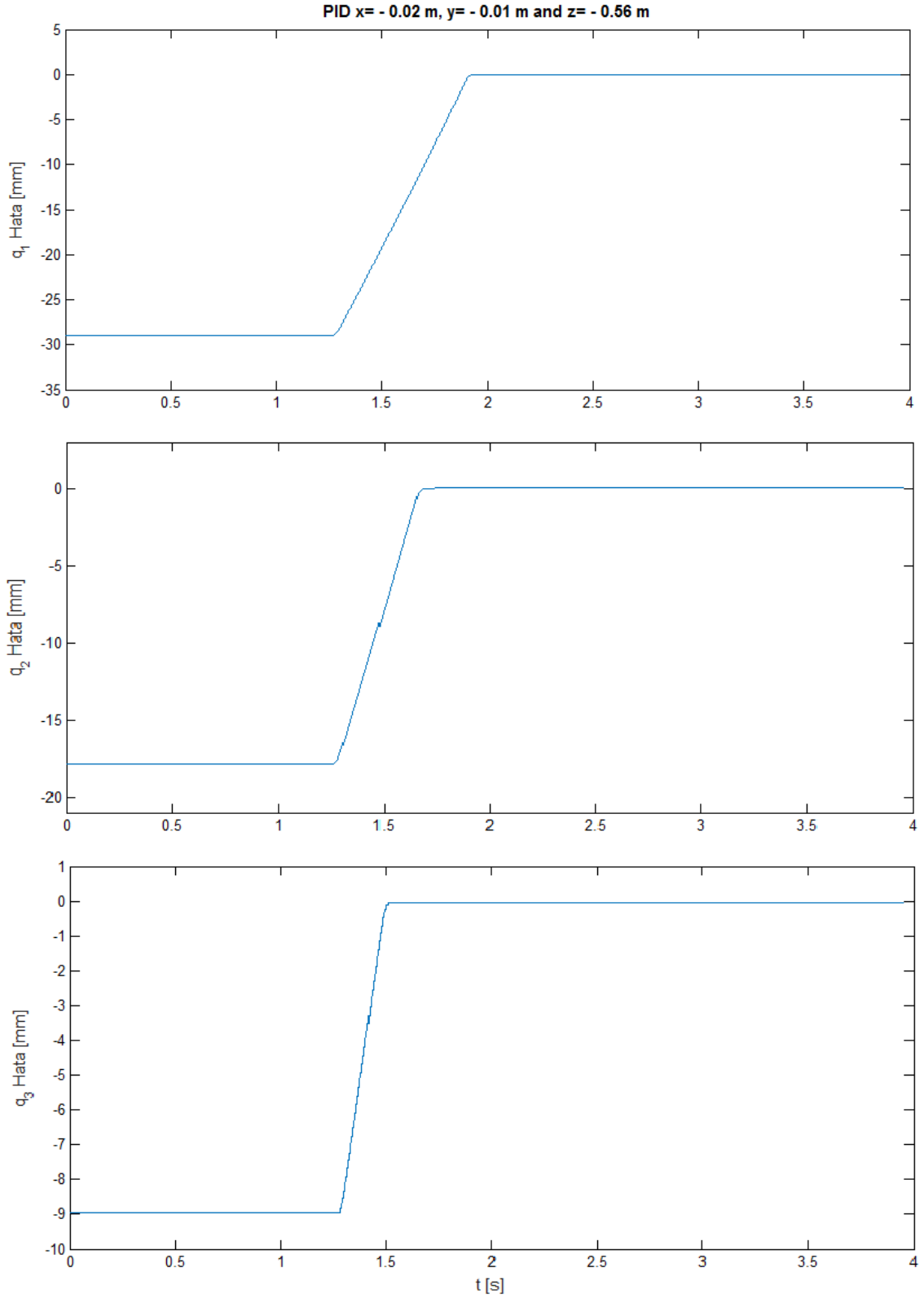
| Donanım            | Marka - Model      | Özellikler                                                                                                                                                                                                                        |
|--------------------|--------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| DC Motor           | Maxon - DCX22L     | <ul style="list-style-type: none"> <li>- 12 Volt</li> <li>- 3.21 Amper</li> <li>- 11700 rpm</li> <li>- Tork 30.5 mNm</li> </ul>                                                                                                   |
| Redüktör           | Maxon - GPX22      | 16:1 redüktör oranı                                                                                                                                                                                                               |
| Enkoder            | Maxon - ENX16      | <ul style="list-style-type: none"> <li>- 1024 pulse</li> <li>- 5 Volt</li> <li>- Quadrature</li> </ul>                                                                                                                            |
| Güç Kaynağı        | CNDF S-350-12      | <ul style="list-style-type: none"> <li>- 220 volt input AC</li> <li>- 12 Volt Output</li> <li>- 29 amper</li> <li>- Güç 350 Watt</li> </ul>                                                                                       |
| Veri Toplama Kartı | Humusoft - MF634   | <ul style="list-style-type: none"> <li>- 14 bit A/D dönüştürücü</li> <li>- 8 D/A dönüştürücü</li> <li>- 8-bit digital input</li> <li>- 8-bit digital output</li> <li>- 4 quadrature enkoder</li> <li>- 4 timer/counter</li> </ul> |
| DC Motor Sürücü    | Arduino - BTS7960B | <ul style="list-style-type: none"> <li>- 2 PWM input pin</li> <li>- 2 direction input pin</li> <li>- Max. 28 Volt</li> <li>- 20 Amper</li> </ul>                                                                                  |
| Bilgisayar         | Fujitsu            | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Intel ® Core™ i5-4570 Cpu @3.20 GHz</li> <li>- 8 GB RAM</li> <li>- 64-bit İşletim Sistemi</li> </ul>                                                                                     |

Triglide robotun ters kinematik denklemlerini kullanarak,  $x = -0.02$  m,  $y = -0.01$  m ve  $z = -0.56$  m referans değerleri için, robotun her kolundaki sonsuz vida üzerindeki hareketleri  $q_{1\_ref} = -28.96$  mm,  $q_{2\_ref} = -17.83$  mm ve  $q_{3\_ref} = -8.96$  mm olarak hesaplanmıştır.



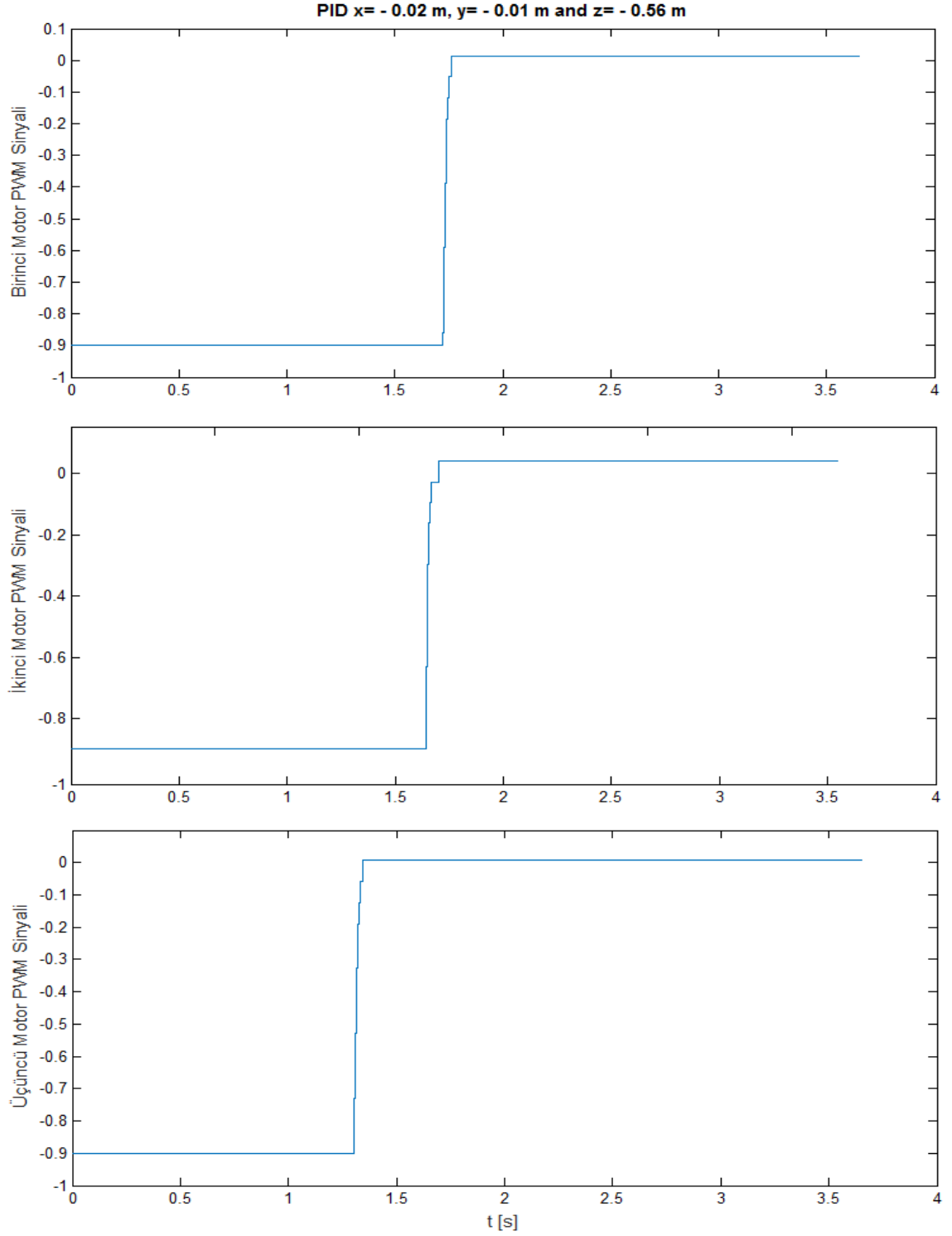
Şekil 5.4.  $q_1$ ,  $q_2$  ve  $q_3$  değişim grafiği

Şekil 5.4' de gösterildiği gibi, PID kontrol yöntemi uygulandıktan sonra  $q_1 = -29.05$  mm,  $q_2 = -17.88$  mm ve  $q_3 = -8.97$  mm bulunmuştur. PID kontrol yöntemi ile robot istenilen referans değerlere yaklaşık olarak 0,62 saniyede ulaşmıştır.



**Şekil 5.5.**  $q_1$ ,  $q_2$  ve  $q_3$  ün zamana göre hatalarının değişimi

Şekil 5.5  $q_1$ ,  $q_2$  ve  $q_3$ ' ün hata grafiklerini göstermektedir. Grafiklerden hatanın neredeyse sıfır olduğu anlaşılmaktadır.



**Şekil 5.6.** Motorların PWM kontrol sinyali doluluk oranları

Şekil 5.6,  $x = -0.02$  m,  $y = -0.01$  m ve  $z = -0.56$  m referans noktaları için her bir motora uygulanan PWM sinyallerinin zamana bağlı değişimlerini göstermektedir.

Kullanılan motorların PWM sinyali çevrimi 0.9 olduğundan, sistem -0.9 ile 0.9 arasında çalışır.

PID kontrol sonuçları incelendiğinde, istenen referans değerlerin yaklaşık 0.62 saniyede sağlandığı görülmektedir. Referans değerlerine PID kontrol yöntemi ile ortalama 0.05 mm hatayla ulaşılmıştır.

Bu çalışmada, gerçek zamanlı PID kontrol yöntemi, imalatı yapılan Triglide paralel robota Matlab / Simulink ortamında oluşturulan bir arayüz programı kullanılarak uygulanmıştır.

## 5.2. Gerçek Zamanlı Kayan Kipli Kontrol Uygulaması

Üretilen robotun kontrolü, literatürde uygulanmayan kayan kipli kontrol yöntemi kullanılarak gerçekleştirildi. Matlab / Simulink'te robot kontrolü gerçekleştirmek için bir arayüz programı geliştirilmiştir. 3 DC motor, 3 DC motor sürücüsü, bir veri toplama kartı, bir bilgisayar ve bir güç kaynağı donanım olarak kullanılmıştır.

İşaret fonksiyonlu kayan kipli kontrol ifadesi aşağıdaki gibidir.

$$U = -k.sign(S) \quad (5.1)$$

İşaret fonksiyonu yerine doygunluk fonksiyonu kullanılırsa, kayan kipli kontrol ifadesi denklem (5.2) 'de olduğu gibi değişecektir.

$$U = -k.sat(S) \quad (5.2)$$

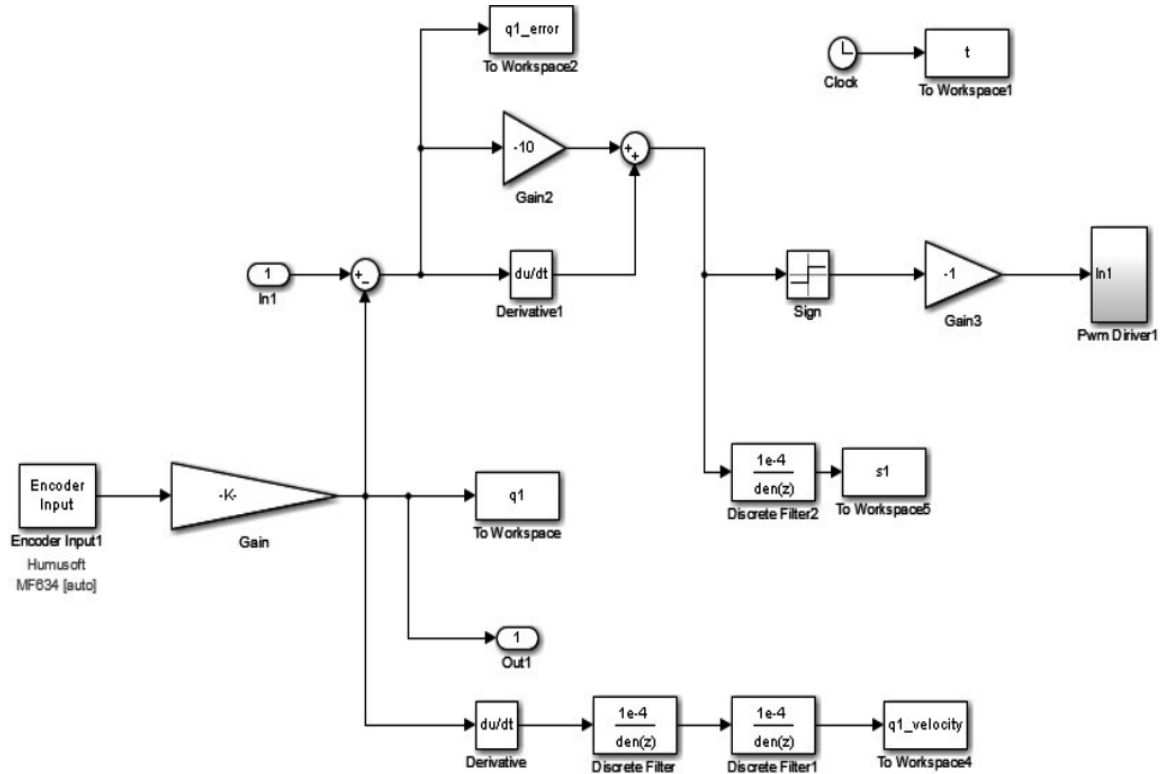
Burada S kayma yüzeyi fonksiyonudur ve hatanın türevine (de) ve sistem tepkisinden alınan hataya (e) bağlı olarak denklem (5.3) 'de olduğu gibi yazılabilir.

$$S = C.e + de \quad (5.3)$$

Kayma yüzeyinin belli bir eğimi vardır. Eğim, denklem (5.3)' de C katsayısı ile belirtilir. Bu çalışmada, kayan kipli kontrolörünün katsayıları  $C = -10$  ve  $k = 1$  olarak seçilmiştir. Denetleyicinin başarısı, bu eğimin en uygun değerini hesaplayarak belirlenir.

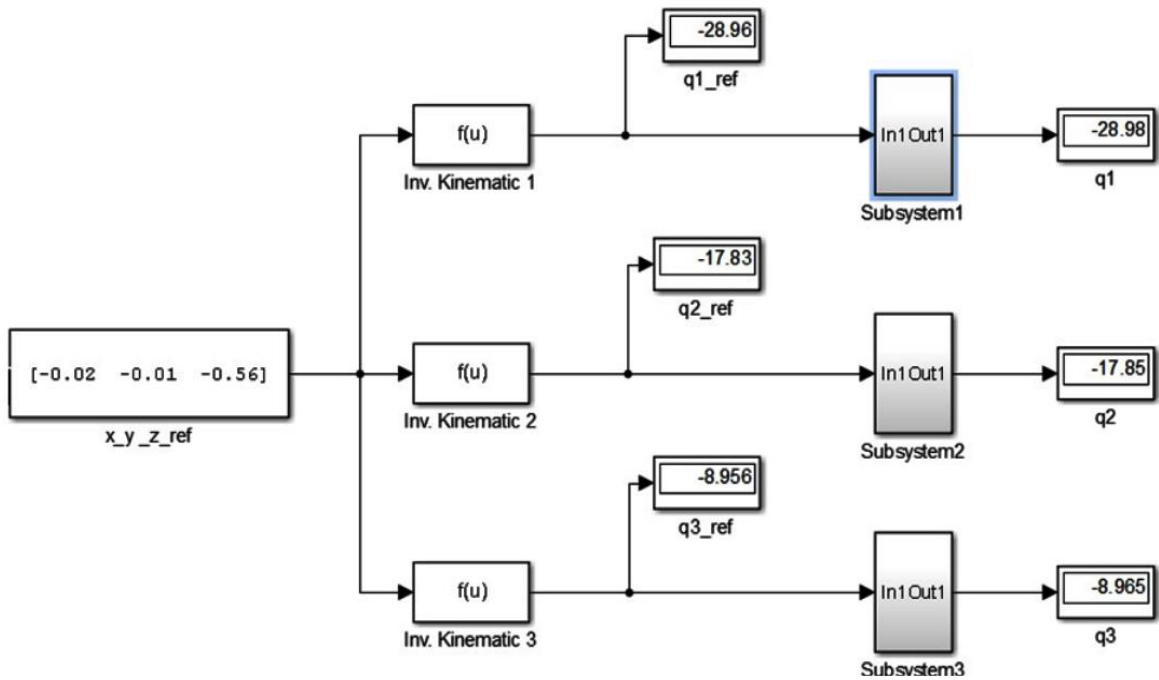
Şekil 5.7, kayan kipli kontrol yöntemi için geliştirilen Matlab / Simulink arayüz programını göstermektedir. İstenilen grafiksel sonuçlar, motorlardan enkoder bilgileri olarak elde edilmiştir.





Şekil 5.7. Kayan kipli kontrol için geliştirilen Matlab / Simulink arayüz programı

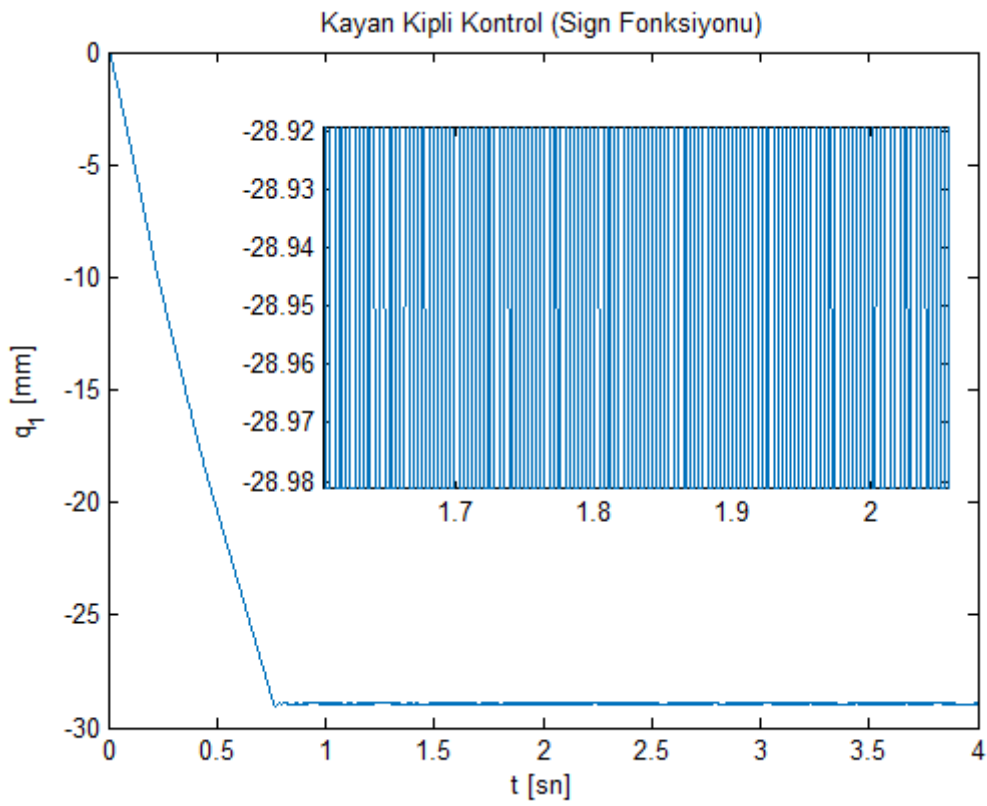
Robotun tutucu ucu için verilen referans değerlerine göre robotun ters kinematik denklemleri kullanılarak hesaplanan vidalı mil üzerinde gidilecek referans değerleri ve kayan kipli kontrol çıkış değerleri Şekil 5.8' de görülmektedir.



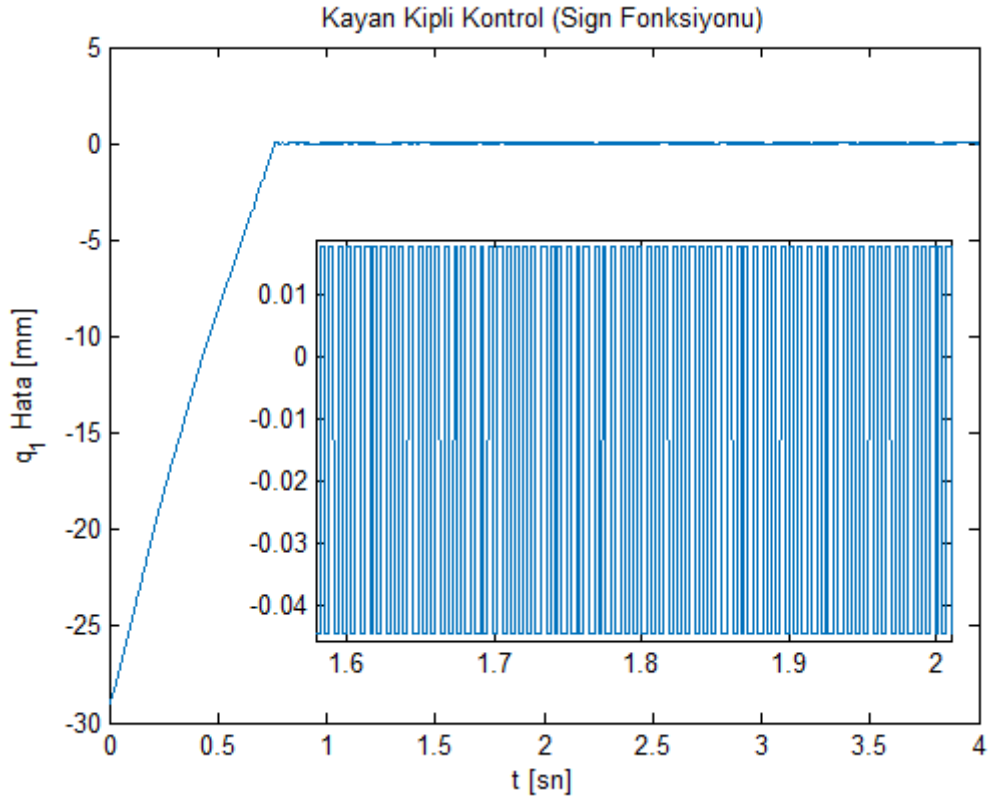
Şekil 5.8. Kayan kipli kontrol için Matlab / Simulink deki referans değerler

$x = -0.02$  m,  $y = -0.01$  m ve  $z = -0.56$  m referans değerleri için ters kinematik denklemler kullanılarak, robotun her bir kolundaki sonsuz vidanın hareketleri  $q_{1\_ref} = -28.96$  mm,  $q_{2\_ref} = -17.83$  mm ve  $q_{3\_ref} = -8.96$  mm hesaplanmıştır.

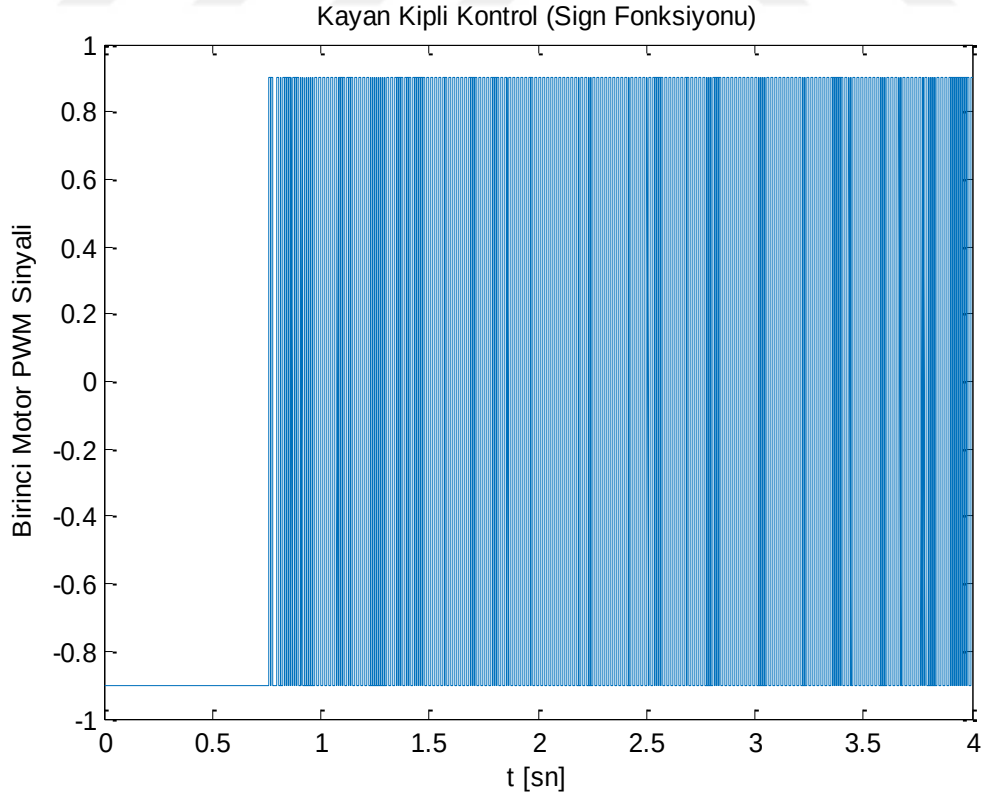
İlk olarak, işaret fonksiyonlu bir kayan kipli kontrolör sisteme uygulanmıştır. Şekil 5.9, 5.10 ve 5.11' de, işaret fonksiyonunun, robotun tek bir kolunun pozisyon, hata ve PWM sinyali çevrim döngüsü grafiklerinden çok iyi sonuçlar vermediği açıktır. Sistemde ciddi çatırdamalar ve gürültüler vardır. Özellikle PWM sinyali çevrim döngüsü,  $+0.9$  ile  $-0.9$  arasında değişerek çatırdamaya neden olmuştur.



**Şekil 5.9.**  $q_1$ ' in zamana göre değişimi (Sign fonksiyonu)

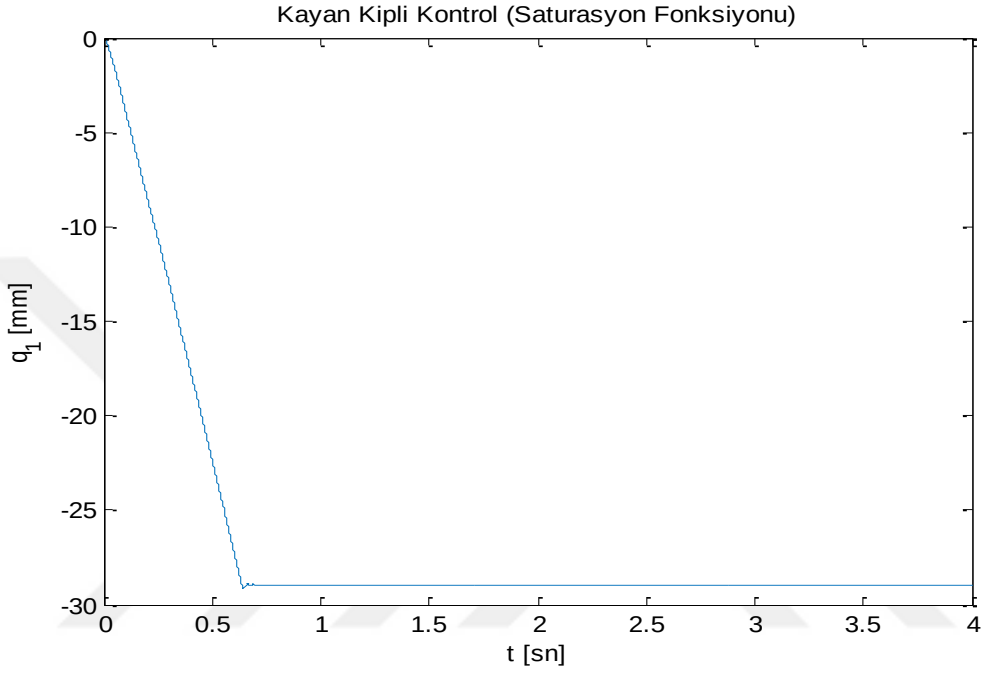


Şekil 5.10.  $q_1$ ' in zamana göre hata değişimi (Sign fonksiyonu)

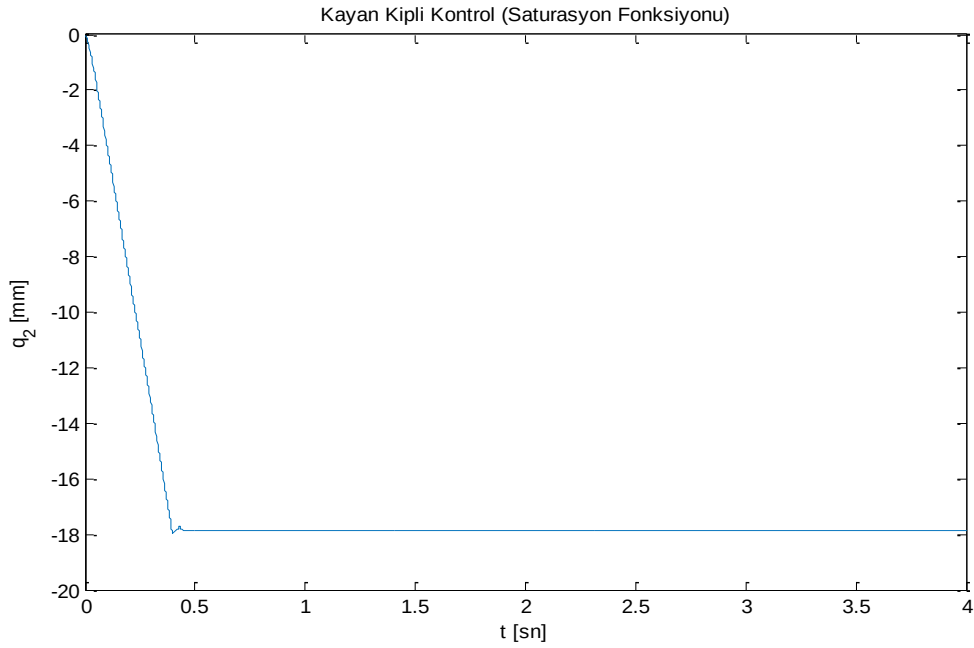


Şekil 5.11. Birinci motorun PWM kontrol sinyali doluluk oranı (Sign fonksiyonu)

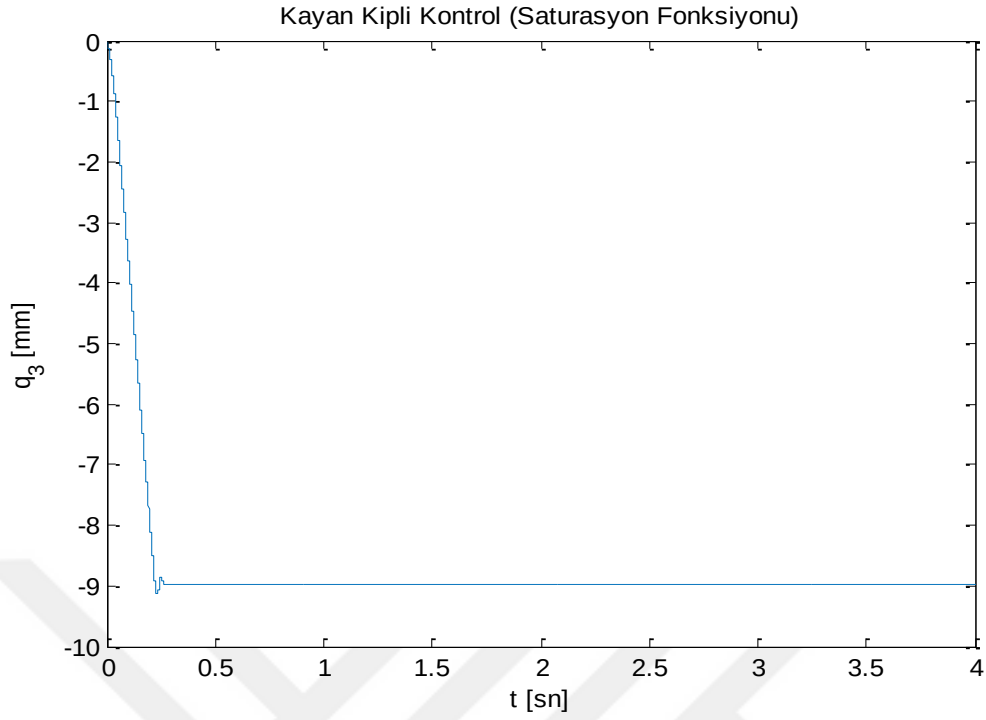
Şekil 5.12, 5.13 ve 5.14' de gösterildiği gibi doygunluk fonksiyonu ile kayan kipli kontrol yönteminin uygulanmasından sonra  $q_1 = -28.96$  mm,  $q_2 = -17.85$  mm ve  $q_3 = -8.97$  mm bulunmuştur. Kayan kipli kontrol yöntemi ile robot istenilen referans değerlere yaklaşık 0.6 saniyede ulaşmıştır. Bu sonuç, doygunluk fonksiyonlu kayan kipli kontrol yöntemiyle robotun çok hızlı ve son derece hassas hareket ettiğini göstermektedir.



**Şekil 5.12.**  $q_1$ 'in zamana göre değişimi (Saturasyon fonksiyonu)

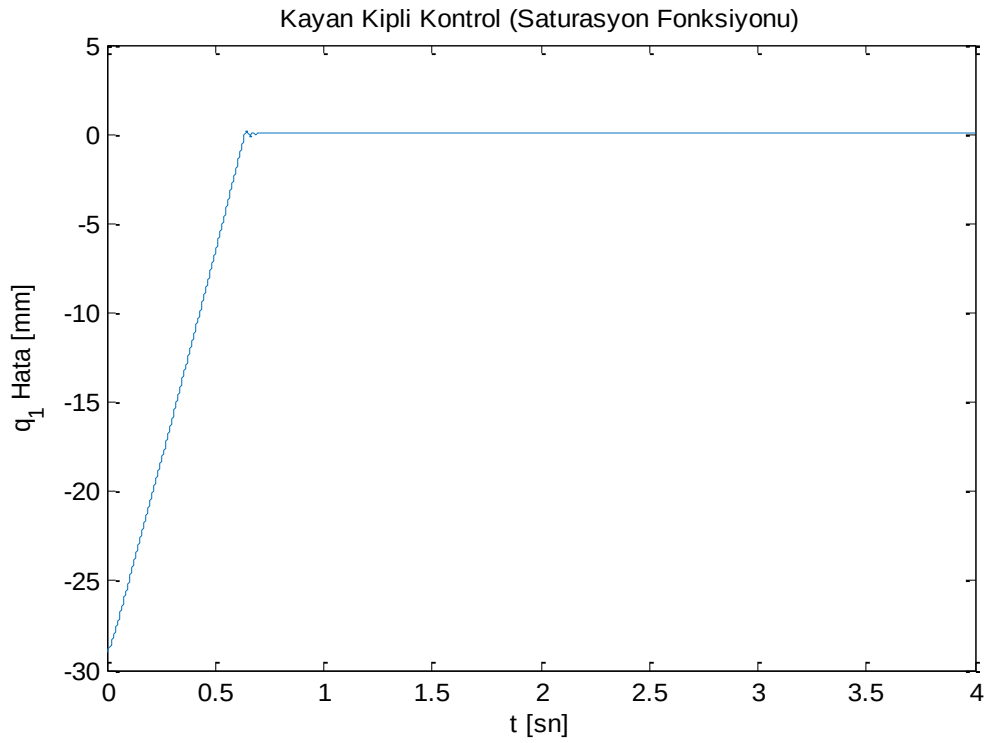


**Şekil 5.13.**  $q_2$ 'nin zamana göre değişimi (Saturasyon fonksiyonu)



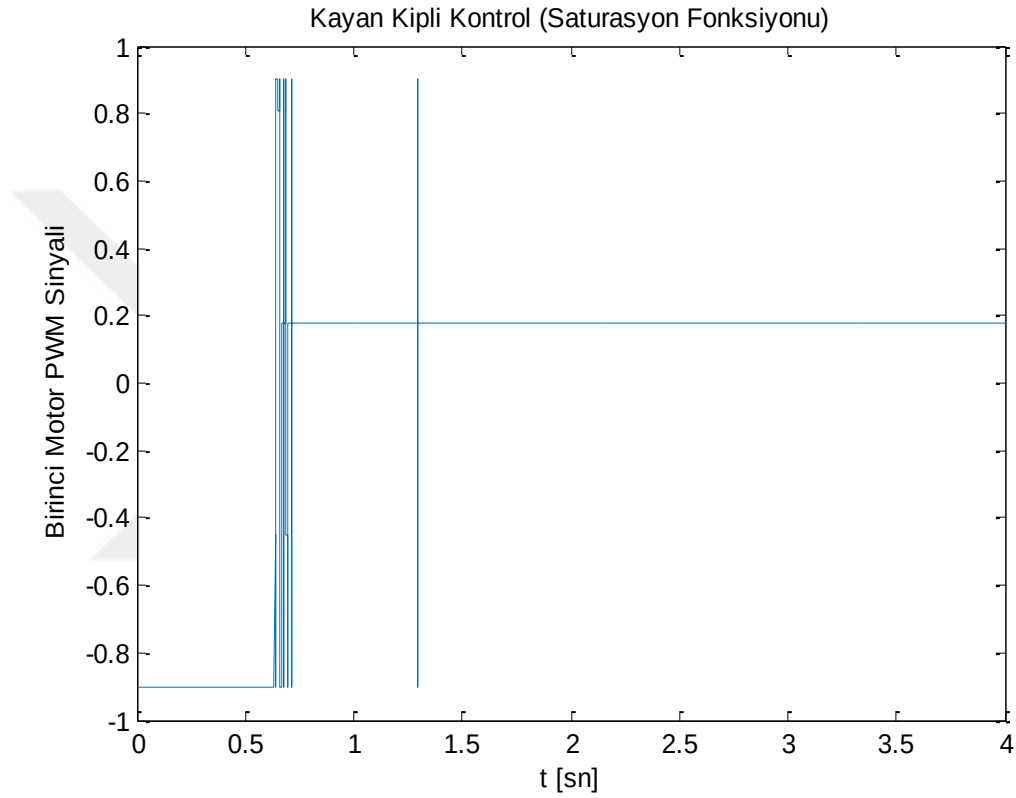
**Şekil 5.14.**  $q_3$ 'ün zamana göre değişimi (Saturasyon fonksiyonu)

Şekil 5.15,  $q_2$  ve  $q_3$  'ün sonuçlarına benzeyen  $q_1$  'in hata grafiğini göstermektedir. Grafikten hatanın yaklaşık 0.6 saniye sonra yaklaşık sıfır olduğu anlaşılmaktadır.

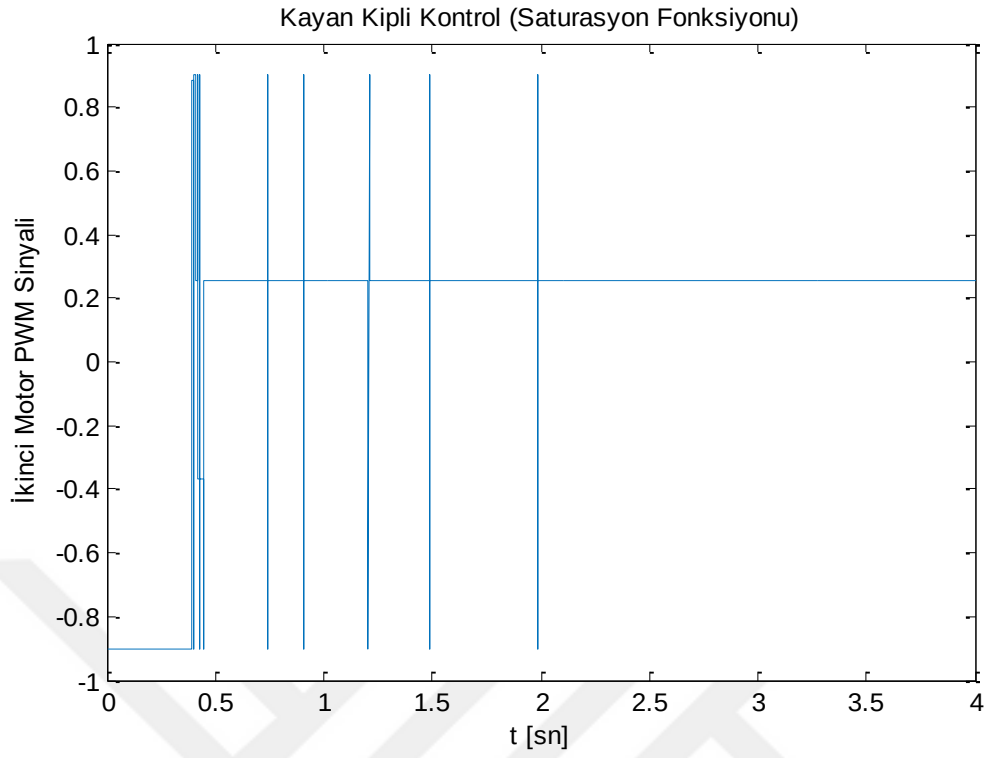


**Şekil 5.15.**  $q_1$  in zamana göre hata değişimi (Saturasyon fonksiyonu)

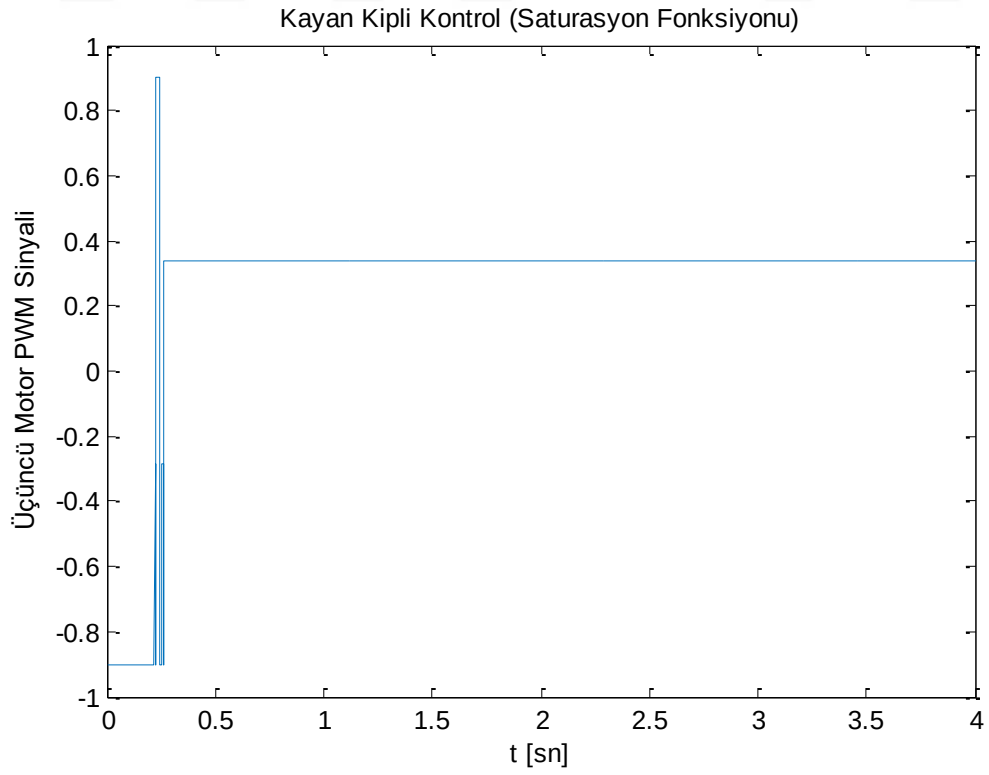
Şekil 5.16, 5.17 ve 5.18,  $x = -0.02$  m,  $y = -0.01$  m ve  $z = -0.56$  m referans noktaları için her bir motora uygulanan PWM sinyallerinin zamana bağlı değişimlerini göstermektedir. Kullanılan motorların PWM sinyal çevrim döngüsü 0.9 olduğundan, sistem -0.9 ile 0.9 arasında çalışır. Saturasyon fonksiyonu ile elde edilen motor sinyallerinin, işaret fonksiyonu ile elde edilen motor sinyallerine göre daha uygun yapıda olduğu ve sistemin zorlanmasının daha az olduğu açıkça görülmektedir.



