

45567

T.C.
FIRAT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

"U" ÇENTİKLİ DÜZLEM LEVHALARDA ELASTO-PLASTİK
BÖLGELERİN İNCELENMESİ VE İÇ GERİLMELERİN
ARAŞTIRILMASI

NURETTİN ARSLAN

DOKTORA TEZİ

MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON BİRİMİ

1995

ELAZIĞ

T.C.
FIRAT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

"U" ÇENTİKLİ DÜZLEM LEVHALARDA ELASTO-PLASTİK
BÖLGELERİN İNCELENMESİ VE İÇ GERİLMELERİN
ARAŞTIRILMASI

NURETTİN ARSLAN

DOKTORA TEZİ
MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

Bu tez,/...../..... Tarihinde, Aşağıda Belirtilen Jüri Tarafından
Oybirliği/Oyçokluğu İle Başarılı/Başarısız Olarak Değerlendirilmiştir.

(İmza)

Danışman

(İmza)

(İmza)

ÖZET

Doktora Tezi

**"U" ÇENTİKLİ DÜZLEM LEVHALARDA ELASTO-PLASTİK
BÖLGELERİN İNCELENMESİ ve İÇ GERİLMELERİN
ARAŞTIRILMASI**

Nurettin ARSLAN

Fırat Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Makina Mühendisliği Anabilim Dalı

1995, Sayfa: 180

Bu çalışmada, sonlu elemanlar metodu kullanılarak üzerinde "U" çentikler bulunan izotropik levhalarda elasto-plastik gerilme analizi yapılmıştır. Malzeme olarak Ç.1060 çeliği seçilmiştir.

Çentik derinliği "b" ve çentik yarıçapı "r" değiştirilerek, çeşitli boyutlarda "U" çentikli levhalar elde edilmiştir. Bu levhalara ilk akmayı başlatan kuvvetten başlayarak artırılan farklı üniform çekme yükleri uygulanmıştır. İç gerilmeler ve plastik bölgelerin yayılması elde edilmiştir. Sonuçlar grafikler halinde sunulmuş ve literatürde elde edilen benzer çalışmalarla karşılaştırılmıştır.

Sonuçta, çentik boyutları artıkça ortaya çıkan gerilme ve iç gerilmelerin de arttığı görülmüştür. Ayrıca uygulanan çekme yüklerinin artmasına karşılık plastik bölgelerin alanında da artma elde edilmiştir. Her bir "U" çentiği için yapılan analizlerde plastik bölgelerin çentik etrafında yığıldıkları görülmüştür.

ANAHTAR KELİMELER: Çentikli levha, artık gerilme, elasto-plastik gerilme analizi, gerilme yığılması, plastik bölgeler.

II

ABSTRACT

PhD Thesis

AN INVESTIGATION OF ELASTO-PLASTIC ZONES AND RESIDUAL STRESSES OF THE U-NOTCHED PLATES

Nurettin ARSLAN

Fırat University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Mechanical Engineering

1995, Page: 180

In this study, the elasto-plastic stress analysis of the "U" notched isotropic plates of steel (SAE 1060) have been studied, by using a finite elements method.

The plates with U-notches having several depth (b) and radius (r) have been provided. These plates have been loaded with the various uniform tension loads increasing from the yield load. The spread of the plastic zones and the residual stresses have been obtained. The results have been presented in diagrams and compared with some of the relevant studies in the literature.

As a result, it has been seen that in case of increasing notch dimensions, the obtained stresses and residual stresses increase too; and in case of increasing uniform tension loads, the areas of the plastic zones also increase. In the analysis, it has been shown that the plastic zones concentrate around the U-notches for all of the plates.

KEY WORDS: Notched plate, residual stress, elasto-plastic stress analysis, stress concentration, plastic zones.

TEŞEKKÜR

Bu çalışmanın yapılabilmesini ve yürütülmesini sağlayan ve her türlü yardımlarını esirgemeyen danışman hocam Sayın Doç.Dr. Aydın TURGUT'a teşekkürü bir borç bilirim. Sürekli olarak çalışmalarında yol gösteren, ilgi ve yardımlarını esirgemeyen çok değerli hocam Sayın Prof.Dr. Onur SAYMAN'a, Bölüm Başkanımız Sayın Prof.Dr. Kazım PIHTILI'ya, çok değerli hocam Sayın Prof.Dr. Ömer Erkin PEREMECİ'ye, Doç.Dr. Bülent TUTAK'a, Doç.Dr. Vedat TANYILDIZI'na, Yrd.Doç.Dr. Mustafa AKSOY'a teşekkür eder saygılar sunarım. Ayrıca bu çalışmanın bilgisayar destekli kısmında yardımlarını esirgemeyen Mak.Yük.Müh. Mehmet DURANAY ve Bilgi İşlem Merkezi çalışanlarına, Pamukkale Ün. Öğr. üyesi sayın Yrd.Doç.Dr. Muzaffer TOPÇU'ya ve üniversitemiz Makina Mühendisliği Bölüm Elemanlarına en içten teşekkürlerimi sunarım.

Nurettin ARSLAN
Makina Yük. Mühendisi

IV
ÖZET
ABSTRACT

TEŞEKKÜR
İÇİNDEKİLER
ŞEKİLLER LİSTESİ
TABLOLAR LİSTESİ
SİMGELER LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
1. GİRİŞ	1
2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI	4
3. SONLU ELEMANLAR METODU	8
3.1. Genel Bilgiler	8
3.2. Sonlu Elemanlar Metodunun Uygulanışı	8
3.3. Cismin Sonlu Elemanlara Bölünmesi	9
3.3.1. Çeşitli sonlu eleman tipleri	10
3.3.2. İzoparametrik sonlu elemanlar	12
3.3.3. Sonlu eleman ağının elde edilmesi	13
3.4. İnterpolasyon Fonksiyonlarının Seçilmesi	14
3.4.1. Bir değişkenli interpolasyon fonksiyonu	14
3.4.2. İki değişkenli interpolasyon fonksiyonu	15
3.4.3. Tek boyutlu elemanlarda interpolasyon fonksiyonu olarak Lagrange Polinomlarının kullanılması	17
3.4.4. İki boyutlu elemanlarda interpolasyon fonksiyonu olarak Lagrange Polinomlarının kullanılması	20
4. SONLU ELEMAN FORMÜLASYONUNUN PROBLEME UYGULANMASI	24
4.1. Şekil Değiştirme ve Gerilmelerin Elde Edilmesi	24
4.2. Direngenlik Matrisinin Teşkili	30

4.3.	Nümerik İntegrasyon	31
4.4.	Problemin Tanımı	33
4.5.	"U" Çentikli Levhanın Sonlu Elemanlara Ayrılması	34
5.	ELASTO-PLASTİK GERİLME ANALİZİ	36
5.1.	Giriş	36
5.2.	Şekil Değiştirme Enerjisi Bileşenleri	37
5.3.	Akma Kriterleri	40
5.3.1.	Maksimum kayma gerilmesi kriteri (Tresca Kriteri)	40
5.3.2.	Çarpılma (distorsiyon) enerjisi teorisi veya Von Mises akma kriteri	42
5.4.	Plastisitenin Bazı Temel Kavramları	45
5.4.1.	Genel teori	45
5.4.2.	Akma yüzeyi, Haigh-Westergaard gerilme uzayı	46
5.4.3.	Şekil değiştirme sertleşmesi	56
5.4.4.	Normalite kriteri	58
5.4.5.	Toplam gerilme şekil değiştirme bağıntıları	60
5.4.6.	"A" parametresinin incelenmesi	61
5.4.7.	Prandtl-Reuss bağıntıları	62
5.4.8.	Ramber-Osgood bağıntısı	64
5.5.	İki Boyutlu Elasto-Plastik Problemin Sayısal Çözümü	66
5.6.	Plastik Deformasyon Sonucu Oluşan Artık Gerilmeler	69
6.	SAYISAL ÇÖZÜMLER	72
6.1.	Sonlu Eleman Ağıının Elde Edilmesi (Mesh Generation)	72
6.2.	Sonlu Eleman Ağıında Seçilen Düğüm Sayısının Optimizasyonu ve Çalışma Aralığının Belirlenmesi	75
6.3.	Kontrol Çözüm	76
7.	ELDE EDİLEN SONUÇLAR	83
7.1.	İç Gerilmelerin Levha Yüksekliği ve Uygulanan Yükle Değişimi	83
7.2.	"U" Çentikli Levhalarda Meydana Gelen Gerilme ve İç Gerilmelerin Levha Yüksekliği ve Levha Uzunluğuna Bağlı Olarak Değişimi	99

VI

7.3.	"U" Çentikli Levhalarda Meydana Gelen İç Gerilmelerin Levha Uzunluğu ve Uygulanan Yüke Bağlı Olarak Sadece Akan Noktalar İçin İncelenmesi	116
7.4.	Farklı Yükleme Basamaklarında "U" Çentikli Levhalarda Oluşan Plastik Bölgelerin Yayılışı	123
7.5.	"U" Çentikli Levhalarda Oluşan İç Gerilmelerin b/r Çentik Oranı ve Uygulanan Yüke Bağlı Olarak Değişimi	127
7.6.	"U" Çentikli Levhalarda Oluşan İç Gerilmelerin $b/r-1/d$ Çentik Oranlarına Bağlı Olarak Değişimi	135
8.	GENEL SONUÇLAR ve ÖNERİLER	140

KAYNAKLAR

EKLER

EK1. Elasto-plastik gerilme analizi yapan FORTRAN bilgisayar programı

EK2. Bilgisayar programının çalıştırılması neticesinde elde edilen örnek çıktıları ($r=6$, $b=9$ mm).

VII

ŞEKİLLER LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Şekil 3.1. Tek boyutlu elemanlar	10
Şekil 3.2. Çeşitli iki boyutlu elemanlar	10
Şekil 3.3. Çeşitli üç boyutlu elemanlar	11
Şekil 3.4. Dönel elemanlar	12
Şekil 3.5. 1/4 Levhanın izoparametrik sonlu elemanlara ayrılması.....	10
Şekil 3.6. Eksenel simetrik özellik gösteren "U" çentikli levhanın çözüm bölgesinin taranması	14
Şekil 3.7. Çeşitli üçgen elemanlar	16
Şekil 3.8. Çeşitli dörtgen elemanlar	16
Şekil 3.9. Eleman düğümleri ikiden dörde kadar değişebilen çubuk eleman	19
Şekil 3.10. İki boyutta transformasyon	20
Şekil 3.11. İki boyutlu dört düğümlü eleman	21
Şekil 3.12. Düğüm numaraları 4'ten 9'a kadar değişebilen iki boyutlu elemanların interpolasyon fonksiyonları	23
Şekil 4.1. Dört düğümlü iki boyutlu izoparametrik eleman	24
Şekil 4.2. Kenarlarında "U" çentikler bulunan düzlem levha	33
Şekil 4.3. Çözüm bölgesi sonlu elemanlara ayrılmış "U" çentikli levha	35
Şekil 5.1. Genel halde verilen gerilme halinin kısımlara ayrılması	37
Şekil 5.2. Maksimum kayma gerilmesi teorisi	41
Şekil 5.3. Üç boyutlu gerilme hali için akma yüzeyi	44
Şekil 5.4. Distorsiyon enerjisi teorisi	44
Şekil 5.5. Tek eksenli davranış: (a) Non-lineer elastik ve plastik davranış (b) İdeal plastik davranış (c) Şekil değiştirme sertleşmeli davranış	45
Şekil 5.6. Haigh-Westergaard gerilme uzayı	48
Şekil 5.7. "π" düzlemi	51
Şekil 5.8. "P" noktasının "π" düzlemindeki izdüşümü	52
Şekil 5.9. σ_1 'in "π" düzlemindeki izdüşümü	52
Şekil 5.10. Von Mises dairesi ve Tresca altıgeni	54
Şekil 5.11. Tresca ve Von Mises silindirleri	55
Şekil 5.12. Akma yüzeyi plastik deformasyon ilişkisi	57

VIII

Şekil 5.13. İki boyutlu gerilme düzleminde akma yüzeyi ve normalite kriteri (Zienkiewicz,1982,sayfa461)	59
Şekil 5.14. Ramber-Osgood bağıntısı (Dowling,1993,sayfa 529)	64
Şekil 5.15. K ve n değerlerinin tesbiti	65
Şekil 5.16. Başlangıç gerilmesi metodu	66
Şekil 5.17. Eğilmeye maruz kalan bir çubukta oluşan artık gerilmeler	69
Şekil 5.18. Çentikli bir elemanda lokal akmadan sonra geriye kalan şekil değiştirme ve artık gerilmeler (Dowling,1993,sayfa:602)	70
Şekil 5.19. Polikarbonat plastikten yapılmış çentikli levhalardaki plastik bölgeler (Dowling,1993,sayfa:594)	71
Şekil 6.1. Otomatik bölmelemede kısımlara ayrılmış "U" çentikli levha	72
Şekil 6.2. Dikdörtgene ait sonlu eleman ağının elde edilmesi	73
Şekil 6.3. Yarım daire çentikli levhanın sonlu eleman ağının elde edilmesi	74
Şekil 6.4. Gerilmedeki değişim ve düşüm sayısı değişimi	75
Şekil 6.5. "U" çentikli levha	76
Şekil 6.6. Çentik boyutları-Gerilme yığılması faktörü (NEUBER)	78
Şekil 6.7. Çentik boyutları-Gerilme yığılması faktörü (KATO)	79
Şekil 6.8. Çentik boyutları-Gerilme yığılması faktörü (FEM)	80
Şekil 6.9. Neuber, Kato ve FEM çözümleri sonucu elde edilen k değerlerinin karşılaştırılması ($1/d=0.25.....0.50$)	80
Şekil 6.10. Neuber, Kato ve FEM çözümleri sonucu elde edilen k değerlerinin karşılaştırılması ($1/d=0.625.....0.85$)	80
Şekil 7.1. RSxx iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yük ile değişimi ($r=1, b=5$)	84
Şekil 7.2. RSyy iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yük ile değişimi ($r=1, b=5$)	85
Şekil 7.3. RSxy iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yük ile değişimi ($r=1, b=5$)	86
Şekil 7.4. RSxx iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yük ile değişimi ($r=2, b=4$)	87
Şekil 7.5. RSyy iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yük ile değişimi ($r=2, b=4$)	87
Şekil 7.6. RSxy iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yük ile değişimi ($r=2, b=4$)	88

IX

Sekil 7.7. RSxx iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yükle değişimi ($r=3, b=3$)	89
Sekil 7.8. RSyy iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yükle değişimi ($r=3, b=3$)	89
Sekil 7.9. RSxx iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yükle değişimi ($r=4, b=2$)	90
Sekil 7.10. RSyy iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yükle değişimi ($r=4, b=2$)	90
Sekil 7.11. RSxx iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yükle değişimi ($r=5, b=1$)	91
Sekil 7.12. RSyy iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yükle değişimi ($r=5, b=1$)	91
Sekil 7.13. RSxx iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yükle değişimi ($r=2, b=13$)	92
Sekil 7.14. RSyy iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yükle değişimi ($r=2, b=13$)	92
Sekil 7.15. RSxx iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yükle değişimi ($r=6, b=9$)	93
Sekil 7.16. RSyy iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yükle değişimi ($r=6, b=9$)	93
Sekil 7.17. RSxx iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yükle değişimi ($r=10, b=15$)	94
Sekil 7.18. RSyy iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yükle değişimi ($r=10, b=15$)	94
Sekil 7.19. RSxx iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yükle değişimi ($r=2, b=23$)	95
Sekil 7.20. RSyy iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yükle değişimi ($r=2, b=23$)	95
Sekil 7.21. RSxx iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yükle değişimi ($r=16, b=9$)	96
Sekil 7.22. RSyy iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yükle değişimi ($r=16, b=9$)	96
Sekil 7.23. RSxx iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yükle değişimi ($r=6, b=19$)	97

Şekil 7.24. RSyy iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yükle değişimi ($r=6, b=19$)	97
Şekil 7.25. RSxx iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yükle değişimi ($r=22, b=3$)	98
Şekil 7.26. RSyy iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yükle değişimi ($r=22, b=3$)	98
Şekil 7.27. Sxx (σ_{xx}) normal gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=1, b=5$)	99
Şekil 7.28. Syy (σ_{yy}) normal gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=1, b=5$)	100
Şekil 7.29. Sxy (σ_{xy}) kayma gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=1, b=5$)	101
Şekil 7.30. Se (σ_e) eşlenik gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=1, b=5$)	102
Şekil 7.31. RSxx iç gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=1, b=5$)	103
Şekil 7.32. RSyy iç gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=1, b=5$)	103
Şekil 7.33. RSxy iç gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=1, b=5$)	104
Şekil 7.34. Sxx (σ_{xx}) normal gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=4, b=6$)	105
Şekil 7.35. Syy (σ_{yy}) normal gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=4, b=6$)	106
Şekil 7.36. Sxy (σ_{xy}) kayma gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=4, b=6$)	106
Şekil 7.37. Se (σ_e) eşlenik gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=4, b=6$)	107
Şekil 7.38. RSxx iç gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=4, b=6$)	107
Şekil 7.39. RSyy iç gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=4, b=6$)	108
Şekil 7.40. RSxy iç gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=4, b=6$)	108

Şekil 7.41. S_{xx} (σ_{xx}) normal gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=6, b=9$)	109
Şekil 7.42. S_{yy} (σ_{yy}) normal gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=6, b=9$)	109
Şekil 7.43. S_{xy} (σ_{xy}) kayma gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=6, b=9$)	110
Şekil 7.44. S_e (σ_e) eşlenik gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=6, b=9$)	110
Şekil 7.45. RS_{xx} iç gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=6, b=9$)	111
Şekil 7.46. RS_{yy} iç gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=6, b=9$)	111
Şekil 7.47. RS_{xy} iç gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=6, b=9$)	112
Şekil 7.48. S_{xx} (σ_{xx}) normal gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=10, b=15$)	112
Şekil 7.49. S_{yy} (σ_{yy}) normal gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=10, b=15$)	113
Şekil 7.50. S_{xy} (σ_{xy}) kayma gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=10, b=15$)	113
Şekil 7.51. S_e (σ_e) eşlenik gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=10, b=15$)	114
Şekil 7.52. RS_{xx} iç gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=10, b=15$)	114
Şekil 7.53. RS_{yy} iç gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=10, b=15$)	115
Şekil 7.54. RS_{xy} iç gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=10, b=15$)	115
Şekil 7.55. Levha uzunluğu ve uygulanan yüke bağlı olarak RS_{xx} iç gerilmesinin akan noktalar için incelenmesi ($r=1, b=5$)	116
Şekil 7.56. Levha uzunluğu ve uygulanan yüke bağlı olarak RS_{yy} iç gerilmesinin akan noktalar için incelenmesi ($r=1, b=5$)	117
Şekil 7.57. Levha uzunluğu ve uygulanan yüke bağlı olarak RS_{xy} iç gerilmesinin akan noktalar için incelenmesi ($r=1, b=5$)	118

XII

Şekil 7.58. Levha uzunluğu ve uygulanan yüke bağlı olarak RS_{xx} iç gerilmesinin akan noktalar için incelenmesi ($r=2, b=4$)	119
Şekil 7.59. Levha uzunluğu ve uygulanan yüke bağlı olarak RS_{yy} iç gerilmesinin akan noktalar için incelenmesi ($r=2, b=4$)	120
Şekil 7.60. Levha uzunluğu ve uygulanan yüke bağlı olarak RS_{xx} iç gerilmesinin akan noktalar için incelenmesi ($r=3, b=3$)	120
Şekil 7.61. Levha uzunluğu ve uygulanan yüke bağlı olarak RS_{yy} iç gerilmesinin akan noktalar için incelenmesi ($r=3, b=3$)	121
Şekil 7.62. Levha uzunluğu ve uygulanan yüke bağlı olarak RS_{xx} iç gerilmesinin akan noktalar için incelenmesi ($r=4, b=2$)	121
Şekil 7.63. Levha uzunluğu ve uygulanan yüke bağlı olarak RS_{yy} iç gerilmesinin akan noktalar için incelenmesi ($r=4, b=2$)	122
Şekil 7.64. Levha uzunluğu ve uygulanan yüke bağlı olarak RS_{xx} iç gerilmesinin akan noktalar için incelenmesi ($r=5, b=1$)	122
Şekil 7.65. Levha uzunluğu ve uygulanan yüke bağlı olarak RS_{yy} iç gerilmesinin akan noktalar için incelenmesi ($r=5, b=1$)	123
Şekil 7.66. Farklı yükleme basamaklarında plastik bölgelerin yayılımı ($r=1, b=5$)	124
Şekil 7.67. Farklı yükleme basamaklarında plastik bölgelerin yayılımı ($r=2, b=4$)	124
Şekil 7.68. Farklı yükleme basamaklarında plastik bölgelerin yayılımı ($r=3, b=3$)	125
Şekil 7.69. Farklı yükleme basamaklarında plastik bölgelerin yayılımı ($r=4, b=2$)	126
Şekil 7.70. Farklı yükleme basamaklarında plastik bölgelerin yayılımı ($r=5, b=1$)	126
Şekil 7.71. RS_{xx} iç gerilmesinin b/r çentik oranı ve uygulanan yüke bağlı olarak değişimi ($1/d=0.85$)	127
Şekil 7.72. RS_{yy} iç gerilmesinin b/r çentik oranı ve uygulanan yüke bağlı olarak değişimi ($1/d=0.85$)	129
Şekil 7.73. RS_{xy} iç gerilmesinin b/r çentik oranı ve uygulanan yüke bağlı olarak değişimi ($1/d=0.85$)	130
Şekil 7.74. RS_{xx} iç gerilmesinin b/r çentik oranı ve uygulanan yüke bağlı olarak değişimi ($1/d=0.75$)	130
Şekil 7.75. RS_{yy} iç gerilmesinin b/r çentik oranı ve uygulanan yüke bağlı olarak değişimi ($1/d=0.75$)	131
Şekil 7.76. RS_{xx} iç gerilmesinin b/r çentik oranı ve uygulanan yüke bağlı olarak değişimi ($1/d=0.625$)	131
Şekil 7.77. RS_{yy} iç gerilmesinin b/r çentik oranı ve uygulanan yüke bağlı olarak değişimi ($1/d=0.625$)	132

XIII

Şekil 7.78. RSxx iç gerilmesinin b/r çentik oranı ve uygulanan yüke bağlı olarak değişimi ($1/d=0.500$)	132
Şekil 7.79. RSyy iç gerilmesinin b/r çentik oranı ve uygulanan yüke bağlı olarak değişimi ($1/d=0.500$)	133
Şekil 7.80. RSxx iç gerilmesinin b/r çentik oranı ve uygulanan yüke bağlı olarak değişimi ($1/d=0.375$)	133
Şekil 7.81. RSyy iç gerilmesinin b/r çentik oranı ve uygulanan yüke bağlı olarak değişimi ($1/d=0.375$)	134
Şekil 7.82. RSxx iç gerilmesinin b/r çentik oranı ve uygulanan yüke bağlı olarak değişimi ($1/d=0.25$)	134
Şekil 7.83. RSyy iç gerilmesinin b/r çentik oranı ve uygulanan yüke bağlı olarak değişimi ($1/d=0.25$)	135
Şekil 7.84. RSxx iç gerilmesinin b/r-1/d çentik oranlarına bağlı olarak değişimi ($p=160$ MPa)	136
Şekil 7.85. RSyy iç gerilmesinin b/r-1/d çentik oranlarına bağlı olarak değişimi ($p=160$ MPa)	137
Şekil 7.86. RSxy iç gerilmesinin b/r-1/d çentik oranlarına bağlı olarak değişimi ($p=160$ MPa)	137
Şekil 7.87. Farklı çentik boyutlarına sahip levhalar için RSxx iç gerilmesinin uygulanan çekme yükü ile değişimi ($1/d=0.85$)	138
Şekil 7.88. Farklı çentik boyutlarına sahip levhalar için RSyy iç gerilmesinin uygulanan çekme yükü ile değişimi ($1/d=0.85$)	139

TABLOLAR LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Tablo 3.1. Eleman düğümleri 2'den 4'e kadar değişebilen tek boyutlu elemanın interpolasyon fonksiyonları (Bathe,1982,s:199).....	20
Tablo 4.1. Gauss-Legendre nümerik integrasyonuna göre seçilen noktalar (r_i) ve ağırlık değerleri (α_i) (Bathe,1982,s:276).....	33
Tablo 6.1. Farklı ölçülerde seçilen "U" çentiğine ait boyutlar	77
Tablo 6.2. Plastik deformasyon katsayısı ve üsteli	81



SİMGELER LİSTESİ

[B]	: Şekil değiştirme-yer değiştirme transformasyon matrisi	-
D	: Elastik sabitler matrisi	-
Dep	: Elasto-plastik sabitler matrisi	-
E	: Elastisite modülü	(MPa)
F,f	: Akma yüzeyi fonksiyonu	-
G	: Kayma modülü	(MPa)
J	: Jakobiyen operatörü	-
[J]	: Jakobiyen matrisi	-
j_1, j_2	: Deviatorik gerilme invariantları	-
K	: Şekil değiştirme sertleşmesi parametresi (sertleşme parametresi)	(MPa)
K_i	: Direngenlik matrisi	-
L,b,r,l	: Levhanın geometrik boyutları	(mm)
L_k, N_k	: İzoparametrik elemanlarda interpolasyon fonksiyonu (Lagrange polinomu)	-
n	: Şekil değiştirme sertleşmesi üssü	-
P	: Kuvvet	(N)
{P}	: Kuvvet vektörü	-
p_{ij}	: Genleşme gerilme tansörü	-
P_n	: Interpolasyon fonksiyonu polinomu	-
R_i	: İç gerilmelerden oluşan kuvvet	(N)
r,s	: Lokal koordinatlar	-
S_{ij}	: Deviatorik gerilme tansörü	-
t_{ij}	: Kalınlık	(mm)
$u, \{\delta\}$	: Yer değiştirme vektörü	-
u	: x yönündeki yer değiştirme	(mm)
v	: y yönündeki yer değiştirme	(mm)
U_0	: Genel halde şekil değiştirme enerjisi	-
V	: hacim	-
W	: Dış kuvvet işi	-
W_p	: Plastik iş	-
x, y	: Kartezyen (global) koordinat	-

XVI

σ_{ij}	: Gerilme vektörü	-
ν	: Poisson oranı	-
$\epsilon_{xx}, \epsilon_{yy}, \epsilon_{xy}$	: Kartezyen koordinatlarda şekil değiştirme bileşenleri	-
$\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \tau_{xy}$	: Kartezyen koordinatlarda gerilme bileşenleri	(MPa)
$\sigma_{\theta\theta}, \sigma_{\phi\phi}, \tau_{\theta\phi}$	: Kartezyen koordinatlarda artık gerilme bileşenleri	(MPa)
(Bunlar tez içersinde iç gerilme olarak adlandırılmıştır)		
σ_e	: Eşlenik (efektif) gerilme	(MPa)
σ_a, σ_0	: Akma gerilmesi	(MPa)
σ_m	: Ortalama gerilme	(MPa)
τ_{oct}	: Oktahedral kayma gerilmesi	(MPa)
ϵ_m	: Ortalama şekil değiştirme	-
ϵ_{ij}	: Şekil değiştirme vektörü	-
$\{\alpha\}$	: Katsayılar matrisi	-
$\alpha_{i,j,k,l}$	: İnterpolasyon fonksiyonu katsayısı	-
λ	: Orantı sabiti	-
ϕ	: İnterpolasyon fonksiyonu	-

NOT: Diğer semboller kullanıldığı yerde tanımlanmıştır.

1. GİRİŞ

Dış kuvvetler takımının etkisi altında olan yapı elemanlarının kesitlerinde iç kuvvetler oluşur. İç kuvvetler gerilmeleri meydana getirir. Bu oluşan gerilmeler, belli bir değeri aştığında yapı elemanı plastik deformasyona uğrar. Bir elemanın bu tür bir davranışının incelenmesi elasto-plastik analiz ile mümkün olmaktadır. Günümüzde karşılaşılan pek çok konstrüksiyonda oldukça karmaşık geometri ve malzeme özelliklerine rastlanır. Böyle karmaşık problemleri çözmek için nümerik analiz metotlarına baş vurulur. Burada, bu metotlardan en çok tercih edilen metot olan sonlu elemanlar metodu kullanılmıştır.

Yapılan literatür taramasında çeşitli çentik tiplerine sahip levhalarda oluşan gerilme dağılımlarının farklı yöntemlerle elde edildiği görülmüştür.

"U" çentikli izotropik malzemeden imal edilmiş levhanın sadece elastik gerilme analizi problemi üzerine H., Neuber (1968) matematiksel elastisite teorisini, A., Kato (1991) bir takım amprik formülleri, N., Arslan (1990) sonlu elemanlar metodunu kullanarak çalışmalar yapmışlardır. Ancak izotropik malzemeden imal edilmiş "U" çentikli levhanın elasto-plastik incelemesine ve artık gerilmelerin hesabına ve de artık gerilmelerin üretim sırasında oluşturulup, levha mukavemetini artırıcı yönde kullanılmasına ait bir çalışmaya rastlanmamıştır.

Bu çalışmada izotropik malzemeden imal edilmiş "U" çentikli levhalarda elastik ve elasto-plastik gerilme analizi sayısal analiz yöntemleri ile yapılmıştır. Ele alınan "U" çentikli levhanın elasto-plastik gerilme analizi iki aşamada incelenmiştir. Önce çentik yarıçapı, buna bağlı olarak da çentik derinliği değiştirilerek, farklı boyutta çentikli levhalar elde edilmiştir. Elde edilen levhalara sürekli değiştirilen ve akma doğuran üniform çeki yükleri uygulanarak, gerekli analizler yapılmıştır. Ardından artık gerilmeler (residual stresses) hesap edilmiştir.

Sayısal analizlerde son zamanlarda oldukça yaygın kullanım alanı bulan sonlu elemanlar metodu kullanılmıştır. Çözüm bölgesinin sonlu elemanlara ayrılmasında sağladığı avantaj ve eğri kenarları tanımlama kolaylığından dolayı eğri kenarlı dört düğümlü izoparametrik sonlu

elemanlar kullanılmıştır. Yer değiştirmeleri ifade eden interpolasyon fonksiyonları lokal koordinatlarda lagrange polinomlarından seçilmiştir (Cheung, 1979). İzoparametrik elemanın kullanılması ve yüksek mertebeden interpolasyon fonksiyonunun seçilmesi, eleman üzerinde ele alınan her noktada gerilmelerin hesap edilmesine imkan verir (Bathe,1982). Direngenlik matrisi, iç kuvvetler ve gerilmelerin hesaplanmasında kullanılan nümerik integrasyon işlemi Gauss metodu ile yapılmıştır. Komple direngenlik matrisi ve kuvvet vektörü oluşturulduktan sonra düğüm deplasmanları hesaplanmıştır. Bu hesaplamada bant matrisle çözüm yapan metotlardan bir kaçı seçilmiştir. Elasto-plastik gerilme analizinde ise başlangıç gerilmesi metodu kullanılmıştır.

Bu çalışma yedi bölümden oluşmaktadır:

İkinci bölümde; elasto-plastik gerilme analizleri ve artık gerilmeler hakkında literatür araştırması yapılmıştır.

Üçüncü bölümde; sonlu elemanlar metodu, interpolasyon fonksiyonları ve bunların yer değiştirme olarak kullanılması ele alınmıştır.

Dördüncü bölümde; elde edilen sonlu eleman formülasyonunun, bu çalışmada göz önünde bulundurulan "U" çentikli levhaya uygulanması incelenmiştir. Problemin matris formülasyonu detaylı bir şekilde elde edilmiştir. Ele alınan interpolasyon fonksiyonları yardımı ile şeklin geometrisine bağlı olarak, sistemin direngenlik matrisi çıkarılmıştır. Sistemde bulunan her bir düğüme ait düğüm deplasmanlarının hesaplanması gösterilmiştir. Ayrıca bu deplasmanlar yardımı ile her bir düğümdeki gerilmelerin nasıl elde edildiği incelenmiştir. Bu bölümde ayrıca nümerik integrasyon hesaplamaları ile ilgili bilgilere de yer verilmiştir.

Beşinci bölümde; plastisitenin temel kavramları ve malzemelerin elasto-plastik davranışları incelenmiştir. Akma kriterleri ve akma yüzeyi kavramları üzerinde durulmuştur. Elasto-plastik davranışların analitik ve sonlu eleman formülasyonları ve plastik deformasyon nedeni ile ortaya çıkan artık gerilmelere ait bilgilere yer verilmiştir.

Altıncı bölümde; sonlu eleman ağını otomatik olarak kuran ve elasto-plastik gerilme analizi yapabilen bilgisayar programı üzerinde durulmuştur. Bu program yardımı ile yapılan örnek çözümler ve "U" çentikli levha için elde edilen sonuçlar verilmiştir. Ayrıca sonlu eleman ağındaki toplam düğüm sayısına göre yapılan optimizasyona yer verilmiştir.

Bunların yanısıra gerekli kontrol çözümler yapılarak, bilgisayar programının işlerliği anlatılmaya çalışılmıştır.

Yedinci ve sekizinci bölümlerde; elde edilen sonuçlar ve yapılan öneriler üzerinde durulmuştur. Ayrıca ortaya çıkan sonuçların değerlendirildiği grafiklere bu bölümde yer verilmiştir.

Eklerde ise, hazırlanan bilgisayar programları ve bu programların çalıştırılması sonucu elde edilen bazı örnek çıktılarına yer verilmiştir.



2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI

Bu konuda daha önce yapılan çalışmalar şu şekilde ele alınabilir:

Sonlu elemanlar metodu kullanılarak, mühendislik problemlerinin elasto-plastik çözümleri üzerine bir araştırma yapılmıştır (Zienkiewicz, vd., 1969). Analizlerde başlangıç gerilmesi metodu kullanılmıştır. Gerilme dağılımını, şekil değiştirme gelişimini ve plastik bölge yayılmasını gösteren çeşitli çözümler Von Mises ve Coulomb (Drucker) akma yüzeylerine uygun olarak verilmiştir. Ortası delikli, kenarlarında yarım daire ve "V" çentikli düzlem levhaların elasto-plastik gerilme analizleri örnek olarak verilmiştir.

Marcal ve King (1966); sonlu elemanlar metodu yardımı ile iki boyutlu gerilme sistemlerinin elasto-plastik gerilme analizlerini vermişlerdir. Prandtl-Reuss denklemleri ve Von Mises akma kriterinden yararlanılarak, elde edilen artışı gerilme-şekil değiştirme bağıntılarının türetilmesi sunulmuştur. Sayısal örnekler, literatürdeki deneysel ve teorik sonuçlarla karşılaştırılarak verilmiştir. Aynı problem Theoracis ve Markatos (1964) tarafından daha önce ele alınarak, elektriksel anoloji metodu yardımı ile elasto-plastik gerilme analizi yapılmıştır. Ayrıca Owen (1984) bu problemi başlangıç gerilmesi metodu ile çözmüştür.

Yivli millerin ve çentikli çubukların gerilme yığılması katsayılarına ait yeni bir dizayn eşitliği Kato (1991) tarafından verilmiştir. Nümerik ve deneysel sonuçlara dayanılarak verilen bu eşitlikler değişik çentik biçimlerine ve değişik yükleme şartlarına uygulanabilir. Bu eşitlik yardımı ile hesaplanan değerlerle Neuber'in formülüne göre hesaplanmış değerler oldukça uyum içersindedir. İlgili karşılaştırmalar 7.bölümde verilmiştir.

Liu ve Shen (1992); bir koni ve bir silindirin birleşiminden oluşan basınçlı kapların artık gerilme ve şekil değiştirme çözümlerini yapmışlardır. Lineer olmadan yüklenen gerilme ve şekil değiştirmeler göz önüne alınmıştır.

Hardy ve Anaraki (1989); bir tüpün eksene göre simetrik iç çıkıntılına ait gerilme yığılması katsayıları ve elasto-plastik gerilme ve şekil değiştirmelerini, aksenal yüklemeyle ilgili olarak araştırmışlardır.

Svabodnik vd. (1991); mikromekanik modellere dayandırılan metal matrix kompozitlerine ait bir sonlu eleman yaklaşımını araştırmışlardır. Plastik bölgede matrixin tek eksenli efektif gerilme-şekil değiştirme ilişkisi Ramber-Osgood yasasına adapte edilmiştir. Örnek olarak, boron-alüminyum kompozitinin tek eksenli testlerinin sonuçları sonlu eleman analizleri ile karşılaştırılmıştır.

Owen ve Figueiras (1983,a); Sonlu eleman deplasmanlar metodu yardımı ile anizotropik malzemeler için ince levhaların ve kabukların elasto-plastik analizini yapmışlardır. Anizotropik malzemeler için elasto-plastik analiz Hill tarafından genişletilen Huber-Mises akma kriterine göre yapılmıştır. Sayısal örnekler arasında bir pervane kanadı problemi de verilmiştir ve elde edilen değerler mevcut çözümlerle karşılaştırılmıştır.

Kalın ve ince levhalar ve kabukların elasto-plastik sonlu eleman analizleri yapılmıştır (Owen,1983,b). Anizotropik levha ve kabukların elasto-plastik analizi, sonlu eleman deplasmanlar metodu yardımı ile yapılmıştır. Açıklanan kalın kabuk formülasyonu kayma deformasyonu için göz önüne alınmıştır. Sadece malzeme yüzeyi boyunca değil, buna karşılık kalınlık doğrultusunda da değişik malzeme özelliklerine uyma durumu, ayrı ayrı tabakalı yaklaşım yardımı ile mümkün olmuştur. Anizotropik malzemeler için plastik akma, Hill tarafından genişletilen Huber-Mises akma yüzeyine dayandırılmıştır.

