

T. C.
FIRAT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**KONTROL SİSTEMLERİNİN BİLGİSAYAR YARDIMIYLA
FREKANS DOMENİ ANALİZİ**

Hanifi GÜLDEMİR

T. C.
Yükseköğretim Kurulu
Dokümantasyon Merkezi

YÜKSEK LİSANS TEZİ
ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ
ANABİLİM DALI

1991
ELAZIĞ

T. C.
FIRAT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**KONTROL SİSTEMLERİNİN BİLGİSAYAR YARDIMIYLA
FREKANS DOMENİ ANALİZİ**

Hanîfî GÜLDEMİR

YÜKSEK LİSANS TEZİ
ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ
ANABİLİM DALI

Bu Tez, Tarihinde, Aşağıda Belirtilen Jüri Tarafından
Oybirliği / Oyçokluğu ile Başarılı / Başarısız Olarak Değerlendirilmiştir.

(İmza)

Danışman

Yrd.Doç. Dr. Mustafa POYRAZ

(İmza)

(İmza)

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

**KONTROL SİSTEMLERİNİN BİLGİSAYAR YARDIMIYLA
FREKANS DOMENİ ANALİZİ**

Hanifi GÜLDEMİR

Fırat Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

1991, Sayfa: 70

Bu çalışmada kontrol sistemlerinin dizaynında önemli bir yeri olan frekans domeni tasarımı tekniklerinden köklerin yer eğrisi(Root Locus), ve Bode diyagramını elde eden bilgisayar programları ayrı ayrı geliştirilmiştir.

Köklerin yer eğrisi ve Bode diyagramının genel teorisi anlatıldıktan sonra, 10. dereceden polinom katsayıları yada polinom faktörleri (çarpanları) şeklinde verilen transfer fonksiyonunun köklerinin yer eğrisi K 'nın $-\infty < K < +\infty$ aralığında değişmesi durumunda root locus diyagramını veren, K 'nın sabit bir değeri için de Bode diyagramını veren bilgisayar programları Fortran diliyle geliştirilmiştir.

Program, kontrolör tasarımında gerekli olacak faz marjini, genlik marjini ve sistemin kararlı olup olmadığını da belirtmektedir.



SUMMARY

M.S. Thesis

COMPUTER AIDED FREQUENCY DOMAIN ANALYSIS OF CONTROL SYSTEMS

Hanifi GÜLDEMİR

University of Fırat
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Electrical and Electronics Engineering

1991, Page: 70

In this study, Root locus methods and Bode diagrams which play an important role in designing automatic control systems were considered and computer programs that perform these two topic were developed.

After brief description of Root locus and Bode diagrams a computer program was developed for Root Locus as K varies in the range between $-\infty$ and $+\infty$. On the other hand Bode diagram was obtained for a constant value of K by another computer program. For both computer programs, the transfer function polinomial whose degree ≤ 10 may be supplied by either in factors or coefficients.

The program gives the necessary values of phase and gain margin and information about the stability of the system for the designing of controllers.

TEŞEKKÜR

Bu tez çalışması ile ilgili temel bilgileri veren, yönlendiren, çalışma süresince ilgi ve yardımlarını esirgemeyen tez yöneticim, Sayın Yrd.Doç.Dr.Mustafa Poyraz'a yapmış olduğu her türlü yardım ve katkılarından dolayı çok teşekkür ederim.

Tezin önemli bir kısmını oluşturan bilgisayar çalışmalarım esnasında çok yardımlarını gördüğüm, ayrıca çalışmalarımın yönlenmesi ve gidişi hususunda fikirlerinden istifade ettiğim hocalarım ve görev arkadaşlarıma maddi ve manevi her türlü yardımlarından dolayı teşekkürü bir borç bilirim.

Ayrıca bu tezin meydana gelmesinde tüm emeği geçenlere şükranlarımı arzederim.

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
1. GİRİŞ	1
2. KÖKLERİN YER EĞRİSİ ANALİZİ	5
2.1. Giriş	5
2.2. Köklerin Yer Eğrisi (Root Locus) Metodu	8
2.3. Köklerin Yer Eğrisinin Elde Edilmesi	9
2.4. Köklerin Yer Eğrisi Çiziminde Kullanılan Kurallar	13
2.5. Köklerin Yer Eğrisinin Klasik Yöntemle Elde Edilişi ile İlgili Örnekler	19
3. FREKANS CEVABI ANALİZİ	26
3.1. Giriş	26
3.2. Bode Diyagramları	27
3.2.1. Sabit Terim K	29
3.2.2. Orijindeki Sıfır ve Kutuplar	30
3.2.3. Basit Sıfır	33
3.2.4. Basit Kutup	36
3.2.5. İkinci Dereceden Terim	37
3.3. Genel Formdaki Açık Çevrim Transfer Fonksiyonunun Bode Diyagramının Çizilmesi	38
3.4. Bode Diyagramına Ait Örnekler	39

4. PROGRAMLARIN GENEL MANTIĞI	44
4.1. Root Locus Programı	44
4.2. Bode Programı	47
4.3. Kullanılan Alt Programlar	51
4.3.1 PROOT Alt Programı	51
4.3.2 SEMBL Alt Programı	51
4.3.3 PVAL Alt Programı	52
4.3.4 SPLIT Alt Programı	52
 5. PROGRAMLARIN ÇALIŞTIRILMASI.....	54
5.1. Root Locus Programının Çalıştırılması.....	54
5.2. Bode Programının Çalıştırılması.....	61
 6. SONUÇ	68
 YARARLANILAN KAYNAKLAR	70

SİMGELER

C	: Cevap fonksiyonu.
F	: Transfer fonksiyonu.
GH	: Açık çevrim transfer fonksiyonu.
K	: Kazanç faktörü.
m	: Transfer fonksiyonunun payının derecesi.
n	: Transfer fonksiyonunun paydasının derecesi.
P	: Transfer fonksiyonunun payı.
p	: S düzlemindeki kutuplar.
Q	: Transfer fonksiyonunun paydası.
R	: Referans fonksiyonu.
S	: Frekans domenі.
U	: Transfer fonksiyonunun reel kısmı.
V	: Transfer fonksiyonunun imajiner kısmı.
z	: S düzlemindeki sıfırlar.
ζ	: Sönüm oranı.
θ_a	: Asimtotların reel eksenle yaptığı açı.
σ_a	: Asimtotların kesiştiği nokta.
ω_n	: Sistemin doğal frekansı.
ω_c	: Köşe frekansı.
ω	: Açısal hız (rad/sn).

BÖLÜM 1

GİRİŞ

Alışıl gelmiş kontrol sistem analizinde, diferansiyel denklem sistemlerinin yeniden düzenlenip çözümü yapılmaksızın, sistem performansının ayarlanmasında iki temel yöntem kullanılmaktadır. Bunlardan biri köklerin yer eğrisi metodu (Root Locus) olup, bu metod bölüm 2' de incelenmiştir. Diğer ise frekans cevabı metodu olan Bode Diyagramlarıdır. Bu metod ise bölüm 3 'de incelenmiştir.

Kontrol sistemleri üzerinde geniş kapsamlı çalışılmalar yapıldığında her iki metodun da bilinmesi gerekmektedir. Root Locus metodunun temel avantajı, gerçek zaman cevabının ters Laplace dönüşümü ile kolayca elde edilmesidir(D' Azzo 1988). Çünkü köklerin yeri doğru olarak bilinmektedir. Bununla birlikte bazan davranış şekillerinin frekans cevabının da bilinmesine ihtiyaç duyulmaktadır.

Kapalı çevrimli bir sistemin geçici rejim cevabının temel karakteristiği, kapalı çevrim kutuplarının yeriyle yakından ilgilidir.Eğer sistem değişken bir çevrim kazancına sahip ise, kapalı çevrim kutuplarının yeri, seçilen çevrim kazancına bağlıdır. Bu durumda diyebiliriz ki, çevrim kazancının değişmesiyle, kapalı çevrim kutuplarının S-düzleminde nasıl değiştiğini bilmek tasarımcı açısından önemli bir noktadır.

Bazı sistemlerde kazancın basit bir ayarlanması, kapalı çevrim kutuplarının istenen yere kaymasına sebep olabilmektedir.Böylece problem , uygun bir kazanç değerinin seçilmesine dönüşür.

Kapalı çevrim kutupları karakteristik denklemin kökleridir. Üçüncü dereceden büyük sistemlerin karakteristik denklemlerinin köklerinin

bulunması güç ve zaman alıcı olduğundan bilgisayar çözümlerine ihtiyaç duyulmaktadır. Açık çevrim transfer fonksiyonunun kazancı değiştiği için karakteristik denklem de değişecek ve hesaplamaların tekrarlanması gerekecektir. İşte bu durumda bilgisayar çözümleri elde etmenin gereği ortaya çıkmaktadır (Ogata,1990).

Karakteristik denklemin köklerinin bulunması için bir metod W.R.Evans tarafından geliştirilmiştir. Bu metod ROOT LOCUS metodu olarak bilinmektedir. Bu metotta karakteristik denklemin kökleri sistem parametresinin tüm değerleri için çizilmektedir.

Root locus tekniği sadece kontrol sistemlerini kapsayan çalışmalarla sınırlı değildir. İncelenecek olan denklemin , lineer bir sistemin karakteristik denklemi olması gerekmez. Bu teknik yüksek dereceden cebirsel denklemlerin köklerinin bulunmasında da kullanılmaktadır. Bir başka ifadeyle root locus tekniği, karakteristik denklemin köklerini bulmaya yarayan grafiksel bir metod olduğundan, fiziksel sistemlerle uğraşırken polinomal denklemlerin köklerini bulmada da kullanışlı bir grafiksel yöntemdir (Kuo,1982).

Bu çalışmada Root locus tekniği ve Bode diyagramları incelendikten sonra, Fortran bilgisayar programları elde edilecektir.

BÖLÜM 2

ROOT LOCUS (KÖKLERİN YER EĞRİSİ) ANALİZİ

2.1. Giriş

Kontrol sistemlerinin tasarımında, sistemin bir yada birden fazla parametresinin verilen sınırlar dahilinde değişmesi halinde, sistemin performansının incelenmesi gerekli olmaktadır. Lineer dinamik sistemin davranışında karakteristik denklem önemli bir rol oynar. Lineer sistem teorisinde belirli bir parametrenin değişmesi halinde, karakteristik denklemin köklerinin nasıl bir yol izlediğinin incelenmesi önemli bir problemi oluşturmaktadır (Sarioğlu,1988).

Genelde tek değişken parametrelili root locus problemi aşağıdaki formda tanımlanabilir.

$$F(s)=S^n+q_1S^{n-1}+\dots+q_{n-1}S+q_n+K(S^m+p_1S^{m-1}+\dots+p_{m-1}S+p_m)=0 \quad (2.1)$$

Burada $K - \infty$ ile $+\infty$ arasında değişen parametredir. $p_1 \dots p_n$, $q_1 \dots q_m$ katsayıları sabit olarak düşünülür. Bu katsayılar reel yada kompleks olabilir. Bu çalışmada sadece reel katsayılar kullanılacaktır.

Denklem (2.1) deki K 'nın $-\infty$ ile $+\infty$ arasında değişmesiyle köklerin ne şekilde değiştiğinin bulunmasına root locus denilmesine rağmen kontrol sistem literatüründe aşağıdaki kategoriler tanımlanmıştır.

i)Root locus: K 'nın pozitif değerlerine karşılık olan root locusdur.

ii) Tamamlayıcı root locus: K'nın negatif değerlerine karşılık olan root locus dur.

Tam root locus, root locus ile tamamlayıcı root locus'un birleştirilmesiyle oluşur (Kuo,1982).

Buradaki temel konunun kontrol sistemleri olması nedeniyle, denklem (2.1) in, lineer bir kontrol sisteminin karakteristik denklemi olduğu kabul edilsin. Bu sistemin kapalı çevrim transfer fonksiyonu aşağıdaki gibidir.

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)} \quad (2.2)$$

Karakteristik denklem ise denklem (2.3) ile verilmiştir.

$$1+ G(s)H(s) = 0 \quad (2.3)$$

dır.

Karakteristik denklemin kökleri $1+G(s)H(s)=0$ ' ı sağlamak zorundadır.Eğer denklem (2.1)'in her iki tarafını K'yı içermeyen terime bölünürse

$$1 + \frac{K(S^m + p_1 S^{m-1} + \dots + p_{m-1} S + p_m)}{S^n + q_1 S^{n-1} + \dots + q_{n-1} S + q_n} = 0 \quad (2.4)$$

elde edilir.

Denklem (2.3) ile (2.4) karşılaştırılırsa, aşağıdaki bağıntının olduğu görülür.

$$G(s)H(s) = \frac{K(S^m + p_1 S^{m-1} + \dots + p_{m-1} S + p_m)}{S^n + q_1 S^{n-1} + \dots + q_{n-1} S + q_n} = 0 \quad (2.5)$$

Burada $G(s)H(s)$, kontrol sisteminin çevrim transfer fonksiyonu olarak bilinmektedir. Daha önce de belirtildiği gibi, root locus tekniği sadece kontrol sistemleriyle sınırlı olmadığından dolayı, denklem (2.5)'e eşdeğer kontrol sistemin açık çevrim transfer fonksiyonu denilebilir.

$$G(s)H(s) = K \frac{P(s)}{Q(s)} \quad (2.6)$$

$$F(s) = Q(s) + KP(s) = 0 \quad (2.7)$$

$$1 + K \frac{P(s)}{Q(s)} = 0$$

$$K \frac{P(s)}{Q(s)} = -1 \quad (2.8)$$

(2.8) denklemi kullanılarak root locusun elde edilmesi, $Q(s) + KP(s)$ 'in köklerinin bulunmasıyla sağlanacaktır (Peikari, 1974).

Bu çalışmada (2.8) denklemi kullanılacak ve $Q(s) + KP(s)$ polinomu elde edilip, bu polinomun kökleri bulunacak, bu kökler S domeninde çizdirilecektir. Bütün bunlar hazırlanacak olan fortran bilgisayar programı tarafından yaptırılacaktır.

2.2. Root Locus (Köklerin Yer Eğrisi) Metodu

Root locus metodunun dayandığı temel nokta çevrim etrafında transfer fonksiyonunu -1 yapan S değerinin sistemin karakteristik denklemini sağlamasıdır (Ogata,1990). Bu metod, kazancı parametre olarak, açık çevrim sıfır ve kutuplarını kullanarak, kapalı çevrim kutuplarının bulunmasını sağlar.

Kontrol sistemlerinin incelenmesinde ve tasarımında kapalı çevrim sisteminin kutuplarının bilinmesi büyük önem taşır. Kapalı çevrimin karakteristik denkleminin kökleri yada sistemin kutupları, açık çevrim kontrol sisteminin kutup ve sıfırlarına bağlıdır. Öte yandan, açık çevrim transfer fonksiyonu , kontrol sisteminin parametrelerine, örneğin kazanç, zaman sabiti ve diğer sabitlerine bağlıdır. Açık çevrim kontrol sisteminin kutup ve sıfırları bilindiğine göre yada bunlar istenilen yerlere yerleştirildiğinde, kontrol sisteminin parametrelerinden özellikle K kazancı değiştiğinde kapalı çevrim kontrol sisteminin kutup ve sıfırlarının nasıl değişeceğini incelemek bu kısmın amacını oluşturacaktır.

Açık çevrim transfer fonksiyonunun kutup ve sıfırları bilindiğine göre, kazancın parametre olarak değiştirilmesi halinde karakteristik denklemin köklerinin S düzleminde değişimini gösteren eğriye köklerin yer eğrisi yada root locus denir (D'Azzo,1988).

2.3 Köklerin Yer Eğrisinin Elde Edilmesi

Şekil 2.1 de tek giriş ve tek çıkışlı basit bir kontrol sisteminin blok diyagramı gösterilmiştir. Sistemin kapalı çevrim transfer fonksiyonu

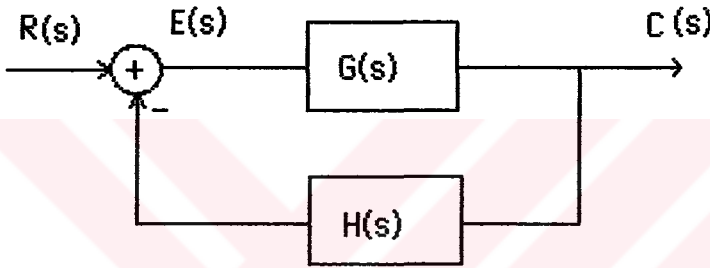
$$\frac{C(s)}{R(s)} = F(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)} \quad (29)$$

dir.

Kapalı çevrim sisteminin karakteristik denklemi ise

$$1 + G(s)H(s) = 0 \quad (2.10)$$

dir.



Şekil 2.1. Basit bir kontrol sistemi

$G(s)H(s)$ açık çevrim transfer fonksiyonu olup, içerisinde sistemin kazancı, kutup ve sıfırları bulunmaktadır. Bundan sonra yapılacak iş, açık çevrim transfer fonksiyonunun köklerini bulmak ve sistem parametresi (burada K) değiştiğinde bu köklerin değişimini gösteren yer eğrisini S düzleminde çizmektir.