**Şekil 5.16.** Birinci motorun PWM kontrol sinyali doluluk oranı (Saturasyon fonksiyonu)



Şekil 5.17. İkinci motorun PWM kontrol sinyali doluluk oranı (Saturasyon fonksiyonu)



Şekil 5.18. Üçüncü motorun PWM kontrol sinyali doluluk oranı (Saturasyon fonksiyonu)

Kayan kipli kontrol sonuçları incelendiğinde, istenen referans değerlerin yaklaşık 0.6 saniyede sağlandığı görülmektedir. Kayan kipli kontrol referans değerlere ortalama 0.01 mm hata ile ulaşmıştır. Buna ek olarak, işaret fonksiyonu kullanılarak sistemde oluşan çatırdama, işaret fonksiyonu yerine saturasyon fonksiyonu kullanarak nispeten ortadan kaldırılmıştır. Böylece, daha uygun olan saturasyon fonksiyonlu kayan kipli kontrol yöntemi sistem için tasarlanmıştır.

Çalışmanın literatüre katkısı, kayan kipli kontrol yöntemi ile Triglide paralel robotun gerçek zamanlı kontrolüdür.





## 6. TRİGLİDE PARALEL ROBOTUN HAPTİK KONTROLÜ

Bu bölümün birinci kısmında haptik teknolojisi ve terimi üzerine genel bilgiler, piyasada mevcut olan haptik cihazlar, haptik kontrol ve literatürde yapılan çalışmalar ele alınmıştır. Daha sonraki kısımlarda 6 serbestlik dereceli haptik omni bundle cihazı master olarak kullanılarak Triglidge paralel robotun gerçek zamanlı pozisyon ve kuvvet kontrolü gerçekleştirilmiştir.

### 6.1. Haptik Kavramı ve Haptik Teknolojisi

Son zamanlarda sanal gerçeklik, haptik ve haptik arayüz ile ilgili bir çok uygulamalar yapılmıştır. Bir çok alanda bu uygulamalara gereksinim duyulmaktadır. Bu uygulamalarda özellikle dokunma hissi ön plana çıkmaktadır. Dokunma ve hissetmenin önemi şüphesiz tartışılmaz boyuttadır. Bir kişinin gözlerini kapattığınız zaman, etrafı ile görsel iletişimi kesilir. Bu durumda dokunma duyusu ona ciddi anlamda yol gösterir. Etrafını bu yolla tanır, keşfeder.

Dış dünya ile temas kurma haptik duyu tanımının temelini oluşturmaktadır. Haptik terimi Türkçe’de dokunsal olarak kullanılsa da, anlamını tam karşılamaması nedeniyle olduğu gibi kullanılmıştır.

John Berger, “Görme Biçimleri” kitabında ‘Görme konuşmadan önce gelir’ der [39]. Bir diğer deyişle, görme dilden öncedir. Ancak dokunma her iki duyudan önce yer alır. Bir yenidoğan, çevresini ilk olarak elleri ile dokunarak keşfetmeye başlar. Dolayısıyla, ilk olarak haptik sistem kullanarak dünya ile iletişime geçilir. Bu görüşle haptik, araştırma/ keşfetme amacıyla çevreyle ilgili iletileri alma ya da çevreyi değiştirerek çevreyle ‘el yolu’ ile kurulan etkileşime dayanmaktadır [40].

Haptik cihazların kökeni 1950 yıllarına dayanır. Bu yıllarda master kollar radyoaktif uygulamalarda kullanılmıştır. Daha sonraları kuvvet hissetme yeteneği bu cihazlara eklenmiştir. Bilgisayarların hesaplama gücü ile daha karmaşık master kolları inşa edilmiştir. Belli bir zamandan sonra, araştırmacılar bu cihazların kuvvet yansıtmak için sanal ve gerçek uygulamalarda kullanıldığını fark ettiler. Robot mekanizmaların bir sınıfına ait olan kuvvet yansıtan el kontrolcülerini haptik cihazlar olarak genellikle günümüze aktarıldı [41].

Haptik cihazlar haptik arayüzlerde kuvvet yansıtan manipulatorlerdir. Haptik bir cihaz kullanıcıyla etkileşim içinde olan manipulatorlerdir. Cihaz kullanıcının hareketlerini, kuvvetlerini algılar ve kullanıcıya güç uygulayarak sanal veya uzak çevre özelliklerini hissettirir. Kuvvet geribildirimini sağlamak için, taklit çevreye göre, belirli serbestlik derecesine sahip manipulatorlere ihtiyaç duyulur. Genel uygulamalar için 6 serbestlik dereceli haptik cihaz uygundur. Kontrol algoritmalarının gelişimi ve çalışmalar için bir serbestlik dereceli cihazlar kullanılmaktadır.

Haptik cihazları kullanım alanına göre çeşitli şekilde karşımıza çıkmaktadır. Bunlardan bazıları mekanik kol haptik cihazlar, tel tahrikli haptik cihazlar, manyetik haptik cihazlar şeklindedir. Literatürlerde ilk mekanik haptik kol Sensable Technology Inc. tarafından üretilmiştir [42].

Şekil 6.1’ de Sensable Haptik Robot kol, kullanıcının elinde tuttuğu kalem ile sanal ortamdaki nesnelere dokunma eylemini gerçekleştirmektedir. Kalem kol olarak ifade edilir. Kullanıcının kolu hareket ettirmesiyle sanal ortamda istenilen yöne gidilebilir. Haptik kol, fare ve klavyede olduğu gibi benzer şekilde etkileşimi sağlanarak, nesnelere hareket, itme-çekme, yer değiştirme gibi işlevsellik kazandırılmaktadır.



**Şekil 6.1.** Sensable haptik robot kol

Simülasyonda haptik kullanımı için haptik kütüphanesinin programa dâhil edilmesi ve gerekli yordamların çağırılması gerekmektedir [43].

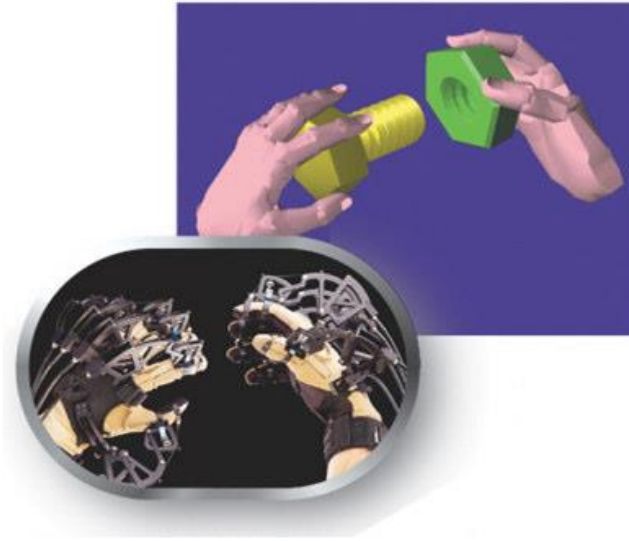
Haptik kol, son yıllarda gerçek zamanlı çalışmaların yapıldığı uygulamalarda önemli bir araç haline gelmiştir. Kullanıcıya dokunma hissi verebilme özelliği ile diğer çevre birimlerinden ayrılır.

Son günlerde haptik cihazların kullanımı popüler olmuştur. Üniversiteler yeni haptik cihazlar geliştirmekte ve bazı şirketler bunları üretmektedir. Bunlardan biri olan Phantom Premium 1.5 6 serbestlik dereceli haptik cihaz Şekil 6.2 'de gösterilmektedir [44]. Phantom haptik cihazı üç dönme yönünde tork ve üç öteleme yönünde kuvvet uygulaması sağlamaktadır.

Immersion şirketinden CyberGrasp Şekil 6.3' de bir uygulama ile gösterilmiştir [45]. Bu cihaz kullanıcının parmaklarında kuvvetleri hissetmesine izin verir.



**Şekil 6.2.** Phantom premium 1.5 haptik cihazı



**Şekil 6.3.** CyberGrasp haptik cihazı

Aslında haptik cihazlar özel kontrol üniteleriyle mekanik manipülatörlerin bir çeşitidir. Şekil 6.4 ve 6.5' de gösterilen 3 serbetlik dereceli delta ve omega Force Dimension şirketi tarafından üretilen paralel kollu haptik cihazlardır [46]. Paralel yapılar büyük kuvvet uygulamaları için tercih edilir. Bundan dolayı bu cihazlar üç eksendeki geniş kuvveti aktarmak için kullanılır.



**Şekil 6.4.** Delta haptik cihazı



**Şekil 6.5.** Omega haptik cihazı

Haptik cihazlarla ilgili genel çalışmalar tıp, askeri, eğitim ve öğretim, CAD/CAM, tersine mühendislik ve sanat alanındadır.

Robotik alanındaki haptik uygulamalarda seri, paralel ve hibrit yapıları ihtiva eden birçok çalışma mevcuttur. Paralel robotlar kullanılarak yapılan haptik uygulamalar daha çok tıp alanında yoğunlaşmaktadır. Bu uygulamaların çoğunluğu delik delme, kırık bir kemiğin yerine yerleştirilmesi üzerine genellikle ortopedi alanındadır. Ayrıca vidalama, rehabilitasyon, diz değiştirme ve kalça değiştirme işlemlerinde de paralel robotlar kullanılmaktadır. Yumuşak doku zedelenmesini önlemek; en iyi kemik kaynamasını sağlamak için paralel robotların düşük kuvvetlerde ve hassas konumlamayla hareket etmesi gereklidir. Bu nedenle kuvvet ve konum kontrolü paralel robotların haptik uygulamalarında ön plana çıkmaktadır [47-63].

Genel kontrol yöntemleri empedans ve admitans kontrol olarak isimlendirilir. Kontrol türü sanal/uzak çevrenin davranışına göre şekillenir. Eğer sanal/uzak çevre haptik cihazın hareketlerini algılar ve kullanıcıya yansıtmak üzere bir referans kuvveti üretirse; bu kontrol türüne ‘empedans kontrol’ denir. Tersine, sanal/uzak çevre cihaza uygulanan kuvveti algılar ve bir referans hareketi üretirse; bu kontrol türüne ise ‘admitans tür kontrol’ denir [64].

Hangi kontrol türü olursa olsun, kontrol sistemi cihazın hareketleri hakkında bilgiye ihtiyaç duyar. Pozisyon ölçümü belli aralıklarla enkoder yardımıyla yapılabilir. Doğru ölçüm verilerini almak kontrolün başka bir önemli bölümüdür. Bu haptik arayüzün verimliliğini belirler.

Elektiriksel uygulamalarda empedans terimi bir sistemin şimdiki akışına karşı toplam direncini tanımlamak için kullanılır. Bir sistemin harekete karşı toplam direnci, mekaniksel sistemler için empedans tanımlamak için kullanılır. Bu direnç kuvvet olarak hissedilir. Bu nedenle, empedans toplam kuvvet ile sistem hareketi arasındaki ilişkilendirilmedir. Simgesi  $Z$  ile gösterilir. Empedans aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$Z = f/x \quad (4.1)$$

Buradaki  $f$  kuvvet veya torka karşılık gelir ve genelleştirilmiş kuvvet olarak isimlendirilir.  $x$  ise hareketi (konum, hız ve ivme) temsil etmek için kullanılır ve genelleştirilmiş hareket olarak isimlendirilir. Bazen empedansın tersine matematiksel ifadelerde ihtiyaç duyulur. Bu nedenle empedansın tersi admitans olarak ifade edilir ve  $Z^{-1}$  ile gösterilir. Admitansın matematiksel ifadesi:

$$Z^{-1} = x/f \quad (4.2)$$

Buradaki  $f$  ve  $x$  empedans da olduğu gibi genelleştirilmiş kuvvet ve hareketi ifade eder.

Hibrit yöntem hareket ve kuvvet kontrolü arasında geçiş yaparak kullanılan bir kombinasyondur. Bu metot tüm çalışma alanında kuvvet kontrolünü kullanmaya gerek olmadığını gösterir. Bu nedenle, temasın olmadığı serbest altuzayda hareket kontrolünü ve kısıtlı altuzayda kuvvet kontrolünü kullanmak mümkündür. Hibrit kontrol türü literatürde encounter kontrol olarakta kullanılmaktadır.

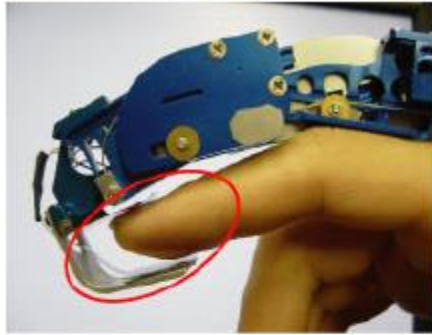
Encounter haptik cihaz ilk kez 1993 de McNeely tarafından önerilmiştir. Geleneksel haptik cihazlardan farklı olarak encounter tür cihaz kullanıcı tarafından sürekli tutulmaz. Cihaz sanal nesnenin konumunda kalır ve kullanıcıyla karşılaşmak için bekler. Bu nedenle, encounter tür haptik cihaz kullanıcıya gerçek bağımsızlık ve gerçek dokunma hissini verebilir. Şekil 6.6' da bununla ilgili bir uygulama örneği gösterilmiştir [65, 66].



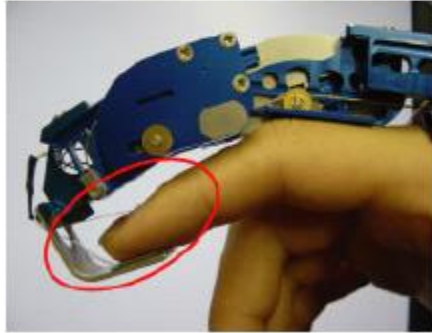
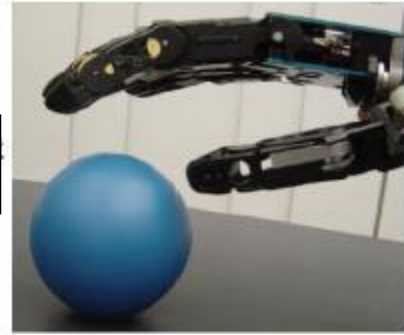
**Sanal Çevre**

**Fiziksel Çevre**

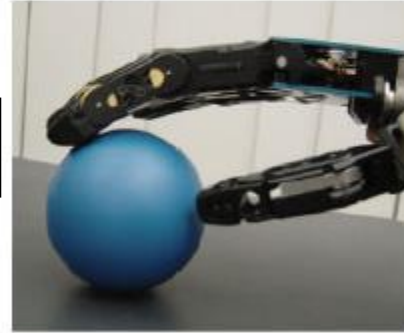
**Şekil 6.6.** Encounter haptik cihaz uygulama örneği



**Temas  
Yok**



**Temas  
Var**



**Master**

**Slave**

**Şekil 6.7.** Encounter tür Master-Slave el etkileşimi

Şekil 6.7' de encounter tür haptik cihaz geliştirilmiştir. Bu örnekte kullanıcı master cihazına temas etmediği halde, slave cihazı kullanıcının hareketlerini algılamaktadır. Slave el hiçbir şeyle temas etmediğinde kullanıcıya bu durum aktarılır. Slave el bir nesneyle



temas ettiği zaman master cihazının parmakları operatörün parmağına direnç kuvvetini verir [67].

## 6.2. Triglide Paralel Robot Teleoperasyon (Uzaktan Kontrol) Uygulaması

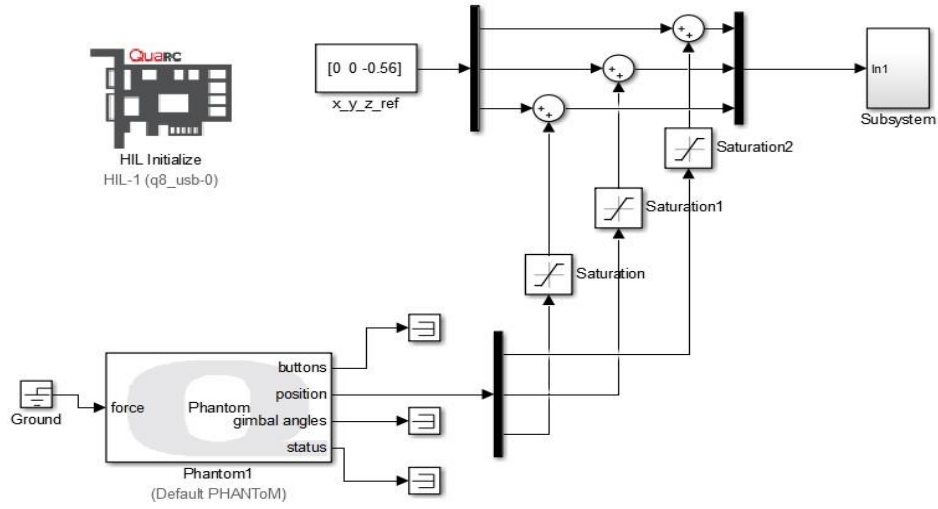
Bu bölümde Triglide robot Şekil 6.8’ de gösterilmiş olan Geomatic Touch (Sensable) firmasının geliştirdiği, Quanser firmasının satışını gerçekleştirdiği Haptik Omni Bundle (Haptik kol) kullanılarak uzaktan kontrol edilmektedir. Haptik kol 3 pasif ve 3 aktif olmak üzere toplam 6 serbestlik derecesine sahip bir cihazdır. Haptik uygulamalarında yaygın olarak kullanılmaktadır.



**Şekil 6.8.** Haptik Omni bundle cihazı (Sensable-Quanser)

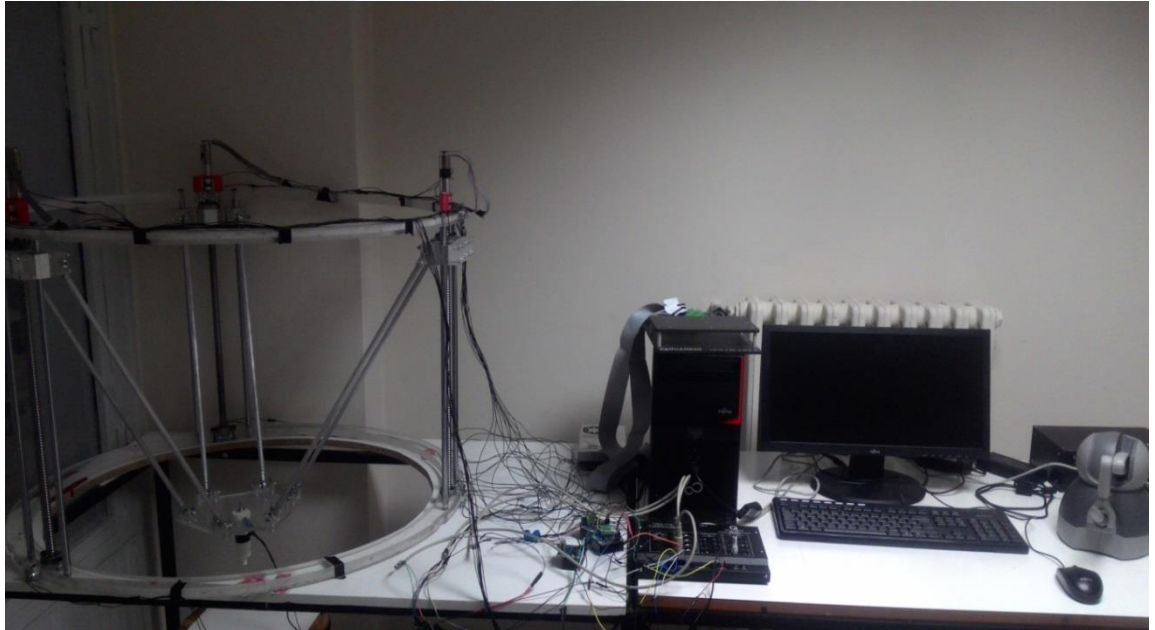
Uzaktan konum kontrolü yapmak için haptik kolun bloğunun sisteme eklenmesi ve uygun yazılım (Quarc güncel yazılım) yüklemesinin yapılması gerekmektedir. Konum kontrol çalışmaları Matlab/Simulink ortamında yapıldığı için cihaz yazılımı ile uyumlu Matlab sürümü ile çalışılmalıdır. Aksi takdirde cihazın çalıştırılmasında sıkıntılarla karşılaşılabilir. Çalışmada cihaz yazılımı olarak Quarc v.6 kullanılmıştır. Robotun uzaktan konum kontrolü için tasarlanmış olan Matlab/Simulink modeli Şekil 6.9’ da verilmiştir.





**Şekil 6.9.** Robotun uzaktan konum kontrolü için Matlab/Simulink modeli

Aşağıdaki şekilde kullanılan deney düzeneği görülmektedir. Deney düzeneği donanımları haptik cihaz, q8\_usb veri toplama kartı, 3 adet enkoderli redüktörlü dc motor, 3 adet motor sürücü ve imalatı gerçekleştirilen Triglide robotdan oluşmaktadır.



**Şekil 6.10.** Laboratuvar çalışması deney düzeneği

Bu çalışmada kullanılan haptik cihaz Quarc firmasına ait yazılımı kullandığından uyumluluk açısından haptik çalışmalar için Quarc firmasına ait olan q8\_usb veri toplama kartına geçiş yapılmıştır. Daha önceki kontrol çalışmalarında Humusoft' a ait MF634 kartı kullanılmıştır. Şekil 6.11' de q8\_usb kartına ait bir görüntüye yer verilmiştir.



**Şekil 6.11.** Q8\_usb veri toplama kartı (Quanser)

Tablo 6.1’ de haptik deney düzeneği donanımı ile ilgili detaylı bilgilere yer verilmiştir.

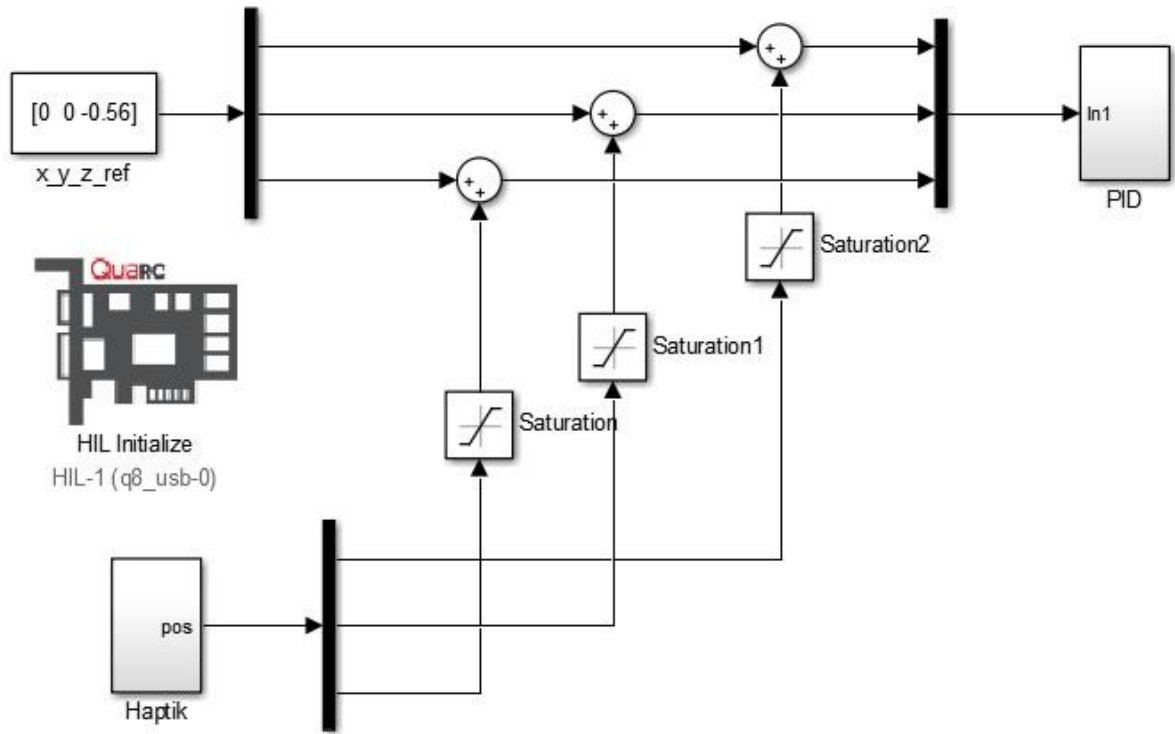
**Tablo 6.1.** Haptik deney düzeneği donanım bilgileri

| Donanım            | Marka - Model                              | Özellikler                                                                                                                                                                                                                                               |
|--------------------|--------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| DC Motor           | Maxon - DCX22L                             | <ul style="list-style-type: none"> <li>- 12 Volt</li> <li>- 3.21 Amper</li> <li>- 11700 rpm</li> <li>- Tork 30.5 mNm</li> </ul>                                                                                                                          |
| Redüktör           | Maxon - GPX22                              | -16:1 redüktör oranı                                                                                                                                                                                                                                     |
| Enkoder            | Maxon - ENX16                              | <ul style="list-style-type: none"> <li>- 1024 pulse</li> <li>- 5 Volt</li> <li>- Quadrature</li> </ul>                                                                                                                                                   |
| Güç Kaynağı        | CNDF S-350-12                              | <ul style="list-style-type: none"> <li>- 220 volt input AC</li> <li>- Output 12 Volt</li> <li>- 29 amper</li> <li>- Güç 350 Watt</li> </ul>                                                                                                              |
| Veri Toplama Kartı | Quanser – Q8 Usb                           | <ul style="list-style-type: none"> <li>- 8 adet analog input (16 bit)</li> <li>- 8 adet analog output (16 bit)</li> <li>- 8 adet digital input</li> <li>- 8 adet digital output</li> <li>- 8 4xquadrature enkoder input</li> <li>- 8 adet PWM</li> </ul> |
| Haptik Cihaz       | GeomagicTouch™<br>(Sensable) – Omni Bundle | <ul style="list-style-type: none"> <li>-160 mm x 120 mm x 70 mm çalışma alanı</li> <li>-1.8 kg ağırlık</li> <li>-3.3 N max kuvvet iletimi</li> <li>-x, y, z de kuvvet geribildirimi</li> <li>-Bilekteki el hareketi ile çalışma özelliği</li> </ul>      |
| DC Motor Sürücü    | Arduino - BTS7960B                         | <ul style="list-style-type: none"> <li>- 2 PWM input pin</li> <li>- 2 yön input pin</li> <li>- Max. 28 Volt</li> <li>- 20 Amper</li> </ul>                                                                                                               |
| Bilgisayar         | Fujitsu                                    | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Intel ® Core™ i5-4570 Cpu @3.20 GHz</li> <li>- 8 GB RAM</li> <li>- 64-bit İşletim Sistemi</li> </ul>                                                                                                            |

Deney düzeneği üzerinde iki farklı kontrol yöntemi kullanılarak robotun uzaktan kontrolü gerçekleştirilmiştir.

### 6.2.1. PID Kontrol Yöntemiyle Teleoperasyon Uygulaması

Haptik sistemi kontrol etmek için daha önceki gerçek zamanlı çalışmalarda robot için tasarlanan PID kontrol yöntemi ilk olarak robotun teleoperasyon işleminde kullanılmıştır. Şekil 6.12’ de PID kontrol kullanılarak oluşturulan haptik arayüz Matlab/Simulink modeli gösterilmektedir.



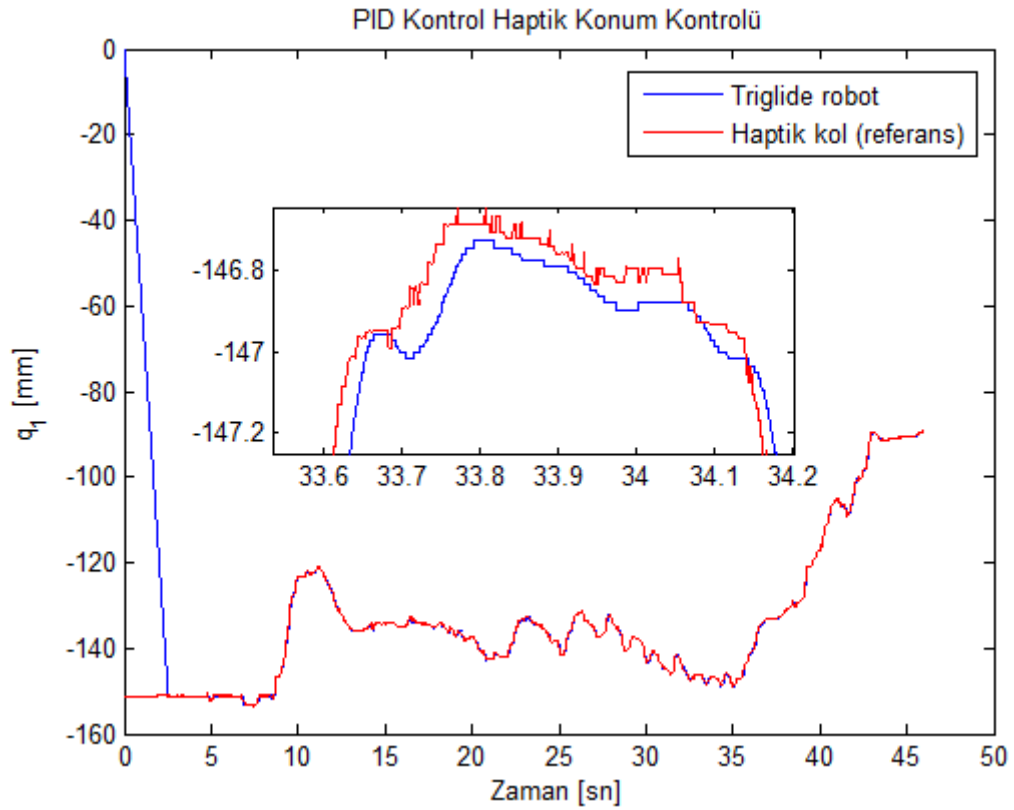
**Şekil 6.12.** PID kontrol kullanılarak oluşturulan haptik arayüz Matlab/Simulink modeli

Şekil 6.9’ da Haptik sistem kısmının içeriği daha önce verilmiştir. PID bloğunun içerisinde yer alan model ise Şekil 6.13’ de gösterilmiştir.

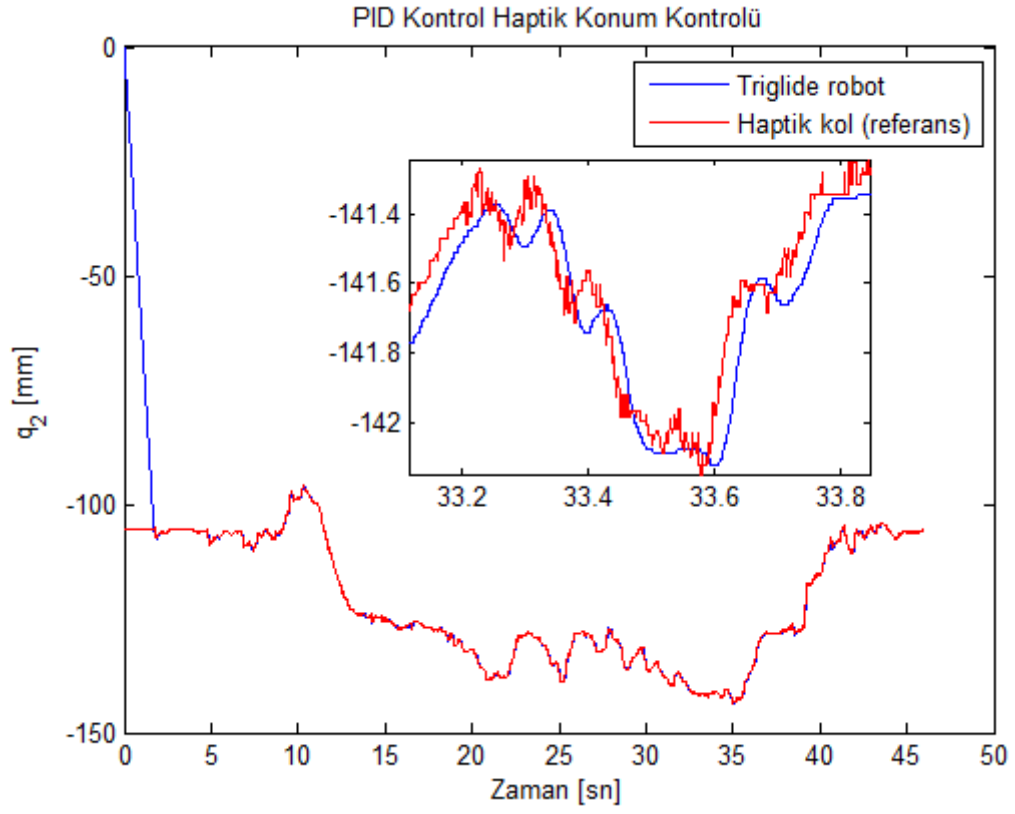


Triglide robotun haptik cihaz ile uzaktan kontrolü Matlab/Simulink ortamında oluşturulan arayüz programı yardımıyla PID kontrol yöntemiyle gerçekleştirilmiştir. Referans noktası olarak robota haptik koldan x, y ve z konum bilgisi gönderilmiştir. Gönderilen bilgiler robotun başlangıç konum bilgileri ile toplatılmıştır. Elde edilen konum bilgileri robotun ters kinematik çözümlerinden geçirilerek robotun her bir vidalı mil üzerinde hareket etmesi gereken  $q_1$ ,  $q_2$  ve  $q_3$  mesafeleri hesaplatılmıştır.

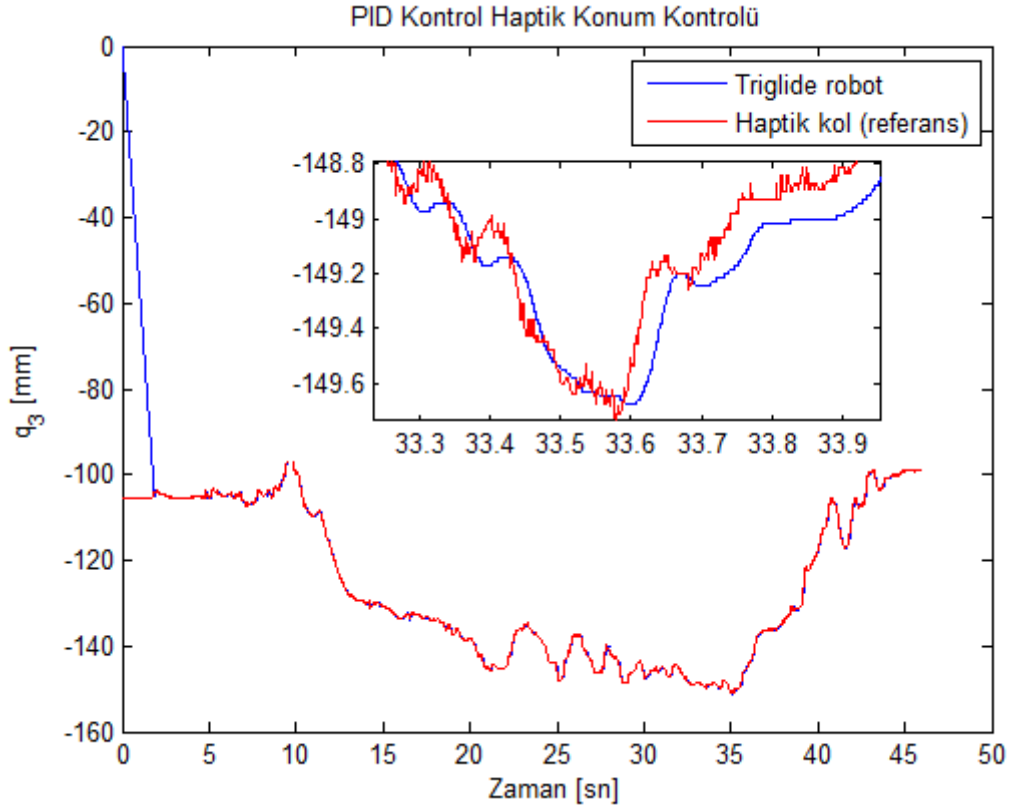
Haptik koldan gelen referans bilgisi ile robotun hareketlerini bir arada gösteren uzaktan kontrol uygulamasının sonuçları Şekil 6.15, Şekil 6.16 ve Şekil 6.17’ de gösterilmektedir. Grafiklerden anlaşılacağı üzere robot 0.05 sn zaman gecikmesi ve ortalama 0.2 mm hata payıyla başarılı bir şekilde haptik kolun hareketlerini takip etmiştir.