Topçu (1991); transmisyon zincirleri yan plakalarında elasto-plastik gerilme analizi yapmıştır. Zincir yan plakası izotrop (Ç.1060) ve kompozit (cam-epoksi, grafit-epoksi ve kevyar-epoksi) malzemelerden seçilmiştir. Plakanın pim deliğinden uygulanan iç basınç sebebiyle meydana gelen plastik bölgelerin ilerlemesi hesaplanmıştır. Uygulanan iç basınç, plakaların üretimi sırasında oluşan iç basınç olarak alınmış ve plastik deformasyon sonucu oluşan iç gerilmeler de hesaplanmıştır.

Eksenel yüklü ankastre plaklarda elasto-plastik gerilme analizi Karakuzu vd. (1993) tarafından yapılmıştır. Bu çalışmada çelik-alüminyum kompozitinden imal edilmiş kademeli plakların üniform yayılı çeki yükleri altında elasto-plastik gerilme analizi yapılmıştır. Çentik civarındaki plastik bölgelerin yayılışı ve iç gerilmelerin değişimi farklı oryantasyon açılarında incelenmiştir

Özel (1993); üzerinde "U" çentikler bulunan çelik ve alüminyumdan imal edilmiş kompozit levhanın elasto-plastik gerilme analizini yapmıştır. Çentik derinliği 5 mm'de sabit tutularak, farklı yarıçap ve oryantasyon açılarında malzemenin akması için gerekli olan üniform yüklerin değerleri hesaplanmıştır. Ayrıca kompozit levha çekme mukavemetine yakın değerlerde yüklenerek iç gerilmelerin dağılımı elde edilmiştir.

Arslan vd. (1993); "U" çentikli kompozit levhalarda gerilme yığılması katsayısına fiber tipinin etkisini araştırmışlardır. Üçgen elemanların seçildiği sonlu elemanlar kullanılmıştır. Analizlerde; cam-epoksi, boron-epoksi ve grafit-epoksi kompozitleri düz ve çapraz takviye edilerek yapılmıştır.

Karakuzu vd. (1993); kompozit "T" bağlantı elemanlarında elasto-plastik gerilme analizi yapmışlardır. Çelik-alüminyum kompozitinde değişik oryantasyon açıları, değişik yarıçaplar ve farklı üniform yayılı çeki yükleri için plastik bölgelerin yayılışları ve iç gerilmeler elde edilmiştir.

Kim (1987); içi boş bir kürenin elasto-plastik deformasyonu üzerine bir çalışma yapmıştır. Bu çalışmada hidrostatik yükleme, yükün boşaltılması, ters yükleme ve yeniden yükleme şartlarında elastik ve mükemmel plastik malzemeli içi boş kürenin gösterdiği tepkinin denklemleri elde edilmiştir.

Unger (1986); eliptik enine kesitli bir silindirik çubuğun plastik burulması için gerekli moment hesabını araştırmıştır. İzotropik ve mükemmel plastik özellik gösteren silindirik çubuk incelenmiştir. Koordinatların dönüşümü yardımı ile ortotropik dairesel bir silindirin plastik burulmasına da uygulanmıştır.

Aifantis ve Elias (1987); plastik deformasyon fiziği hakkında incelemelerde bulunmuşlardır. Buna göre plastik deformasyon sırasında meydana gelen bir çok karmaşık işlemlerden, basitleştirilmiş fiziksel bir şekil çıkarılmıştır. Bu şekil, plastik deformasyonun taşınması anlamına gelen sürekli dağılmış düz kenar dislokasyonlarının bir grubuna dayandırılmıştır.

Fujimoto vd. (1986); tarafından yapılan bir araştırmada çekmeye maruz kalan ve merkezinde çatlak bulunan levhaların elasto-plastik burkulmasına yer verilmiştir. Çatlak uçları civarında gelişen plastik

deformasyon etkisi göz önünde bulundurularak, sonlu elemanlar metodu yardımı ile tek eksenli çekmeye maruz kalan merkezi çentikli dikdörtgen plakların lokal burkulma karakteristikleri analiz edilmiştir. Bu araştırmadan elde edilen sonuçlar, çatlaklı levhaların çekme burkulma yüklemelerinde, daralmanın olduğu yerde elasto-plastik deformasyonun etkisinin ön plana çıktığını göstermiştir.

Christian vd. (1987); artık gerilmeler ve bunların pratik açıdan önemi üzerine durmuşlardır. Araştırmalarında daha çok taşıyıcı sistemlerdeki kaynak iç gerilmeleri, bağlama civatalarındaki yüklemelerden kaynaklanan gerilmeler ve türbin kanatlarındaki ısıtma işlemlerin neden olduğu gerilmelere yer vermişlerdir.

Reddy (1989); plastisitede tüpün tersine çevrilmesi deneyini incelemiştir. Uygun kalıplar üzerinde pres yardımı ile eksenel olarak iç kısmı dışa veya dış kısmı içe döndürülen metal tüpler, akma şartlarının kullanımını ve plastisite teorisinde belirtilen akma kurallarını izah etmek için analiz edilmiştir. Teori ve deney sonuçları arasındaki farklar, analizlerde yapılan basitleştirilmiş varsayımların ışığında tartışılmıştır.

Ladopoulos (1989); iki boyutlu plastisite problemleri için singüler integral operatörleri metodunu uygulamıştır. Yeni bir sayısal metot olan "tekil integral operatörler metodu" iki boyutlu plastisite problemlerinin formülasyonu için kullanılan tekil integral eşitliklerinin nümerik çözümlerinde önerilmiştir. Düzlem gerilme durumunda; ortasında delik bulunan çekmeye maruz bir levha, ince cidarlı küre ve silindirin plastik davranışlarının belirlenmesine ilişkin uygulamalara da yer verilmiştir.

Ganulich (1988) tarafından yapılan bu çalışmada, lokal akma gösteren şeritlerdeki plastik şekil değiştirmenin gelişimi incelenmiştir. Drucker ve Von Mises kriterlerine dayanan plastik akma kuralları ve plastisitenin deformasyon teorileri, yükleme parametrelerindeki monoton artışı ve elasto-plastik bölgelerin monoton yayılışı hakkında bilgi vermektedir. Bu makalede, özellikle büyük deformasyon durumunda Prager-Ziegler kuralı yardımı ile verilen kinematik sertleşme gösteren modellerde Jaumann oranının kullanımı tartışılmıştır.

3. SONLU ELEMANLAR METODU

3.1.Genel Bilgiler

Elemanter mukavemette takip edilen, çözüm metotlarının yetersiz kaldığı pek çok problem, elastisite teorisi yardımı ile çözülebilmektedir. Pratikte karşılaşılan bir çok konstrüksiyonda daha karmaşık geometri ve malzeme özelliklerine rastlanır. Böyle bir problemi elastisite teorisi yardımıyla çözmek oldukça güçtür, bazen de imkansızdır. Böyle karmaşık problemleri çözmek için sayısal çözüm metotlarına baş vurulur. Burada, bu metotlardan oldukça fazla tercih edilenlerden olan sonlu elemanlar metodu kullanılmıştır.

Sonlu elemanlar metodu, mühendislikte ilk olarak uçak sanayiinde, bu dalda karşılaşılan oldukça fazla sayıda ve karmaşık yapıdaki problemlerin çözümünde kullanılmıştır. Özellikle bilgisayarların daha da üstün özelliklerle donatılması gün geçtikçe bu metodun uygulanma sahasını genişletmiştir.

Sonlu elemanlar metodu ve bilgisayarların sanayiye girmesiyle, pahalı deneysel yöntemlerle incelenebilen bir çok makina elemanının, kolaylıkla analizlerini kısa bir sürede yapıp optimum dizaynı gerçekleştirmek mümkün olabilmektedir (Topçu,1991).

Elemanın boyut ve geometrisi ne kadar karışık olursa olsun, cismin sonlu eleman modelinin gerçeğe çok uygun olması sağlanabilir. Cismin içindeki delik, çentik, köşe vb. yerel düzgünsüzlüklerin bulunması, sonlu eleman analizinde güçlük çıkarmaz. Değişken malzeme özelliği veya değişken geometriye sahip problemler, bu metotla kolayca çözülür. Ayrıca sınır şartlarının uyarlanması kolay olup, elde edilen sonuçların doğruluğu oldukça iyidir.

3.2. Sonlu Elemanlar Metodunun Uygulanışı

Sonlu elemanlar metodunun temel prensibi, öncelikle bir elemene ait sistem özelliklerini içeren denklemlerin çıkartılıp, ardından bütün sistemi temsil edecek şekilde eleman denklemlerini birleştirerek, sisteme ait

lineer denklem takımının elde edilmesidir. Bir elemana ait denklemlerin elde edilmesinde değişik metotlar kullanılabilir (Topçu,1990). Bunlardan en çok kullanılanlar şu şekilde ele alınabilir:

a) Direkt yaklaşım: Bu yaklaşım daha çok tek boyutlu ve basit problemler için uygundur.

b) Varyasyonel yaklaşım: Bir fonksiyonun extrimize edilmesi demektir. Fonksiyonelin birinci türevinin sıfır olduğu noktada fonksiyonu extrimize eden değerler bulunur. İkinci türevin sıfırdan büyük veya küçük olmasına göre bu değer maksimum ya da minimum olduğu görülür.

c) Enerji dengesi yaklaşımı: Bir sisteme giren ve çıkan termal veya mekanik enerjilerin eşitliği göz önüne alınır.

Ele alınan yaklaşımların hangisi kullanılırsa kullanılsın, sonlu elemanlar metodu ile yapılan çözümlerde şu sıra izlenmelidir:

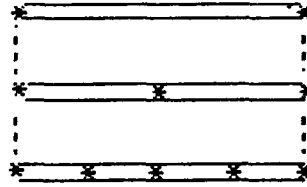
- a)** Cismin sonlu elemanlara bölünmesi (mesh generation),
- b)** İnterpolasyon fonksiyonlarının seçilmesi,
- c)** Eleman direngenlik matrisinin teşkil edilmesi,
- d)** Komple direngenlik matrisinin hesaplanması,
- e)** Sisteme etki eden dış kuvvetlerin bulunması,
- f)** Verilen sınır şartlarının uyarlanması,
- g)** Sistem denklemlerinin çözümü,
- h)** Diğer hesaplamalar (şekil değiştirme, gerilme, asal gerilme vb.).

3.3. Cismin Sonlu Elemanlara Bölünmesi

Sonlu elemanlar metodu kullanılarak yapılan analizlerde öncelikle eleman tipinin belirlenmesi gerekir. Daha sonra çözüm bölgesi tamamen düzgün bir ağı ile bölünür. Özellikle sistem, süreksizlik noktalarında daha küçük sonlu elemanlara ayrılmalıdır. Analizde kullanılan sonlu eleman tipinin iyi seçilmesi, o oranda daha iyi sonuçlar elde edilerek, gerçek çözüme daha fazla yaklaşılmalarını sağlar. Sonlu elemanlar metodunda kullanılan elemanlar boyutlarına göre dört kısma ayrılır:

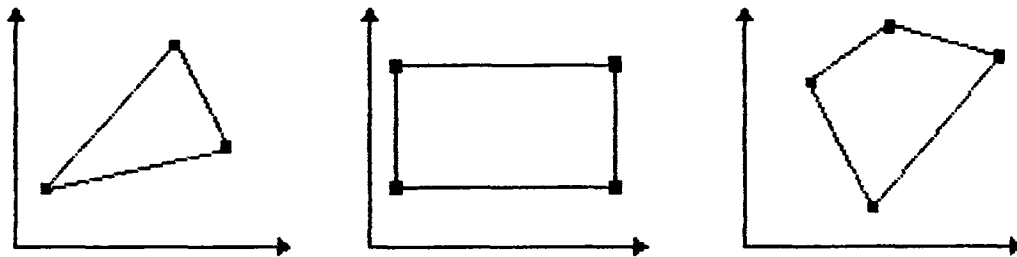
3.3.1. Çeşitli sonlu eleman tipleri

a) Tek boyutlu elemanlar: Tek boyutlu ifade edilen problemlerin çözümünde kullanılır (şekil 3.1).



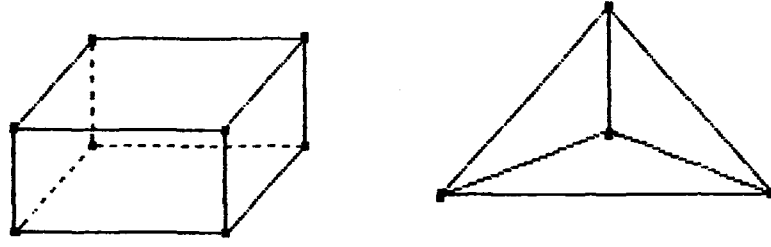
Şekil 3.1. Tek boyutlu elemanlar

a) İki boyutlu elemanlar: Düzlem problemlerin çözümünde kullanılır. İki boyutlu sonlu eleman olarak, en çok kullanılanı üç düğümlü üçgen elemanlardır. Üçgen elemanların altı, dokuz ve daha fazla düğüm ihtiva eden türleri de vardır. Düğüm sayısı seçilecek interpolasyon fonksiyonunun derecesine göre ayarlanır. Bu grubun diğer bir elemanı dörtgen elemandır. Dörtgen eleman, çoğu zaman özel hal olan dikdörtgen eleman olarak kullanılır. Dikdörtgen elemanlarla çözüm bölgesini taramak oldukça kolaylık sağlar. Ancak çözüm bölgelerinin ifade edilmesi bakımından üçgen elemanlar daha kullanışlıdır. (Şekil 3.2) (Topçu, 1991).



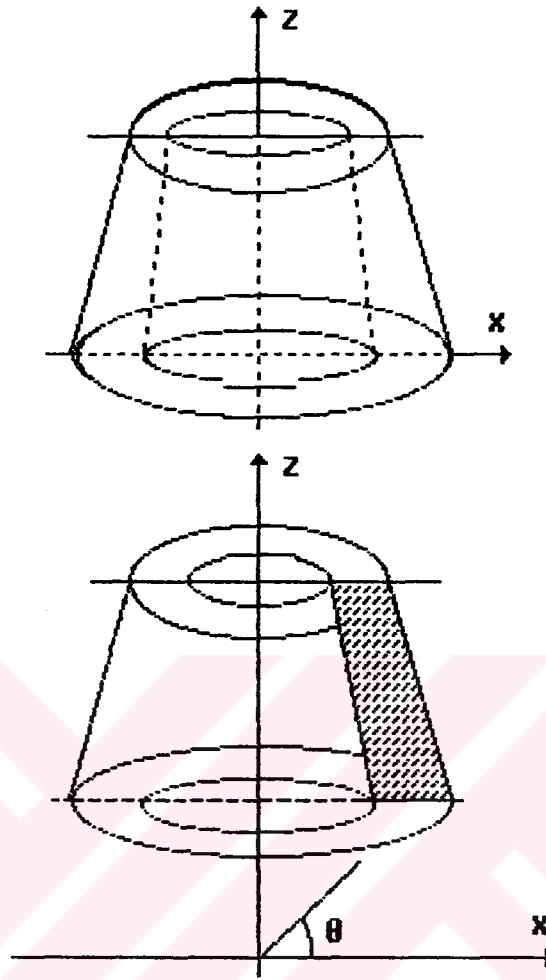
Şekil 3.2. Çeşitli iki boyutlu elemanlar

c) Üç boyutlu elemanlar: Bu grupta en çok kullanılan elemen üçgen piramittir. Ayrıca dikdörtgen prizması ve altı yüzlü elemanlar, üç boyutlu problemlerin çözümünde kullanılan diğer eleman tipleridir (şekil 3.3).



Şekil 3.3. Çeşitli üç boyutlu elemanlar

d) Dönel elemanlar: Eksenel simetrik özellik gösteren problemlerin çözümünde dönel elemanlar kullanılır. Bu elemanlar iki boyutlu elemanların simetri eksenini etrafında bir tam dönme yapması ile elde edilirler. Dönel elemanlar yardımı ile pratikte üç boyutlu olan problemler, iki boyutlu problem gibi ele alınarak çözülebilirler. Bu durum, dönel elemanların kullanımını oldukça yaygınlaştırmıştır (şekil 3.4).

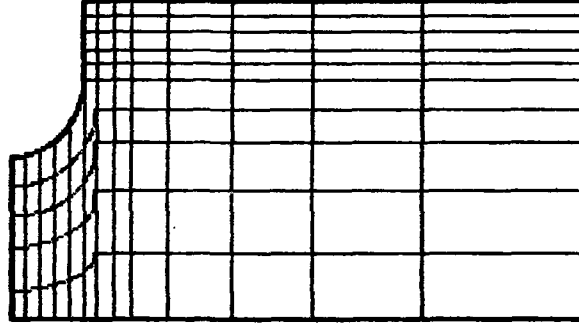


Şekil 3.4. Dönel elemanlar

3.3.2. İzoparametrik sonlu elemanlar

Çözüm bölgesinin sınırları eğri denklemleri ile tanımlanmış ise, kenarları doğru olan elemanların bu bölgeyi tam olarak tanımlaması mümkün değildir. Böyle durumlarda bölgeyi gereken hassasiyette tanımlamak için elemanların boyutlarını küçültmek dolayısıyla sayılarını artırmak gerekir. Bu durum, çözülmesi gereken denklem sayısını artırır ve dolayısıyla gerekli olan bilgisayar kapasitesinin ve çözüm zamanının artmasına yol açar. Bu istenmeyen durumu ortadan kaldırmak için, çözüm bölgesinin eğri denklemleri ile tanımlanan sınırlarına uyum sağlayacak eğri kenarlı elemanlara ihtiyaç duyulur. Böylece hem çözüm bölgesi daha iyi tanımlanmakta hem de daha az sayıda eleman kullanılarak çözüm

yapılabilmektedir (şekil 3.5). Bu elemanlar üzerindeki düğüm noktaları bir fonksiyon ile tanımlanır. İzoparametrik sonlu elemanların özelliği, her noktasının konumunun ve yer değiştirmesinin aynı mertebeden aynı şekil (interpolasyon) fonksiyonu ile tanımlanabilir olmasıdır (Topçu,1991). Bu elemanlara verilen adın anlamı da bu durumu doğrular.

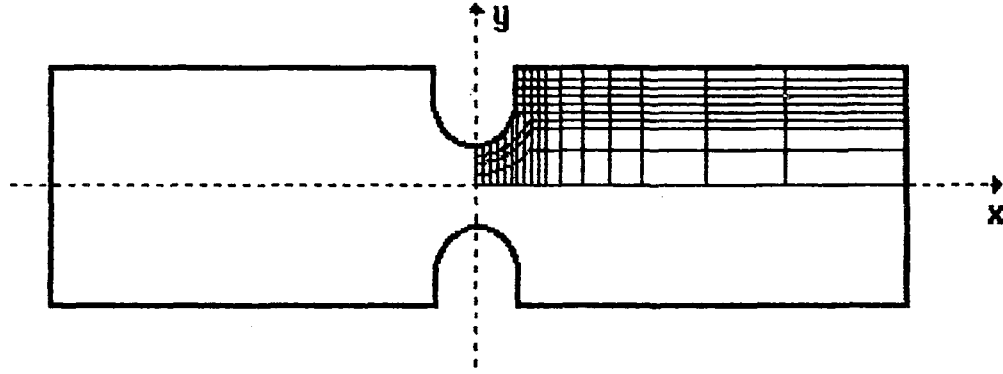


Şekil 3.5. 1/4 Levhanın izoparametrik sonlu elemanlara ayrılması

3.3.3. Sonlu eleman ağının elde edilmesi

Çözüm bölgesi secilen sonlu eleman ile tamamen düzgün bir ağ şeklinde bölünür. Bu bölmelemede çözüm bölgesinin tamamının veya belli bir kısmının sonlu elemanlara bölünmesi gerekebilir. Bu durum; şeklin geometrisine, yükleme şartlarına, malzeme özelliklerine bağlıdır. Eksenel simetrik problemlerde bölgenin yarısının bazen de dörtte birinin sonlu elemanlara ayrılması problemin sonlu eleman analizi için yeterlidir (şekil 3.6).

Sonlu elemanlara ayırma işlemi ve problemin datalarının hazırlanması özellikle eleman sayısı arttıkça hem zaman alıcı olmakta hem de hata yapma oranı artmaktadır. Bundan dolayı elemanlara bölme işleminin bilgisayarla yapıldığı otomatik bölmeleme sistemleri geliştirilmiştir. Elemanların düğümlerinin belli bir sisteme göre yapılması, özellikle çözüm süresinin ve bilgisayar kapasitesinin oldukça azaltıldığı, direngenlik matrisinin bant şekline getirilerek yapılan çözümler için yararlıdır. Sistemin bant genişliğinin düşürülmesinde düğümlerin diziminin bile önemi oldukça fazladır.



Şekil 3.6. Eksenel simetrik özellik gösteren U çentikli levhanın çözüm bölgesinin taranması

Çünkü; uygun olmayan dizimlerde bant genişliğinin çok büyük çıktığı görülebilir. Otomatik bölmelemede bu durumun da göz ardı edilmemesi gerekir. Bu çalışmada levhanın sonlu elemanlara ayrılması hazırlanan otomatik bölmeleme bilgisayar programı ile yapılmıştır.

3.4. İnterpolasyon Fonksiyonlarının Seçilmesi

İnterpolasyon fonksiyonu alan değişkeninin eleman üzerindeki değişimini temsil eder. Seçilen sonlu elemanın tipi interpolasyon fonksiyonunu belirler. Çünkü, sonlu elemandaki düğüm sayısı fonksiyonun mertebesini tayin eder (Topçu, 1991).

Seçilen interpolasyon fonksiyonları elemanların ara yüzeylerinde sürekliliği sağlamalı ve koordinat değişimlerinden etkilenmemelidir. Gerek bu şartların sağlanması gerekse türev ve integrallerin alınmasında sağladıkları kolaylıktan dolayı interpolasyon fonksiyonu olarak polinomlar tercih edilir.

3.4.1. Bir değişkenli interpolasyon fonksiyonu

İnterpolasyon fonksiyonları polinomlar yardımıyla seçilmiştir. Bir boyutlu n . dereceden bir polinom

$$P_n(x) = \sum_{i=1}^{T_n} \alpha_i \cdot x^i \quad (3.1)$$

şeklinde ifade edilir. Burada $T_n = n+1$ olup, bu polinom 3. dereceden yazılırsa

$$P_3(x) = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 x^2 \quad (3.2)$$

elde edilir.

3.4.2. İki değişkenli interpolasyon fonksiyonu

İki değişkenli n . dereceden bir polinom aşağıdaki genel biçimi ile verilebilir.

$$P_n(x,y) = \sum_{k=1}^{T_n} \alpha_k \cdot x^i \cdot y^j \quad (i+j \leq n) \quad (3.3)$$

burada

$$T_n = [(n+1)(n+2)] / 2$$

olup ikinci dereceden bir polinom şu şekilde elde edilebilir.

$$P(x,y) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 xy + \alpha_5 x^2 + \alpha_6 y^2 \quad (3.4)$$

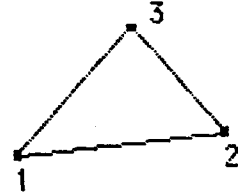
Üç değişkenli bir polinom da benzer biçimde türetilir. Konunun daha iyi anlaşılması açısından bu seçilen polinomlar değişik sonlu elemanlara uygulanabilir. Sadece köşelerinde düğüm bulunan üçgen eleman için interpolasyon fonksiyonu,

$$P(x,y) = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 y \quad (3.5)$$

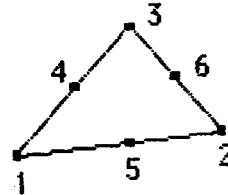
kenarların ortasında da düğümler bulunan altı düğümlü üçgen eleman için,

$$P(x,y) = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 y + \alpha_3 xy + \alpha_4 x^2 + \alpha_5 y^2 \quad (3.6)$$

yazılabilir.



a) Üç düğümlü



b) Altı düğümlü

Şekil 3.7. Çeşitli üçgen elemanlar

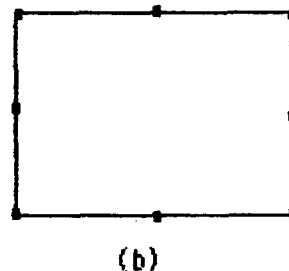
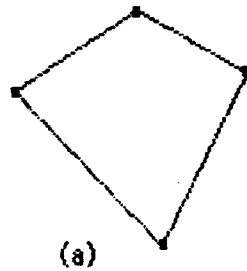
Sadece dört köşesinde düğümler bulunan basit dörtgen eleman için interpolasyon fonksiyonu şu şekilde verilebilir:

$$P(x,y) = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 y + \alpha_3 xy \quad (3.7)$$

Kenarların orta noktasında da birer adet düğüm bulunan sekiz düğümlü eleman için (şekil 3.8) interpolasyon fonksiyonu ,

$$P(x,y) = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 y + \alpha_3 xy + \alpha_4 x^2 + \alpha_5 y^2 + \alpha_6 x^2 y + \alpha_7 xy^2 \quad (3.8)$$

olarak elde edilebilir.



Şekil 3.8. Çeşitli dörtgen elemanlar

İnterpolasyon fonksiyonu seçilirken özellikle geometrik izotropinin sağlanmasına özen gösterilmelidir. Örnek olarak, yedi düğümlü bir üçgen eleman için interpolasyon fonksiyonu bu şartı ancak şu şekilde sağlamaktadır:

$$P(x,y) = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 y + \alpha_3 x^2 + \alpha_4 y^2 + \alpha_5 x^3 + \alpha_6 y^3 \quad (3.9)$$

3.4.3. Tek boyutlu elemanlarda interpolasyon fonksiyonu olarak Lagrange Polinomlarının kullanılması

İnterpolasyon fonksiyonu olarak genellikle polinomlar kullanılır. Lagrange polinomları sahip oldukları özellikler nedeni ile interpolasyon fonksiyonu olarak kullanılmaya elverişlidirler. İnterpolasyon fonksiyonlarının seçimindeki zorluk, elemanların ara yüzeylerindeki sürekliliğin sağlanmasıdır. Süreklilik için ortak eleman düğüm koordinatları ve yer değiştirmeleri aynı olmalıdır. Bu da rijit cisim yer değiştirmelerinin ve sabit şekil değiştirmelerin olmasıyla sağlanmaktadır. (Nath,1974; Bathe,1982).

İnterpolasyon fonksiyonları seçilirken global koordinatların kullanılması halinde eleman özelliklerinin çıkarılmasında bazı zorluklarla karşılaşmaktadır. Bu zorlukları ortadan kaldırmak için interpolasyon fonksiyonları r,s,t ile gösterilen lokal koordinat sistemlerinde seçilir. Özellikle Lagrange polinomları bu koordinat sisteminde tanımlanacaktır. Daha sonra bu değerler global koordinat sistemine transform edilecektir.

n . dereceden bir Lagrange polinomu genel olarak şu şekilde gösterilir:

$$L_k(r) = \prod_{m=0, m \neq k}^n \frac{r-r_m}{r_k-r_m} = \frac{(r-r_0)(r-r_1) \dots (r-r_{k-1}) \dots (r-r_n)}{(r_k-r_0) \dots (r_k-r_{k-1})(r_k-r_{k+1}) \dots (r_k-r_n)} \quad (3.10)$$

Burada $L_k(r)$, n lineer faktörlerinin çarpımıdır. n ise, polinomun derecesinin göstermektedir. $r=r_k$ değerini aldığında $L_k(r_k)$ 'nın değeri birim değere eşit olacaktır. $r=r_m$ ve $m=k$ olduğunda L_k 'nın değeri sıfıra eşit olur. Bu

özelliğinden dolayı Lagrange polinomları keyfi fonksiyonların tanımlanmasında oldukça elverişlidir. Lagrange polinomları kullanılarak elde edilen interpolasyon fonksiyonları tanımlanan noktalarda sürekliliği garanti ettiği için yer değiştirme fonksiyonu da sürekliliği ara yüzeylerde sağlar (Topçu,1991).

Bir $\phi(r)$ fonksiyonu r_0, r_1, r_2, r_3 noktalarındaki değerleri ile verilmiş ise, bu ϕ fonksiyonu üçüncü dereceden bir polinomla tesbit edilebilir. $\phi(r)$ fonksiyonu;

$$\phi(r) = \sum_{i=0}^3 \phi_i L_i(r) = \phi_0 L_0 + \phi_1 L_1 + \phi_2 L_2 + \phi_3 L_3 \quad (3.11)$$

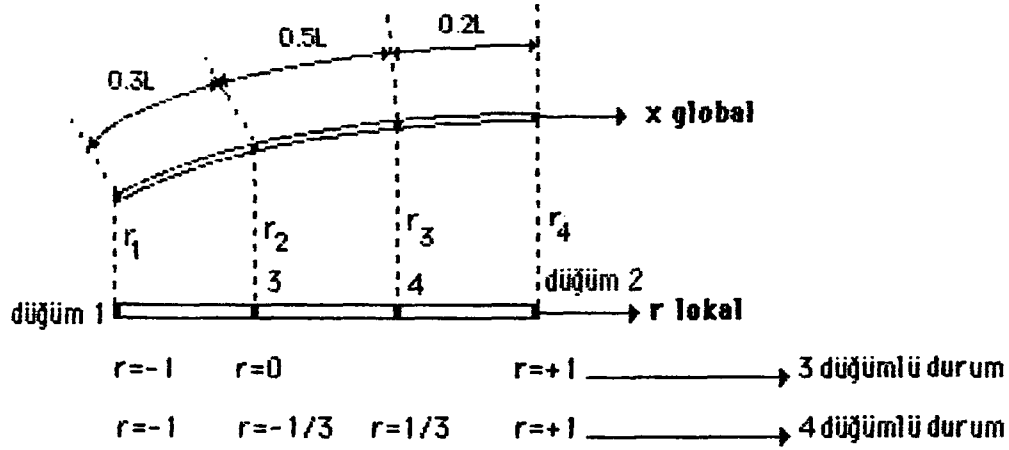
şeklinde gösterilir. Örnek olarak, ϕ_3 'ün katsayısı

$$L_3(r) = \frac{(r-r_0)(r-r_1)(r-r_2)}{(r_3-r_0)(r_3-r_1)(r_3-r_2)} \quad (3.12)$$

dir. Bu durumda interpolasyon fonksiyonu tek boyutlu bir eleman için $N_i(r) = L_i(r)$ yazılarak,

$$\phi = \sum_{i=1}^n N_i r_i \quad (3.13)$$

olarak elde edilir. örnek olarak, aşağıdaki tek boyutlu elemanın interpolasyon fonksiyonlarının elde edilişi incelenebilir.



Şekil 3.9. Eleman düğümleri ikiden dörde kadar değişebilen çubuk eleman

Şekil 3.9'da gösterilen çubuğun 3 düğümlü hali için 1 nolu düğüme ait interpolasyon fonksiyonu şu şekilde elde edilir:

$$N_i(r) = L_i(r) \quad \text{ve} \quad L_i(r) = \prod_{m=0, m \neq i}^n \frac{r - r_m}{r_i - r_m} \quad \text{idi.}$$

$$L_1(r) = \frac{(r - r_2)(r - r_4)}{(r_1 - r_2)(r_1 - r_4)} = \frac{(r - 0)(r - 1)}{(-1 - 0)(-1 - 1)} = \frac{r(r - 1)}{2} = \frac{1}{2}(1 - r) - \frac{1}{2}(1 - r^2)$$

Benzer olarak, diğer düğümler için de interpolasyon fonksiyonları hesaplanabilir. Bu hesaplamalar Bathe tarafından yapıp, tablo şeklinde verilmiştir (tablo 3.1). Buradan direkt olarak uygun durum seçilerek, gerekli interpolasyon fonksiyonları alınabilir (Bathe, 1982).

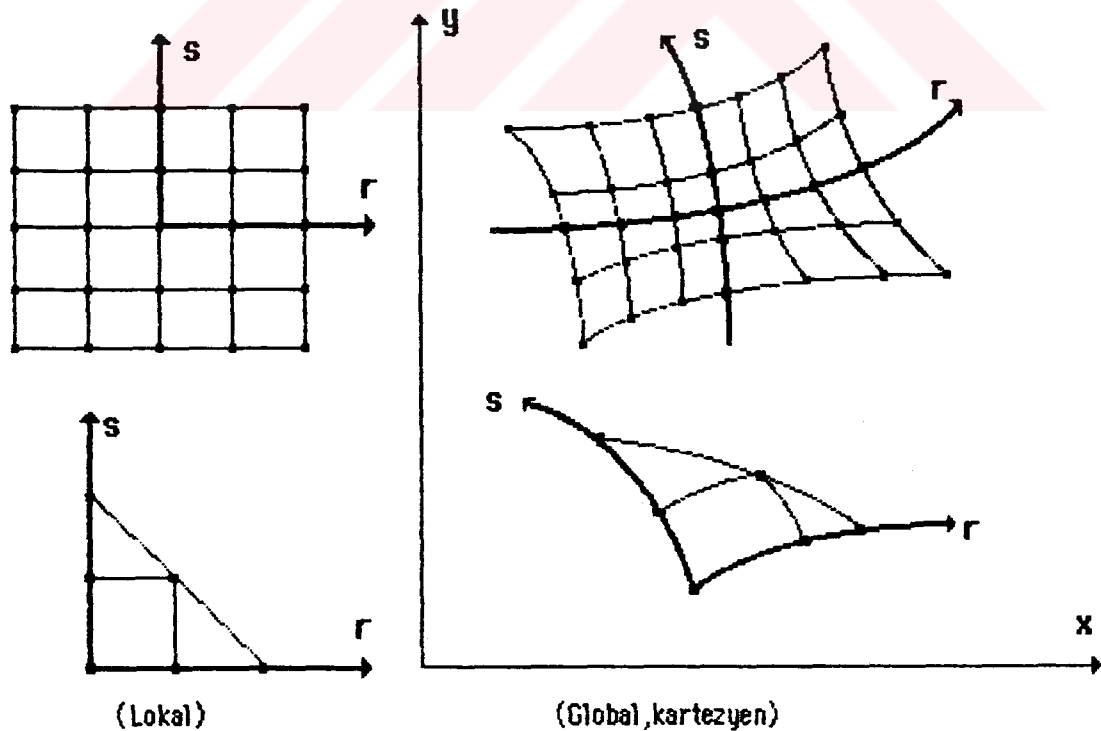
Tablo 3.1. Eleman düğümleri 2'den 4'e kadar değişebilen tek boyutlu elemanın interpolasyon fonksiyonları (Bathe, 1982, s.199).

$L_1 = \frac{1}{2}(1-r)$	$-\frac{1}{2}(1-r^2)^*$	$+\frac{1}{16}(-9r^3+r^2+9r-1)^{**}$
$L_2 = \frac{1}{2}(1+r)$	$-\frac{1}{2}(1-r^2)$	$+\frac{1}{16}(9r^3+r^2-9r-1)$
$L_3 = (1-r^2)$		$+\frac{1}{16}(27r^3+7r^2-27r-7)$
$L_4 = +\frac{1}{16}(-27r^3-9r^2+27r+9)$		

(*, 3 nolu düğüm verilirse dahil ediniz. **, 3 ve 4 nolu düğüm verilirse dahil ediniz)

3.4.4. İki boyutlu elemanlarda interpolasyon fonksiyonu olarak Lagrange Polinomlarının kullanılması

Kartezyen koordinatlarda verilen bazı iki boyutlu elemanların lokal koordinatlara transformasyonu şekil 3.10'da görülmektedir.



Şekil 3.10. İki boyutta transformasyon

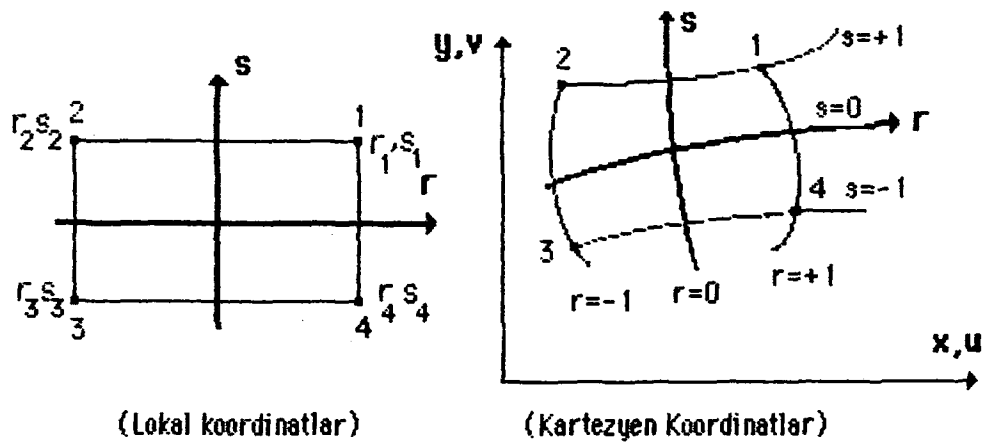
Burada, lokal koordinatlardaki transformasyonu dikdörtgen ve üçgen olan genel halde eğrisel çizgilerle çevrili iki boyutlu izoparametrik elemanlar ele alınmıştır. Genel olarak, Lagrange polinomlarının ikişer ve üçer çarpımları ile sırasıyla iki ve üç boyutlu elemanların interpolasyon fonksiyonları bulunur. Örnek olarak sonlu eleman analizinde kullandığımız dört düğümlü bir dikdörtgen izoparametrik elemana ait interpolasyon fonksiyonu;

$$\phi(r,s) = N_1(r,s) \phi_1 + N_2(r,s) \phi_2 + N_3(r,s) \phi_3 + N_4(r,s) \phi_4 \quad (3.14)$$

şeklinde yazılır. Burada,

$$N_1(r,s) = L_1(r) \cdot L_1(s) , \quad N_2(r,s) = L_2(r) \cdot L_2(s) , \quad \dots \quad (3.15)$$

olarak yazılabilir. Bu şekilde ayarlamakla her bir düğüm koordinatları o düğüm için değerleri yerine konduğunda değeri 1 ve yine bu koordinatlar için diğer N katsayıları sıfır olmaktadır. Bu sayede ara yüzeylerde bire bir uygunluk sağlanmakta ve dolayısıyla süreklilik meydana gelmektedir. Aynı zamanda interpolasyon fonksiyonu her düğümdeki özellikleri sağlamaktadır. Interpolasyon fonksiyonunun elemanları, dört düğümlü dikdörtgen eleman için aşağıdaki şekildedir:



Şekil 3.11. İki boyutlu dört düğümlü eleman

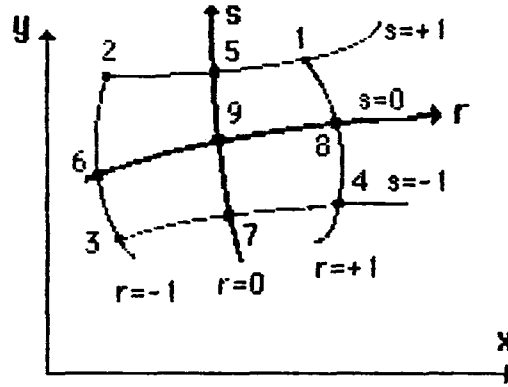
örnek olarak 3 nolu düğüm için:

$$N_3(r,s) = L_3(r) \cdot L_3(s)$$

$$L_3(r) = \frac{r-r_4}{r_3-r_4} = \frac{r-1}{-1-1} \quad , \quad L_3(s) = \frac{s-s_2}{s_3-s_2} = \frac{s-1}{-1-1} \quad , \quad N_3 = \frac{1}{4}(1-r)(1-s)$$

elde edilir. Dörtten daha fazla düğümlü izoparametrik elemanlara ait interpolasyon fonksiyonları benzer yolla elde edilir. Bu interpolasyon fonksiyonları şekil 3.12' de verilmiştir (Bathe,1982).