Bir kapalı çevrim kontrol sisteminin karakteristik denkleminin köklerinin değişimini, açık çevrim $G(s)H(s)$ transfer fonksiyonunun kutup ve sıfırlarından başlayarak, sistem parametresi K 'ya göre S düzleminde çizmeye, köklerin yer eğrisi denildiğine göre (2.10) ifadesini göz önüne alalım. $G(s)H(s)$ açık çevrim transfer fonksiyonu olduğuna göre (2.10) ifadesi

$$G(s)H(s) = -1 \quad (2.11)$$

şartı ile sağlanır. Bu şartı sağlayan S değerleri karakteristik denklemin kökleridir. Karakteristik denklemin kökleri açık çevrim transfer fonksiyonunun K sabiti, kutup ve sıfırlarına bağlıdır. Bu parametreler değiştikçe köklerde değişir. Köklerin S düzleminde oluşturduğu noktaların birleştirilmesi ile köklerin yer eğrisi elde edilmiş olur.

Şimdi bir örnek ele alarak söylediğimiz şeyleri biraz daha açıklamaya çalışalım.

ÖRNEK.2.1. Bir kapalı çevrimli kontrol sisteminin açık çevrim transfer fonksiyonu

$$\frac{C(s)}{R(s)} = F(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)} \quad (2.12)$$

olarak verilmiş olsun. Sistemin açık çevrim kutup ve sıfırlarını kullanarak köklerin yer eğrisini çizmeye çalışalım.

ÇÖZÜM: Sistemin karakteristik denklemi

$$1+G(s)H(s) = 1 + \frac{K}{s(s+2)} = \frac{s^2 + 2s + K}{s(s+2)} = 0 \quad (2.13)$$

dir.

(2.13) ifadesi

$$s^2 + 2s + K = 0 \quad (2.14)$$

denklemini ile sağlanır.

Sistemin toplam transfer fonksiyonu

$$\frac{C(s)}{R(s)} = F(s) = \frac{\frac{K}{s(s+2)}}{1 + \frac{K}{s(s+2)}} = \frac{G(s)H(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

$$F(s) = \frac{K}{s^2 + 2s + K} \quad (2.15)$$

olarak bulunur.

$F(s)$ ifadesindeki karakteristik denklem (2.14) yada (2.15) nin paydası ile verilir. Böylece karakteristik denklemin kökleri, toplam transfer fonksiyonunun kutupları olmuş olur.

K 'ya $-\infty \leq K \leq +\infty$ arasında değerler vererek köklerin değişimini bulalım.

$$s^2 + 2s + K = 0$$

$$D = \sqrt{4 - 4K} = \sqrt{4(1-K)} \quad (2.16)$$

Burada $K > 1$ için $D < 0$ olur ve kökler kompleks eşleniktir. Köklerin reel kısımları negatiftir.

$K = 0$ için

$$s_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4(1-K)}}{2} = -1 \pm \sqrt{1-K} \quad (2.17)$$

$S_1=0$, $S_2= -2$ dir.

Bir başka ifadeyle kazancın sıfır olmasıyla, kapalı çevrim transfer fonksiyonu kutupları yada karakteristik denklemin kökleri, açık çevrim transfer fonksiyonunun kutuplarına eşit olur.

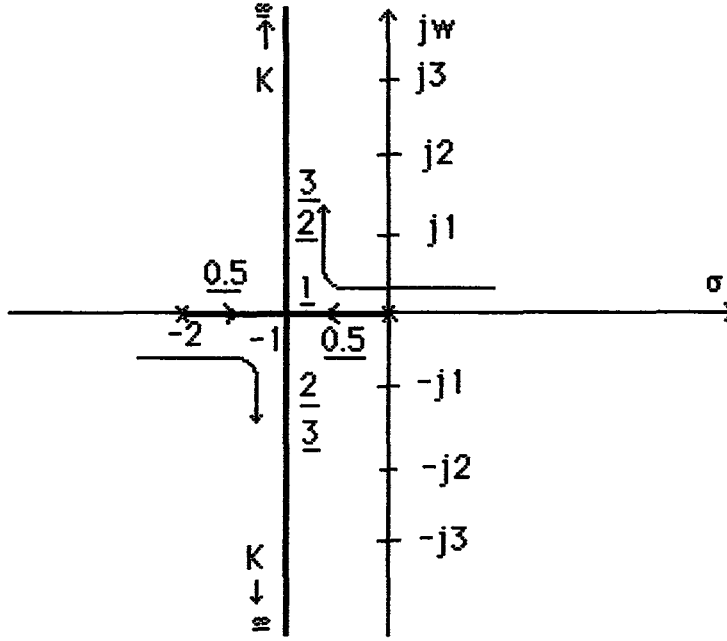
$K=1$ için iki kök birbirine eşit olup $S_1= S_2= -1$

$K<1$ için kökler reel olup negatif işaretlidirler.

$-\infty \leq K < 0$ aralığında kökler reel ve biri pozitif diğeri negatif işaretlidir. K kazancına bağlı olarak köklerin değişimi tablo 2.1 de gösterilmiştir. Bu değişim (2.17) ifadesinden elde edilmiştir.

K	S1	S2
-	+	-
-15	3	-5
-8	2	-4
-3	1	-3
0	0	-2
0.5	-0.293	-1.707
0.75	-0.5	-1.5
1	-1	-1
2	-1+j	-1-j
3	-1+j1.4	-1-j1.4
50	-1+j7	-1-j7

Tablo 2.1. $S^2+2S+K=0$ Karakteristik Denklemine
İlişkin Köklerin Değişimi



Şekil 2.2. $G(s)H(s) = K/(s(s+2))$ açık çevrim transfer fonksiyonuna ilişkin köklerin yer eğrisi. K değerlerinin altı çizilmiştir.

2.4. Köklerin Yer Eğrisi Çiziminde Kullanılan Kurallar.

1) Köklerin yer eğrisinin kollarının sayısı, açık çevrim transfer fonksiyonu kutuplarının sayısı kadardır. Açık çevrim transfer fonksiyonunu ele alalım.

$$G(s)H(s) = K \frac{P(s)}{Q(s)} \quad (2.10)$$

Burada P m.inci dereceden Q ise n.inci dereceden bir polinomdur. Karakteristik denklem ise

$$1 + G(s)H(s) = 1 + K \frac{P(s)}{Q(s)} = \frac{Q(s) + KP(s)}{Q(s)} = 0 \quad (2.11)$$

olur. $n > m$ durumunda (2.11) denkleminin n tane kökü olacaktır. Açık çevrim

transfer fonksiyonunun kutup sayısı ise $Q(s)$ 'in sıfırları kadardır. Bu durumda şu söylenebilir: Karakteristik denklemin n tane kökü ve bu nedenle n tane ayrı kolu vardır.

ÖRNEK.2.2.

$$G(s)H(s) = \frac{K(s+10)}{s(s+20)(s+30)} = K \frac{P(s)}{Q(s)} \quad (2.12)$$

$$m=1, \quad n=3, \quad n>m$$

$G(s)H(s)$ 'in kutupları $s=0$, $s=-20$, $s=-30$ olmak üzere üç tanedir. O halde köklerin yer eğrisinin üç tane kolu vardır (Sarıoğlu,1988).

2) Köklerin yer eğrisinin kolları açık çevrim transfer fonksiyonunun kutuplarından başlar ($K=0$), ve açık çevrim transfer fonksiyonunun sıfırlarında biter ($K=\infty$). (2.11) denklemini ele alırsak karakteristik denklemin kökleri

$$Q(s)+K P(s) = 0 \quad (2.13)$$

ifadesinin kökleridir. $K=0$ için bu ifade $Q(s)=0$ 'a dönüşür. Bu durumda karakteristik denklemin kökleri, $Q(s)$ 'in kökleri (sıfırları), bir başka ifadeyle açık çevrim transfer fonksiyonunun kutupları olur. Yine (2.13)

ifadesinde $K=\infty$ alırsak, bu ifade $K P(s)=0$ ($K=\infty$ olduğundan $Q(s)$ ihmal edildi.) haline dönüşür. Böylece karakteristik denklemin kökleri $K P(s)$ 'in kökleri (sıfırları) olur. Yani karakteristik denklemin kökleri, açık çevrim transfer fonksiyonunun sıfırlarına eşit olur.

ÖRNEK.2.3. Örnek 2.2 'yi tekrar ele alalım.

$$G(s)H(s) = \frac{K(s+10)}{s(s+20)(s+30)}$$

açık çevrim kutupları $S_{p1}=0, S_{p2}=-20, S_{p3}=-30$

açık çevrim sıfırları $S_{z1}=-10, S_{z2}=\infty, S_{z3}=\infty$

dur. Rasyonel bir fonksiyonda sonsuzdaki sıfırlarda gözönüne alınırsa toplam kutup sayısı toplam sıfır sayısına eşit olmalıdır. Buradan köklerin yer eğrisinin kolları $S=0, S=-20, S=-30$ dan başlar ve $S=-10, S=\infty, S=\infty$ deki sıfırlarda son bulur.

3) Köklerin yer eğrisi reel eksene göre simetriktir. Çünkü karakteristik denklem bir fiziksel sisteme ilişkin olduğundan, katsayıları reel ve kökler de birbirine göre kompleks eşleniktir.

4) Karakteristik denklemin kollarından $S=\infty$ için sifıra gidenleri, reel eksenle

$$\theta_a = \frac{k(180)}{n-m} \quad k=\pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots \quad (2.14)$$

yada

$$\theta_a = \frac{\pm 180(2k+1)}{n-m} \quad k=0, 1, 2, \dots$$

açısı yapan ve reel eksen

$$\sigma_a = \frac{\sum p_i - \sum z_i}{n-m} \quad (2.15)$$

noktasında kesen doğruya asimtot olurlar. Burada

$n = G(s)H(s)$ 'in kutuplarının sayısı

$m = G(s)H(s)$ 'in sıfırlarının sayısı

Şimdi bunu bir örnekle inceleyelim.

ÖRNEK.2.4.

$$S(S+4)(S^2+2S+2)+K(S+1) = 0 \quad (2.16)$$

Geribeslemeli kontrol sisteminin karakteristik denklemini ele alalım. Bu sistemin açık çevrim transfer fonksiyonu

$$G(s)H(s) = \frac{K(s+1)}{s(s+4)(s^2+2s+2)} \quad (2.17)$$

dir. S 'nin büyük değerleri için köklerin yer eğrisi, reel eksenle aşağıda bulunan açılar yapan doğrulara asimtot olurlar.

$$k=0 \quad \theta_0 = 180(2k+1)/(n-m) = 180/(4-1) = 60^\circ$$

$$k=1 \quad \theta_1 = 180^\circ$$

$$k=2 \quad \theta_2 = 300^\circ$$

$$n=4, m=1$$

bu asimtotların reel eksenini kestiği nokta ise aşağıdaki gibi bulunur.

$$\sigma_a = \frac{\sum p_i - \sum z_i}{n-m} = \frac{(0-4-1+j1-1-j1)-(-1)}{4-1} = -\frac{5}{3} \quad (2.18)$$

5) Köklerin yer eğrisinin imajiner eksenini kestiği nokta Routh kriteri ile bulunur.

6) Köklerin yer eğrisinin kompleks bir kutuptan çıkış yada kompleks bir sıfıra geliş açısı köklerin yer eğrisinin sağladığı açı şartından bulunur.

ÖRNEK.2.5. Aşağıdaki açık çevrim transfer fonksiyonunu ele alalım

$$G(s)H(s) = \frac{K(s+3)}{s(s+4)(s^2+2s+2)} \quad (2.19)$$

Bu sistemin kutup ve sıfırları

$$S_z = -3$$

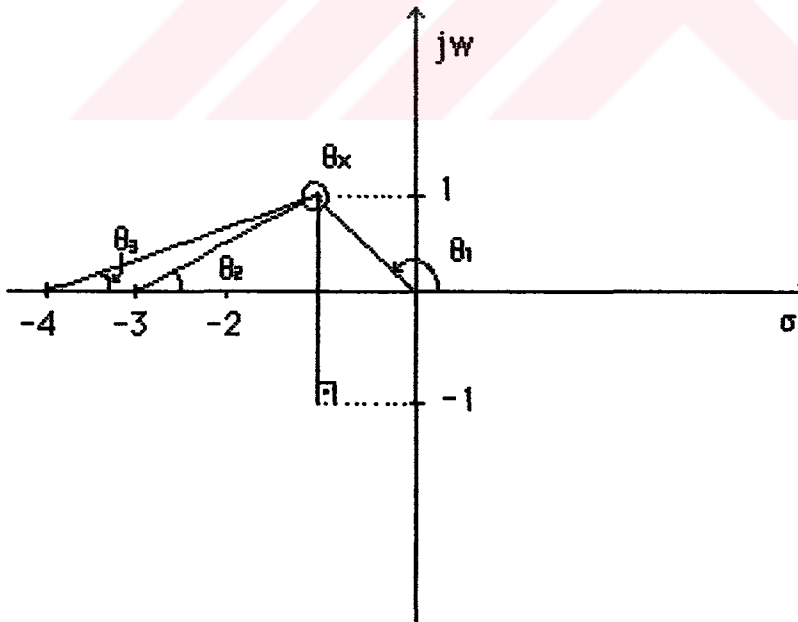
$$S_{p1} = 0$$

$$S_{p2} = -4$$

$$S_{p3} = -1+j1$$

$$S_{p4} = -1-j1$$

Biçiminde olup, S düzleminde gösterilişi Şekil.2.3' deki gibidir.



Şekil.2.3 Sıfır ve kutupların S düzleminde gösterilişi

Şekil 2.3 'de açık çevrim transfer fonksiyonunun sıfır ve kutuplarının açıları ölçüldüğünde $\theta_1=135^\circ$, $\theta_2=25^\circ$, $\theta_3=17.5^\circ$, $\theta_4=90$ derece olduğu görülür. Açı şartından yer eğrisinin $-1+j1$ kutbundan çıkarken yatayla yaptığı açı,

$$\theta_2-(\theta_1+\theta_3+\theta_{-1-j1}+\theta_x)=180$$

$$25-(135+17.5+90+\theta_x)=180$$

$\theta_x=-397.5^\circ$ yada $\theta_x=-37.5$ derece olarak bulunur. Sıfıra geliş açısı da yine benzer şekilde hesaplanır (Kuo,1982).

7) $1+ G(s)H(s) = 0$ karakteristik denkleminin kırılma noktaları

$$\frac{d G(s)H(s)}{ds} = 0 \quad (2.20)$$

ifadesini sağlamalıdır (Ogata,1990).

ÖRNEK.2.6.

$$(s^2+2s+2)+K(s+2) = 0 \quad (2.21)$$

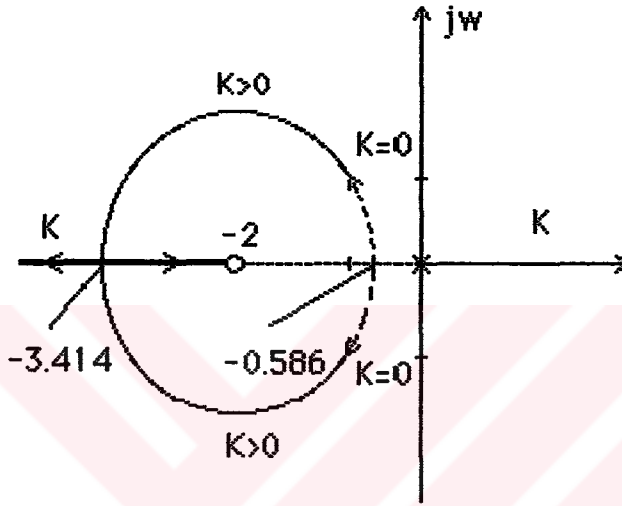
Karakteristik denklemini ele alalım. Bu ifadenin heriki tarafını s^2+2s+2 ile bölersek

$$G(s)H(s) = K(s+2)/(s^2+2s+2) \quad (2.22)$$

elde edilir.

$$\frac{d G(s)H(s)}{ds} = \frac{s^2 + 2s + 2 - 2(s+1)(s+2)}{(s^2 + 2s + 2)^2} = 0 \quad (2.23)$$

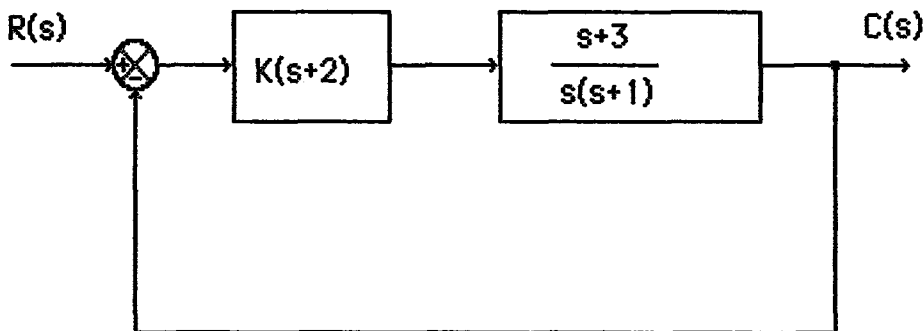
denklemini çözüldüğünde köklerin yer eğrisinin kırılma noktalarının $S=-0.586$ ve $S=-3.414$ de olduğu görülür.