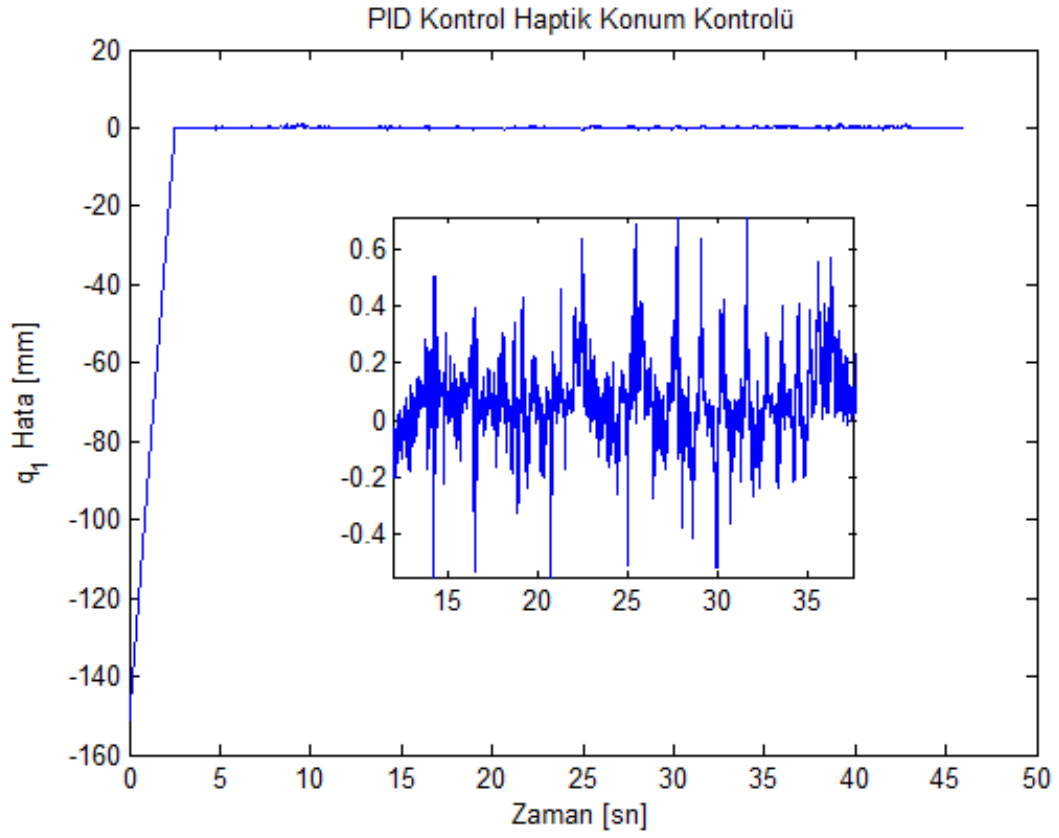
**Şekil 6.15.** PID kontrol teleoperasyon sonucu ( $q_1$ )



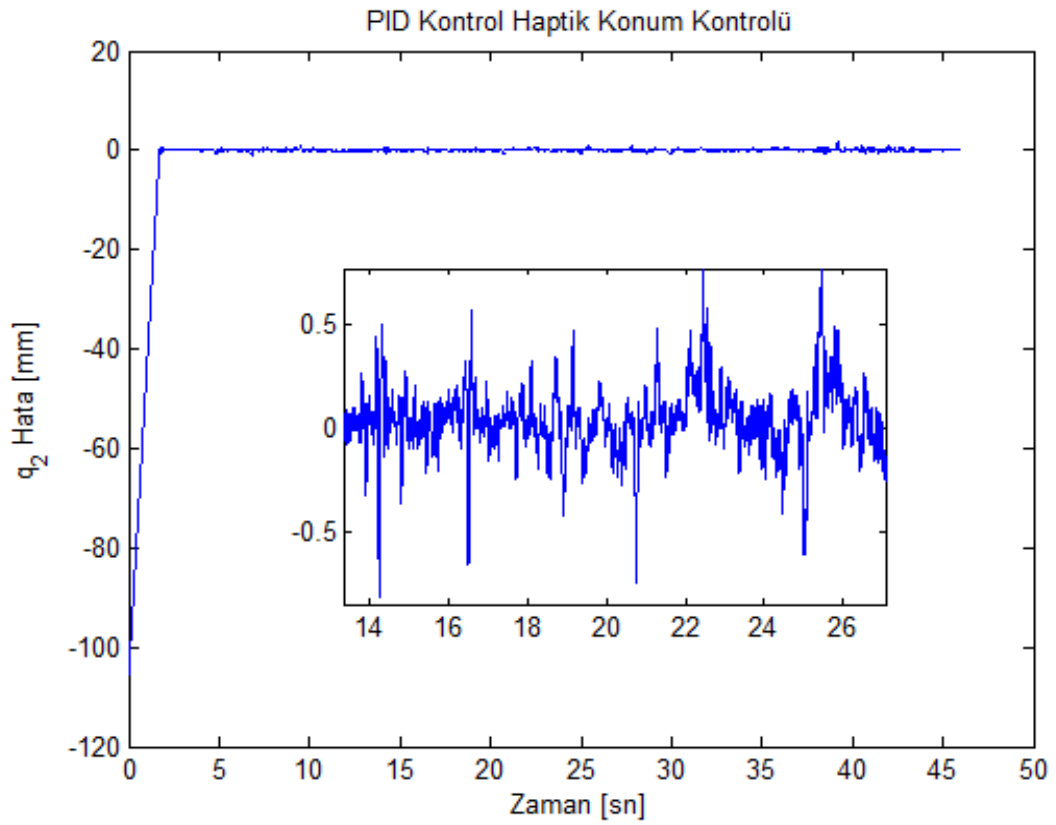
Şekil 6.16. PID kontrol teleoperasyon sonucu ( $q_2$ )



Şekil 6.17. PID kontrol teleoperasyon sonucu ( $q_3$ )

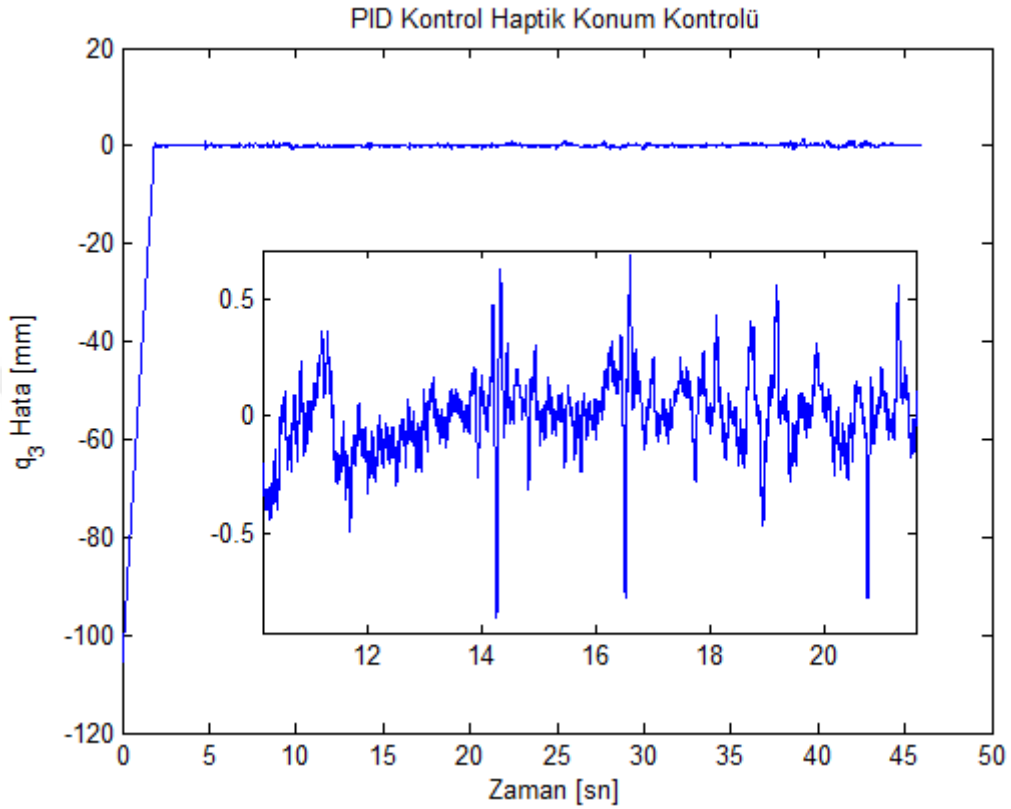


Şekil 6.18. PID kontrol teleoperasyon sonucu ( $q_1$  hata)



Şekil 6.19. PID kontrol teleoperasyon sonucu ( $q_2$  hata)

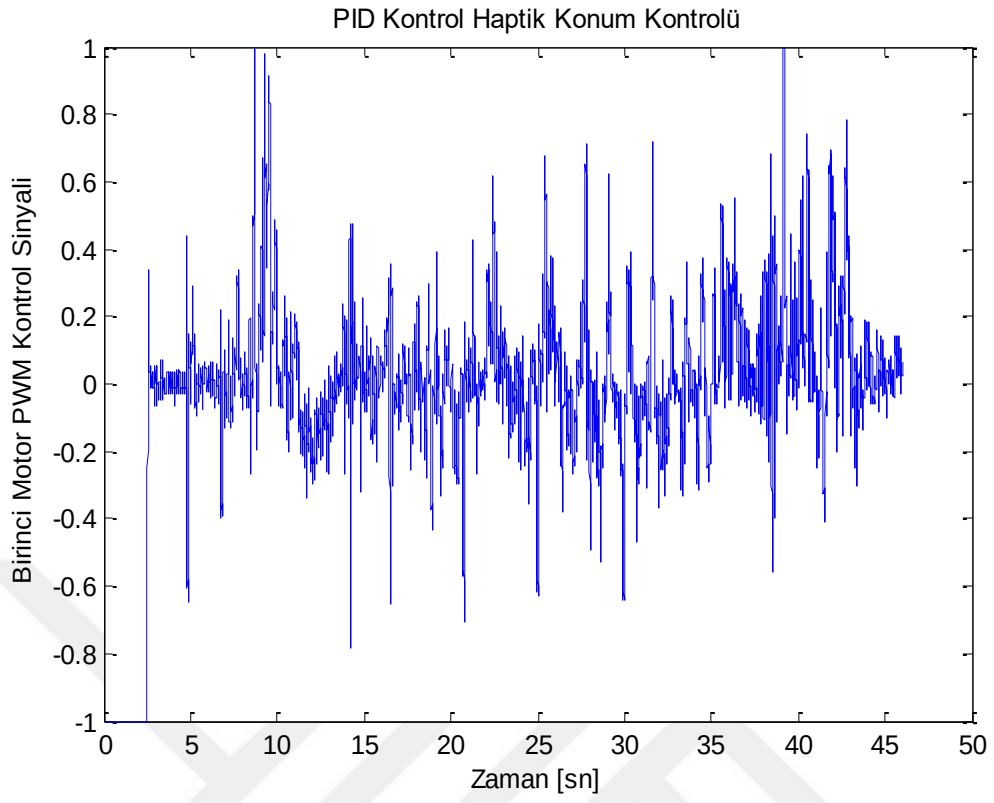
Robotun PID ile teleoperasyon uygulamasına ait yukarıda verilmiş olan hata grafikleri incelendiği zaman robot 2.5 saniye gibi bir sürede başlangıç noktasına ulaşarak yaklaşık olarak 0.5 mm hatayla master robotu (yönetilen) takip etmektedir.



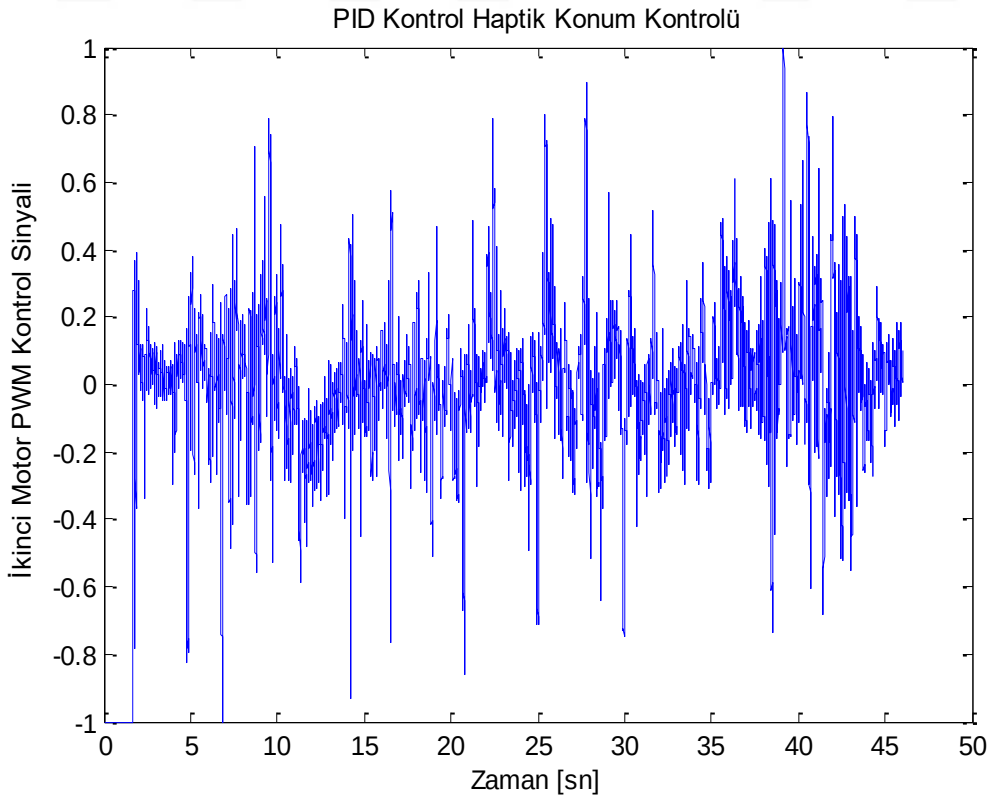
**Şekil 6.20.** PID kontrol teleoperasyon sonucu ( $q_3$  hata)

Master (Haptik kol) robotu takip ederken konum bilgilerinden Matlab/Simulink arayüz programı vasıtasıyla Slave (Triglide) robota gönderilen motor PWM sinyalleri Şekil 6.21, 6.22 ve 6.23' de sırasıyla verilmiştir.

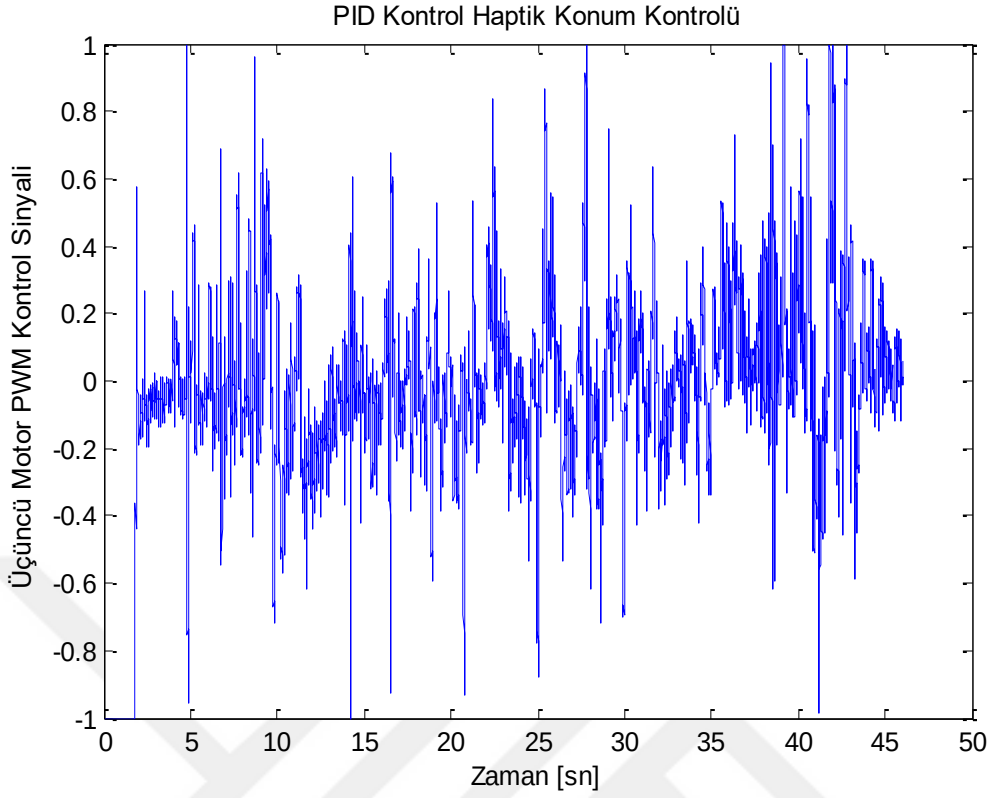




Şekil 6.21. PID teleoperasyon sonucu (1. Motor PWM kontrol sinyali doluluk oranı)



Şekil 6.22. PID teleoperasyon sonucu (2. Motor PWM kontrol sinyali doluluk oranı)



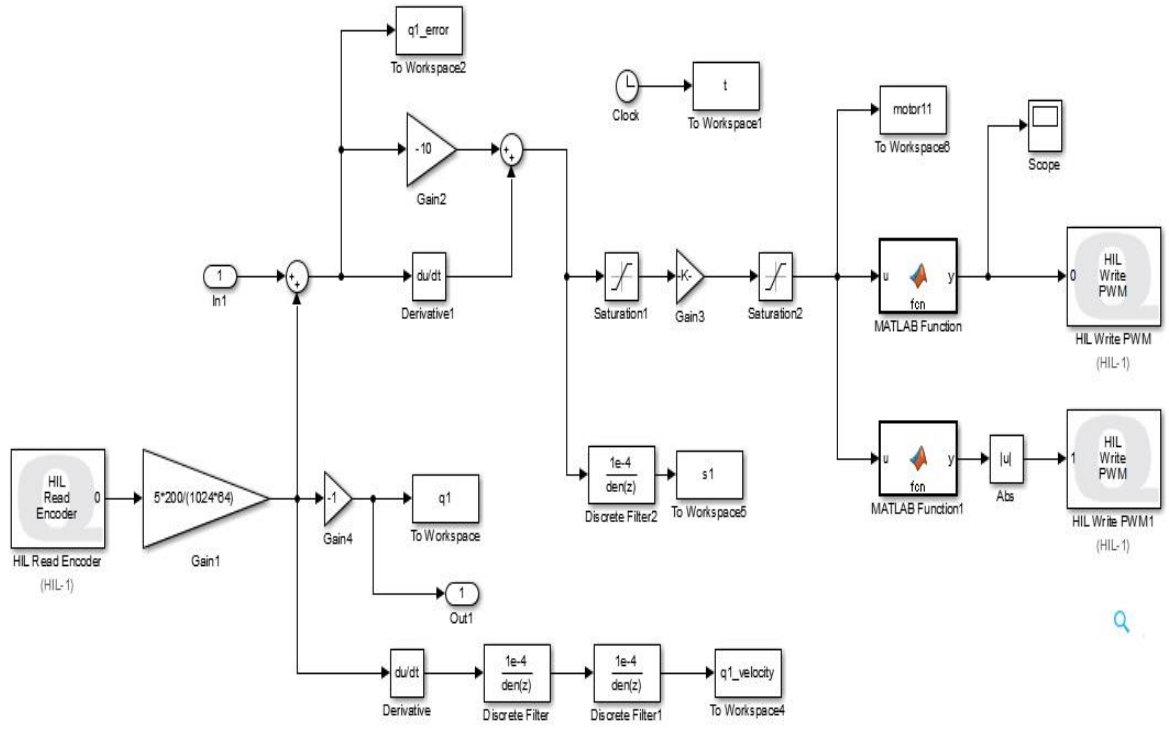
**Şekil 6.23.** PID teleoperasyon sonucu (3. Motor PWM kontrol sinyali doluluk oranı)

Q8\_usb veri toplama kartı %100 doluluk oranında veri gönderebildiği için motorlar  $\pm 1$  aralığında çalışmaktadırlar.

Sonuçlardan PID kontrol ile verilen referans değerleri robotun çok küçük hatalarla takip ettiği görülmektedir. Robot ve haptik kol ile teleoperasyon işlemi başarılı bir şekilde gerçekleştirilmiştir.

### 6.2.2. Kayan Kipli Kontrol Yöntemiyle Teleoperasyon Uygulaması

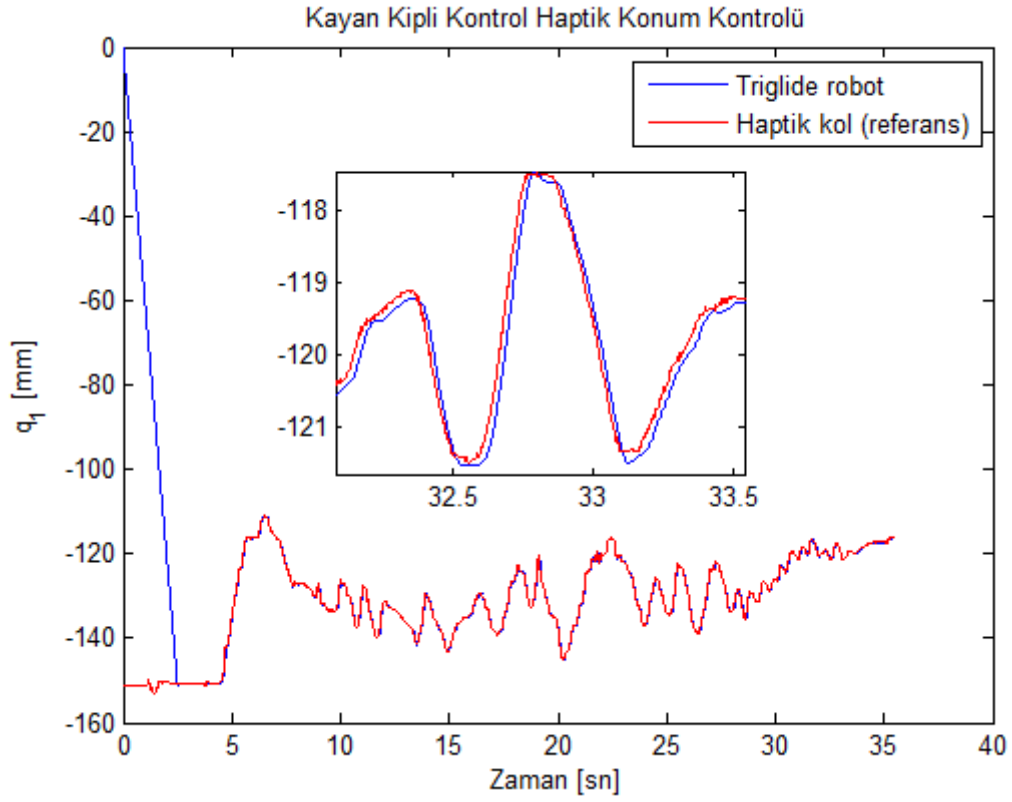
İkinci olarak daha önceki gerçek zamanlı çalışmalarda robot için tasarlanan KKK yöntemi haptik sistemi kontrol etmek için robotun teleoperasyon işleminde kullanılmıştır. Şekil 6.12 ve 6.13’ de verilmiş olan arayüz Matlab/Simulink modeli KKK içinde kullanılmıştır. Şekil 6.24’ de KKK için geliştirilmiş olan Simulink modelinin 1 nolu alt sistem açılımını veren blok gösterimi verilmiştir.



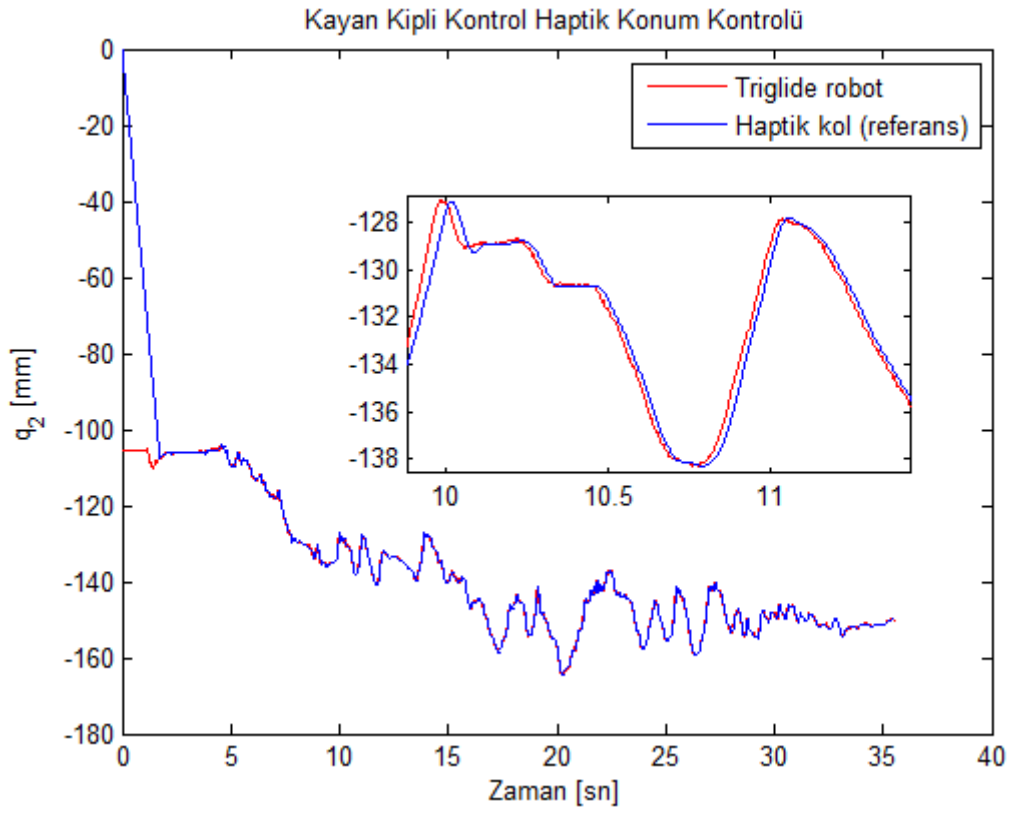
**Şekil 6.24.** 1 nolu altsistem Matlab/Simulink modeli (KKK)

PID kontrol yönteminde olduğu gibi KKK yöntemiyle Triglide robotun haptik cihaz ile teleoperasyon kontrolü Matlab/Simulink ortamında oluşturulan arayüz programı yardımıyla gerçekleştirilmiştir. Haptik koldan gönderilen x, y ve z konum bilgileri ile robot slave olarak hareket ettirilmiştir. Kullanıcı haptik kolu master (yönetici), Triglide paralel robotu ise slave (yönetilen) olarak kullanmaktadır.

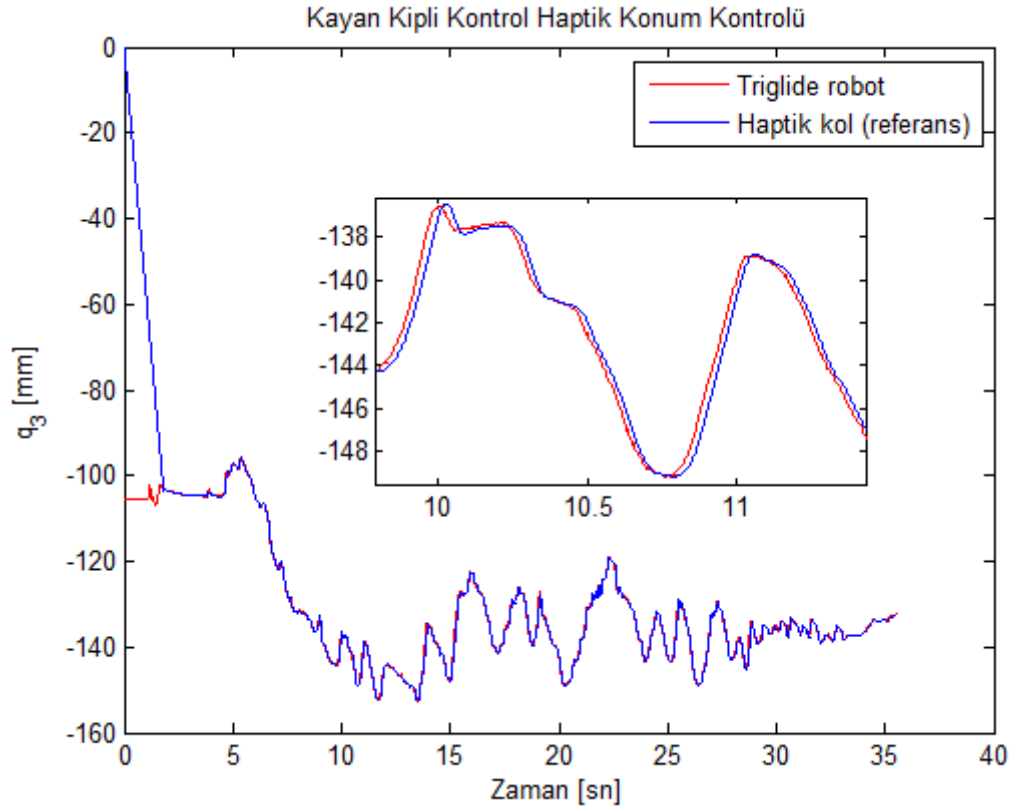
Robotun hareketlerini haptik koldan gelen referans bilgisi ile bir arada gösteren teleoperasyon uygulamasının KKK sonuçları Şekil 6.25, Şekil 6.26 ve Şekil 6.27’ de gösterilmektedir.



Şekil 6.25. KKK teleoperasyon sonucu ( $q_1$ )

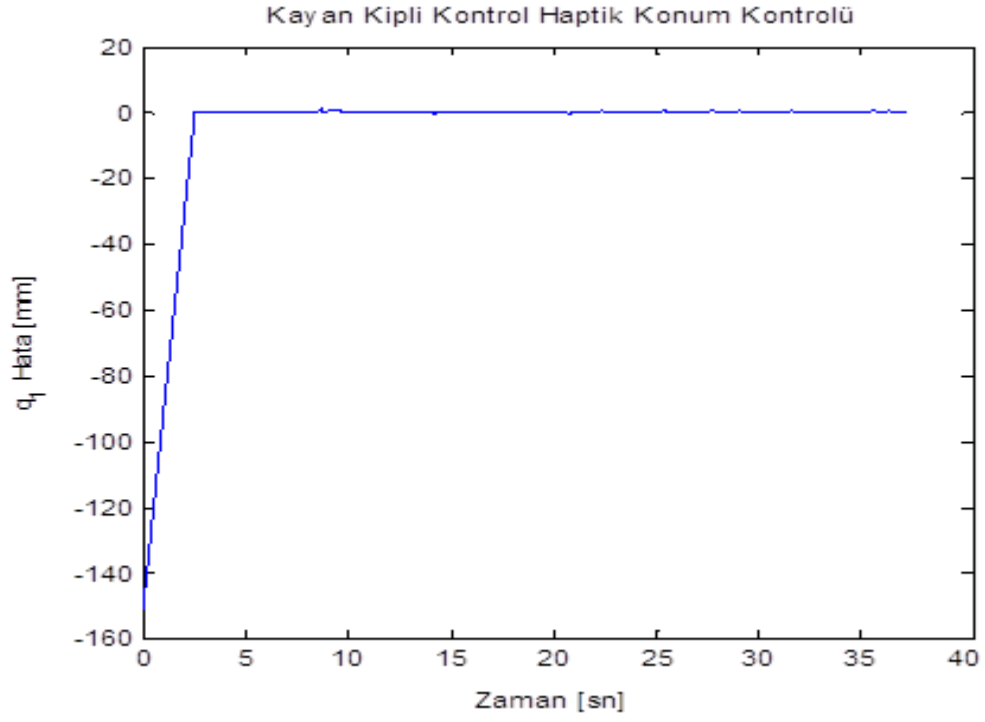


Şekil 6.26. KKK teleoperasyon sonucu ( $q_2$ )

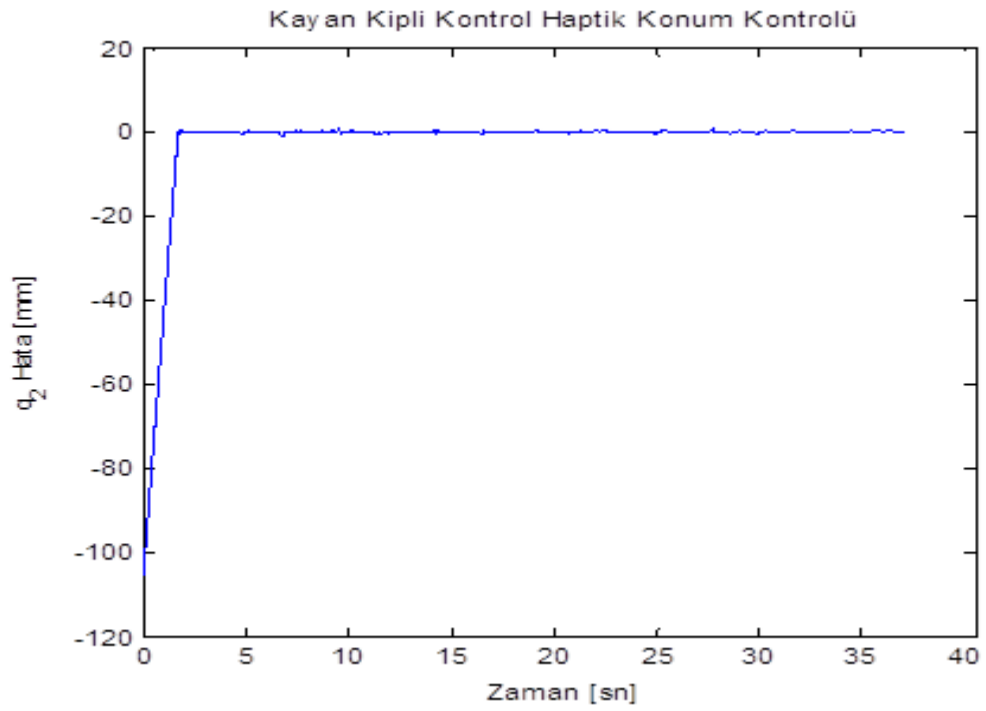


**Şekil 6.27.** KKK teleoperasyon sonucu ( $q_3$ )

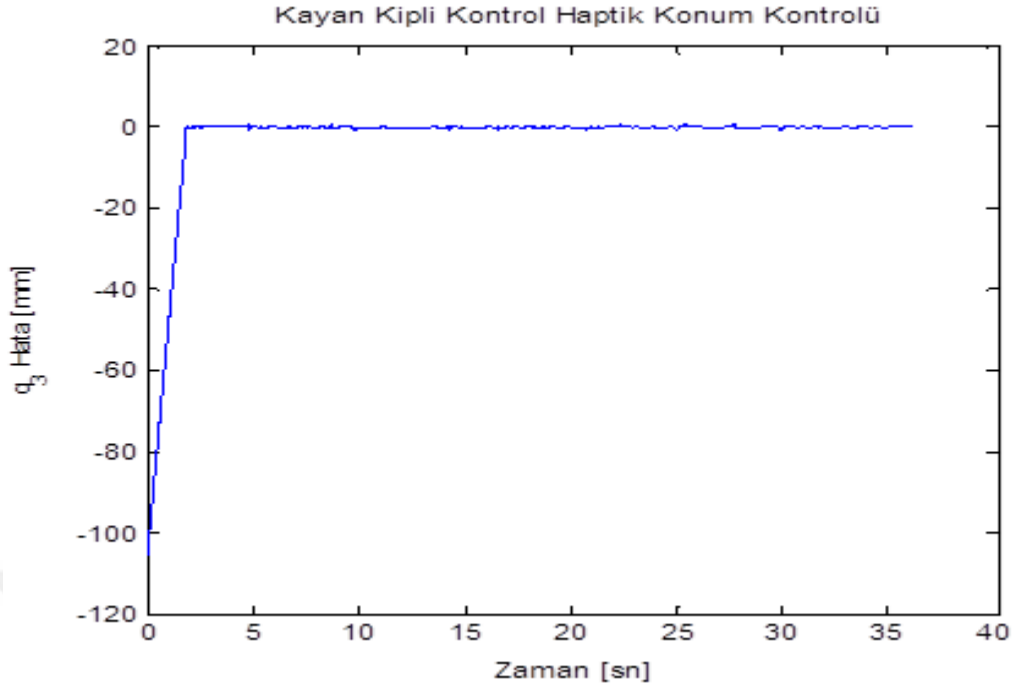
Konum grafikleri incelendiği zaman master-slave etkileşiminin ortalama 0.1 mm gibi çok küçük bir hatayla başarılı bir şekilde gerçekleştirildiği görülmektedir. Yaklaşık 2 saniye sonra slave robot istenilen referans noktaya giderek master robotun hareketlerini bire bir takip etmektedir. KKK kontrol yöntemiyle elde edilen sonuçlar bu teleoperasyon sisteminin başarısını ortaya koymaktadır. Robotun KKK ile teleoperasyon uygulamasına ait hata grafikleri Şekil 6.28, 6.29 ve 6.30’ da verilmiştir.



Şekil 6.28. KKK teleoperasyon sonucu ( $q_1$  hata)



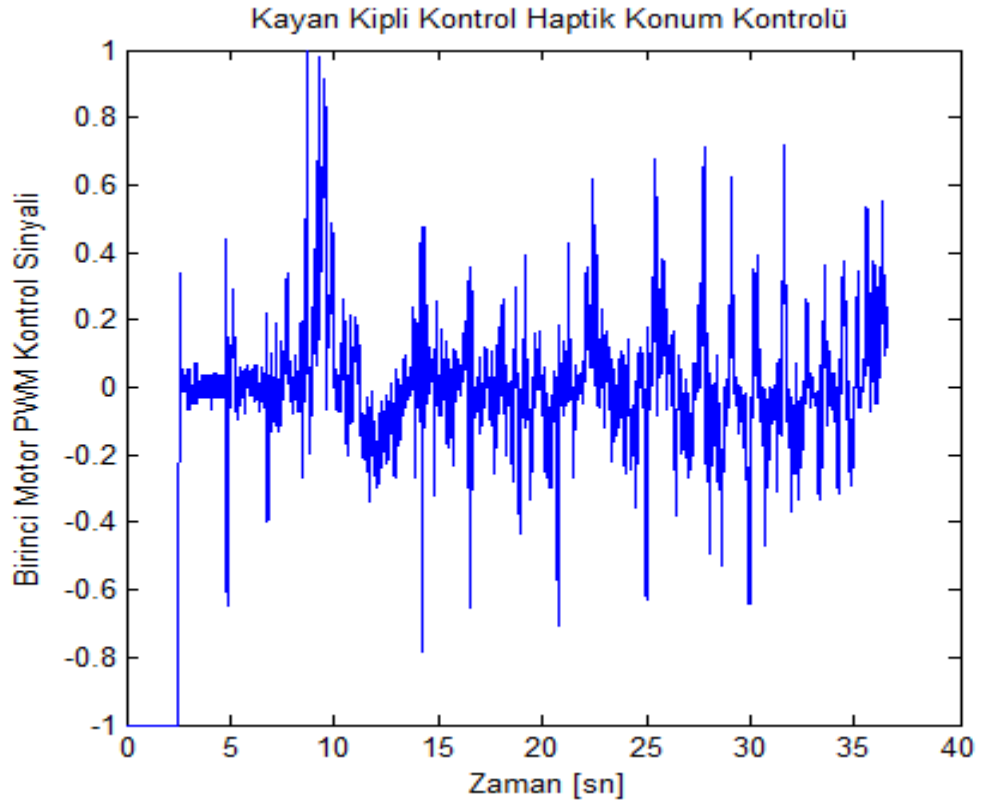
Şekil 6.29. KKK teleoperasyon sonucu ( $q_2$  hata)



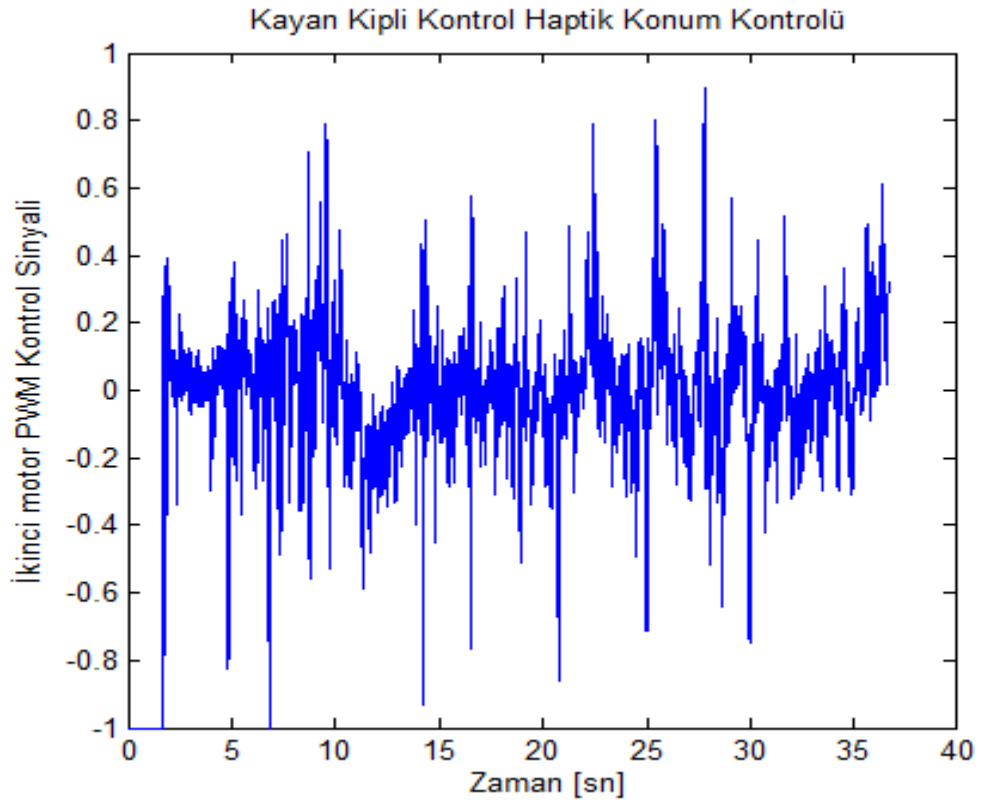
**Şekil 6.30.** KKK teleoperasyon sonucu ( $q_3$  hata)

Hata grafikleri incelendiği zaman hataların sıfırın etrafında küçük oynamalar yaptığı, maksimum hatanın yaklaşık olarak  $\pm 0.2$  mm olduğu açıktır. Konum grafiklerinden master ve slave robot hareketlerinin neredeyse örtüştüğü görülmektedir.

Triglide paralel robota bu uygulamada gönderilmiş olan PWM sinyallerinin grafikleri aşağıda sırasıyla verilmiştir.

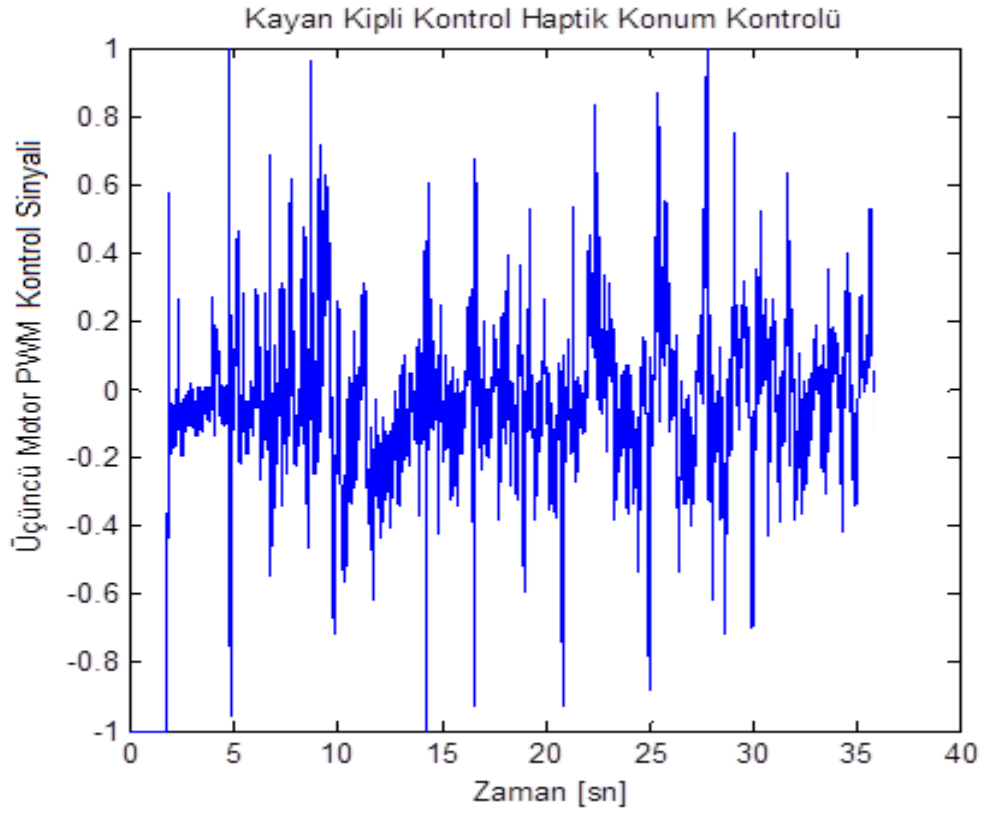


Şekil 6.31. KKK teleoperasyon sonucu (1.Motor PWM kontrol sinyali doluluk oranı)



Şekil 6.32. KKK teleoperasyon sonucu (2. Motor PWM kontrol sinyali doluluk oranı)





**Şekil 6.33.** KKK teleoperasyon sonucu (3. Motor PWM kontrol sinyali doluluk oranı)

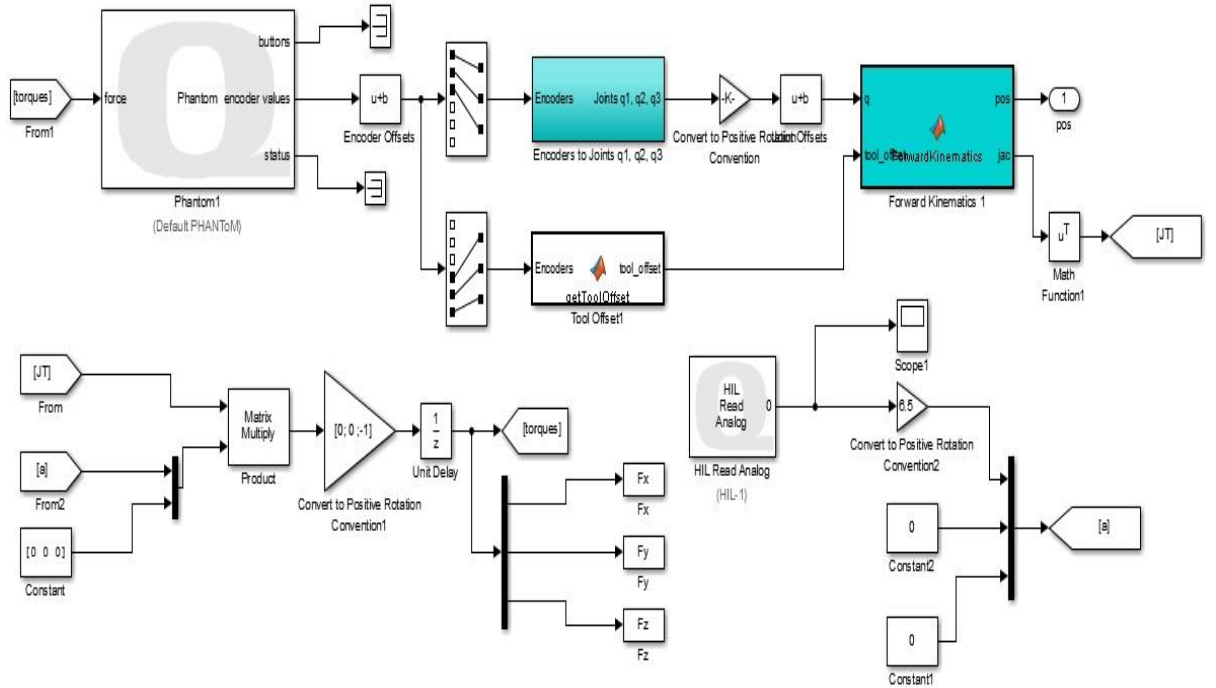
Grafiklerden görüldüğü üzere motorlar %100 doluluk oranında yani  $\pm 1$  aralığında çalışmaktadırlar.

Sonuçlara bakılarak KKK ile robotun teleoperasyon işleminin amacına uygun bir şekilde gerçekleştirildiği söylenebilir.