Lagrange polinomlarını kullanarak elde edilen interpolasyon fonksiyonları tanımlanan noktalarda sürekliliği garanti ettiğinden, yer değiştirme fonksiyonları da sürekliliği sağlamaktadır. Tek ve iki boyutta tanımlanan Lagrange polinomları bunların kombinezonları yardımı ile üç boyutta da türetilir.



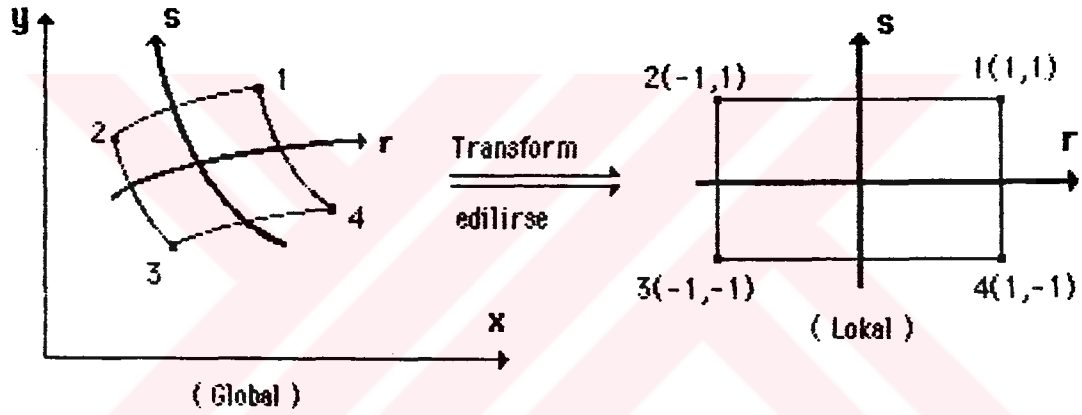
		i=5	i=6	i=7	i=8	i=9
$L_1 = \frac{1}{4}(1+r)(1+s)$		$-\frac{1}{2}L_5$			$-\frac{1}{2}L_8$	$-\frac{1}{4}L_9$
$L_2 = \frac{1}{4}(1-r)(1+s)$		$-\frac{1}{2}L_5$	$-\frac{1}{2}L_6$			$-\frac{1}{4}L_9$
$L_3 = \frac{1}{4}(1-r)(1-s)$			$-\frac{1}{2}L_6$	$-\frac{1}{2}L_7$		$-\frac{1}{4}L_9$
$L_4 = \frac{1}{4}(1+r)(1-s)$				$-\frac{1}{2}L_7$	$-\frac{1}{2}L_8$	$-\frac{1}{4}L_9$
$L_5 = \frac{1}{2}(1-r^2)(1+s)$						$-\frac{1}{2}L_9$
$L_6 = \frac{1}{2}(1-s^2)(1-r)$						$-\frac{1}{2}L_9$
$L_7 = \frac{1}{2}(1-r^2)(1-s)$						$-\frac{1}{2}L_9$
$L_8 = \frac{1}{2}(1-s^2)(1+r)$						$-\frac{1}{2}L_9$
$L_9 = \frac{1}{2}(1-r^2)(1-s^2)$						

Şekil 3.12. Düzüm numaraları 4' den 9' a kadar değişebilen iki boyutlu elemanların interpolasyon fonksiyonları

4. SONLU ELEMEN FORMÜLASYONUNUN PROBLEME UYGULANMASI

4.1. Şekil Değiştirme ve Gerilmelerin Elde Edilmesi

Çözümde dört düğümlü izoparametrik elemanlar kullanılmıştır. Bu nedenle dört düğümlü elemana ait sonlu eleman formülasyonu incelenmiştir. Problem bir levha problemi olarak incelendiğinden düzlem gerilme durumu göz önüne alınmalıdır. Bu durumda sistemdeki bir düğümün yer değiştirmesinin x ve y doğrultusunda iki bileşeni olur. Buna göre sistemin serbestlik derecesi 2' dir.



Şekil 4.1. Dört düğümlü iki boyutlu izoparametrik eleman

İnterpolasyon kavramından hareketle şekil 3.12' de verilmiş olan ifadeleri kullanılarak, dört düğümlü izoparametrik elemana (şekil 4.1) ait koordinat bağıntıları oluşturulmuştur.

$$x = \sum_{i=1}^n h_i x_i \quad , \quad y = \sum_{i=1}^n h_i y_i \quad (4.1)$$

Burada x_i ve y_i eleman üzerindeki i. düğüme ait yer değiştirmeleri, h_i ise lokal koordinatlarda eleman üzerindeki i. düğüme ait şekil fonksiyonlarını ifade etmektedir. Eleman üzerindeki herhangi bir i. düğüm için ;

$$h_i = \begin{cases} 1 & j=i \\ 0 & j \neq i \end{cases} \quad (4.2)$$

h_i şekil fonksiyonları, iki boyutlu lokal koordinatlarda her iki boyuttaki değişimi temsil eder. i nolu düğümün lokal koordinatlar üzerindeki izdüşümü i ve bu noktaya ait Lagrange polinomları $L_i(r)$ ve $L_i(s)$ ise; h_i fonksiyonu,

$$h_i = L_i(r) L_i(s) \quad (4.3)$$

olur. Bu bilgiler ve şekil 3.12' den hareketle (4.1) ifadesi, h_i interpolasyon fonksiyonlarının değerleri yerlerine yazılarak, şu şekli alır:

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{4}(1+r)(1+s)x_1 + \frac{1}{4}(1-r)(1+s)x_2 + \frac{1}{4}(1-r)(1-s)x_3 + \frac{1}{4}(1+r)(1-s)x_4 \\ y &= \frac{1}{4}(1+r)(1+s)y_1 + \frac{1}{4}(1-r)(1+s)y_2 + \frac{1}{4}(1-r)(1-s)y_3 + \frac{1}{4}(1+r)(1-s)y_4 \end{aligned} \quad (4.4)$$

kısaca aşağıdaki şekilde de ifade edilebilir:

$$\begin{aligned} x &= h_1 x_1 + h_2 x_2 + h_3 x_3 + h_4 x_4 \\ y &= h_1 y_1 + h_2 y_2 + h_3 y_3 + h_4 y_4 \end{aligned} \quad (4.5)$$

Interpolasyon fonksiyonları elemanın her düğümünü sağlamalıdır. Örnek olarak "2 nolu düğümde" $r=-1$, $s=+1$ değerleri için $x=x_2$ elde edilebilir. Bu, interpolasyon fonksiyonlarının doğru seçildiği anlamına gelmektedir. Yer değiştirmeler için de benzer biçimde interpolasyon fonksiyonları yazılabilir.

$$\begin{aligned} u &= h_1 u_1 + h_2 u_2 + h_3 u_3 + h_4 u_4 \\ v &= h_1 v_1 + h_2 v_2 + h_3 v_3 + h_4 v_4 \end{aligned} \quad (4.6)$$

dört düğümlü bir eleman için yer değiştirmeler şu şekilde yazılabilir:

$$\begin{aligned}
 u &= \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 xy \\
 v &= \alpha_5 + \alpha_6 x + \alpha_7 y + \alpha_8 xy
 \end{aligned}
 \tag{4.7}$$

u ve v yer değiştirmeleri dört düğüm için yazılıp, matris formuna sokulursa,

$$\{\delta\} = \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & x_1 y_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_1 & y_1 & x_1 y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & x_2 y_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_2 & y_2 & x_2 y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & x_3 y_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_3 & y_3 & x_3 y_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & x_4 y_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_4 & y_4 & x_4 y_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \\ \alpha_7 \\ \alpha_8 \end{bmatrix}$$

olarak elde edilir. Sembolik olarak,

$$\begin{aligned}
 \{\delta\} &= [C] \cdot \{\alpha\} \\
 \{\alpha\} &= [C]^{-1} \cdot \{\delta\}
 \end{aligned}
 \tag{4.8}$$

yazılabilir. şekil değiştirmeler ise,

$$\{\varepsilon\} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{bmatrix}
 \tag{4.9}$$

olur. u ve v ifadelerinin (4.7) bağıntılarına göre türevlerini almak oldukça kolaydır. Ancak interpolasyon fonksiyonları ile ifade edilen (4.6)

bağıntılarından r ve s 'i, x ve y cinsinden çekip, türevlerini almak hemen hemen imkansızdır. Bunun yerine zincir kuralını kullanarak, istenilen türevlere ulaşılabilir. Örnek olarak,

$$\frac{\partial}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial r} \quad (4.10)$$

olur. Benzer işlemler $\partial/\partial s$ için de yapılır. Elde edilen ifadeler matris formuna sokulacak olursa şu sonuca varılır:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial r} \\ \frac{\partial}{\partial s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial r} \\ \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} \quad \text{veya} \quad \frac{\partial}{\partial r} = J \frac{\partial}{\partial x} \quad (4.11)$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_J$

Burada J , lokal ve global koordinatlar arasındaki dönüşüm matrisidir veya diğer bir deyişle global koordinatlardaki türevleri lokal koordinatlara bağlayan "jakobien" operatörüdür. Buradan da global koordinatlardaki türev;

$$\frac{\partial}{\partial x} = J^{-1} \cdot \frac{\partial}{\partial r}$$

olarak elde edilir. Jakobien bileşenleri ise, aşağıdaki gibidir:

$$\frac{\partial x}{\partial r} = \frac{1}{4}(1+s)x_1 - \frac{1}{4}(1+s)x_2 - \frac{1}{4}(1-s)x_3 + \frac{1}{4}(1-s)x_4$$

$$\frac{\partial x}{\partial s} = \frac{1}{4}(1+r)x_1 + \frac{1}{4}(1-r)x_2 - \frac{1}{4}(1-r)x_3 - \frac{1}{4}(1+r)x_4$$

$$\frac{\partial y}{\partial r} = \frac{1}{4}(1+s)y_1 - \frac{1}{4}(1+s)y_2 - \frac{1}{4}(1-s)y_3 + \frac{1}{4}(1-s)y_4$$

$$\frac{\partial y}{\partial s} = \frac{1}{4}(1+r)y_1 + \frac{1}{4}(1-r)y_2 - \frac{1}{4}(1-r)y_3 - \frac{1}{4}(1+r)y_4$$

$-1 \leq r \leq +1$, $-1 \leq s \leq +1$ aralığında değişen her r ve s değeri için yukarıdaki $\partial x/\partial r$, $\partial x/\partial s$, $\partial y/\partial r$, $\partial y/\partial s$ ifadelerinin kullanılması ile J jakoben operatörü teşkil edilmiş olur. J ifadesinin; $r=r_i$ ve $s=s_j$ yani i,j noktalarında hesaplandığına dikkat edilmelidir. Benzer biçimde yukarıdaki türevler u ve v için de oluşturulabilir.

En genel halde şekil değiştirme bağıntısı

$$\{\epsilon\} = [N] \cdot [C]^{-1} \cdot \{\delta\} = [B] \cdot \{\delta\} \quad (4.12)$$

şeklinde yazılabilir.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} \end{bmatrix} = \frac{1}{4} J_{ij}^{-1} \begin{bmatrix} 1+s_j & 0 & -(1+s_j) & 0 & -(1-s_j) & 0 & 1-s_j & 0 \\ 1+r_i & 0 & 1-r_i & 0 & -(1-r_i) & 0 & -(1+r_i) & 0 \end{bmatrix} \mathbf{u} \quad (4.13)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \end{bmatrix} = \frac{1}{4} J_{ij}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 1+s_j & 0 & -(1+s_j) & 0 & -(1-s_j) & 0 & 1-s_j \\ 0 & 1+r_i & 0 & 1-r_i & 0 & -(1-r_i) & 0 & -(1+r_i) \end{bmatrix} \mathbf{u} \quad (4.14)$$

Burada $\mathbf{u}$ matrisi,

$$\mathbf{u}^T = [u_1 \ v_1 \ u_2 \ v_2 \ u_3 \ v_3 \ u_4 \ v_4] \quad (4.15)$$

şeklindedir. r_i, s_j noktasında (4.13) ve (4.14) bağıntıları değerlendirilerek, şekil değiştirme-yer değiştirme transformasyon matrisi $[B]$ elde edilir.

$$B_{ij} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1+s_j & 0 & -(1+s_j) & 0 & -(1-s_j) & 0 & 1-s_j & 0 \\ 0 & 1+r_i & 0 & 1-r_i & 0 & -(1-r_i) & 0 & -(1+r_i) \\ 1+r_i & 1+s_j & 1-r_i & -(1+s_j) & -(1-r_i) & -(1-s_j) & -(1+r_i) & 1-s_j \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

Buradan,

$$\epsilon_{ij} = B_{ij} \cdot u \quad (4.17)$$

bağıntısı yardımı ile şekil değiştirmeler elde edilebilir. Düzlem elastisitede gerilmeler,

$$\sigma_{ij} = D \cdot \epsilon_{ij} \quad (4.18)$$

ifadesi ile elde edilir (Bathe,1982). Burada

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

şeklinde olup r_i, s_j noktasındaki gerilme vektörü ve D ise, simetrik elastisite matrisidir.

$$D = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

Yine burada E , elastisite modülü ν , poisson oranıdır.

4.2. Direngenlik Matrisinin Teşkili

En kolay varyasyon hesabı olan virtüel işler prensibini kullanarak, bir elemana ait direngenlik matrisi teşkil edilir. Gerilmelerden doğan iç kuvvetlerin virtüel işi aşağıda verilmiştir (Sayman,1988).

$$\delta W = \iiint \{\delta \epsilon\}^T \{\sigma\} dv \quad (4.21)$$

Dış kuvvetlerin virtüel işi ise,

$$\delta W = \{\delta \bar{\delta}\}^T \{P\} \quad (4.22)$$

olur. Enerji prensibine göre (4.21) ve (4.22) ifadeleri birbirlerine eşit olmalıdır.

$$\{\delta \bar{\delta}\}^T \{P\} = \iiint \{\delta \epsilon\}^T \{\sigma\} dv$$

σ için verilen $\sigma = D \epsilon$, $\epsilon = B \delta$ ($\epsilon = B u$) bağıntıları kullanılırsa,

$$\begin{aligned} \{\delta \bar{\delta}\}^T \{P\} &= \iiint_V \{\delta \epsilon\}^T [D] \{\epsilon\} dv \\ \{\delta \bar{\delta}\}^T \{P\} &= \iiint_V \{\delta \bar{\delta}\}^T [B]^T [D] [B] dv \{\delta\} \\ \{\delta \bar{\delta}\}^T \{P\} &= \{\delta \bar{\delta}\}^T \int_V [B]^T [D] [B] dv \{\delta\} \\ \{P\} &= \int_V [B]^T [D] [B] dv \{\delta\} \end{aligned} \quad (4.23)$$

ifadesi elde edilir. Burada

$$[K_i] = \int_V [B]^T [D] [B] dv \quad (4.24)$$

ifadesi i nolu elemanın direngenlik matrisidir. Buradan,

$$\{P\} = [K] \{\delta\} \quad (4.25)$$

genel ifadesi elde edilir.

4.3. Nümerik İntegrasyon

İzoparametrik sonlu eleman çözümlerinde en önemli aşamalardan birisi de nümerik integrasyondur. Her eleman için K_i direngenlik matrisini teşkil edip, integrasyonunu almak analitik yoldan hemen hemen imkansızdır. Bunun yerine bilgisayar yardımı ile nümerik integrasyon alınır. Direngenlik matrisi,

$$[K_i] = \int_V [B]^T [D] [B] dv$$

olarak elde edilmişti. İki boyutlu elemanlarda;

$$dv = \det j \cdot dr \cdot ds \quad (4.26)$$

olur (Bathe, 1982). Integral içersindeki işlemler F ile gösterilirse;

$$[K_i] = \int_V F dr ds \quad (4.27)$$

elde edilir. Burada F matrisi,

$$F = B^T D B \det j \quad (4.28)$$

şeklinde ifade edilir. Nümerik integrasyon alındığında iki boyutlu elemanlar için;

$$K_i = \sum_{i,j} t_{ij} \alpha_{ij} F_{ij} \quad (4.29)$$

olarak bulunur. İfadede F_{ij} ; r_i, s_j noktasında hesaplanan F matrisidir. t_{ij} ;

kalınlık, $\alpha_{ij} = \alpha_i \alpha_j$ değeri ise ; r_i ve s_j değerlerine bağlı olarak bulunan sabitlerdir. F fonksiyonunun r_i, s_j modelleme noktaları ve α_{ij} ağırlık fonksiyonları integrasyon işleminde minimum hata verecek şekilde ayarlanır (Sayman,1988). Bunun için genellikle modelleme noktalarının sayısı artırılır. İki boyutlu dikdörtgen izoparametrik elemanlarda bu integrasyon şu şekilde açılır:

$$\int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} F(r,s) dr ds = \sum_{i,j} \alpha_i \alpha_j F(r_i, s_j) \quad (4.30)$$

Çeşitli nümerik integrasyon metotları vardır. Bunlar içerisinde en yaygın olanları şunlardır:

1. Newton-Cotes Formülleri
2. Gauss Formülleri

Gauss integrasyon metodunda modelleme noktaları modelin iç taraflarındadır. Dönel elemanların çözümünde silindirik koordinatlarda türev işlemlerinde R yarıçapına bağlı olarak, $1/R$ çarpanı işleme girdiğinde Gauss integrasyon metodunu kullanmak çok daha kullanışlı olmaktadır. Çünkü eksen üzerinde bulunan düğümlerde modelleme noktası aynı nokta olmadığından $1/R$ ifadesi belirsizliğe gitmemektedir.

Yukarıdaki ifadelerde bulunan α_i , α_j , r_i ve s_j değerleri Gauss Legendre nümerik integrasyonuna göre elde edilmiş tablolardan seçilebilir.

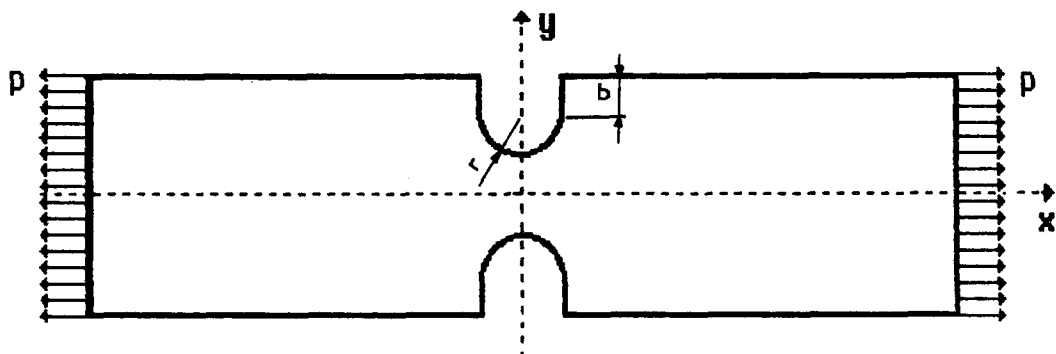
Bu tabloda bulunan n , izoparametrik sonlu elemanın herhangi bir doğrultusu üzerindeki düğüm sayısını göstermektedir. 4 düğümlü bir dikdörtgen izoparametrik sonlu eleman için $n=2$ alınmalıdır.

Tablo 4.1. Gauss-Legendre nümerik integrasyonuna göre seçilen noktalar (r_i) ve ağırlık değerleri (α_i) (Bathe,1982,s:276).

n	r_i	α_i
1	0.00000 00000 00000	0.00000 00000 00000
2	± 0.57735 02691 89626	1.00000 00000 00000
3	± 0.77459 66692 41483 0.00000 00000 00000	0.55555 55555 55556 0.88888 88888 88889
4	± 0.86113 63115 94053 ± 0.33998 10435 84856	0.34785 48451 37454 0.65214 51548 62546
5	± 0.90617 98459 38664 ± 0.53846 93101 05683 0.00000 00000 00000	0.23692 68850 56189 0.47862 86704 99366 0.56888 88888 88889
6	± 0.93246 95142 03152 ± 0.66120 93864 66265 ± 0.23861 91860 83197	0.17132 44923 79170 0.36076 15730 48139 0.46791 39345 72691

4.4. Problemin Tanımı

Bu çalışmada, üzerinde "U" çentikler bulunan ve üniform çeki yüküne maruz kalan izotropik levhalarda oluşan gerilme dağılımları incelenmiştir (şekil 4.2).



Şekil 4.2. Kenarlarında "U" çentikler bulunan düzlem levha

Buna göre;

a) Ele alınan problemin geometrisi iki eksene göre simetrik olan bir düzlem levhadır.

b) Problem izotropik olarak çözülmüş ve diğer çözümlerle karşılaştırılmıştır.

c) Analizlerde; levhanın "U" çentiğine ait r çentik yarıçapı ve b çentik derinliği (şekil 4.2) sürekli değiştirilerek, elde edilen farklı çentikli levhalar göz önüne alınmıştır.

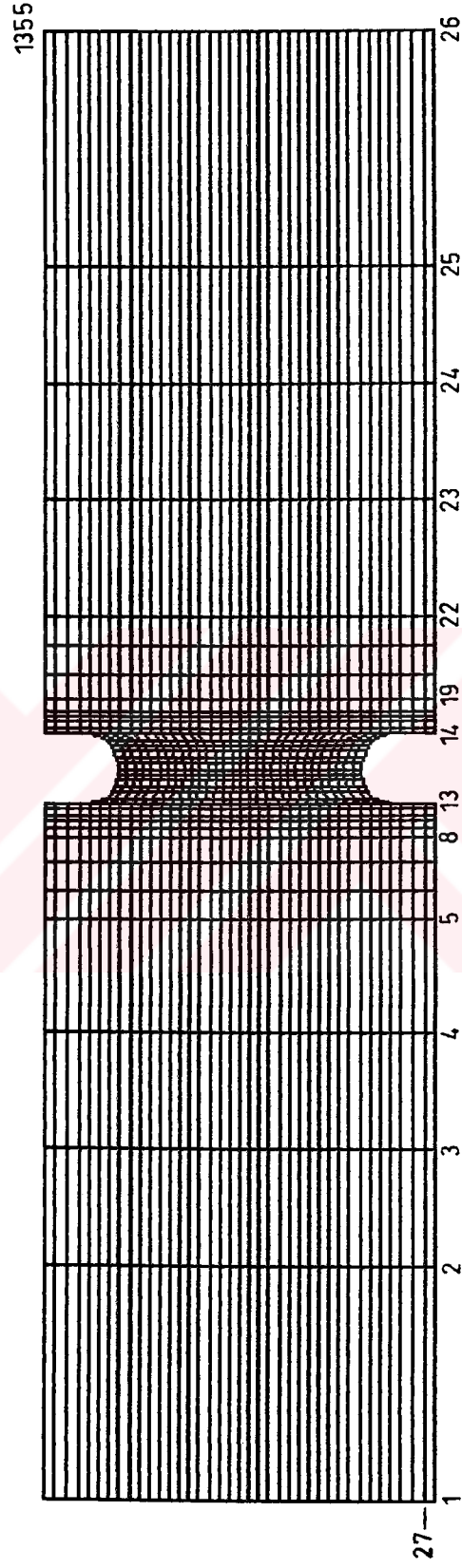
d) Elde edilen çentikli levhalara elasto-plastik bölgede yükleme yapılarak, plastik deformasyonun ve artık gerilmelerin hesabı yapılmıştır. Bu hesaplamalarda, uygulanan yük akmağı başlatan değerden başlayarak, kademeli olarak artırılmak sureti ile analizler tekrarlanmıştır.

4.5. "U" Çentikli Levhanın Sonlu Elemanlara Ayrılması

Çözüm bölgesi tamamen düzgün bir ağ ile bölünmüştür. Süreksizlik olan bölgelerde daha küçük sonlu elemanlar kullanılmıştır. Yani, bu kritik bölgelerde diğer bölgelere nazaran daha sık tarama yapılmıştır.

Problemin iki eksene göre simetrikliği göz önüne alınacak olursa, plakanın dörtte birlik kısmının incelenmesi yeterli olacaktır. Göz önüne alınan bölge izoparametrik dörtgen elemanlarla bilgisayar yardımı ile otomatik olarak bölünmüştür (mesh generation). Her bir elemanın bir kenarında 2, bütün elemanda ise toplam 4 adet düğüm bulunmaktadır. Elemanların numaralandırılması sistematik biçimde yapılmış olup, çözümde kullanılan bant genişliğinin minimum olmasına dikkat edilmiştir (şekil 3.3).

Malzeme olarak izotropik malzeme (Ç 1060) seçilmiştir. Seçilen malzeme izotropik olmayıp kompozit olsa idi, bu durumda oryantasyon açısına bağlı olarak, sonlu eleman modelinin ayarlanması gerekirdi.



$r=6$
 $b=9$

Şekil 4.3. Çözüm bölgesi sonlu elemanlara ayrılmış "U" çentikli levha

5. ELASTO-PLASTİK GERİLME ANALİZİ

5.1. Giriş

Malzemenin elasto-plastik durumu, elastik bölge aşılıarak belli bir gerilme değerine ulaşıldıktan sonra malzemenin gösterdiği davranışlar olarak incelenebilir. Plastik deformasyonlar, yükleme işlemi sona erdikten sonra geri dönmez. Plastik deformasyonun başlangıcı (akmanın başlaması), bir akma kriteri yardımı ile belirlenir. Akma sonrası deformasyon, malzeme direngenliğinin büyük bir düşüşü neticesinde ortaya çıkar (Mendelson,1968).

Malzemelerin elasto-plastik davranışlarını hesaplamak için genellikle şu üç temel metot kullanılır (Topçu,1991):

- a) Direngenlik matrisi değişimi metodu,
- b) Başlangıç şekil değişimi metodu,
- c) Başlangıç gerilme metodu.

Direngenlik matrisi değişimi metodu, plastik deformasyon bölgesinde her iterasyon sonunda direngenlik matrisinin yeniden hesaplanmasını gerektirir. Bu durum, problemin çözüm süresini oldukça fazla artırdığından genellikle tercih edilmez.

Başlangıç şekil değişimi metodunda elastik olarak hesaplanmış gerilme için, malzemenin gerçek davranışına uygun bir elastik-plastik şekil değiştirmesi aranır (Topçu,1991).

Başlangıç gerilmesi metodu Zienkiewicz (Zienkiewicz,1979)'in çalışmalarına dayanır ve elasto-plastik problemlerin çözümü için en çok kullanılan metottur. Teori, tek boyutlu bir elemanın zorlanmasına dayanılarak anlatılmış, çok eksenli gerilme durumu için genelleştirilmiştir.

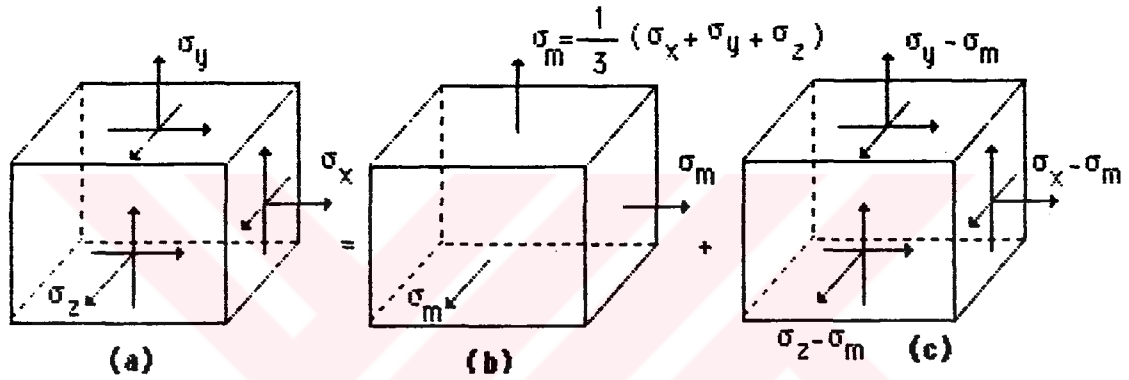
Elasto-plastik incelemenin yapılabilmesi için şu üç şartın göz önüne alınması gerekir:

- a) Elastik şartlarda malzeme davranışını tanımlamak için gerilme ve şekil değiştirmeler arasında lineer bir ilişki olmalıdır.
- b) Akmanın meydana geldiği noktada bir akma kriterinin göz önüne alınması gerekir.

c) Akma başladıktan sonra gerilme ve şekil değiştirmeler arasında bir formülizasyona ihtiyaç vardır.

5.2. Şekil Değiştirme Enerjisi Bileşenleri

Şekil 5.1'de gösterilen süperpozisyon işlemine dayanılarak, gerilmelerin genel durumu kısımlara ayrılır. Burada şekil değiştirmesi üzerine yeni bir inceleme tarzı sunulmuştur.



Şekil 5.1. Genel halde verilen gerilme halinin kısımlara ayrılması

$$\rho_{ij} = \begin{vmatrix} \sigma_m & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_m & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_m \end{vmatrix} \quad (5.1)$$

ifadesi ile gösterilen şekil 5.1 (b)'deki gerilme durumu çarpılma olmadan (kayma gerilmesi sıfırdır) hacimde değişiklik meydana getirir ve bu ifadeye "**genleşme gerilme tansörü**" veya "**küresel gerilme tansörü**" adı verilir. Bu ifade tansörel notasyonda şu şekilde yazılabilir:

$$\rho_{ij} = \sigma_m \delta_{ij} \quad (5.2)$$

Burada δ_{ij} , basit simetrik bir tansör olup **kronecker delta** diye anılır. Yani,

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i=j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad (5.3)$$

olur. Yine buradaki σ_m ifadesi ise, ortalama gerilmedir.

$$\sigma_m = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad (5.4)$$

Benzer şekilde ϵ_m ortalama şekil değiştirmesi de ifade edilebilir.

$$\epsilon_m = \frac{\epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z}{3} \quad (5.5)$$

Küresel gerilme tensörünün uygulanmasına ilave edilen normal şekil değiştirmenin toplamı $e = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z$ dir. Bu ise sadece hacimde değişikliği gösterir. Böylece, birim hacim başına absorbe edilen genleşme şekil değiştirme enerjisi şu eşitlik yardımı ile verilir :

$$U_{0v} = \frac{3}{2} \sigma_m \epsilon_m = \frac{\sigma_m^2}{2K} = \frac{1}{18K_T} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)^2 \quad (5.6)$$

Buradan K_T ifadesi

$$K_T = \frac{E}{3(1-2\nu)} = -\frac{P}{e} \quad (5.7)$$

p ise, hidrostatik basınçtır ($\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = -p$, $\tau_{xy} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$).

Şekil 5.1(c)'de gösterilen gerilme durumu ise;

$$S_{ij} = \sigma_{ij} - P_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_m \delta_{ij} \quad (5.8)$$

$$S_{ij} = \begin{vmatrix} \sigma_x - \sigma_m & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y - \sigma_m & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z - \sigma_m \end{vmatrix}$$

"**deviatorik veya çarpılma (distorsiyon)**" gerilme tansörü adı verilen bu ifade ile gösterilir. Deviatorik şekil değiştirmeler, hacimde değişiklik olmadan ortaya çıkar. Çünkü normal şekil değiştirmelerin toplamı,

$$(\epsilon_x - \epsilon_m) + (\epsilon_y - \epsilon_m) + (\epsilon_z - \epsilon_m) = 0$$

ifadesi ile verilir. Distorsiyon enerjisi U_{od} ile gösterilecek olursa, U_{ov} ve U_{od} , şekil değiştirme enerjisinin bileşenleri olduğu için

$$U_0 = U_{ov} + U_{od} \quad (5.9)$$

yazılabilir. Genel halde şekil değiştirme enerjisi, sadece gerilmeler ve elastik sabitler cinsinden yazılırsa,

$$U_0 = \frac{1}{2E} (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2) - \frac{\nu}{E} (\sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_x \sigma_z) + \frac{1}{2G} (\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2) \quad (5.10)$$

ifadesi elde edilir. Bu ifadeden, (5.6) eşitliği ile verilen U_{ov} çıkarılarak, U_{od} distorsiyon enerjisi kolaylıkla bulunabilir.

$$U_{od} = \frac{3}{4G} \tau_{oct}^2 \quad (5.11)$$

Bu eşitlik, biçimdeki değişimin bir sonucu olarak birim hacim tarafından absorbe edilen elastik şekil değiştirme enerjisini ifade etmektedir. Yukarıdaki "**oktahedral**" kayma gerilmesi τ_{oct} , şu ifade yardımı ile verilebilir.

$$\tau_{oct} = \frac{1}{3} [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2)]^{1/2} \quad (5.12)$$

5.3. Akma Kriterleri

Plastik deformasyonun başlangıcı akma kriterlerine göre belirlenir. Bu nedenle, malzemede ortaya çıkacak gerilmeler akma kriterleri ile değerlendirilerek, akma olup olmadığı konusunda gerekli analizler yapılır. Malzemenin akması ile ilgili bir çok kriter ileri sürülmüştür. Metaller için en çok geçerli teoriler; **Tresca** ve **Von Mises** teorileridir. Burada sadece bu iki akma teorisinden bahsedilmiştir. Bu çalışmada yapılan analizlerde Von Mises akma kriteri esas alınmıştır.

5.3.1. Maksimum kayma gerilmesi kriteri (Tresca Kriteri)

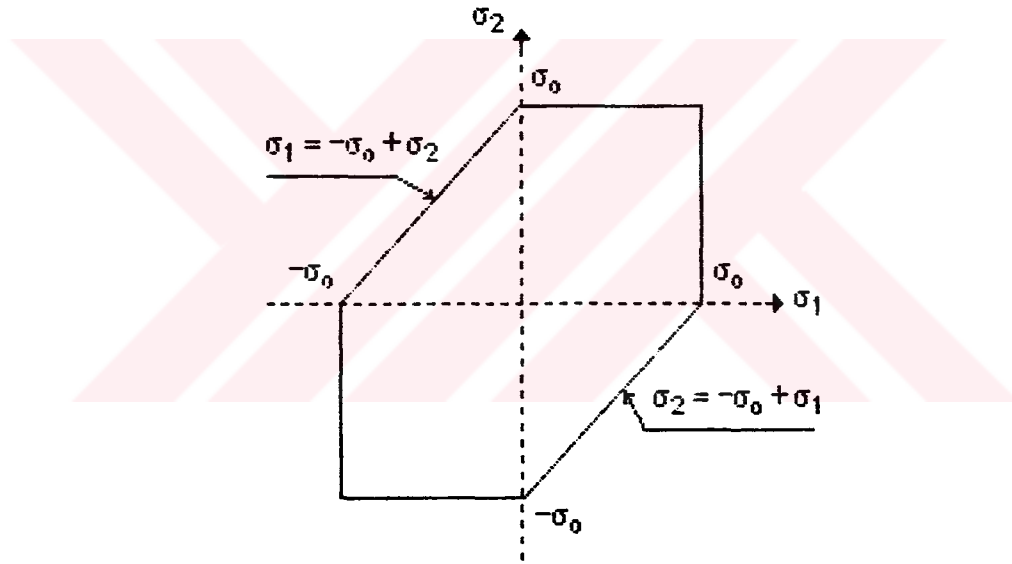
Coulomb teorisi diye de bilinen bu teori; maksimum kayma gerilmesinin, basit kayma halinde ortaya çıkan maksimum kayma gerilmesinin değerine ulaştığında akmanın meydana geleceğini varsayar. Maksimum kayma gerilmesi (5.13) eşitliği ile verilmiştir ve maksimum ve minimum asal gerilmelerin arasındaki farkın yarısına eşittir. Basit çekme halinde $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ olduğundan akma durumunda maksimum kayma gerilmesi $0.5\sigma_0$ 'a eşit olur.

$$\left. \begin{aligned} \tau_1 &= \pm \frac{1}{2}(\sigma_2 - \sigma_3) \\ \tau_2 &= \pm \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \\ \tau_3 &= \pm \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) \end{aligned} \right\} \Longrightarrow \begin{aligned} \sigma_2 - \sigma_3 &= \pm \sigma_0 \\ \sigma_1 - \sigma_3 &= \pm \sigma_0 \\ \sigma_1 - \sigma_2 &= \pm \sigma_0 \end{aligned} \quad (5.13)$$

Tresca kriteri, aşağıdaki altı şarttan herhangi biri yeterli değere ulaştığında akmanın meydana geleceğini ileri sürer. $\sigma_3 = 0$ olduğu iki eksenli durum için şu ifadeler elde edilir:

$$\begin{aligned}
\sigma_1 > 0, \sigma_2 < 0 &\Rightarrow \sigma_1 - \sigma_2 = \sigma_0 \\
\sigma_1 < 0, \sigma_2 > 0 &\Rightarrow \sigma_1 - \sigma_2 = -\sigma_0 \\
\sigma_2 > \sigma_1 > 0 &\Rightarrow \sigma_2 = \sigma_0 \\
\sigma_1 > \sigma_2 > 0 &\Rightarrow \sigma_1 = \sigma_0 \\
\sigma_1 < \sigma_2 < 0 &\Rightarrow \sigma_1 = -\sigma_0 \\
\sigma_2 < \sigma_1 < 0 &\Rightarrow \sigma_2 = -\sigma_0
\end{aligned} \tag{5.14}$$

Şekil 5.2' de, bahsedilen akma kriteri için σ_1, σ_2 düzlemindeki çizim görülmektedir. Çekme ve basma halindeki akma gerilmelerinin eşit olmasının, bu teorinin bir sınırlaması olduğuna dikkat edilmelidir.