Şekil.2.4. $(s^2 + 2s + 2) + K(s + 2) = 0$ Karakteristik denklemin köklerinin yer eğrisi

2.5. Root Locus'un Klasik Yöntemle Elde edilışine Ait Örnekler

ÖRNEK.2.7 Şekil 2.5'de verilen sistemin köklerinin yer eğrisini $K > 0$ için çizelim (Ogata, 1990).



Şekil.2.5 Kapalı çevrimli bir kontrol sistemi

- 1) Root locus, negatif reel eksenin -3,-2 ve -1,0 noktaları arasındadır.
- 2) Açık çevrim kutup ve sıfırlarının sayısı birbirine eşit olduğu için asimtot yoktur.
- 3) Sistemin karakteristik denklemi

$$1 + \frac{K(s+2)(s+3)}{s(s+1)} = 0 \quad (2.24)$$

- 4) Ayrılma ve varış noktalarını bulmak için karakteristik denklemden

$$K = -\frac{s(s+1)}{(s+2)(s+3)} \quad (2.25)$$

ve

$$\begin{aligned} \frac{dK}{ds} &= -\frac{(2s+1)(s+2)(s+3) - s(s+1)(2s+5)}{(s+2)^2(s+3)^2} \\ &= -\frac{4(s+0.634)(s+2.366)}{(s+2)^2(s+3)^2} = 0 \end{aligned} \quad (2.26)$$

denklemini çözüldüğünde $s = -0.634$ ve $s = -2.366$ bulunur.

$s = -0.634$ için $K = 0.0718$

$s = -2.366$ için $K = 14$ dür.

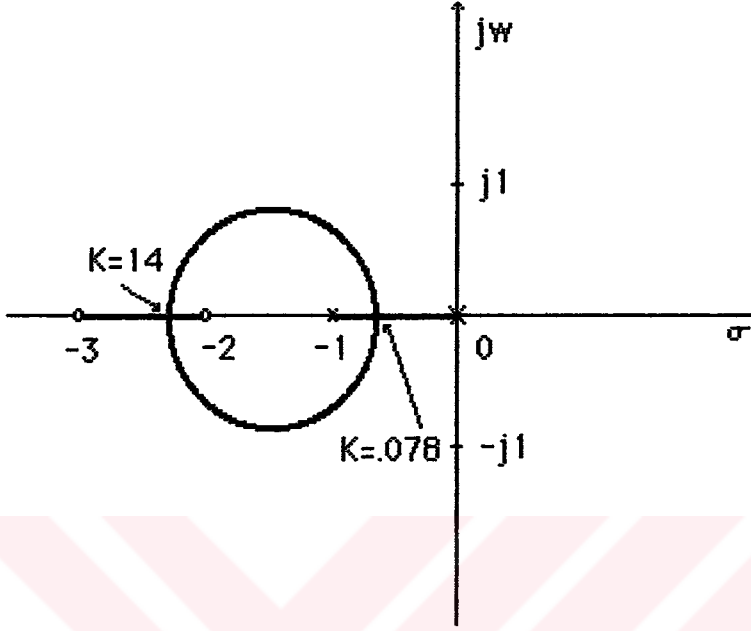
Her iki durumda da K pozitiftir. Bu noktalar ayrılma ve varış noktalarıdır.

$s = -2.366$ noktası iki sıfır arasında yer aldığından bu nokta varış noktasıdır.

$s = -0.634$ noktası ise ayrılma noktasıdır. Sistem herhangi bir pozitif K değeri için kararlıdır.

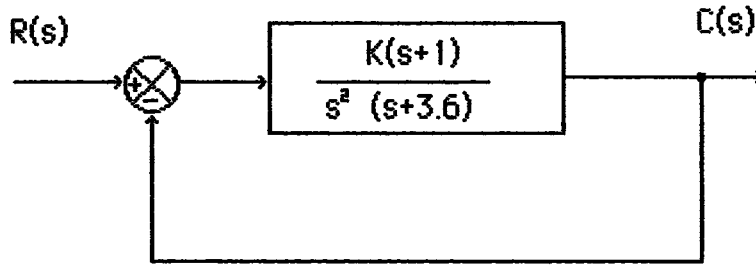
Köklerin yer eğrisi, merkezi -1.5 de olan ve ayrılma ve kırılma

noktalarından geçen bir çemberdir.



Şekil.2.6. Şekil 2.5'de verilen sistemin köklerinin yer eğrisi

ÖRNEK.2.8 Şekil.2.7 de verilen kapalı çevrimli kontrol sistemini ele alalım (Ogata,1990).



Şekil.2.7. Kapalı çevrimli bir kontrol sistemi

Köklerin yer eğrisi $s=-1$ ile $s=-3.6$ noktaları arasında vardır. Asimtotlar şu şekilde bulunur.

$$\theta_a = \frac{\pm 180(2k+1)}{3-1} = 90^\circ, -90^\circ$$

Asimtotun reel eksenini kestiği nokta ise

$$\sigma_a = \frac{0+0+3.6-1}{3-1} = -1.3$$

Karakteristik denklem $s^3+3.6s+K(s+1) = 0$ olduğundan ayrılma ve varış noktaları

$$K = -\frac{s^3+3.6s^2}{s+1}$$

$$\frac{dK}{ds} = -\frac{(3s^2+7.2s)(s+1)-(s^3+3.6s^2)}{(s+1)^2} = 0$$

$$s^3+3.3s^2+3.6s = 0$$

buradan

$$s=0$$

$$s=-1.65+j0.9367$$

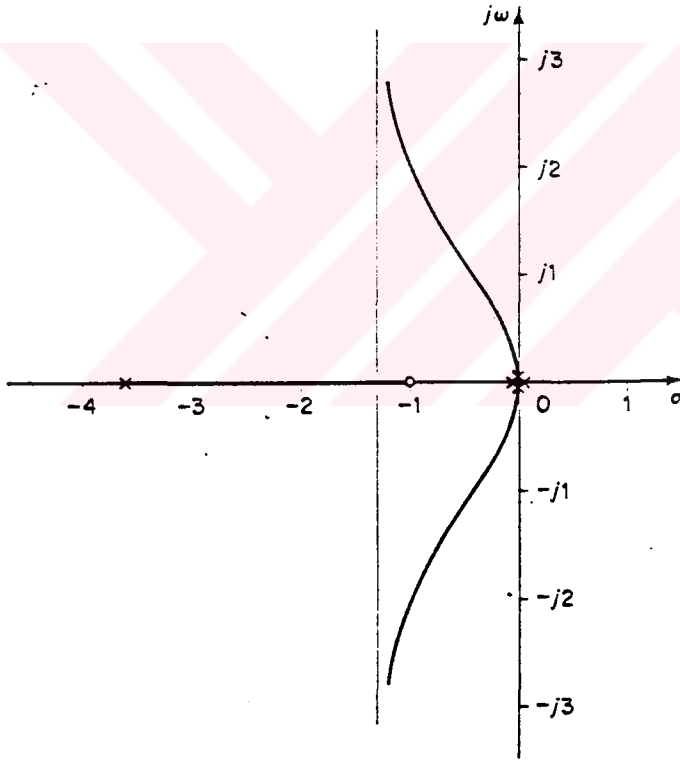
$$s=-1.65-j0.9367 \quad \text{bulunur.}$$

$s=0$ noktası gerçek ayrılma noktasıdır. $s=-1.65\pm j0.9367$ ne ayrılma nede varış noktasıdır. Çünkü bunlara karşılık olan K değeri kompleks bir değerdir. Root locus eğrisinin imajiner eksenini kestiği noktayı bulmak için karakteristik denkleme $s=j\omega$ koyalım.

$$(j\omega)^3 + 3.6(j\omega)^2 + Kj\omega + K = 0$$

$$(K - 3.6\omega^2) + j\omega(K - \omega^2) = 0$$

Bu denklem ancak $\omega=0$ ve $K=0$ durumunda sağlanır. Orijinde çift kutup olduğundan $\omega=0$ noktasında root locus eğrisi $j\omega$ eksenine teğet olur ve eğri $j\omega$ eksenini kesmez. Bu eğriyi çizersek aşağıdaki şekildeki gibi olur.



Şekil.2.8. Örnek 2.8.'in Köklerinin Yer Eğrisi

ÖRNEK.2.9 Açık çevrim transfer fonksiyonu

$$G(s)H(s) = \frac{K}{s(s+1)(s^2+4s+13)} \quad (2.32)$$

olan kapalı çevrimli bir kontrol sisteminin köklerinin yer eğrisini çizelim.

ÇÖZÜM: Açık çevrim sıfırları $s=0$, $s=-1$, $s=-2+j3$, $s=-2-j3$ noktalarıdır.

Root locus reel eksenin $s=0$ ile $s=-1$ noktaları arasında vardır.

Asimtotların reel eksenle yaptıkları açı

$$\theta_a = \frac{\pm 180(2k+1)}{4} = 45^\circ, -45^\circ, 135^\circ, -135^\circ$$

dir. Asimtotların reel eksenini kestiği nokta ise

$$\sigma_a = \frac{0+1+2+2}{4} = -1.25$$

Ayrılma ve varış noktaları $dK/ds = 0$ 'dan bulunur.

$$K = -s(s+1)(s^2+4s+13) = -(s^4+5s^3+17s^2+13s)$$

$$dK/ds = -(4s^3+15s^2+34s+13) = 0$$

buradan $s=-0.467$, $s=-1.642+j2.067$, $s=-1.642-j2.067$

$s=-0.467$ noktası root locus üzerindedir. Böylece bu nokta gerçek ayrılma noktasıdır. $s=-1.642\pm j2.067$ noktalarına karşılık gelen K değeri kompleks olduğundan, bu noktalar ne ayrılma ne de varış noktalarıdır.

Root locus'un $j\omega$ eksenini kestiği noktayı bulmak için karakteristik

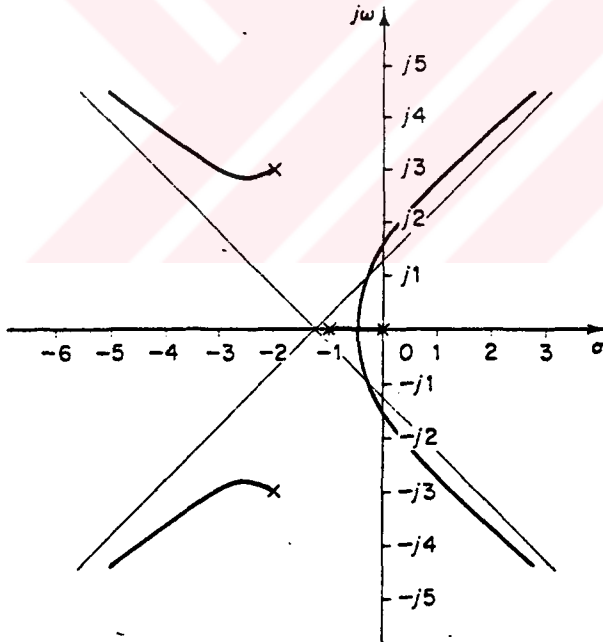
denklemden s yerine $j\omega$ koyalım

$$(j\omega)^4 + 5(j\omega)^3 + 17(j\omega)^2 + 13(j\omega) + K = 0$$

$$(K + \omega^4 - 17\omega^2) + j\omega(13 - 5\omega^2) = 0$$

buradan $\omega = \pm 1.6125$, $K = 37.44$ yada $\omega = 0$, $K = 0$

Böylece root locus $j\omega$ eksenini $\omega = \pm 1.6125$ noktasında keser ve $\omega = 0$ noktasında reel eksene değeri.



Şekil.2.9. Örnek 2.9.'in Köklerinin Yer Eğrisi

BÖLÜM 3

FREKANS CEVABI ANALİZİ

3.1. GİRİŞ

Frekans cevabı terimiyle anlatılmak istenen, sinüsoidal girişli bir sistemin sürekli rejim cevabıdır (Dorf,1974). Frekans cevabı metodları, kontrol mühendislerine, kontrol sistemlerinin analiz ve tasarımında oldukça yardımcı olmaktadır. Giriş sinyalinin frekansı belirli sınırlar dahilinde değiştirilerek oluşacak cevap incelenir. Bir başka ifadeyle, lineer zamanla değişmeyen bir kontrol sisteminin frekans domenî davranışını şu şekilde tanımlayabiliriz. Sistemin girişine genliği sabit ve fakat frekansı değişken bir giriş işareti uygulandığında sistemin çıkışında elde edilen çıkış işaretini belirlemek, sistemin frekans domenî davranışını belirlemek demektir (Sarıoğlu,1988). Kontrol sistemleri lineer olsun yada olmasın, giriş ve çıkış işaretleri zamanın genel fonksiyonlarıdır. Bunlar arasında sinüsoidal giriş işareti özel bir işaret olma durumundadır. Yalnızca lineer bir sistemin girişine hangi frekanslı işaret uygulanırsa sistem çıkışında da aynı frekanslı işaret elde edilir. Yalnız bu işaretin genliği ve fazı çıkışta değişir (Dorf,1974).

Frekans üreteçleri (fonksiyon generatörleri) yardımı ile kolayca üretilbildiği için, frekansı değişen sinüsoidal işaretlerin özel bir durumu vardır. Yine bu işaretlerle kontrol sistemlerinde çalışmak ve ölçü sonuçlarını duyarlı bir şekilde elde etmek de mümkündür. Kontrol sistemlerinin incelenmesinde frekans domenî davranışını kullanmak birçok kolaylıklar sağlar. Örneğin sistemin köklerini bilmeden kararlılık incelenebilir ve eğer sistem kararlı değil ise kontrol elemanlarının

eklenmesiyle kararlılık sağlanabilir. Yine sistemin transfer fonksiyonu belli değil ise sistem girişine frekansı değişen bir sinüs işareti uygulanıp, sistem çıkışı kaydedilirse, bilinen matematik yöntemlerle transfer fonksiyonu bulunabilir. Bu bölümde sistemlerin frekans domeni davranışlarının incelenmesinde kullanılan metodlardan biri olan Bode diyagramları incelenecektir.

3.2. Bode Ddiyagramları

Genliğin logaritmik çizimi olarak da bilinen Bode diyagramında genlik ve açı fonksiyonlarının ordinat eksenleri doğrusal, absis eksenleri ise $\log_{10} \omega$ 'ya göre taksimatlandırılarak çizilirler. Otomatik kontrol sistemlerinin tasarımı ve incelenmesinde sadece analitik bir yöntem kullanma yeterli olmamaktadır. Bunun için bazı matematik model ve modellerin çözümünde kullanılacak inceleme ve tasarım metodları güç ve karmaşık olabilirler. Bu durumlarda frekans domeni davranışı ve Bode diyagramı kullanılır. Bode diyagramının şu avantajları vardır.

- i) Absis ekseninin logaritmik olarak taksimatlandırılması, genlik ve açı değişiminin yüksek ve düşük frekanslardaki değerlerinin aynı diyagramda gösterilmesini sağlar.
- ii) Küçük değerli frekans bölgelerinde, eğri parçalarının, logaritmanın özelliği sonucu, daha yayılmasını ve daha duyarlı olmasını sağlar.
- iii) Kullanılan çizim, inceleme ve tasarımda çarpım ve bölümleri, toplama ve çıkarma işlemine dönüştürerek işlem kolaylığını sağlar (Kuo,1982). Bilindiği üzere kompleks işlemlerde çıkarma ve toplama, bölme ve çarpma işlemlerinden daha basit ve çabuk yapılmaktadır.

Genelde geribeslemeli lineer zamanla değişmeyen bir kontrol sisteminin açık çevrim transfer fonksiyonu

$$G(s) = \frac{K(s+z_1)(s+z_2)...(s+z_m)}{s^i(s+p_1)(s+p_2)...(s+p_n)} \quad (3.1)$$

olarak verilir. Bu denklem

$$G(s) = \frac{K(1+T_1s)(1+T_2s)...(1+T_ms)}{s^i(1+T_as)(1+T_bs)...(1+T_ns)} \quad (3.2)$$

şeklinde de ifade edilebilir. Burada K reel bir sabit T'ler ise reel ya da kompleks sayılardır.

Bode diyagramının kurulmasında transfer fonksiyonunu aşağıdaki şekilde kullanabiliriz.

$$G(s) = \frac{K(1+T_1s)(1+T_2s)}{s(1+T_as)(1+j2\zeta\mu-\mu^2)} \quad (3.3)$$

Burada K, T_1 , T_2 , T_a , ζ ve μ reel katsayılarıdır. İkinci derece polinom $1+2\zeta\mu-\mu^2$ nin ($\mu=jw/w_n$) iki tane kompleks eşlenik sıfırı olduğu kabul edilir. $G(jw)$ genliğinin desibel cinsinden değeri, $G(jw)$ 'nin 10 tabanına göre logaritmasının 20 ile çarpımıyla elde edilir (D'Azzo, 1988).

$$\begin{aligned} |G(jw)|_{dB} &= 20\log_{10}|G(jw)| = 20\log_{10}|K| + 20\log_{10}|1+jwT_1| \\ &\quad + 20\log_{10}|1+jwT_2| - 20\log_{10}|jw| - 20\log_{10}|1+jwT_a| \\ &\quad - 20\log_{10}|1+j2\zeta\mu-\mu^2| \end{aligned} \quad (3.4)$$

$G(jw)$ 'nin fazı ise,

$$G(j\omega) = K + \frac{1}{1+j\omega T_1} + \frac{1}{1+j\omega T_2} - j\omega - \frac{1}{1+j\omega T_a} - \frac{1}{1+j2\zeta\mu-\mu^2} \quad (3.5)$$

dir. (3.3) ifadesinden görüldüğü üzere $G(j\omega)$ dört tip temel faktör içermektedir. Bunlar

- 1) Sabit faktör; K
- 2) Orijindeki kutup ve sıfırlar; $(j\omega)^{\pm p}$
- 3) $\omega=0$ olmadığı durumdaki kutup ve sıfırlar; $(1+j\omega T)^{\pm q}$
- 4) Kompleks kutup ve sıfırlar; $(1+j2\zeta\mu-\mu^2)^{\pm r}$

burada p, q, r pozitif tam sayılardır (Ogata, 1990).