### 6.3. Triglide Paralel Robotun Haptik Kuvvet ve Konum Kontrolü

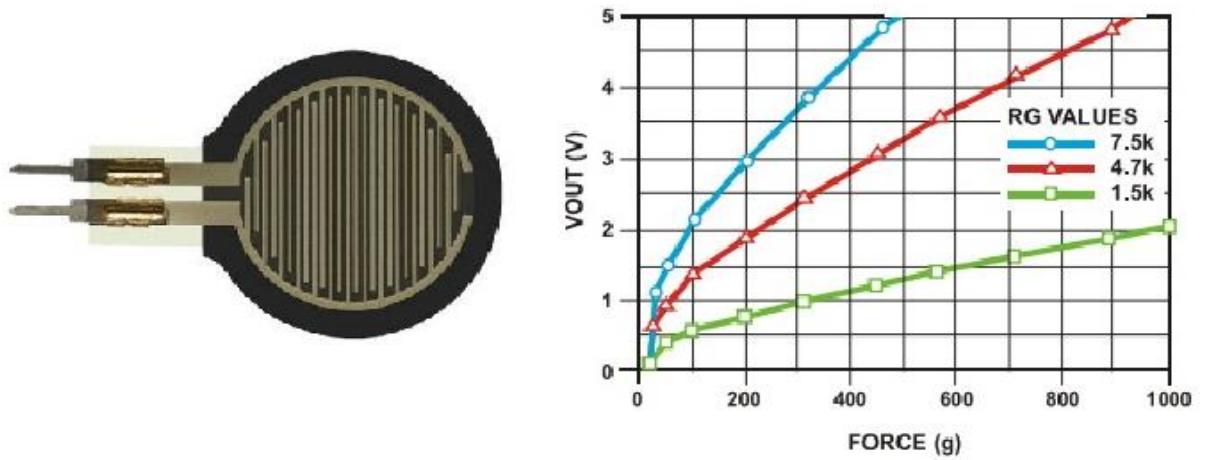
Robot kontrolü, konum, hız ve kuvvet kontrolü olarak uygulanabilmektedir. Haptik uygulamalarda robotun konum ve kuvvet kontrolü ön plana çıkmaktadır. Yapılacak olan işlemde öncelik sırası çok önemlidir. Konum hassasiyeti ön planda ise belli esneklikle kuvvet kontrolü sağlanırken konum kontrolü öncelikli olarak kontrol gerçekleştirilmelidir. Montaj, taşlama, parlatma, çapak alma ve cerrahi robotik uygulamalarında kuvvet kontrolü önceliğine yer verilmektedir. Kuvvetin yanında konumunda belli bir hatayla kontrolü sağlanmaktadır. Bu tür kontrol uygulamalarına bilateral (çift taraflı) kontrol ismi verilmektedir.

Bu bölümde empedans kontrol yöntemi kullanılarak kuvvet kontrolü gerçekleştirilmiştir. Şekil 6.34’ de haptik cihaza kuvvet geribesleme yapabilmek için gerekli olan Matlab/Simulink arayüz programının modeli verilmiştir.



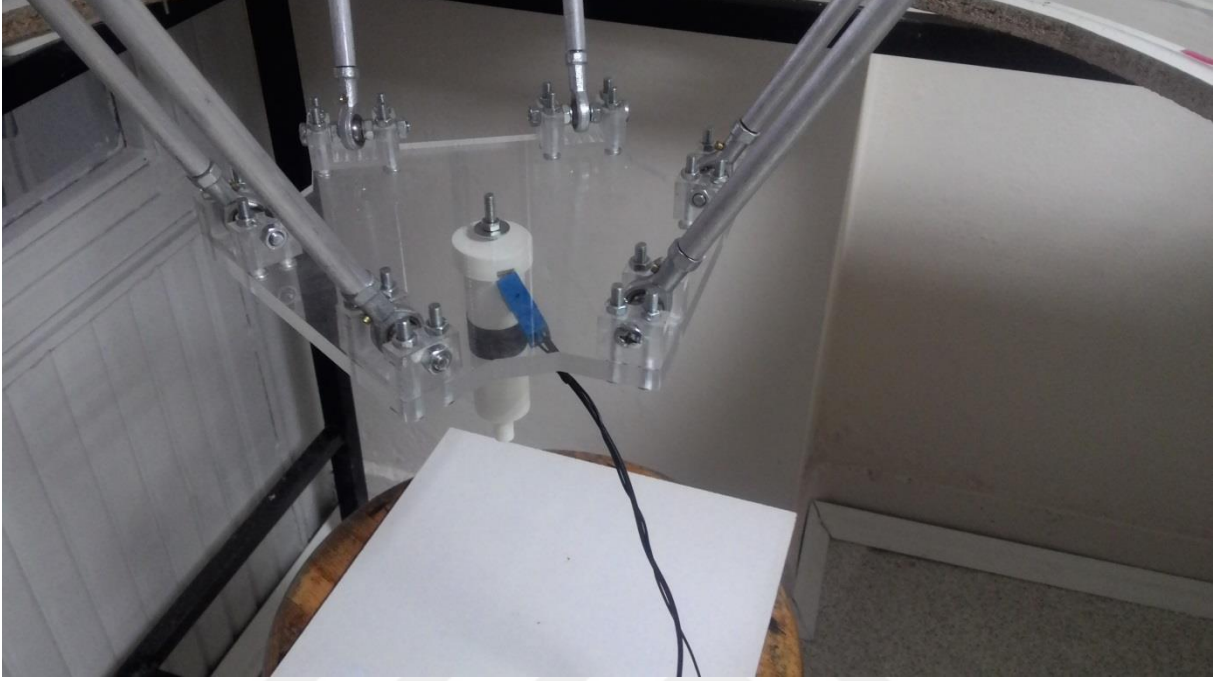
Şekil 6.34. Kuvvet ölçüm ve geribesleme Matlab/Simulink arayüz program modeli

Kuvvet ölçümü için z yönünde oluşan Fz kuvveti dikkate alınarak uygulamalar yapılmıştır. Bunun için 0.6" çapında kuvvete duyarlı kısa saplı dairesel sensör PL-2728 kullanılmıştır. Şekil 6.35’ de kuvvet sensörü ve sensöre ait çıkış gerilimi-kuvvet grafiği verilmiştir.



Şekil 6.35. Kuvvet sensörü ve sensöre ait çıkış gerilimi-kuvvet grafiği

Sensör boyutları dikkate alınarak geliştirilmiş olan robotun tutucu ucu kuvvet algılama mekanizması Şekil 6.36’ da görülmektedir.



**Şekil 6.36.** Robotun tutucu ucu için kuvvet algılama mekanizması

Tasarlanıp 3B yazıcıda üretilen kuvvet algılama mekanizmasının parçaları Şekil 6.37’ de, parçaların montajlı son hali ise Şekil 6.38’ de verilmiştir.



**Şekil 6.37.** Kuvvet algılama mekanizması parçaları



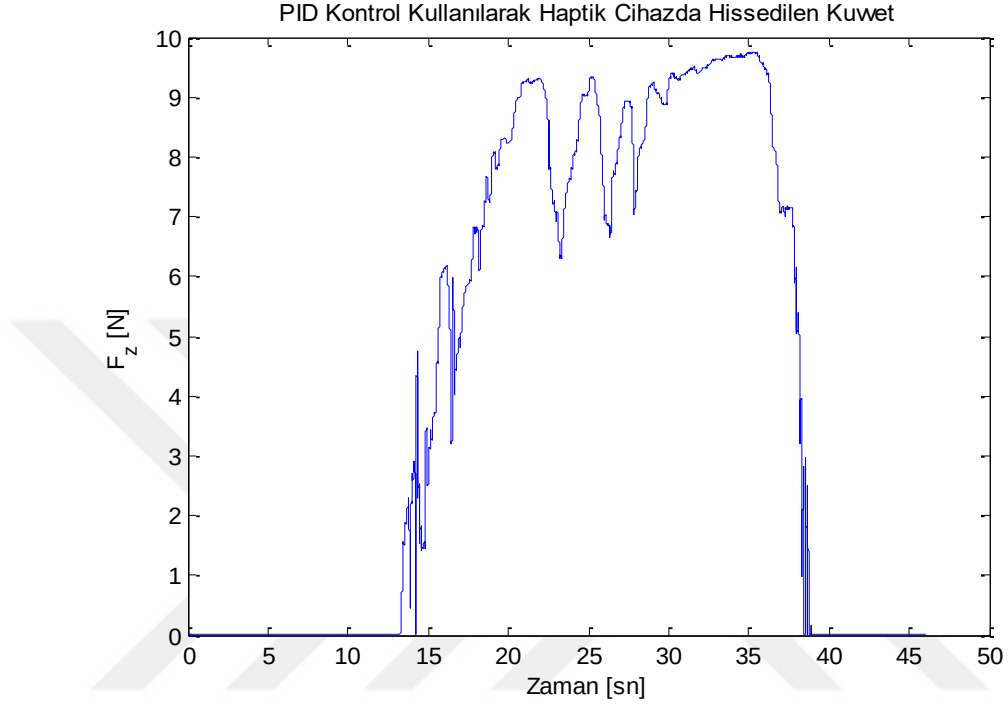
**Şekil 6.38.** Kuvvet algılama mekanizmasının montajlı son hali

Şekil 6.39’ da kuvvet algılama mekanizmasının robotun tutucuna ucuna montajlanmış son hali görülmektedir.

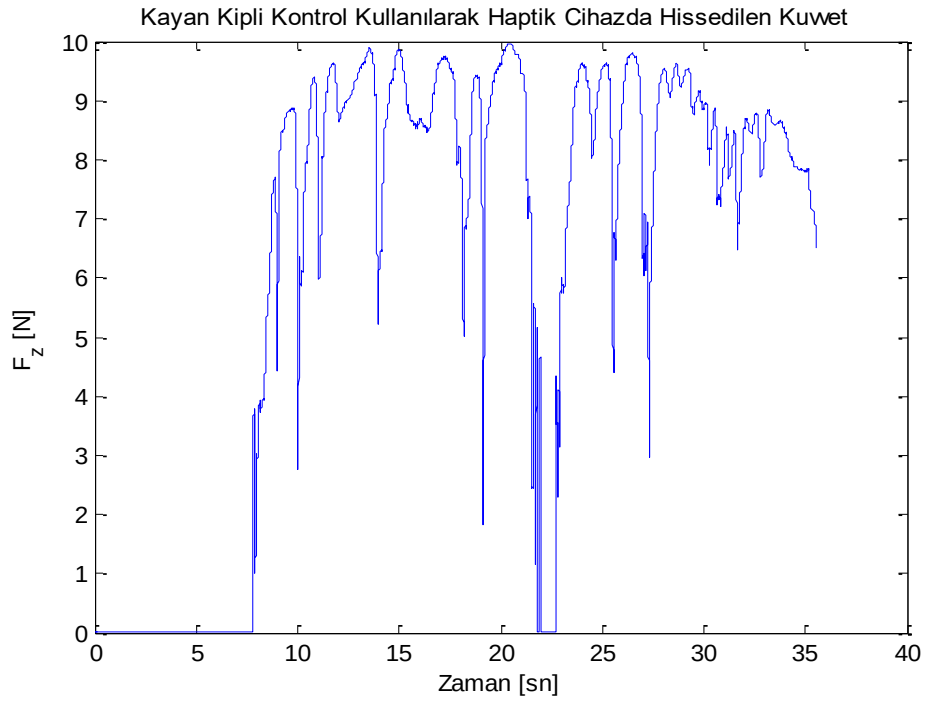


**Şekil 6.39.** Kuvvet algılama mekanizmasının robotun tutucu ucuna montajlı son hali

Oluşturulan deney düzeneği ile robotun tutucu ucuna yerleştirilen kuvvet sensörüyle kuvvet kontrolü yapılmadan kuvvetin Haptik cihazda hissedilmesine yönelik kuvvet geribildirim uygulamaları yapılmıştır. Konum kontrolü için PID ve KKK uygulanarak Haptik cihaza bildirilen z yönündeki kuvvet grafikleri Şekil 6.40 ve 6.41’ de verilmiştir.

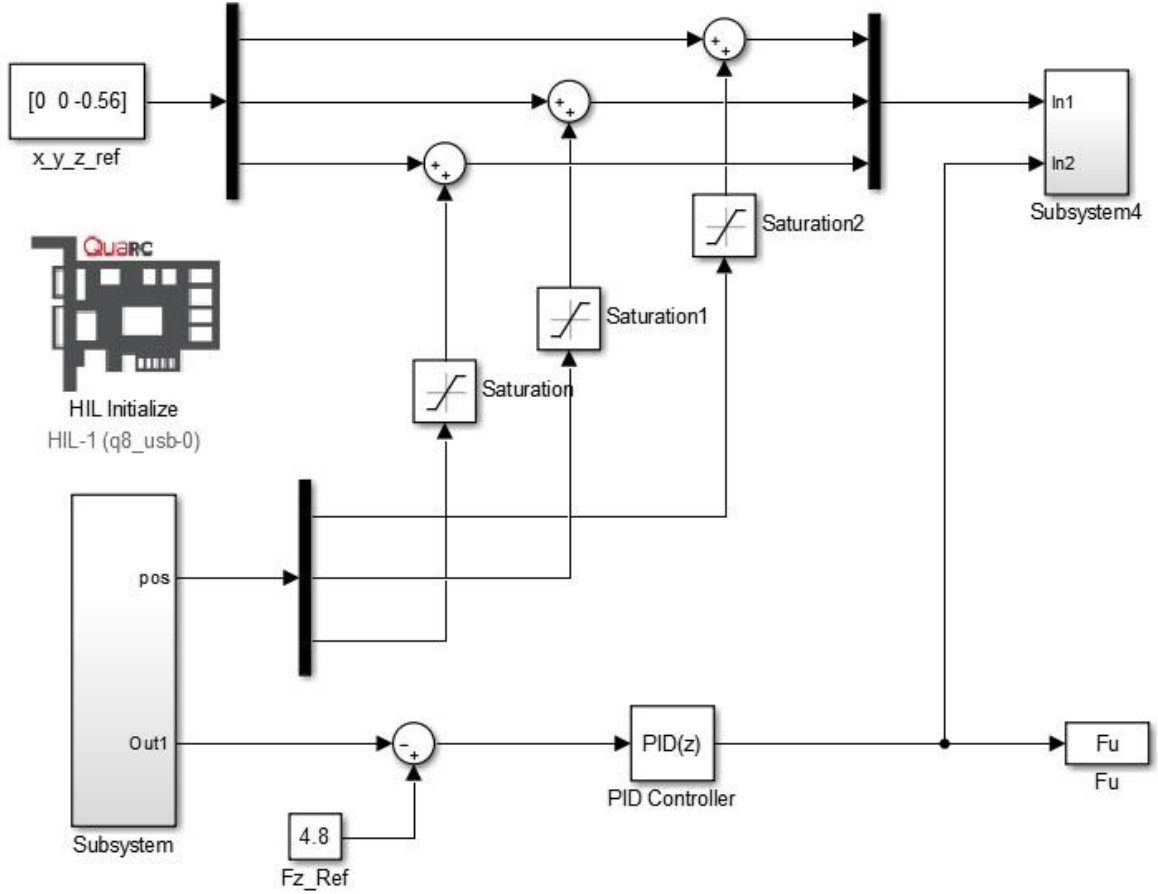


**Şekil 6.40.** PID kontrol kullanılarak haptik cihaza aktarılan geribesleme kuvveti



**Şekil 6.41.** KKK kullanılarak haptik cihaza aktarılan geribesleme kuvveti

Deney düzeneğinde son uygulama olarak kuvvet ve konum kontrolü bir arada yapılmıştır. Bunun için tasarlanan Matlab/Simulink modeli aşağıda gösterilmiştir. Kontrol kuvvetinin PID katsayıları  $K_P=0.11$ ,  $K_I=0.017$  ve  $K_D=0$  olarak alınmıştır.



**Şekil 6.42.** Kuvvet ve konum kontrolü Matlab/Simulink modeli

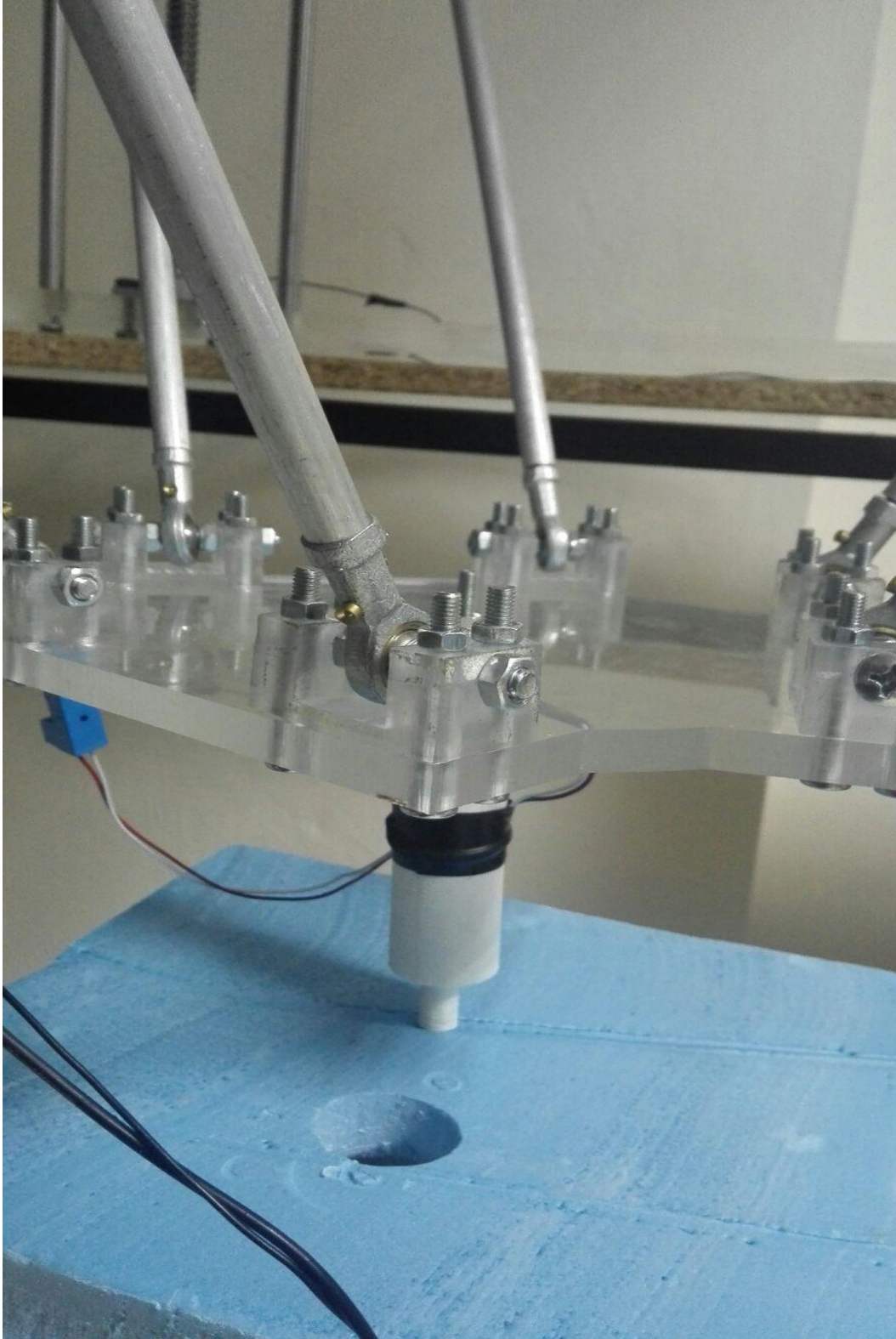
Bu uygulamada motorlara gönderilen kuvvet sinyallerinin bir kısmı kuvvet kontrolü bölümünden diğer kısmı ise konum kontrolü bölümünden elde edilmektedir. Elde edilen bu iki değer toplanarak motorlara PWM sinyali olarak gönderilmektedir.

Kuvvet kontrol uygulaması için köpük malzemeden yapılmış strafor robotun tutucu ucunun altına yerleştirilmiştir. Uygulama anına ait resimler Şekil 6.43 ve 6.44’ de verilmiştir.





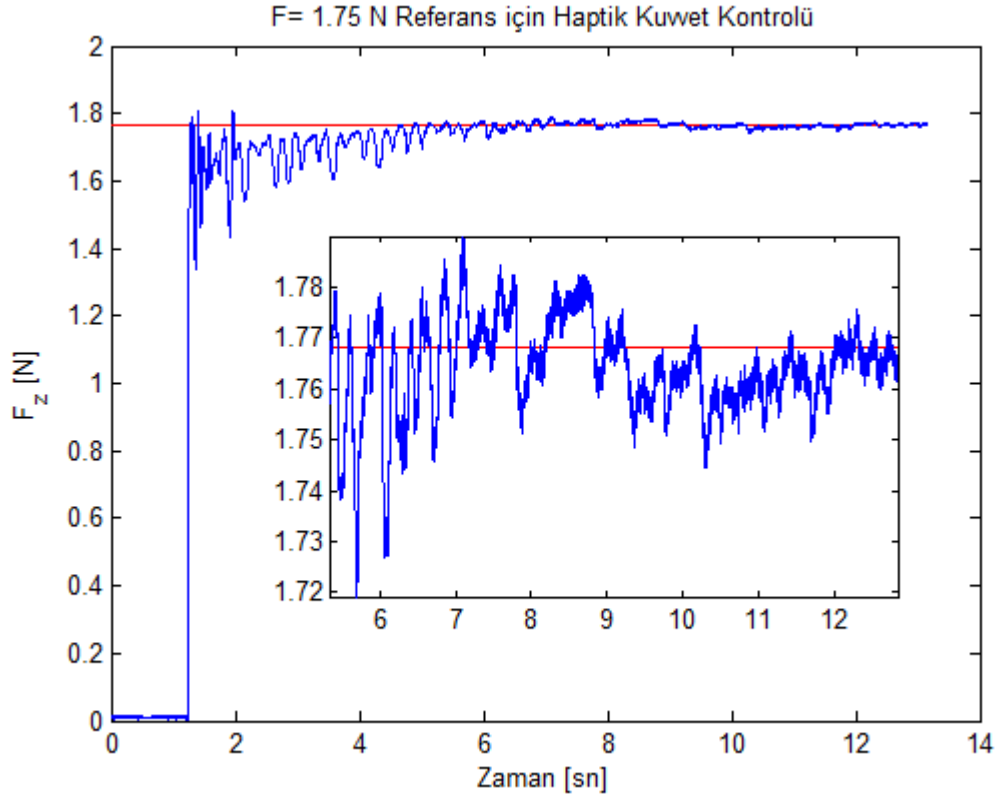
**Şekil 6.43.** Kuvvet ve konum kontrolü uygulama 1



Şekil 6.44. Kuvvet ve konum kontrolü uygulama 2

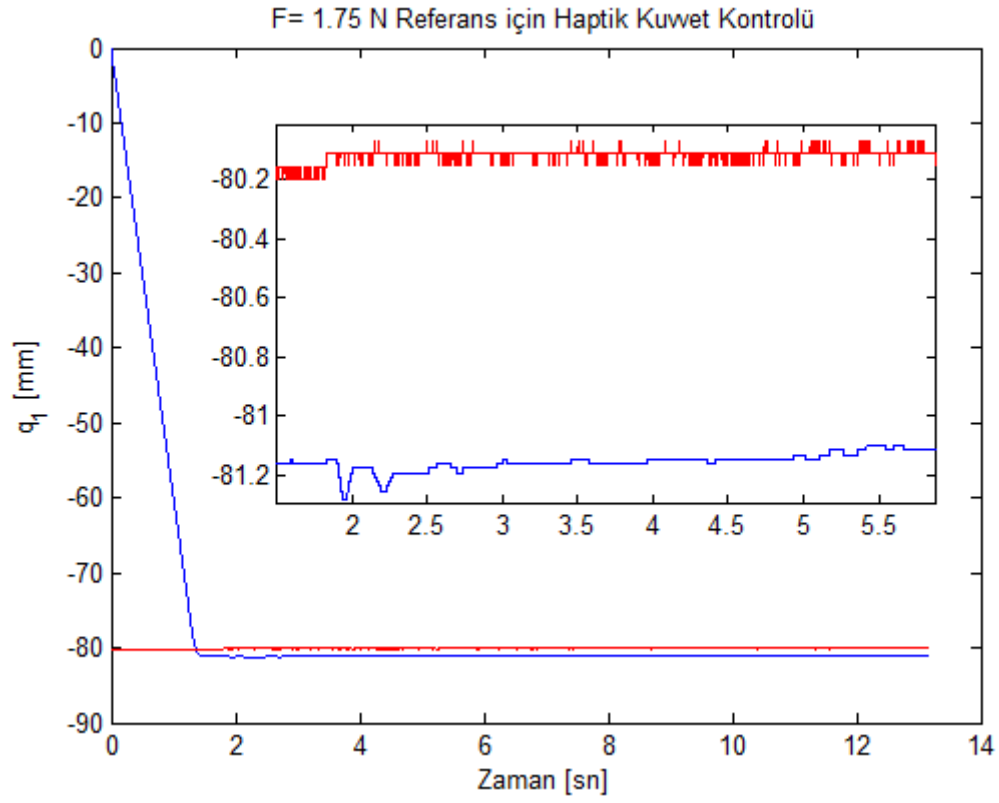


Haptik kuvvet kontrolü için üç farklı referans noktası verilmiştir. Bunlardan ilki  $F$  değerinin  $1.75 \text{ N}$  olduğu uygulamadır. Şekil 6.45’ de  $F_z$  çıkış değerinin sonucu görülmektedir.  $F_z$  değerinin verilen referans değer civarına yaklaşık 4.5 saniyede ulaştığı görülmektedir. Sistemdeki osilasyonlara kuvvet ölçüm mekanizmasının ucundaki pürüzlülüğün yol açtığı düşünülmektedir.

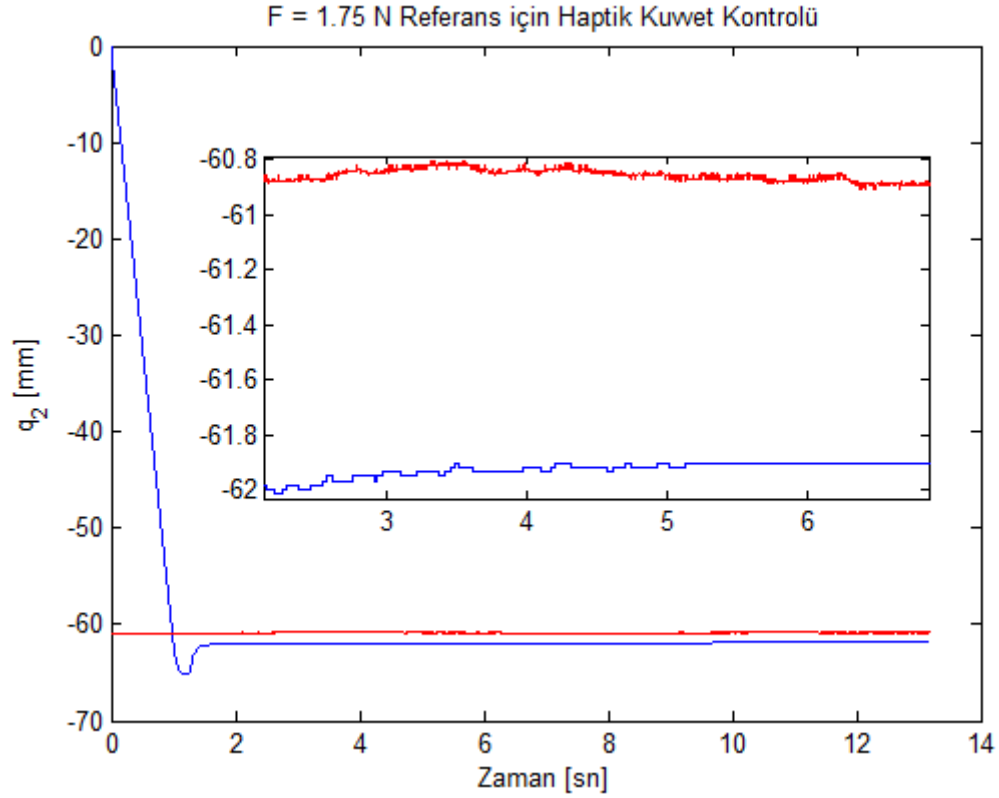


**Şekil 6.45.**  $F_z$  çıkış değeri ( $1.75 \text{ N}$  referans için haptik kuvvet kontrolü)

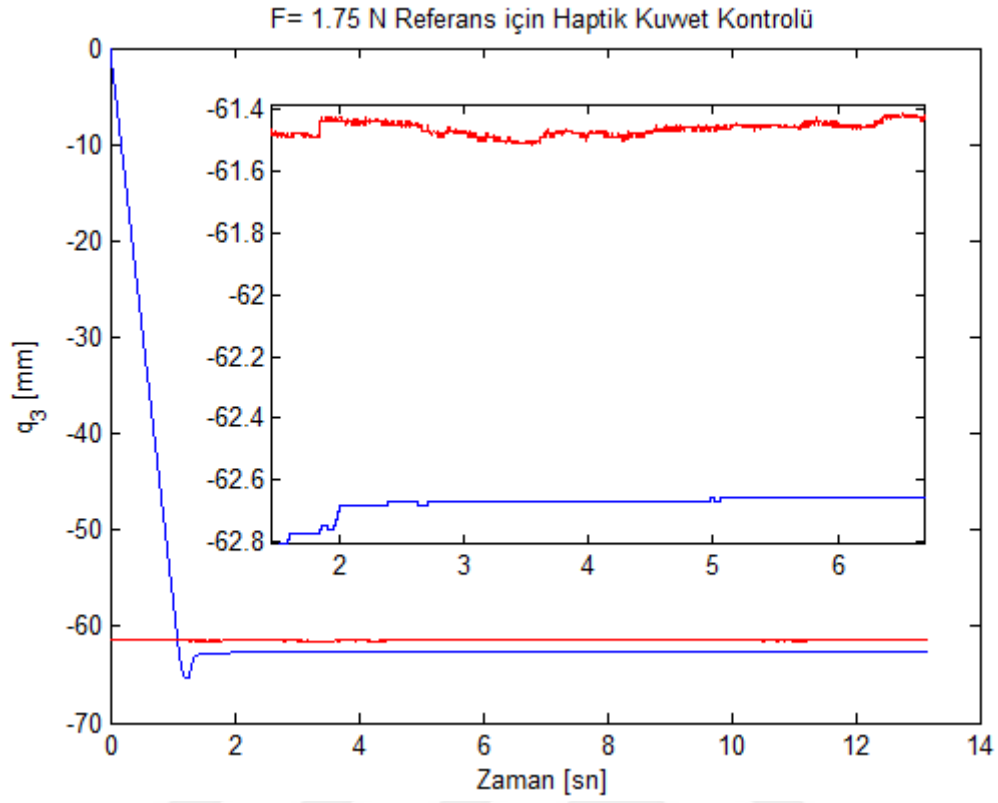
$F = 1.75 \text{ N}$  referans değeri için elde edilen konum kontrolü grafikleri sırasıyla Şekil 6.46, 6.47 ve 6.48’ de elde edilmiştir. Kuvvet kontrolü öncelikli olduğu için konumlar belli bir hata payıyla sağlanmaktadır.



Şekil 6.46.  $q_1$  çıkış değeri (1.75 N referans için haptik kuvvet kontrolü)

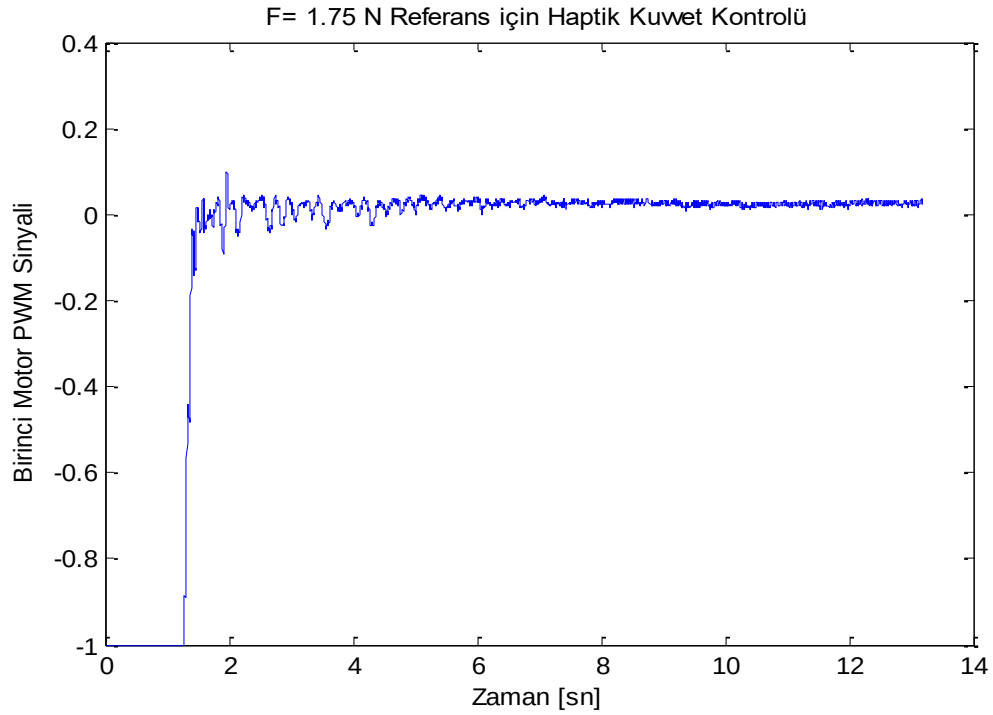


Şekil 6.47.  $q_2$  çıkış değeri (1.75 N referans için haptik kuvvet kontrolü)

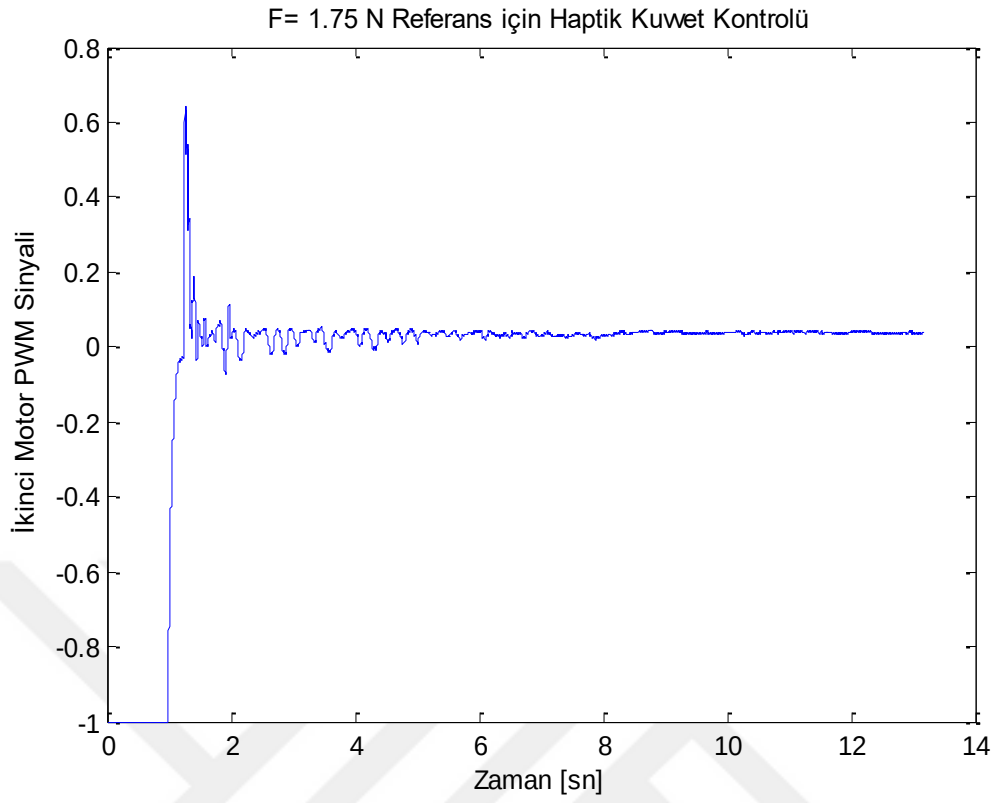


**Şekil 6.48.**  $q_3$  çıkış değeri (1.75 N referans için haptik kuvvet kontrolü)

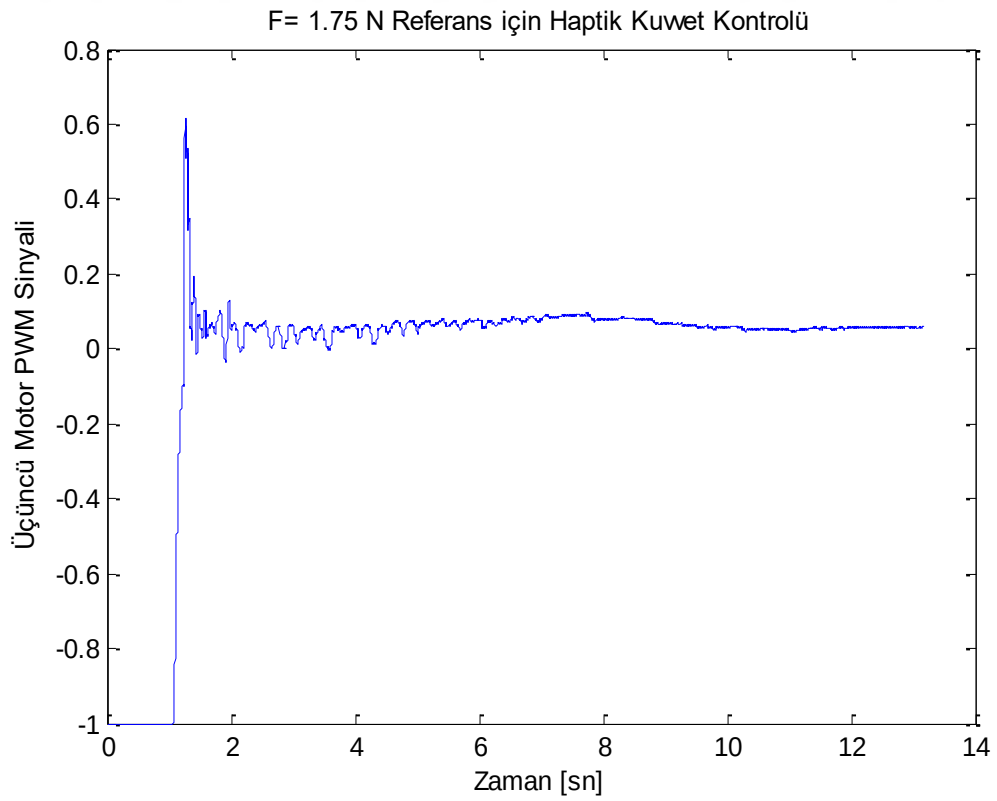
$F = 1.25$  N referans için haptik kuvvet ve konum kontrolü gerçekleşirken motorlara uygulanan PWM sinyalleri Şekil 6.49, 6.50 ve 6.51’ de ifade edilmiştir.



**Şekil 6.49.** 1. Motor PWM kontrol sinyali doluluk oranı (1.75 N referans kuvveti)

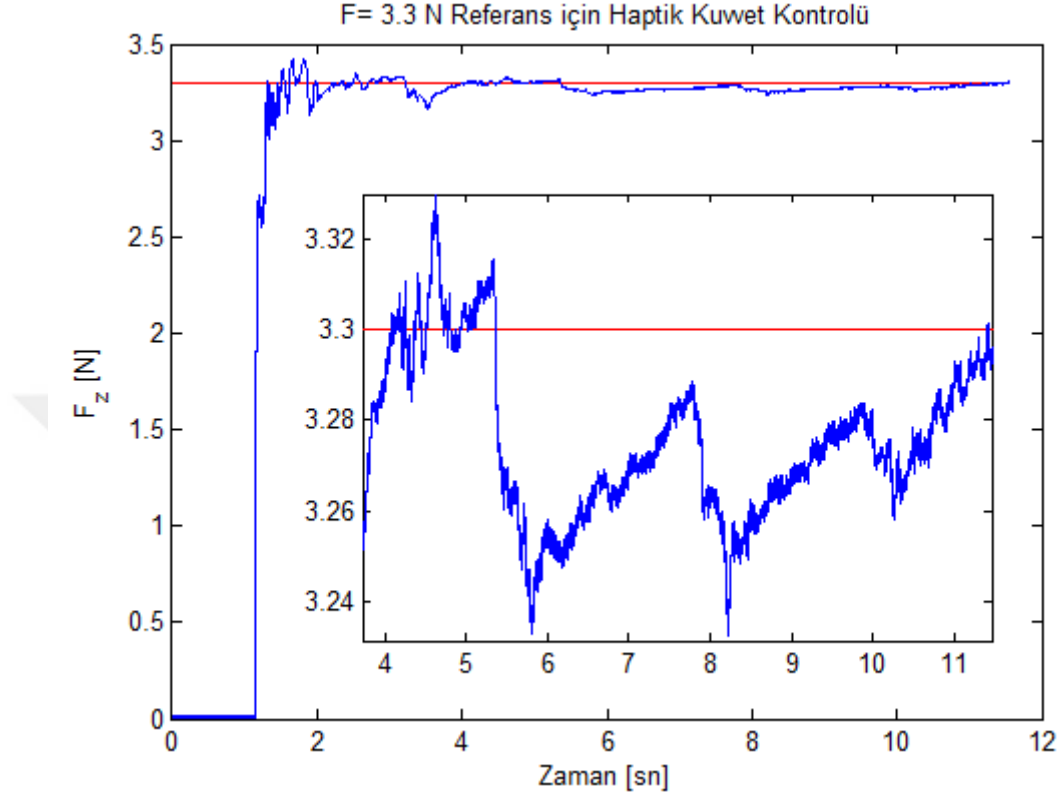


**Şekil 6.50.** 2. Motor PWM kontrol sinyali doluluk oranı (1.75 N referans kuvveti)



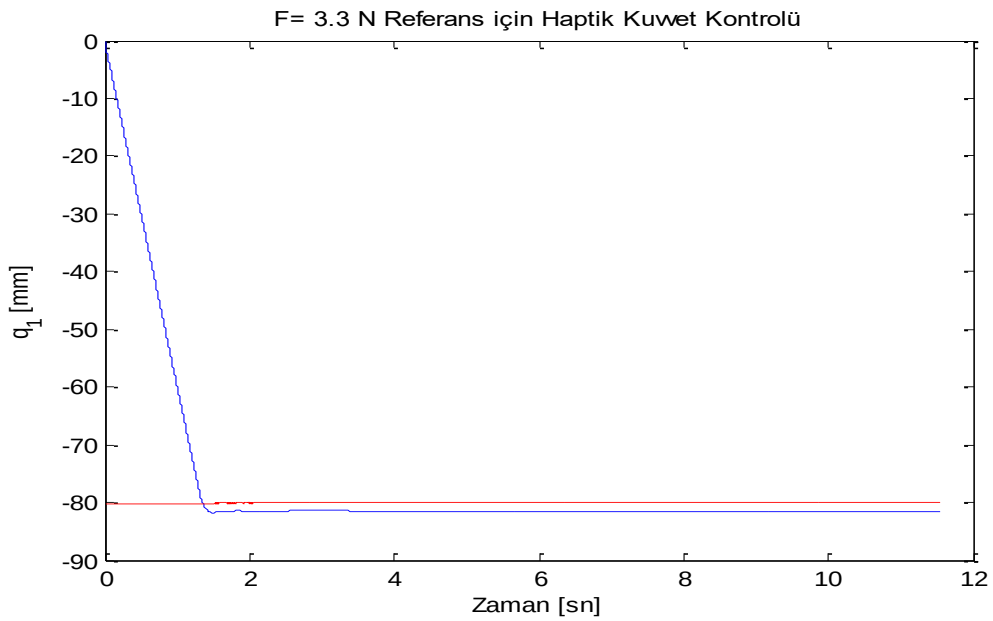
**Şekil 6.51.** 3. Motor PWM kontrol sinyali doluluk oranı (1.75 N referans kuvveti)

İkinci referans değeri olarak 3.3 N' luk bir kuvvet girilmiştir. Bunun sonucunda sistemden elde edilen  $F_z$  kuvvet değeri Şekil 6.52' de görülmektedir.  $F_z$  kuvvetinin başarılı bir şekilde referans değeri yakaladığı grafikte açıktır.