Şekil 5.2. Maksimum kayma gerilmesi teorisi

Tresca kriteri deneysel değerlerle oldukça iyi uyum sağlamaktadır ve dıazayncılar tarafından önemli bir büyüklük olarak kullanılır. Bu kriterde maksimum ve minimum gerilmelerin bilinmesi zorluk teşkil eder.

Tam kayma halinde,

$$\sigma_1 = -\sigma_2 = k \quad \sigma_3 = 0$$

olur. Tresca kriteri bu şartlara uygulanırsa,

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 2k = \sigma_a \quad k = \frac{1}{2} \sigma_a$$

ifadesi elde edilir. Buradan; tam kayma halindeki akma gerilmesinin, basit çekme halindeki akma gerilmesinin yarısına eşit olduğu sonucuna varılır.

5.3.2. Çarpılma (distorsiyon) enerjisi teorisi veya Von Mises akma kriteri

Bu teori; distorsiyon enerjisinin, basit çekme halinde akma durumundaki distorsiyon enerjisine eşit olduğunda akmanın başladığını varsaymaktadır. (5.11) eşitliğinden,

$$U_d = \frac{1}{2G} j_2 = \frac{3}{4G} \tau_{oct}^2$$

$$U_d = \frac{1}{12G} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]$$

$$U_d = \frac{1}{12G} [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2)]$$

ve basit çekme halinde akma noktası için

$$j_2 = \frac{1}{3} \sigma_a^2 \quad (5.15)$$

elde edilir (Burada j_2 gerilme invariantı , τ_{oct} ise oktahedral kayma gerilmesidir). Ayrıca akma şartından şu ifade yazılabilir.

$$\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] = \sigma_a^2 \quad (5.16)$$

iki eksenli gerilme hali için

$$\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2 = \sigma_0^2 \quad (5.17)$$

ifadesi elde edilir. (5.16) ve (5.17) eşitlikleri asal olmayan gerilmeler cinsinden de yazılabilir:

$$\frac{1}{2} [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6\tau_{xy}^2 + 6\tau_{xz}^2 + 6\tau_{yz}^2] = \sigma_0^2 \quad (5.18)$$

Bu ifade iki eksenli gerilme halinde,

$$\frac{1}{2} [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \sigma_y^2 + \sigma_x^2 + 6\tau_{xy}^2] = \sigma_0^2 \quad (5.19)$$

şeklini alır. (5.18) ve (5.19) eşitliklerinin sol taraflarına σ_e ile gösterilen **efektif** veya **eşlenik gerilme** de denebilir. Yani,

$$\sigma_e = \sigma_0 \quad (5.20)$$

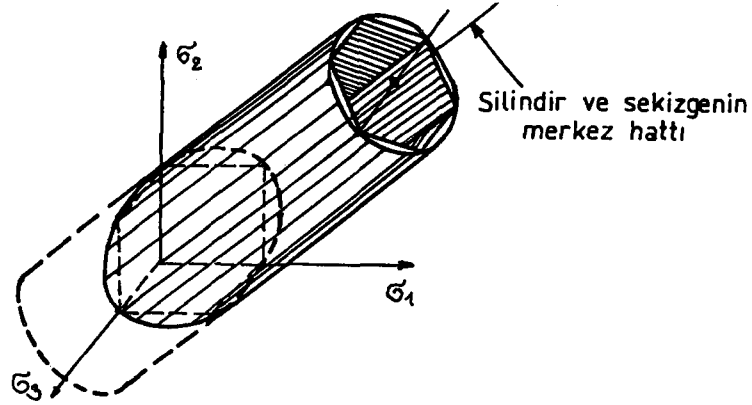
olarak da yazılabilir. (5.16) ifadesinde σ_0 yerine σ_a ile gösterilen akma gerilmesi alınacak olursa,

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_a^2$$

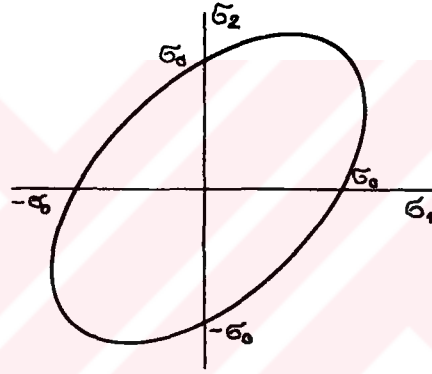
ifadesi elde edilir. Düzlem gerilme hali için ($\sigma_3=0$) bu denklem boyutsuz hale getirilerek, aşağıdaki formda yazılabilir.

$$\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_a}\right)^2 - \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_a} \frac{\sigma_2}{\sigma_a}\right) + \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_a}\right)^2 = 1 \quad (5.21)$$

Bu ifade ise bir elipsin denklemi olup, grafiği şekil 5.3' de gösterilmiştir. Bu elips içerisinde kalan her gerilme hali, malzemenin elastik davranışını gösterir. Düzlem gerilme halinde bu şekil, σ_1, σ_2 düzleminde "**Von Mises elipsi**" diye adlandırılan bir elipse dönüşür.



Şekil 5.3. Üç boyutlu gerilme hali için akma yüzeyi



Şekil 5.4. Distorsiyon enerjisi teorisi

Tam kayma halinde,

$$\sigma_1 = -\sigma_2 = k \quad \sigma_3 = 0$$

$$J_2 = \frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] = \sigma_1^2 = k^2$$

$$J_2 = \frac{1}{3} \sigma_a^2 \Rightarrow k^2 = \frac{1}{3} \sigma_a^2 \Rightarrow k = \frac{\sigma_a}{\sqrt{3}}$$

olur. Bu ifade; tam kayma halindeki akma gerilmesinin basit çekmedeki akma gerilmesinin $1/\sqrt{3}$ katı olduğunu ifade etmektedir. Buradan, Von Mises kriterinin tam kayma haline ait akma gerilmesi hakkında önceden bilgi verdiği anlaşılır. Söz edilen akma gerilmesi Tresca kriteri tarafından

daha önce bildirilenden yaklaşık %15 daha büyüktür.

Von Mises kriteri deneysel değerlere diğer akma teorilerinden daha iyi uyum sağlar ve bu kriteri uygulamak Tresca kriterine göre daha kolaydır. Çünkü asal gerilmelerin relatif büyüklüklerinin bilinmesine gerek yoktur. Bu sebepten bu kriter günümüzde yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Von Mises kendi kriterini matematiksel uygunluğa dayanarak, orijinal bir şekilde sunmuştur. Daha sonra Hencky, distorsiyon ve kayma şekil değiştirmesi enerjisinin kritik bir değere ulaştığında akmanın meydana geleceği kabulüne eşdeğer bir açıklama yapmıştır. Buna göre, oktahedral kayma gerilmesi

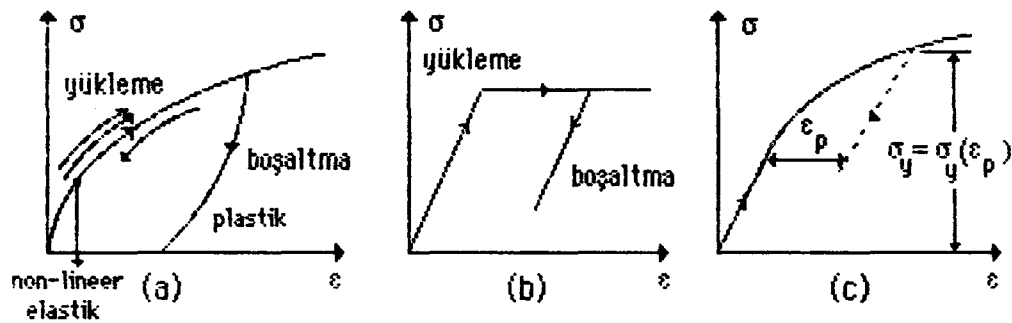
$$\tau_{oct} = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (5.22)$$

ifadesine eşit olur (Mendelson, 1968).

5.4. Plastisitenin Bazı Temel Kavramları

5.4.1. Genel Teori

Katıların plastik davranışı tek eksenli olmayan gerilme şekil değiştirme bağıntıları yardımı ile karakterize edilir. Gerçekte, plastisitenin bir tanımı, yük kalktığında kalıcı şekil değiştirmelerin bulunmasıdır (şekil 5.5).



Şekil 5.5. Tek eksenli davranış : (a) Non-linear elastik ve plastik davranış
(b) İdeal plastik davranış (c) Şekil değiştirme sertleşmeli plastik davranış.

Şekilde görüldüğü gibi akma gerilmesinin bir sınırı vardır. Bu sınırın üzerindeki bütün gerilmeler için lineer veya non-lineer bir elastisite bağıntısı kabul edilir (Zienkiewicz,1982). Ayrıca şekil değiştirme sertleşmeli plastik davranış gösteren malzemeler için akma gerilmesi, K ve ϵ_p gibi bazı parametrelere bağlıdır (şekil 5.5(c)). Burada K şekil değiştirme sertleşmesi parametresi olup ilerde değinilecektir. Bunun yanı sıra, malzemede akma kontrolü daha önceki konularda bahsedilen bir takım akma kriterlerine göre yapılmalıdır.

Plastisite ile ilgili diğer kavramların aşağıdaki gibi genelleştirilerek, ele alınması konunun daha iyi anlaşılmasına yardımcı olacaktır.

5.4.2. Akma yüzeyi, Haigh-Westergaard gerilme uzayı

En genel halde, akma kriteri; göz önüne alınan noktadaki gerilmenin dokuz tane bileşeninin fonksiyonu olacaktır. Gerilme tansörü simetrik olduğu için bu fonksiyonu, gerilme tansörünün altı tane bağımsız bileşeninin bir fonksiyonuna indirgenebilir. Bu durum akma gösterecek şekilde yüklenmiş bir malzeme için şu şekilde ifade edilebilir:

$$F(\sigma_{ij}) = K \quad (5.23)$$

Burada K bilinen bir fonksiyondur. (5.23) eşitliği altı boyutlu gerilme uzayında bir yüzeyi verir. Bu yüzeydeki her nokta akmanın başladığı bir noktayı gösterir. Örnek olarak; basit çekme deneyi için σ_0 (σ_a) akma noktasında $\sigma_x = \sigma_0$, $\sigma_y = \sigma_z = \tau_{xy} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$ dır. Bu nokta akma yüzeyi üzerinde bulunmalıdır. Benzer biçimde $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$, $\tau_{xy} = \tau_0$ olduğu nokta burulma halinde, τ_0 burulma akma gerilmesine kadar yüklü ince cidarlı bir tüpü gösterir. Yine bu noktanın da bu yüzey üzerinde bulunması gerekir.

(5.23) eşitliğinde verilen fonksiyon, "akma fonksiyonu" diye adlandırılır. Bu eşitlik yardımı ile tanımlanan gerilme uzayındaki bu yüzeye "akma yüzeyi" adı verilir. Bu eşitlik koordinatlara ait asal eksenler seçilerek, şu şekilde yazılabilir.

$$F_2(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = K \quad (5.24)$$

Ayrıca hidrostatik çekme veya basmanın akmayı etkilemediği sürekli olarak varsayıldığı için, sadece deviatorik gerilmelerin akma fonksiyonuna konacağı kabul edilebilir. Buradan,

$$f_1(S_1, S_2, S_3) = K \quad (5.25)$$

ifadesi yazılır. Alternatif olarak; S_1, S_2 ve S_3 deviatorik gerilmeleri j_1, j_2 ve j_3 invariantlarına dayanılarak, şu şekilde yazılabilir:

$$\begin{aligned} j_1 &= S_1 + S_2 + S_3 = 0 \\ j_2 &= \frac{1}{2}(S_1^2 + S_2^2 + S_3^2) = -(S_1 S_2 + S_2 S_3 + S_3 S_1) \\ j_3 &= \frac{1}{3}(S_1^3 + S_2^3 + S_3^3) = S_1 S_2 S_3 \end{aligned} \quad (5.26)$$

buradan,

$$f(j_2, j_3) = K \quad (5.27)$$

yazılabilir. Yukarıdaki varsayımlara dikkat ederek, akma kriteri; deviatorik gerilme tensörünün sıfır olmayan iki invariantına bağlı bir fonksiyona indirgenmiş olur. Asal gerilmeler cinsinden ifade edilmesi durumunda $f(j_2, j_3)$ ifadesinin simetrik olduğuna dikkat edilmelidir. Böylece akma fonksiyonunun tamamı asal gerilmeler cinsinden simetrik olacak şekilde seçilir (Mendelson, 1968).

Oldukça yaygın kullanım alanı bulmuş olan Tresca ve Von Mises akma teorileri (5.27) ifadesinin özel bir halini oluşturur. Oldukça basit ifade edilebilen Von Mises kriteri (5.27) ifadesi ile birleştirilerek,

$$j_2 = \frac{1}{3} \sigma_0^2 = k^2 \quad (5.28)$$

eşitliği elde edilebilir. Burada k , tam kayma halindeki akmadır. Tresca kriteri de bu formda şu şekilde yazılır:

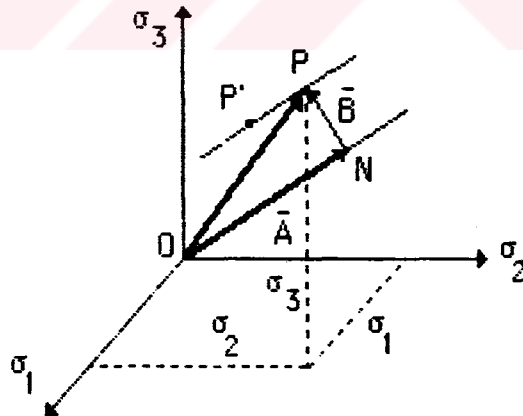
$$4j_2^3 - 27j_3^2 - 36k^2j_2^2 + 96k^4j_2 - 64k^6 = 0 \quad (5.29)$$

Basit geometrik düşüncelerden hareket ederek, (5.24) ifadesi yardımı ile tanımlanan akma yüzeyi hakkında pek çok şey öğrenilebilir. Akma yüzeyi $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ koordinat sistemine göre ifade edildiğinde,

"Haigh-Westergaard gerilme uzayı" diye adlandırılan gerilme uzayı elde edilmiş olur. σ_1, σ_2 ve σ_3 koordinatlarına sahip olan bu uzaydaki her bir nokta bahsedilen gerilme durumunu gösterir. Şekil 5.6'da görüldüğü gibi orjinden geçen ve koordinat eksenleri ile aynı açığı yapan **ON** doğrusu göz önüne alınmıştır. Bu doğru üzerindeki her bir nokta için gerilme durumu,

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_m \quad (5.30)$$

ifadesini sağlamalıdır. Yani bu doğru üzerindeki her bir nokta hidrostatik veya küresel gerilme durumuna karşı gelir.



Şekil 5.6. Haigh-Westergaard gerilme uzayı

Burada deviatorik gerilmeler

$$S_1 = (2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3) / 3 \text{vd.} \quad (5.31)$$

şeklinde ifade edilir. Diğer taraftan, ON doğrusuna dik herhangi bir düzlem göz önüne alınırsa, bu düzleme ait denklem şu şekilde ifade edilir:

$$\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = \sqrt{3} \rho \quad (5.32)$$

Burada ρ , normal boyunca orjinden düzleme olan uzaklıktır. Buradan hareketle gerilme tansörünün küresel bileşeni, orjinden itibaren düzlemin uzaklığı ile doğrusal olarak artış gösterir. Orjinden geçen düzlemde küresel gerilmeler sıfırdır. Yani, $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0$ olur. Bu düzleme " **π düzlemi**" denir. σ_1, σ_2 ve σ_3 gerilme bileşenlerine sahip bir **P** noktası gibi herhangi bir keyfi gerilme durumu göz önüne alınsın. **OP** gerilme vektörü iki bileşene ayrılabilir. Bunlardan birisi **A** olup, **ON**'e paraleldir. Diğeri ise **ON**'e dik olan **B** bileşenidir. **B** vektörü π düzlemine paraleldir. **A** bileşeni, **OP**'nin bileşenlerinin $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ **ON** üzerine izdüşürülmesi ile kolayca belirlenebilir. Buradan,

$$A = \frac{1}{\sqrt{3}} \sigma_1 + \frac{1}{\sqrt{3}} \sigma_2 + \frac{1}{\sqrt{3}} \sigma_3 \quad \text{veya} \quad A = \sqrt{3} \sigma_m \quad (5.33)$$

elde edilir. **B** vektörünü belirlemek için şu ifadeler yazılabilir;

$$\begin{aligned} B^2 &= OP^2 - A^2 \\ &= \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 3\sigma_m^2 \\ &= (\sigma_1 - \sigma_m)^2 + (\sigma_2 - \sigma_m)^2 + (\sigma_3 - \sigma_m)^2 \\ &= S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 \\ &= 2J_2 \end{aligned} \quad (5.34)$$

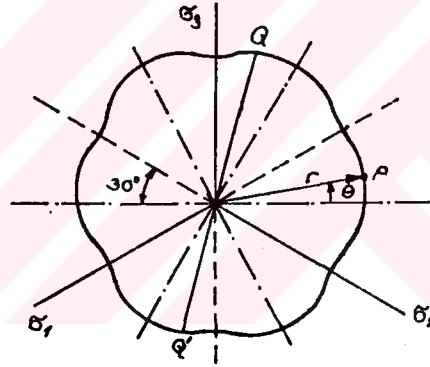
Böylece **B** vektörünün bileşenlerinin aşağıda verilen S_1 , S_2 ve S_3 deviatorik gerilmeler olduğu görülebilir.

$$\begin{aligned}
S_1 &= \sigma_1 - \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} & S_x &= \sigma_x - \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} \\
S_2 &= \sigma_2 - \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} & S_y &= \sigma_y - \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} \\
S_3 &= \sigma_3 - \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} & S_z &= \sigma_z - \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3}
\end{aligned} \tag{5.35}$$

P noktasındaki keyfi seçilen gerilme durumu, A küresel kısmı ile B deviatorik kısma ayrılmıştır. B deviatorik bileşen π düzlemine paraleldir. Ayrıca ON doğrusuna paralel ve P noktasından geçen bir doğru üzerinde bulunan P' ile gösterilen yeni bir gerilme durumu ele alınırsa, OP' vektörünün π düzlemindeki iz düşümü, OP vektörünün bu düzlemdeki izdüşümü ile aynı olacaktır. P ve P' noktalarındaki bu iki gerilme durumunun aynı deviatorik gerilme bileşenlerine sahip olmalarına karşılık farklılık, sadece küresel kısımlardadır. Gerçekten de P noktasından geçen ve ON'e paralel bütün noktalar aynı deviatorik gerilme durumuna karşı gelecektir.

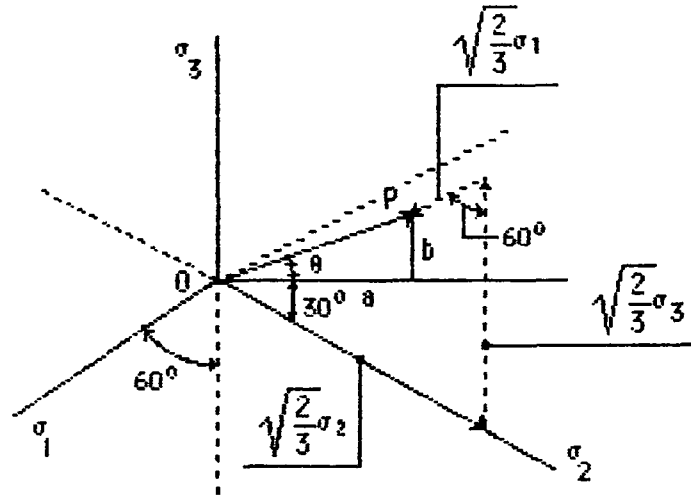
Akmanın, sadece gerilmenin deviatorik kısmı tarafından belirlendiği kabul edildiği için, ON doğrusuna paralel ve P noktasından geçen doğru üzerindeki noktaların biri akma yüzeyinde bulunursa, diğer bütün noktalar da akma yüzeyi üzerinde olmalıdır. Çünkü bu noktaların hepsi aynı deviatorik gerilme bileşenlerine sahiptir. Buradan hareketle, "akma yüzeyinin ON doğrusuna paralel doğrulardan meydana gelmesi " gerekir. ON'e paralel doğruların tamamı bir silindir ortaya çıkarır. Ortaya çıkan akma silindiri ile buna dik herhangi bir düzlemin arakesiti, akmanın geometrik yeri "yield locus" diye adlandırılan bir eğri meydana getirecektir. Silindire dik bütün düzlemler için bu eğri aynı olacağından, sadece bir tek düzlemdeki akmanın geometrik yeri göz önüne alınmalıdır. Bu gaye için π düzlemi seçilmiştir. Daha önce belirtildiği gibi küresel gerilmeler bu düzlemde sıfırdır. Şekil 5.7, π düzlemini kağıt düzlemi olarak gösterir. Yine bu şekil, σ_1, σ_2 ve σ_3 koordinat eksenlerinin oluşturduğu bu düzlem üzerindeki izdüşümleri de açıkça ortaya koymaktadır. Bu düzlem, koordinat eksenleri ile eşit açılar yaptığı için, düzlem üzerindeki izdüşümler de birbirleri ile eşit açılar yapmalıdır. Bu açılarının her biri

120°'dir. Şekil 5.7 incelendiğinde, π düzlemi bölünerek elde edilen 30°'lik 12 adet sektörün her birindeki akmanın geometrik yerinin aynı şekle sahip olduğu simetri göz önünde bulundurularak görülebilir. Çünkü asal gerilmeler cinsinden ifade edilen akma yüzeyi simetrik olmalıdır. Düzlemdeki herhangi iki asal eksen arasındaki açıyı iki eşit parçaya ayıran doğruların simetri doğruları olması gerekir. $\sigma_1, -\sigma_1; \sigma_2, -\sigma_2; \sigma_3, -\sigma_3$ doğruları simetri eksenleri olup 6 tane simetrik sektör elde edilmiş olur. Ayrıca çekme ve basma durumlarında eşit akma olduğu kabul edilip, akmanın geometrik yeri üzerinde bulunan bir Q noktasından, gerilmelerin ters işaretli olduğu diğer bir Q' noktasına gidilirse, yeniden akmanın geometrik yeri üzerinde olunacağı görülür. Bu nedenle; $\sigma_1, -\sigma_1$ 'e giderse, σ_1 eksenine dik olan bir doğruya göre simetriklik söz konusudur. Aynı şekilde σ_2 de $-\sigma_2$ 'e giderse,



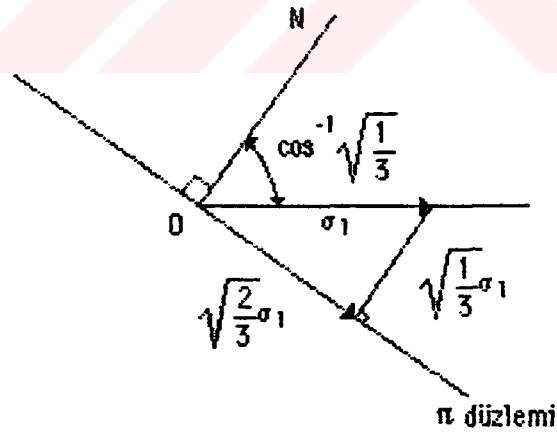
Şekil 5.7. " π " Düzlemi

bu kez de σ_2 eksenine dik olan bir doğruya göre simetriklik vardır. Aynı durum σ_3 için de söz konusudur. Böylece akmanın geometrik yeri, her biri 30°'lik açıya sahip 12 tane simetrik daire dilimine (sector) ayrılmış olur. Bu sektörlerden sadece birinde göz önüne alınan gerilme durumuna ihtiyaç duyulur. Akma silindiri üzerinde bulunan P noktasının iz düşümünün π düzlemindeki yerini bulmak için şu şekilde bir yol izlenmelidir. π düzleminde, P noktasının koordinatları, r ve θ 'dan oluşan polar koordinatlarda seçilmiş olsun. Burada θ yatay eksenden itibaren ölçülen değerdir. a ve b değerleri ise, şekil 5.8'de görüldüğü gibi r 'nin yatay ve düşey bileşenleridir.



Şekil 5.8. "P" noktasının "π" düzlemindeki izdüşümü

P noktası σ_1, σ_2 ve σ_3 bileşenlerine sahiptir. π düzleminde bu bileşenler sırası ile $\sqrt{\frac{2}{3}}\sigma_1$, $\sqrt{\frac{2}{3}}\sigma_2$, $\sqrt{\frac{2}{3}}\sigma_3$ şeklinde iz düşürülürler. Bu durum şekil 5.9'dan rahatlıkla görülebilir.



Şekil 5.9. σ_1' in π düzlemindeki izdüşümü

σ_1' in π düzlemindeki izdüşümü $\sqrt{\frac{2}{3}}\sigma_1$ dir. Şekil 5.8 üzerindeki diğer büyüklükler incelenirse, şu ifadeler elde edilir:

$$\begin{aligned}
a &= \sqrt{2/3} \sigma_2 \cos 30 - \sqrt{2/3} \sigma_1 \cos 30 = (\sigma_2 - \sigma_1) / \sqrt{2} \\
b &= \sqrt{2/3} \sigma_3 - \sqrt{2/3} \sigma_2 \sin 30 - \sqrt{2/3} \sigma_1 \sin 30 \\
&= \frac{1}{\sqrt{6}} (2\sigma_3 - \sigma_2 - \sigma_1)
\end{aligned} \tag{5.36}$$

$$\begin{aligned}
r^2 &= a^2 + b^2 = \frac{(\sigma_2 - \sigma_1)^2}{2} + \frac{1}{6} (2\sigma_3 - \sigma_2 - \sigma_1)^2 \\
&= \frac{1}{3} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \\
&= [(\sigma_1 - \sigma_m)^2 + (\sigma_2 - \sigma_m)^2 + (\sigma_3 - \sigma_m)^2] \\
r^2 &= 2j_2
\end{aligned} \tag{5.37}$$

$$\begin{aligned}
\theta &= \tan^{-1} \frac{b}{a} = \tan^{-1} \frac{2\sigma_3 - \sigma_2 - \sigma_1}{\sqrt{3} (\sigma_2 - \sigma_1)} \\
\sqrt{3} \tan \theta &= \frac{2\sigma_3 - \sigma_2 - \sigma_1}{(\sigma_2 - \sigma_1)}
\end{aligned} \tag{5.38}$$

Von Mises akma kriterine göre akmanın geometrik yeri göz önüne alınacak olursa,

$$j_2 = \frac{1}{3} \sigma_0^2$$

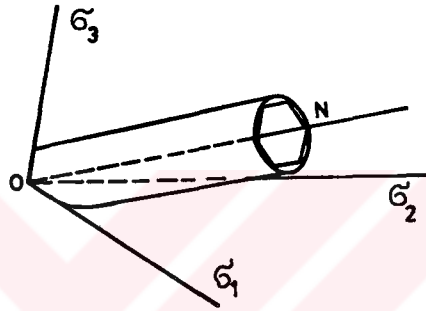
ve (5.37) eşitliği incelenirse,

$$r^2 = 2j_2 = \frac{2}{3} \sigma_0^2 \tag{5.39}$$

ifadesi elde edilir. Buradan hareketle; akma bölgesinin yerinin, şekil 5.10'da da gösterildiği gibi, yarıçapı $r = \sqrt{2/3} \sigma_0$ olan bir daire olduğu görülür. Haigh Westergaard gerilme uzayında akma yüzeyi bir silindir olacaktır.

$$r = \frac{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\sigma_0}{\cos 30} = \sqrt{\frac{2}{3}}\sigma_0$$

ifadesine eşit olur. Bu ifade ise, Von Mises dairesinin yarıçapıdır. Bundan dolayı altıgenin köşeleri Von Mises dairei ile çıkışacaktır. Yani Tresca akma yüzeyi; gerilme uzayında, Von Mises silindiri içersinde çizilen düzgün bir altıgen silindirdir (şekil 5.11).



Şekil 5.11. Tresca ve Von Mises silindirleri

Von Mises ve Tresca kriterleri arasındaki maksimum farkın $\theta=30^\circ$ 'de ortaya çıktığı şekil 5.10'dan açıkça görülebilir. bu fark daha önce bahsedildiği gibi şu ifadeye eşittir.

$$\frac{\sqrt{\frac{2}{3}}\sigma_0 - \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\sigma_0}{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\sigma_0} = \frac{2}{\sqrt{3}} - 1 = 0.156$$

$\theta=0^\circ$ 'deki doğru tam kayma gerilme durumuna karşı gelir. Bu durumda

$$\sigma_3 = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2)$$

elde edilir. Ortalama gerilme ise,

$$\sigma_m = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2)$$

olur. Bu nedenle, eğer σ_1 , σ_2 ve σ_3 gerilme bileşenlerinden ortalama gerilme çıkarılacak olursa, tam kayma haline karşı gelen $1/2 (\sigma_1 - \sigma_2)$, $1/2 (\sigma_2 - \sigma_1)$, 0 olduğu gerilme durumu elde edilir. π düzleminde $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0$ olduğu için $\sigma_3 = 0$ ve $\sigma_1 = -\sigma_2$ yazılabilir. Ayrıca $\theta = 30^\circ$ 'deki doğru tek eksenli gerilmeye karşı gelir Çünkü,

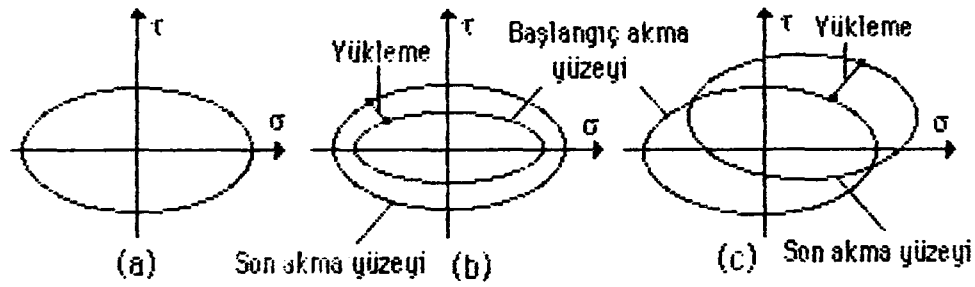
$$\frac{2\sigma_3 - \sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_2 - \sigma_1} = \sqrt{3} \tan \theta = \sqrt{3} \frac{1}{\sqrt{3}} = 1, \quad \sigma_3 = \sigma_2$$

yazılabilir.

5.4.3. Şekil değiştirme sertleşmesi

Akmanın başlamasından sonra plastik şekil değiştirmenin derecesi, plastik deformasyonu oluşturan gerilmelerin şiddetine bağlıdır. Bu, şekil değiştirme sertleşmesi (strain hardening) olarak adlandırılır. Akma yüzeyi, plastik deformasyonun her derecesinde değişeceği için ard arda gelen akma yüzeyleri plastik şekil değiştirmeye bağlıdır. Farklı durumlar şekil 5.12'de açıklanmıştır. Şekil 5.12(a)'da tam plastik malzeme davranışı gösterilmiştir. Şekil 5.12(b)'de şekil değiştirme sertleşmesinin izotropik olduğu görülür. Çünkü bir sonraki akma yüzeyleri önceki akma eğrisine göre üniform bir artış göstermiştir. Buna karşılık, bir sonraki akma yüzeyleri, şekil ve yönlenmeleri korur. Fakat gerilme uzayında yer değiştirirlerse kinematik sertleşme ortaya çıkar (şekil 5.12(c)) (Topçu,1991; Mendelson,1968).

Akmadan dolayı lokal hasarlar meydana gelir ve akma yüzeyi hasar kriteri olarak adlandırılır. Akma yüzeyindeki değişimler akma gerilmesi fonksiyonu k 'nın, sertleşme parametresi K ile ifade edilmesi sonucu bulunur. Bunun yapılması şu şekilde mümkün olabilmektedir:



Şekil 5.12. Akma yüzeyi plastik deformasyon ilişkisi

a) Şekil değiştirme sertleşmesinin, toplam plastik işin (W_p) bir fonksiyonu olduğu varsayılırsa,

$$K = W_p \quad (5.40)$$

yazılabilir. Burada

$$W_p = \int \sigma_{ij} (d\epsilon)_{ij} \quad (5.41)$$

$(d\epsilon)_{ij}$, bir şekil değiştirme artımı sırasında meydana gelen şekil değiştirmenin plastik bileşenidir.

b) K , toplam plastik deformasyonun bir ölçüsü olarak, kabul edilir ve eşdeğer plastik şekil değiştirme olarak adlandırılır.

$$d\bar{\epsilon}_p = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right) [(d\epsilon_{ij})_{ij} (d\epsilon_{ij})_{ij}]^{1/2}} \quad (5.42)$$

Akmanın hidrostatik gerilmeden bağımsız olduğu kabulü ile,

$$(d\epsilon_{ii})_{ij} = 0 \quad \text{ve} \quad (d\epsilon_{ij})_{ij} = (d\epsilon_{ij})_{ij} \quad (5.43)$$

yazılırsa, buradan

$$(d\epsilon_p) = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right) [(d\epsilon_{ij})_p (d\epsilon_{ij})_p]^{1/2}}$$

elde edilir. Burada $(d\epsilon_{ij})_p$ deviatorik şekil değiştirmenin bileşenidir. Böylece sertleşme parametresi

$$K = \bar{\epsilon}_p \quad (5.44)$$

olur. Burada $\bar{\epsilon}_p$, $d\bar{\epsilon}_p$ 'nin integrasyonu ile bulunabilir. Buna şekil değiştirme sertleşmesi denir. İzotropik malzemeler için $f=k$ gerilme durumu geçerlidir. Plastik durumda gerilmedeki artışa göre akma fonksiyonunda da artma meydana gelir. Böylece,

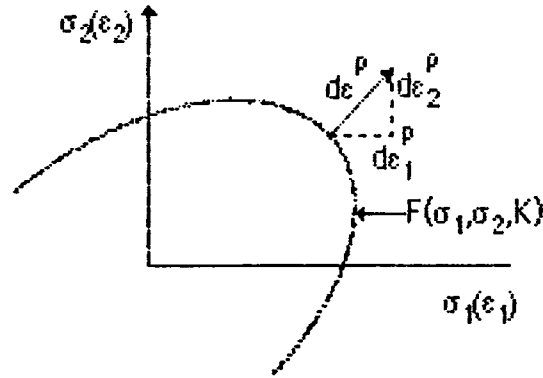
$$df = \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \right) d\sigma_{ij} \quad (5.45)$$

olur ve şu alternatifler elde edilir:

- * $df < 0$ ise elastik davranış, gerilme noktası akma yüzeyi içine düşer.
- * $df = 0$ ise ideal plastik davranış, akma yüzeyi akma düzlemi üzerindedir
- * $df > 0$ ise plastik yükleme (şekil değiştirme sertleşmesi olan malzeme için), gerilme noktası yeni akma düzleminde (Topcu, 1991).

5.4.4. Normalite kriteri

Von Mises, daha önce bahsedildiği gibi, akma yüzeyi ile ilgili olarak, plastik şekil değiştirme artışlarını ifade eden temel bir bağıntıyı ileri sürmüştür. Sunulan bağıntının geçerliliğine ait gerekli açıklamalar, bu alanda çalışmalar yapan diğer araştırmacılar tarafından verilmiştir. Burada sadece, genellikle kabul edilen aşağıdaki hipotez göz önüne alınmıştır. Eğer $d\epsilon_p$, şekil değiştirme artışlarını gösterirse (şekil 5.13),



Şekil 5.13. İki boyutlu gerilme düzleminde akma yüzeyi ve normalite kriteri
(Zienkiewicz, 1982, sayfa 461).

$$d\epsilon_p = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma} \quad (5.46)$$

veya herhangi bir "n" bileşeni için

$$d\epsilon_{n,p} = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_n}$$

yazılabilir. Burada λ , **orantı sabitidir** ve şimdiye kadar tanımlanmamıştır. Bu kural normalite prensibi olarak bilinir. Çünkü (5.46) eşitliği hakkında; n boyutlu gerilme uzayındaki, akma yüzeyine göre plastik şekil değiştirme artış vektörünün normaline gerek duyulması şeklinde bir yorum yapılabilir.

Bahsedilen kuralın şartları plastik potansiyel yardımı ile elde edilebilir.

$$Q = Q(\sigma, K) \quad (5.47)$$

Bu ifadede plastik potansiyel Q, plastik şekil değiştirme artışını tanımlar. Buradan,

$$d\epsilon_p = \lambda \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \quad (5.48)$$

yazılabilir. $Q=F$ 'in kısmi durumu $(\partial Q, \partial F)$, **birleşik plastisite** olarak bilinir. Herde bu bağıntıdan detaylı olarak bahsedilecektir.