Denklem (3.4) ile (3.5) Bode diyagramının karakteristik özelliklerinden birini göstermektedir. Bu dört tip faktörlerden herbiri ayrı ayrı olarak düşünülp çizilebilir. Daha sonra toplam fazı ve genliği elde etmek için bunlar toplanır yada çıkarılırlar.

Şimdi bu değişik tip faktörlerin Bode çizimlerinin nasıl olduğu incelenecektir.

3.2.1. Sabit terim; K

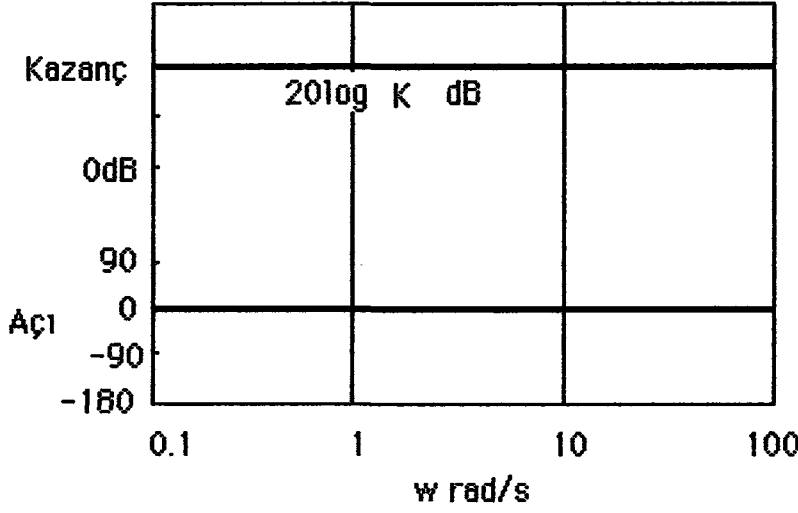
$$K_{dB} = 20 \log_{10} K = \text{sabit} \quad (3.6)$$

$$0^\circ \quad K > 0$$

$$K = \quad (3.7)$$

$$180^\circ \quad K < 0$$

olduğu için, K sabit teriminin Bode çizimi Şekil 3.3 de yarılog koordinatlarda gösterilmiştir.



Şekil 3.3 Sabit K teriminin Bode çizimi

3.2.2. Orijindeki sıfır ve kutuplar; $(jw)^{\pm p}$

$(jw)^{\pm p}$ nin genliği desibel cinsinden şu şekilde ifade edilir.

$$20 \log_{10} |(jw)^{\pm p}| = \pm 20 \log_{10} w \text{ dB} \quad (3.8)$$

Bu ifade verilen bir p için hem yarılog hem de kartezyen koordinatlarda bir doğru denklemini ifade eder. Bu doğrunun eğimi ise (3.8) denkleminin $\log_{10} w$ 'ya göre türevi alınarak bulunur.

$$\frac{d}{d \log_{10} w} (\pm 20 p \log_{10} w) = \pm 20 p \quad \text{dB} \quad (3.9)$$

Bu doğruların hepsi $w=1$ noktasında 0 dB den geçerler. Böylece $\log_{10} w$ daki birim değişim, genlikte $\pm 20 p$ dB'lik değişime karşılık gelir (Kuo,1982). Kartezyen koordinatlarda $\log_{10} w$ daki birim değişiklik, yarılog koordinatta

w daki bir dekat(decade)'lik değişime eşdeğerdir (1'den 10'a, 10'dan 100'e gibi). Denklem (3.8)'le tanımlanan doğrunun eğimi ise $\pm 20p$ dB/decade olur. Decade yerine bazen oktav (octave) de kullanılmaktadır. $w_2/w_1 = 2$ ise w_1 ve w_2 frekansları 1oktav ile ayrılır. Birbirinin 10 katları ile ayrılmış açısal frekans yada frekanslara onluk (decade;dekat)'larla ayrılmış frekanslar denir. Bunların aralarındaki frekanslar da birbirine eşittir. Aralarındaki oran 2 olan frekanslara 1 oktav ile ayrılmış frekanslar denir. Böylece aralarındaki frekans oranı 2 olan frekanslar arasındaki bölmeler birbirine eşit olur (Sarioğlu,1988).

Herhangi iki frekans w_1 ve w_2 arasındaki dekat sayısı aşağıdaki şekilde bulunur.

$$\text{Decade sayısı} = \frac{\log_{10}(w_2/w_1)}{\log_{10}10} = \log_{10}(w_2/w_1) \quad (3.10)$$

Benzer şekilde w_1 ile w_2 arasındaki octave sayısı ise

$$\text{Octave sayısı} = \frac{\log_{10}(w_2/w_1)}{\log_{10}2} = \frac{1}{0.301} \log_{10}(w_2/w_1) \quad (3.11)$$

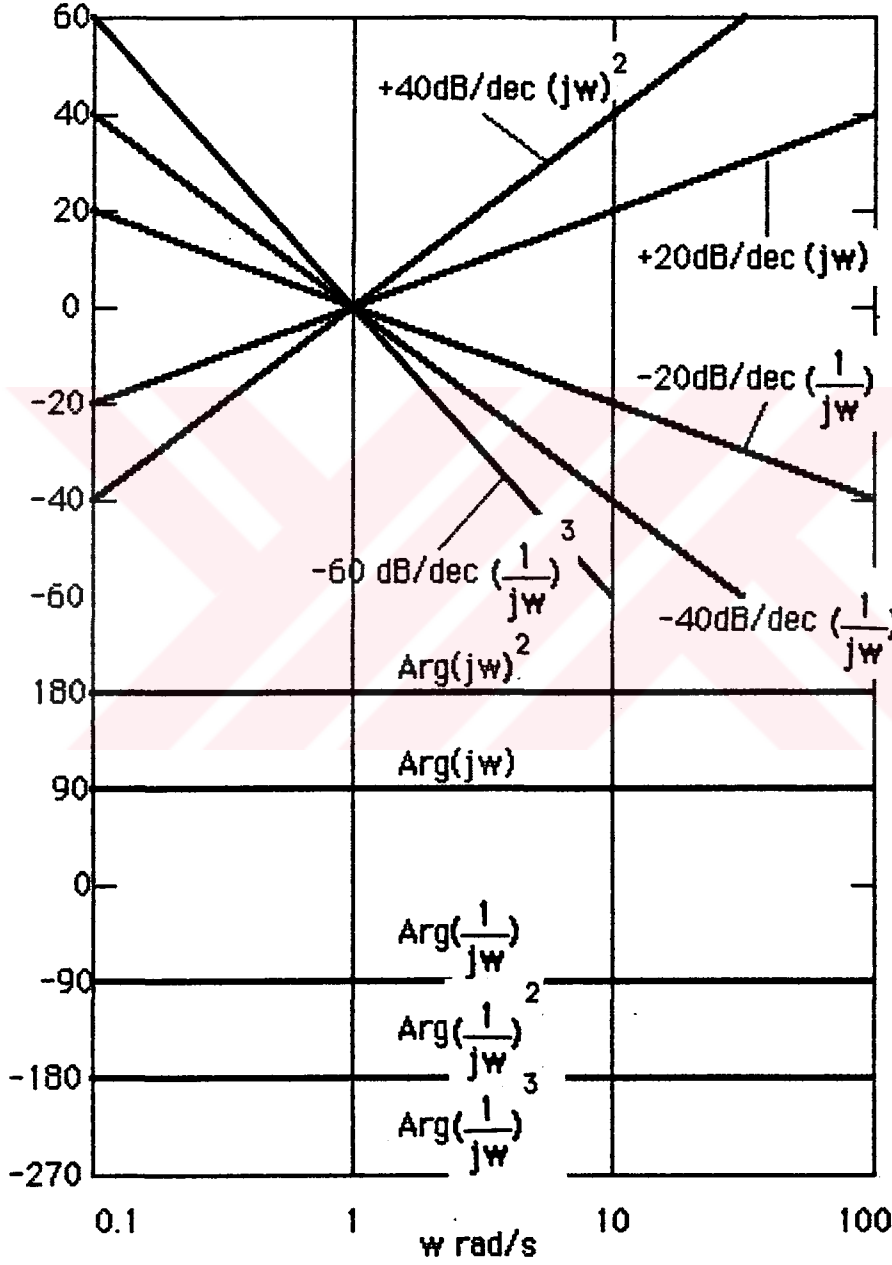
dir. Buradan octave ile decade arasındaki ilişkiyi bulmak istersek, denklem (3.11) denklem (3.10)'a oranlanırsa

$$\text{Octave sayısı} = \frac{1}{0.301} \text{decade} \quad (3.12)$$

elde edilir. Bulunan bu ifade (3.9) denkleminde yerine yazıldığında

$\pm 20p$ dB/decade = $\pm 20p \cdot 0.301 = 6p$ dB/octave elde edilir. $S=0$ da basit bir

kutba sahip olan $G(j\omega)$ transfer fonksiyonunun genliği, -20 dB/decade 'lık eğime sahip olan ve $\omega=1$ noktasında 0 dB ekseninden geçen bir doğru'dur.



Şekil.3.4. $(j\omega)^{\pm p}$ 'nin Bode diyagramı

$(j\omega)^{\pm p}$ nin faz açısı ise,

$$(j\omega)^{\pm p} = \pm p \cdot 90^\circ \quad (3.13)$$

dir.

$(j\omega)^{\pm p}$ fonksiyonunun genlik ve faz eğrileri değişik p değerleri için şekil 3.4 'de çizilmiştir.

3.2.3. Basit sıfır; $(1+j\omega T)$

$$G(j\omega) = 1+j\omega T \quad (3.14)$$

olsun $G(j\omega)$ 'nin desibel cinsinden genliği

$$|G(j\omega)|_{dB} = 20\log_{10} |G(j\omega)| = 20\log_{10} (1+\omega^2 T^2)^{1/2} \quad (3.15)$$

dir. $G(j\omega)$ 'nin genliğinde asimtotik bir yaklaşım elde etmek için, ω 'nın çok küçük ve çok büyük değerlerini göz önüne alalım. Çok küçük frekanslarda $\omega T \ll 1$ olur ve denklem (3.15)'de $\omega^2 T^2$, 1'den çok küçük olduğu için ihmal edilirse

$$|G(j\omega)|_{dB} = 20\log_{10} |G(j\omega)| = 20\log_{10} 1 = 0 \text{ dB} \quad (3.16)$$

olur. Çok büyük frekanslarda ise $\omega T \gg 1$ olduğundan $1+\omega^2 T^2$ 'yi $\omega^2 T^2$ olarak alınabilir. Bu durumda denklem (3.15)

$$|G(j\omega)|_{dB} = 20\log_{10} |G(j\omega)| = 20\log_{10} (1+\omega^2 T^2)^{1/2}$$

$$= 20\log_{10} \omega T \quad (3.17)$$

şekline dönüşür. Bu denklem, frekansın +20 dB/decade 'lık eğime sahip bir doğrusunu ifade eder. Bu doğrunun 0 dB eksenini kestiği nokta ise (3.17) ifadesini sıfıra eşitlemekle elde edilir ve bu değer de,

$$20\log_{10} \omega T = 0$$

$$\log_{10} \omega T = 0$$

$$\omega T = 1$$

$$\omega = 1/T \quad (3.18)$$

dir. Bu frekans 0 dB doğrusu olup, yüksek frekans yaklaşık çizimi ile düşük frekans yaklaşık (asimtotik) çiziminin kesiştiği frekanstır.

Denklem (3.18) ile verilen bu frekans, denklem (3.14) ile verilen transfer fonksiyonunun Bode çiziminin köşe frekansı olarak da bilinmektedir. Çünkü yaklaşık Bode çizimi, bu frekansta bir köşe oluşturmaktadır. Gerçek çizimler ile yaklaşık çizimler arasında 0.3 dB'lik bir hata vardır ve bu hata kabuledilebilir bir hatadır. Birinci dereceden bir faktör olan $(1+j\omega T)$ 'nin genlik eğrisinin elde edilmesindeki prosedür şöyledir:

1) $\omega = 1/T$ için köşe frekansı belirlenip düşük ve yüksek frekans asimtotları çizilir. Düşük frekans asimtodu 0 dB'lik yatay bir doğru, yüksek frekans asimtodu ise 20 dB/decade eğimli bir doğru parçasıdır.

2) $\omega = 1/2T$, $\omega = 1/T$ ve $\omega = 2/T$ için gerçek eğri üzerinde üç nokta işaretlenir. $\omega = 1/T$ için köşe frekansından ± 3 dB'lik fark ve diğer açısal frekanslarda ise bu fark sadece ± 1 dB dir.

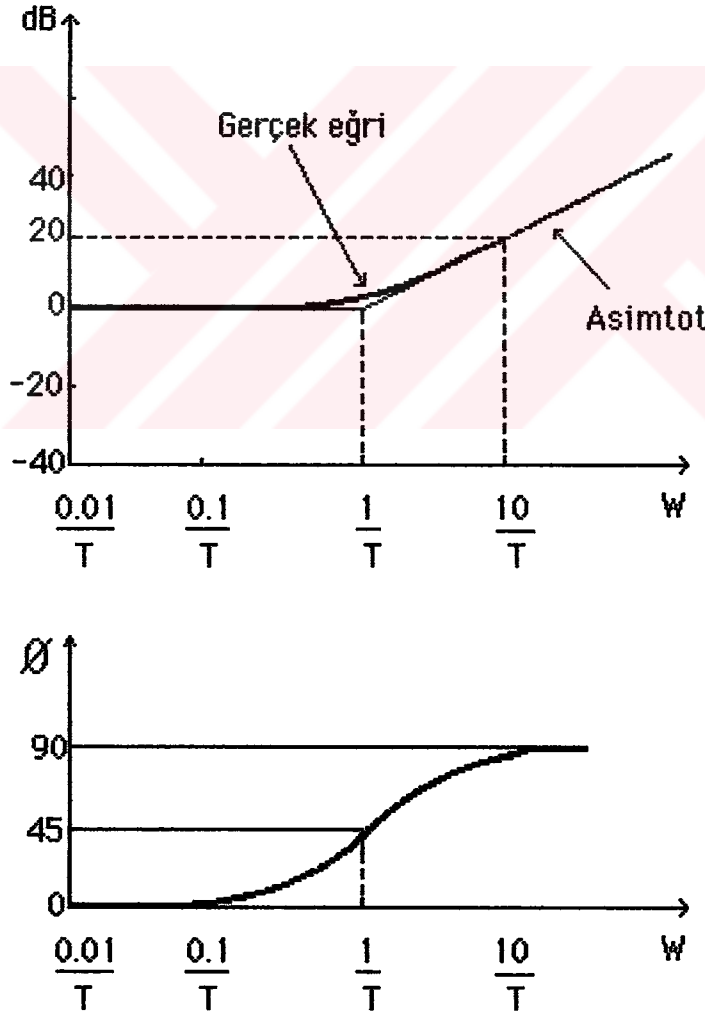
3) Gerçek eğri üzerinde bu üç nokta ve düşük ve yüksek frekans asimtotları

ile gerçek eğri çizilir.

$1+j\omega T$ 'nin faz açısının ω ya göre değişimini çizmek için ise yaklaşık bir yöntem yoktur. Ancak

$$G(1+j\omega T) = \tan^{-1} \omega T \quad (3.19)$$

ifadesinde ω 'ya değerler verilerek faz açısı nokta nokta çizilir. $\omega=1/T$ için faz açısı 45° , $\omega=0$ için faz açısı 0° ve $\omega=\infty$ için de 90° dir.