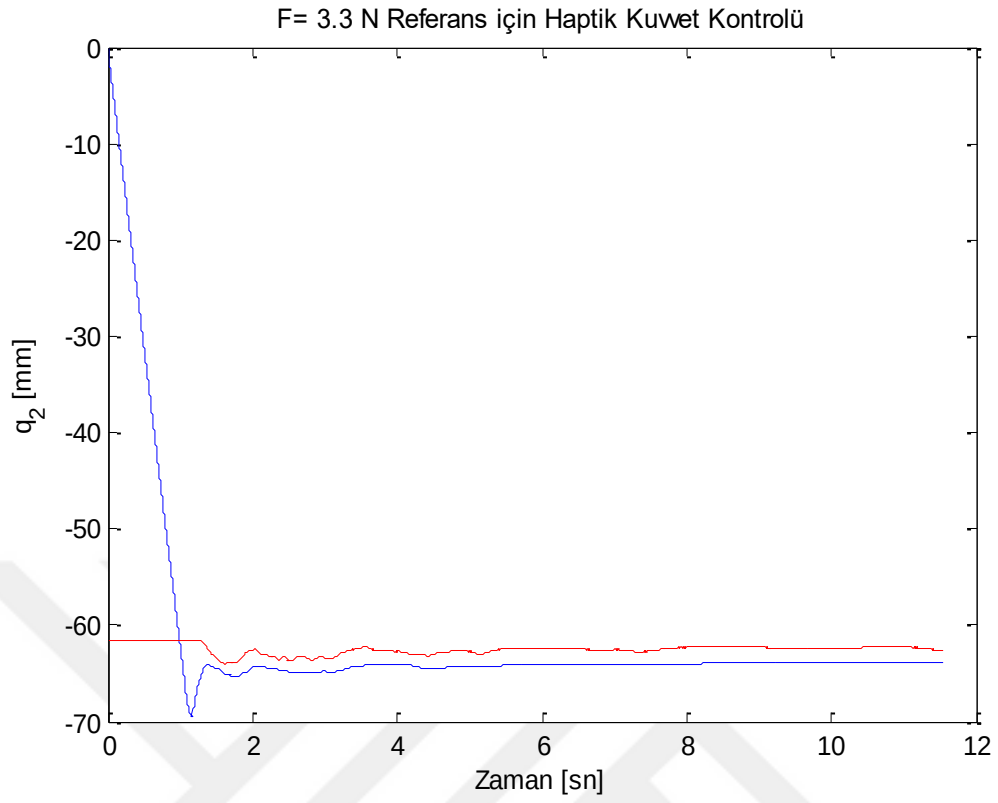


**Şekil 6.52.**  $F_z$  çıkış değeri (3.3 N referans için haptik kuvvet kontrolü)

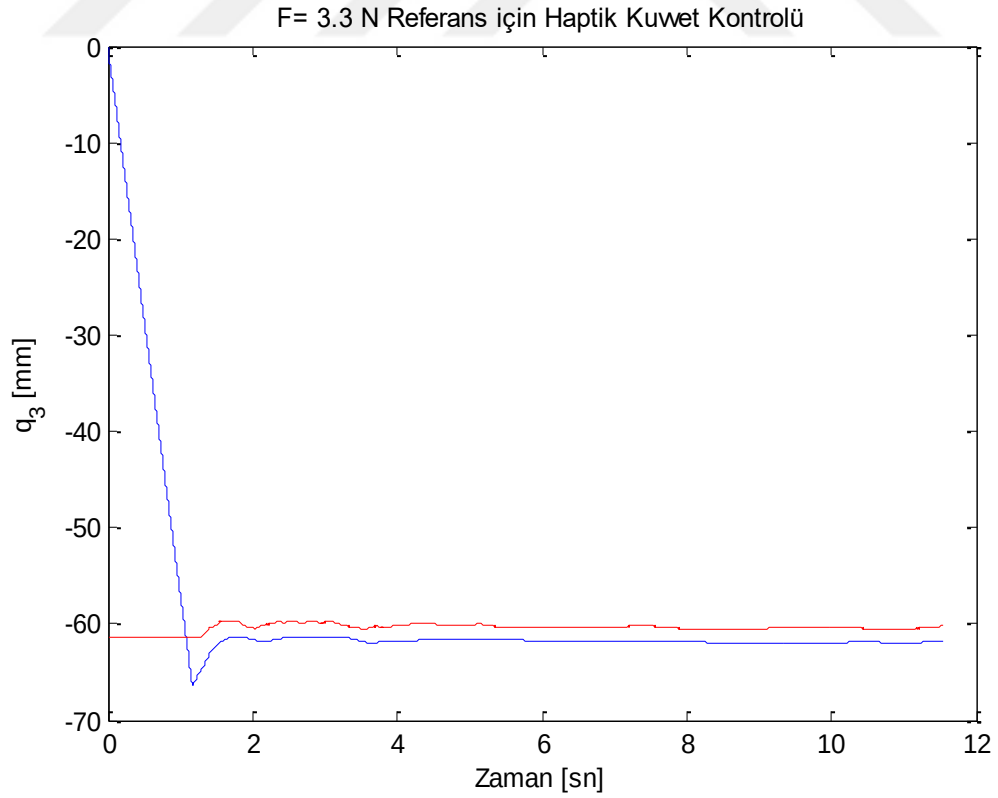
$F = 3.3$  N referans değeri için elde edilen konum kontrolü grafikleri sırasıyla Şekil 6.53, 6.54 ve 6.55' de elde edilmiştir.



**Şekil 6.53.**  $q_1$  çıkış değeri (3.3 N referans için haptik kuvvet kontrolü)

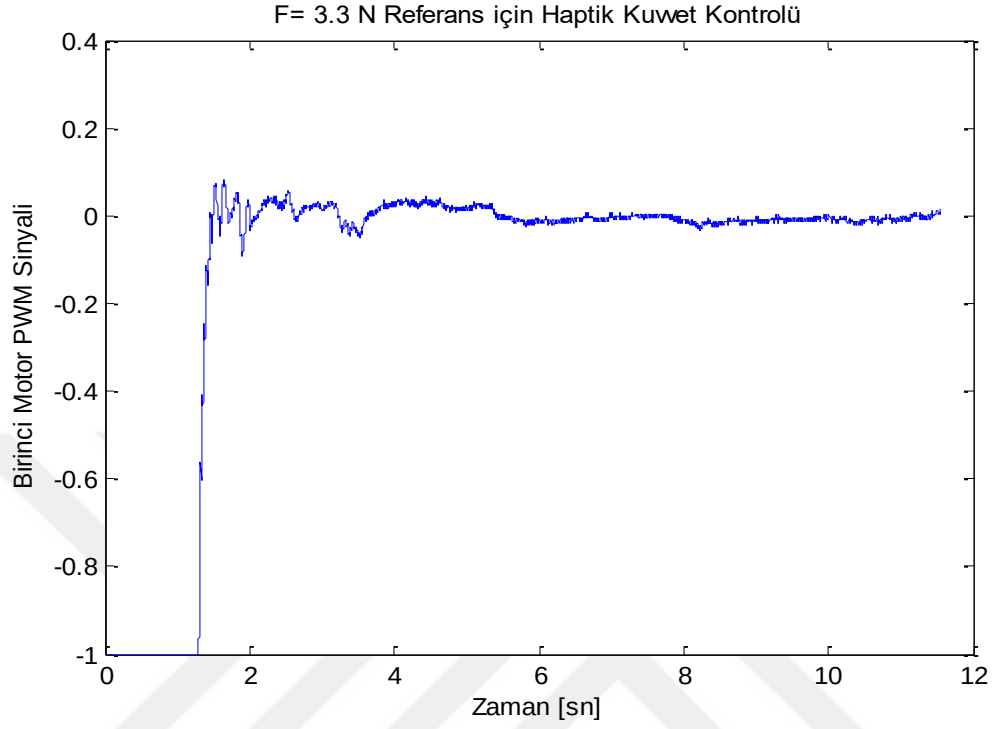


**Şekil 6.54.**  $q_2$  çıkış değeri (3.3 N referans için haptik kuvvet kontrolü)

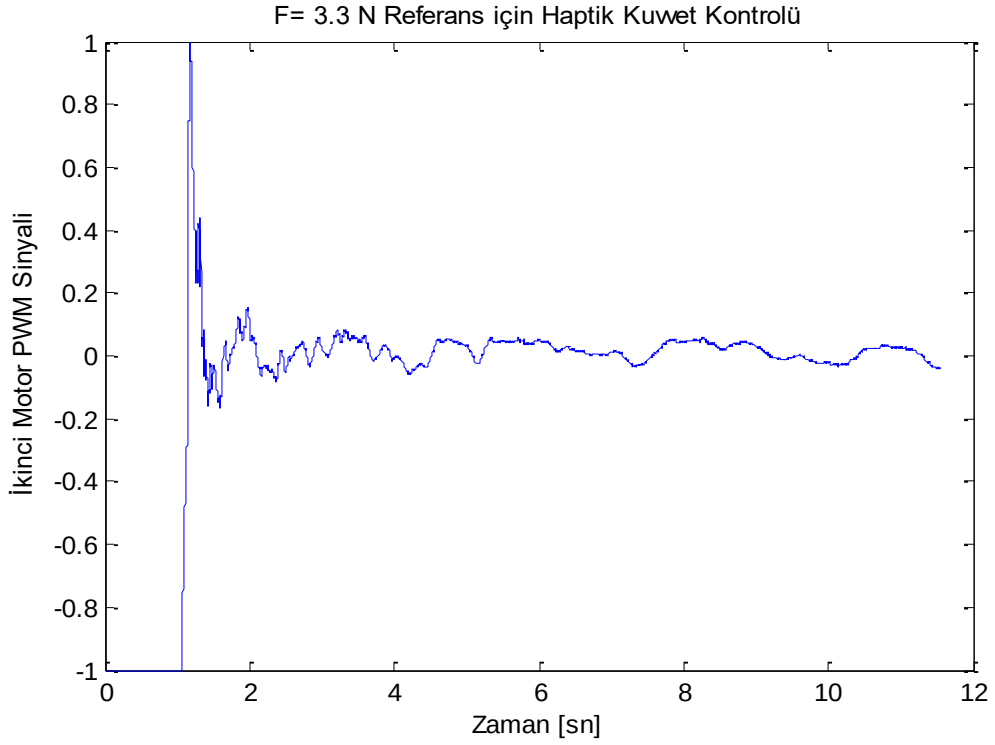


**Şekil 6.55.**  $q_3$  çıkış değeri (3.3 N referans için haptik kuvvet kontrolü)

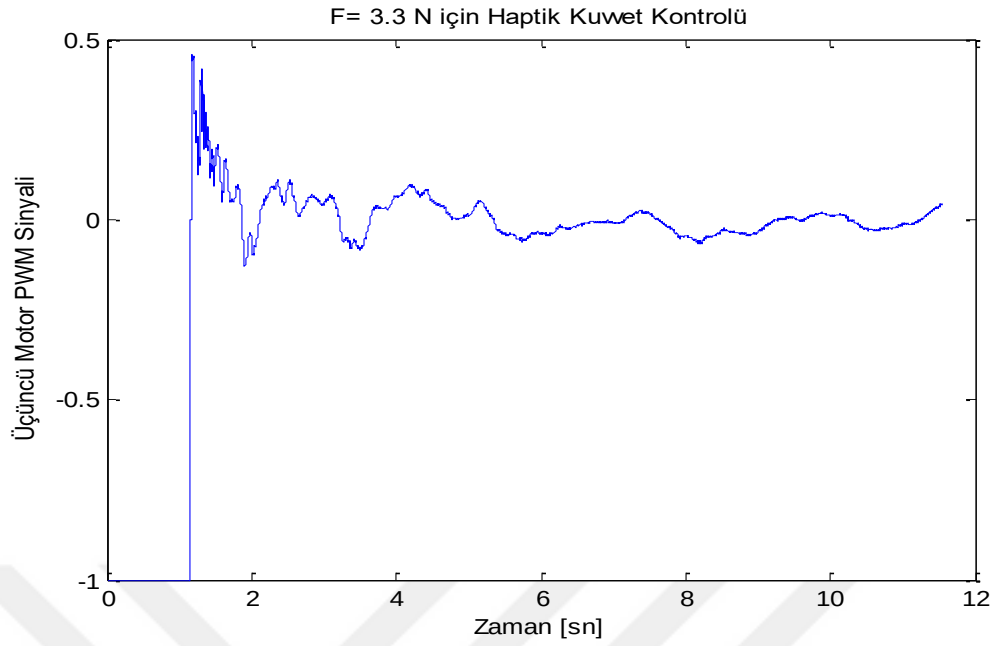
$F = 3.3$  N referans için haptik kuvvet ve konum kontrolü gerçekleştirken motorlara uygulanan PWM sinyalleri Şekil 6.56, 6.57 ve 6.58’ de verilmiştir.



Şekil 6.56. 1. Motor PWM kontrol sinyali doluluk oranı (3.3 N referans kuvveti)

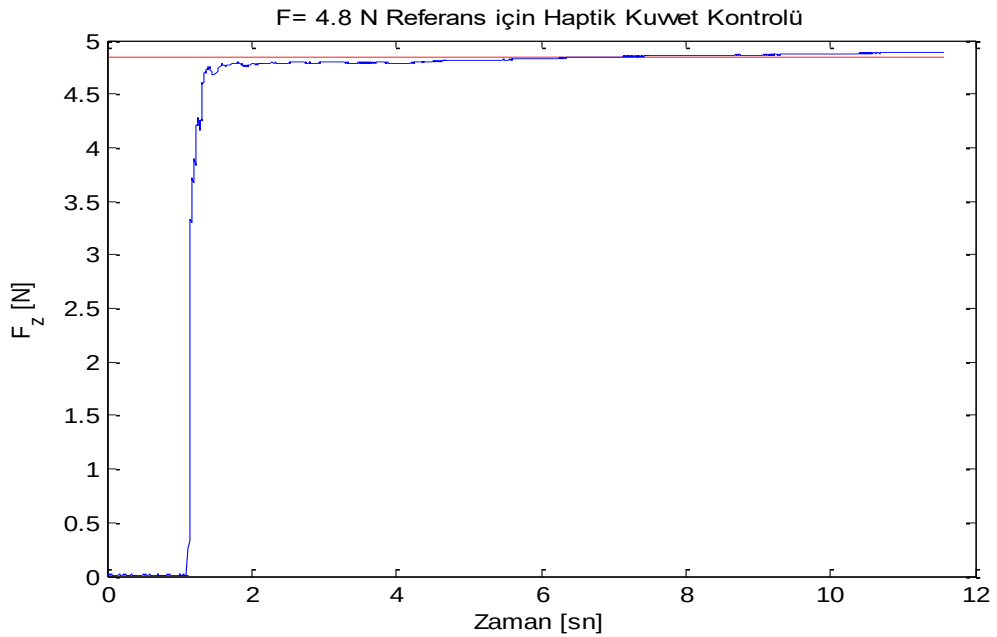


Şekil 6.57. 2. Motor PWM kontrol sinyali doluluk oranı (3.3 N referans kuvveti)



**Şekil 6.58.** 3. Motor PWM kontrol sinyali doluluk oranı (3.3 N referans kuvveti)

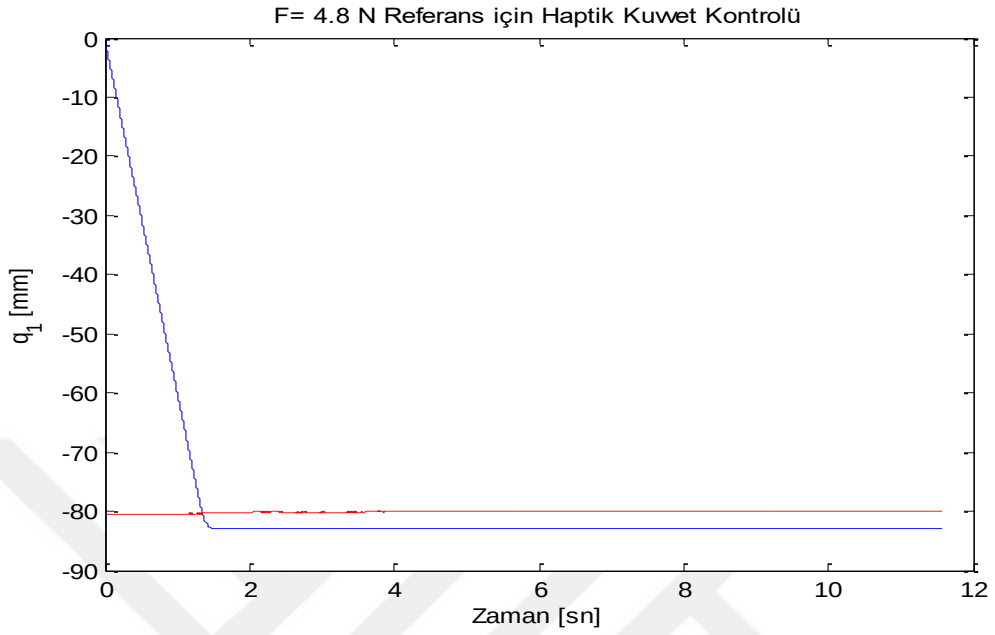
Haptik kuvvet kontrolü için verilen son referans değeri  $F'$  in 4.8 N olduğu uygulamadır. Şekil 6.59' da  $F_z$  çıkış değerinin sonucu görülmektedir.  $F_z$  değerinin verilen referans değer civarına yaklaşık 3 saniyede ulaştığı görülmektedir. Üç uygulama sonucunda  $F_z$  çıkış değerlerinin yapılan bilateral kontrol uygulamasında başarılı bir şekilde elde edildiği anlaşılmaktadır.



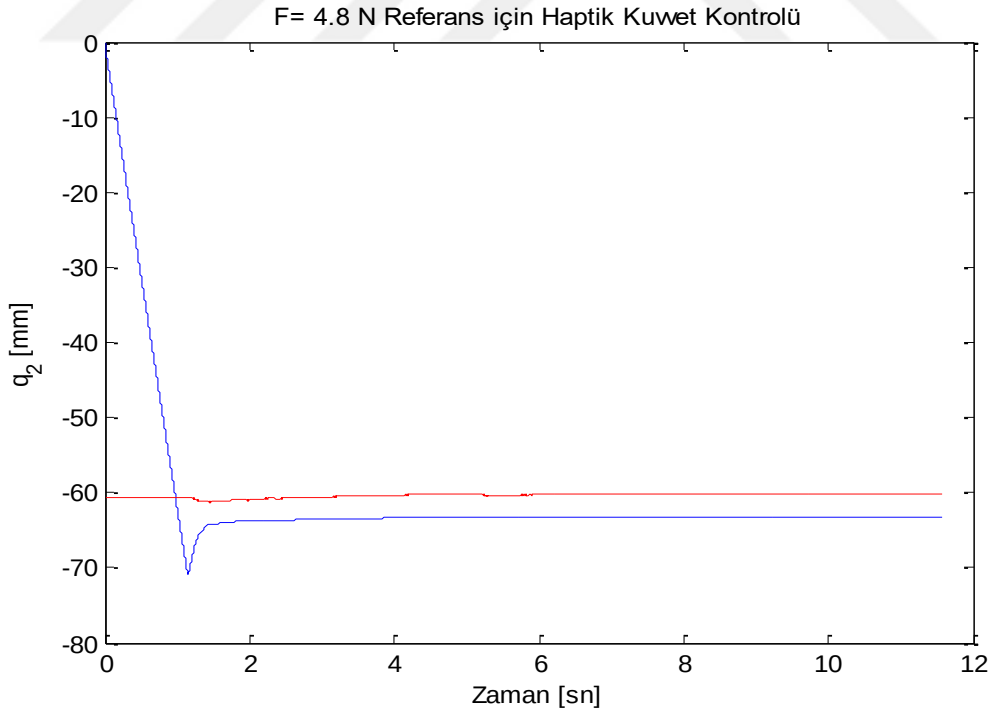
**Şekil 6.59.**  $F_z$  çıkış değeri (4.8 N referans için haptik kuvvet kontrolü)



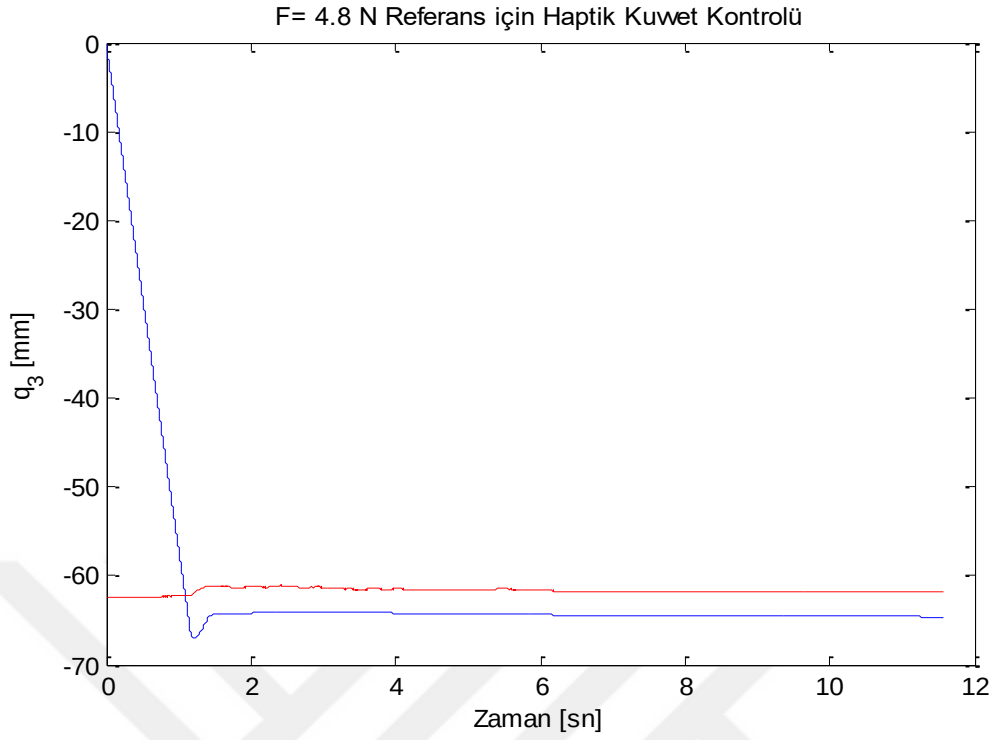
F= 4.8 N referans değeri için elde edilen konum kontrolü grafikleri sırasıyla Şekil 6.60, 6.61 ve 6.62’ de elde edilmiştir.



Şekil 6.60.  $q_1$  çıkış değeri (4.8 N referans için haptik kuvvet kontrolü)

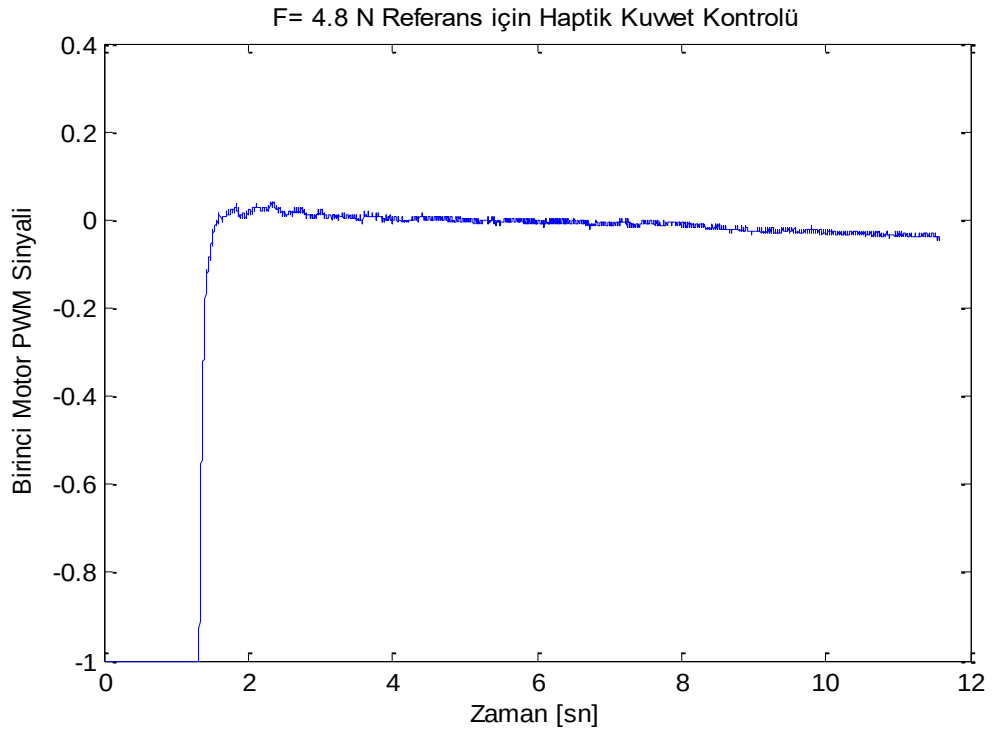


Şekil 6.61.  $q_2$  çıkış değeri (4.8 N referans için haptik kuvvet kontrolü)

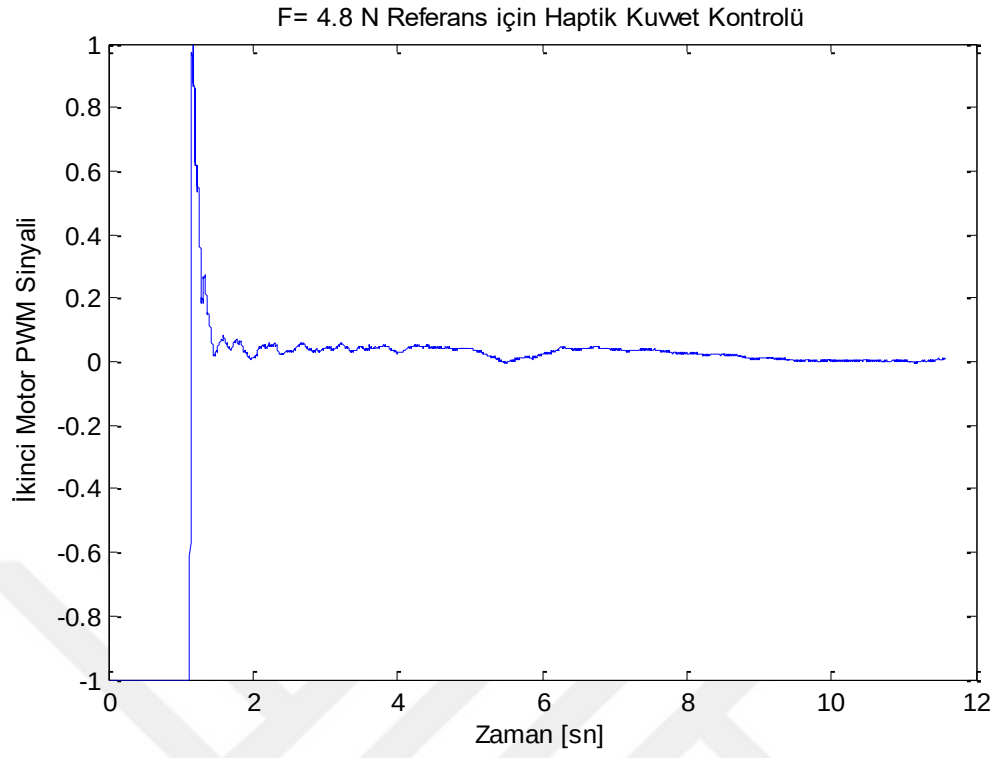


**Şekil 6.62.**  $q_3$  çıkış değeri (4.8 N referans için haptik kuvvet kontrolü)

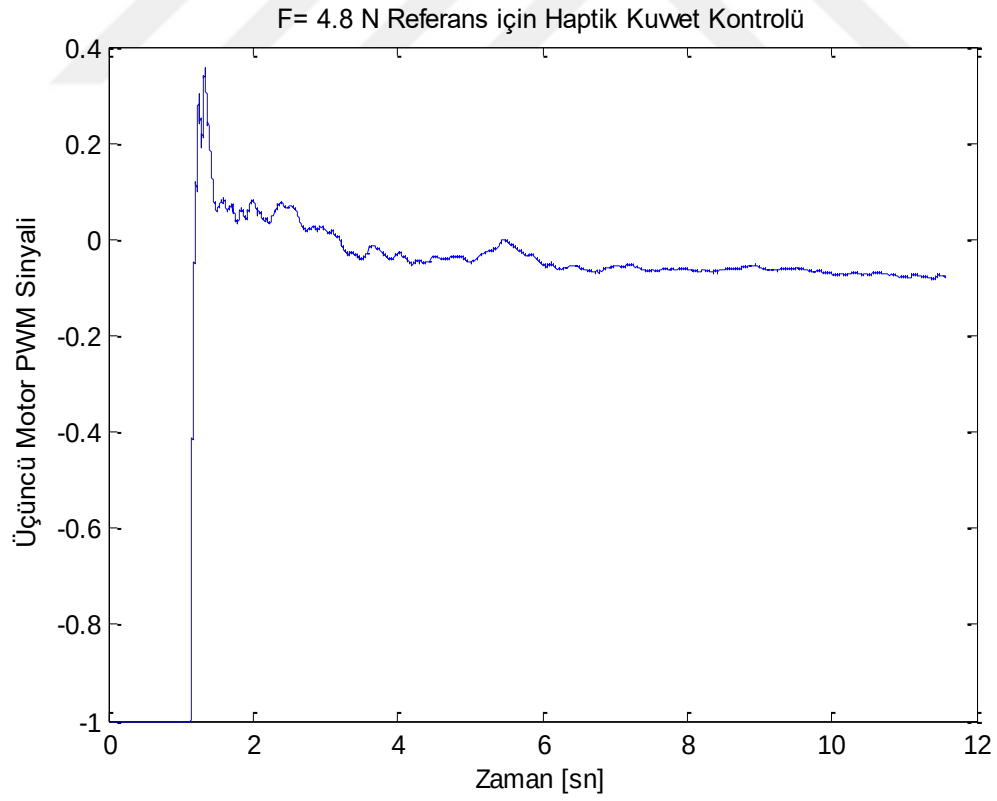
$F = 4.8$  N referans için haptik kuvvet ve konum kontrolü gerçekleşirken motorlara uygulanan PWM sinyalleri Şekil 6.63, 6.64 ve 6.65’ de verilmiştir.



**Şekil 6.63.** 1. Motor PWM kontrol sinyali doluluk oranı (4.8 N referans kuvveti)



**Şekil 6.64.** 2. Motor PWM kontrol sinyali doluluk oranı (4.8 N referans kuvveti)



**Şekil 6.65.** 3. Motor PWM kontrol sinyali doluluk oranı (4.8 N referans kuvveti)

## 7. SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Yapılan çalışmaların başında ilk olarak üç serbestlik dereceli Triglide paralel robotun 3B tasarımı Solidworks paket programında yapılmıştır. Gerçekleştirilen tasarım boyutları dikkate alınarak robotun imalat aşamasına geçilmiştir. Robot imalat aşamasında küresel mafsallar (dana gözü), sonlandırma rulmanları, yataklama elemanları ve somun gövdeleri gibi bazı parçalar temin edilerek kullanılmıştır. Vidalı miller, indüksiyon milleri, alüminyum çubuklar gibi diğer elemanların bir kısmı ise tornada işlenerek kullanıma hazır hale getirilmiştir. Geri kalan parçalar tasarım boyutlarına göre pleksi-glass malzemeden 3-eksen CNC freze tezgahında üretilmiştir. Uygun civata ve somun bağlantılarıyla montaj işlemleri tamamlanarak x ve y yönünde  $\pm 0.25$  m, z yönünde -0.5 m çalışma hacmine sahip kullanıma hazır bir prototip robot ortaya çıkarılmıştır.

Triglide robot ile alakalı literatürde yapılan çalışmaların çoğunluğunun teorik uygulamalarla sınırlı kaldığı gözlemlenmiştir. Ayrıca literatürde robotun kontrolünün sağlanması için PID gibi klasik kontrol yöntemlerinin tercih edildiği görülmektedir. Bu çalışmada akıllı kontrol yöntemlerinin Triglide robota uygulanabilmesi hedeflenmiş ve bu yöntem ile robotun kontroledilebilirliğinin araştırılmasına yönelik çalışmalar için öncelikle robot dinamik denklemleri Lagrange yöntemi kullanılarak elde edilmiştir. Tasarım boyutları da gözönünde bulundurularak robotun dinamik denklemlerine klasik PID kontrol, Kayan Kipli Kontrol, Yapay Sinir Ağları ile kontrol ve Bulanık Mantık Kontrol yöntemleri uygulanarak simülasyonlar MATLAB paket programında gerçekleştirilmiştir. Bu teorik simülasyonlar neticesinde robotun pozisyon kontrolünde istenilen referans değerlere 0.2-0.3 saniyelerde ulaşıldığı tespit edilmiştir. Bu simülasyonlarda kullanılan kontrol parameterelerine ait katsayılar genetik algoritma yardımıyla hesaplatılmıştır. Uygulanan bu kontrol yöntemleri arasında en başarılı sonucun % 0.2 hata ile ortalama 0.18 saniyeyle Bulanık Mantık Kontrol yöntemiyle elde edildiği gözlemlenmiştir.

Bu çalışmaların devamında Triglide robotun gerçek zamanlı kontrol uygulamalarına geçilmiştir. İlk etapta robotun PID kontrol için uygun kontrol parametreleri tespit edilerek, gerçek zamanlı pozisyon kontrolleri gerçekleştirilmiştir. İkinci kontrol yöntemi olarak Kayan Kipli Kontrol metodu kullanılmıştır. Kayan Kipli Kontrolün kayma yüzeyi fonksiyonu için signum ve saturasyon fonksiyonları kullanılarak kontrol işlemleri gerçekleştirilmiştir. Signum fonksiyonunun kullanımı ile uygulanan pozisyon kontrolünde

performans cevabının daha iyi elde edilmesine rağmen kontrol sinyallerinde istenmeyen gürültü ve çatırtılar oluşmuştur. Saturasyon fonksiyonunun kullanımı ile uygulanan pozisyon kontrolünde performans cevabı bir miktar kötüleşmiş olsa da kontrol sinyallerindeki gürültü ortadan kalkmış ve kontrolün uygulanabilirliği sağlanmıştır. Robotun pozisyon kontrolünün aynı referans değerleri için PID kontrol yöntemi ile 0.62 saniyede referansı yakalanırken Kayan Kipli Kontrol yöntemi ile 0.6 saniye gibi bir sürede bu değer yakalanabilmiştir. Gerçek zamanlı kontrol uygulamalarında kontrol parametrelerine ait katsayılar deneme yanılma yöntemiyle elde edilmiştir. Bu parametrelerin optimum değerlerinin kullanılacak herhangi bir yöntem ile hesaplanabilmesi halinde daha başarılı sonuçlar alınabilecektir. Bu konu üzerinde ileride çalışmalar yapılabileceği düşünülmektedir.

Triglide paralel robotun z yönündeki geniş çalışma alanından dolayı bir çok konuda uygulama alanı bulabileceği düşünülmektedir. Robot tutucu ucuna istenilen amaç doğrultusunda yerleştirilecek aparatların kullanımıyla Triglide'in çok geniş bir yelpazede kullanılabileceği öngörülmektedir. Örneğin kesme, delme, taşlama, parlatma, toplama-bırakma, çapak alma gibi işlevlerde endüstri, tıp ve savunma sanayi alanlarında kullanılabilir. Bu tip uygulamaların çoğunda konum kontrolünün yanı sıra kuvvet kontrolü de ön plana çıkmaktadır. Bu nedenle bu çalışmada Triglide paralel robotun haptik kontrolü üzerine yoğunluk verilmiştir. Öncelikle Master (Altı serbestlik dereceli haptik omni cihazı) ve Slave (Triglide robot) etkileşimini sağlamak için gerekli donanım altyapısı hazırlanmıştır. İlk olarak haptik cihazın yazılım versiyonu ile işletim sistemi, Matlab versiyonunun uyumluluğu sağlanmıştır. Gerçek zamanlı kontrol uygulamalarında kullanılan Humusoft MF634 veri kartının haptik omni cihazı ile olan uyumsuzluğu nedeniyle bu iki ürün aynı program içerisinde kullanılamamıştır. Uyumlu çalışmanın sağlanabilmesi için Quanser firmasına ait q8\_usb veri kartına geçiş yapılmıştır. İhtiyaç duyulan enkoder verilerini alabilmek için q8\_usb' ye gerekli kablolar yapılmıştır. Motor sürücülerine PWM sinyallerinin gönderilebilmesi için digital out çıkış pinlerine bağlantılar gerçekleştirilmiştir. Q8\_usb kartında digital output kısmı aynı zamanda PWM çıkışı olarak kullanılabilir. Ancak bu özellik digital outputda bulunan her bir pinin PWM' e ayarlanması ile mümkün olabilmektedir.

Triglide paralel robotun haptik kontrolünde ilk olarak teleoperasyon (uzaktan) ile pozisyon kontrolü gerçekleştirilmiştir. Kullanıcı Master robotu yöneterek Slave robotun

denetleyici robot tutucu ucunu istediği konuma taşıyabilmektedir. PID ve Kayan Kipli Kontrol yöntemlerinin kullanımı sonucunda yapılan teleoperasyon uygulamalarında oldukça küçük hata oranlarında Master robotun hareketleri Slave robot takip etmiştir.

Pozisyon kontrolü şüphesiz önemli bir yer tutmaktadır. Ancak bazı uygulamalarda kuvvet kontrolü daha çok ön plana çıkmaktadır. Bu nedenle bu çalışmada kuvvet ve konum kontrolü olmak üzere çift yönlü (bilateral) kontrol yöntemi Triglides robot için uygulanmıştır. Robotun tutucu ucuna yerleştirilecek kuvvet sensoründen kuvvet geribeslemesinin alınarak gerçekleştirileceği uygulamalar için özel bir kuvvet sensörü düzeneği tasarlanmış ve bu düzenek 3B yazıcıda üretilmiştir. Üretilen bu kuvvet sensör düzeneği robotun tutucu ucuna monte edilerek dokunma hissinin algılanması sağlanmıştır. Üç farklı kuvvet referansı 1.75 N, 3.3 N ve 4.8 N için kuvvet ve pozisyon kontrolleri gerçekleştirilmiştir. Elde edilen sonuçlar grafiklerden incelendiğinde 1.75 N için yaklaşık 5. saniyeden sonra z yönündeki kuvvetin referans değere yaklaştığı, konum değerlerinin 1-2 mm'lik hata ile sağlandığı görülmektedir. 3.3 N için ise 4-4.5 saniyeden sonra kuvvet değerinin yakalandığı, konum değerlerinin ise 2.5-3.5 mm hatayla takip edildiği belirgindir. z yönünde uygulanan kuvvet, son değer 4.8 N için yaklaşık 4. saniyede referansa varmaktadır. Bu uygulamada pozisyon hataları ise 3-4 mm seviyelerindedir. Kuvvet kontrolü öncelikli olduğundan dolayı pozisyonlarda belli oranlarda kalıcı hatalar oluşmuştur. Bu hata değerlerinin arzu edilen toleranslar (uygulamaya göre değişebilmektedir) içinde kaldığı sürece bir sorun teşkil etmeyeceği düşünülmektedir. Kuvvetin referans değeri arttırıldıkça kalıcı konum hatalarının da arttığı gözlemlenmiştir.

İleriki çalışmalarda Triglides robotun gerçek zamanlı kontrol uygulamalarında optimizasyon tekniklerine başvurularak çalışmalar yapılabilir. Belli bir uygulama alanı belirlenerek robotun yeni bir tasarım süreci ile bu alana yönelik imalatları gerçekleştirilebilir. Literatürde Triglides robota uygulanmamış olan diğer farklı kontrol yöntemleri üzerinde teorik ve uygulamalı çalışmalar yapılabilir. Bu çalışmada ortaya çıkarılan Triglides robot basit revizyonlarla 3B yazıcı sektörüne yönelik dönüştürülerek kullanılabilir.

Bu tezin önhazırlığında yapılan literatür çalışmalarında Triglides robota Kayan Kipli Kontrol, Bulanık Mantık ve Yapay Sinir Ağları yöntemiyle pozisyon kontrol uygulamalarının yapılmamış olduğu bunun yanı sıra Triglides robota yönelik teleoperasyon, haptik pozisyon ve kuvvet kontrolleri ile hiçbir çalışmaya rastlanılmadığı tespit edilmiştir.

Bu tez kapsamında üretimi yapılan Triglide robot üzerinde teorik kontrol simülasyonları, gerçek zamanlı kontrol ile Haptik kontrol çalışmaları yapılarak bu alanda çalışan veya çalışacak akademisyenlerin Ar-GE çalışmalarına ve literatüre katkı sağladığı düşünülmektedir.



## KAYNAKLAR

- [1]Bingül, Z., ve Küçük, S., 2005, Robot Tekniği, Birsen Yayınevi, İstanbul.
- [2]Sciavicco, L. and Siciliano, B. (2000) Modeling and Control of Robot Manipulator (2th ed.). Springer.
- [3]Merlet, J.P. (2006) Parallel Robots (2th ed.). Springer, pp. 75-76.
- [4]Merlet, J.P., Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation (1992) “On the infinitesimal motion of parallel manipulators in singular configurations” Nice, France, No. 1, pp. 320–325.
- [5]Bi, Z. M. and Lang, S. Y. T. (2009), “Joint workspace of parallel kinematic machines”, Robotics and Computer Integrated Manufacturing, No. 25, pp. 57-63.
- [6]Merlet, J. P. (1995), “Determination of the orientation workspace of parallel manipulators”, Journal of Intelligent and Robotic Systems, No. 13, pp. 143–160.
- [7]Mustafa, M., Misuari, R. and Daniyal, H.SCOReD 2007 : The 5th Student Conference on Research and Development (2007) “Forward kinematics of 3 degrees of freedom delta robot” Malasia.
- [8]Merlet, J. P. (2006) Parallel Robots (2th ed.). Springer, pp. 31-34.
- [9]<http://www.parallemic.org/Reviews/Review002.html> Delta Parallel Robot. 6 Mayıs 2001.
- [10]Stan, S. D., Manic, M., Matieş, V. and Balan, R., HSI 2008 (2008) “Evolutionary approach to optimal design of 3 dof translation exoskeleton and medical parallel robots” Krakow, Poland, pp. 720-725.
- [11]Stan, S. D., Manic, M., Matieş, V., Balan, R., Evolutionary approach to optimal design of 3 dof translation exoskeleton and medical parallel robots. In: HSI 2008; 25-27 May 2008; Krakow, Poland. pp. 720-725.
- [12]Budde C, Last P, Hesselbach J, Development of a Triglidge-robot with enlarged Workspace. In: IEEE International Conference on Robotics and Automation; 10-14 April 2007; Roma, Italy. pp. 543-548.
- [13]Budde C, Rose M, Maab J, Raatz A, Automatic detection of assembly mode for a Triglidge-robot. In: IEEE International Conference on Robotics and Automation; 19-23 May 2008; Pasadena, CA, USA. pp. 1568-1575.
- [14]Verdeş D, Stan SD, Manic M, Balan R, Matieş V, Kinematics analysis, workspace, design and control of 3-RPS and Triglidge medical parallel robots. In: HIS 2009; Catania, Italy. Pp.103-108.