5.4.5. Toplam gerilme şekil değiştirme bağıntıları

Gerilmenin sonsuz küçük bir artışı durumunda, şekil değiştirme değişiminin elastik ve plastik olarak kısımlara ayrılabilceği kabul edilir. Buradan,

$$d\epsilon = d\epsilon_e + d\epsilon_p \quad (5.49)$$

yazılabilir. Elastik şekil değiştirme artışları, her zaman olduğu gibi D matrisinin simetrikliği nedeni ile gerilme artışlarını gösterir. (5.48) ifadesi, (5.49)'da yerine yazılırsa,

$$d\epsilon = D^{-1} d\sigma + \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \lambda \quad (5.50)$$

elde edilir. Plastik akma meydana geldiğinde, gerilmeler $(F(\sigma, K)=0)$ akma yüzeyindedir. Bu ifadenin diferansiyeli alınırsa,

$$dF = \frac{\partial F}{\partial \sigma_1} d\sigma_1 + \frac{\partial F}{\partial \sigma_2} d\sigma_2 + \dots + \frac{\partial F}{\partial K} dK = 0 \quad \text{veya}$$

$$\left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T d\sigma - A \lambda = 0 \quad (5.51)$$

elde edilir. Burada A ifadesi şöyledir:

$$A = - \frac{\partial F}{\partial K} dK \frac{1}{\lambda} \quad (5.52)$$

(5.50) ve (5.51) eşitlikleri tekil bir simetrik matris formunda şu şekilde yazılabilir:

$$\begin{Bmatrix} d\epsilon \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D^{-1} & \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \\ \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^T & -A \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\sigma \\ \lambda \end{Bmatrix} \quad (5.53)$$

Bilinmeyen λ orantı sabiti (genellikle sıfır olabilen A ile bölünüp çarpılmamaya dikkat edilmelidir) elimine edilebilir. Buradan; şekil değiştirme değişimlerinden yararlanılarak elde edilen gerilme değişimlerini belirleyen bir tam genleşme durumunda bu sonuç ortaya çıkar (Zienkiewicz, 1982).

$$d\sigma = D_{ep}^* d\epsilon \quad (5.54)$$

$$D_{ep}^* = D - D \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T D \left[A + \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T D \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\} \right]^{-1} \quad (5.55)$$

D_{ep}^* elasto-plastik matrisi, artışı analizde D elastiklik matrisi yerine geçer. Bu matris simetriktir ve pozitif değere sahiptir. Aynı şekilde (5.54) ifadesi, A sıfır değerini alsa da almasa da geçerlidir. $A=0$ olduğunda ideal plastisite için matris tanımlanmış olur. Bu şekilde plastisitenin kesin formülasyonu, ilk olarak Yamada ve Zienkiewicz tarafından verilmiştir.

5.4.6. "A" parametresinin incelenmesi

İdeal plastisite halinde, sertleşme olmadan A 'nın sıfır olacağı oldukça açıktır. Eğer sertleşme göz önüne alınacak olursa, akma yüzeyindeki pozisyon veya yer değişimlerine bağlı olarak K parametresinin varlığından söz edilmelidir.

Çalışma sertleşmesi gösteren bir malzemede K değeri, plastik deformasyon sırasında yapılan plastik işin toplamı yardımı ile yeniden ifade edilebilir.

$$dK = \sigma_1 d\epsilon_1^p + \sigma_2 d\epsilon_2^p + \dots = \sigma^T d\epsilon_p \quad (5.56)$$

(5.53) eşitliğinin birinci grubunu $(\partial F / \partial \sigma)^T D$ ile çarparak,

$$\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma} \right)^T d\sigma = \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma} \right)^T D d\epsilon - \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma} \right)^T D \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \lambda$$

elde edilir. İkinci grup akmaya yerleştirilirse,

$$\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma} \right)^T D d\epsilon - \left[\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma} \right)^T D \frac{\partial Q}{\partial \sigma} + A \right] \lambda = 0$$

elde edilir. Birinci denklemden λ 'nın eliminasyonu (5.54) ve (5.55) eşitliklerini verir. (5.46)'daki akma kuralı yerine yazılırsa, basitçe şu ifade ortaya çıkar:

$$dK = \lambda \sigma^T \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \quad (5.57)$$

(5.52) eşitliği yardımı ile λ 'nın yok edilebileceği rahatlıkla görülebilir. Buradan,

$$A = - \frac{\partial F}{\partial K} \sigma^T \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \quad (5.58)$$

elde edilir.

5.4.7. Prandtl-Reuss bağıntıları

İfade edilen kavramların bazılarını daha iyi ızah edebilmek için, bilinen Von Mises akma yüzeyinin kısmi türevleri göz önüne alınmalıdır. Bu kriter aşağıdaki ifadeye benzer olarak daha önce verilmişti.

$$F = \left[\frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + \frac{1}{2} (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + 3\sigma_4^2 + 3\sigma_5^2 + 3\sigma_6^2 \right]^{1/2} - \sigma_0 = \sigma_e - \sigma_0 \quad (5.59)$$

Üç boyutlu gerilme hali için formüldeki 1,2,3 indisleri normal gerilme bileşenlerini; 4,5,6 indisleri ise kayma gerilmesi bileşenlerini vermektedir. Türevlerin alınması sonucu şu ifadeler elde edilir:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial \sigma_1} &= \frac{3\sigma_1}{2\sigma_e} & , & & \frac{\partial F}{\partial \sigma_2} &= \frac{3\sigma_2}{2\sigma_e} & , & & \frac{\partial F}{\partial \sigma_3} &= \frac{3\sigma_3}{2\sigma_e} \\ \frac{\partial F}{\partial \sigma_4} &= \frac{3\sigma_4}{2\sigma_e} & , & & \frac{\partial F}{\partial \sigma_5} &= \frac{3\sigma_5}{2\sigma_e} & , & & \frac{\partial F}{\partial \sigma_6} &= \frac{3\sigma_6}{2\sigma_e} \end{aligned} \quad (5.60)$$

Bu ifadelerdeki " " işaretleri deviatorik gerilmeleri temsil eder.

$$\sigma_1' = \sigma_1 - \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad \text{vd.} \quad (5.61)$$

olduğu bilinmektedir. $\sigma_0 = \sigma_0(K)$ değeri akma durumundaki tek eksenli gerilmedir. Tek eksenli çekme deneyinin bir kısmı ele alınarak, σ_e eşlenik gerilmesine karşı gelen ϵ_{up} tek eksenli plastik şekil değiştirmesi, basit çalışma sertleşmesi kabul edilerek, incelendiğinde aşağıdaki ifadeler yazılabilir:

$$dK = \sigma_0 d\epsilon_{up} \quad \text{ve}$$

$$-\frac{\partial F}{\partial K} = \frac{\partial \sigma_0}{\partial K} = \frac{\partial \sigma_0}{\partial \epsilon_{up}} \frac{1}{\sigma_0} = \frac{H'}{\sigma_0} \quad (5.62)$$

buradaki H' değeri, σ_e 'nin kısmi değerine karşı gelen doğrunun eğimidir. Bu ifadeler (5.58) ifadesinde yerine konarak, bazı dönüşümler yapıldıktan sonra basitçe,

$$A = H' \quad (5.63)$$

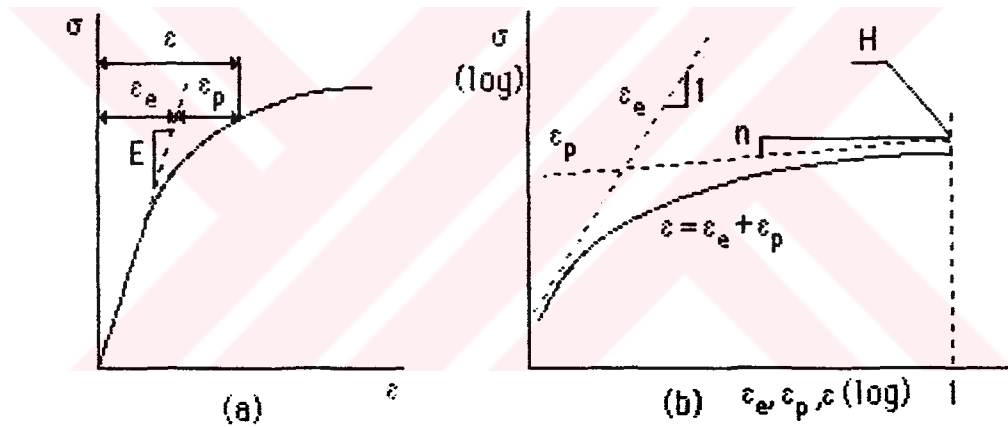
elde edilir (Mendelson, 1968 ; Zienkiewicz, 1982)

5.4.8. Ramber-Osgood bağıntısı

Ramber-Osgood tarafından verilen bu bağıntı bir çok malzemenin gerilme şekil değiştirme eğrilerini hassas bir şekilde vermek için oldukça yaygın kullanım alanı bulmuştur. Bu bağıntıya göre, elastik ve plastik şekil değiştirmeler (ϵ_e, ϵ_p) ayrı ayrı ele alınıp toplanmıştır (şekil 5.14). Üslü bir ifade olan bu bağıntı plastik şekil değiştirmeye daha doğrusu toplam şekil değiştirmeye uygulanır. Yani,

$$\sigma = K \epsilon_p^n \quad (5.64)$$

ifadesi yazılabilir.



Şekil 5.14. Ramber-Osgood bağıntısı (Dowling, 1993, sayfa 529-figure 12.5)

Buradaki "n" değerine, **şekil değiştirme sertleşmesi üssü** denir. Elastik şekil değiştirmeyi gerilme cinsinden ifade etmek için E'den yararlanılır. Plastik şekil değiştirme şekil 5.14'den görüldüğü gibi elastik eğimden sapmadır.

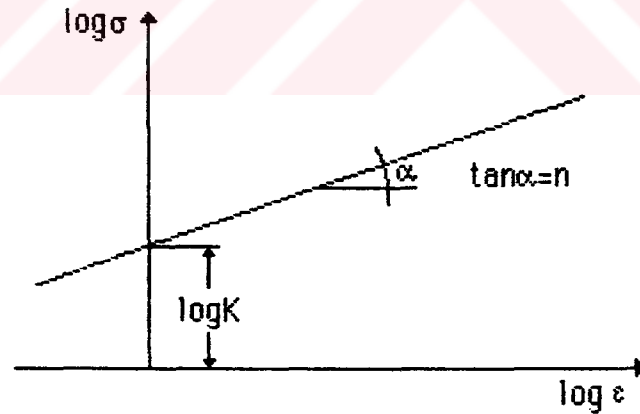
$$\epsilon = \epsilon_e + \epsilon_p = \frac{\sigma}{E} + \epsilon_p \quad (5.65)$$

(5.64) ve (5.65) denklemleri birleştirilecek olursa, gerilme ve toplam şekil

değiştirme arasında şu bağıntı ortaya çıkar:

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} + \left(\frac{\sigma}{K} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (5.66)$$

Bu ifadedeki K şekil değiştirme sertleşmesi parametresi ve n şekil değiştirme sertleşmesi üssü diye bilinen malzeme parametreleri; tek eksenli çekme deneyi sonucu elde edilen çekme eğrisinden alınan değerler yardımı ile σ ve ϵ 'un logaritmaları alınarak, şekil 5.14 (b)'dekine benzer grafikler yardımı ile hesaplanabilir. $\epsilon_p = 1$ olduğunda $\log \sigma$ 'nın değeri K sabitine eşittir. Eğer iki yöndeki ($\log \sigma, \log \epsilon$) logaritmik onluk gruplar eşit uzunlukta olursa, n sabiti de logaritmik çizimde eğime eşit olur. σ gerilmesi ile buna karşı gelen ϵ toplam şekil değiştirme arasında çizilen grafik logaritmik bir eğridir. Küçük şekil değiştirmelerde bu eğri, elastik şekil değiştirmelere karşı gelen eğrinin 1 olduğu doğruya yaklaşır. Buna karşılık büyük şekil değiştirmelerde ise, n plastik şekil değiştirme doğrusuna yaklaşır (Dowling,1993). K ve n değerlerinin elde edilmesi aşağıdaki şekilden de rahatlıkla görülebilir (şekil 5.15).



Şekil 5.15. K ve n değerlerinin tesbiti

$\sigma = K \epsilon_p^n$ ifadesinin logaritması alınırsa,

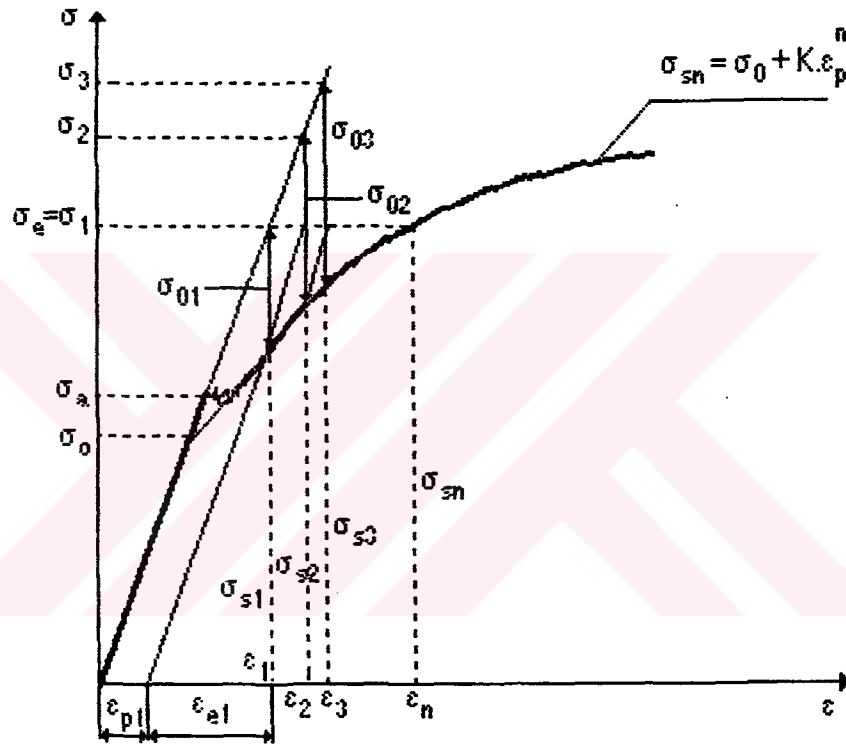
$$\log \sigma = \log K + n \cdot \log \epsilon_p$$

$$y = a + bx$$

şeklinde bir doğru denklemi ortaya çıkar. Buradan K ve n değerleri rahatlıkla tesbit edilir.

5.5. İki Boyutlu Elasto-Plastik Problemin Sayısal Çözümü

Elasto-plastik gerilme analizinde başlangıç gerilmesi metodu kullanılmıştır. Bu metod şekil 5.16 yardımı ile izah edilmeye çalışılmıştır. Bu yöntemle göre lineer elastik olarak hesaplanmış olan σ_1 gerilmesinin toplam şekil değiştirmesi (toplam deformasyonu) ϵ_1 'dir.



Şekil 5.16. Başlangıç gerilmesi metodu

σ_1 gerilmesine karşı gelen gerilme farkı σ_{01} 'i bulmak için σ_{s1} 'in bilinmesi gerekir. Bundan önce doğal olarak, K ve n değerleri elde edilmiş olmalıdır. Bu gerilme,

$$\sigma_{s1} = \sigma_0 + K \epsilon_p^n$$

$$\sigma_{s1} = \sigma_0 + K (\epsilon - \epsilon_e)^n$$

$$\sigma_{s1} = \sigma_0 + K \left(\frac{\sigma_1}{E} - \frac{\sigma_{s1}}{E} \right)^n$$

(5.67)

(5.67) ifadesinden, **Newton-Raphson** yöntemi kullanılarak hesaplanabilir. Buradan σ_{01} gerilme farkı,

$$\sigma_{01} = \sigma_1 - \sigma_{s1} \quad (5.68)$$

şekilde bulunabilir. Eğrinin bir sonraki basamağı ise,

$$\sigma_2 = \sigma_1 + \sigma_{01} \quad (5.69)$$

veya genel olarak,

$$\sigma_n = \sigma_1 + \sigma_{0(n-1)} \quad (5.70)$$

yazılır. Bu işleme, akan düğümlerin son iki iterasyonuna ait toplam deplasmanlar yüzdesi belli bir değere ulaşınca kadar devam edilir. Yani,

$$\frac{U_{n+1} - U_n}{U_n} \leq 0.001 \quad (5.71)$$

ise iterasyona son verilir. Bu durum tek eksenli gerilme hali içindir. İki eksenli gerilme halinde, Von Mises akma kriterine göre,

$$\sigma_e = \frac{1}{\sqrt{2}} [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \sigma_y^2 + \sigma_x^2 + 6\tau_{xy}^2]^{1/2} \quad (5.72)$$

ifadesine göre hesaplanan **eşlenik gerilmeler** dikkate alınarak hesaplamalar yapılmalıdır. Yani iki veya üç eksenli gerilmeler bu kriterle tek eksenli hale indirgenmiş olmaktadır. σ_e değerleri elde edildikten sonra akma tesbiti için kontrol yapılır. Eğer $\sigma_e > \sigma_a$ ise elasto-plastik analiz yapılır. Bu durumda,

$$\sigma_s = \sigma_e - \sigma_s \quad (5.73)$$

ifadesi geçerlidir. Gerilmeler tek eksenli olmadığından eşlenik cinsten elde edilen başlangıç gerilmesi,

$$\{\sigma_o\} = \{\sigma_{ox}, \sigma_{oy}, \sigma_{oxy}\} \quad (5.74)$$

şeklinde vektörel olarak yazılabilir. Bu durumda formülasyon

$$\{\sigma_{oi}\} = \{\sigma_i\} \frac{\sigma_{oi}}{\sigma_e} \quad , \quad \sigma_{oi} = \sigma_e - \sigma_{si} \quad (5.75)$$

şeklini alır. Buradan,

$$\varepsilon_{topi} = \frac{\sigma_e}{E} \quad , \quad \varepsilon_{pi} = \varepsilon_{topi} - \frac{\sigma_{si}}{E} \quad (5.76)$$

elde edilir. σ_{si} ifadesi (5.67) ifadesinden

$$\begin{aligned} \sigma_{si} &= \sigma_a + K \varepsilon_{pi}^n \\ \sigma_{si} &= \sigma_a + K \left(\frac{\sigma_e}{E} - \frac{\sigma_{si}}{E} \right)^n \end{aligned} \quad (5.77)$$

şeklinde Newton-Raphson yöntemi ile bulunur. Daha sonra σ_{oi} kadar bir kuvvet elde edilmelidir. Bunun için,

$$\begin{aligned} R_I &= \int B^T \tau^I dv \\ R_I &= \sum_{i,j} \alpha_{ij} t_{ij} B_{ij}^T \tau_{ij}^I \det j_{ij} \end{aligned} \quad (5.78)$$

ifadesinden yararlanılır. Burada

$$\{\tau_{ij}^I\} = \{\sigma_{oi}\} \quad (5.79)$$

olarak alınmalıdır. (5.78) ifadesi ile elde edilen R_I kuvveti, dış kuvvet vektörü olan $\{P\}$ vektörüne eklenmelidir. Buradan,

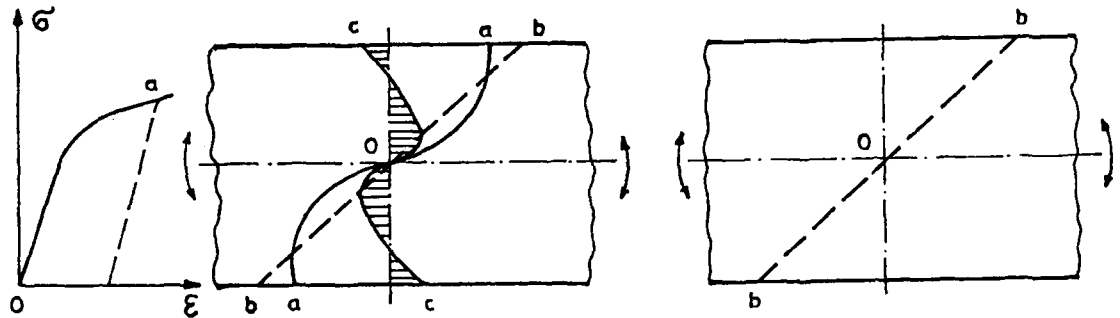
$$\{\sigma_n\} = \{\sigma_1\} + \{\sigma_{o(n-1)}\} \quad (5.80)$$

ifadesine geçilir. Bu işlemler, (5.71) ifadesinde yapılan kontrole göre uygunluk sağlanıncaya kadar devam ettirilmelidir. Uygunluk sağlandıktan sonra, iç gerilmeler; elasto-plastik gerilmelerden elastik gerilmelerin çıkarılması ile elde edilir.

5.6. Plastik Deformasyon Sonucu Oluşan Artık Gerilmeler

Elastik sınır içersinde kalmak şartı ile, izotrop çubuğa bir eğilme momenti uygulanır ve yükleme sona erdirilirse, çubuk ilk şeklini alır. Uygulanan moment artırıldığında çubuğun herhangi bir yerinde elastik sınır üzerinde gerilmeler oluşursa, o noktada akma meydana gelir. Bu moment kaldırıldığında akma görülen yerlerin dışındaki bölgeler ilk duruma gelmeye çalışır. Eğmeye çalışan kuvvetin kalkması sonucu çubuğun her noktasında gerilmelerin sıfır olması gerekirken plastik deformasyona uğrayan bölgelerde gerilme olduğu görülür. Bu geriye kalan gerilmelere **artık gerilmeler (residual stresses)** denir (Şekil 5.17 (b)) (Topçu,1991).

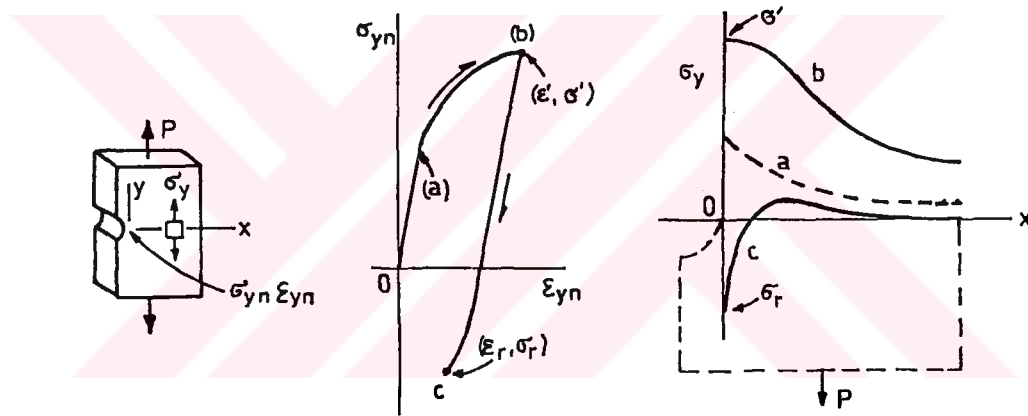
Wöhler tarafından hesaplanan artık gerilmelerin hesabı, tam elastik olarak hesaplanmış gerilmelerden elastik olmayan gerilmeler çıkarılarak, yaklaşık olarak yapılmıştır.



Şekil 5.17. Eğilmeye maruz kalan bir çubukta oluşan artık gerilmeler

Eğilme için elde edilen bu diyagramlar diğer gerilme türleri için de elde edilebilir (Topçu,1991).

Söz konusu durum çentikli levhalarda şu şekilde incelenebilir. Çentikli bir levha lokal akma meydana gelecek kadar yüklendiğinde yük kaldırılacak olursa, artık gerilmeler geriye kalır. Bu durum, çekme halinde fazla yükleme için şekil 5.18'de gösterilmiştir. Çentik civarında meydana gelen maksimum gerilme, (a) noktasına ve sonra da (b) noktasına doğru artış gösterdiğinde, çentik civarında lokal akma meydana gelir. Yükleme durumu için (a) noktasında akma yoktur. Fakat buna karşılık, (b) noktasında ise gerilme dağılımının yataya doğru yönelmesi söz konusudur. Yükün kaldırılması halinde ((c) noktası), çentik yüzeyinde çekme artık şekil değiştirmesi ve basma artık gerilmesi geriye kalır.



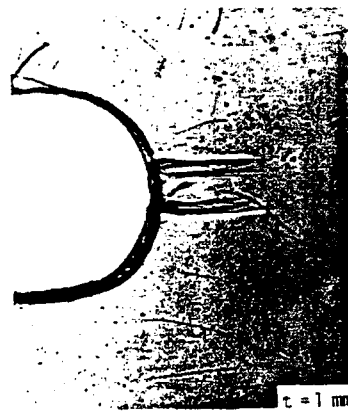
Şekil 5.18. Çentikli bir elemanda lokal akmadan sonra geriye kalan şekil değiştirme ve artık gerilmeler. (Dowling,1993,sayfa: 602,fig-13.19)

Şekilde ayrıca (a), (b) ve (c) durumlarına ait gerilme dağılımları da gösterilmiştir. Fazla yükleme "basma" şeklinde olursa, çekme artık gerilmeleri ile bunlara benzer davranışlar ortaya çıkar. Artık gerilmeler malzemede ya ısıtılma ya da mekanik yollarla ortaya çıkar. Bu gerilmeler malzemenin mukavemeti açısından bazen olumlu bazen de olumsuz etki yaparlar. İster faydalı ister zararlı olsun artık gerilmeler, plastik deformasyon sonucu meydana gelir. Malzeme yüzeyinde, yüzeyde basınç gerilmesi oluşturacak şekilde plastik olarak şekil değiştirmiş bir katman oluşturulursa oluşan basınç gerilmesi malzeme yüzeyinde ortaya çıkacak çatlakların oluşumunu geciktirir (Topçu,1991).

Dış yüzeylerin daha hassas işlenmeleri genellikle bu malzemelerin yorulma direncini artırır. Örnek olarak; çeliğin azotlanması veya karbonlanması gibi çeşitli yüzey işlemleri mikro yapıyı (kimyasal bileşeni) veya yüzeydeki artık gerilmeyi değiştirebilir. Bu nedenle yorulma direnci artar. Çeliklerin nikel veya kromla kaplanması gibi kaplama işlemi genellikle çekme artık gerilmelerini doğurur ve bu da zararlıdır; mukavemeti düşürür. Çökeltilen malzeme ana malzemeye göre yorulmaya karşı daha az dirence sahiptir. Çünkü çatlaklar çökeltilen malzemenin olduğu yerde başlar ve ana malzemeye doğru ilerler. Kaplamadan sonraki bilge püskürtme (shot-peening) ile hem mukavemet artırılır hem de yüzeyde basma gerilmeleri oluşur. Böylece yorulma sınırını artırılmış olur.

Kaynak işlemi sırasında, sıvı halden geçişte düzensiz soğumaların neticesi olarak, sık sık artık gerilmeler meydana gelir. Porozite (gözeneklilik) veya diğer küçük boşluklar ortaya çıkabilir. Bundan dolayı kaynakların olması genellikle yorulma mukavemetini azaltır.

Diğer taraftan, artık gerilmelerin elde edildiği çentik civarındaki lokal akmalardan dolayı oluşan plastik bölgelerin fotoğrafı Nisitani tarafından çekilmiştir. Bu çalışmada çentik derinliği 3 mm ve çentik radiusu 2 mm olarak seçilen ve polikarbonat plastikten yapılan numuneler seçilmiştir. (Şekil 5.19) (Dowling,1993).



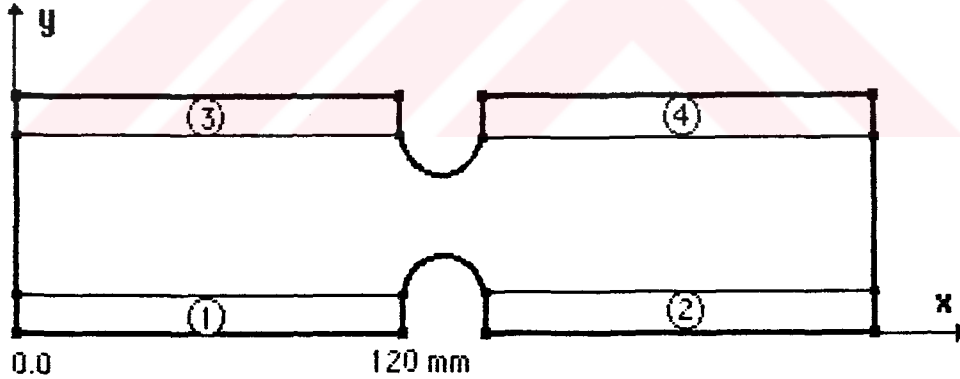
Şekil 5.19. Polikarbonat plastikten yapılmış çentikli levhalardaki plastik bölgeler.

(Dowling,1993, sayfa: 594, fig- 13.15).

6. SAYISAL ÇÖZÜMLER

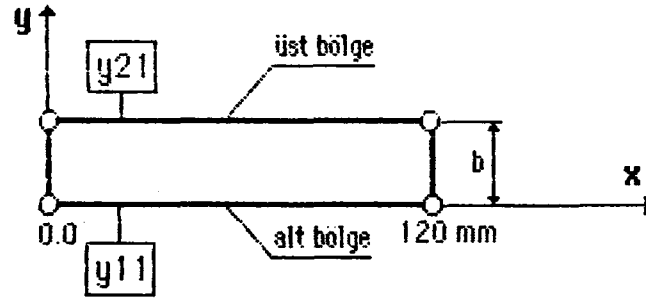
6.1. Sonlu Eleman Ağı'nın Elde Edilmesi (Mesh Generation)

Sonlu elemanlar metodu ile yapılan analizlerde öncelikle sonlu eleman ağı'nın elde edilmesi gerekir. Söz edilen ağ, analiz için gerekli olan düğüm koordinatlarını ve her bir elemanı çevreleyen düğüm numaralarının içerir. Analizlerde, düğüm numaraları ve düğüm koordinatlarının bilgisayar programı datası olarak girilmesi şarttır. Yüzlerce düğümün koordinatlarının ve bir o kadar düğüm numaralarının dışardan bilgisayara yüklenmesi çok güç ve zaman alıcıdır. Bu şekildeki bir uygulama aynı zamanda hata yapma riskini de doğurur. Söz edilen sakıncalı durumdan kaçınmak için sonlu eleman ağı, hazırlanan bilgisayar programı yardımı ile otomatik olarak yapılmıştır. Bu şekilde hazırlanan otomatik bölmeleme programı SUBROUTINE OTM1 adı altında asıl programa eklenmiştir. Otomatik bölmeleme bilgisayar programı algoritması şu şekilde hazırlanmıştır:



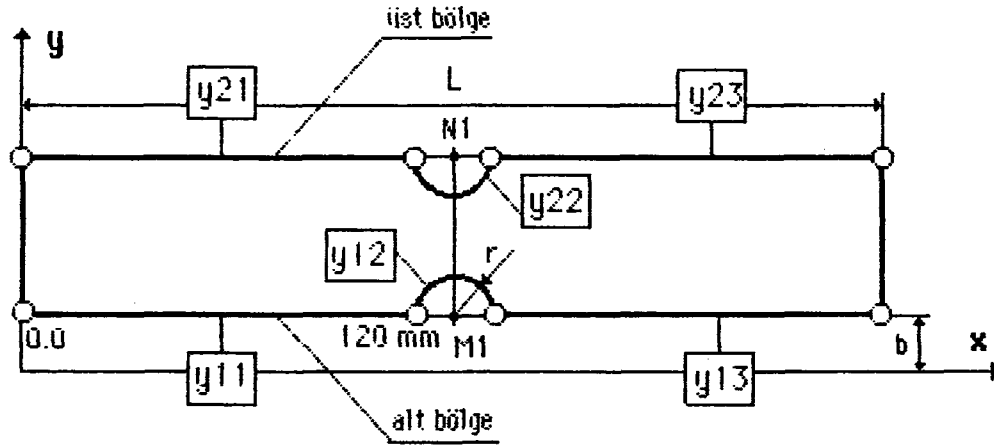
Şekil 6.1. Otomatik bölmelemede kısımlara ayrılmış "U" çentikli levha

Ele alınan "U" çentikli levhanın, dört adet dikdörtgen ile kenarlarında yarım daire çentiği açılmış yarım daire çentikli levhanın birleşmesinden oluştuğu varsayılmıştır (şekil 6.1). Önce dikdörtgen kısım, ardından yarım daire çentikli kısım sonlu elemanlara ayrılmıştır. Dikdörtgen kısımlardan sadece (1) nolu olanı ele alınmıştır. Diğerleri benzer yoldan incelenebilir.



Şekil 6.2. Dikdörtgene ait sonlu eleman ağının elde edilmesi

Şekil 6.2'den de görüldüğü gibi şekil alt ve üst bölgelere ayrılmıştır. Varsa alt ve üst bölgeler kendi aralarında yeniden kısımları ayrılır. Burada böyle bir durum söz konusu değildir. Alt kısım sadece tek bir doğru parçasından oluşmaktadır. O halde bu kısım bir tek doğru denklemi ile ifade edilebilir ($y11=0$ doğrusu). Benzer işlemler üst bölge için de yapılarak, bu kısma ait doğru denklemi $y21=b$ elde edilir. Böylece alt ve üst bölgeler tanımlanarak x 'in bütün değerlerine karşılık gelen y değerleri elde edilmiş olur. Levhanın ucu ($x=0$) ile sonu ($x=120$) arasında bulunması gereken düşey aralıklar daha önce verilmelidir. Yani yatayda kaç adet düğüm olacağı input olarak verilmiş olmalıdır. Alt ve üst bölgeler ile yataydaki bölüntü belirlendikten sonra düşey doğrultuda (y eksenini boyunca), iki bölge arasında ne kadar bölme olacağı (düşey aralık sayısı) belirlenmelidir. Böylece alt-üst bölgeler ve bu ikisi arasında kalan kısımlar bölmelendirilerek, düğüm koordinatları elde edilmiş olur. Daha sonra sistematik bir biçimde elemanları çevreleyen düğüm numaraları kodlanır. Bu şekilde dikdörtgene ait otomatik bölmelendirme tamamlanmış olur. Yarım daire çentikli levhanın otomatik bölmelendirilmesi ise, benzer olarak şu şekilde incelenebilir.

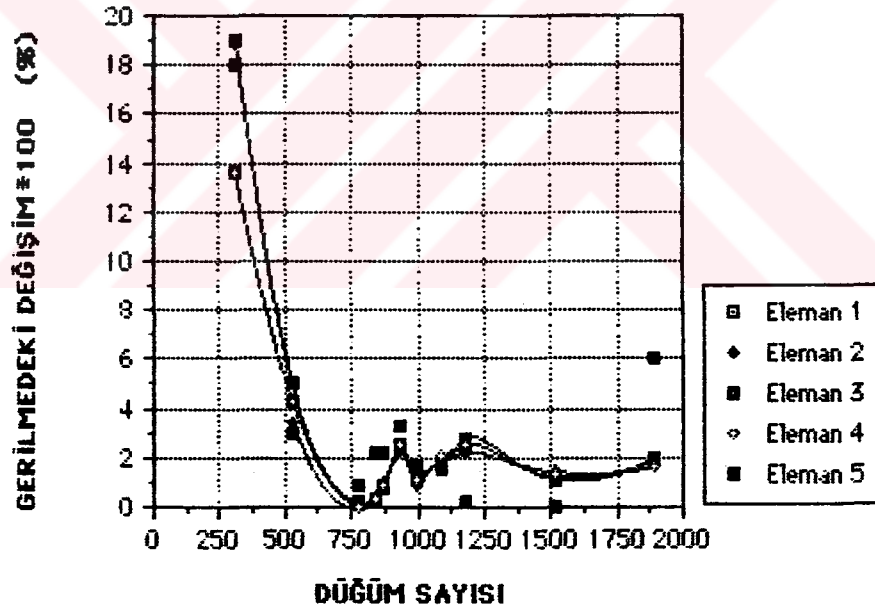


Şekil 6.3. Yarım daire çentikli levhanın sonlu eleman ağının elde edilmesi

Dikdörtgen kısımda olduğu gibi burada da alt ve üst bölgeler belirlenmiştir (şekil 6.3). Alt bölge y_{11} , y_{12} , y_{13} ile gösterilen, sırasıyla; doğru, merkezi $M1$ olan yarım daire ve yine bir doğrudan oluşur. Üst bölge de alt bölgenin bir benzeridir. x 'in her değerine karşı gelen y değerleri bu denklemler yardımı ile hesaplanabilir. Yine yatay ve düşeydeki aralık sayıları seçilerek, iç kısımlardaki elemanlar ve noktalar elde edilmiş olur. Böylece yarım daire çentikli levhanın düğüm koordinatları ve her bir elemanı çevreleyen düğüm numaraları da belirlenmiş olur. "U" çentikli levhanın otomatik bölmelendirilmesi; dikdörtgen levhalar ile yarım daire çentikli levhanın otomatik bölmelendirilmelerinin birleştirilmesi ile elde edilir. Yani şekil 6.2 ile şekil 6.3'ün montajı yapılmalıdır. Bu işlem için her iki şeklin arakesitlerindeki koordinatların aynı olmasına dikkat edilmelidir. Bu mantıktan yola çıkılarak, dört adet dikdörtgen ile yarım daire çentikli levha birleştirilir ve "U" çentikli levhanın sonlu eleman ağı elde edilmiş olur. Hazırlanan bilgisayar programının çalıştırılması sonucu bu bölmelendirmeler elde edilir. Elde edilen ağda bir problem olup olmadığını anlamak için her bir modelin şekli bilgisayar tarafından ayrı ayrı çizilerek, doğruluk gözlenmiştir. Ağ oluşumu sisteminin bu şekilde bir kontrol mekanizmasının varlığı da hatırlatılmalıdır.

6.2. Sonlu Eleman Ağında Seçilen Düğüm Sayısı Optimizasyonu ve Çalışma Aralığının Belirlenmesi

Sonlu eleman analizi için gerekli olan sonlu eleman ağındaki toplam düğüm sayısının önemi oldukça büyüktür. Düğüm sayısının fazla tutulması daha hassas sonuçların elde edilmesine yardımcı olur. Ancak bu artırma işleminin belirli bir sınırının olması gerektiği de oldukça doğaldır. Yani, optimum çözüme gidilmesi zorunluluğu söz konusudur. "U" çentikli levhalar üzerinde yapılan analizlerde en uygun düğüm sayısının ne olacağı veya hangi düğüm sayısı aralığında ağın düzenleneceği araştırılmıştır. Şekil 5.4 'de bu çalışmanın sonucunda elde edilen değerler sunulmuştur. Burada düğüm sayıları ile gerilmedeki %değişim incelenmiştir.