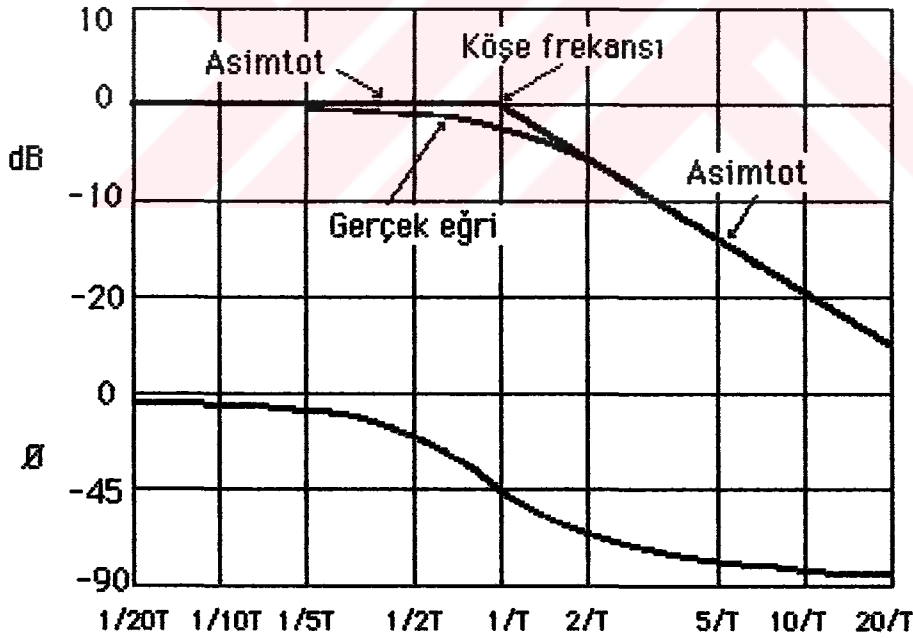
Şekil 3.4 $(1+j\omega T)$ 'nin genlik ve faz açısı eğrileri

3.2.4. Basit kutup; $1/(1+j\omega T)$

Bu durumda genliğin desibel olarak değeri denklem (3.8)'in sağ tarafının negatif işaretlisine eşit olur. Faz açısı ise Denklem (3.19)'un negatif işaretlisiyle aynı olur. Böylece basit sıfır durumundaki Bode çizimi analizinin aynısı burada da uygulanır.

$$\omega T \ll 1 \quad |G(j\omega)|_{dB} = 0 \text{ dB} \quad (3.20)$$

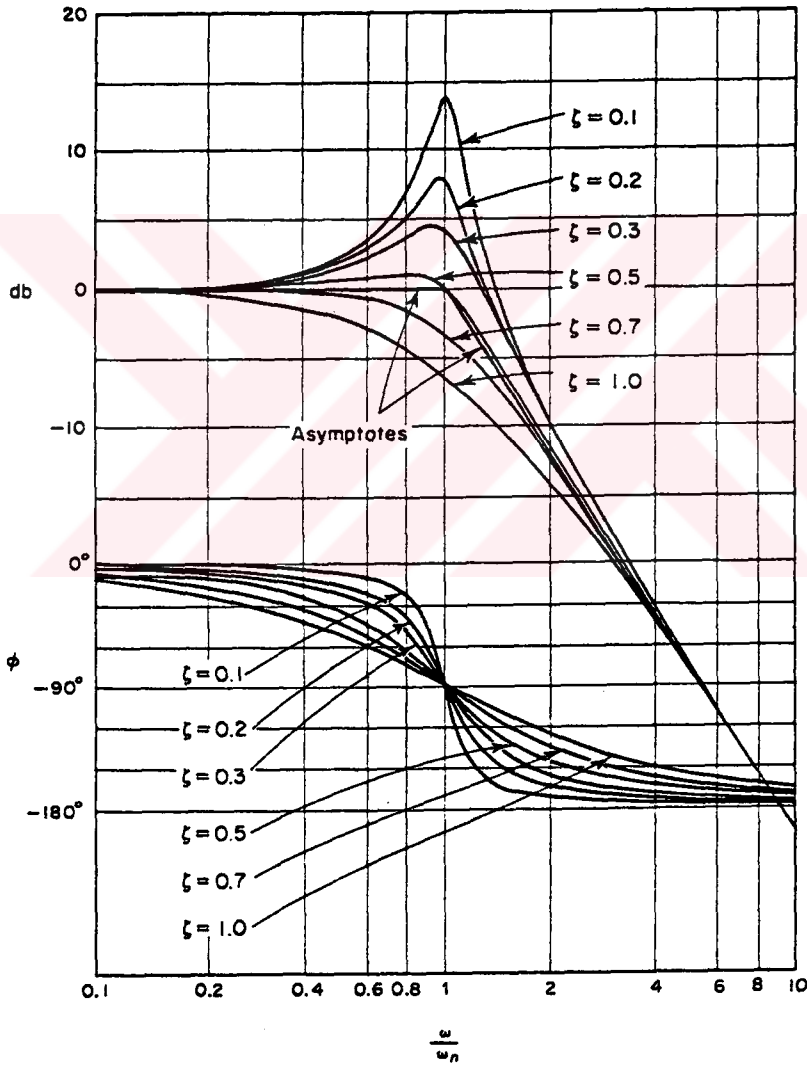
$$\omega T \gg 1 \quad |G(j\omega)|_{dB} = -20 \log_{10} \omega T \quad (3.21)$$



Şekil 3.5 $1/(1+j\omega T)$ 'nin logaritmik genlik ve faz açısı eğrileri

3.2.5. $(1+2\zeta p - p^2)^{\pm r}$ teriminin genlik ve fazı

Bu terim transfer fonksiyonunun pay yada paydasında olabilir. Eğer terim transfer fonksiyonunun payında ise üstel işaret +1 paydasında ise -1 alınır.



Şekil.3.6. İkinci dereceden terimlerin bode diyagramı

Burada genliğin dB olarak ifadesi sadece (-1) üstel işaretini yada terimin paydada olduğu düşünülerek, genlik ve faz için,

$$20\log_{10}[(1-\mu^2)^2+4\zeta^2\mu^2]^{-1/2} = -10\log_{10}[(1-\mu^2)^2+4\zeta^2\mu^2] \quad (3.22)$$

$$(1-\mu^2+2\zeta\mu)^{-1} = -\tan^{-1}\{(2\zeta\mu)/(1-\mu^2)\}$$

elde edilir.

Terimin transfer fonksiyonunun paydasında bulunması $\zeta < 1$ için kompleks eşlenik kutupların bulunmasını açıklar. ζ 'nın değeri küçüldükçe sistemin transfer fonksiyonu genliğinin büyüdüğü başka bir deyimle sistemin girişine sınırlı ve sabit bir işaret verilse bile, çıkış işaretinin büyüdüğü, sonuç olarak sistemin kararsızlığa doğru yaklaştığı görülür. Şekil 3.6'da açısal frekans $\mu = \omega/\omega_n$ 'e göre genlik ve faz ifadelerinin değişimleri görülmektedir.

3.3 Genel Formdaki Açık Çevrim Transfer fonksiyonunun Bode Diyagramının Çizilmesi

Açık çevrim transfer fonksiyonu $G(s)H(s)$ polinom şeklinde tanımlandığı gibi, belli şekilde çarpanlardan oluşan bir rasyonel kesir olarak verildiğinde Bode diyagramının nasıl çizileceği açıklanmıştı. Eğer açık çevrim transfer fonksiyonu genel olarak verilmiş ve pay ile paydanın kökleri yada çarpanları belli değil ise Bode diyagramının çiziminde aşağıdaki yol takibedilir.

1) $G(j\omega)H(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega)$ biçimine getirilir.

2) Buradan genlik $[U^2(w)+V^2(w)]^{1/2}$ saptanır ve genliğin w 'ya göre değişimi $\log_{10} w$ ölçekli absis eksenine göre dB olarak çizilir.

3) Faz açısı $\tan^{-1}V(w)/U(w)$ dan belirlenerek çizilir.

Genlik ve açı bağıntıları çok karmaşık olduğunda, bilgisayar yardımı ile, bu ifadeler kolayca değişik w 'lar için belirlenip çizilebilir.

3.4. Bode Diyagramına Ait Örnekler

ÖRNEK.3.1 Açık çevrim transfer fonksiyonu

$$G(s)H(s) = \frac{10}{s(1+0.2s)(1+0.02s)} = \frac{2500}{s(s+5)(s+50)}$$

olarak verilen açık çevrim kontrol sisteminin Bode diyagramını çiziniz.

ÇÖZÜM: Transfer fonksiyonunda s yerine jw koyalım

$$G(jw)H(jw) = \frac{10}{s(1+0.2jw)(1+0.02jw)}$$

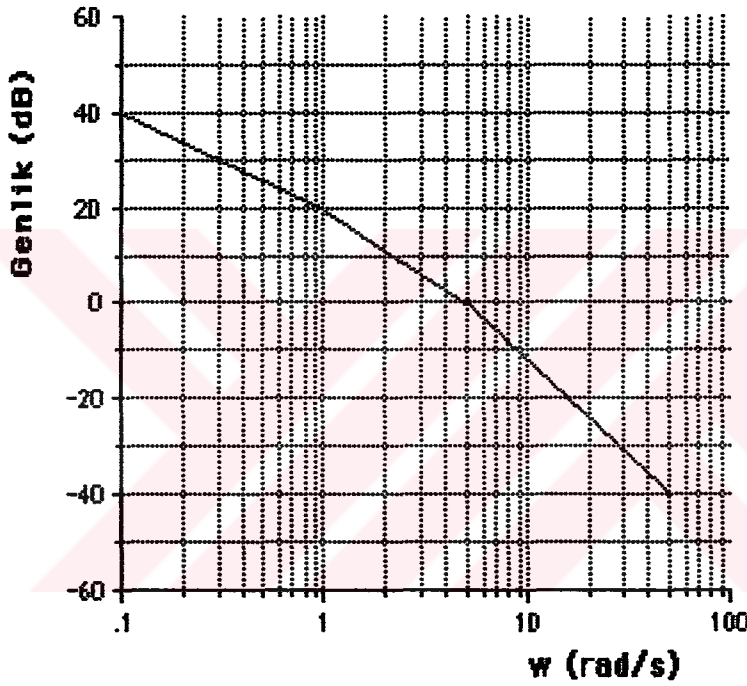
olur. Desibel olarak genlik ifadesi

$$|G(jw)|_{dB} = 20\log_{10} - 20\log_{10} |jw| - 20\log_{10} |1+0.2jw| - 20\log_{10} |1+0.02jw|$$

dir.

Burada köşe frekansları $w_{c1}=5$ ve $w_{c2}=50$ dir. $w=0.1$ de genlik 40 dB

den başlar ve -20 dB/dec 'lik eğimle $\omega=1$ 'e kadar gelir. Burada genlik 20 dB'ye düşer. $\omega=5$ 'de ise genlik sıfır olur ve buradan -40 dB/dec'lik eğim ile $\omega=50$ ye kadar gelir. Genliğin frekansa bağlı değişimi Şekil.3.7'da gösterilmiştir.



Şekil.3.7. Örnek 3.1'in Bode Diyagramı

ÖRNEK.3.2. Açık çevrim transfer fonksiyonu

$$G(s)H(s) = \frac{160(s+1)}{s^2(16+4s+s^2)}$$

olarak verilen açık çevrim kontrol sisteminin Bode diyagramını çiziniz(DiStefano,1990).

ÇÖZÜM: Transfer fonksiyonunda s yerine $j\omega$ konulduğunda

$$G(j\omega)H(j\omega) = \frac{10(1+j\omega)}{j\omega^2(1+j\omega/4-(\omega/4)^2)}$$

olur. Genliğin desibel cinsinden değeri ise

$$20\log_{10}|G(j\omega)H(j\omega)| = 20\log_{10}10 + 20\log_{10}|1+j\omega| + 20\log_{10}\left|\frac{1}{(j\omega)^2}\right| \\ + 20\log_{10}\left|\frac{1}{1+j\omega/4-(\omega/4)^2}\right|$$

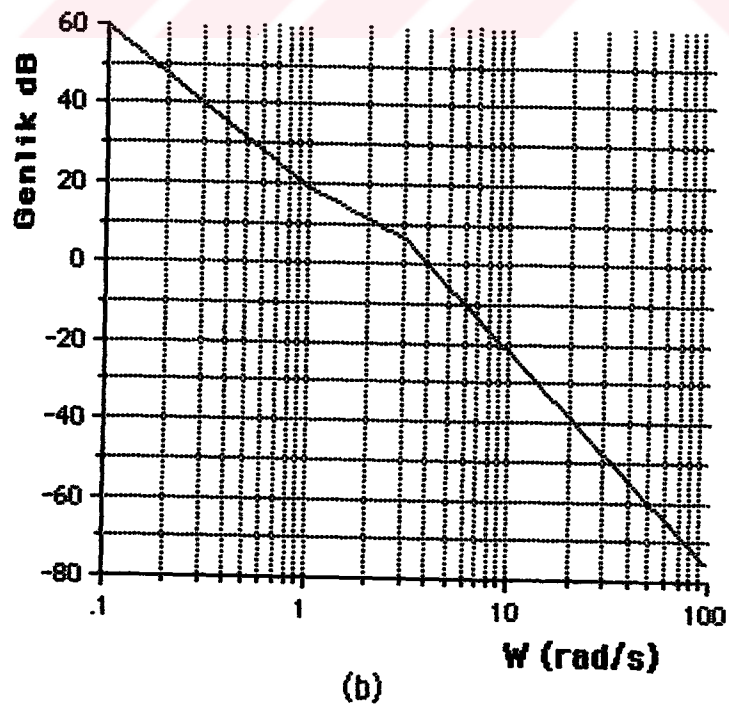
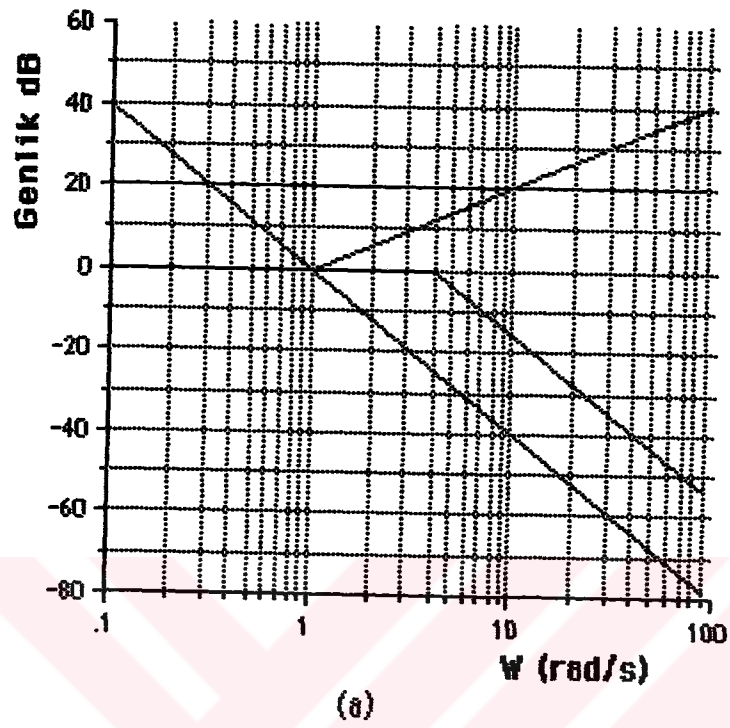
dır.

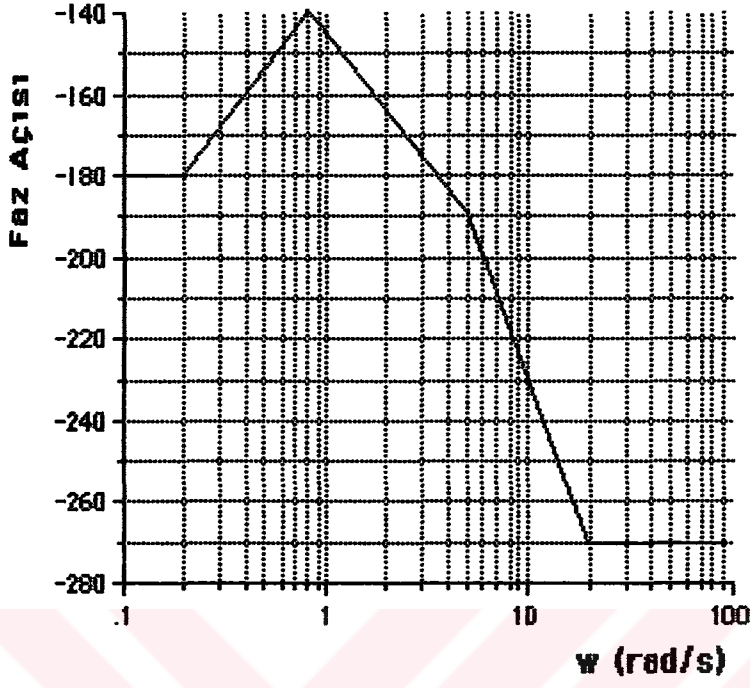
Terimler ayrı ayrı çizilerek toplam genlik ifadesi elde edilir. Herbir terimin genlik ifadesi Şekil.3.8. (a)'da çizilmiş, sonra bu eğrilerin cebirsel toplamaları alınarak Bode diyagramı elde edilmiştir(Şekil.3.8.(b)).

Aynı açık çevrim transfer fonksiyonunun açılı bağıntısı

$$\arg(j\omega) = \arg(1+j\omega) + \arg\left(\frac{1}{(j\omega)^2}\right) + \arg\left(\frac{1}{1+j\omega/4-(\omega/4)^2}\right)$$

olur. Faz açısının ω 'ya göre değişimi ise Şekil.3.8. (c) de gösterilmiştir.





(c)

Şekil.3.8. Örnek 3.2 ye ait Genlik ve Faz Açısı Eğrileri

BÖLÜM 4

PROGRAMLARIN GENEL MANTIĞI

4.1. ROOT LOCUS Programı

Root Locus programı FORTRAN IV bilgisayar programlama diliyle yazılmış olup

$$1 + K G(s) = 0 \quad (4.1)$$

şeklindeki denklemde K'yı parametre olarak, bu denklemin sıfırlarının bulunmasını sağlar. Burada

$$G(s) = K \frac{P(s)}{Q(s)} \quad (4.2)$$

formunda bir rasyonel fonksiyon olup,

$$A(s) = Q(s) + K P(s) \quad (4.3)$$

ifadesinde K'nın değişmesi halinde, köklerinin yerinin ne şekilde değiştiğini elde eder.