- [15]Kelaiaia, R., Company, O., Zaatari, A., Multiobjective optimization of a linear Delta parallel robot, *Mechanism and Machine Teory*, 2012, 50, 159-178.
- [16]Stock, M., Miller, K., Optimal Kinematics Design of Spatial Parallel Manipulators: Application to Linear Delta Robot, *Journal of Mechanical Design*, 2003, 125 (2), 292-301.
- [17]Rat, N. R., Neagoe, M., Diaconescu, D., Stan, S. D., Dynamic simulations regarding the influence of the load-rigidity correlation on the working accuracy of a medical Triglidge parallel robot, *Mechanika*, 2011, 17 (2), 178-181.
- [18]Yan, S. J., Ong, S. K., Nee, A. Y. C., (2016) Optimization design of general triglide parallel manipulators, *Advanced Robotics*, 30:16, 1027-1038.
- [19]Aydın, M. and Alli, H., TOK 2012 (2012) “Üç serbestlik dereceli Triglidge paralel robotun ters ve düz kinematik çözümlerinin analitik olarak elde edilmesi” Nigde, Turkey.
- [20]Young, K.D., Utkin, V.I., Ozguner, U. A Control Engineer’s Guide to Sliding Mode Control. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 1999; 7 (3): 328-342.
- [21]Edwards C, Spurgeon S K. *Sliding Mode Control: Theory and Applications*. London: Taylor and Francis; 1998.
- [22]R. O. Duda, P. E. Hart, and D. G. Stork, *Pattern classification*: John Wiley & Sons, 2012.
- [23]B. D. Ripley, *Pattern recognition and neural networks*: Cambridge university press, 1996.
- [24]C. M. Bishop, *Neural networks for pattern recognition*: Oxford university press, 1995.
- [25]Zadeh L. A. (1965), “Fuzzy Sets”, *Information and Control*, No. 8, pp. 338-353.
- [26]Mamdani E. H., Assilion S (1974) “An Experiment in Linguistic Synthesis With a Fuzzy Logic Controller”, *International Journal of Man-Machine Studies*, No. 7, pp.1-13.
- [27]Holmblad L. P., Ostergaard J. J. (1982) “Control of Cement Kiln by Fuzzy Logic”, *Fuzzy Information and Decision Processes*, pp. 389-399.
- [28]Castillo O., Neyoy H., Soria J., Melin P., Valdez F. (2015) “A new approach for dynamic fuzzy logic parameter tuning in Ant Colony Optimization and its application in fuzzy control of a mobile robot”, *Applied Soft Computing*, No. 28, pp. 150–159.
- [29]Abdessemed F., Faisal M., Emmadeddine M., Hedjar R., Al-Mutib K., Alsulaiman M., Mathkour H. (2014) “A Hierarchical Fuzzy Control Design for Indoor Mobile Robot”, *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 2014, No. 11:33.

- [30]Kayacan E., Kayacan E., Ramon H., Saeys W. (2013) “Adaptive Neuro-Fuzzy Control of a Spherical Rolling Robot Using Sliding-Mode-Control-Theory-Based Online Learning Algorithm”, *IEEE Transactions On Cybernetics*, 43:1.
- [31]Siradjuddin I., Behera L., McGinnity T. M., Coleman S. (2014) “Image-Based Visual Servoing of a 7-DOF Robot Manipulator Using an Adaptive Distributed Fuzzy PD Controller”, *IEEE/ASME Transactions On Mechatronics*, 19:2.
- [32]Zhou Q., Li H., Shi P. (2015) “Decentralized Adaptive Fuzzy Tracking Control for Robot Finger Dynamics”, *IEEE Transactions On Fuzzy Systems*, 23:3.
- [33]Juang C-F., Chen Y-H., Jhan Y-H. (2015) “Wall-Following Control of a Hexapod Robot Using a Data-Driven Fuzzy Controller Learned Through Differential Evolution”, *IEEE Transactions On Industrial Electronics*, 62:1.
- [34]Li Z., Xiao S., Ge S. S., Su H. (2016) “Constrained Multilegged Robot System Modeling and Fuzzy Control With Uncertain Kinematics and Dynamics Incorporating Foot Force Optimization”, *IEEE Transactions On Systems, Man, And Cybernetics: Systems*, 46:1.
- [35]Li H., Wu C., Yin S., Lam H-K.(2016) “Observer-Based Fuzzy Control for Nonlinear Networked Systems Under Unmeasurable Premise Variables”, *IEEE Transactions On Fuzzy Systems*, 24:5.
- [36]Takahashi Y., Ishii T., Todoroki C., Ma eda Y. I., Nakamura T. (2015) “Fuzzy Control for a Kite-Based Tethered Flying Robot”, *Journal of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Informatics*, 19:3.
- [37]Sancheza M. A., Castillo O., Castro J. R. (2015) “Generalized Type-2 Fuzzy Systems for controlling a mobile robot and a performance comparison with Interval Type-2 and Type-1 Fuzzy Systems”, *Expert Systems with Applications*, No. 42, pp. 5904–5914.
- [38]Melin P., Astudillo L., Castillo O., Valdez F., Garcia M. (2013) “Optimal design of type2 and type-1 fuzzy tracking controllers for autonomous mobile robots under perturbed torques using a new chemical optimization paradigm”, *Expert Systems with Applications*, No. 40, pp. 3185–3195.
- [39]Berger,J., 1990. Görme Biçimleri, s.7, Metis Yayınları.
- [40]Başdoğan, Ç., Srinivasan, M., 1997. Haptics in Virtual Environments: Taxonomy, Research Status, and Challenges, *Computer&Graphics*, 21 (4), s.393.
- [41]Craig R. Carignan, Kevin R. Cleary, 2000. Closed-loop force control for haptic simulation of virtual environments, *Haptics-s*, 1(2).
- [42]Karal, H., Reisoglu, C., Haptic Teknolojisinin Simülasyon ve Geleneksel Yöntemlere Göre Öğrencilerin Akademik Başarılarına Etkisi.
- [43]Sensable Technologie Inc., OpenHaptics Programmer’s Guide, 2005.

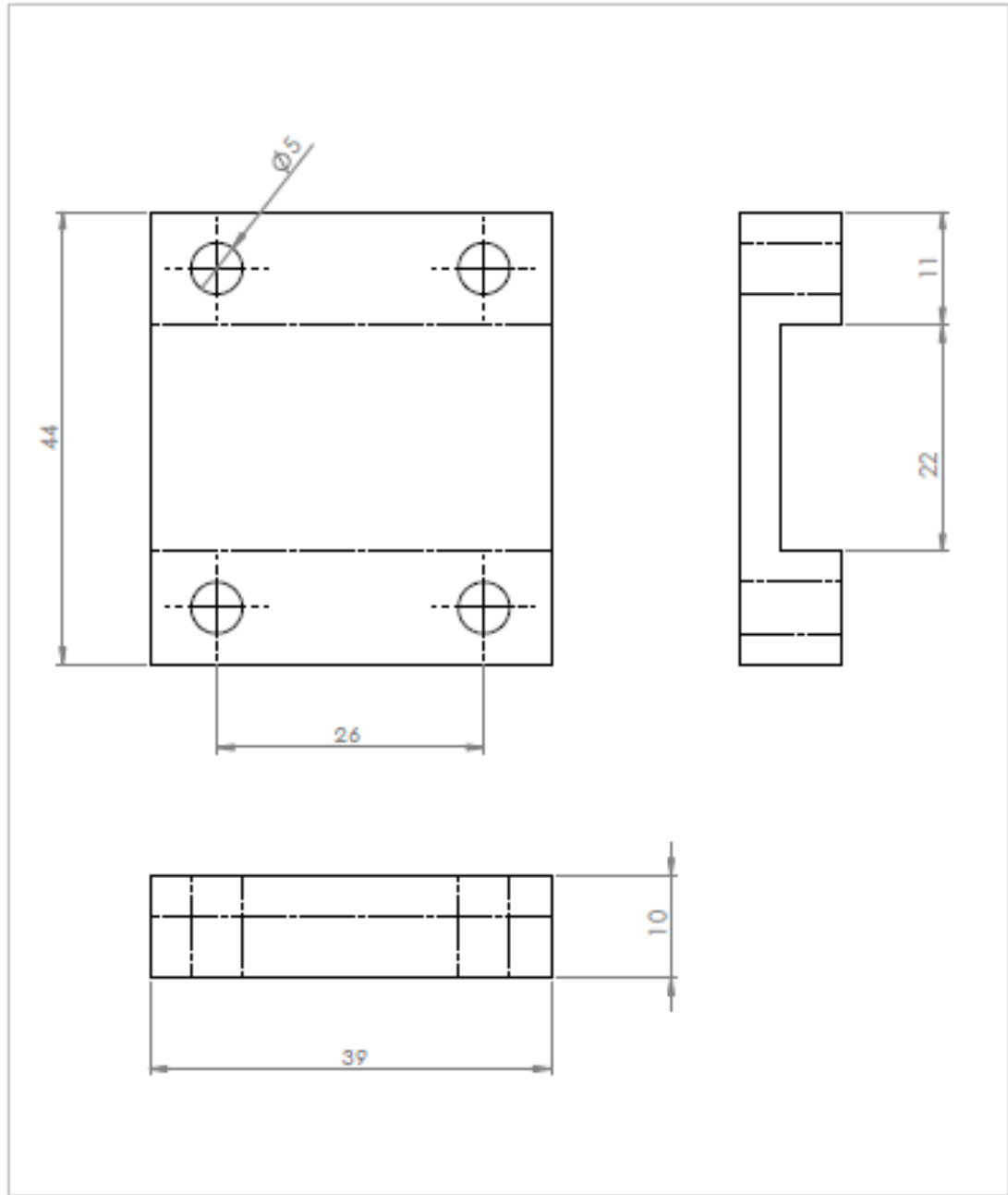
- [44]URL, <http://www.sensable.com/haptic-phantom-premium-6dof.htm> SensAble Technologies, Phantom Haptic Devices, 2007.
- [45]URL, [http://www.immersion.com/3d/products/cyber\\_grasp.php](http://www.immersion.com/3d/products/cyber_grasp.php) Immersion Corporation, CyberGraspExoskeleton, 2007.
- [46]URL, <http://www.forcedimension.com> Force Dimension Company, Omega, 2007.
- [47]Du Z., Kong M., Fu L., Sun L., A Novel Fluoroscopy-Guided Robot-Assisted Orthopaedic Surgery System, IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics, Kunming, China, 17-20 December 2006.
- [48]Girone M., Burdea G., Bouzit M., Popescu V., Deutsch J. E., A Stewart Platform-Based System for Ankle Telerehabilitation, Autonomous Robots, 2001, 10, 203-212.
- [49]Tsai T., Hsu Y., Development of a Parallel Surgical Robot with Automatic Bone Drilling Carriage for Stereotactic Neurosurgery, IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, Hague, Netherlands, 10-13 October 2004.
- [50]Kwon D. S., Woo K. Y., Song S. K., Kim W. S., Cho H. S., Microsurgical telerobot system, IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Victoria, Canada, 13-17 October 1998.
- [51]Mukherjee S., Rendsburg M., Surgeon-instructed, Image-guided and Robot-assisted Long Bone Fractures Reduction, 1st International Conference on Sensing Technology, Palmerston North, New Zealand, 21-23 November 2005.
- [52]Yen P. L., Lai C. C., Developing a Hybrid Cartesian Parallel Manipulator for Knee Surgery, IEEE on Automation and Mechatronics, Bangkok, Thailand, 4 December 2006.
- [53]Brandt G., Zimolong A., Carrat L., Merloz P., Staudte H. W., Lavallee S., Radermacher K., Rau G., CRIGOS: a compact robot for image-guided orthopedic surgery, IEEE Transactions on Information Technology in Biomedicine, 1999, 3, 252-260.
- [54]Kwon D., Yoon Y., Lee J., Ko S., Huh K., Chung J., Park Y., Won C., ARTHROBOT: a new surgical robot system for total hip arthroplasty, IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Hawaii, USA, 29 October-3 November 2001.
- [55]Ye R., Chen Y., Development of a six degree of freedom (DOF) hybrid robot for femur shaft fracture reduction, IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics, Bangkok, Thailand, 22-25 February 2009.
- [56]Graham A. E., Xie S. Q., Aw K. C., Xu W. L., Mukherjee S., Design of a Parallel Long Bone Fracture Reduction Robot with Planning Treatment Tool, IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Beijing, China, 9-15 October 2006.

- [57]Shoham M., Burman M., Zehavi E., Joskowicz L., Batkilin E., Kunicher Y., Bone-Mounted Miniature Robot for Surgical Procedures: Concept and Clinical Applications, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 2003, 19, 893-901.
- [58]Tanak H., Ohnishi K., Nishi H., Kawai T., Morikawa Y., Ozawa S., Furukawa T., Haptic Endoscopic Surgery Robot Utilizing FPGA, 10th IEEE International Workshop on Advanced Motion Control, Trento, Italy, 26-28 March 2008.
- [59]Li Y., Xu Q., Design and Development of a Medical Parallel Robot for Cardiopulmonary Resuscitation, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2007, 12, 265-273.
- [60]Maurin B., Bayle B., Piccin O., Gangloff J., de Mathelin M., Doignon C., Zanne P., Gangi A., A Patient-Mounted Robotic Platform for CT-Scan Guided Procedures, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 2008, 55, 2417-2425.
- [61]Barkana D. E., Evaluation of Low-Level Controllers for an Orthopedic Surgery Robotic System, *IEEE Transactions on Information Technology in Biomedicine*, 2010, 14, 1128-1135.
- [62]Barkana D. E., Design and Implementation of a Control Architecture for a Robot-Assisted Orthopedic Surgery, *International Journal of Medical Robotics and Computer Assisted Surgery*, 2010, 6, 42-56.
- [63]Graham A. E., Xie S. Q., Aw K. C., Xu W. L., Mukherjee S., *Robotic Long Bone Fracture Reduction*, Medical Robotics, 1st ed., I-Tech Education and Publishing, Vienna, 85-103, 2008.
- [64]Ueberle, M., Buss, M., 2002. Design, Control, and Evaluation of a new 6 DOF Haptic Device, *Proceedings of the 2002 IEEE/RSJ Intl. Conference on Intelligent Robots and Systems, EPFL*, Lausanne, Switzerland, October, pp. 2949-2954.
- [65]McNeely, W.A., 1993. Robotic Graphics, A New Approach to Force Feedback for Virtual Reality, *Proc. of 1993 IEEE Virtual Reality Annual International Symposium (VRAIS '93)*, pp. 336-341.
- [66]Tachi, S., Maeda, T., Hirata, R. and Hoshino, H., 1994. A Construction Method of Virtual Haptic Space, *Proc. of the 4th International Conference on Artificial Reality and Telexistence (ICAT '94)*, pp. 131-138.
- [67]Nakagawara, S., Kajimoto, H., Kawakami, N. and Tachi, S., Kawabuchi, I., 2005. An Encounter-Type Multi-Fingered Master Hand Using Circuitous Joints, *Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation Barcelona*, Spain, April.

**EK-1**[illegible]







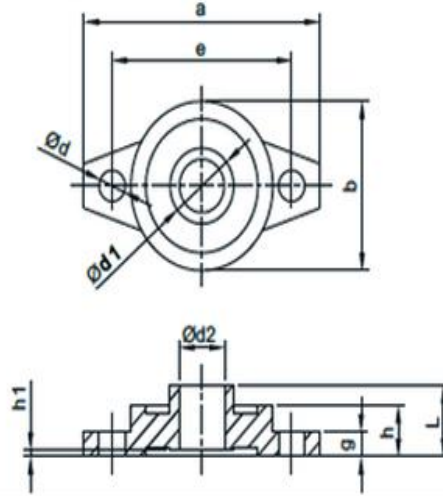
|                                                                           |  |  |  |                           |  |          |  |
|---------------------------------------------------------------------------|--|--|--|---------------------------|--|----------|--|
| KİŞİLERİN ADI VE SOYADI<br>İŞYERİ ADI<br>YERİ<br>TARİHİ<br>DİĞER BİLGİLER |  |  |  | TEKİRİTİMİ ÖLÇÜLERİ       |  | REVİZYON |  |
| İSİM                                                                      |  |  |  | BAŞLIK                    |  |          |  |
| SÖZÜM                                                                     |  |  |  | Mafsal bağlantı elemanı 1 |  |          |  |
| SÖZÜM                                                                     |  |  |  | REVİZYON NO.              |  |          |  |
| SÖZÜM                                                                     |  |  |  | 8                         |  |          |  |
| SÖZÜM                                                                     |  |  |  | A4                        |  |          |  |
| SÖZÜM                                                                     |  |  |  | ÖLÇÜLERİ                  |  |          |  |
| SÖZÜM                                                                     |  |  |  | SAYFA 1 / 1               |  |          |  |





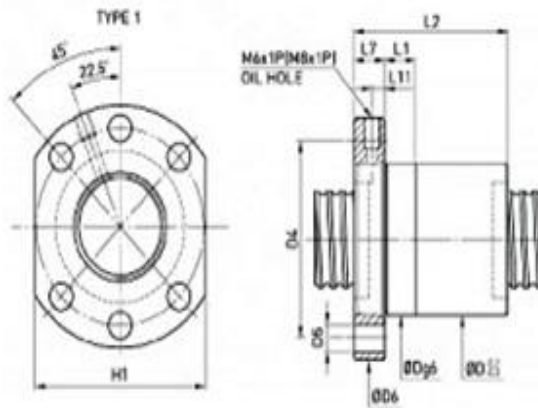


## 2 numaralı parçanın teknik verileri



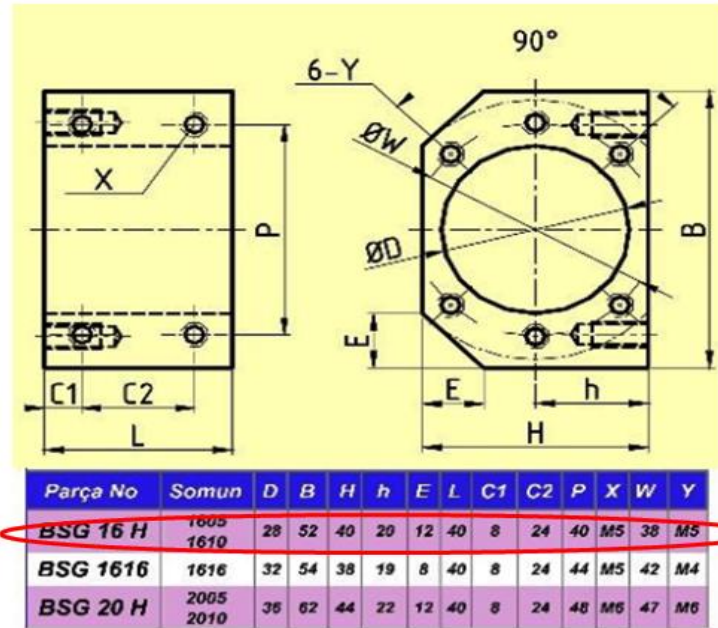
| Ürün Adı                     | MODEL   | a  | e  | b  | d | d1 | d2 | g   | L    | h    | h1  |
|------------------------------|---------|----|----|----|---|----|----|-----|------|------|-----|
| UFL Döküm Yataklı Rulman Ø10 | UFL 000 | 60 | 45 | 36 | 7 | 14 | 10 | 5,5 | 15,5 | 11,5 | 0,5 |
| UFL Döküm Yataklı Rulman Ø12 | UFL 001 | 63 | 48 | 38 | 7 | 17 | 12 | 5,5 | 16   | 11,5 | 1,5 |
| UFL Döküm Yataklı Rulman Ø15 | UFL 002 | 67 | 53 | 42 | 7 | 20 | 15 | 6,5 | 17,5 | 13,5 | 1   |

## 10 numaralı parçanın teknik verileri

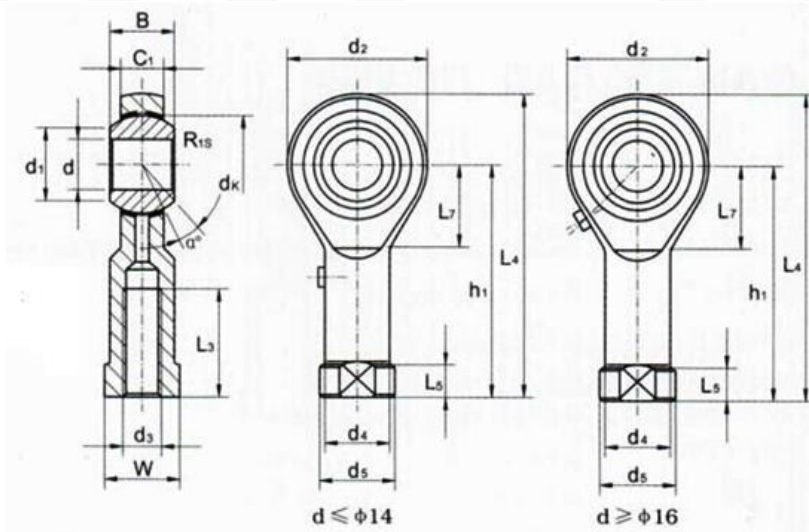


| Model  | Size            |      | Ball Dia. | Circuits | Dynamic Load<br>1x10 <sup>6</sup> revs<br>N (kgf) | Static Load<br>Co (kgf) | D  | D4 | Flange<br>Hole<br>No. | D5  | D6 | H1 | L1 | L2 | L7 | L11 | M-Ø6<br>Hole |
|--------|-----------------|------|-----------|----------|---------------------------------------------------|-------------------------|----|----|-----------------------|-----|----|----|----|----|----|-----|--------------|
|        | Nominal<br>Dia. | Lead |           |          |                                                   |                         |    |    |                       |     |    |    |    |    |    |     |              |
| 16-573 | 16              |      |           | 3        | 664                                               | 1196                    | 28 | 38 | 6                     | 5.5 | 48 | 40 | 10 | 40 | 10 | 5   | M6x1P        |
| 20-573 | 20              |      |           | 3        | 1200                                              | 2672                    | 36 | 47 | 6                     | 6.5 | 58 | 44 | 10 | 44 | 10 | 5   | M6x1P        |
| 20-574 | 20              | 5    | 3.175     | 4        | 939                                               | 1993                    | 36 | 47 | 6                     | 6.5 | 58 | 44 | 10 | 52 | 10 | 5   | M6x1P        |

## 11 numaralı parçanın teknik verileri



## 12 numaralı parçanın teknik verileri



| Bearing<br>number<br><br>轴承<br>型号 | Dimensions mm<br>外形尺寸 |          |    |      |           |    |    |      |    |    |    |      |    |        | Load ratings kN<br>额定载荷 |                | Weight<br>重量<br>~Kg |       |
|-----------------------------------|-----------------------|----------|----|------|-----------|----|----|------|----|----|----|------|----|--------|-------------------------|----------------|---------------------|-------|
|                                   | d                     | d3<br>6H | B  | C1   | L3<br>min | W  | d2 | d1   | h1 | L4 | L5 | d4   | d5 | dk     | a°<br>≈                 | Dynamic<br>动载荷 | Static<br>静载荷       |       |
|                                   |                       |          |    |      |           |    |    |      |    |    |    |      |    |        |                         |                |                     |       |
| PHS5                              | 5                     | M5x0.8   | 8  | 6    | 10        | 9  | 16 | 7.7  | 27 | 35 | 4  | 8.5  | 11 | 11.11  | 13                      | 3.25           | 5.7                 | 0.016 |
| PHS6                              | 6                     | M6x1.0   | 9  | 6.75 | 12        | 11 | 18 | 8.96 | 30 | 39 | 5  | 10   | 13 | 12.7   | 13                      | 4.3            | 7.2                 | 0.022 |
| PHS8                              | 8                     | M8x1.25  | 12 | 9    | 16        | 14 | 22 | 10.4 | 36 | 47 | 5  | 12.5 | 16 | 15.875 | 14                      | 7.2            | 11.6                | 0.047 |

## EK-2

### Dinamik Program

**r**=0.1;**R**=0.38984;**L**=0.61;**mm**=0.7; **mp**=0.10;**mtabla**=0.45;**g**=9.81;**uc**=u;

```
dx=zeros(6,1);  
dx(1)=x(2);  
dx(3)=x(4);  
dx(5)=x(6);
```

```
a=1+(4*x(1-2*x(3-2*x(5)))^2/(36*(R-r)^2)+(x(5)-x(3))^2/(3*(R-r)^2);  
b=-2*x(1)+(4*x(1)-2*x(3)-2*x(5))/3-((2*x(1)^2-x(3)^2-x(5)^2)*4*x(1)-2*x(3)-2*x(5))/(18*(R-r)^2)+((x(3)^2-x(5)^2)*(x(5)-x(3)))/(3*(R-r)^2);  
c=x(1)^2-L^2+(R-r)^2-(2*x(1)^2-x(3)^2-x(5)^2)/3+(2*x(1)^2-x(3)^2-x(5)^2)^2/(36*(R-r)^2)+(x(3)^2-x(5)^2)^2/(12*(R-r)^2);  
delta=b^2-4*a*c;
```

```
zp=(-b-sqrt(delta))/(2*a);
```

```
an=((2*x(4)-2*x(6))*(x(3)-x(5)))/(3*(R-r)^2)+((2*x(3)-4*x(1)+2*x(5))*(2*x(4)-4*x(2)+2*x(6)))/(18*(R-r)^2);  
bn=-(2*x(2))/3-(2*x(4))/3-(2*x(6))/3-((x(3)^2-x(5)^2)*(x(4)-x(6)))/(3*(R-r)^2)-((x(3)-2*x(1)+x(5))*(2*x(3)*x(4)-4*x(1)*x(2)+2*x(5)*x(6)))/(9*(R-r)^2)-((x(3)-2*x(2)+x(6))*(-2*x(1)^2+x(3)^2+x(5)^2))/(9*(R-r)^2)-((x(3)-x(5))*(2*x(3)*x(4)-2*x(5)*x(6)))/(3*(R-r)^2);  
cn=(2*x(1)*x(2))/3+(2*x(3)*x(4))/3+(2*x(5)*x(6))/3+((x(3)^2-x(5)^2)*(2*x(3)*x(4)-2*x(5)*x(6)))/(6*(R-r)^2)+((2*x(3)*x(4)-4*x(1)*x(2)+2*x(5)*x(6))*(-2*x(1)^2+x(3)^2+x(5)^2))/(18*(R-r)^2);
```

```
zpn=(an*(b+(b^2-4*a*c)^(1/2)))/(2*a^2)-(bn-(4*an*c-2*bn*b+4*cn*a)/(2*(b^2-4*a*c)^(1/2)))/(2*a)
```

```
xpn=(4*x(1)*x(2)-2*x(3)*x(4)-2*x(5)*x(6)-(4*x(2)-2*x(4)-2*x(6))*zp-(4*x(1)-2*x(3)-2*x(5))*zpn)/(6*(R-r));
```

```
ypn=(2*x(3)*x(4)-2*x(5)*x(6)+2*(x(6)-x(4))*zp+2*(x(5)-x(3))*zpn)/(2*sqrt(3)*(R-r));
```

```
dzpn=(((8*x(1))/3-(8*x(1)*(x(3)^2-2*x(1)^2+x(5)^2))/(9*(R-r)^2))*((x(3)-x(5))^2/(3*(R-r)^2)+(2*x(3)-4*x(1)+2*x(4))^2/(36*(R-r)^2)+1)+((4*(x(3)^2-2*x(1)^2+x(5)^2))/(9*(R-r)^2)+(8*x(1)*(x(3)-2*x(1)+x(5)))/(9*(R-r)^2)-4/3)*((2*x(1))/3+(2*x(3))/3+(2*x(5))/3+((x(3)^2-x(5)^2)*(x(3)-x(5)))/(3*(R-r)^2)+((x(3)-2*x(1)+x(5))*(x(3)^2-2*x(1)^2+x(5)^2))/(9*(R-r)^2))-8*(2*x(3)-4*x(1)+2*x(5))*((x(3)^2-x(5)^2)^2/(12*(R-r)^2)-L^2+x(1)^2/3+x(3)^2/3+x(5)^2/3+(x(3)^2-2*x(1)^2+x(5)^2)^2/(36*(R-r)^2)+(R-r)^2))/(9*(R-r)^2))/(2*((2*x(1))/3+(2*x(3))/3+(2*x(5))/3+((x(3)^2-x(5)^2)*(x(3)-x(5)))/(3*(R-r)^2)+((x(3)-2*x(1)+x(5))*(x(3)^2-2*x(1)^2+x(5)^2))/(9*(R-r)^2))^2-((4*(x(3)-x(5))^2)/(3*(R-r)^2)+(2*x(3)-4*x(1)+2*x(5))^2/(9*(R-r)^2)+4)*((x(3)^2-x(5)^2)^2/(12*(R-r)^2)-L^2+x(1)^2/3+x(3)^2/3+x(5)^2/3+(x(3)^2-2*x(1)^2+x(5)^2)^2/(36*(R-r)^2)+(R-r)^2)^(1/2))-2*(x(3)^2-2*x(1)^2+x(5)^2))/(9*(R-r)^2)-(4*x(1)*(x(3)-2*x(1)+x(5)))/(9*(R-r)^2)+2/3)/((2*(x(3)-x(5))^2)/(3*(R-r)^2)+(2*x(3)-4*x(1)+2*x(5))^2/(9*(R-r)^2)+2)+((2*x(3)-4*x(1)+2*x(5))*((2*x(1))/3+(2*x(3))/3+(2*x(5))/3-((2*x(1))/3+(2*x(3))/3+(2*x(5))/3+((x(3)^2-x(5)^2)*(x(3)-x(5)))/(3*(R-r)^2)+((x(3)-2*x(1)+x(5))*(x(3)^2-2*x(1)^2+x(5)^2))/(9*(R-r)^2))^2-((4*(x(3)-x(5))^2)/(3*(R-r)^2)+(2*x(3)-4*x(1)+2*x(5))^2/(9*(R-r)^2)+4)*((x(3)^2-x(5)^2)^2/(12*(R-r)^2)-L^2+x(1)^2/3+x(3)^2/3+x(5)^2/3+(x(3)^2-2*x(1)^2+x(5)^2)^2/(36*(R-r)^2)+(R-r)^2)^(1/2))+((x(3)^2-x(5)^2)*(x(3)-x(5)))/(3*(R-r)^2)+((x(3)-2*x(1)+x(5))*(x(3)^2-2*x(1)^2+x(5)^2))/(9*(R-r)^2))^2-((4*(x(3)-x(5))^2)/(3*(R-r)^2)+(2*x(3)-4*x(1)+2*x(5))^2/(9*(R-r)^2)+2)+((2*x(3)-4*x(1)+2*x(5))*((2*x(1))/3+(2*x(3))/3+(2*x(5))/3-((2*x(1))/3+(2*x(3))/3+(2*x(5))/3+((x(3)^2-x(5)^2)*(x(3)-x(5)))/(3*(R-r)^2)+((x(3)-2*x(1)+x(5))*(x(3)^2-2*x(1)^2+x(5)^2))/(9*(R-r)^2))^2-((4*(x(3)-x(5))^2)/(3*(R-r)^2)+(2*x(3)-4*x(1)+2*x(5))^2/(9*(R-r)^2)+1)^2);  
dzpn=(4*x(1)-4*zp-(4*x(1)-2*x(3)-2*x(5))*dzpn)/(6*(R-r));  
dypn=(2*(x(5)-x(3))*dzpn)/(2*sqrt(3)*(R-r));
```

$$\text{dzpndq2n} = (((4*(2*x(3)-4*x(1)+2*x(5)))/(9*(R-r)^2)+(8*(x(3)-x(5)))/(3*(R-r)^2))*((x(3)^2-x(5)^2)^2/(12*(R-r)^2)-L^2+x(1)^2/3+x(3)^2/3+x(5)^2/3+(x(3)^2-2*x(1)^2+x(5)^2)^2/(36*(R-r)^2)+(R-r)^2)-((2*(x(3)^2-2*x(1)^2+x(5)^2))/(9*(R-r)^2)+(2*(x(3)^2-x(5)^2))/(3*(R-r)^2)+(4*x(3)*x(3)-x(5)))/(3*(R-r)^2)+(4*x(3)*(x(3)-2*x(1)+x(5)))/(9*(R-r)^2)+4/3)*((2*x(1))/3+(2*x(3))/3+(2*x(5))/3+(x(3)^2-x(5)^2)*x(3)-2*x(1)+x(5))*x(3)^2-2*x(1)^2+x(5)^2)/(9*(R-r)^2))+((x(3)-2*x(1)+x(5))*x(3)^2-2*x(1)^2+x(5)^2)/(9*(R-r)^2))+((x(3)-x(5))^2/(3*(R-r)^2)+(2*x(3)-4*x(1)+2*x(5))^2/(36*(R-r)^2)+1)*((8*x(3))/3+(4*x(3)*x(3)^2-x(5)^2))/(3*(R-r)^2)+(4*x(3)*(x(3)^2-2*x(1)^2+x(5)^2))/(9*(R-r)^2)))/(2*((2*x(1))/3+(2*x(3))/3+(2*x(5))/3+(x(3)^2-x(5)^2)*x(3)-x(5)))/(3*(R-r)^2)+((x(3)-2*x(1)+x(5))*x(3)^2-2*x(1)^2+x(5)^2)/(9*(R-r)^2)))/(9*(R-r)^2)+4/3)*((2*x(1))/3+(2*x(3))/3+(2*x(5))/3+(x(3)^2-x(5)^2)*x(3)-2*x(1)+x(5))*x(3)^2-2*x(1)^2+x(5)^2)/(9*(R-r)^2))+((x(3)-x(5))^2/(3*(R-r)^2)+(2*x(3)-4*x(1)+2*x(5))^2/(36*(R-r)^2)+1)*((8*x(3))/3+(4*x(3)*x(3)^2-x(5)^2))/(3*(R-r)^2)+(4*x(3)*(x(3)^2-2*x(1)^2+x(5)^2))/(9*(R-r)^2)))/(2*((2*x(1))/3+(2*x(3))/3+(2*x(5))/3+(x(3)^2-x(5)^2)*x(3)-x(5)))/(3*(R-r)^2)+((x(3)-2*x(1)+x(5))*x(3)^2-2*x(1)^2+x(5)^2)/(9*(R-r)^2)))/(9*(R-r)^2)+2/3)/((2*(x(3)-x(5))^2)/(3*(R-r)^2)+(2*x(3)-4*x(1)+2*x(5))^2/(18*(R-r)^2)+2)-((2*x(3)-4*x(1)+2*x(5))/(9*(R-r)^2)+(2*(x(3)-x(5)))/(3*(R-r)^2))*((2*x(1))/3+(2*x(3))/3+(2*x(5))/3-((2*x(1))/3+(2*x(3))/3+(2*x(5))/3+(x(3)^2-x(5)^2)*x(3)-x(5)))/(3*(R-r)^2)+(x(3)-2*x(1)+x(5))*x(3)^2-2*x(1)^2+x(5)^2)/(9*(R-r)^2))^2-((4*(x(3)-x(5))^2)/(3*(R-r)^2)+(2*x(3)-4*x(1)+2*x(5))^2/(9*(R-r)^2)+4)*((x(3)^2-x(5)^2)^2/(12*(R-r)^2)-L^2+x(1)^2/3+x(3)^2/3+x(5)^2/3+(x(3)^2-2*x(1)^2+x(5)^2)^2/(36*(R-r)^2)+(R-r)^2))^1/2)+((x(3)^2-x(5)^2)*x(3)-x(5)))/(3*(R-r)^2)+((x(3)-2*x(1)+x(5))*x(3)^2-2*x(1)^2+x(5)^2)/(9*(R-r)^2)))/(2*((x(3)-x(5))^2/(3*(R-r)^2)+(2*x(3)-4*x(1)+2*x(5))^2/(36*(R-r)^2)+1)^2);$$

$$\text{dxpndq2n} = (-2*x(3)+2*zp-(4*x(1)-2*x(3)-2*x(5))*\text{dzpndq2n})/(6*(R-r));$$

$$\text{dypndq2n} = (2*x(3)-2*zp+2*(x(5)-x(3))*\text{dzpndq2n})/(2*\text{sqrt}(3)*(R-r));$$

$$\text{dzpndq3n} = (((4*(2*x(3)-4*x(1)+2*x(5)))/(9*(R-r)^2)-(8*(x(3)-x(5)))/(3*(R-r)^2))*((x(3)^2-x(5)^2)^2/(12*(R-r)^2)-L^2+x(1)^2/3+x(3)^2/3+x(5)^2/3+(x(3)^2-2*x(1)^2+x(5)^2)^2/(36*(R-r)^2)+(R-r)^2)-((2*(x(3)^2-2*x(1)^2+x(5)^2))/(9*(R-r)^2)-(2*(x(3)^2-x(5)^2))/(3*(R-r)^2)-(4*x(5)*x(3)-x(5)))/(3*(R-r)^2)+(4*x(5)*x(3)-2*x(1)+x(5)))/(9*(R-r)^2)+4/3)*((2*x(1))/3+(2*x(3))/3+(2*x(5))/3+(x(3)^2-x(5)^2)*x(3)-2*x(1)+x(5))*x(3)^2-2*x(1)^2+x(5)^2)/(9*(R-r)^2))+((x(3)-2*x(1)+x(5))*x(3)^2-2*x(1)^2+x(5)^2)/(9*(R-r)^2)+(2*x(3)-4*x(1)+2*x(5))^2/(36*(R-r)^2)+1)*((8*x(5))/3-(4*x(5)*x(3)^2-x(5)^2))/(3*(R-r)^2))+((4*x(5)*x(3)^2-2*x(1)^2+x(5)^2)/(9*(R-r)^2)))/(9*(R-r)^2)+2/3)/((2*(x(3)-x(5))^2)/(3*(R-r)^2)+(2*x(3)-4*x(1)+2*x(5))^2/(18*(R-r)^2)+2)-((2*x(3)-4*x(1)+2*x(5))/(9*(R-r)^2)-(2*(x(3)-x(4)))/(3*(R-r)^2))*((2*x(1))/3+(2*x(3))/3+(2*x(5))/3-((2*x(1))/3+(2*x(3))/3+(2*x(5))/3+(x(3)^2-x(5)^2)*x(3)-x(5)))/(3*(R-r)^2)+(x(3)-2*x(1)+x(5))*x(3)^2-2*x(1)^2+x(5)^2)/(9*(R-r)^2))^2-((4*(x(3)-x(5))^2)/(3*(R-r)^2)+(2*x(3)-4*x(1)+2*x(5))^2/(9*(R-r)^2)+4)*((x(3)^2-x(5)^2)^2/(12*(R-r)^2)-L^2+x(1)^2/3+x(3)^2/3+x(5)^2/3+(x(3)^2-2*x(1)^2+x(5)^2)^2/(36*(R-r)^2)+(R-r)^2))^1/2)+((x(3)^2-x(5)^2)*x(3)-x(5)))/(3*(R-r)^2)+((x(3)-2*x(1)+x(5))*x(3)^2-2*x(1)^2+x(5)^2)/(9*(R-r)^2)))/(2*((x(3)-x(5))^2/(3*(R-r)^2)+(2*x(3)-4*x(1)+2*x(5))^2/(36*(R-r)^2)+1)^2);$$

$$\text{dxpndq3n} = (-2*x(5)+2*zp-(4*x(1)-2*x(3)-2*x(5))*\text{dzpndq3n})/(6*(R-r));$$

$$\text{dypndq3n} = (-2*x(5)+2*zp+2*(x(5)-x(3))*\text{dzpndq3n})/(2*\text{sqrt}(3)*(R-r));$$

$$\text{ddzpnddq1n} = (2*x(3)*4*x(1)+2*x(5))*((2*x(2))/3+(2*x(4))/3+(2*x(6))/3+((2*(2*x(3)-4*x(1)+2*x(5))*2*x(4)-4*x(2)+2*x(6)))/(9*(R-r)^2)+(8*(x(4)-x(6))*x(3)-x(5)))/(3*(R-r)^2))*((x(3)^2-2*x(1)^2+x(5)^2)^2/(36*(R-r)^2)+x(1)^2/3+x(3)^2/3+x(5)^2/3-L^2+(R-r)^2+(x(3)^2-x(5)^2)^2/(12*(R-r)^2))+((4*(x(3)-x(5))^2)/(3*(R-r)^2)+(2*x(3)-4*x(1)+2*x(5))^2/(9*(R-r)^2)+4)*((2*x(2)*x(1))/3+(2*x(4)*x(3))/3+(2*x(6)*x(5))/3+((x(3)^2-2*x(1)^2+x(5)^2)*2*x(4)*x(3)-4*x(2)*x(1)+2*x(6)*x(5)))/(18*(R-r)^2)+((2*x(4)*x(3)-2*x(6)*x(5))*x(3)^2-x(5)^2)/(6*(R-r)^2))-2*((2*x(1))/3+(2*x(3))/3+(2*x(5))/3+(x(3)^2-x(5)^2)*x(3)-x(5)))/(3*(R-r)^2)+(x(3)-2*x(1)+x(5))*x(3)^2-2*x(1)^2+x(5)^2)/(9*(R-r)^2))*((2*x(2))/3+$$