Şekil 6.4. Gerilmedeki değişim ve düğüm sayısı değişimi

Görüldüğü gibi düğüm sayıları 310, 527, 775, 837, 868, 930, 992, 1085, 1178, 1519, 1891 ve 2480 olarak alınmıştır. Her bir düğüm sayısının elde edildiği sonlu eleman ağına sahip modellere göre yapılan analizlerde bulunan gerilmeler ele alınmıştır. Bu gerilmelerin %farkları bulunarak ilgili grafik çizilmiştir (Şekil 6.4). Düğüm sayısı artırıldıkça gerilmedeki

değişim hızla düşüş göstermektedir. Düğüm sayısı daha da artırıldığında artık, gerilmedeki değişim sabit hale gelmeye çalışmaktadır. İşte bu kısım çalışma aralığı olarak seçilmiştir. Yani burada, düğüm sayısının 1300 ile 1800 arasında seçilmesi uygun olacaktır. Buradan hareketle yapılan analizlerde sonlu eleman ağındaki toplam düğüm sayısı 1400 civarında seçilmiştir.

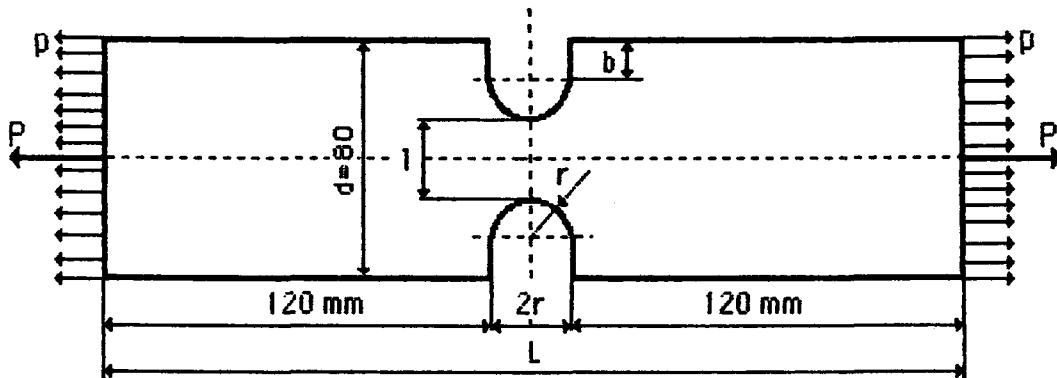
6.3. Kontrol Çözüm

Hazırlanan bilgisayar programlarının işlerliğini göstermek için önce çentiksiz bir levhada elastik gerilme analizi yapılmıştır. Bu analiz sonucunda, levhanın her yerindeki gerilmelerin beklenen ortalama normal gerilmeye eşit olduğu görülmüştür. Diğer taraftan farklı çentik boyutlarına sahip "U" çentikli levhalar için gerilme yoğunlaşması katsayıları elde edilmiştir. Bu analizlerde kullanılan levha izotropik olup Ç.1060 çeliğinden yapılmıştır. Bu malzemenin mekanik özellikleri aşağıdaki gibidir:

$$E = 210.000 \text{ MPa}$$

$$G = 81.000 \text{ MPa}$$

$$\nu = 0.25$$



Şekil 6.5. "U" çentikli levha

Levha boyutları ve farklı çentik değerleri tablo 6.1'de görüldüğü gibi seçilmiştir. Literatürde Neuber (1968), Kato (1991) ve Arslan'ın (1990) yaptıkları benzer çalışmalar incelenmiştir.

Tablo 6.1. Farklı ölçülerde seçilen "U" çentiğine ait boyutlar

$l/d =$	68/80 0.85		60/80 0.75		50/80 0.625		40/80 0.50		30/80 0.375		20/80 0.25	
(mm)	r	b	r	b	r	b	r	b	r	b	r	b
1	5	1	9	2	13	2	18	2	23	2	28	
2	4	2	8	4	11	4	16	4	21	4	26	
3	3	3	7	6	9	6	14	6	19	6	24	
4	2	4	6	8	7	8	12	8	17	8	22	
5	1	5	5	10	5	10	10	10	15	10	20	
			6	12	3	12	8	12	13	12	18	
			8	14	1	14	6	14	11	14	16	
							16	4	16	9	16	14
							18	2	18	7	18	12
									20	5	20	10
									22	3	22	8
											24	6
											26	4
											28	2

Neuber tarafından yapılan çalışmada, matematiksel elastisite teorisi kullanılarak, şu ifadeler yardımı ile gerilme yığılması katsayıları hesaplanmıştır (Neuber, 1958).

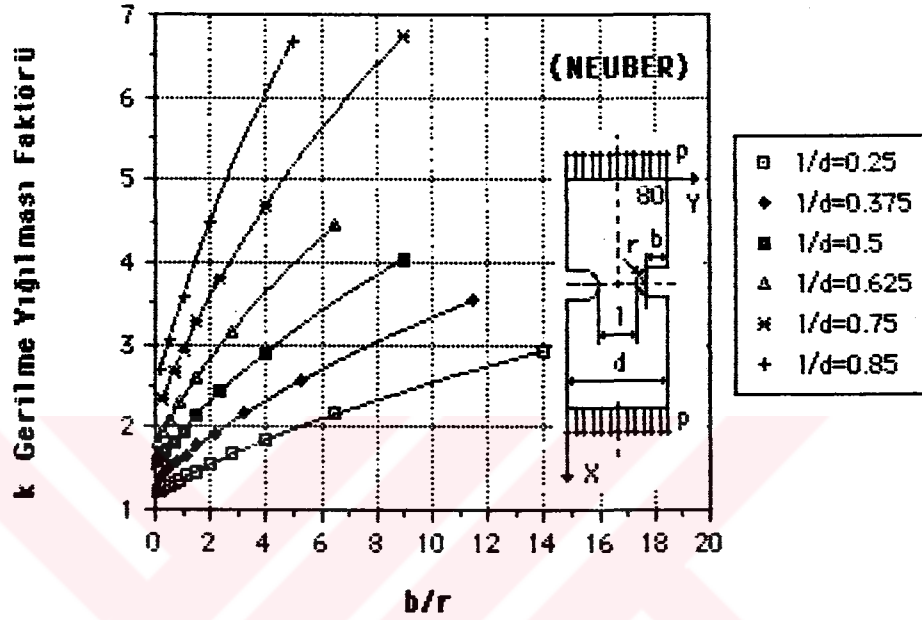
$$k_1 = \frac{2\left(\frac{a}{r} + 1\right)\sqrt{\frac{a}{r}}}{\left(\frac{a}{r} + 1\right)\arctan\sqrt{\frac{a}{r}} + \sqrt{\frac{a}{r}}} \quad (6.1)$$

$$k_2 = 1 + 2\frac{t}{r} \quad (6.2)$$

$$k = 1 + \frac{(k_1 - 1)(k_2 - 1)}{\sqrt{(k_1 - 1)^2 + (k_2 - 1)^2}} \quad (2a = l, \quad t = b + r) \quad (6.3)$$

Burada k gerilme yığılması katsayısı olup diğer değişkenler şekil üzerinde

(şekil 6.5) gösterilen çentik boyutlarıdır. Neuber formülüne göre "U" çentikli levhalarda hesaplanan gerilme yığılması katsayıları şekil 6.6'da çentik boyutlarına bağlı olarak verilmiştir.



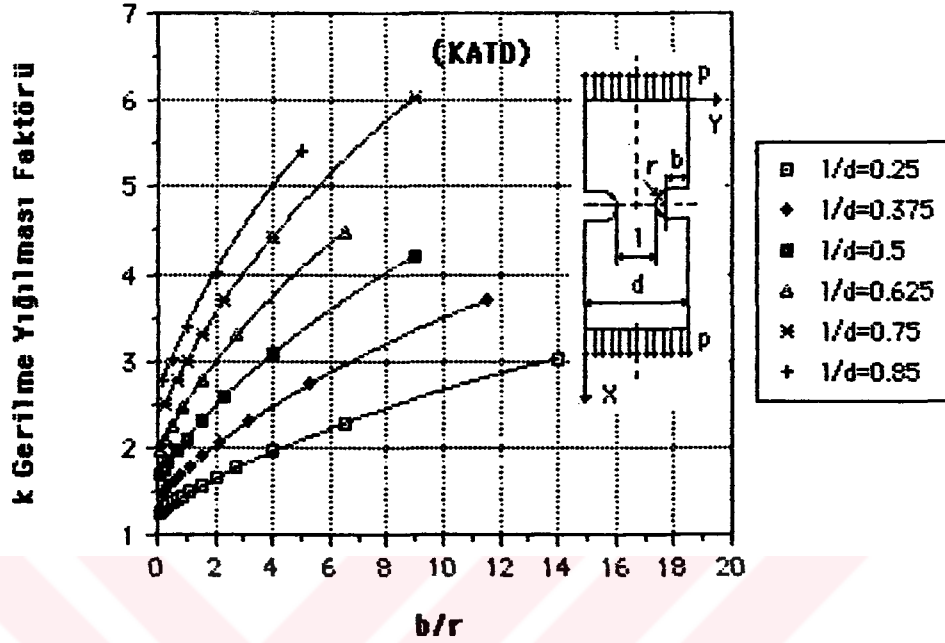
Şekil 6.6. Çentik boyutları-Gerilme yığılması faktörü (NEUBER)

Kato, Neuber formülleri ve bazı sayısal sonuçlar yardımı ile elde ettiği amprik formüller yardımı ile "U" çentikli levhalara ait gerilme yığılması faktörlerini hesaplamıştır. Bu amprik formül "U" çentikli levhalar için şu şekilde verilmiştir (Kato,1991):

$$k = k_0 - \frac{2}{\pi}(k_0 - 1) \tan^{-1} \left\{ A \left(\frac{r}{l} \right)^B \right\} \quad (6.4)$$

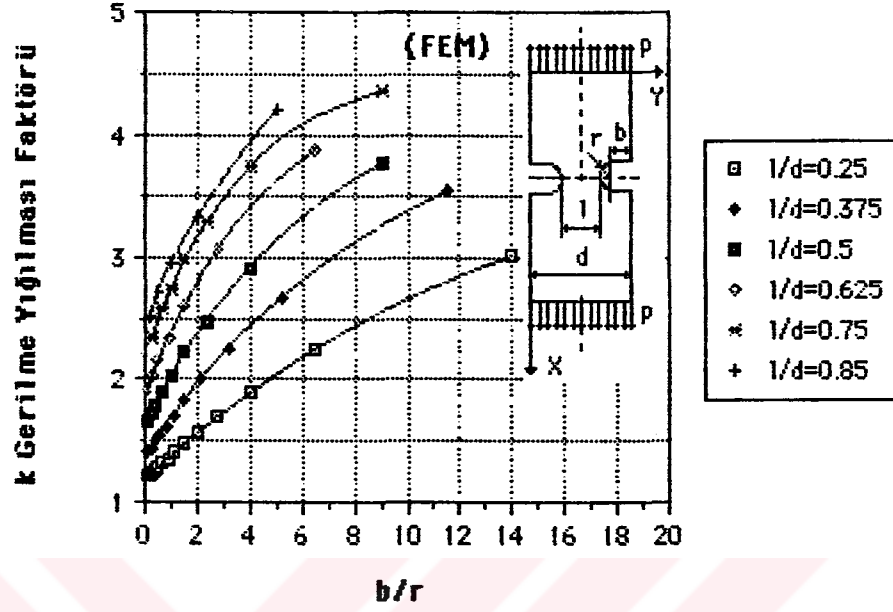
$$k_0 = 1 + 2.065 \left(\frac{t}{r} \right)^{0.535} \quad (t=b+r) \quad (6.5)$$

Burada k gerilme yığılması katsayısını, A ve B çentik boyutlarına bağlı sabitleri göstermektedir. Diğer değişkenler ise, şekil 6.5'de gösterilen çentik boyutlarıdır. Kato'nun bu formülüne göre hesaplanan gerilme yığılması katsayıları şekil 6.6'a benzer olarak verilmiştir (şekil 6.7).

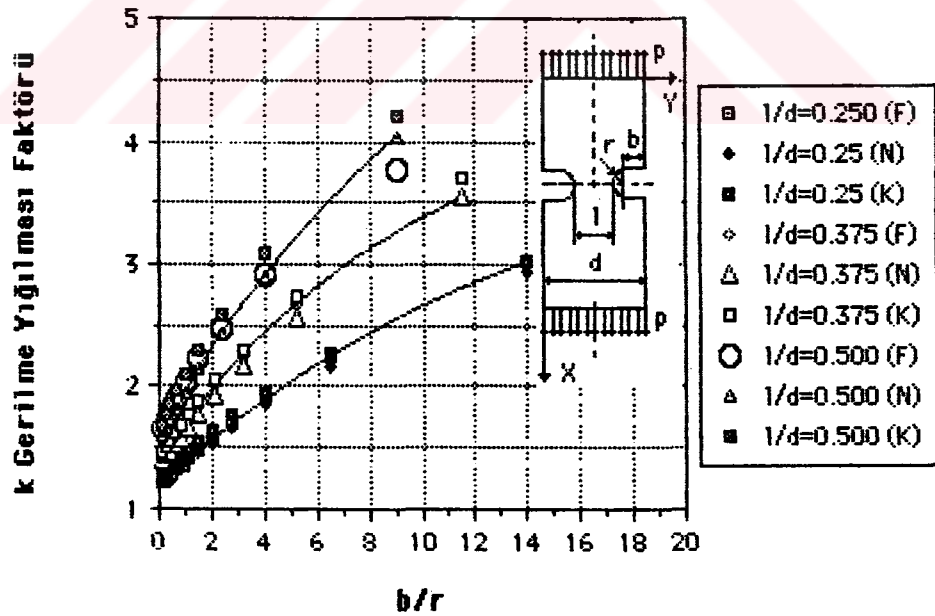


Şekil 6.7. Çentik boyutları-Gerilme yığılması faktörü (KATO).

Kato ve özellikle Neuber, simetrik şeklin her iki tarafındaki çentiklerin oldukça derin olması durumunda bu ifadelerin tamamen geçerli olduklarını ifade etmişlerdir (Neuber, 1958). Arslan ise, "U" çentikli izotropik ve kompozit levhalardaki gerilme yığılması faktörlerini üçgen sonlu eleman kullanarak vermiştir (Arslan,1990). Bu çalışmada da "U" çentikli levhanın gerilme yığılması faktörü yine sonlu elemanlar metodu ile yapılmıştır. Ancak, sonlu eleman tipi olarak izoparametrik elemanlar seçilmiştir. Bu analiz sonunda elde edilen gerilme yığılması faktörleri ile çentik boyutları arasındaki şu grafik elde edilmiştir (şekil 6.8).



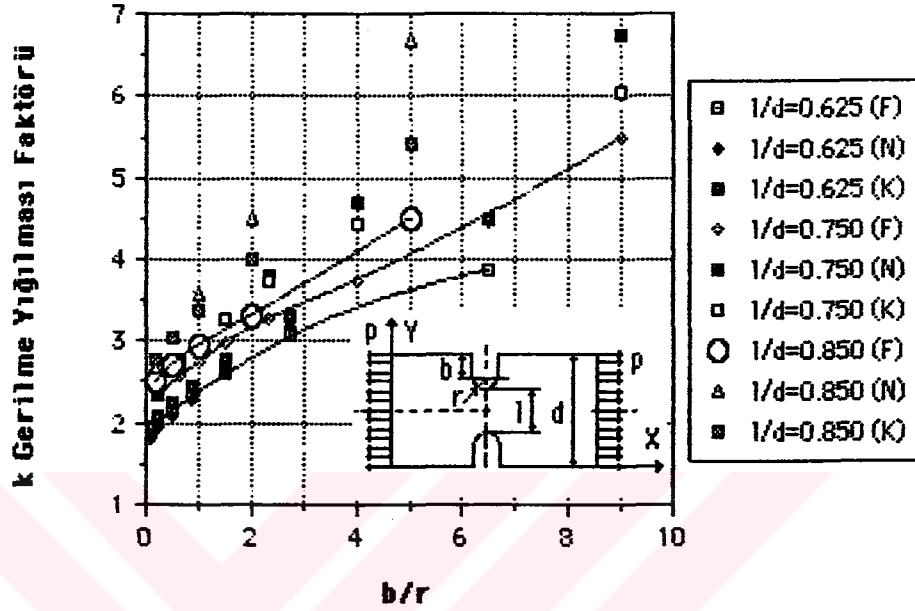
Şekil 6.8. Çentik boyutları-gerilme yığılması faktörü (FEM)



Şekil 6.9. Neuber, Kato ve FEM çözümleri sonucu elde edilen k değerlerinin karşılaştırılması (1/d = 0.25.....0.50)

Neuber, Kato ve bu çalışma sonunda elde edilen sonlu eleman sonuçları

(FEM) birlikte değerlendirildiğinde, şekil 6.9 ve şekil 6.10'daki grafikler elde edilir.



Şekil 6.10. Neuber, Kato ve FEM çözümleri sonucu elde edilen k değerlerinin karşılaştırılması (1/d = 0.625.....0.85)

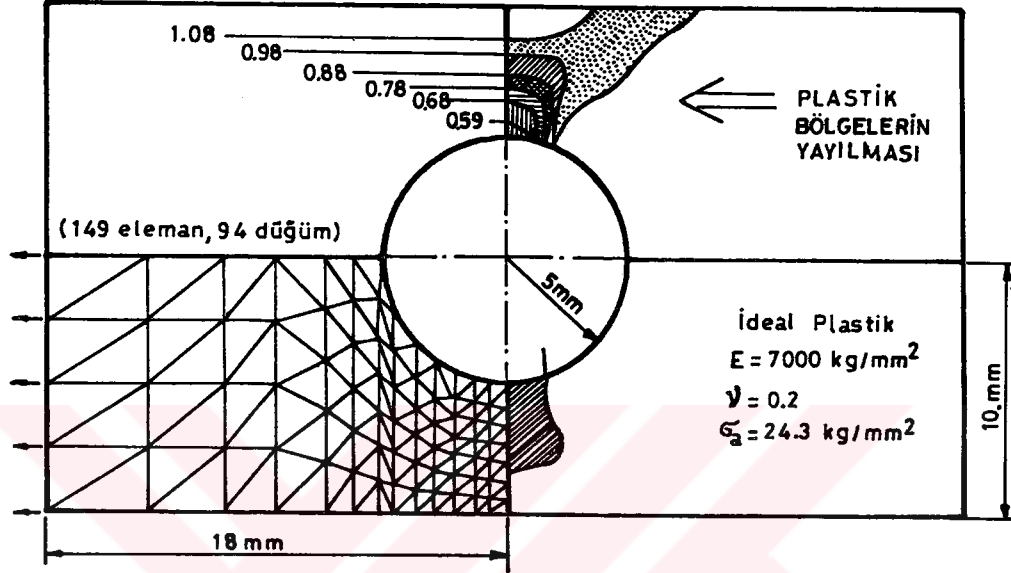
Bu grafiklerden, literatürde bulunan değerlerle sonlu eleman çözümleri sonucunda elde edilen değerlerin oldukça uyum içersinde oldukları görülmüştür. Ancak şekil 6.10'da bir takım düzensizlikler söz konusudur. Bu uyumsuzluk daha çok çentik boyutlarının küçük olduğu değerlere karşı gelmektedir. Bu durum, çentik boyutlarının oldukça küçük olduğu durumlarda Neuber ve Kato ifadelerinin tamamen doğru değerler vermemesine bağlanabilir.

Elasto-plastik çözümler için Ç.1060 çeliğinden imal edilen şekil 6.5'deki levha göz önüne alınmıştır. Önce bu çeliğe ait çekme deneyi yapılarak, plastik deformasyon katsayısı (K) ve üsteli (n) elde edilmiştir.

Tablo 6.2. Plastik deformasyon katsayısı ve üsteli

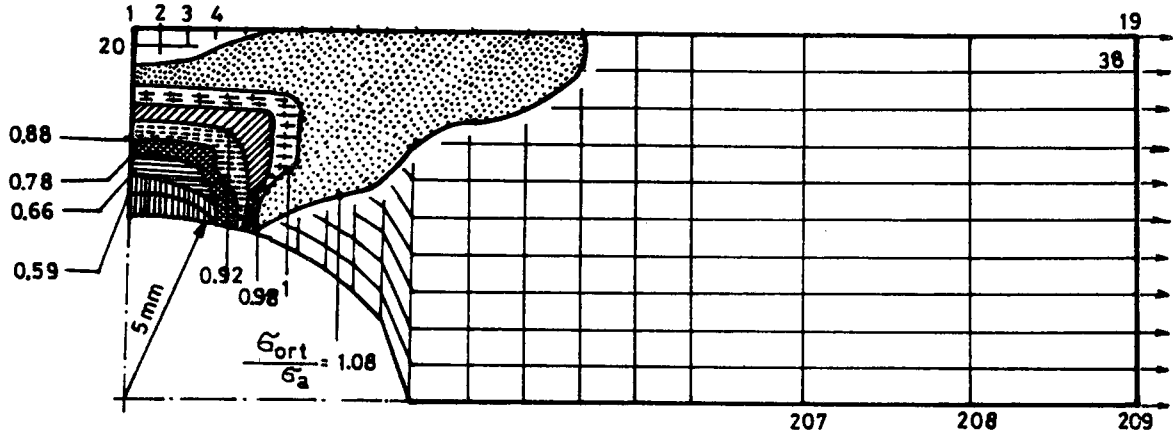
Malzeme	K (MPa)	n	σ_a (MPa)	σ_0 (MPa)
Ç.1060	1080	0.62	465	330

Daha sonra nümerik çözümler başlangıç gerilmesi metodu ile yapılmıştır. Literatürde, Zienkiewicz tarafından ortasında delik bulunan levhanın elasto-plastik analizine rastlanmıştır. Zienkiewicz'in yaptığı bu çalışmada değişik yükleme basamaklarına karşı gelen plastik bölgelerin dağılımı incelenmiştir (şekil 6.11).



Şekil 6.11. Ortasında delik bulunan çekmeye zorlanan levhadaki plastik bölgelerin dağılımı (Zienkiewicz, 1979, fig. 18.7, sayfa: 470).

Bu çalışmada kullanılan bilgisayar programı yardımı ile, Zienkiewicz'in yaptığı çalışma yeniden yapılmış ve plastik bölgelerin dağılımı araştırılmıştır (şekil 6.12). Elde edilen sonuçlarla Zienkiewicz'in sonuçlarının karşılaştırılmaları sonucunda plastik bölgelerin birbirleri ile oldukça uyum içersinde oldukları görülmüştür.



Şekil 6.12. Ortasında delik bulunan levhada plastik bölgelerin dağılımı (FEM)

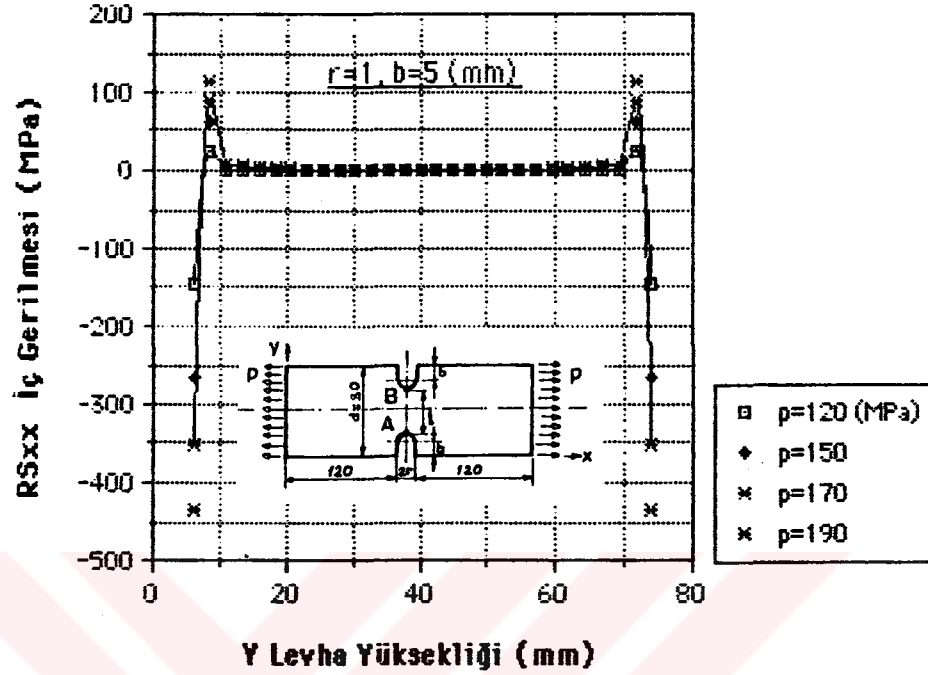
7. ELDE EDİLEN SONUÇLAR

Kenarlarında "U" çentikler bulunan izotropik levhalarda çentik boyutları değiştirilerek, elde edilen modeller üzerinde elastik ve elasto-plastik gerilme analizi yapılmıştır. Çekme şeklinde olan üniform yüklemeler akmayı başlatan değerden başlayarak, kademeli olarak artırılmıştır. Bütün modellere ait her bir yükleme durumunda ortaya çıkan artık gerilmeler ve plastik bölge yayılımı gözlenmiştir. Bulunan değerlerin literatürde karşılaşılan değerlerle uyum içersinde olup olmadığı araştırılmıştır. Sonuçlar grafikler halinde verilmiştir. Elde edilen gerilmeler σ_{xx} (S_{xx}), σ_{yy} (S_{yy}), σ_{xy} (S_{xy}), σ_e (S_e) ; iç gerilmeler (artık gerilmeler) ise σ_{0xx} (RS_{xx}), σ_{0yy} (RS_{yy}), σ_{0xy} (RS_{xy}) olmak üzere bileşenlerine ayrılarak incelenmiştir ve elde edilen sonuçlar ayrı ayrı ele alınmıştır.

7.1.İç Gerilmelerin Levha Yüksekliği ve Uygulanan Yükle Değişimi

İç gerilmelerin, levha yüksekliği (y) ve uygulanan yükleme miktarına (p) bağlı olarak değişimi çentik dibi referans alınarak incelenmiştir. r çentik yarıçapı ve b çentik derinliğinin sırası ile 1-5, 2-4, 3-3, 4-2, 5-1, 2-13, 6-9, 10-15, 2-23, 16-9, 6-19, 22-3 mm olduğu "U" çentikli levhalara ait grafikler verilmiştir. Grafiklerin tamamında, levhanın orta yüksekliği olan $y=40$ mm değerine göre bütün değerlerin simetrik olduğu görülmüştür.

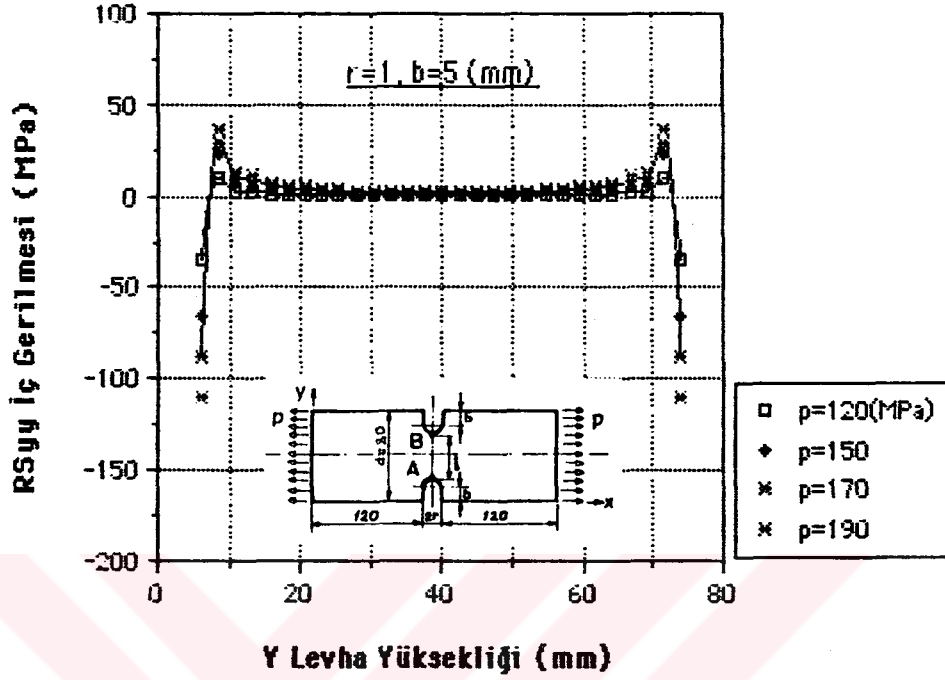
Şekil 7.1'de çentik yarıçapı 1mm, çentik derinliği ise 5 mm alınarak RS_{xx} iç gerilme bileşeninin levha yüksekliği ve uygulanan yük ile değişimi verilmiştir. Çentik dibine karşı gelen levha yüksekliği değerlerinde RS_{xx} iç gerilmesinin en büyük değerine ulaştığı görülmüştür. Ayrıca bu gerilme artan yükleme miktarına bağlı olarak da artış göstermiştir. Yani $y=r+b=6$ mm levha yüksekliği ve $p=120$ MPa yükleme miktarında -150 MPa'lık bir RS_{xx} iç gerilmesi ortaya çıkmıştır. Bu değer $p=160$ MPa'da -265, $p=170$ MPa'da -350 ve $p=190$ MPa'da -430 MPa olarak hesap edilmiştir. Yine bu değerler yükleme ve geometrinin simetrikliği nedeni ile $y=80-(r+b) = 74$ mm değerinde de elde edilmiştir.



Şekil 7.1. RS_{xx} iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yükle değişimi ($r=1$, $b=5$).

Bu çentik durumunda yüklemeye $p=120$ MPa değerinden başlanmıştır. Çünkü bu değer akmayı başlatan yüküdür. Bunun altındaki değerlerde levhada akma görülmemiştir. Yine son yükleme $p=190$ MPa olarak seçilmiştir. Çünkü bu değer üzerine çıkıldığında iç gerilmeler akma gerilmesinden büyük çıkmıştır. Yani akan düğüm, aynı iterasyonda bir kez daha akmaya iştirak etmiş olur. Çentik dibinden uzaklaşıldıkça yani y levha yüksekliğinin ara değerlerinde bütün yükleme basamaklarında, RS_{xx} iç gerilme bileşeni sabit ve oldukça küçük çıkmıştır, hatta sıfıra gitmiştir.

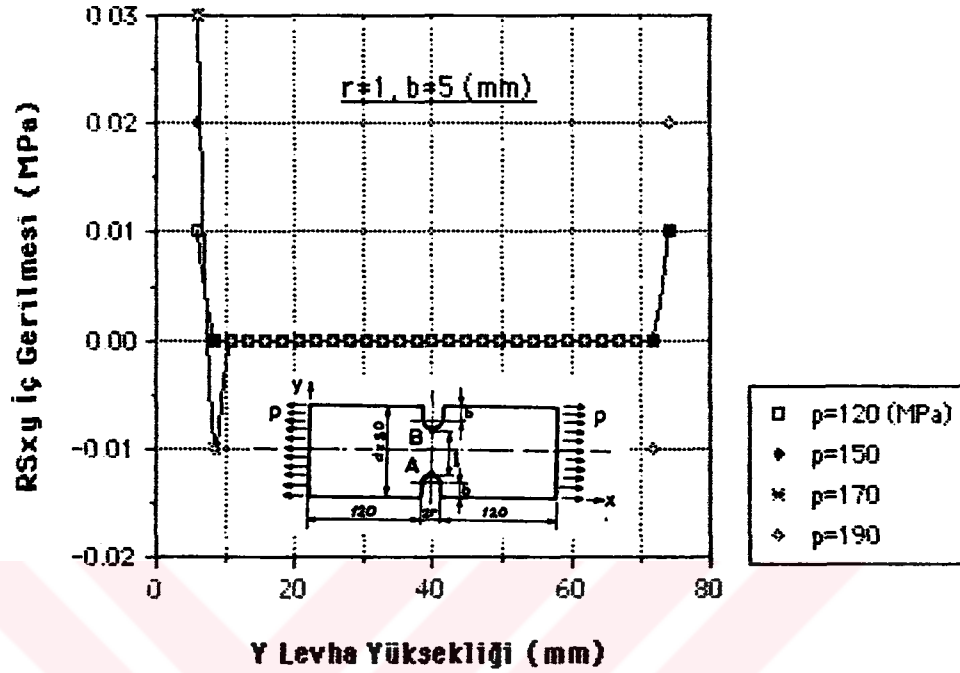
Şekil 7.2'de $r=1$, $b=5$ mm alınarak, RS_{yy} iç gerilme bileşeninin levha yüksekliği ve uygulanan yük ile değişimi incelenmiştir. Burada da RS_{xx} bileşenindeki gibi çentik dibine karşı gelen levha yüksekliği değerinde RS_{yy} iç gerilmesi artan yüklemeye de bağlı olarak, en büyük değerine ulaşmaktadır. Yani, $y=r+b=6$ mm değerinde $p=120$ MPa için $RS_{yy}=-20$ MPa, $p=150$ MPa için -60 , $p=170$ MPa için -85 ve $p=190$ MPa için -110 MPa değerleri elde edilmiştir. Levha yüksekliğinin 10 mm değerinden 70 mm değerine kadar olan aralıkta hem RS_{xx} ve hem de RS_{yy} iç gerilme



Şekil 7.2. Rsyy iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yükle değişimi ($r=1, b=5$)

bileşenleri çok küçük değerlerde kalmışlardır. Şekil 7.1 ve şekil 7.2 incelendiğinde RSxx ve RSyy iç gerilmelerinin çentik civarında negatif ve pozitif değerler aldıkları görülmüştür. Çünkü levha plastik deformasyona girecek şekilde yüklendiğinde akan düğümlerden bazıları pozitif (çekme), bazıları da negatif (basma) olacak şekilde artık gerilme vermiştir.

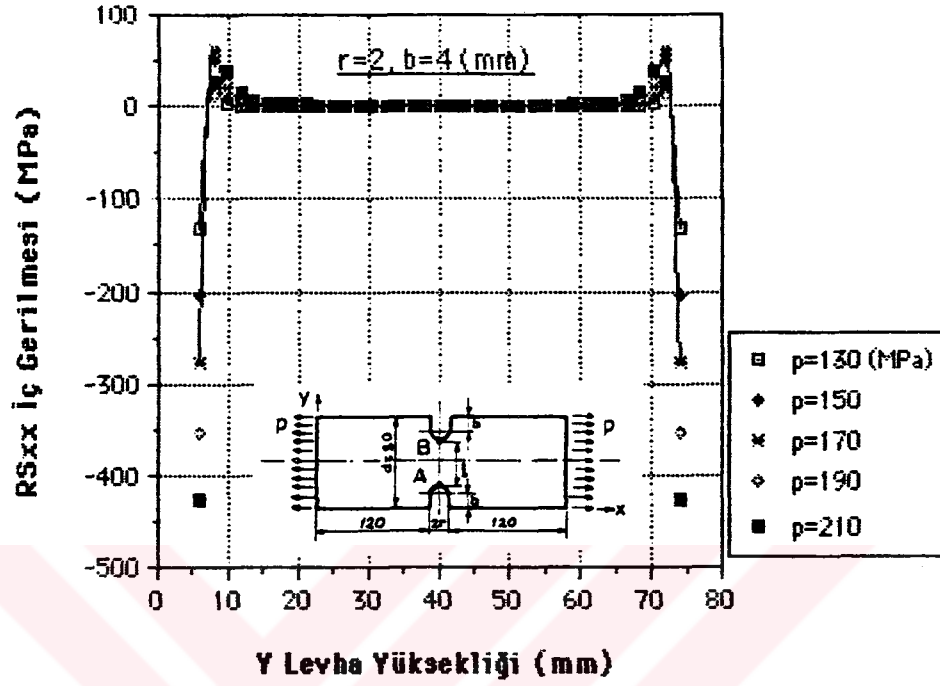
Şekil 7.3'de $r=1, b=5$ mm alınarak, RSxy iç gerilme bileşeninin levha yüksekliği ve uygulanan yükle değişimini incelenmiştir. RSxy iç gerilme bileşeni diğer iç gerilme bileşenleri yanında oldukça küçük elde edilmiştir. Bu değerler arasında bir kıyaslama yapılarak, çentik civarındaki değerlerin diğer değerler yanında büyük çıktığı görülmüştür.