P(s) ve Q(s) polinomları aşağıdaki şekilde yazılmış olsun,

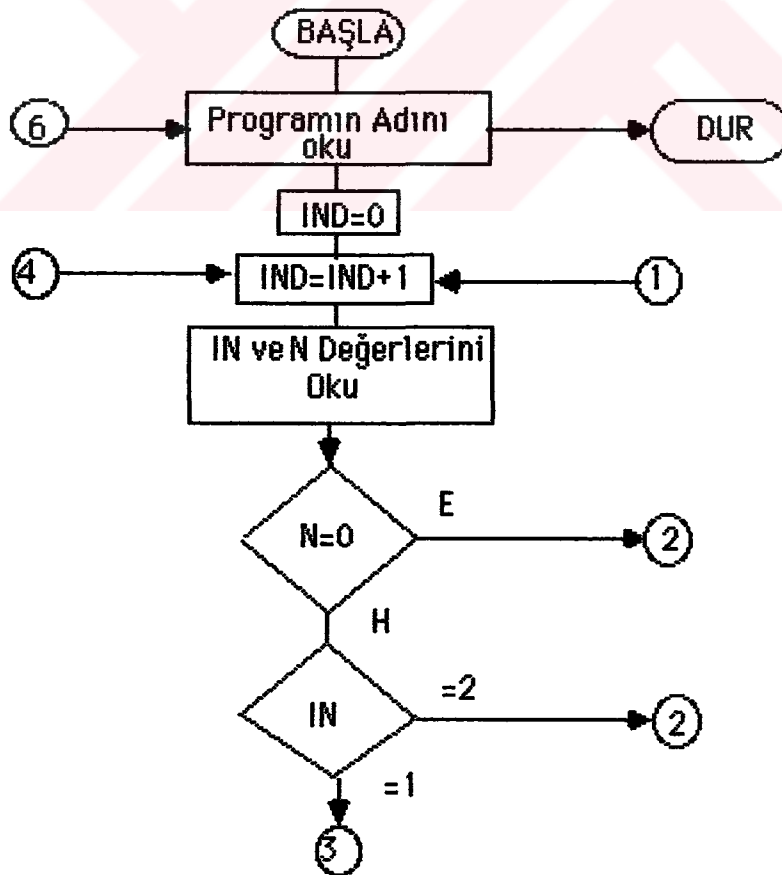
$$P(s) = p_1 + p_2 s + \dots + p_m s^{m-1} + s^m \quad (4.4)$$

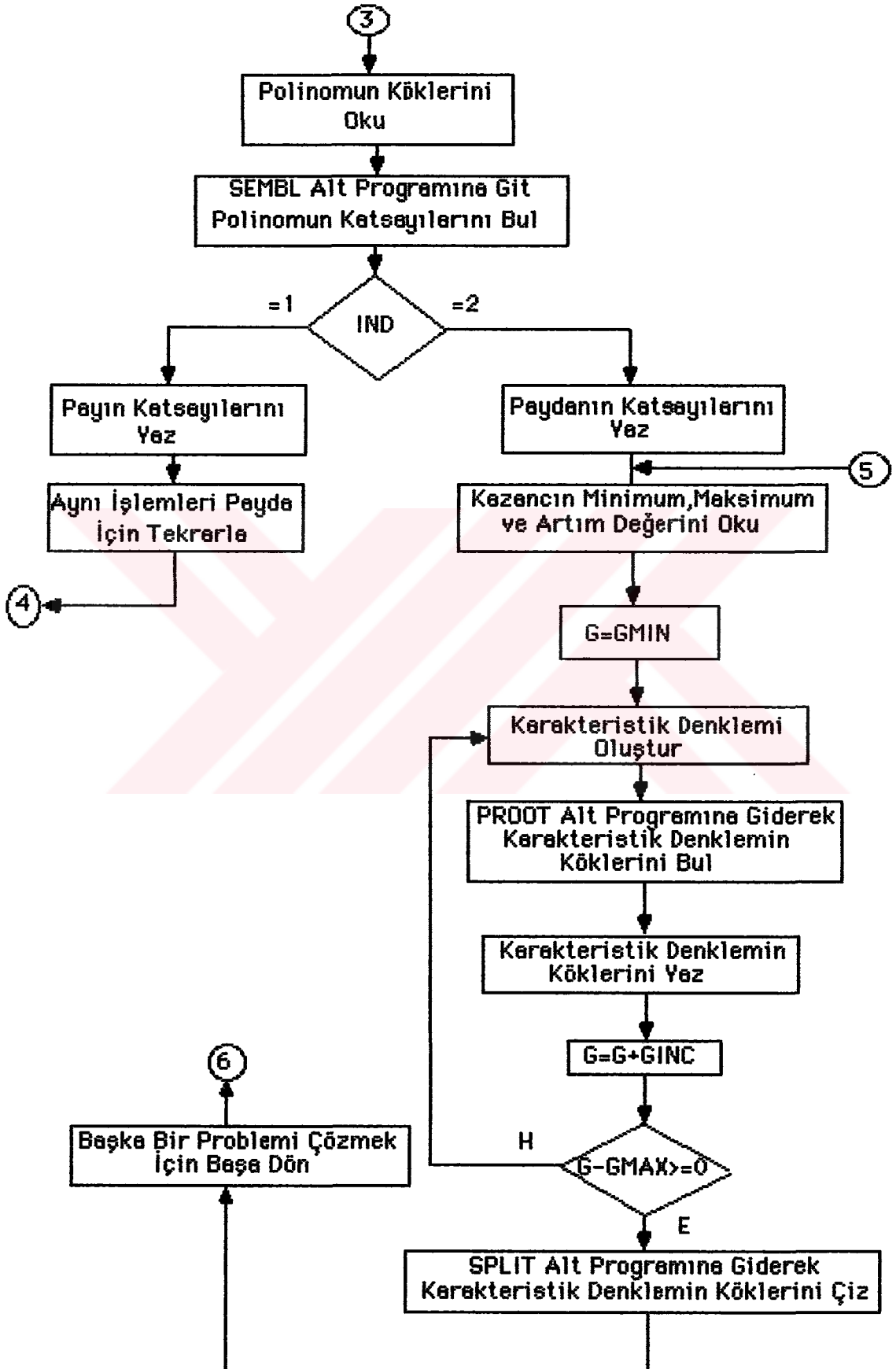
$$Q(s) = q_1 + q_2 s + \dots + q_n s^{n-1} + s^n \quad (4.5)$$

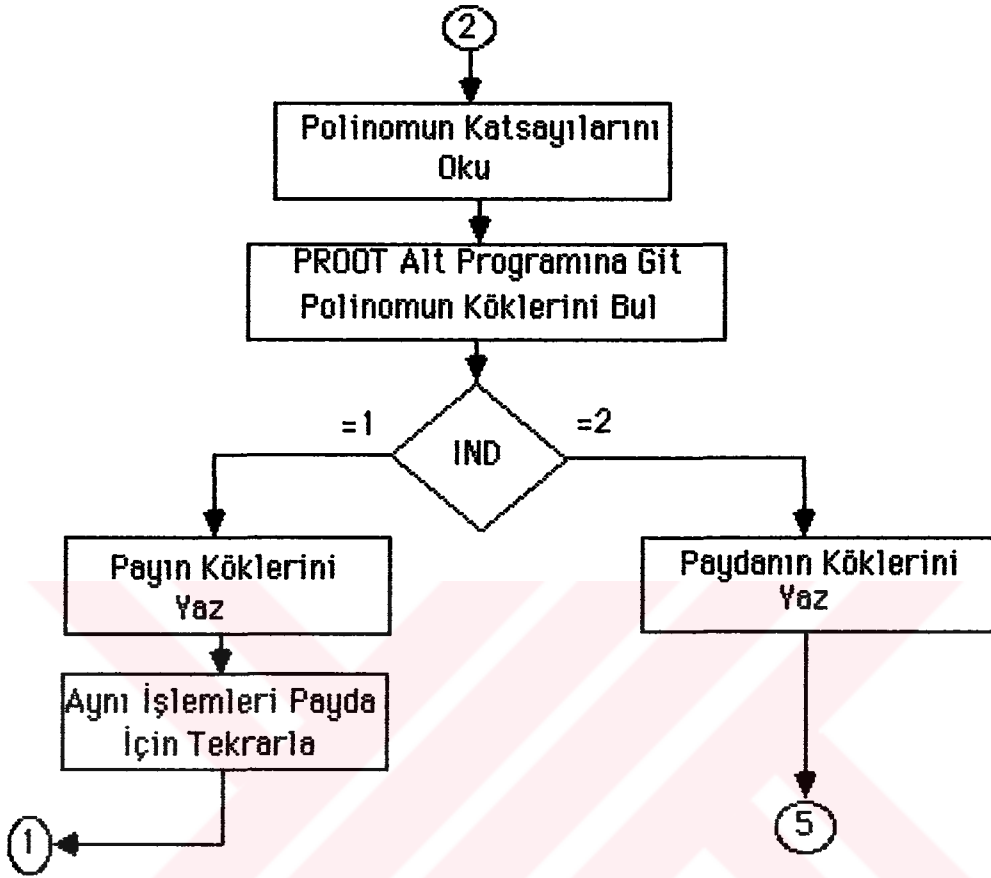
Burada $m < n < 20$ olmalıdır. Bu durumda karakteristik denklem

$$A(s) = Kp_1 + q_1 + (Kp_2 + q_2)s + \dots + (K + q_{m+1})s^m + \dots + s^n \quad (4.6)$$

şeklinde olur. Bu ifadede her K 'nın değişiminde PROOT alt programı kullanılarak, ifadenin kökleri hesaplanıp yazdırılır. Daha sonra SPLIT alt programı çağrılarak, hesaplanan $A(s)$ polinomunun kökleri X-Y düzleminde çizdirilir. Programın akış şeması aşağıdaki gibidir.







Şekil.4.1 Köklerin Yer Eğrisi Programının Akış Diyagramı

4.2. BODE Programı

Bode programı

$$G(s) = K \frac{P(s)}{Q(s)} \quad (4.7)$$

şeklindeki rasyonel transfer fonksiyonu $G(s)$ 'in frekans cevabının belirlenmesini sağlar. Burada

$$P(s) = p_1 + p_2(s) + \dots + p_m s^{m-1} + s^m \quad (4.8)$$

$$Q(s) = q_1 + q_2(s) + \dots + q_n s^{n-1} + s^n \quad (4.9)$$

Frekans cevabı Bode diyagramı formunda çizdirilir.

Kompleks sayı $G(jw)$, jw yerine s konularak w 'nın belirli değerleri için hesaplanabilir. $G(jw)$ kartezyen koordinatlarda yazılırsa

$$G(jw) = R(w) + jX(w) \quad (4.10)$$

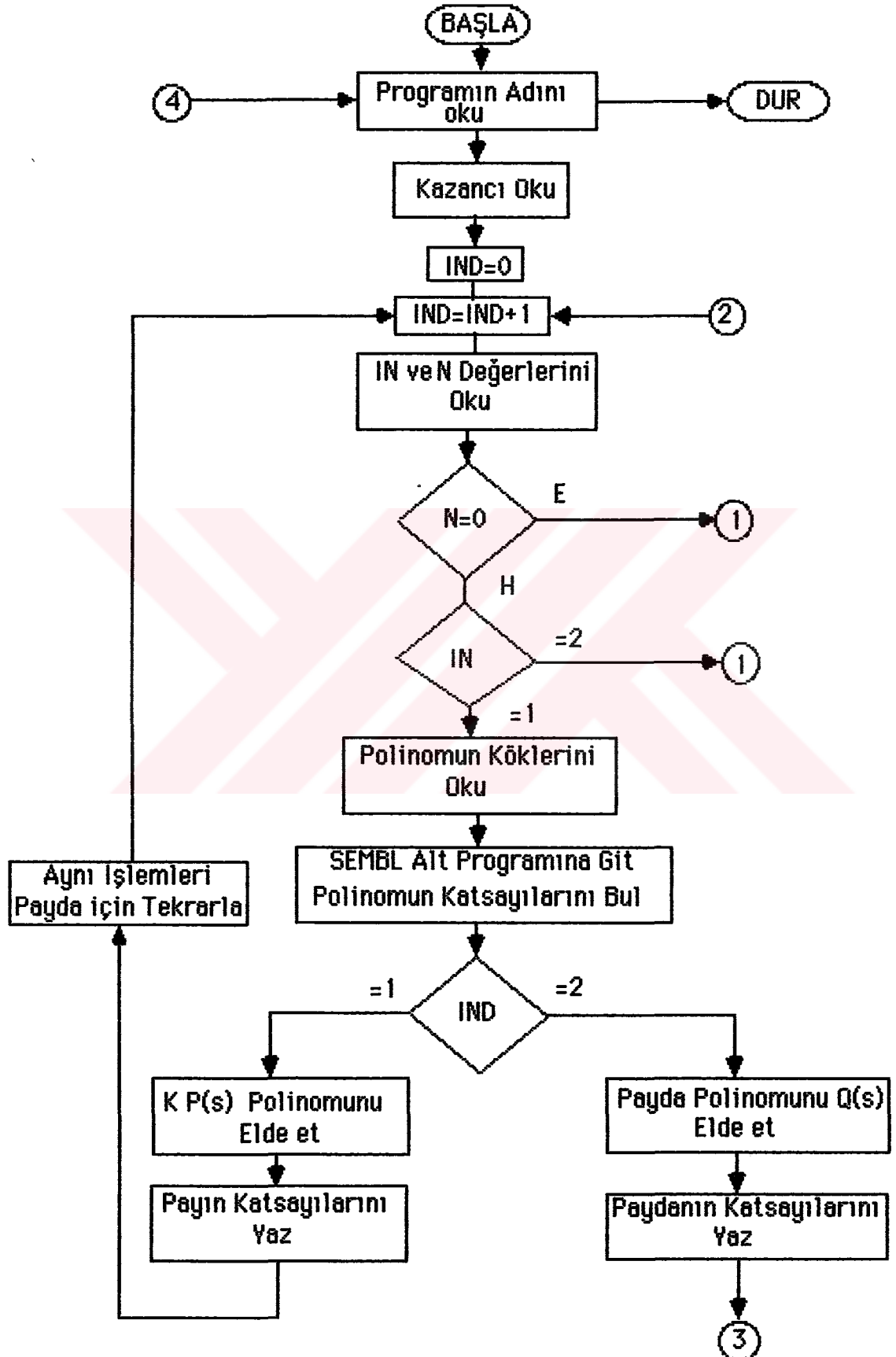
Burada $R(w)$ ve $X(w)$ reel değerlerdir. Budurumda $G(jw)$ 'nin genliği

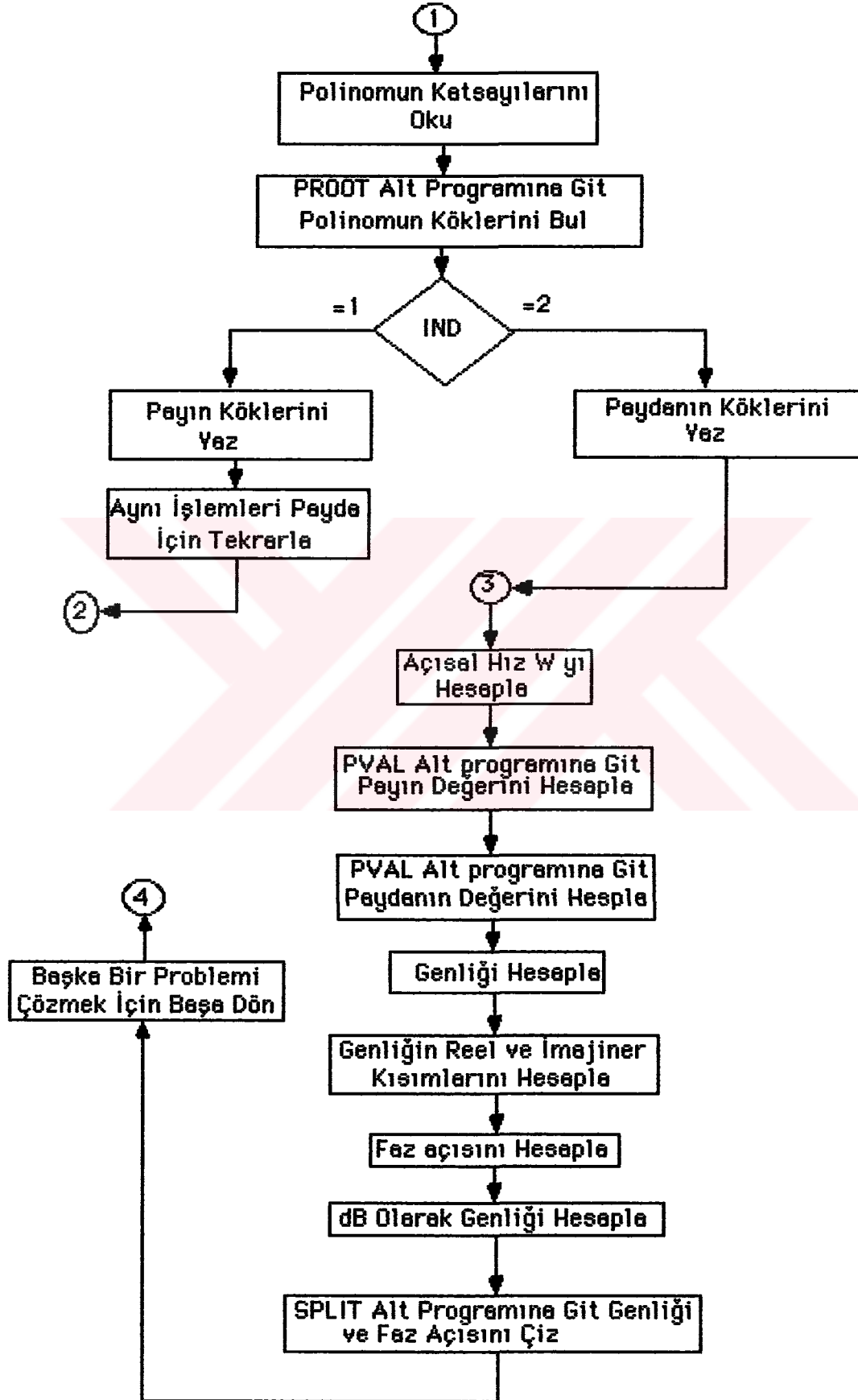
$$|G(jw)| = [R^2(w) + X^2(w)]^{1/2} \quad (4.11)$$

ve fazı

$$\text{Arg } G(jw) = \arctan X(w)/R(w) \quad (4.12)$$

Şeklindedir. Program verilen her w değeri için genliği ve faz açısını hesaplar ve SPLIT alt programını kullanarak bunları frekansa (w) karşılık çizer. Bu programın akış diyagramı Şekil.4.2 'de gösterilmiştir.