$$\begin{aligned} & (2*x(4))/3 + (2*x(6))/3 + ((2*x(4)*x(3) - 2*x(6)*x(5))*x(3) - x(5))/((3*(R - r)^2) \\ & + ((x(4) - 2*x(2) + x(6))*x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)/(9*(R - r)^2) + \\ & ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*(2*x(4)*x(3) - 4*x(2)*x(1) + 2*x(6)*x(5)))/(9*(R - \\ & r)^2) + ((x(4) - x(6))*x(3)^2 - x(5)^2)/(3*(R - r)^2))/((2*((2*x(1))/3 + \\ & (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 + ((x(3)^2 - x(5)^2)*x(3) - x(5)))/(3*(R - r)^2) + \\ & ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)/(9*(R - r)^2)^2 - \\ & ((4*(x(3) - x(5))^2)/(3*(R - r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))^2/(9*(R - r)^2) + \\ & 4)*((x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)^2/(36*(R - r)^2) + x(1)^2/3 + x(3)^2/3 + x(5)^2/3 \\ & - L^2 + (R - r)^2 + (x(3)^2 - x(5)^2)^2/(12*(R - r)^2)))^(1/2)) + ((2*x(4)*x(3) - \\ & 2*x(6)*x(5))*x(3) - x(5))/(3*(R - r)^2) + ((x(4) - 2*x(2) + x(6))*x(3)^2 - \\ & 2*x(1)^2 + x(5)^2)/(9*(R - r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*2*x(4)*x(3) - \\ & 4*x(2)*x(1) + 2*x(6)*x(5))/(9*(R - r)^2) + ((x(4) - x(6))*x(3)^2 - \\ & x(5)^2)/(3*(R - r)^2)/(9*(R - r)^2*((x(3) - x(5))^2/(3*(R - r)^2) + (2*x(3) - \\ & 4*x(1) + 2*x(5))^2/(36*(R - r)^2) + 1)^2 - (((2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))*2*x(4) \\ & - 4*x(2) + 2*x(6)))/(9*(R - r)^2) + (4*(x(4) - x(6))*x(3) - x(5))/(3*(R - \\ & r)^2))*(((8*x(1))/3 - 8*x(1)*x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)/(9*(R - \\ & r)^2))*((x(3) - x(5))^2/(3*(R - r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))^2/(36*(R - \\ & r)^2) + 1) + ((4*x(3)^2 - 8*x(1)^2 + 4*x(5)^2)/(9*(R - r)^2) + (8*x(1)*x(3) - \\ & 2*x(1) + x(5))/(9*(R - r)^2) - 4/3)*((2*x(1))/3 + (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 + \\ & ((x(3)^2 - x(5)^2)*x(3) - x(5))/(3*(R - r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*x(3)^2 \\ & - 2*x(1)^2 + x(5)^2)/(9*(R - r)^2)) - ((16*x(3) - 32*x(1) + 16*x(5))*x(3)^2 - \\ & 2*x(1)^2 + x(5)^2)^2/(36*(R - r)^2) + x(1)^2/3 + x(3)^2/3 + x(5)^2/3 - L^2 + (R - \\ & r)^2 + (x(3)^2 - x(5)^2)^2/(12*(R - r)^2))/(9*(R - r)^2)/(2*((2*x(1))/3 + \\ & (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 + ((x(3)^2 - x(5)^2)*x(3) - x(5))/(3*(R - r)^2) + ((x(5) \\ & - 2*x(1) + x(5))*x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)/(9*(R - r)^2))^2 - ((4*(x(3) - \\ & x(5))^2)/(3*(R - r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))^2/(9*(R - r)^2))^2 - 4*((x(3) - \\ & 2*x(1)^2 + x(5)^2)^2/(36*(R - r)^2) + x(1)^2/3 + x(3)^2/3 + x(5)^2/3 - L^2 + (R - \\ & r)^2 + (x(3)^2 - x(5)^2)^2/(12*(R - r)^2)))^(1/2)) - (2*x(3)^2 - 4*x(1)^2 + \\ & 2*x(5)^2)/(9*(R - r)^2) - (4*x(1)*x(3) - 2*x(1) + x(5))/(9*(R - r)^2) + \\ & 2/3)/((2*(x(3) - x(5))^2)/(3*(R - r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))^2/(18*(R - \\ & r)^2) + 2)^2 - ((4*x(4)*x(3) - 8*x(2)*x(1) + 4*x(6)*x(5))/(9*(R - r)^2) - \\ & (((8*x(1))/3 - 8*x(1)*x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)/(9*(R - r)^2))*(((2*x(3) - \\ & 4*x(1) + 2*x(5))*2*x(4) - 4*x(2) + 2*x(6)))/(18*(R - r)^2) + (2*(x(4) - \\ & x(6))*x(3) - x(5))/(3*(R - r)^2) + ((8*x(4)*x(3) - 16*x(2)*x(1) + \\ & 8*x(6)*x(5))/(9*(R - r)^2) + (8*x(1)*x(4) - 2*x(2) + x(6))/(9*(R - r)^2) + \\ & (8*x(2)*x(3) - 2*x(1) + x(5))/(9*(R - r)^2))*((2*x(1))/3 + (2*x(3))/3 + \\ & (2*x(5))/3 + ((x(3)^2 - x(5)^2)*x(3) - x(5))/(3*(R - r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + \\ & x(5))*x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)/(9*(R - r)^2) - ((x(3) - x(5))^2/(3*(R - \\ & r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))^2/(36*(R - r)^2) + 1)*((8*x(1)*2*x(4)*x(3) - \\ & 4*x(2)*x(1) + 2*x(6)*x(5))/(9*(R - r)^2) - (8*x(2))/3 + (8*x(2)*x(3)^2 - \\ & 2*x(1)^2 + x(5)^2)/(9*(R - r)^2) + ((4*x(3)^2 - 8*x(1)^2 + 4*x(5)^2)/(9*(R - \\ & r)^2) + (8*x(1)*x(3) - 2*x(1) + x(5))/(9*(R - r)^2) - 4/3)*((2*x(2))/3 + \\ & (2*x(4))/3 + (2*x(6))/3 + ((2*x(4)*x(3) - 2*x(6)*x(5))*x(3) - x(5))/(3*(R - \\ & r)^2) + ((x(4) - 2*x(2) + x(6))*x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)/(9*(R - r)^2) + \\ & ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*2*x(4)*x(3) - 4*x(2)*x(1) + 2*x(6)*x(5))/(9*(R - r)^2) + \\ & ((x(4) - x(6))*x(3)^2 - x(5)^2)/(3*(R - r)^2) - ((16*x(3) - 32*x(1) + \\ & 16*x(5))*((2*x(2)*x(1))/3 + (2*x(4)*x(3))/3 + (2*x(6)*x(5))/3 + ((x(3)^2 - \\ & 2*x(1)^2 + x(5)^2)*2*x(4)*x(3) - 4*x(2)*x(1) + 2*x(4)*x(5)))/(18*(R - r)^2) + \\ & ((2*x(4)*x(3) - 2*x(6)*x(5))*x(3)^2 - x(5)^2)/(6*(R - r)^2))/(9*(R - r)^2) - \\ & ((16*x(4) - 32*x(2) + 16*x(6))*x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)^2/(36*(R - r)^2) + \\ & x(1)^2/3 + x(3)^2/3 + x(5)^2/3 - L^2 + (R - r)^2 + (x(3)^2 - x(5)^2)^2/(12*(R - \\ & r)^2))/(9*(R - r)^2)/(2*((2*x(1))/3 + (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 + ((x(3)^2 - \\ & x(5)^2)*x(3) - x(5))/(3*(R - r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*x(3)^2 - 2*x(1)^2 \\ & + x(5)^2)/(9*(R - r)^2))^2 - ((4*(x(3) - x(5))^2)/(3*(R - r)^2) + (2*x(3) - \\ & 4*x(1) + 2*x(5))^2/(9*(R - r)^2) + 4)*((x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)^2/(36*(R - \\ & r)^2) + x(1)^2/3 + x(3)^2/3 + x(5)^2/3 - L^2 + (R - r)^2 + (x(3)^2 - \\ & x(5)^2)^2/(12*(R - r)^2)))^(1/2)) + (4*x(3)*x(4) - 2*x(2) + x(6))/(9*(R - r)^2) \\ & - (((2*(2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))*2*x(4) - 4*x(2) + 2*x(6)))/(9*(R - r)^2) + \\ & (8*x(4) - x(6))*x(3) - x(5))/(3*(R - r)^2))*((x(3)^2 - 2*x(1)^2 + \\ & x(5)^2)^2/(36*(R - r)^2) + x(1)^2/3 + x(3)^2/3 + x(5)^2/3 - L^2 + (R - r)^2 + \\ & (x(3)^2 - x(5)^2)^2/(12*(R - r)^2) + ((4*(x(3) - x(5))^2)/(3*(R - r)^2) + (2*x(3) \\ & - 4*x(1) + 2*x(5))^2/(9*(R - r)^2) + 4)*((2*x(2)*x(1))/3 + (2*x(4)*x(3))/3 \\ & + (2*x(6)*x(5))/3 + ((x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)*2*x(4)*x(3) - 4*x(2)*x(1) + \\ & 2*x(6)*x(5)))/(18*(R - r)^2) + ((2*x(4)*x(3) - 2*x(6)*x(5))*x(3)^2 - \\ & x(5)^2)/(6*(R - r)^2) - 2*((2*x(1))/3 + (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 + ((x(3)^2 - \\ & x(5)^2)*x(3) - x(5)))/(3*(R - r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*x(3)^2 - \\ & 2*x(1)^2 + x(5)^2)/(9*(R - r)^2))*((2*x(2))/3 + (2*x(4))/3 + (2*x(6))/3 + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & ((2*x(4)*x(3) - 2*x(6)*x(5))*x(3) - x(5))/((3*(R - r)^2) + ((x(4) - 2*x(2) + \\ & x(6))*x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R - r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + \\ & x(5))*x(2)*x(4)*x(3) - 4*x(2)*x(1) + 2*x(6)*x(5))/(9*(R - r)^2) + ((x(4) - \\ & x(6))*x(3)^2 - x(5)^2)/(3*(R - r)^2))*((8*x(1))/3 - (8*x(1)*x(3)^2 - \\ & 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R - r)^2))*((x(3) - x(5))^2/(3*(R - r)^2) + (2*x(3) - \\ & 4*x(1) + 2*x(5))^2/(36*(R - r)^2) + 1) + ((4*x(3)^2 - 8*x(1)^2 + 4*x(5)^2)/(9*(R - \\ & r)^2) + (8*x(1)*x(3) - 2*x(1) + x(5))/(9*(R - r)^2) - 4/3)*((2*x(1))/3 + \\ & (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 + ((x(3)^2 - x(5)^2)*x(3) - x(5))/(3*(R - r)^2) + ((x(3) - \\ & 2*x(1) + x(5))*x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R - r)^2)) - ((16*x(3) - \\ & 32*x(1) + 16*x(5))*x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)^2/(36*(R - r)^2) + x(1)^2/3 + \\ & x(3)^2/3 + x(5)^2/3 - L^2 + (R - r)^2 + (x(3)^2 - x(5)^2)^2/(12*(R - r)^2))/(9*(R - \\ & r)^2)))/(4*((2*x(1))/3 + (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 + ((x(3)^2 - x(5)^2)*x(3) - \\ & x(5))/(3*(R - r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R - \\ & r)^2))^2 - ((4*x(3) - x(5))^2/(3*(R - r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) + \\ & 2*x(5))^2/(9*(R - r)^2) + 4)*((x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)^2/(36*(R - r)^2) + \\ & x(1)^2/3 + x(3)^2/3 + x(5)^2/3 - L^2 + (R - r)^2 + (x(3)^2 - x(5)^2)^2/(12*(R - \\ & r)^2)))^(3/2)) + (4*x(2)*x(3) - 2*x(1) + x(5))/(9*(R - r)^2))/((2*x(3) - \\ & x(5))^2/(3*(R - r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(6))^2/(18*(R - r)^2) + 2) + \\ & ((2*x(4) - 4*x(2) + 2*x(6))*((2*x(1))/3 + (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 - ((2*x(1))/3 + \\ & (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 + ((x(3)^2 - x(5)^2)*x(3) - x(5))/(3*(R - r)^2) + \\ & ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R - r)^2))^2 - ((4*x(3) - \\ & x(5))^2/(3*(R - r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))^2/(9*(R - r)^2) + \\ & 4)*((x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)^2/(36*(R - r)^2) + x(1)^2/3 + x(3)^2/3 + x(5)^2/3 - \\ & L^2 + (R - r)^2 + (x(3)^2 - x(5)^2)^2/(12*(R - r)^2)))^(1/2) + ((x(3)^2 - \\ & x(5)^2)*x(3) - x(5))/(3*(R - r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*x(3)^2 - 2*x(1)^2 + \\ & x(5)^2))/(9*(R - r)^2))/(9*(R - r)^2)*x(3) - x(5))^2/(3*(R - r)^2) + (2*x(3) - \\ & 4*x(1) + 2*x(5))^2/(36*(R - r)^2) + 1)^2) - (2*((2*x(3) - 4*x(1) + \\ & 2*x(5))*x(2)*x(4) - 4*x(2) + 2*x(6)))/(18*(R - r)^2) + (2*(x(4) - x(6))*x(3) - \\ & x(5))/(3*(R - r)^2))*x(2)*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))*((2*x(1))/3 + (2*x(3))/3 + \\ & (2*x(5))/3 - ((2*x(1))/3 + (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 + ((x(3)^2 - x(5)^2)*x(3) - \\ & x(5))/(3*(R - r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R - \\ & r)^2))^2 - ((4*x(3) - x(5))^2/(3*(R - r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) + \\ & 2*x(5))^2/(9*(R - r)^2) + 4)*((x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)^2/(36*(R - r)^2) + \\ & x(1)^2/3 + x(3)^2/3 + x(5)^2/3 - L^2 + (R - r)^2 + (x(3)^2 - x(5)^2)^2/(12*(R - \\ & r)^2)))^(1/2) + ((x(3)^2 - x(5)^2)*x(3) - x(5))/(3*(R - r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) \\ & + x(5))*x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R - r)^2))/(9*(R - r)^2)*((x(3) - \\ & x(5))^2/(3*(R - r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))^2/(36*(R - r)^2) + 1)^3); \\ \text{ddxpnddq1n} = & (4*x(2 - 4*zn - (4*x(2) - 2*x(4) - 2*x(6)) * dzpndq1n - (4*x(1) - 2*x(3) - \\ & 2*x(5)) * ddzpnddq1n) / (6*(R - r))); \\ \text{ddypnddq1n} = & (2*(x(6) - x(4)) * dzpndq1n + 2*(x(5) - x(3)) * ddzpnddq1n) / (2*sqrt(3)*(R - r)); \\ \\ \text{ddzpnddq2n} = & ((2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))*((2*x(2))/3 + (2*x(4))/3 + (2*x(6))/3 + \\ & ((2*(2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))*x(2)*x(4) - 4*x(2) + 2*x(6)))/(9*(R - r)^2) + \\ & (8*(x(4) - x(6))*x(3) - x(5))/(3*(R - r)^2))*((x(3)^2 - 2*x(1)^2 + \\ & x(5)^2)^2/(36*(R - r)^2) + x(1)^2/3 + x(3)^2/3 + x(5)^2/3 - L^2 + (R - r)^2 + \\ & (x(3)^2 - x(5)^2)^2/(12*(R - r)^2)) + ((4*(x(3) - x(5))^2/(3*(R - r)^2) + \\ & (2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))^2/(9*(R - r)^2) + 4)*((2*x(2)*x(1))/3 + (2*x(4)*x(3))/3 + \\ & (2*x(6)*x(5))/3 + ((x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)*x(2)*x(4)*x(3) - 4*x(2)*x(1) + \\ & 2*x(6)*x(5)))/(18*(R - r)^2) + ((2*x(4)*x(3) - 2*x(6)*x(5))*x(3)^2 - \\ & x(5)^2))/(6*(R - r)^2)) - 2*((2*x(1))/3 + (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 + ((x(3)^2 - \\ & x(5)^2)*x(3) - x(5))/(3*(R - r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*x(3)^2 - 2*x(1)^2 + \\ & x(5)^2))/(9*(R - r)^2))*((2*x(2))/3 + (2*x(4))/3 + (2*x(6))/3 + ((2*x(4)*x(3) - \\ & 2*x(6)*x(5))*x(3) - x(5))/(3*(R - r)^2) + ((x(4) - 2*x(2) + x(6)) - 2*x(1)^2 + x(5)^2 - \\ & 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R - r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*x(2)*x(4)*x(3) - \\ & 4*x(2)*x(1) + 2*x(6)*x(5)))/(9*(R - r)^2) + ((x(4) - x(6))*x(3)^2 - \\ & x(5)^2))/(3*(R - r)^2))/abs(2*((2*x(1))/3 + (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 + \\ & ((x(3)^2 - x(5)^2)*x(3) - x(5))/(3*(R - r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*x(3)^2 - \\ & 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R - r)^2))^2 - ((4*(x(3) - x(5))^2/(3*(R - r)^2) + \\ & (2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))^2/(9*(R - r)^2) + 4)*((x(3)^2 - 2*x(1)^2 + \\ & x(5)^2)^2/(36*(R - r)^2) + x(1)^2/3 + x(3)^2/3 + x(5)^2/3 - L^2 + (R - r)^2 + \\ & (x(3)^2 - x(5)^2)^2/(12*(R - r)^2)))^(1/2)) + ((2*x(4)*x(3) - 2*x(6)*x(5))*x(3) - \\ & x(5))/(3*(R - r)^2) + ((x(4) - 2*x(2) + x(6))*x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R - \\ & r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*x(2)*x(4)*x(3) - 4*x(2)*x(1) + \\ & 2*x(6)*x(5)))/(9*(R - r)^2) + ((x(4) - x(6))*x(3)^2 - x(5)^2))/(3*(R - \\ & r)^2))/(9*(R - r)^2)*((x(3) - x(5))^2/(3*(R - r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) + \\ & 2*x(5))^2/(36*(R - r)^2) + 1)^2) - (((2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))*x(2)*x(4) - \\ & 4*x(2) + 2*x(6)))/(9*(R - r)^2) + (4*(x(4) - x(6))*x(3) - x(5))/(3*(R - \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
& r^2) * (((8*x(1))/3 - (8*x(1)*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R - \\
& r^2) * ((x(6) - x(5))^2/(3*(R - r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))^2/(36*(R - \\
& r^2) + 1) + ((4*x(3)^2 - 8*x(1)^2 + 4*x(5)^2)/(9*(R - r)^2) + (8*x(1)*(x(3) - \\
& 2*x(1) + x(5)))/(9*(R - r)^2) - 4/3 * ((2*x(1))/3 + (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 + \\
& ((x(3)^2 - x(5)^2)*(x(3) - x(5)))/(3*(R - r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + \\
& x(5))*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R - r)^2) - ((16*x(3) - 32*x(1) + \\
& 16*x(5))*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)^2/(36*(R - r)^2) + x(1)^2/3 + x(3)^2/3 + \\
& x(5)^2/3 - L^2 + (R - r)^2 + (x(3)^2 - x(5)^2)^2/(12*(R - r)^2)))/(9*(R - \\
& r^2) * (2*abs(((2*x(1))/3 + (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 + ((x(3)^2 - x(5)^2)*(x(3) - \\
& x(5)))/(3*(R - r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R - \\
& r^2) * ((4*(x(3) - x(5))^2)/(3*(R - r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) + \\
& 2*x(5))^2/(9*(R - r)^2) + 4 * ((x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)^2/(36*(R - r)^2) + \\
& x(1)^2/3 + x(3)^2/3 + x(5)^2/3 - L^2 + (R - r)^2 + (x(3)^2 - x(5)^2)^2/(12*(R - \\
& r^2) * ((1/2)) - (2*x(3)^2 - 4*x(1)^2 + 2*x(5)^2)/(9*(R - r)^2) - (4*x(1)*(x(3) - \\
& 2*x(1) + x(5)))/(9*(R - r)^2) + 2/3) * ((2*(x(3) - x(5))^2)/(3*(R - r)^2) + \\
& (2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))^2/(18*(R - r)^2) + 2)^2 - ((4*x(4)*x(3) - 8*x(2)*x(1) \\
& + 4*x(6)*x(5))/(9*(R - r)^2) - (((8*x(1))/3 - (8*x(1)*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + \\
& x(5)^2))/(9*(R - r)^2) * (((2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))*x(4) - 4*x(2) + \\
& 2*x(6)))/(18*(R - r)^2) + (2*(x(4) - x(6))*(x(3) - x(5)))/(3*(R - r)^2) + \\
& ((8*x(4)*x(3) - 16*x(2)*x(1) + 8*x(6)*x(5))/(9*(R - r)^2) + (8*x(1)*(x(4) - 2*x(2) \\
& + x(6)))/(9*(R - r)^2) + (8*x(2)*(x(3) - 2*x(1) + x(5)))/(9*(R - \\
& r^2) * ((2*x(1))/3 + (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 + ((x(3)^2 - x(5)^2)*(x(3) - \\
& x(5)))/(3*(R - r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + \\
& x(5)^2))/(9*(R - r)^2) - ((x(3) - x(5))^2/(3*(R - r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) + \\
& 2*x(5))^2/(36*(R - r)^2) + 1) * ((8*x(1)*x(2)*x(4)*x(3) - 4*x(2)*x(1) + \\
& 2*x(6)*x(5)))/(9*(R - r)^2) - (8*x(2))/3 + (8*x(2)*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + \\
& x(5)^2))/(9*(R - r)^2) + ((4*x(3)^2 - 8*x(1)^2 + 4*x(5)^2)/(9*(R - r)^2) + \\
& (8*x(1)*(x(3) - 2*x(1) + x(5)))/(9*(R - r)^2) - 4/3 * ((2*x(2))/3 + (2*x(4))/3 + \\
& (2*x(6))/3 + ((2*x(4)*x(3) - 2*x(6)*x(5))*(x(3) - x(5)))/(3*(R - r)^2) + ((x(4) - \\
& 2*x(2) + x(6))*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R - r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + \\
& x(5))*(2*x(4)*x(3) - 4*x(2)*x(1) + 2*x(6)*x(5)))/(9*(R - r)^2) + ((x(4) - \\
& x(6))*(x(3)^2 - x(5)^2))/(3*(R - r)^2) - ((16*x(3) - 32*x(1) + \\
& 16*x(5))*(2*x(2)*x(1))/3 + (2*x(4)*x(3))/3 + (2*x(6)*x(5))/3 + ((x(3)^2 - \\
& 2*x(1)^2 + x(5)^2)*(2*x(4)*x(3) - 4*x(2)*x(1) + 2*x(6)*x(5)))/(18*(R - r)^2) + \\
& ((2*x(4)*x(3) - 2*x(6)*x(5))*(x(3)^2 - x(5)^2))/(6*(R - r)^2)))/(9*(R - r)^2) - \\
& ((16*x(4) - 32*x(2) + 16*x(6))*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)^2/(36*(R - r)^2) + \\
& x(1)^2/3 + x(3)^2/3 + x(5)^2/3 - L^2 + (R - r)^2 + (x(3)^2 - x(5)^2)^2/(12*(R - \\
& r^2) * ((1/2)))/(9*(R - r)^2) * abs(2 * (((2*x(1))/3 + (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 + ((x(3)^2 - \\
& x(5)^2)*(x(3) - x(5)))/(3*(R - r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 \\
& + x(5)^2))/(9*(R - r)^2) * ((4*(x(3) - x(5))^2)/(3*(R - r)^2) + (2*x(3) - \\
& 4*x(1) + 2*x(5))^2/(9*(R - r)^2) + 4 * ((x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)^2/(36*(R - \\
& r^2) + x(1)^2/3 + x(3)^2/3 + x(5)^2/3 - L^2 + (R - r)^2 + (x(3)^2 - \\
& x(5)^2)^2/(12*(R - r)^2)) * ((1/2)) + (4*x(1)*(x(4) - 2*x(2) + x(6)))/(9*(R - r)^2) \\
& - (((2*(2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))*x(4) - 4*x(2) + 2*x(6)))/(9*(R - r)^2) + \\
& (8*(x(4) - x(6))*(x(3) - x(5)))/(3*(R - r)^2) * ((x(3)^2 - 2*x(1)^2 + \\
& x(5)^2)^2/(36*(R - r)^2) + x(1)^2/3 + x(3)^2/3 + x(5)^2/3 - L^2 + (R - r)^2 + \\
& (x(3)^2 - x(5)^2)^2/(12*(R - r)^2) + ((4*(x(3) - x(5))^2)/(3*(R - r)^2) + \\
& (2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))^2/(9*(R - r)^2) + 4 * ((2*x(2)*x(1))/3 + \\
& (2*x(4)*x(3))/3 + (2*x(6)*x(5))/3 + ((x(3)^2 - 2*x(6)^2 + x(5)^2)*(2*x(4)*x(3) - \\
& 4*x(2)*x(1) + 2*x(6)*x(5)))/(18*(R - r)^2) + ((2*x(4)*x(3) - 2*x(6)*x(5))*(x(3)^2 - \\
& x(5)^2))/(6*(R - r)^2) - 2 * ((2*x(1))/3 + (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 + ((x(3)^2 - \\
& x(5)^2)*(x(3) - x(5)))/(3*(R - r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 \\
& + x(5)^2))/(9*(R - r)^2) * ((2*x(2))/3 + (2*x(4))/3 + (2*x(6))/3 + ((2*x(4)*x(3) \\
& - 2*x(6)*x(5))*(x(3) - x(5)))/(3*(R - r)^2) + ((x(4) - 2*x(2) + x(6))*(x(3)^2 - \\
& 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R - r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*(2*x(4)*x(3) - \\
& 4*x(2)*x(1) + 2*x(6)*x(5)))/(9*(R - r)^2) + ((x(4) - x(6))*(x(3)^2 - \\
& x(5)^2))/(3*(R - r)^2) * (((8*x(1))/3 - (8*x(1)*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + \\
& x(5)^2))/(9*(R - r)^2) * ((x(3) - x(5))^2/(3*(R - r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) + \\
& 2*x(5))^2/(36*(R - r)^2) + 1) + ((4*x(3)^2 - 8*x(1)^2 + 4*x(5)^2)/(9*(R - r)^2) + \\
& (8*x(1)*(x(3) - 2*x(1) + x(5)))/(9*(R - r)^2) - 4/3 * ((2*x(1))/3 + (2*x(3))/3 + \\
& (2*x(5))/3 + ((x(3)^2 - x(5)^2)*(x(3) - x(5)))/(3*(R - r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + \\
& x(5))*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R - r)^2) - ((16*x(3) - 32*x(1) + \\
& 16*x(5))*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)^2/(36*(R - r)^2) + x(1)^2/3 + x(3)^2/3 + \\
& x(5)^2/3 - L^2 + (R - r)^2 + (x(3)^2 - x(5)^2)^2/(12*(R - r)^2)))/(9*(R - \\
& r^2) * ((1/4 * (((2*x(1))/3 + (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 + ((x(3)^2 - x(5)^2)*(x(3) - \\
& x(5)))/(3*(R - r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + \\
& x(5)^2))/(9*(R - r)^2) * ((4*(x(3) - x(5))^2)/(3*(R - r)^2) + (2*x(3) -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 4*x(1) + 2*x(5))^2/(9*(R - r)^2) + 4)*((x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)^2/(36*(R - r)^2) + x(1)^2/3 + x(3)^2/3 + x(5)^2/3 - L^2 + (R - r)^2 + (x(3)^2 - x(5)^2)^2/(12*(R - r)^2)))^{(3/2)} + (4*x(2)*(x(3) - 2*x(1) + x(5)))/(9*(R - r)^2))/((2*(x(3) - x(5))^2)/(3*(R - r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))^2/(18*(R - r)^2) + 2) + ((2*x(6) - 4*x(2) + 2*x(6))*((2*x(1))/3 + (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 - ((2*x(1))/3 + (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 + ((x(3)^2 - x(5)^2)*(x(3) - x(5)))/(3*(R - r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R - r)^2))^2 - ((4*(x(3) - x(5))^2)/(3*(R - r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))^2/(9*(R - r)^2) + 4)*((x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)^2/(36*(R - r)^2) + x(1)^2/3 + x(3)^2/3 + x(5)^2/3 - L^2 + (R - r)^2 + (x(3)^2 - x(5)^2)^2/(12*(R - r)^2)))^{(1/2)} + ((x(3)^2 - x(5)^2)*(x(3) - x(5)))/(3*(R - r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R - r)^2) + 4)*((x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)/(36*(R - r)^2) + 1)^2 - (2*((2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))*(2*x(4) - 4*x(2) + 2*x(6)))/(18*(R - r)^2) + (2*(x(4) - x(6))*(x(3) - x(5)))/(3*(R - r)^2))*((2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))*((2*x(1))/3 + (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 - ((2*x(1))/3 + (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 + ((x(3)^2 - x(5)^2)*(x(3) - x(5)))/(3*(R - r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R - r)^2))^2 - ((4*(x(3) - x(5))^2)/(3*(R - r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))^2/(9*(R - r)^2) + 2*x(5))^2/(9*(R - r)^2) + 4)*((x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)/(36*(R - r)^2) + x(1)^2/3 + x(3)^2/3 + x(5)^2/3 - L^2 + (R - r)^2 + (x(3)^2 - x(5)^2)^2/(12*(R - r)^2)))^{(1/2)} + ((x(3)^2 - x(5)^2)*(x(3) - x(5)))/(3*(R - r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R - r)^2))/((9*(R - r)^2*(x(3) - x(5))^2/(3*(R - r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))^2/(36*(R - r)^2) + 1)^3); \\
\mathbf{ddxpnddq2n} = & (-2*x(4) + 2*zpn - (4*x(2) - 2*x(4) - 2*x(6))*dzpndq2n - (4*x(1) - 2*x(3) - 2*x(5))*ddzpnddq2n)/(6*(R - r)); \\
\mathbf{ddypnddq2n} = & (2*x(4) - 2*zpn + 2*(x(6) - x(4))*dzpndq2n + 2*(x(5) - x(3))*ddzpnddq2n)/(2*\sqrt{3}*(R - r));
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{ddzpnddq3n} = & (((2*x(1))/3 + (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 + ((x(3)^2 - x(5)^2)*(x(3) - x(5)))/(3*(R - r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R - r)^2))*((4*x(4)*x(3) - 4*x(6)*x(5))/(3*(R - r)^2) - (4*x(4)*x(3) - 8*x(2)*x(1) + 4*x(6)*x(5))/(9*(R - r)^2) + (4*x(5)*x(4) - x(6)))/(3*(R - r)^2) - (4*x(5)*x(4) - 2*x(2) + x(6)))/(9*(R - r)^2) - (4*x(6)*(x(3) - 2*x(1) + x(5)))/(9*(R - r)^2) + (4*x(6)*(x(3) - x(5)))/(3*(R - r)^2) - ((8*x(3) - 8*x(5))/(3*(R - r)^2) - (8*x(3) - 16*x(1) + 8*x(5))/(9*(R - r)^2))*((2*x(2)*x(1))/3 + (2*x(4)*x(3))/3 + (2*x(6)*x(5))/3 + ((x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)*(2*x(4)*x(3) - 4*x(2)*x(1) + 2*x(6)*x(5)))/(18*(R - r)^2) + (2*x(4)*x(3) - 2*x(6)*x(5))*x(3) - x(5))^2/(6*(R - r)^2) - ((2*x(3)^2 - 4*x(1)^2 + 2*x(5)^2)/(9*(R - r)^2) - (2*x(3)^2 - 2*x(5)^2)/(3*(R - r)^2) + (4*x(5)*(x(3) - 2*x(1) + x(5)))/(9*(R - r)^2) - (4*x(5)*(x(3) - x(5)))/(3*(R - r)^2) + 4/3)*((2*x(2))/3 + (2*x(4))/3 + (2*x(6))/3 + ((2*x(4)*x(3) - 2*x(6)*x(5))*x(3) - x(5)))/(3*(R - r)^2) + ((x(4) - 2*x(2) + x(6))*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R - r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*(2*x(4)*x(3) - 4*x(2)*x(1) + 2*x(6)*x(5)))/(9*(R - r)^2) + ((x(4) - x(6))*x(3)^2 - x(5)^2)/(3*(R - r)^2) + ((x(3) - x(5))^2/(3*(R - r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))^2/(36*(R - r)^2) + 1)*((8*x(6))/3 - (4*x(5)*(2*x(4)*x(3) - 2*x(6)*x(5)))/(3*(R - r)^2) - (4*x(6)*(x(3)^2 - x(5)^2))/(3*(R - r)^2) + (4*x(5)*(2*x(4)*x(3) - 4*x(2)*x(1) + 2*x(6)*x(5)))/(9*(R - r)^2) + (4*x(6)*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R - r)^2) + (((2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))*(2*x(4) - 4*x(2) + 2*x(6)))/(18*(R - r)^2) + (2*(x(4) - x(6))*x(3) - x(5)))/(3*(R - r)^2))*((8*x(5))/3 - (4*x(5)*x(3)^2 - x(5)^2)/(3*(R - r)^2) + (4*x(5)*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R - r)^2) + ((8*x(4) - 16*x(2) + 8*x(6))/(9*(R - r)^2) - (8*x(4) - 8*x(6))/(3*(R - r)^2))*((x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)^2/(36*(R - r)^2) + x(1)^2/3 + x(3)^2/3 + x(5)^2/3 - L^2 + (R - r)^2 + (x(3)^2 - x(5)^2)^2/(12*(R - r)^2)))/(2*((2*x(1))/3 + (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 + ((x(3)^2 - x(5)^2)*(x(3) - x(5)))/(3*(R - r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R - r)^2))^2 - ((4*(x(3) - x(5))^2)/(3*(R - r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))^2/(9*(R - r)^2) + 4)*((x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)^2/(36*(R - r)^2) + x(1)^2/3 + x(3)^2/3 + x(5)^2/3 - L^2 + (R - r)^2 + (x(3)^2 - x(5)^2)^2/(12*(R - r)^2)) + ((4*(x(3) - x(5))^2)/(3*(R - r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))^2/(9*(R - r)^2) + 4)*((2*x(2)*x(1))/3 + (2*x(4)*x(3))/3 +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (2*x(6)*x(5))/3 + ((x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)*(2*x(4)*x(3) - 4*x(2)*x(1) + \\
& 2*x(6)*x(5)))/(18*(R - r)^2) + ((2*x(4)*x(3) - 2*x(6)*x(5))*(x(3)^2 - \\
& x(5)^2))/(6*(R - r)^2) - 2*((2*x(1))/3 + (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 + ((x(3)^2 - \\
& x(5)^2)*(x(3) - x(5)))/(3*(R - r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 \\
& + x(5)^2))/(9*(R - r)^2))*((2*x(2))/3 + (2*x(4))/3 + (2*x(6))/3 + ((2*x(4)*x(3) - \\
& 2*x(6)*x(5))*(x(3) - x(5)))/(3*(R - r)^2) + ((x(4) - 2*x(2) + x(6))*(x(3)^2 - \\
& 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R - r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*(2*x(4)*x(3) - \\
& 4*x(2)*x(1) + 2*x(6)*x(5)))/(9*(R - r)^2) + ((x(4) - x(6))*(x(3)^2 - \\
& x(5)^2))/(3*(R - r)^2))*(((8*x(3) - 8*x(5))/(3*(R - r)^2) - (8*x(3) - 16*x(1) + \\
& 8*x(5))/(9*(R - r)^2))*((x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)^2/(36*(R - r)^2) + x(1)^2/3 + \\
& x(3)^2/3 + x(5)^2/3 - L^2 + (R - r)^2 + (x(3)^2 - x(5)^2)^2/(12*(R - r)^2)) - \\
& ((x(3) - x(5))^2/(3*(R - r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))^2/(36*(R - r)^2) + \\
& 1)*((8*x(5))/3 - (4*x(5)*(x(3)^2 - x(5)^2))/(3*(R - r)^2) + (4*x(5)*(x(3)^2 - \\
& 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R - r)^2)) + ((2*x(3)^2 - 4*x(1)^2 + 2*x(5)^2)/(9*(R - \\
& r)^2) - (2*x(3)^2 - 2*x(5)^2)/(3*(R - r)^2) + (4*x(5)*(x(3) - 2*x(1) + \\
& x(5)))/(9*(R - r)^2) - (4*x(5)*(x(3) - x(5)))/(3*(R - r)^2) + 4/3)*((2*x(1))/3 + \\
& (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 + ((x(3)^2 - x(5)^2)*(x(3) - x(5)))/(3*(R - r)^2) + \\
& ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R - \\
& r)^2)))/(4*((2*x(1))/3 + (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 + ((x(3)^2 - x(5)^2)*(x(3) - \\
& x(5)))/(3*(R - r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + \\
& x(5)^2))/(9*(R - r)^2))^2 - ((4*(x(3) - x(5))^2)/(3*(R - r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) \\
& + 2*x(5))^2/(9*(R - r)^2) + 4)*((x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)^2/(36*(R - r)^2) + \\
& x(1)^2/3 + x(3)^2/3 + x(5)^2/3 - L^2 + (R - r)^2 + (x(3)^2 - x(5)^2)^2/(12*(R - \\
& r)^2))^3/2) + (2*x(6)*x(3) - 2*x(1) + x(5))/(9*(R - r)^2) - (2*x(6)*x(3) \\
& - x(5))/(3*(R - r)^2))/((2*(x(3) - x(5))^2)/(3*(R - r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) + \\
& 2*x(5))^2/(18*(R - r)^2) + 2) + (((2*x(3) - 2*x(5))/(3*(R - r)^2) - (2*x(3) - \\
& 4*x(1) + 2*x(5))/(9*(R - r)^2))*((2*x(2))/3 + (2*x(4))/3 + (2*x(6))/3 + \\
& ((2*(2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))*(2*x(4) - 4*x(2) + 2*x(6)))/(9*(R - r)^2) + \\
& (8*(x(4) - x(6))*(x(3) - x(5)))/(3*(R - r)^2))*((x(3)^2 - 2*x(1)^2 + \\
& x(5)^2)^2/(36*(R - r)^2) + x(1)^2/3 + x(3)^2/3 + x(5)^2/3 - L^2 + (R - r)^2 + \\
& (x(3)^2 - x(5)^2)^2/(12*(R - r)^2)) + ((4*(x(3) - x(5))^2)/(3*(R - r)^2) + \\
& (2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))^2/(9*(R - r)^2) + 4)*((2*x(2)*x(1))/3 + \\
& (2*x(4)*x(3))/3 + (2*x(6)*x(5))/3 + ((x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)*(2*x(4)*x(3) - \\
& 4*x(2)*x(1) + 2*x(6)*x(5)))/(18*(R - r)^2) + ((2*x(4)*x(3) - 2*x(6)*x(5))*(x(3)^2 \\
& - x(5)^2))/(6*(R - r)^2) - 2*((2*x(1))/3 + (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 + ((x(3)^2 - \\
& x(5)^2)*(x(3) - x(5)))/(3*(R - r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*(x(3)^2 - \\
& 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R - r)^2))*((2*x(2))/3 + (2*x(4))/3 + (2*x(6))/3 + \\
& ((2*x(4)*x(3) - 2*x(6)*x(5))*(x(3) - x(5)))/(3*(R - r)^2) + ((x(4) - 2*x(2) + \\
& x(6))*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R - r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + \\
& x(5))*(2*x(4)*x(3) - 4*x(2)*x(1) + 2*x(6)*x(5)))/(9*(R - r)^2) + ((x(4) - \\
& x(6))*(x(3)^2 - x(5)^2))/(3*(R - r)^2))/((2*((2*x(1))/3 + (2*x(3))/3 + \\
& (2*x(5))/3 + ((x(3)^2 - x(5)^2)*(x(3) - x(5)))/(3*(R - r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + \\
& x(5))*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R - r)^2))^2 - ((4*(x(3) - x(5))^2)/(3*(R - \\
& r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))^2/(9*(R - r)^2) + 4)*((x(3)^2 - 2*x(1)^2 + \\
& x(5)^2)^2/(36*(R - r)^2) + x(1)^2/3 + x(3)^2/3 + x(5)^2/3 - L^2 + (R - r)^2 + \\
& (x(3)^2 - x(5)^2)^2/(12*(R - r)^2)))^(1/2)) + ((2*x(4)*x(3) - 2*x(6)*x(5))*(x(3) - \\
& x(5)))/(3*(R - r)^2) + ((x(4) - 2*x(2) + x(6))*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R - \\
& r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*(2*x(4)*x(3) - 4*x(2)*x(1) + \\
& 2*x(6)*x(5)))/(9*(R - r)^2) + ((x(4) - x(6))*(x(3)^2 - x(5)^2))/(3*(R - \\
& r)^2))/((2*(x(3) - x(5))^2/(3*(R - r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))^2/(36*(R - \\
& r)^2) + 1)*((8*x(5))/3 - (4*x(5)*(x(3)^2 - \\
& x(5)^2))/(3*(R - r)^2) + (4*x(5)*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R - r)^2)) \\
& + ((2*x(3)^2 - 4*x(1)^2 + 2*x(5)^2)/(9*(R - r)^2) - (2*x(3)^2 - 2*x(5)^2)/(3*(R - \\
& r)^2) + (4*x(5)*(x(3) - 2*x(1) + x(5)))/(9*(R - r)^2) - (4*x(5)*(x(3) - \\
& x(5)))/(3*(R - r)^2) + 4/3)*((2*x(1))/3 + (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 + ((x(3)^2 - \\
& x(5)^2)*(x(3) - x(5)))/(3*(R - r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 \\
& + x(5)^2))/(9*(R - r)^2)))/(2*((2*x(1))/3 + (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 + ((x(3)^2 - \\
& x(5)^2)*(x(3) - x(5)))/(3*(R - r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 \\
& + x(5)^2))/(9*(R - r)^2))^2 - ((4*(x(3) - x(5))^2)/(3*(R - r)^2) + (2*x(3) - \\
& 4*x(1) + 2*x(5))^2/(9*(R - r)^2) + 4)*((x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)^2/(36*(R - \\
& r)^2) + x(1)^2/3 + x(3)^2/3 + x(5)^2/3 - L^2 + (R - r)^2 + (x(3)^2 - \\
& x(5)^2)^2/(12*(R - r)^2)))^(1/2)) + (x(3)^2 - x(5)^2)/(3*(R - r)^2) - (x(6)^2 -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 2*x(1)^2 + x(5)^2)/(9*(R - r)^2) - (2*x(5)*(x(3) - 2*x(1) + x(5)))/(9*(R - r)^2) + \\
& (2*x(5)*(x(3) - x(5)))/(3*(R - r)^2 - 2/3))/((2*(x(3) - x(5))^2)/(3*(R - r)^2) + \\
& (2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))^2/(18*(R - r)^2) + 2)^2 - ((2*x(4) - 4*x(2) \\
& + 2*x(6))/(9*(R - r)^2) - (2*x(4) - 2*x(6))/(3*(R - r)^2))*((2*x(1))/3 + \\
& (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 - ((2*x(1))/3 + (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 + ((x(3))^2 - \\
& x(5)^2)*(x(3) - x(5)))/(3*(R - r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*(x(3))^2 - \\
& 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R - r)^2))^2 - ((4*(x(3) - x(5))^2)/(3*(R - r)^2) \\
& + (2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))^2/(9*(R - r)^2) + 4)*((x(3))^2 - 2*x(1)^2 + \\
& x(5)^2)^2/(36*(R - r)^2) + x(1)^2/3 + x(3)^2/3 + x(5)^2/3 - L^2 + (R - r)^2 + \\
& (x(3)^2 - x(5)^2)^2/(12*(R - r)^2))^^(1/2) + ((x(3))^2 - x(5)^2)*(x(3) - \\
& x(5))/(3*(R - r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*x(3)^2 - 2*x(1)^2 + \\
& x(5)^2))/(9*(R - r)^2))/((2*((x(3) - x(5))^2)/(3*(R - r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) + \\
& 2*x(5))^2/(36*(R - r)^2) + 1)^2) - (((2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))*x(3)^2 - 4*x(2) \\
& + 2*x(6)))/(18*(R - r)^2) + (2*(x(4) - x(6))*x(3) - x(5)))/(3*(R - \\
& r)^2))*((2*x(3) - 2*x(5))/(3*(R - r)^2) - (2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))/(9*(R - \\
& r)^2))*((2*x(1))/3 + (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 - ((2*x(1))/3 + (2*x(3))/3 + \\
& (2*x(5))/3 + ((x(3))^2 - x(5)^2)*(x(3) - x(5)))/(3*(R - r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) \\
& + x(5))*x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R - r)^2))^2 - ((4*(x(3))^2 - \\
& x(5)^2)/(3*(R - r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))^2/(9*(R - r)^2) + 4)*((x(3))^2 \\
& - 2*x(1)^2 + x(5)^2)^2/(36*(R - r)^2) + x(1)^2/3 + x(3)^2/3 + x(5)^2/3 - L^2 + (R \\
& - r)^2 + (x(3)^2 - x(5)^2)^2/(12*(R - r)^2))^^(1/2) + ((x(3))^2 - x(5)^2)*(x(3) - \\
& x(5))/(3*(R - r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*x(3)^2 - 2*x(1)^2 + \\
& x(5)^2))/(9*(R - r)^2))/((x(3) - x(5))^2/(3*(R - r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) \\
& + 2*x(5))^2/(36*(R - r)^2) + 1)^3; \\
& \mathbf{ddxpnddq3n} = (-2*x(6) + 2*zpn - (4*x(2) - 2*x(4) - 2*x(6)) * dzpndq3n - (4*x(1) - 2*x(3) - \\
& 2*x(5)) * ddzpnddq3n) / (6*(R - r)); \\
& \mathbf{ddypnddq3n} = (2*x(6) + 2*zpn + 2*(x(6) - x(4)) * dzpndq3n + 2*(x(5) - \\
& x(3)) * ddzpnddq3n) / (2*sqrt(3)*(R - r));
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \mathbf{dzpdq1} = (((2*x(1))/3 - (2*x(1)*(x(3))^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R - \\
& r)^2))*((4*(x(3) - x(5))^2)/(3*(R - r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))^2/(9*(R - \\
& r)^2) + 4) + 2*((2*(x(3))^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R - r)^2) + (4*x(1)*(x(3) - \\
& 2*x(1) + x(5)))/(9*(R - r)^2) - 2/3)*((2*x(1))/3 + (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 + \\
& ((x(3))^2 - x(5)^2)*(x(3) - x(5)))/(3*(R - r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*x(3)^2 - \\
& 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R - r)^2)) - ((16*x(3) - 32*x(1) + 16*x(5))*((x(3))^2 - \\
& x(5)^2)^2/(12*(R - r)^2) - L^2 + x(1)^2/3 + x(3)^2/3 + x(5)^2/3 + (x(3))^2 - \\
& 2*x(1)^2 + x(5)^2)^2/(36*(R - r)^2) + (R - r)^2))/(9*(R - r)^2))/((2*((2*x(1))/3 + \\
& (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 + ((x(3))^2 - x(5)^2)*(x(3) - x(5)))/(3*(R - r)^2) + \\
& ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R - r)^2))^2 - ((4*(x(3) \\
& - x(5))^2)/(3*(R - r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))^2/(9*(R - r)^2) + \\
& 4)*((x(3))^2 - x(5)^2)^2/(12*(R - r)^2) - L^2 + x(1)^2/3 + x(3)^2/3 + x(5)^2/3 + \\
& (x(3))^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)^2/(36*(R - r)^2) + (R - r)^2))^^(1/2) - (2*(x(3))^2 - \\
& 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R - r)^2) - (4*x(1)*(x(3) - 2*x(1) + x(5)))/(9*(R - r)^2) \\
& + 2/3)/((2*(x(3) - x(5))^2)/(3*(R - r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))^2/(18*(R - \\
& r)^2) + 2) + ((16*x(3) - 32*x(1) + 16*x(5))*((2*x(1))/3 + (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 \\
& - ((2*x(1))/3 + (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 + ((x(3))^2 - x(5)^2)*(x(3) - x(5)))/(3*(R \\
& - r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R - r)^2))^2 \\
& - ((4*(x(3) - x(5))^2)/(3*(R - r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))^2/(9*(R - r)^2) \\
& + 4)*((x(3))^2 - x(5)^2)^2/(12*(R - r)^2) - L^2 + x(1)^2/3 + x(3)^2/3 + x(5)^2/3 + \\
& (x(3))^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)^2/(36*(R - r)^2) + (R - r)^2))^^(1/2) + ((x(3))^2 - \\
& x(5)^2)*(x(3) - x(5))/(3*(R - r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*x(3)^2 - 2*x(1)^2 \\
& + x(5)^2))/(9*(R - r)^2))/((18*(R - r)^2)*((2*(x(3) - x(5))^2)/(3*(R - r)^2) + \\
& (2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))^2/(18*(R - r)^2) + 2)^2); \\
& \mathbf{dzpdq2} = (((4*(x(3) - x(5))^2)/(3*(R - r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) + \\
& 2*x(5))^2/(9*(R - r)^2) + 4)*((2*x(3))/3 + (x(3)*(x(3))^2 - x(5)^2))/(3*(R - \\
& r)^2) + (x(3)*(x(3))^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R - r)^2)) - 2*((x(3))^2 - \\
& 2*x(1)^2 + x(5)^2)/(9*(R - r)^2) + (x(3))^2 - x(5)^2)/(3*(R - r)^2) + \\
& (2*x(3)*(x(3) - x(5)))/(3*(R - r)^2) + (2*x(3)*(x(3) - 2*x(1) + x(5)))/(9*(R - \\
& r)^2) + 2/3)*((2*x(1))/3 + (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 + ((x(3))^2 - x(5)^2)*(x(3) - \\
& x(5)))/(3*(R - r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*x(3)^2 - 2*x(1)^2 + \\
& x(5)^2))/(9*(R - r)^2)) + ((8*x(3) - 16*x(1) + 8*x(5))/(9*(R - r)^2) + (4*(2*x(3) - \\
& 2*x(5)))/(3*(R - r)^2))*((x(3))^2 - x(5)^2)^2/(12*(R - r)^2) - L^2 + x(1)^2/3 + \\
& x(3)^2/3 + x(5)^2/3 + (x(3))^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)^2/(36*(R - r)^2) + (R - \\
& r)^2))/((2*((2*x(1))/3 + (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 + ((x(3))^2 - x(5)^2)*(x(3) - \\
& x(5)))/(3*(R - r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*x(3)^2 - 2*x(1)^2 + \\
& x(5)^2))/(9*(R - r)^2))^2 - ((4*(x(3) - x(5))^2)/(3*(R - r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) \\
& + 2*x(5))^2/(9*(R - r)^2) + 4)*((x(3))^2 - x(5)^2)^2/(12*(R - r)^2) - L^2 +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& x(1)^{2/3} + x(3)^{2/3} + x(5)^{2/3} + (x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)^2/(36*(R-r)^2) + \\
& (R-r)^2)^{(1/2)} + (x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)/(9*(R-r)^2) + (x(3)^2 - \\
& x(5)^2)/(3*(R-r)^2) + (2*x(3)*(x(3) - x(5)))/(3*(R-r)^2) + (2*x(3)*(x(3) - \\
& 2*x(1) + x(5)))/(9*(R-r)^2) + 2/3)/((2*(x(3) - x(5))^2)/(3*(R-r)^2) + \\
& (2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))^2/(18*(R-r)^2) + 2) - (((8*x(3) - 16*x(1) + \\
& 8*x(5))/(18*(R-r)^2) + (2*(2*x(3) - 2*x(5)))/(3*(R-r)^2))*((2*x(1))/3 + \\
& (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 - ((2*x(1))/3 + (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 + ((x(3)^2 - \\
& x(5)^2)*(x(3) - x(5)))/(3*(R-r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 \\
& + x(5)^2))/(9*(R-r)^2))^2 - ((4*(x(3) - x(5))^2)/(3*(R-r)^2) + (2*x(3) - \\
& 4*x(1) + 2*x(5))^2/(9*(R-r)^2) + 4)*(x(3)^2 - x(5)^2)^2/(12*(R-r)^2) - L^2 + \\
& x(1)^2/3 + x(3)^2/3 + x(5)^2/3 + (x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)^2/(36*(R-r)^2) + \\
& (R-r)^2)^{(1/2)} + ((x(3)^2 - x(5)^2)*(x(3) - x(5)))/(3*(R-r)^2) + ((x(3) - \\
& 2*x(1) + x(5))*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R-r)^2))/((2*(x(3) - \\
& x(5))^2)/(3*(R-r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))^2/(18*(R-r)^2) + 2)^2; \\
\mathbf{dzp dq3} = & (((4*(x(3) - x(5))^2)/(3*(R-r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) + \\
& 2*x(5))^2/(9*(R-r)^2) + 4)*((2*x(5))/3 - (x(5)*(x(3)^2 - x(5)^2))/(3*(R-r)^2) \\
& + (x(5)*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R-r)^2)) - 2*((x(3)^2 - \\
& 2*x(1)^2 + x(5)^2)/(9*(R-r)^2) - (x(3)^2 - x(5)^2)/(3*(R-r)^2) - \\
& (2*x(5)*(x(3) - x(5)))/(3*(R-r)^2) + (2*x(5)*(x(3) - 2*x(1) + x(5)))/(9*(R-r)^2) \\
& + 2/3)*((2*x(1))/3 + (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 + ((x(3)^2 - x(5)^2)*(x(3) - \\
& x(5)))/(3*(R-r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + \\
& x(5)^2))/(9*(R-r)^2)) + ((8*x(3) - 16*x(1) + 8*x(5))/(9*(R-r)^2) - (4*(2*x(3) \\
& - 2*x(5)))/(3*(R-r)^2))*((x(3)^2 - x(5)^2)^2/(12*(R-r)^2) - L^2 + x(1)^2/3 \\
& + x(3)^2/3 + x(5)^2/3 + (x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)^2/(36*(R-r)^2) + (R-r)^2) \\
& )/(2*((2*x(1))/3 + (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 + ((x(3)^2 - x(5)^2)*(x(3) - \\
& x(5)))/(3*(R-r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + \\
& x(5)^2))/(9*(R-r)^2))^2 - ((4*(x(3) - x(5))^2)/(3*(R-r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) \\
& + 2*x(5))^2/(9*(R-r)^2) + 4)*(x(3)^2 - x(5)^2)^2/(12*(R-r)^2) - L^2 + \\
& x(1)^2/3 + x(3)^2/3 + x(5)^2/3 + (x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)^2/(36*(R-r)^2) \\
& + (R-r)^2)^{(1/2)} + (x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)/(9*(R-r)^2) - (x(3)^2 - \\
& x(5)^2)/(3*(R-r)^2) - (2*x(5)*(x(3) - x(5)))/(3*(R-r)^2) + (2*x(5)*x(3) - \\
& 2*x(1) + x(5))/(9*(R-r)^2) + 2/3)/((2*(x(3) - x(5))^2)/(3*(R-r)^2) + \\
& (2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))^2/(18*(R-r)^2) + 2) - (((8*x(3) - 16*x(1) + \\
& 8*x(5))/(18*(R-r)^2) - (2*(2*x(3) - 2*x(5)))/(3*(R-r)^2))*((2*x(1))/3 + \\
& (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 - ((2*x(1))/3 + (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 + ((x(3)^2 - \\
& x(5)^2)*(x(3) - x(5)))/(3*(R-r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 \\
& + x(5)^2))/(9*(R-r)^2))^2 - ((4*(x(3) - x(5))^2)/(3*(R-r)^2) + (2*x(3) - \\
& 4*x(1) + 2*x(5))^2/(9*(R-r)^2) + 4)*(x(3)^2 - x(5)^2)^2/(12*(R-r)^2) - L^2 + \\
& x(1)^2/3 + x(3)^2/3 + x(5)^2/3 + (x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)^2/(36*(R-r)^2) \\
& + (R-r)^2)^{(1/2)} + ((x(3)^2 - x(5)^2)*(x(3) - x(5)))/(3*(R-r)^2) + ((x(3) - \\
& 2*x(1) + x(5))*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R-r)^2))/((2*(x(3) - \\
& x(5))^2)/(3*(R-r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))^2/(18*(R-r)^2) + 2)^2;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{dzp ndq1} = & ((2*x(4) - 4*x(2) + 2*x(6))*((2*x(1))/3 + (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 - \\
& ((2*x(1))/3 + (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 + ((x(3)^2 - x(5)^2)*(x(3) - x(5)))/(3*(R-r)^2) \\
& + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R-r)^2))^2 - \\
& ((4*(x(3) - x(5))^2)/(3*(R-r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))^2/(9*(R-r)^2) \\
& + 4)*((x(3)^2 - x(5)^2)^2/(12*(R-r)^2) - L^2 + x(1)^2/3 + x(3)^2/3 + x(5)^2/3 \\
& + (x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)^2/(36*(R-r)^2) + (R-r)^2)^{(1/2)} + ((x(3)^2 - \\
& x(5)^2)*(x(3) - x(5)))/(3*(R-r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 \\
& + x(5)^2))/(9*(R-r)^2))/((2*(x(3) - x(5))^2)/(3*(R-r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) \\
& + 2*x(5))^2/(36*(R-r)^2) + 1)^2) - (((2*x(4) - 2*x(6))*x(3) - \\
& x(5)))/(3*(R-r)^2) + ((2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))*(2*x(4) - 4*x(2) + \\
& 2*x(6)))/(18*(R-r)^2))*(((2*x(1))/3 - (2*x(1)*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + \\
& x(5)^2))/(9*(R-r)^2))*((4*(x(3) - x(5))^2)/(3*(R-r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) + \\
& 2*x(5))^2/(9*(R-r)^2) + 4) + 2*((2*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R-r)^2) + \\
& (4*x(1)*x(3) - 2*x(1) + x(5)))/(9*(R-r)^2) - 2/3)*((2*x(1))/3 + (2*x(3))/3 + \\
& (2*x(5))/3 + ((x(3)^2 - x(5)^2)*(x(3) - x(5)))/(3*(R-r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + \\
& x(5))*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R-r)^2)) - ((16*x(3) - 32*x(1) + \\
& 16*x(5))*(x(3)^2 - x(5)^2)^2/(12*(R-r)^2) - L^2 + x(1)^2/3 + x(3)^2/3 + \\
& x(5)^2/3 + (x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)^2/(36*(R-r)^2) + (R-r)^2))/(9*(R-r)^2) \\
& )/(2*((2*x(1))/3 + (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 + ((x(3)^2 - x(5)^2)*(x(3) - \\
& x(5)))/(3*(R-r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R-r)^2) \\
& )^2 - ((4*(x(3) - x(5))^2)/(3*(R-r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) + \\
& 2*x(5))^2/(9*(R-r)^2) + 4)*((x(3)^2 - x(5)^2)^2/(12*(R-r)^2) - L^2 + x(1)^2/3 \\
& + x(3)^2/3 + x(5)^2/3 + (x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)^2/(36*(R-r)^2) + (R-r)^2) \\
& )^{(1/2)} - (2*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R-r)^2) - (4*x(1)*x(3) -
\end{aligned}$$