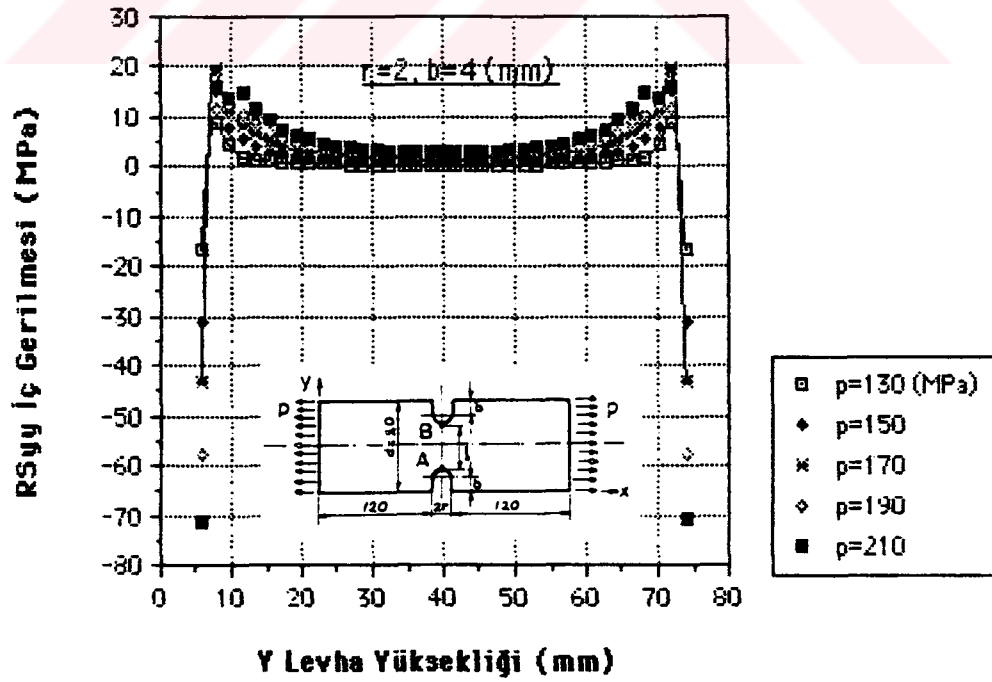
Şekil 7.3. RSxy iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yükle değişimi ($r=1$, $b=5$)

Şekil 7.4'de $r=2$, $b=4$ mm alınmıştır. Yükleme değerleri $p=130, 150, 170, 190$ ve 210 MPa seçilmiştir. Levha yüksekliğinin $y=r+b=6$ mm değerinde her bir yüklemedeki RSxx iç gerilmesi diğer y değerleri yanında en büyük değerini almıştır. Yani $y=6$ mm'de en küçük yükleme durumu olan $p=130$ MPa'da RSxx iç gerilmesi -140 MPa, en büyük yükleme değeri olan $p=210$ MPa'da ise -420 MPa olarak elde edilmiştir. Ara yüklemelerde iç gerilme değerleri bu limitler arasında değişim göstermiştir. Yaklaşık olarak $y=12$ ile $y=68$ mm değerleri arasında RSxx iç gerilmesi sıfıra girmiştir.

Şekil 7.5'de $r=2$, $b=4$ mm alınarak, $p=130, 150, 170, 190$ ve 210 MPa yükleme değerlerinde RSyy iç gerilmesinin değişimi incelenmiştir. $y=r+b=6$ mm ve $y=74$ mm levha yüksekliği değerlerinde RSyy iç gerilmesi en büyük değerini almıştır. $p=130$ MPa'da bu gerilme -17 MPa, $p=210$ MPa'da ise -72 MPa olarak elde edilmiştir. Levha yüksekliğinin 30 ile 60 mm aralığında sabit ve sıfıra yakın RSyy iç gerilmesi elde edilmiştir.

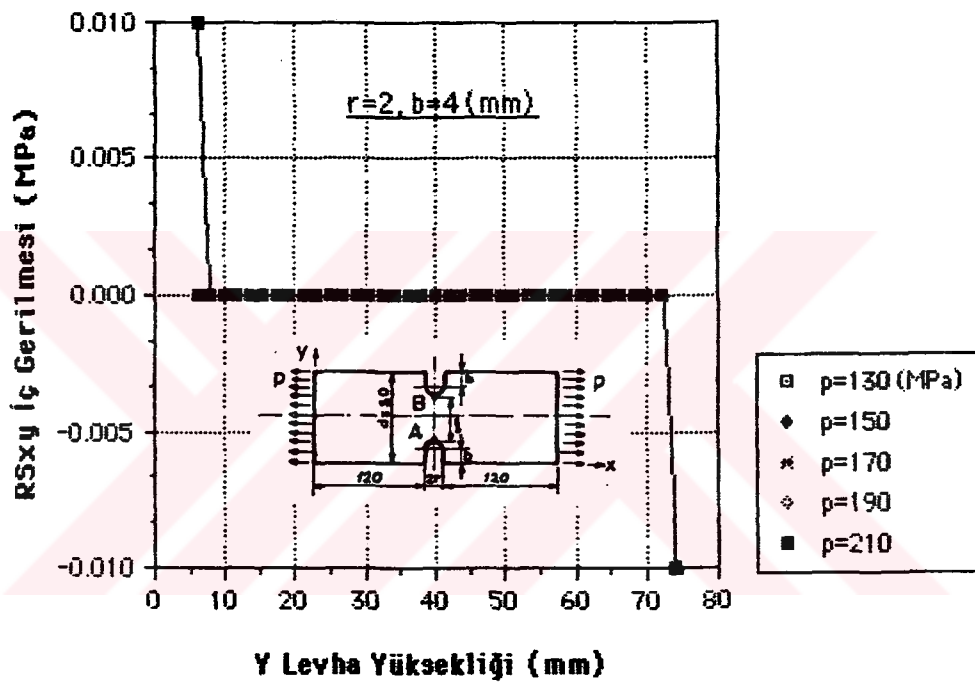


Şekil 7.4. RS_{xx} iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yükle değişimi ($r=2, b=4$)

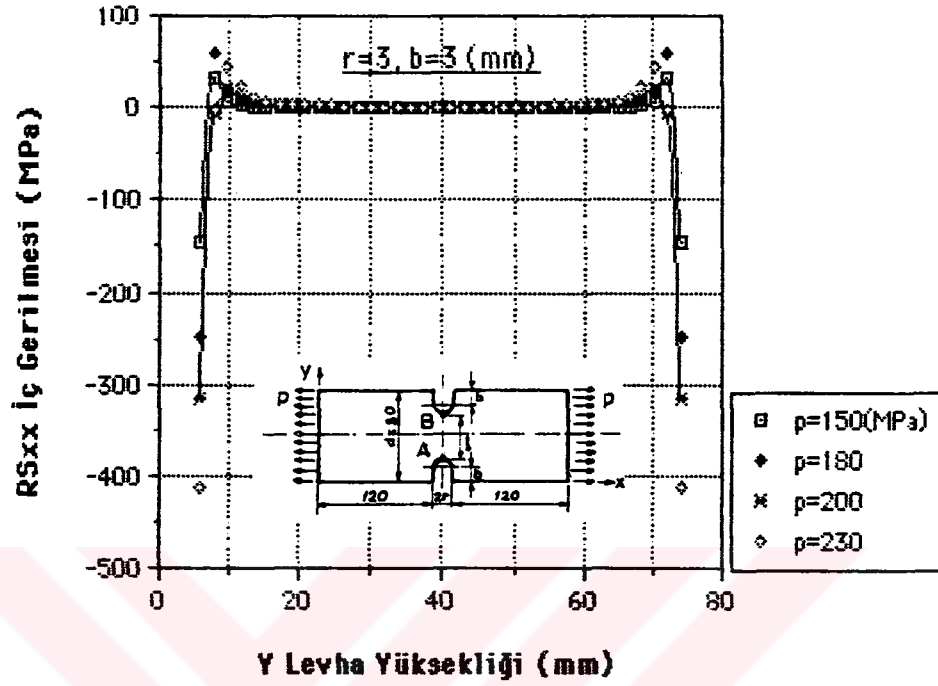


Şekil 7.5. RS_{yy} iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yükle değişimi ($r=2, b=4$)

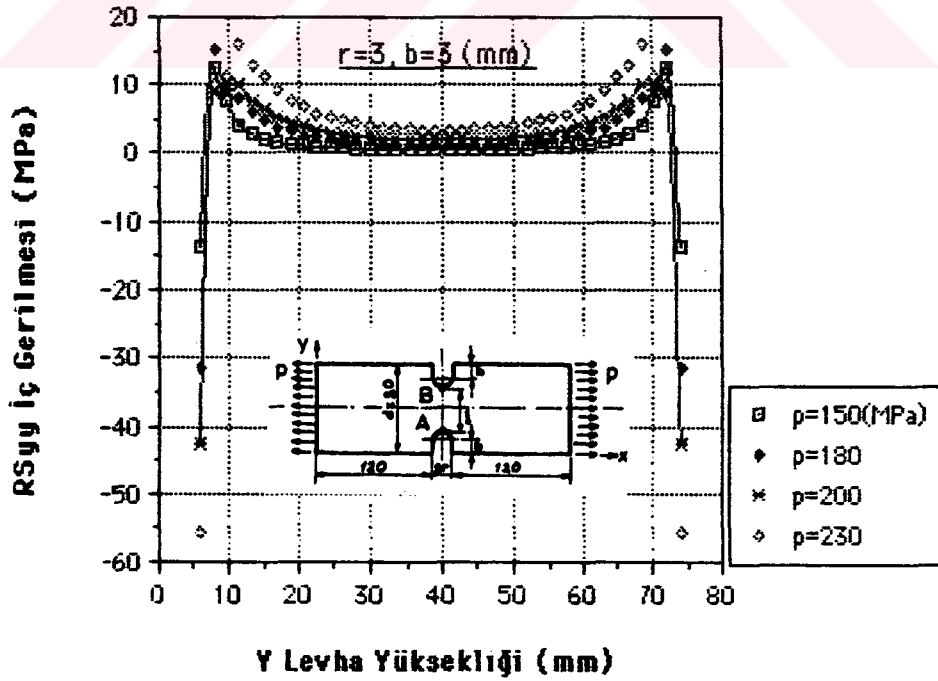
Diğer şekillerden de görüleceği gibi (şekil 7.6-7.26) benzer türden fakat farklı değerlerde iç gerilme bileşenleri okunabilir. Bu grafiklerden, çentik yarıçapı ve derinliğinin oldukça büyük olduğu ($r=10, b=15$; $r=16, b=9$; $r=6, b=19$, $r=22, b=3$) modellere dikkat edilecek olursa, y yüksekliğinin belli değerlerinde iç gerilme bileşenlerinin sabit olduğu aralık iyice küçülmüştür ve akan düğümler çentik civarından iç kısımlara doğru ilerleme göstermişlerdir.



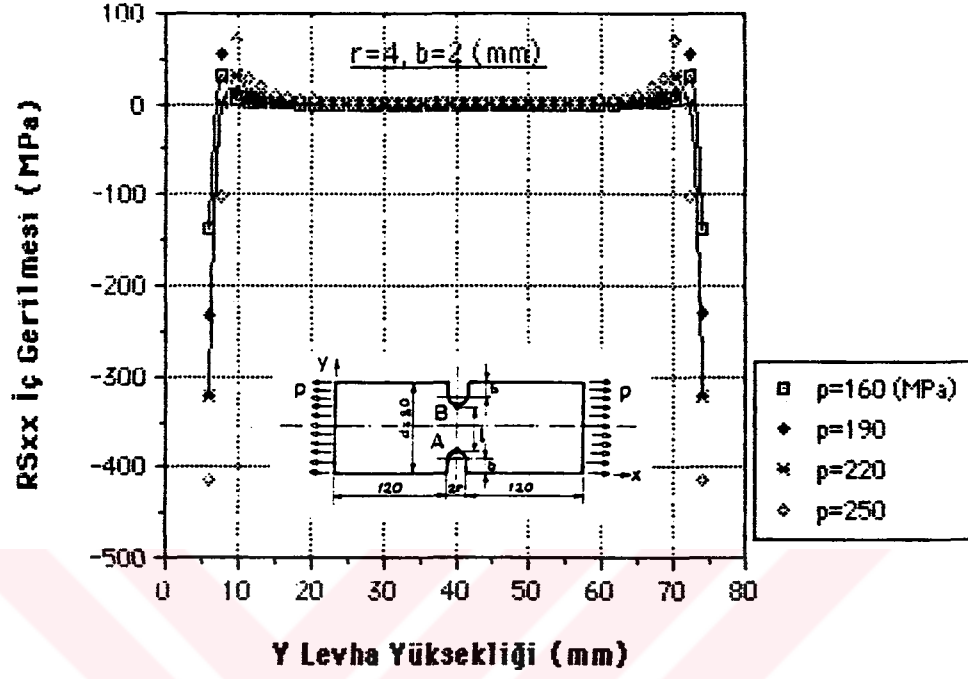
Şekil 7.6. RS_{xy} iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yük ile değişimi ($r=2, b=4$)



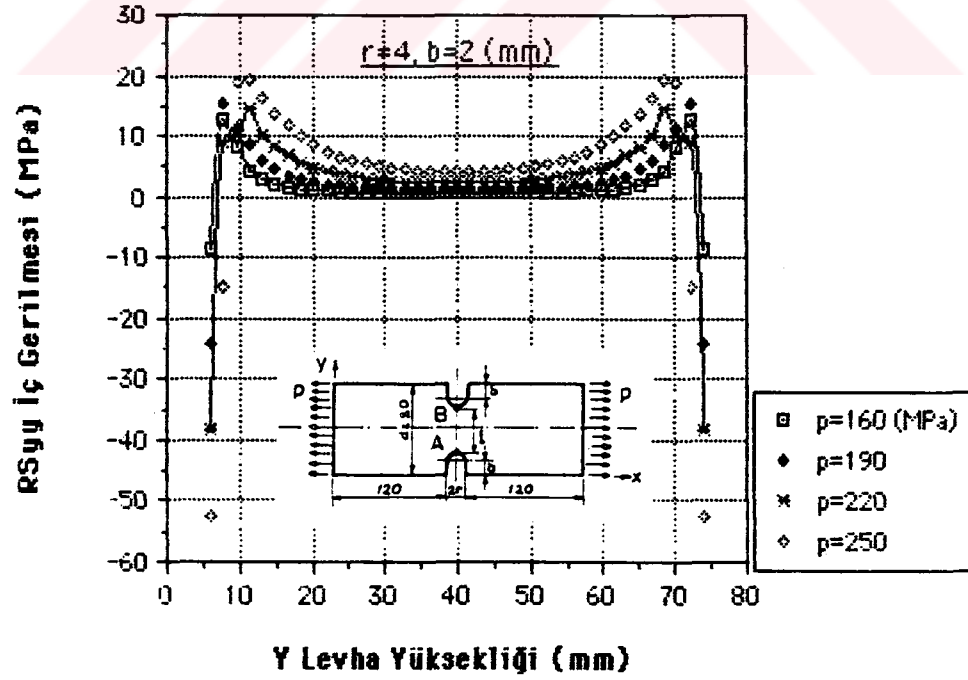
Şekil 7.7. RS_{xx} iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yük ile değişimi ($r=3$, $b=3$)



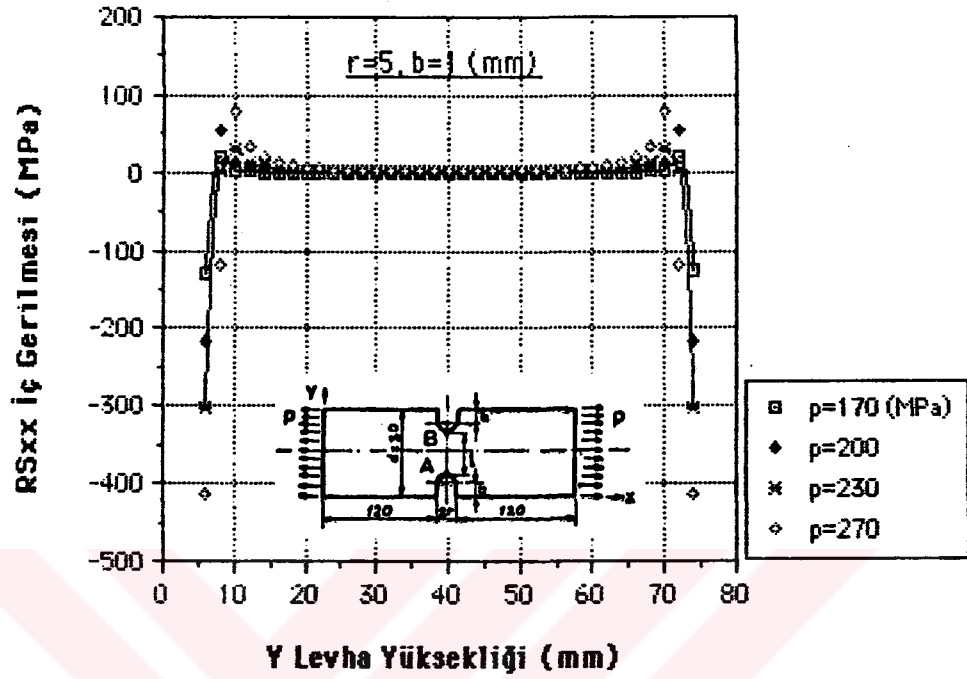
Şekil 7.8. RS_{yy} iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yük ile değişimi ($r=3$, $b=3$)



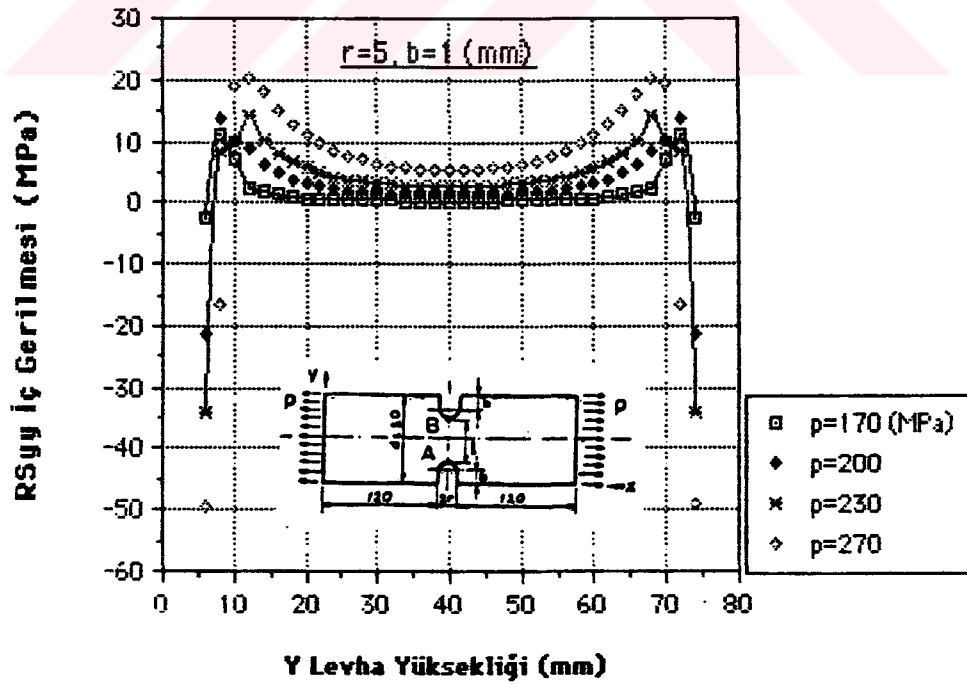
Şekil 7.9. RS_{xx} iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yük ile değişimi ($r=4$, $b=2$)



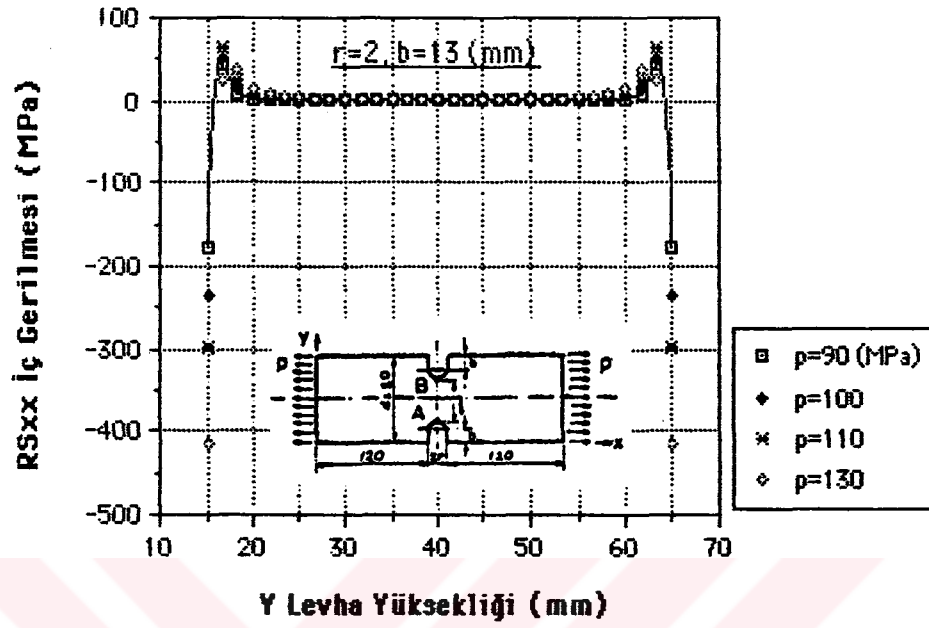
Şekil 7.10. RS_{yy} iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yük ile değişimi ($r=4$, $b=2$)



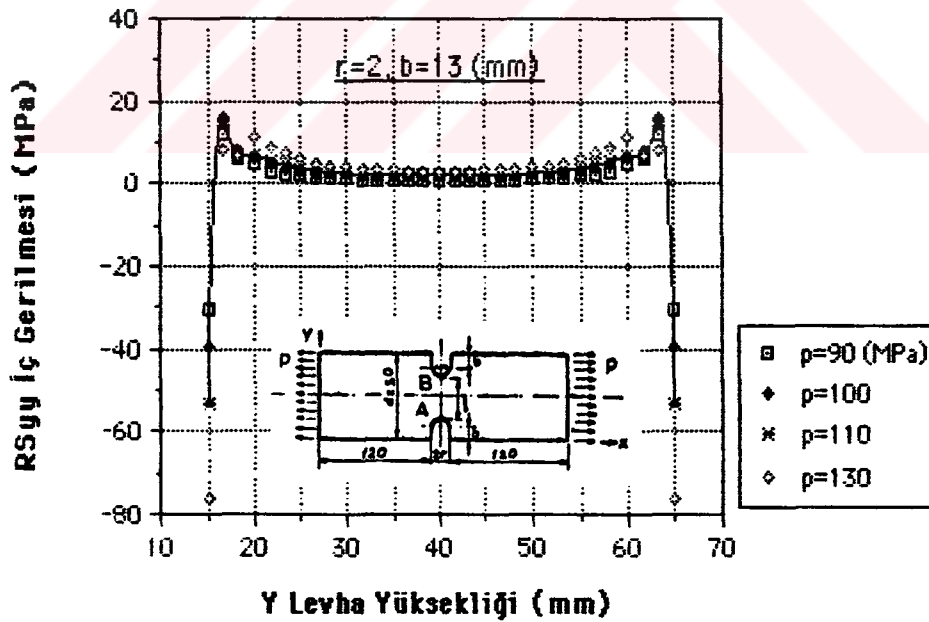
Şekil 7.11. RSxx iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yükle değişimi ($r=5, b=1$)



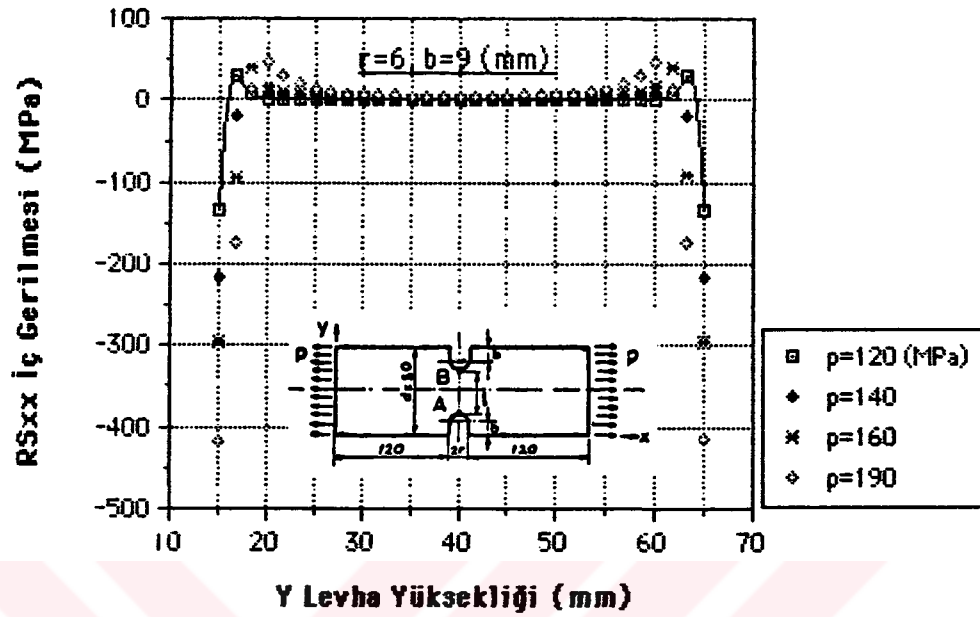
Şekil 7.12 RSyy iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yükle değişimi ($r=5, b=1$)



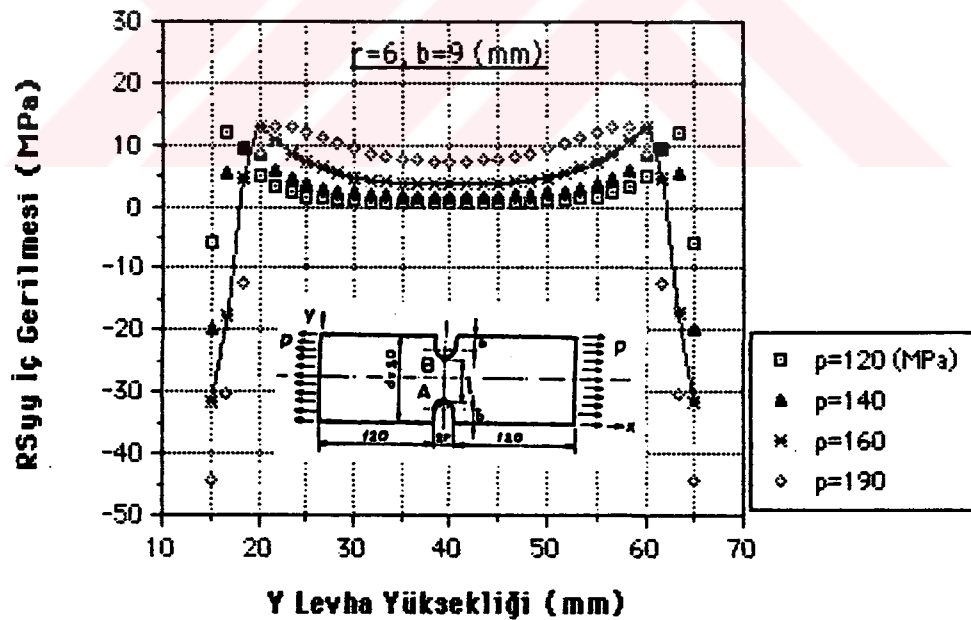
Şekil 7.13. RS_{xx} iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yükü değişimi ($r=2$, $b=13$)



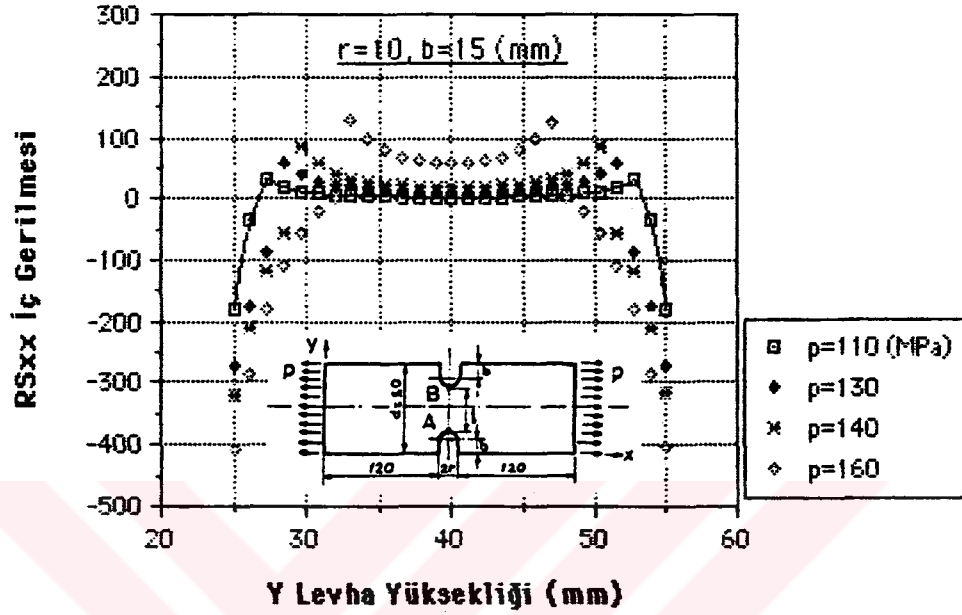
Şekil 7.14. RS_{yy} iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yükü değişimi ($r=2$, $b=13$)



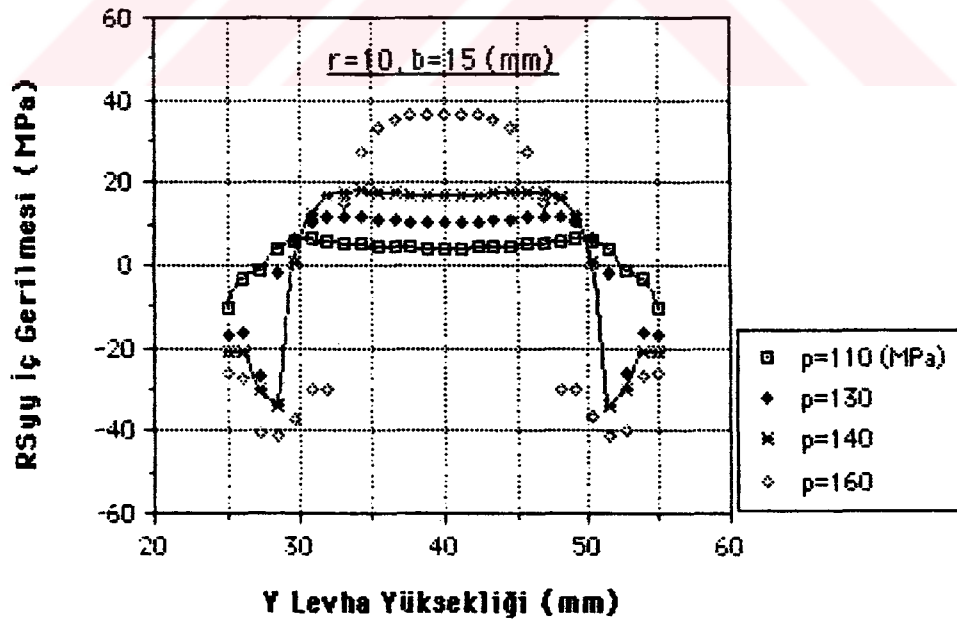
Şekil 7.15. RS_{xx} iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yük ile değişimi ($r=6$, $b=9$)



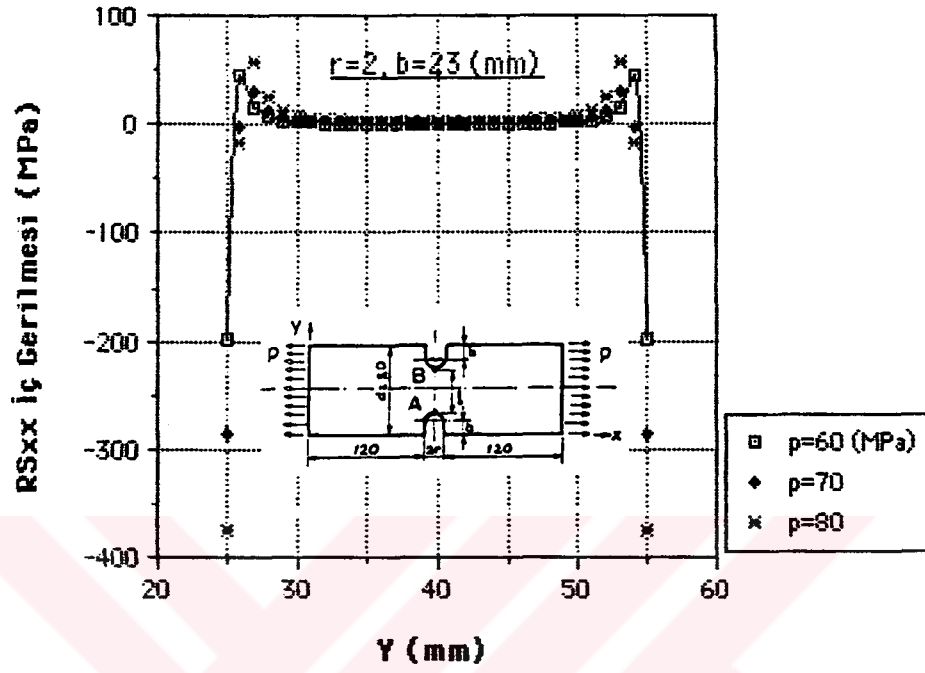
Şekil 7.16. RS_{yy} iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yük ile değişimi ($r=6$, $b=9$)



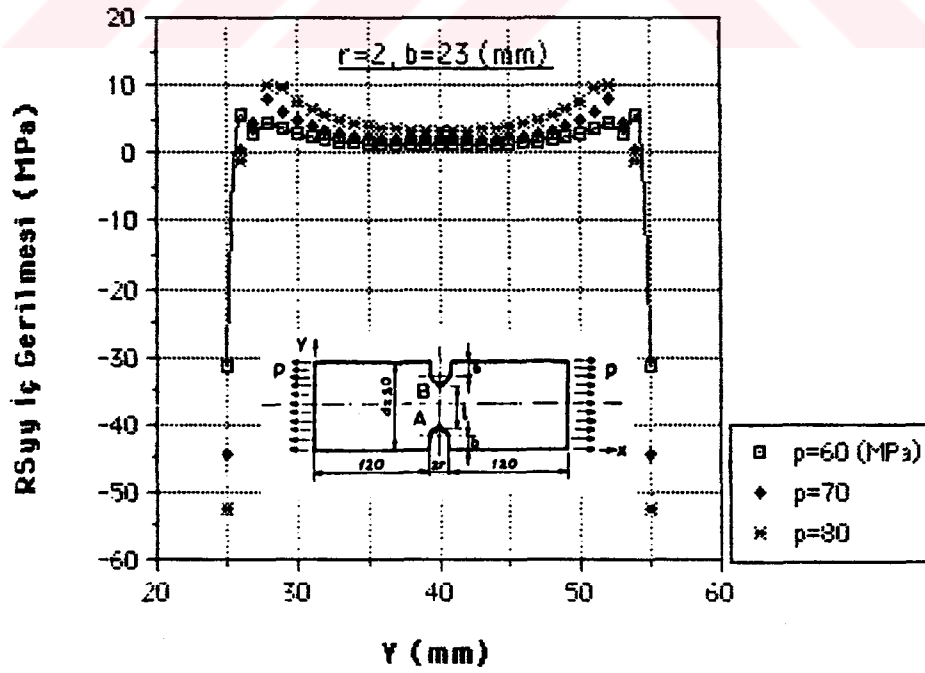
Şekil 7.17. RS_{xx} iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yük ile değişimi ($r=10$, $b=15$)



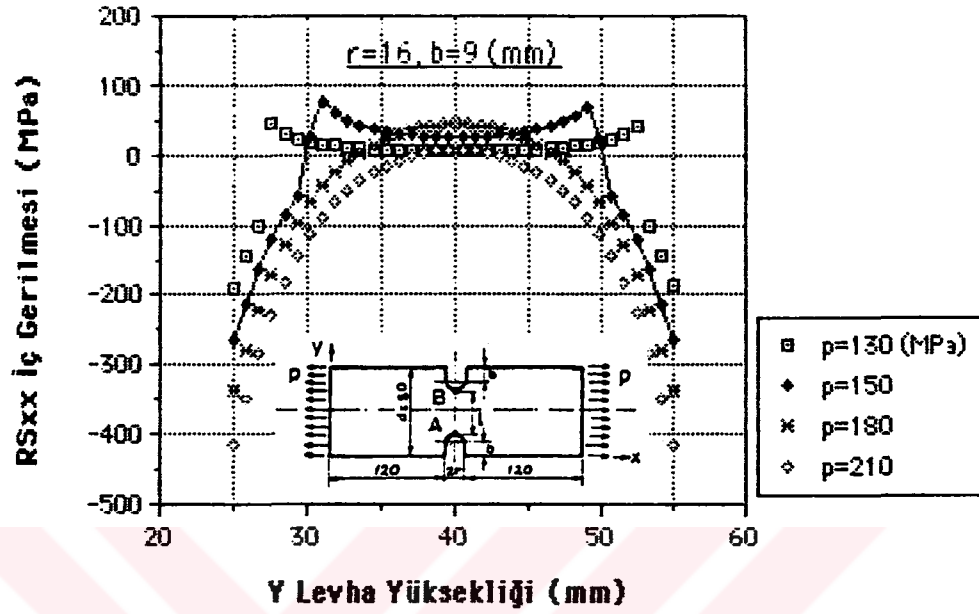
Şekil 7.18. RS_{yy} iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yük ile değişimi ($r=10$, $b=15$)



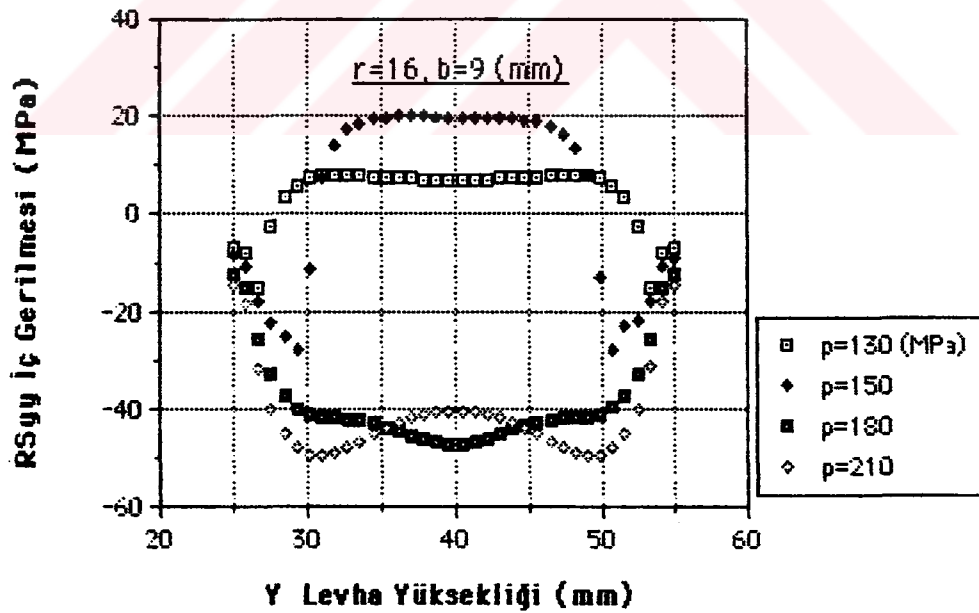
Şekil 7.19. RS_{xx} iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yükle değişimi ($r=2, b=23$)