4.3. Kullanılan Alt Programlar

4.3.1. PROOT Alt Programı

Program Modified Bairstow Metodunu (Hamming,1962., Aktaş,1981., Dorn, 1972) kullanarak reel katsayılı bir polinomun köklerini hesaplar.

Çağırılma şekli:

CALL PROOT (N,A,U,V,IR)

N= Polinomun derecesi

A= Polinomun katsayı dizisi

U= Reel kök dizisi

V= İmajiner kök dizisi

IR= +1 Eğer polinom $A(1)+A(2)S+A(3)S^2+ \dots +A(N+1)S^N$ şeklinde yazılmış ise

-1 Eğer Polinom $A(1)S^N+A(2)S^{N-1}+ \dots +A(N+1)$ şeklinde yazılmış ise

4.3.2. SEMBL Alt Programı

Bu alt program bir polinomun köklerini kullanarak katsayılarını belirler.

Çağırılma şekli:

CALL SEMBL (N,RR,RI,CF)

N= Polinomun derecesi ≤ 10

RR= Reel kök dizisi

RI= İmajiner kök dizisi

CF= $CF(1)+CF(2)S+ \dots +CF(N+1)S^N$ formunda katsayı dizisi. $CF(N+1)$ katsayısı 1 dir.

Bu alt program aşağıdaki algoritmayı kullanarak polinom katsayılarını belirler.

$$CF(I) = (-1)^{(N-I+1)} \sum (N-I+1) \text{ anında alınan köklerin çarpımı} \quad I=1\dots N$$

4.3.3. PVAL Alt Programı

Bir $A(s)$ polinomunun $(S= u+jv)$ için değerini hesaplar.

Çağırılma şekli:

CALL PVAL (A,NN,PR,PI,VR,VI)

A= Polinomal dizi, A(1) sabit terimdir.

NN= A(s)'in derecesi

PR= S'in reel kısmı

PI= S'in imajiner kısmı

VR= A(s)'in reel kısmı

VI= A(s)'in imajiner kısmı

4.3.4. SPLIT Alt Programı

Bu alt program satır yazıcılarda (Line Printer) iki değişkenli bir

fonksiyonun çizdirilmesini sağlar.

Çağırılma şekli:

CALL SPLIT(U1,V1,N)

U1= X koordinat dizisi

V1= Y koordinat dizisi

N= Bir dizideki eleman sayısı ≤ 999



BÖLÜM 5

PROGRAMLARIN ÇALIŞTIRILMASI

5.1. Root Locus Programının Çalıştırılması

Programın çalıştırılmasında göz önünde tutulması gereken şey, girişlerin formatlara uygun olması ve kazanç sınırının seçilmesidir. Temel girişler, problemin adını ve $P(s)$ ve $Q(s)$ polinomlarının tanımlanmasını içermektedir. Her iki polinom $P(s)$ ve $Q(s)$ hem çarpanlar (faktörler) ($IN=1$) hem de katsayılar ($IN=2$) şeklinde girilebilir. Burada dikkat edilecek nokta, eğer polinom katsayıları girilecekse en yüksek dereceli terimin katsayısı 1 olmalıdır.

Temel girişlerden hemen sonra incelenecek olan kazanç sınırları ve kazancın her iterasyondaki artım değeri girilecektir. Normalde kazanç aralığı sadece pozitif değerleri içermektedir. Eğer negatif değerler gerekirse, minimum ve maksimum değerlerin yer değiştirmesi gerekmektedir. Böylece daha negatif değer kazancın üst sınırı olarak gözükecektir. Eğer hem negatif ve hemde pozitif kazanç değerleri kullanılacak ise bu durumda biri pozitif kazanç değerleri diğeri de negatif kazanç değerleri için olmak üzere program iki kez çalıştırılmalıdır.

Giriş formatlarının tamamı referans olması amacıyla Tablo.5.1. 'de verilmiştir. Basitlik olması için $P(s)$ polinomunun girişleri katsayı olarak ve $Q(s)$ polinomunun girişleri ise çarpanlar (faktörler) halinde verilmiştir.

Satır no	Sütun no	Tanımı	Format
1	1-20	Problemin ismi	5A4
2	1 2-3	IN(=2) Katsayılar girilecek N= Payın derecesi	11,12
3 4 5 . .	1-10	p1= Payın katsayısı p2= p3= . .	8E10.0
	1 2-3	IN=1 Çarpanlar girilecek N Paydanın derecesi	11,12
	1-10 11-20	Paydanın birinci kökünün reel kısmı Paydanın birinci kökünün imajiner kısmı	8E10.0
	1-10 11-20	İkinci kökün reel kısmı İkinci kökün imajiner kısmı	8E10.0
	1-10 11-20 21-30	Kazancın minimum değeri Kazancın maksimum değeri Kazancın artım değeri	8E10.0

Tablo.5.1. Root Locus Programı için Giriş Formatları

Programın nasıl çalıştırıldığını daha iyi anlamak amacıyla Örnek.2.8'i tekrar ele alıp bu kez bu problemi bilgisayar yardımıyla çözdürelim. Bu örnekte açık çevrim transfer fonksiyonu

$$G(s)H(s) = \frac{K(s+1)}{s^2(s+3.6)}$$

idi. Kazancın minimum değeri 0 'dan başlasın ve birer artımlarla maksimum

30 olsun, ve polinomlar çarpanlar halinde girilsin. Böylece girişler aşağıdaki gibi olacaktır.

RTLOC

1b1

1.0

1b3

0.0

0.0

3.6

0.0bbbbbb30.0bbbbbb1.0

Buradaki b'ler o yerlerin boş bırakılacağını ifade etmektedir. Bu program çalıştırılıp, elde edilen sonuçların bir kısmı aşağıya alınmıştır.

1 ROOT LOCUS PROGRAMI,
PROBLEM TANIMI -RTLOC

PAYIN KATSAYILARI

1.000 1.000

AÇIK ÇEVİRİM SIFIRLARI

REEL KISIM İMAJİNER KISIM
-1.000E+00 0.000E+00

PAYDANIN KATSAYILARI

0.000 0.000 3.600 1.000

AÇIK ÇEVİRİM KUTUPLARI

REEL KISIM İMAJİNER KISIM
0.000E+00 0.000E+00
0.000E+00 0.000E+00
-3.600E+00 0.000E+00

MIN.KAZANÇ = 0.00E+00 MAX.KAZANÇ = 2.00E+01

0 *****

1 KAZANÇ = 0.000E+00

KÖKLER

REEL KISIM İMAJİNER KISIM

-3.600E+00 0.000E+00
0.000E+00 0.000E+00
0.000E+00 0.000E+00

2 KAZANÇ = 1.000E+00

KÖKLER

REEL KISIM İMAJİNER KISIM

-3.392E+00 0.000E+00
-1.039E-01 -5.329E-01
-1.039E-01 5.329E-01

3 KAZANÇ = 2.000E+00

KÖKLER

REEL KISIM İMAJİNER KISIM

-3.168E+00 0.000E+00
-2.160E-01 -7.646E-01
-2.160E-01 7.646E-01

KÖKLER

REEL KISIM İMAJİNER KISIM

-1.205E+00 -3.699E+00
-1.205E+00 3.699E+00
-1.189E+00 0.000E+00

20 KAZANÇ = 1.900E+01

KÖKLER

REEL KISIM İMAJİNER KISIM

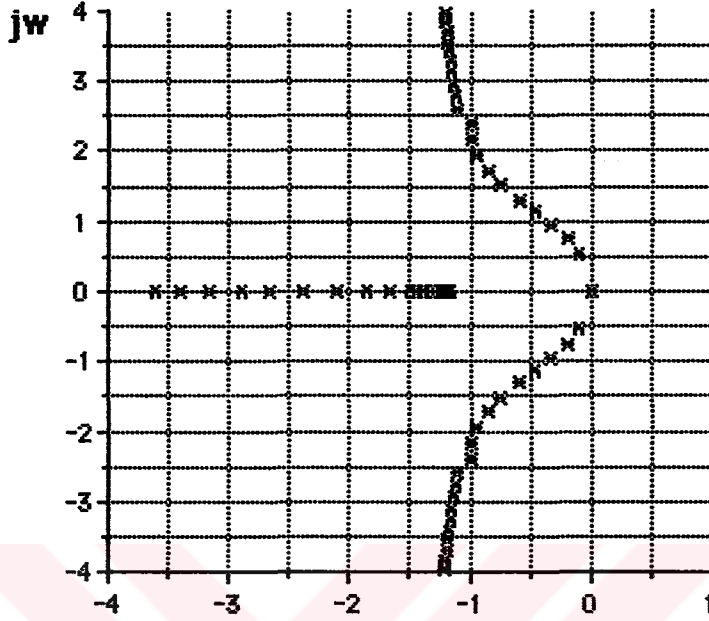
-1.212E+00 -3.832E+00
-1.212E+00 3.832E+00
-1.177E+00 0.000E+00

21 KAZANÇ = 2.000E+01

KÖKLER

REEL KISIM İMAJİNER KISIM

-1.217E+00 -3.960E+00
-1.217E+00 3.960E+00
-1.165E+00 0.000E+00



Şekil.5.1. Örnek.2.8'e ait Problemin Bilgisayar Çözümü

Program girişlerini tam olarak anlaşılması ve klasik yöntem ile bilgisayar çözümleri arasındaki farkları görebilmek amacıyla Örnek.2.9.'u ele alıp, bunun giriş ve çıkışlarının nasıl olduğunu görelim. Bu örnekte kontrol sisteminin açık çevrim transfer fonksiyonu

$$G(s)H(s) = \frac{K}{s(s+1)(s^2+4s+13)}$$

dür. Bu problemin girişleri aşağıdaki gibi olacaktır.

RTLLOC

1b0

0.0

1b4

0.0

1.0

2.0bbbbbb3.0

0.0bbbbbb50.0bbbbbb1.0

Burada polinom çarpanlar halinde girilmiş olup, K kazancı 0'dan başlayıp 50 ye kadar birer artırılması istenmiştir. Bu program çalıştırılmış ve çıktılarından bir bölüm aşağıya alınmıştır.

1 ROOT LOCUS PROGRAMI,
PROBLEM TANIMI -RTLOC

PAYIN KATSAYILARI

1.000

PAYDANIN KATSAYILARI

0.000 13.000 17.000 5.000 1.000

AÇIK GEVRİM KUTUPLARI

REEL KISIM İMAJİNER KISIM

0.000E+00 0.000E+00

-1.000E+00 0.000E+00

-2.000E+00 3.000E+00

-2.000E+00 -3.000E+00

MIN.KAZANÇ = 0.00E+00 MAX.KAZANÇ = 5.00E+01

0 *****

1 KAZANÇ = 0.000E+00

KÖKLER
REEL KISIM İMAJİNER KISIM

-2.000E+00 -3.000E+00
-2.000E+00 3.000E+00
-1.000E+00 0.000E+00
0.000E+00 0.000E+00

2 KAZANÇ = 1.000E+00

KÖKLER
REEL KISIM İMAJİNER KISIM

-8.645E-02 0.000E+00
-8.902E-01 0.000E+00
-2.012E+00 -2.991E+00
-2.012E+00 2.991E+00

3 KAZANÇ = 2.000E+00

KÖKLER
REEL KISIM İMAJİNER KISIM

-2.062E-01 0.000E+00
-7.466E-01 0.000E+00
-2.024E+00 -2.982E+00
-2.024E+00 2.982E+00

KÖKLER
REEL KISIM İMAJİNER KISIM

-2.622E+00 -2.868E+00
-2.622E+00 2.868E+00
1.216E-01 -1.779E+00
1.216E-01 1.779E+00

50 KAZANÇ = 4.900E+01

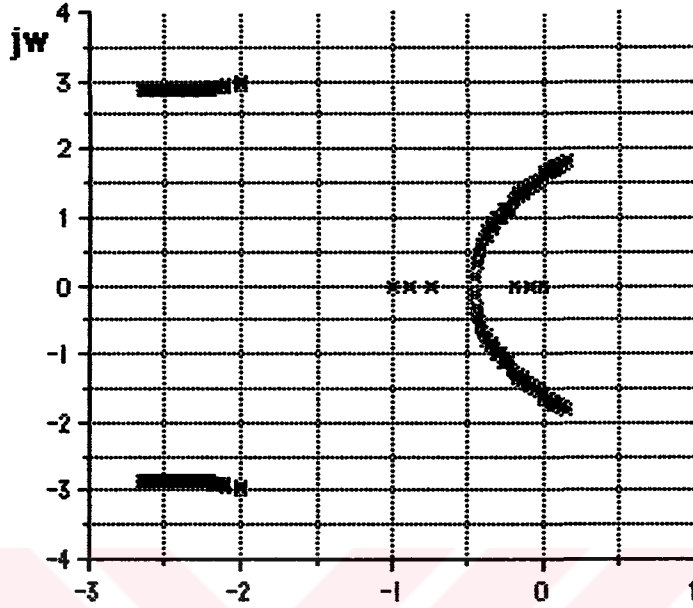
KÖKLER
REEL KISIM İMAJİNER KISIM

-2.632E+00 -2.869E+00
-2.632E+00 2.869E+00
1.324E-01 -1.793E+00
1.324E-01 1.793E+00

51 KAZANÇ = 5.000E+01

KÖKLER
REEL KISIM İMAJİNER KISIM

-2.643E+00 -2.871E+00
-2.643E+00 2.871E+00
1.430E-01 -1.806E+00
1.430E-01 1.806E+00



Şekil.5.2. Örnek.2.9.'a Ait Problemin Bilgisayar Çözümü

5.2 Bode Programının Çalıştırılması

Bode programının çalıştırılmasında da Root locus programında olduğu gibi, giriş formatlarının uygunluğuna dikkat edilmesi gerekmektedir. Buradaki temel girişler programın adı, pay ve payda polinomlarının dereceleri ve bunların çarpanlarının mı yada katsayılarının mı girileceğidir. $IN=1$ olursa çarpanlar, $IN=2$ verilirse polinom katsayılarının girilmesi gerekmektedir. Eğer katsayılar girilecekse polinomun en yüksek dereceli teriminin katsayısı 1 olmalıdır.

Programda frekansın değerleri logaritmik çizime uygun olması amacıyla 0.1'den başlamış, 1000'e kadar her defasında 10 kat artırılarak gitmiş ve her birinin arası da 10 parçaya bölünmüştür (0.1,0.2,.....,0.9,1,2,.....,

...,9,10,20,...,90,100,200,...,900,1000). Eğer istenirse programın bu kısmı yerine, frekansın daha farklı şekilde artırılması sağlanabilir. Giriş formatlarının tamamı Tablo .5.2.'de verilmiştir.

Satır no	Sütun no	Tanımı	Format
1	1-20	Problemin ismi	5A4
2	1-10	Kazanç	8E10.0
3	1 2-3	IN(=2) Katsayılar girilecek N= Payın derecesi	11,12
4	1-10 11-20 21-30	p1= Payın katsayısı p2= p3=	8E10.0
5	1 2-3	IN=1 Çarpanlar girilecek N Paydanın derecesi	11,12
6	1-10 11-20	Paydanın birinci kökünün reel kısmı Paydanın birinci kökünün imajiner kısmı	8E10.0
7	1-10 11-20	İkinci kökün reel kısmı İkinci kökün imajiner kısmı	8E10.0

Tablo.5.2. Bode Programı İçin Giriş Formatları

Programın çalıştırılmasına örnek olarak

$$G(s)H(s) = \frac{10}{s(1+0.2s)(1+0.02s)} = \frac{2500}{s(s+5)(s+50)}$$

açık çevrim transfer fonksiyonunu ele alalım. Bu problem için girişler aşağıdaki gibi olacaktır.