$$\begin{aligned}
& 4*x(1)*x(2)+2*x(5)*x(6))*x(3)^2-2*x(1)^2+x(5)^2))/(9*(R-r)^2))- \\
& ((2*x(1))/3+(2*x(3))/3+(2*x(5))/3+((x(3)^2-x(5)^2)*x(3)- \\
& x(5)))/(3*(R-r)^2)+((x(3)-2*x(1)+x(5))*x(3)^2-2*x(1)^2+ \\
& x(5)^2))/(9*(R-r)^2))*((4*x(2))/3+(4*x(4))/3+(4*x(6))/3+(2*(x(3)^2- \\
& x(5)^2)*x(4)-x(6)))/(3*(R-r)^2)+(2*(x(3)-2*x(1)+x(5))*x(3)^2- \\
& 4*x(1)*x(2)+2*x(5)*x(6)))/(9*(R-r)^2)+(2*(x(4)-2*x(2)+x(6))*x(3)^2- \\
& 2*x(1)^2+x(5)^2))/(9*(R-r)^2)+(2*(x(3)-x(5))*x(3)^2-2*x(1)^2+ \\
& 2*x(5)*x(6)))/(3*(R-r)^2))*(((4*x(3)-x(5))^2)/(3*(R-r)^2)+(2*x(3)- \\
& 4*x(1)+2*x(5))^2/(9*(R-r)^2)+4*((2*x(3))/3+(x(3)*x(3)^2- \\
& x(5)^2)/(3*(R-r)^2)+(x(3)*x(3)^2-2*x(1)^2+x(5)^2))/(9*(R-r)^2))- \\
& 2*((x(3)^2-2*x(1)^2+x(5)^2)/(9*(R-r)^2)+(x(3)^2-x(5)^2)/(3*(R-r)^2)+ \\
& (2*x(3)*x(3)-x(5)))/(3*(R-r)^2)+(2*x(3)*x(3)-2*x(1)+x(5))/(9*(R-r)^2)+ \\
& 2/3*((2*x(1))/3+(2*x(3))/3+(2*x(5))/3+((x(3)^2-x(5)^2)*x(3)- \\
& x(5)))/(3*(R-r)^2)+((x(3)-2*x(1)+x(5))*x(3)^2-2*x(1)^2+ \\
& x(5)^2))/(9*(R-r)^2))+((8*x(3)-16*x(1)+8*x(5))/(9*(R-r)^2)+(4*(2*x(3)- \\
& 2*x(5)))/(3*(R-r)^2))*((x(3)^2-x(5)^2)^2/(12*(R-r)^2)-L^2+x(1)^2/3+ \\
& x(3)^2/3+x(5)^2/3+(x(3)^2-2*x(1)^2+x(5)^2)^2/(36*(R-r)^2)+(R-r)^2)/ \\
& (4*((2*x(1))/3+(2*x(3))/3+(2*x(5))/3+((x(3)^2-x(5)^2)*x(3)- \\
& x(5)))/(3*(R-r)^2)+((x(3)-2*x(1)+x(5))*x(3)^2-2*x(1)^2+ \\
& x(5)^2))/(9*(R-r)^2))^2-((4*(x(3)-x(5))^2)/(3*(R-r)^2)+(2*x(3)-4*x(1)+ \\
& 2*x(5))^2/(9*(R-r)^2)+4*((x(3)^2-x(5)^2)^2/(12*(R-r)^2)-L^2+ \\
& x(1)^2/3+x(3)^2/3+x(5)^2/3+(x(3)^2-2*x(1)^2+x(5)^2)^2/(36*(R-r)^2)+ \\
& (R-r)^2))^3/2)+(2*x(4)*x(3)-2*x(1)+x(5))/(9*(R-r)^2)+(2*x(3)*x(4)- \\
& 2*x(2)+x(6))/(9*(R-r)^2))/((2*(x(3)-x(5))^2)/(3*(R-r)^2)+ \\
& (2*x(3)-4*x(1)+2*x(5))^2/(18*(R-r)^2)+2)-((2*x(4)-4*x(2)+ \\
& 2*x(6))/(9*(R-r)^2)+(2*x(4)-2*x(6))/(3*(R-r)^2))*((2*x(1))/3+(2*x(3))/3+ \\
& (2*x(5))/3-((2*x(1))/3+(2*x(3))/3+(2*x(5))/3+((x(3)^2-x(5)^2)*x(3)- \\
& x(5)))/(3*(R-r)^2)+((x(3)-2*x(1)+x(5))*x(3)^2-2*x(1)^2+ \\
& x(5)^2))/(9*(R-r)^2))^2-((4*(x(3)-x(5))^2)/(3*(R-r)^2)+(2*x(3)-4*x(1)+ \\
& 2*x(5))^2/(9*(R-r)^2)+4*((x(3)^2-x(5)^2)^2/(12*(R-r)^2)-L^2+ \\
& x(1)^2/3+x(3)^2/3+x(5)^2/3+(x(3)^2-2*x(1)^2+x(5)^2)^2/(36*(R-r)^2)+ \\
& (R-r)^2))^1/2)+((x(3)^2-x(5)^2)*x(4)-x(5)))/(3*(R-r)^2)+((x(3)- \\
& 2*x(1)+x(5))*x(3)^2-2*x(1)^2+x(5)^2))/(9*(R-r)^2))/((2*(x(3)- \\
& x(5))^2/(3*(R-r)^2)+(2*x(3)-4*x(1)+2*x(5))^2/(36*(R-r)^2)+1)^2)- \\
& (((8*x(3)-16*x(1)+8*x(5))/(18*(R-r)^2)+(2*(2*x(3)-2*x(5)))/(3*(R-r)^2))* \\
& ((2*x(2))/3+(2*x(4))/3+(2*x(6))/3+((4*(2*x(4)-2*x(6))*x(3)- \\
& x(5)))/(3*(R-r)^2)+(2*(2*x(3)-4*x(1)+2*x(5))*x(3)^2-4*x(2)+ \\
& 2*x(6)))/(9*(R-r)^2))*((x(3)^2-x(5)^2)^2/(12*(R-r)^2)-L^2+x(1)^2/3+ \\
& x(3)^2/3+x(5)^2/3+(x(3)^2-2*x(1)^2+x(5)^2)^2/(36*(R-r)^2)+(R-r)^2)+ \\
& ((x(3)-x(5))^2/(3*(R-r)^2)+(2*x(3)-4*x(1)+2*x(5))^2/(36*(R-r)^2)+ \\
& 1)*((8*x(1)*x(2))/3+(8*x(3)*x(4))/3+(8*x(5)*x(6))/3+(2*(x(3)^2- \\
& x(5)^2)*x(3)*x(4)-2*x(5)*x(6)))/(3*(R-r)^2)+(2*(2*x(3)*x(4)- \\
& 4*x(1)*x(2)+2*x(5)*x(6))*x(3)^2-2*x(1)^2+x(5)^2))/(9*(R-r)^2))- \\
& ((2*x(1))/3+(2*x(3))/3+(2*x(5))/3+((x(3)^2-x(5)^2)*x(3)-x(5)))/(3*(R-r)^2)+ \\
& ((x(3)-2*x(1)+x(5))*x(3)^2-2*x(1)^2+x(5)^2))/(9*(R-r)^2))*((4*x(2))/3+(4*x(4))/3+ \\
& (4*x(6))/3+(2*(x(3)^2-x(5)^2)*x(4)-x(6)))/(3*(R-r)^2)+(2*(x(3)-2*x(1)+x(5))*x(3)^2- \\
& 4*x(1)*x(2)+2*x(5)*x(6)))/(9*(R-r)^2)+(2*(x(4)-2*x(2)+x(6))*x(3)^2-2*x(1)^2+ \\
& x(5)^2))/(9*(R-r)^2)+(2*(x(3)-x(5))*x(3)^2-2*x(1)^2+2*x(5)*x(6)))/(3*(R-r)^2))/ \\
& (2*((2*x(1))/3+(2*x(3))/3+(2*x(5))/3+((x(3)^2-x(5)^2)*x(3)-x(5)))/(3*(R-r)^2)+ \\
& ((x(3)-2*x(1)+x(5))*x(3)^2-2*x(1)^2+x(5)^2))/(9*(R-r)^2))*((4*x(2))/3+(4*x(4))/3+ \\
& (4*x(6))/3+(2*(x(3)^2-x(5)^2)*x(4)-x(6)))/(3*(R-r)^2)+(2*(x(3)-2*x(1)+x(5))*x(3)^2- \\
& 4*x(1)*x(2)+2*x(5)*x(6)))/(9*(R-r)^2)+(2*(x(4)-2*x(2)+x(6))*x(3)^2-2*x(1)^2+ \\
& x(5)^2))/(9*(R-r)^2)+(2*(x(3)-x(5))*x(3)^2-2*x(1)^2+2*x(5)*x(6)))/(3*(R-r)^2))/ \\
& (2*((2*x(1))/3+(2*x(3))/3+(2*x(5))/3+((x(3)^2-x(5)^2)*x(3)-x(5)))/(3*(R-r)^2)+ \\
& ((x(3)-2*x(1)+x(5))*x(3)^2-2*x(1)^2+x(5)^2))/(9*(R-r)^2))*((4*x(2))/3+(4*x(4))/3+ \\
& (4*x(6))/3+(2*(x(3)^2-x(5)^2)*x(4)-x(6)))/(3*(R-r)^2)+(2*(x(3)-2*x(1)+x(5))*x(3)^2- \\
& 4*x(1)*x(2)+2*x(5)*x(6)))/(18*(R-r)^2))*(((4*(x(3)-x(5))^2)/(3*(R-r)^2)+(2*x(3)-4*x(1)+ \\
& 2*x(5))^2/(9*(R-r)^2)+4*((2*x(3))/3+(x(3)*x(3)^2-x(5)^2))/(3*(R-r)^2)+(x(3)*x(3)^2- \\
& 2*x(1)^2+x(5)^2)/(9*(R-r)^2)+(x(3)^2-x(5)^2)/(3*(R-r)^2)+(x(3)^2-x(5)^2)/(9*(R-r)^2)+ \\
& (2*x(3)*x(3)-x(5)))/(3*(R-r)^2)+(2*x(3)*x(3)-2*x(1)+x(5))/(9*(R-r)^2)+2/3*((2*x(1))/3+ \\
& (2*x(3))/3+(2*x(5))/3+((x(3)^2-x(5)^2)*x(3)-x(5)))/(3*(R-r)^2)+((x(3)-2*x(1)+x(5))*x(3)^2-2*x(1)^2+
\end{aligned}$$



$$\begin{aligned} & x(5)^2)/(9*(R-r)^2)) + ((8*x(3) - 16*x(1) + 8*x(5))/(9*(R-r)^2) + (4*(2*x(3) - 2*x(5)))/(3*(R-r)^2)) * ((x(3)^2 - x(5)^2)^2/(12*(R-r)^2) - L^2 + x(1)^2/3 + x(3)^2/3 + x(5)^2/3 + (x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)^2/(36*(R-r)^2) + (R-r)^2)) / (2*((2*x(1))/3 + (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 + ((x(3)^2 - x(5)^2)*(x(3) - x(5)))/(3*(R-r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R-r)^2))^2 - ((4*(x(3) - x(5))^2)/(3*(R-r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))^2/(9*(R-r)^2) + 4)*((x(3)^2 - x(5)^2)^2/(12*(R-r)^2) - L^2 + x(1)^2/3 + x(3)^2/3 + x(5)^2/3 + (x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)^2/(36*(R-r)^2) + (R-r)^2))^(1/2)) + (x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)/(9*(R-r)^2) + (x(3)^2 - x(5)^2)/(3*(R-r)^2) + (2*x(3)*(x(3) - x(5)))/(3*(R-r)^2) + (2*x(3)*(x(3) - 2*x(1) + x(5)))/(9*(R-r)^2) + 2/3)/(2*((x(3) - x(5))^2/(3*(R-r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))^2/(36*(R-r)^2) + 1)^2) + (((2*x(4) - 2*x(6))*(x(3) - x(5)))/(3*(R-r)^2) + ((2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))*(2*x(4) - 4*x(2) + 2*x(6)))/(18*(R-r)^2)) * ((8*x(3) - 16*x(1) + 8*x(5))/(36*(R-r)^2) + (2*x(3) - 2*x(5))/(3*(R-r)^2)) * ((2*x(1))/3 + (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 - ((2*x(1))/3 + (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 + ((x(3)^2 - x(5)^2)*(x(3) - x(5)))/(3*(R-r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R-r)^2))^2 - ((4*(x(3) - x(5))^2)/(3*(R-r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))^2/(9*(R-r)^2) + 4)*((x(3)^2 - x(5)^2)^2/(12*(R-r)^2) - L^2 + x(1)^2/3 + x(3)^2/3 + x(5)^2/3 + (x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)^2/(36*(R-r)^2) + (R-r)^2))^(1/2) + ((x(3)^2 - x(5)^2)*(x(3) - x(5)))/(3*(R-r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R-r)^2)) / ((x(3) - x(5))^2/(3*(R-r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))^2/(36*(R-r)^2) + 1)^3; \\ \mathbf{dxpndq2} = & (-2*x(4) - 4*x(2) - 2*x(6) - 2*x(4)) * \mathbf{dzpndq2} + 2*\mathbf{zpn} - 4*(4*x(1) - 2*x(3) - 2*x(5)) * \mathbf{dzpndq2} / (6*(R-r)) \\ \mathbf{dypndq2} = & (2*x(4) + 2*(x(6) - x(4)) * \mathbf{dzpndq2} - 2*\mathbf{zpn} + 2*(x(5) - x(3)) * \mathbf{dzpndq2}) / (2*\sqrt{3}*(R-r)); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{dzpndq3} = & (((x(3) - x(5))^2/(3*(R-r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))^2/(36*(R-r)^2) + 1) * ((8*x(6))/3 - (4*x(6)*(x(3)^2 - x(5)^2))/ (3*(R-r)^2) - (4*x(5)*(2*x(3)*x(4) - 2*x(5)*x(6)))/(3*(R-r)^2) + (4*x(5)*(2*x(3)*x(4) - 4*x(1)*x(2) + 2*x(5)*x(6)))/(9*(R-r)^2) + (4*x(6)*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R-r)^2)) + ((2*x(1))/3 + (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 + ((x(3)^2 - x(5)^2)*(x(3) - x(5)))/(3*(R-r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R-r)^2)) * ((2*(2*x(3)*x(4) - 2*x(5)*x(6)))/(3*(R-r)^2) - (2*(2*x(3)*x(4) - 4*x(1)*x(2) + 2*x(5)*x(6)))/(9*(R-r)^2) + (4*x(6)*(x(3) - x(5)))/(3*(R-r)^2) - (4*x(6)*(x(3) - 2*x(1) + x(5)))/(9*(R-r)^2) - (4*x(5)*(x(4) - x(6)))/(3*(R-r)^2) - (2*x(2) + x(6))/(9*(R-r)^2) + ((8*x(3) - 16*x(1) + 8*x(5))/(36*(R-r)^2) - (2*x(3) - 2*x(5))/(3*(R-r)^2)) * ((8*x(1)*x(2))/3 + (8*x(3)*x(4))/3 + (8*x(5)*x(6))/3 + (2*(x(3)^2 - x(5)^2)*(2*x(3)*x(4) - 2*x(5)*x(6)))/(3*(R-r)^2) + (2*(2*x(3)*x(4) - 4*x(1)*x(2) + 2*x(5)*x(6))*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R-r)^2)) + ((4*(2*x(4) - 2*x(6))*(x(3) - x(5)))/(3*(R-r)^2) + (2*(2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))*(2*x(4) - 4*x(2) + 2*x(6)))/(9*(R-r)^2)) * ((2*x(5))/3 - (x(5)*(x(3)^2 - x(5)^2))/(3*(R-r)^2) + (x(5)*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R-r)^2) - ((x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)/(9*(R-r)^2) - (x(3)^2 - x(5)^2)/(3*(R-r)^2) - (2*x(5)*(x(3) - x(5)))/(3*(R-r)^2) + (2*x(5)*(x(3) - 2*x(1) + x(5)))/(9*(R-r)^2) + 2/3) * ((4*x(2))/3 + (4*x(4))/3 + (4*x(6))/3 + (2*(x(3)^2 - x(5)^2)*(x(4) - x(6)))/(3*(R-r)^2) + (2*(x(3) - 2*x(1) + x(5))*(2*x(3)*x(4) - 4*x(1)*x(2) + 2*x(5)*x(6)))/(9*(R-r)^2) + (2*(x(4) - 2*x(2) + x(6))*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R-r)^2) + (2*(x(3) - x(5))*(2*x(3)*x(4) - 2*x(5)*x(6)))/(3*(R-r)^2) + ((4*(2*x(4) - 4*x(2) + 2*x(6)))/(9*(R-r)^2) - (4*(2*x(4) - 2*x(6)))/(3*(R-r)^2)) * ((x(3)^2 - x(5)^2)^2/(12*(R-r)^2) - L^2 + x(1)^2/3 + x(3)^2/3 + x(5)^2/3 + (x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)^2/(36*(R-r)^2) + (R-r)^2)) / (2*((2*x(1))/3 + (2*x(3))/3 + (2*x(5))/3 + ((x(3)^2 - x(5)^2)*(x(3) - x(5)))/(3*(R-r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R-r)^2))^2 - ((4*(x(3) - x(5))^2)/(3*(R-r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))^2/(9*(R-r)^2) + 4)*((x(3)^2 - x(5)^2)^2/(12*(R-r)^2) - L^2 + x(1)^2/3 + x(3)^2/3 + x(5)^2/3 + (x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)^2/(36*(R-r)^2) + (R-r)^2))^(1/2)) - (2*x(3)*x(4) - 2*x(5)*x(6))/(3*(R-r)^2) + (2*x(3)*x(4) - 4*x(1)*x(2) + 2*x(5)*x(6))/(9*(R-r)^2) - (2*x(6)*(x(3) - x(5)))/(3*(R-r)^2) - (2*x(5)*(x(4) - x(6)))/(3*(R-r)^2) + (((4*(2*x(4) - 2*x(6))*(x(3) - x(5)))/(3*(R-r)^2) + (2*(2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))*(2*x(4) - 4*x(2) + 2*x(6)))/(9*(R-r)^2)) * ((x(3)^2 - x(5)^2)^2/(12*(R-r)^2) - L^2 + x(1)^2/3 + x(3)^2/3 + x(5)^2/3 + (x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)^2/(36*(R-r)^2) + (R-r)^2) + ((x(3) - x(5))^2/(3*(R-r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))^2/(36*(R-r)^2) + 1) * ((8*x(1)*x(2))/3 + (8*x(3)*x(4))/3 + (8*x(5)*x(6))/3 + (2*(x(3)^2 - x(5)^2)*(x(3) - x(5)))/(3*(R-r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R-r)^2))^2 - ((4*(x(3) - x(5))^2)/(3*(R-r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))^2/(9*(R-r)^2) + 4)*((x(3)^2 - x(5)^2)^2/(12*(R-r)^2) - L^2 + x(1)^2/3 + x(3)^2/3 + x(5)^2/3 + (x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)^2/(36*(R-r)^2) + (R-r)^2))^(1/2) + ((x(3)^2 - x(5)^2)*(x(3) - x(5)))/(3*(R-r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R-r)^2)) / ((x(3) - x(5))^2/(3*(R-r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))^2/(36*(R-r)^2) + 1)^3; \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} & (4*(2*x(3) - 2*x(5)))/(3*(R - r)^2))*((x(3)^2 - x(5)^2)^2/(12*(R - r)^2) - L^2 \\ & + x(1)^2/3 + x(3)^2/3 + x(5)^2/3 + (x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)^2/(36*(R - r)^2) + \\ & (R - r)^2)/(2*((2*x(1))^3 + (2*x(3))^3 + (2*x(5))^3 + ((x(3)^2 - x(5)^2)*(x(3) - \\ & x(5)))/(3*(R - r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + \\ & x(5)^2))/(9*(R - r)^2))^2 - ((4*(x(3) - x(5))*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + \\ & 2*x(5))^2/(9*(R - r)^2) + 4*((x(3)^2 - x(5)^2)^2/(12*(R - r)^2) - L^2 \\ & + x(1)^2/3 + x(3)^2/3 + x(5)^2/3 + (x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)^2/(36*(R - r)^2) + \\ & (R - r)^2))^(1/2)) + (x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2)/(9*(R - r)^2) - (x(3)^2 - \\ & x(5)^2)/(3*(R - r)^2) - (2*x(5)*(x(3) - x(5)))/(3*(R - r)^2) + (2*x(5)*(x(3) - \\ & 2*x(1) + x(5)))/(9*(R - r)^2) + 2/3)/(2*((x(3) - x(5))^2/(3*(R - r)^2) + (2*x(3) - \\ & 4*x(1) + 2*x(5))^2/(36*(R - r)^2) + 1)^2) + (((2*x(4) - 2*x(6))*(x(3) - \\ & x(5)))/(3*(R - r)^2) + ((2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))*(2*x(4) - 4*x(2) + \\ & 2*x(6)))/(18*(R - r)^2))*((8*x(3) - 16*x(1) + 8*x(5))/(36*(R - r)^2) - (2*x(3) - \\ & 2*x(5))/(3*(R - r)^2))*((2*x(1))^3 + (2*x(3))^3 + (2*x(5))^3 - ((2*x(1))^3 + \\ & (2*x(3))^3 + (2*x(5))^3 + ((x(3)^2 - x(5)^2)*(x(3) - x(5)))/(3*(R - r)^2) + ((x(3) - \\ & 2*x(1) + x(5))*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 + x(5)^2))/(9*(R - r)^2))^2 - ((4*(x(3) - \\ & x(5))^2)/(3*(R - r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))^2/(9*(R - r)^2) + 4*((x(3)^2 - \\ & x(5)^2)^2/(12*(R - r)^2) - L^2 + x(1)^2/3 + x(3)^2/3 + x(5)^2/3 + (x(3)^2 - \\ & 2*x(1)^2 + x(5)^2)^2/(36*(R - r)^2) + (R - r)^2))^(1/2) + ((x(3)^2 - \\ & x(5)^2)*(x(3) - x(5)))/(3*(R - r)^2) + ((x(3) - 2*x(1) + x(5))*(x(3)^2 - 2*x(1)^2 \\ & + x(5)^2))/(9*(R - r)^2))/((x(3) - x(5))^2/(3*(R - r)^2) + (2*x(3) - 4*x(1) + \\ & 2*x(5))^2/(36*(R - r)^2) + 1)^3; \\ \mathbf{dxpndq3} & = (-2*x(6) - (4*x(2) - 2*x(4) - 2*x(6))*dzpdq3 + 2*zpn - (4*x(1) - 2*x(3) - \\ & 2*x(5))*dzpndq3)/(6*(R - r)); \\ \mathbf{dypndq3} & = (-2*x(6) + 2*(x(6) - x(4))*dzpdq3 + 2*zpn + 2*(x(5) - x(3))*dzpndq3)/(2*\sqrt{3}*(R - \\ & r)); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A} & = (-2*(2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5)))/(9*(R - r)^2); \\ \mathbf{B} & = ((2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))/(9*(R - r)^2) + (2*x(3) - 2*x(5))/(3*(R - r)^2)); \\ \mathbf{C} & = ((2*x(3) - 4*x(1) + 2*x(5))/(9*(R - r)^2) - (2*x(3) - 2*x(5))/(3*(R - r)^2)); \\ \mathbf{D} & = (2*(x(4) - x(6))^2)/(3*(R - r)^2) + (2*x(4) - 4*x(2) + 2*x(6))^2/(18*(R - r)^2); \\ \mathbf{E} & = ((2*(-2*x(1)^2 + x(3)^2 + x(5)^2))/(9*(R - r)^2) + (4*x(1)*(x(3) - 2*x(1) + x(5)))/(9*(R - \\ & r)^2) - 2/3); \\ \mathbf{F} & = (-(-2*x(1)^2 + x(3)^2 + x(5)^2)/(9*(R - r)^2) - (x(3)^2 - x(5)^2)/(3*(R - r)^2) - 2* \\ & x(3)*(x(3) - x(5)))/(3*(R - r)^2) - (2*x(3)*(x(3) - 2*x(1) + x(5)))/(9*(R - r)^2) - 2/3); \\ \mathbf{G} & = ((x(3)^2 - x(5)^2)/(3*(R - r)^2) - (-2*x(1)^2 + x(3)^2 + x(5)^2)/(9*(R - r)^2) + (2* \\ & x(5)*(x(3) - x(5)))/(3*(R - r)^2) - (2*x(5)*(x(3) - 2*x(1) + x(5)))/(9*(R - r)^2) - 2/3); \\ \mathbf{H} & = ((2*x(4) - 2*x(6))*(2*x(3)*x(4) - 2*x(5)*x(6)))/(3*(R - r)^2) - ((2*x(3)*x(4) - \\ & 4*x(1)*x(2) + 2*x(5)*x(6))*(2*x(4) - 4*x(2) + 2*x(6)))/(9*(R - r)^2) - ((x(3) - 2*x(1) \\ & + x(5))*(-4*x(2)^2 + 2*x(4)^2 + 2*x(6)^2))/(9*(R - r)^2) - ((x(3) - x(5))*(2*x(4)^2 - \\ & 2*x(6)^2))/(3*(R - r)^2); \\ \mathbf{I} & = ((2*x(1))^3 - (2*x(1)*(-2*x(1)^2 + x(3)^2 + x(5)^2))/(9*(R - r)^2)); \\ \mathbf{J} & = ((2*x(3))^3 + (x(3)*(x(3)^2 - x(5)^2))/(3*(R - r)^2) + (x(3)*(- \\ & 2*x(1)^2 + x(3)^2 + x(5)^2))/(9*(R - r)^2)); \\ \mathbf{K} & = ((2*x(5))^3 - (x(5)*(x(3)^2 - x(5)^2))/(3*(R - r)^2) + (x(5)*(- \\ & 2*x(1)^2 + x(3)^2 + x(5)^2))/(9*(R - r)^2)); \\ \mathbf{M} & = (2*x(3)*x(4) - 2*x(5)*x(6))^2/(6*(R - r)^2) + (2*x(3)*x(4) - \\ & 4*x(1)*x(2) + 2*x(5)*x(6))^2/(18*(R - r)^2) + (2*x(2)^2)/3 + (2*x(4)^2)/3 + (2*x(6)^2)/3 + \\ & ((x(3)^2 - x(5)^2)*(2*x(4)^2 - 2*x(6)^2))/(6*(R - r)^2) + (((-2*x(1)^2 + x(3)^2 + \\ & x(5)^2)*(-4*x(2)^2 + 2*x(4)^2 + 2*x(6)^2))/(18*(R - r)^2); \\ \mathbf{N} & = ((b + (b^2 - 4*a*c)^(1/2))/(2*a)^2) + c/(a*(b^2 - 4*a*c)^(1/2)); \\ \mathbf{O} & = (-b/(b^2 - 4*a*c)^(1/2) + 1)/(2*a); \\ \mathbf{P} & = (1/(b^2 - 4*a*c)^(1/2)); \\ \mathbf{S} & = (4*a*cn + 4*an*c - 2*b*bn)^2/(4*(b^2 - 4*a*c)^(3/2) + -2*bn^2 + 8*an*cn/(2*(b^2 - \\ & 4*a*c)^(1/2)/(2*a) + (an*(bn - (4*a*cn + 4*an*c - 2*b*bn)/(2*(b^2 - 4*a*c)^(1/2))))/a^2 - \\ & (an^2*(b + (b^2 - 4*a*c)^(1/2)))/a^3); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{T1} & = (4*x(1) - 4*zp)/(6*(R - r)); \\ \mathbf{T2} & = (-2*x(3) + 2*zp)/(6*(R - r)); \\ \mathbf{T3} & = (-2*x(5) + 2*zp)/(6*(R - r)); \\ \mathbf{T4} & = -(4*x(1) - 2*x(3) - 2*x(5))/(6*(R - r)); \\ \mathbf{T5} & = (4*x(2)^2 - 2*x(4)^2 - 2*x(6)^2 - 2*(4*x(2) - 2*x(4) - 2*x(6))*zpn)/(6*(R - r)); \\ \mathbf{U1} & = (2*x(3) - 2*zp)/(2*\sqrt{3}*(R - r)); \\ \mathbf{U2} & = (-2*x(5) + 2*zp)/(2*\sqrt{3}*(R - r)); \\ \mathbf{U3} & = 2*(x(5) - x(3))/(2*\sqrt{3}*(R - r)); \\ \mathbf{U4} & = (2*x(4)^2 - 2*x(6)^2 + 4*(x(6) - x(4))*zpn)/(2*\sqrt{3}*(R - r)); \end{aligned}$$



## ÖZGEÇMİŞ

1983 yılında Konya’da doğdu. Ortaöğrenimini İstanbul’ da tamamladı. İstanbul Teknik Üniversitesi, Makine Mühendisliği bölümünden 2005 yılında onur derecesiyle mezun oldu. Lisans derecesini aldıktan sonra 2006 yılında askerlik görevini tamamladı. 2006 yılının Ekim ayında, Teklas Kauçuk A. Ş. firmasında Üretim Mühendisi olarak göreve başladı. 2006 yılının Aralık ayında, İller Bankası Van Bölge Müdürlüğünde Makine Mühendisi olarak göreve başladı. 2009 yılı Ekim ayında, tayin sebebi ile İller Bankası Elazığ Bölge Müdürlüğünde Makine Mühendisi olarak görevine devam etti. 2010 yılının Kasım ayında Fırat Üniversitesinde başladığı Araştırma Görevlisi görevine devam etmektedir. 2012 Ocak ayında Yüksek lisans eğitimini tamamlayarak Doktora başlamıştır. Evli ve iki çocuk babasıdır.

**Muhammet AYDIN**

### TEZDEN ÇIKAN YAYINLAR

Aydın, M., Alli, H., “The Obtaining of Dynamic Equations for Three Degree of Freedom Parallel Robot”, International Journal of Advancements in Mechanical and Aeronautical Engineering, Volume 3 : Issue 3 [ISSN 2372-4153], Publication Date : 30 December, 2016.

Aydın, M., Yakut, O., “Control of Triglode Robot with Artificial Neural Networks”, 5th International Conference on Advanced Technology & Sciences (ICAT'17), İstanbul, Mayıs 2017.

Aydın, M., Yakut, O., Triglode Robotun Dinamik Denklemleri Kullanılarak Kayan Kipli Denetleyici ile Denetimi, Adıyaman Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi, 2017, Sayı 7, 84-98 ss.

Aydın, M., Yakut, O., Fuzzy Logic Based Position Control of Triglode Robot, The 5th International Fuzzy Systems Symposium, Ankara, Ekim 2017.

Aydın, M., Yakut, O., Real-time PID Control of Triglode Robot, 8th International Advanced Technologies Symposium, Elazığ, Ekim 2017.

Aydın, M., Yakut, O., Design and Manufacturing of Triglode Robot, 8th International Advanced Technologies Symposium, Ankara, Ekim 2017.

Aydın, M., Yakut, O., Real-time control of triglode robot using sliding mode control method, Industrial Robot: An International Journal 45/1 (2018) 89–97.