BODE

2500.0

1b0

0.0

2b3

0.0bbbbbbb250.0bbbb55.0

Bu örnekte polinomun katsayıları girilmiş olup, b'ler boşlukları ifade etmektedir. Program çalıştırıldıktan sonra elde edilen sonuçların bir kısmı aşağıya alınmıştır.

FREKANS CEVABI
PROBLEM TANIMI-BODE

KAZANÇ= 2.500000E+03
PAYIN KATSAYILARI

1.000000E+00

PAYIN KÖKLERİ
REEL KISIM İMAJINER KISIM
PAYDANIN KATSAYILARI

0.000000E+00 2.500000E+02 5.500000E+01 1.000000E+00

PAYDANIN KÖKL
REEL KISIM İMAJINER KISIM
-5.000000E+00 0.000000E+00
-5.000000E+01 0.000000E+00
0.000000E+00 0.000000E+00

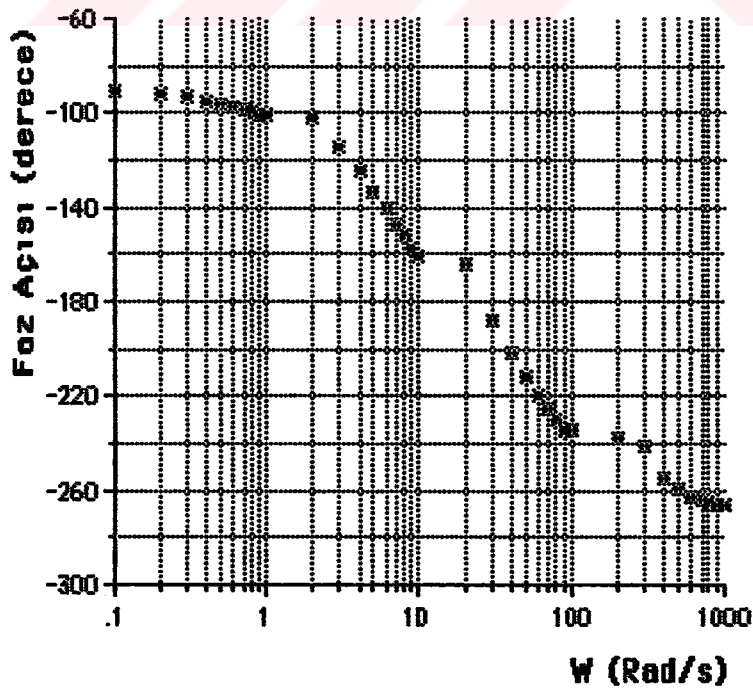
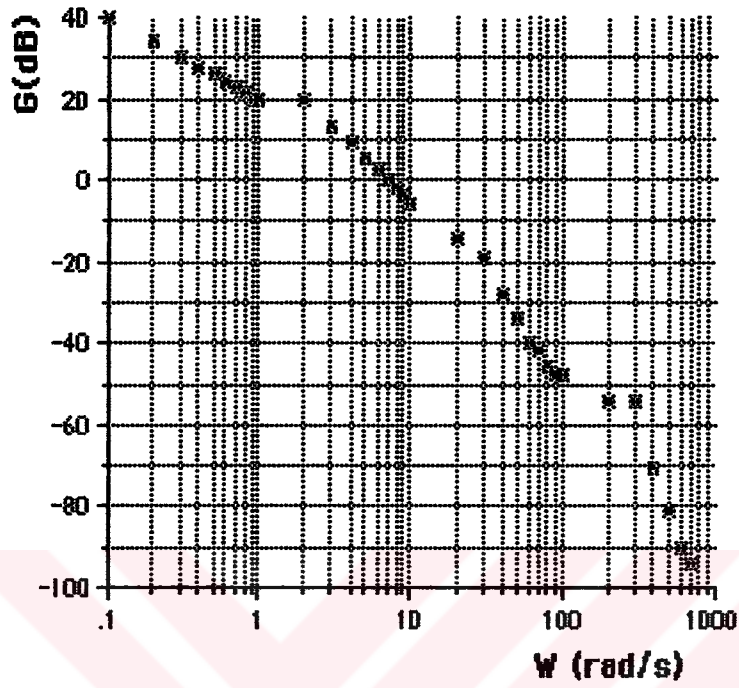
AÇISAL HIZ	REEL KISIM	İMAJINER KISIM	GENLİK	FZAC(RAD)	FZAC(DEG)
9.999999E-02	-2.199113E+00	-9.995572E+01	3.999825E+01	-1.592794E+00	-9.126044E+01
2.000000E-01	-2.196449E+00	-4.991133E+01	3.397237E+01	-1.614776E+00	-9.251987E+01
3.000000E-01	-2.192029E+00	-3.320064E+01	3.044182E+01	-1.636725E+00	-9.377750E+01
4.000000E-01	-2.185869E+00	-2.482353E+01	2.793080E+01	-1.658628E+00	-9.503239E+01
5.000000E-01	-2.177999E+00	-1.978020E+01	2.597694E+01	-1.680466E+00	-9.628363E+01
6.000000E-01	-2.168456E+00	-1.640405E+01	2.437424E+01	-1.702226E+00	-9.753038E+01
7.000000E-01	-2.157285E+00	-1.398090E+01	2.301288E+01	-1.723892E+00	-9.877179E+01
8.000000E-01	-2.144536E+00	-1.215368E+01	2.182729E+01	-1.745451E+00	-1.000070E+02
9.000000E-01	-2.130264E+00	-1.072406E+01	2.077524E+01	-1.766889E+00	-1.012353E+02
1.000000E+00	-2.114538E+00	-9.573093E+00	1.982791E+01	-1.788190E+00	-1.024558E+02
1.999999E+00	-1.893522E+00	-4.234606E+00	1.332788E+01	-1.991282E+00	-1.140921E+02
2.999999E+00	-1.611843E+00	-2.354271E+00	9.106576E+00	-2.171144E+00	-1.243974E+02
3.999999E+00	-1.332932E+00	-1.417756E+00	5.782657E+00	-2.325367E+00	-1.332338E+02
5.000000E+00	-1.089108E+00	-8.910891E-01	2.967086E+00	-2.455863E+00	-1.407106E+02
5.999999E+00	-8.888406E-01	-5.764000E-01	5.009850E-01	-2.566283E+00	-1.470373E+02
6.999999E+00	-7.289560E-01	-3.805721E-01	-1.699169E+00	-2.660439E+00	-1.524320E+02
7.999999E+00	-6.025525E-01	-2.547155E-01	-3.686073E+00	-2.741649E+00	-1.570850E+02
8.999999E+00	-5.025849E-01	-1.715897E-01	-5.496979E+00	-2.812587E+00	-1.611494E+02
1.000000E+01	-4.230769E-01	-1.153846E-01	-7.160036E+00	-2.875340E+00	-1.647449E+02
1.999999E+01	-1.115621E-01	1.521296E-02	-1.896965E+01	-3.277120E+00	-1.877652E+02
2.999999E+01	-4.372025E-02	1.722311E-02	-2.655980E+01	-3.516863E+00	-2.015015E+02
3.999999E+01	-2.063793E-02	1.266419E-02	-3.231874E+01	-3.691978E+00	-2.115349E+02
5.000000E+01	-1.089109E-02	8.910883E-03	-3.703290E+01	-3.827322E+00	-2.192895E+02
5.999999E+01	-6.218210E-03	6.312422E-03	-4.105058E+01	-3.934509E+00	-2.254309E+02
3.999999E+02	-5.287651E-06	3.839552E-05	-8.823280E+01	-4.575534E+00	-2.621587E+02
5.000000E+02	-2.178000E-06	1.978020E-05	-9.402306E+01	-4.602720E+00	-2.637166E+02
5.999999E+02	-1.053568E-06	1.148549E-05	-9.876062E+01	-4.620914E+00	-2.647588E+02
6.999999E+02	-5.697432E-07	7.247574E-06	-1.027694E+02	-4.633939E+00	-2.655051E+02
7.999999E+02	-3.343746E-07	4.861728E-06	-1.062437E+02	-4.643720E+00	-2.660654E+02
8.999999E+02	-2.089207E-07	3.417645E-06	-1.093092E+02	-4.651335E+00	-2.665020E+02
1.000000E+03	-1.371537E-07	2.493080E-06	-1.120522E+02	-4.657431E+00	-2.668511E+02

GMAR=-1.897E+01

FMAR=-3.296E+01

W= 2.000E+01

W= 6.000E+01



İkinci olarak Örnek.2.11.'i ele alıp data girişlerinin nasıl yapıldığını inceleyelim. Bu örnekte açık çevrim kontrol sisteminin transfer fonksiyonu

$$G(s)H(s) = \frac{160 (s+1)}{s^2 (16+4s+s^2)}$$

idi. Bu transfer fonksiyonuna ait girişler aşağıdaki gibi olacaktır.

BODE

160.0

1b1

1.0

2b4

0.0bbbbbbb0.0bbbbbbb16.0bbbbbbb4.0

Bu program çalıştırıldıktan sonra elde edilen sonuçların bir kısmı aşağıya alınmıştır.

FREKANS CEVABI
PROBLEM TANIMI-BODE

KAZANÇ= 1.600000E+02
PAYIN KATSAYILARI

1.000000E+00 1.000000E+00

PAYIN KÖKLERİ

REEL KISIM İMAJINER KISIM

-1.000000E+00 0.000000E+00

PAYDANIN KATSAYILARI

0.000000E+00 0.000000E+00 1.600000E+01 4.000000E+00 1.000000E+00

PAYDANIN KÖKL

REEL KISIM İMAJINER KISIM

-2.000000E+00 -3.464102E+00

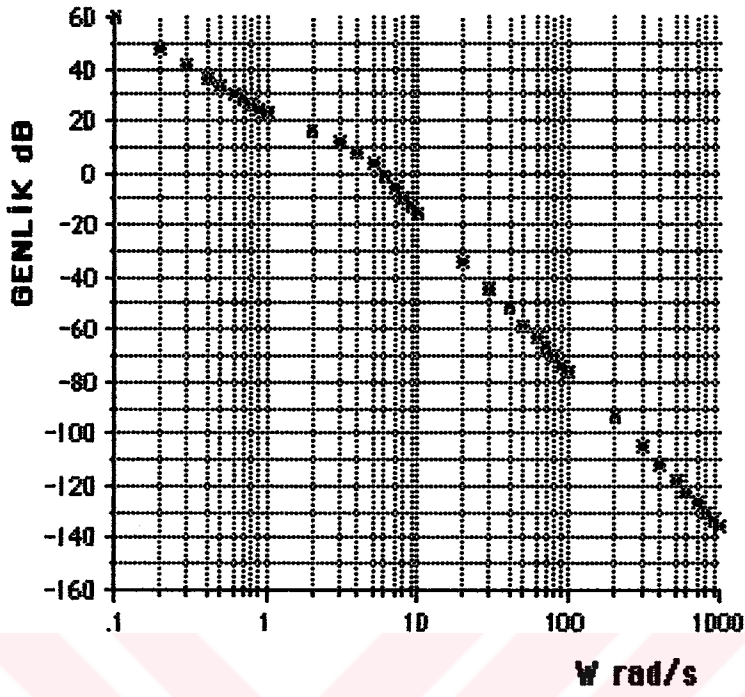
-2.000000E+00 3.464102E+00

0.000000E+00 0.000000E+00

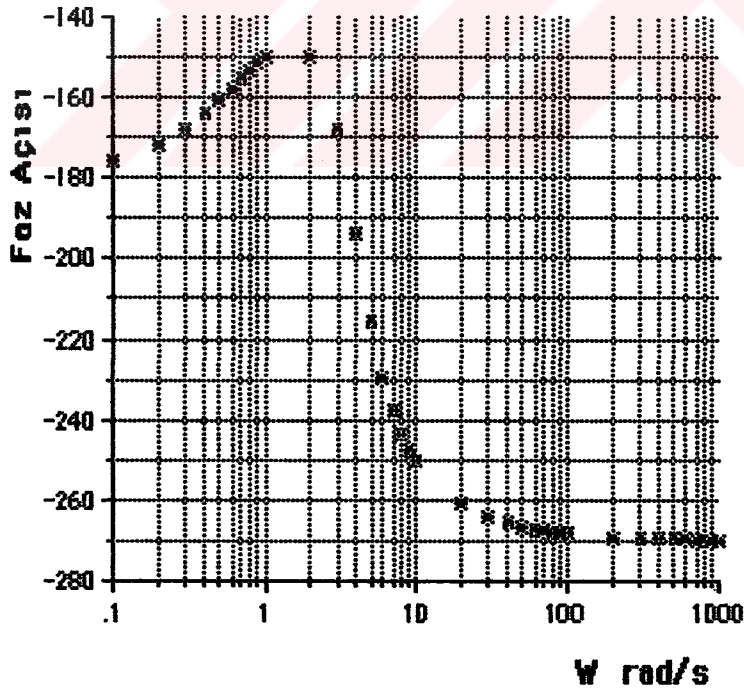
0.000000E+00 0.000000E+00

AÇISAL HIZ	REEL KISIM	IMAJINER KISIM	GENLIK	FZAC(RAD)	FZAC(DEG)
9.999999E-02	-1.002468E+03	-7.358421E+01	6.004474E+01	-3.068321E+00	-1.758019E+02
2.000000E-01	-2.523670E+02	-3.466806E+01	4.812183E+01	-3.005075E+00	-1.721782E+02
3.000000E-01	-1.133108E+02	-2.075136E+01	4.122868E+01	-2.960464E+00	-1.696221E+02
4.000000E-01	-6.446353E+01	-1.308397E+01	3.636159E+01	-2.941346E+00	-1.685268E+02
5.000000E-01	-4.165677E+01	-7.915927E+00	3.254776E+01	-2.953804E+00	-1.692406E+02
6.000000E-01	-2.905478E+01	-3.997610E+00	2.934579E+01	-3.004863E+00	-1.721660E+02
7.000000E-01	-2.122943E+01	-7.939593E-01	2.654482E+01	-3.104211E+00	-1.778583E+02
8.000000E-01	-1.591112E+01	1.961742E+00	2.409952E+01	-3.264267E+00	-1.870288E+02
9.000000E-01	-1.201329E+01	4.416653E+00	2.214381E+01	-3.493901E+00	-2.001859E+02
1.000000E+00	-8.961302E+00	6.657750E+00	2.095622E+01	-3.780562E+00	-2.166104E+02
1.999999E+00	1.160532E+01	2.293323E+01	2.819949E+01	1.102321E+00	6.315834E+01
2.999999E+00	3.748248E+01	2.413420E+01	3.298283E+01	5.720605E-01	3.277666E+01
3.999999E+00	5.350525E+01	1.675575E+00	3.457217E+01	3.130586E-02	1.793694E+00
5.000000E+00	4.585460E+01	-1.900137E+01	3.391586E+01	-3.928438E-01	-2.250830E+01
5.999999E+00	3.326265E+01	-2.595786E+01	3.250470E+01	-6.626690E-01	-3.796815E+01
6.999999E+00	2.406546E+01	-2.640778E+01	3.106026E+01	-8.317714E-01	-4.765700E+01
7.999999E+00	1.804587E+01	-2.488957E+01	2.975497E+01	-9.434634E-01	-5.405649E+01
8.999999E+00	1.405587E+01	-2.296002E+01	2.860176E+01	-1.021461E+00	-5.852545E+01
1.000000E+01	1.131324E+01	-2.109143E+01	2.758029E+01	-1.078462E+00	-6.179132E+01
1.999998E+01	3.375317E+00	-1.094374E+01	2.117793E+01	-1.271628E+00	-7.285896E+01
2.999998E+01	2.062950E+00	-7.316452E+00	1.761823E+01	-1.295970E+00	-7.425363E+01
1.999998E+02	1.072962E+00	-1.099066E+00	3.727637E+00	-7.974154E-01	-4.568855E+01
2.999998E+02	1.060510E+00	-7.327216E-01	2.205158E+00	-6.046022E-01	-3.464116E+01
3.999998E+02	1.056152E+00	-5.495436E-01	1.515096E+00	-4.797759E-01	-2.748914E+01
5.000000E+02	1.054136E+00	-4.396357E-01	1.154375E+00	-3.951243E-01	-2.263896E+01
5.999998E+02	1.053041E+00	-3.663636E-01	9.451236E-01	-3.348117E-01	-1.9185...E+01
6.999998E+02	1.052381E+00	-3.140264E-01	8.138994E-01	-2.899848E-01	-1.661491E+01
7.999998E+02	1.051951E+00	-2.747731E-01	7.265482E-01	-2.554948E-01	-1.463878E+01
8.999998E+02	1.051658E+00	-2.442427E-01	6.656437E-01	-2.282000E-01	-1.307490E+01
1.000000E+03	1.051448E+00	-2.198184E-01	6.215382E-01	-2.060941E-01	-1.180833E+01

 GMAR= 2.410E+01
 FMAR=-1.525E+02
 U= 8.000E-01
 U= 4.000E+02



Genlik Eğrisi



Faz Açısı Eğrisi