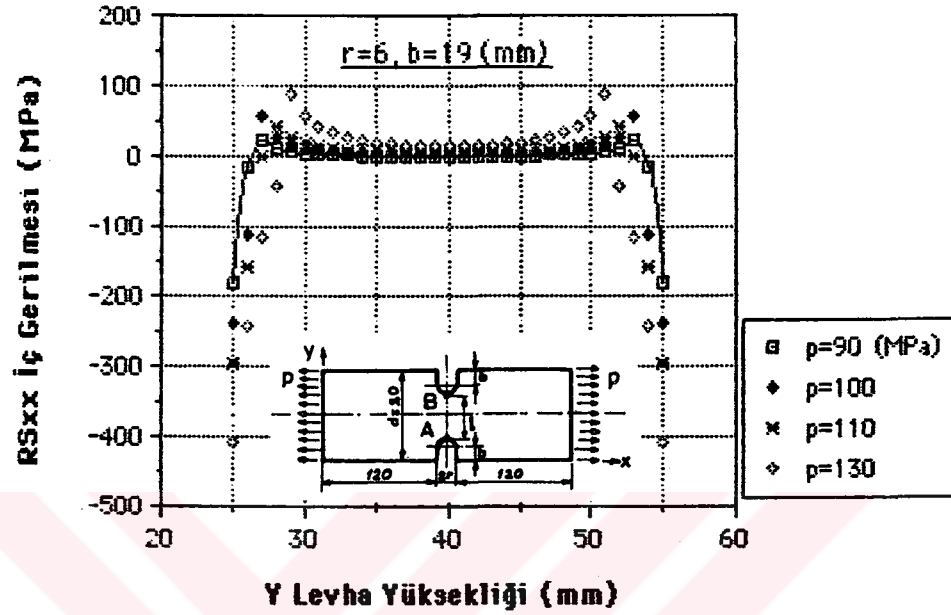
Şekil 7.20. RS_{yy} iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yükle değişimi ($r=2, b=23$)



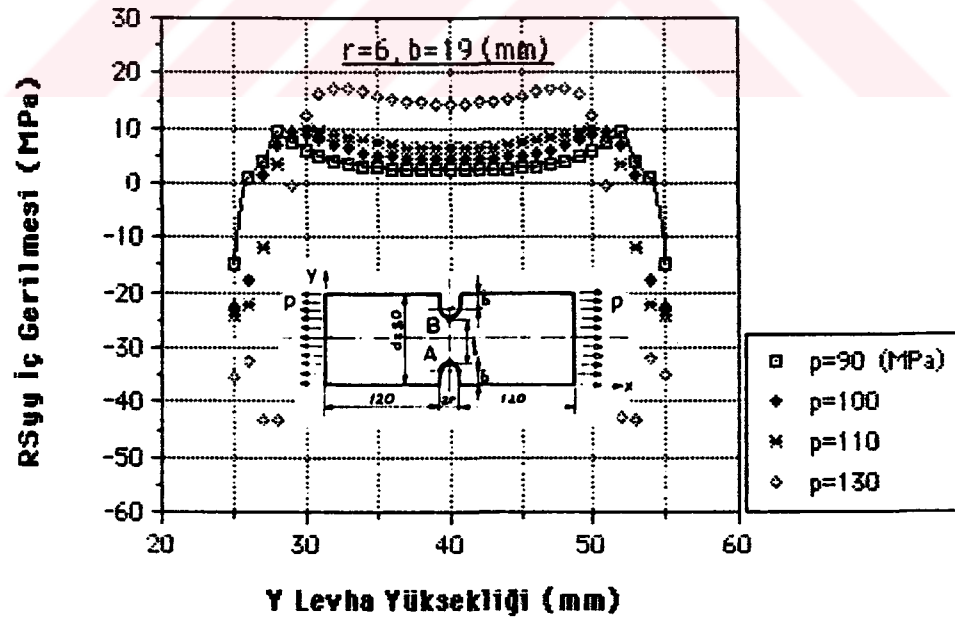
Şekil 7.21. RS_{xx} iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yükle değişimi ($r=16, b=9$)



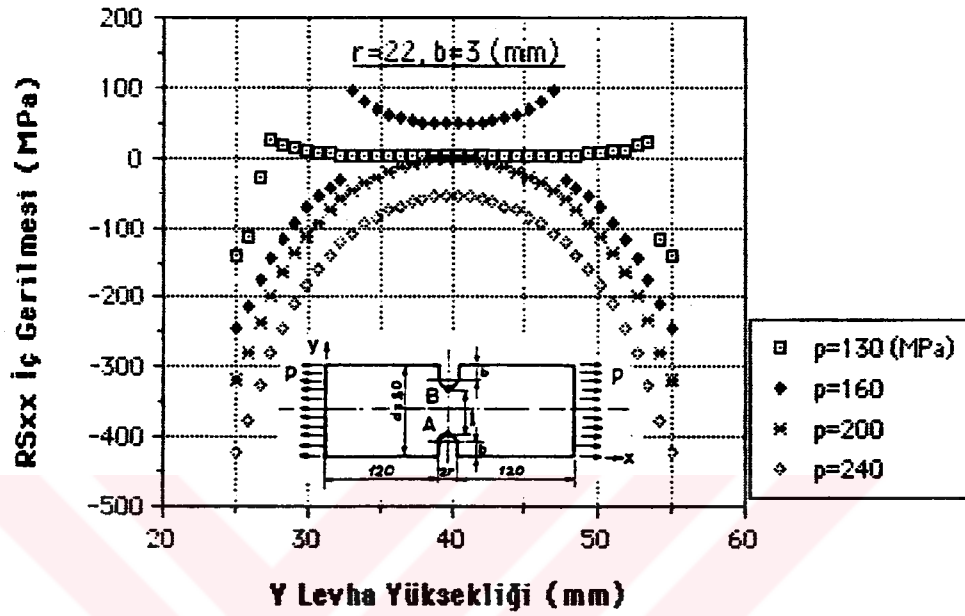
Şekil 7.22. RS_{yy} iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yükle değişimi ($r=16, b=9$)



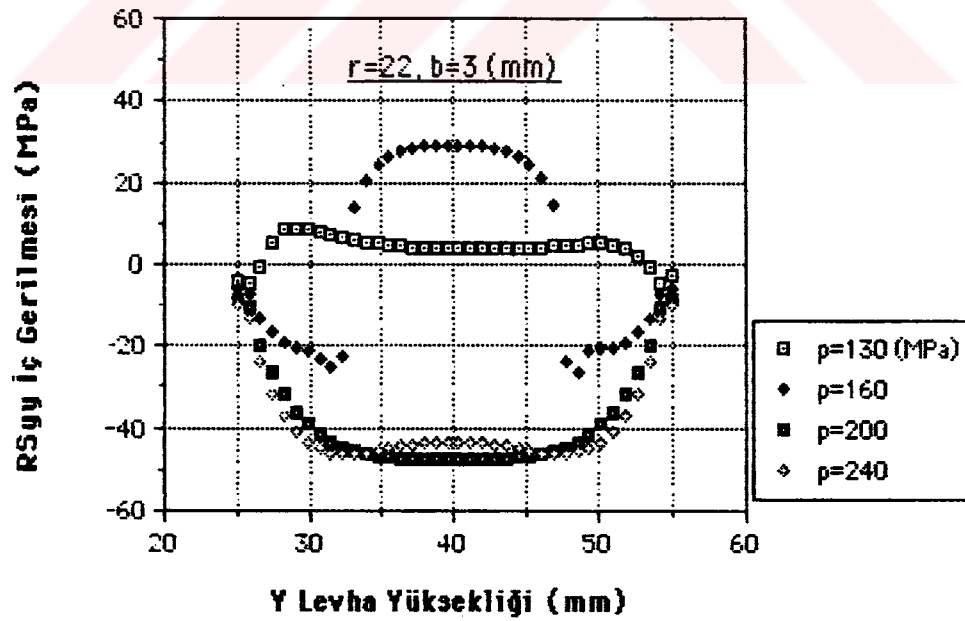
Şekil 7.23. RS_{xx} iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yükle değişimi ($r=6$, $b=19$)



Şekil 7.24. RS_{yy} iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yükle değişimi ($r=6$, $b=19$)



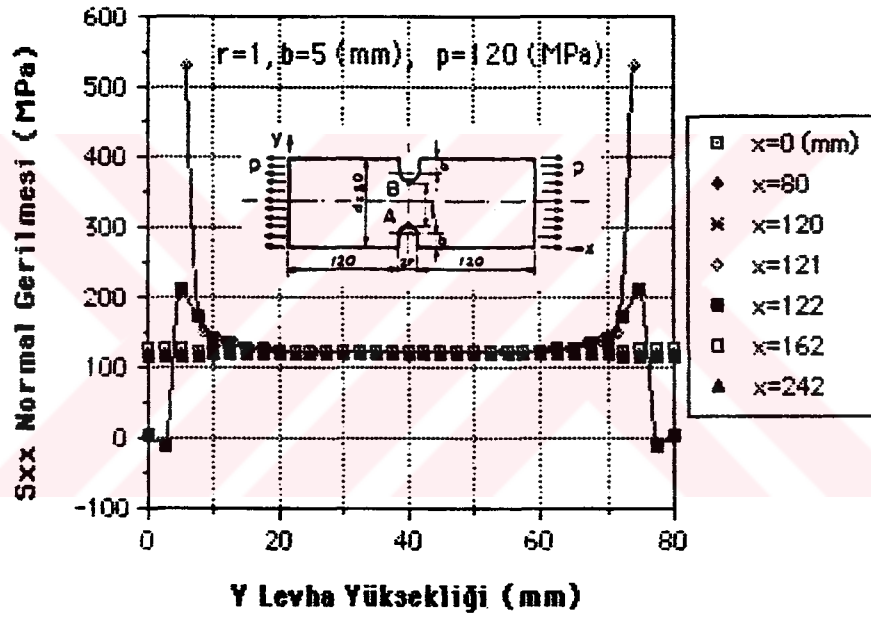
Şekil 7.25. RS_{xx} iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yükle değişimi ($r=22, b=3$)



Şekil 7.26. RS_{yy} iç gerilmesinin levha yüksekliği ve uygulanan yükle değişimi ($r=22, b=3$)

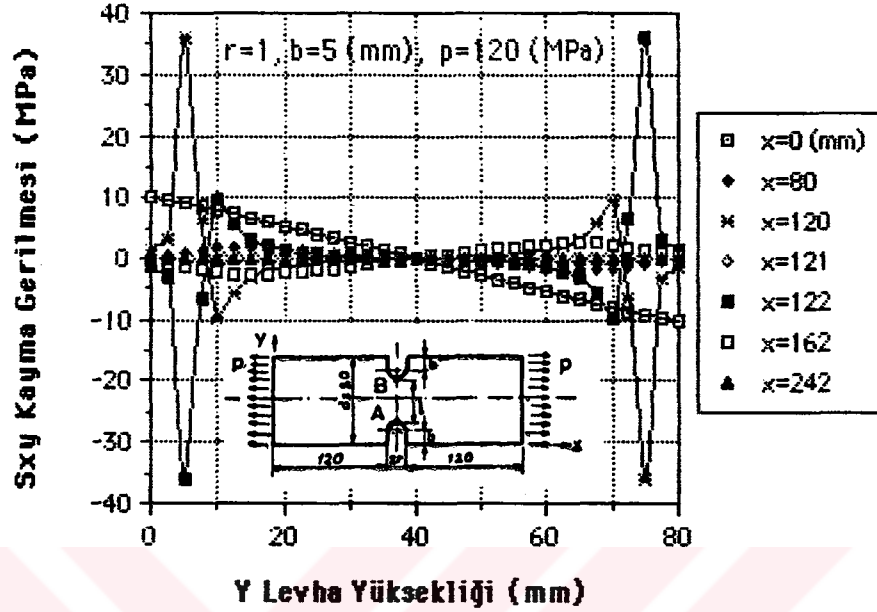
7.2. "U" Çentikli Levhalarda Meydana Gelen Gerilme ve İç Gerilmelerin Levha Yüksekliği ve Levha Uzunluğuna Bağlı Olarak Değişimi

Yükleme (p) sabit tutularak, levhada ortaya çıkan σ_{xx} (S_{xx}), σ_{yy} (S_{yy}), σ_{xy} (S_{xy}), σ_e (S_e) gerilmeleri ve σ_{oxx} (RS_{xx}), σ_{oyy} (RS_{yy}), σ_{oxy} (RS_{xy}) iç gerilmelerinin levha yüksekliği (y) ve levha uzunluğuna (x) göre değişimi incelenmiştir. r çentik yarıçapı ve b çentik derinliğinin sırası ile 1-5, 4-6, 6-9, 10-15 mm olduğu "U" çentikli levhalar ele alınmıştır.



Şekil 7.27. S_{xx} (σ_{xx}) normal gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=1$, $b=5$).

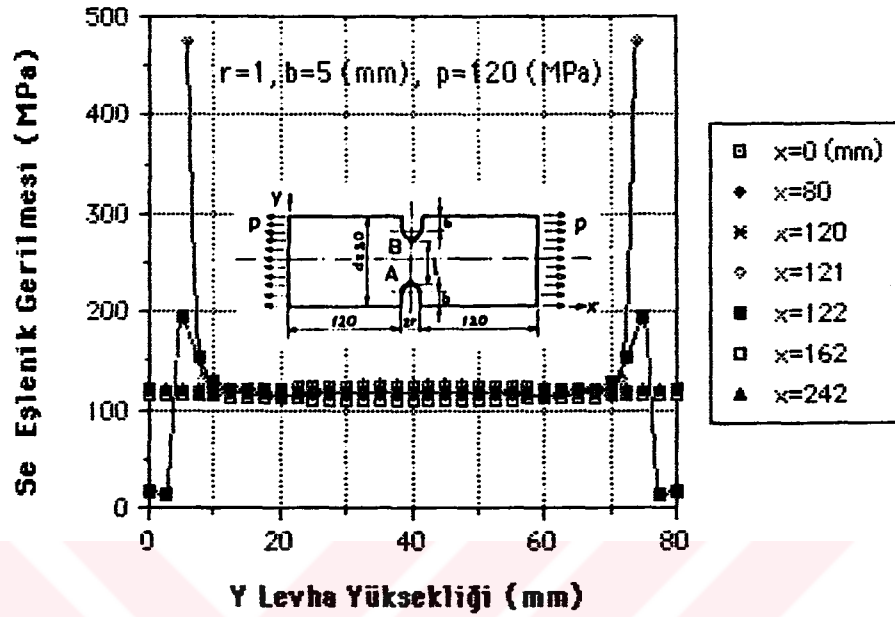
Şekil 7.27'de çentik yarıçapı 1 mm, çentik derinliği 5 mm ve uygulanan yük $p=120$ MPa sabit alınarak, S_{xx} normal gerilmesinin levha boyu (x) ve levha yüksekliğine (y) bağlı olarak değişimi incelenmiştir. $x=0$ değerinde (levhanın uç kısmında) S_{xx} normal gerilmesi beklenen normal gerilmeye eşit olup (120 MPa) y levha yüksekliği ile değişim göstermemiştir. $x=80$ mm değerinde, $x=0$ 'daki değerlere yakın değerler elde edilmiştir. $x=120$ mm için bu gerilmelerde, çentik civarında bir miktar sıçramalar ortaya çıkmıştır ve çentiği geçtikten sonra yeniden $x=0$ 'daki değere doğru kaymıştır. Çentik dibinde veya çubuğun tam orta noktasında



Şekil 7.29. S_{xy} (τ_{xy}) kayma gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=1$, $b=5$).

Şekil 7.29'da yine aynı çentige ait ($r=1$, $b=5$ mm, $p=120$ MPa) S_{xy} kayma gerilmesinin y levha yüksekliği ve x levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi verilmiştir. $x=0$ değerindeki S_{xy} kayma gerilmesi $y=0$ 'da 10 MPa, $y=40$ mm'de (levhanın orta kısmı) sıfır ve $y=80$ mm'de ise -10 MPa değerine ulaşmıştır. $x=120$ mm değerindeki bu gerilme özellikle çentik civarına karşı gelen y değerlerinde en büyük değerini almıştır (35, -35 MPa) $x=120+r = 121$ mm değerinde yani levhanın orta noktasında (çentik dibi) ve $y=6$ mm ve 74 mm değerlerinde S_{xy} kayma gerilmesi yaklaşık sıfır çıkmıştır. Dikkat edilecek olursa, ortaya çıkan gerilmelerde $S_{xy}=0$, $x=121$ mm ve $y=40$ mm doğruları boyunca tam bir simetriklik görülebilir.

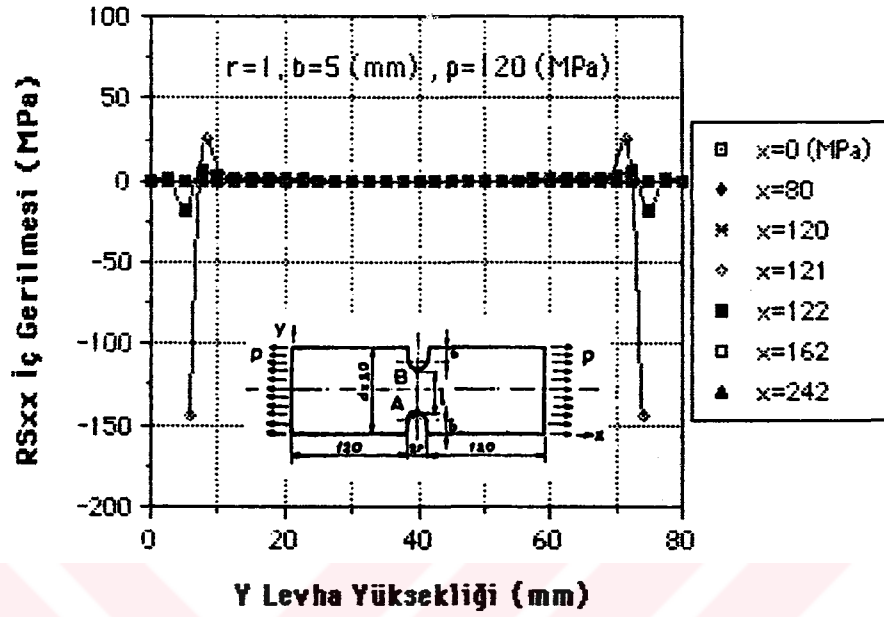
Şekil 7.30'da ise $r=1$, $b=5$ mm boyutlarındaki "U" çentikli levhaya ait S_e (σ_e) eşlenik gerilmesinin $p=120$ MPa'lık sabit yükleme altında y levha yüksekliği ve x levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi verilmiştir. Levhanın uç kısımlarında ($x=0$, $x=242$ mm) $S_e=120$ MPa değeri elde edilmiştir. Görüldüğü gibi bu değer levha yüksekliği ile değişim göstermemiştir. $x=80$ ve $x=162$ mm değerlerinde S_e değeri $x=0$ 'daki değerden fazla farklı değildir. Çentik civarına yaklaşıldığında



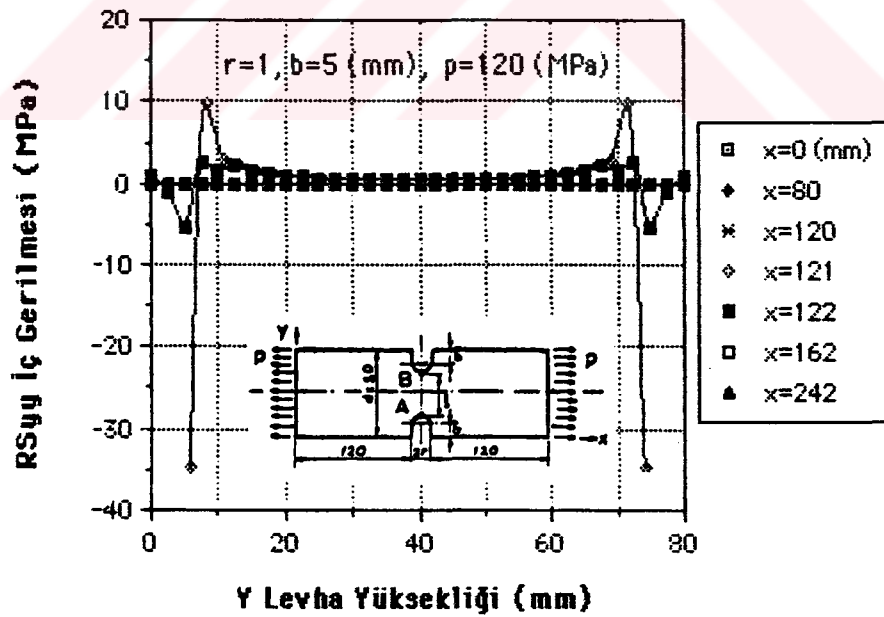
Şekil 7.30. Se (σ_e) eşlenik gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=1, b=5$).

($x=120, x=122$ mm) eşlenik gerilmelerde bir sıçrama gözlenmiştir. Çentğin dip kısımlarında ise ($x=121, y=6$ ve $y=74$ mm) en büyük eşlenik gerilmeler (460 MPa) elde edilmiştir. Dikkat edilecek olursa, $y=40$ mm doğrusuna göre Se değerlerinde simetriklik görülebilir.

Şekil 7.31'de RSxx iç gerilme bileşeninin y levha yüksekliği ve x levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi incelenmiştir. Burada çentik yarıçapı $r=1$ mm ve çentik derinliği $b=5$ mm alınmış olup, yükleme $p=120$ MPa'da sabit tutulmuştur. $x=0, 80, 162$ ve 242 mm değerleri için RSxx değerleri bütün y değerlerinde sabittir ve yaklaşık sıfır değerine sahiptir. Yani levhanın uç kısımlarında hemen hemen $y=x$ değerine ulaşıncaya kadar RSxx iç gerilmesi görülmemiştir. Çentik civarına yaklaşıldığında ($x=120, 122$ mm ; $y=6, 74$ mm) RSxx değerlerinde bir miktar sıçramalar görülmüştür. Çentik dibine gelindiğinde ise ($x=121$ mm ; $y=6, 74$ mm) en büyük RSxx iç gerilmesi elde edilmiştir. $x=121$ mm değerine karşı gelen diğer y değerlerinde ise sözü edilen iç gerilme bileşeni sabit ve sıfıra doğru gitmiştir. Yine diğer gerilmelerde olduğu gibi RSxx iç gerilmesi de $y=40$ doğrusuna göre simetriktir.

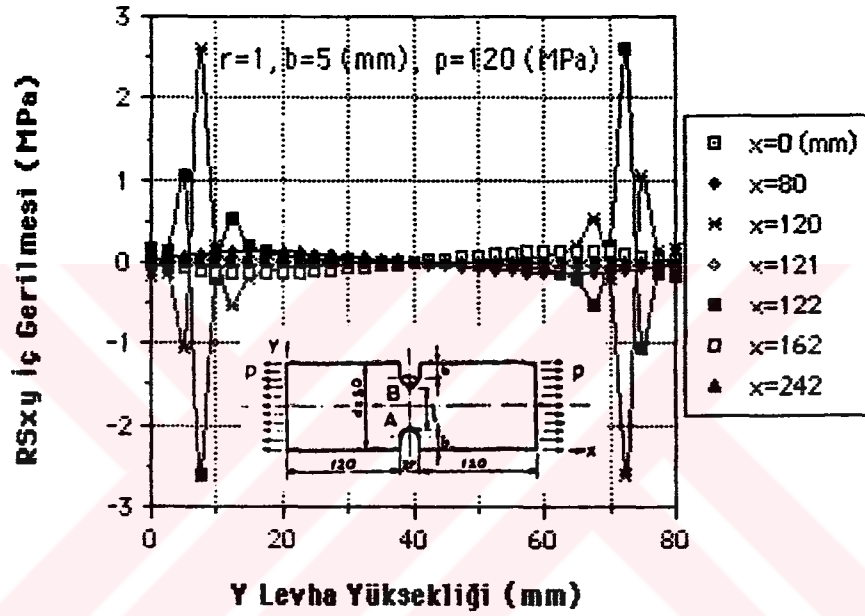


Şekil 7.31. RSxx iç gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=1, b=5$).



Şekil 7.32. RSyy iç gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=1, b=5$).

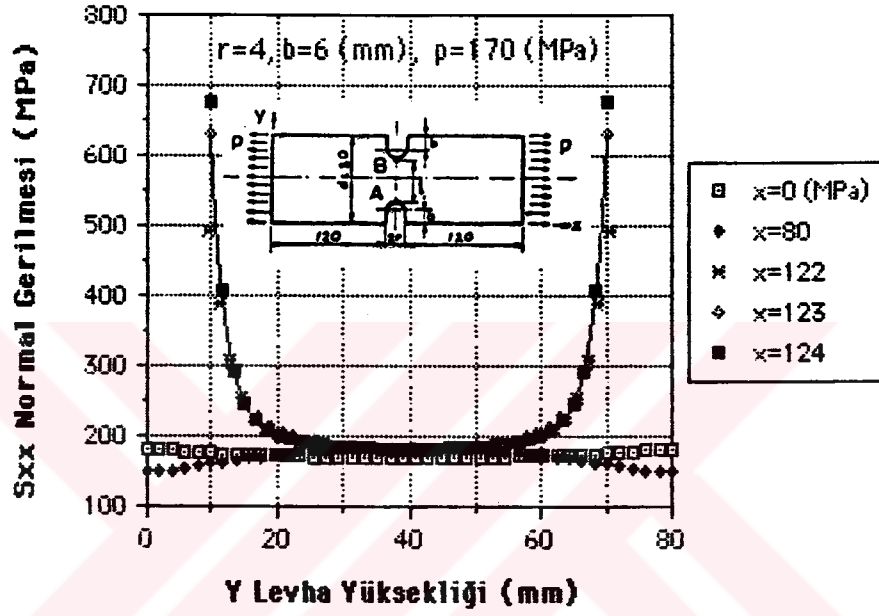
Şekil 7.32'de RS_{yy} iç gerilmesinin y levha yüksekliği ve x levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi; $r=1$, $b=5$ mm, $p=120$ MPa sabit değerleri için incelenmiştir. Burada da RS_{xx} iç gerilme bileşenine benzer bir durum söz konusudur. Ancak ortaya çıkan en büyük RS_{yy} değer yaklaşık -35 MPa olmuştur. Yine bu değer de çentik dibinde elde edilmiştir ve burada da $y=40$ doğrısına göre simetriklik söz konusu olmuştur.



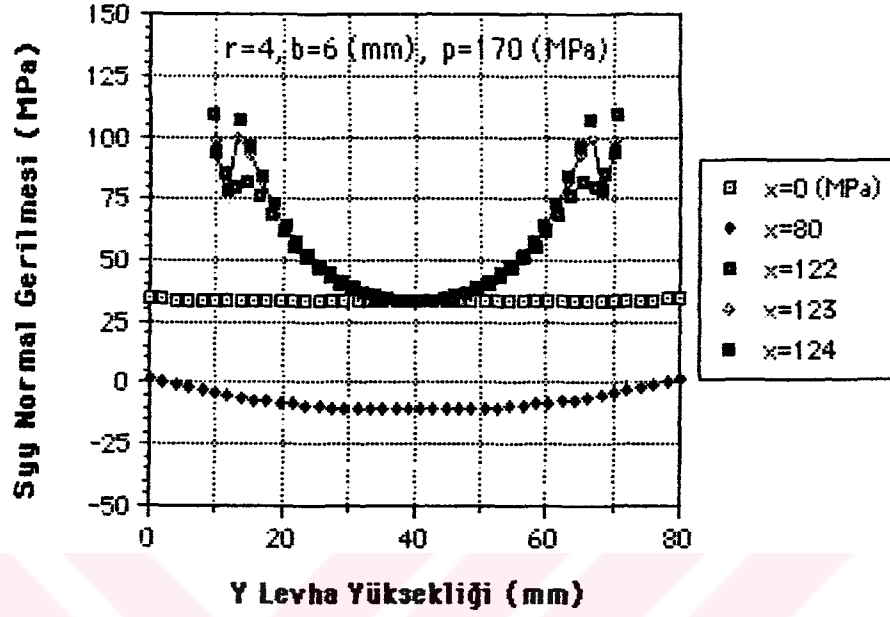
Şekil 7.33. RS_{xy} iç gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=1$, $b=5$).

Şekil 7.33'de ise RS_{xy} iç gerilmesi, yine aynı çentik durumu için ($r=1$, $b=5$ mm, $p=120$ MPa) y levha yüksekliği ve x levha uzunluğuna bağlı olarak incelenmiştir. RS_{xy} iç gerilmesi diğer iç gerilme bileşenleri yanında oldukça küçük çıkmıştır. Buna karşın x ve y değerlerine göre bir irdeleme yapılabilir. Levhanın $x=0$ ve 242 mm uç kısımlarında ve $x=80$ ve 162 mm uzunluklarındaki bütün y değerlerinde RS_{xy} iç gerilmesi sifıra yakın çıkmıştır. Çentik civarında ($x=120$, 122 mm) y 'nin 0 ile 18 mm ve 80 ile 62 mm değerleri arasında sıçramalar gözlenmiştir. En büyük RS_{xy} iç gerilmesi (3 , -3 MPa) x ve y 'nin bu değerlerinde elde edilmiştir. Çentik dibinde ise, en küçük kayma iç gerilmesi ortaya çıkmıştır. Yine burada da RS_{xy} iç gerilmesinde, levhanın simetri eksenlerine göre ($x=121$, $y=40$ mm) tam bir simetriklik görülmüştür.

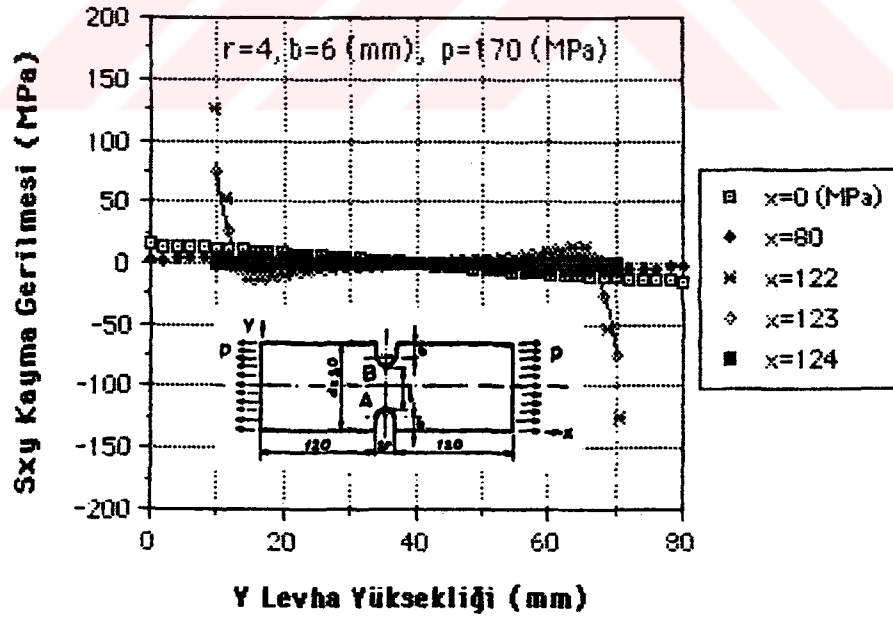
Diğer grafiklerden de görüleceği gibi (şekil 7.34-7.54) incelenen çentikli levhalardan bazılarına ($r=4, b=6$; $r=6, b=9$; $r=10, b=15$ mm) ait gerilme ve iç gerilme bileşenlerinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimleri verilmiştir. Elde edilen değerlerin $r=1, b=5$ mm modeline benzer davranış gösterdikleri incelenebilir.



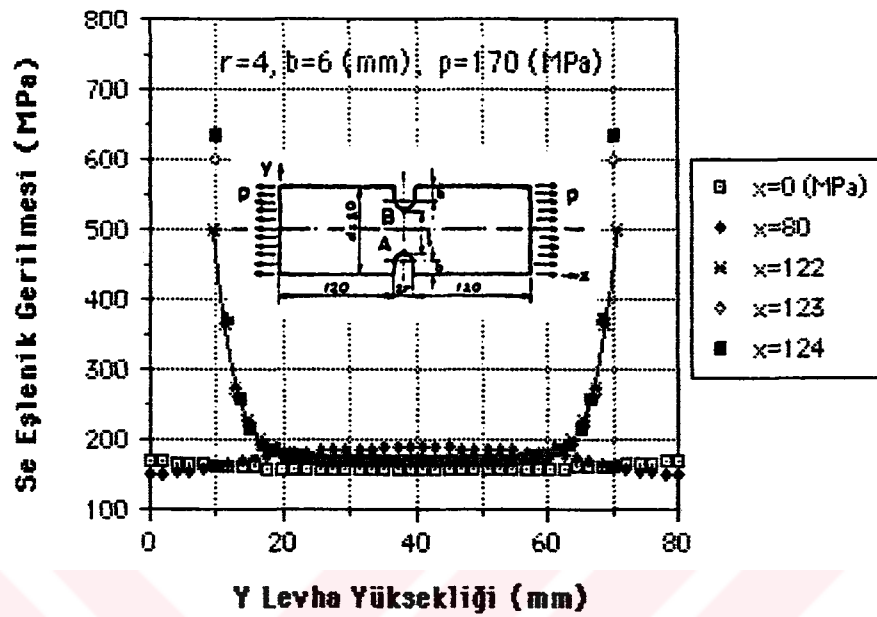
Şekil 7.34. S_{xx} (σ_{xx}) normal gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=4, b=6$).



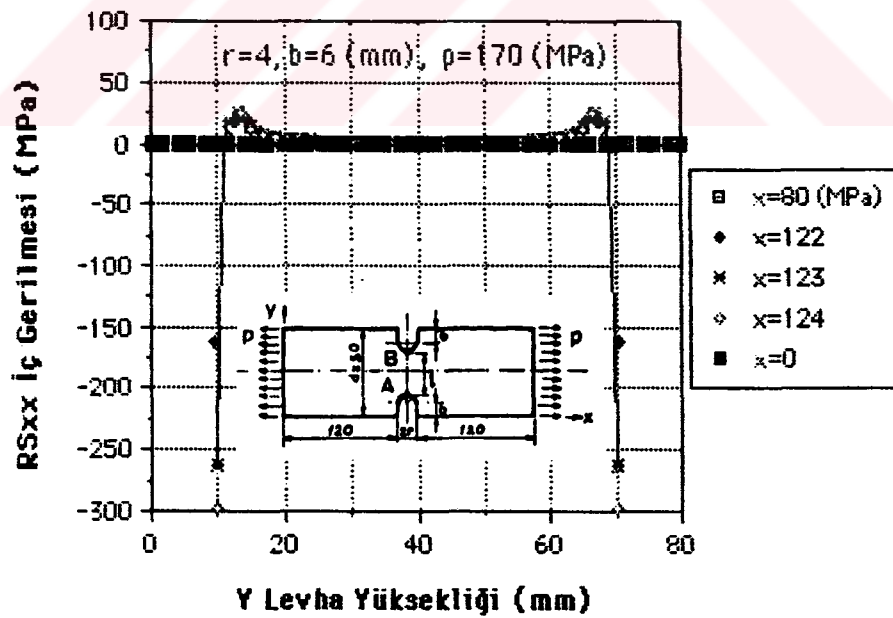
Şekil 7.35. S_{yy} (σ_{yy}) normal gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=4$, $b=6$).



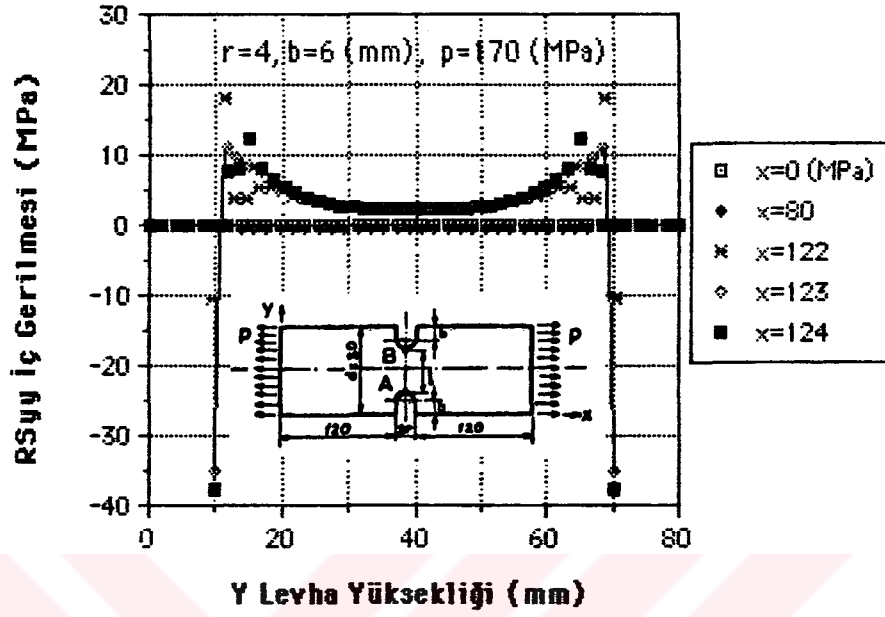
Şekil 7.36. S_{xy} (σ_{xy}) kayma gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=4$, $b=6$).



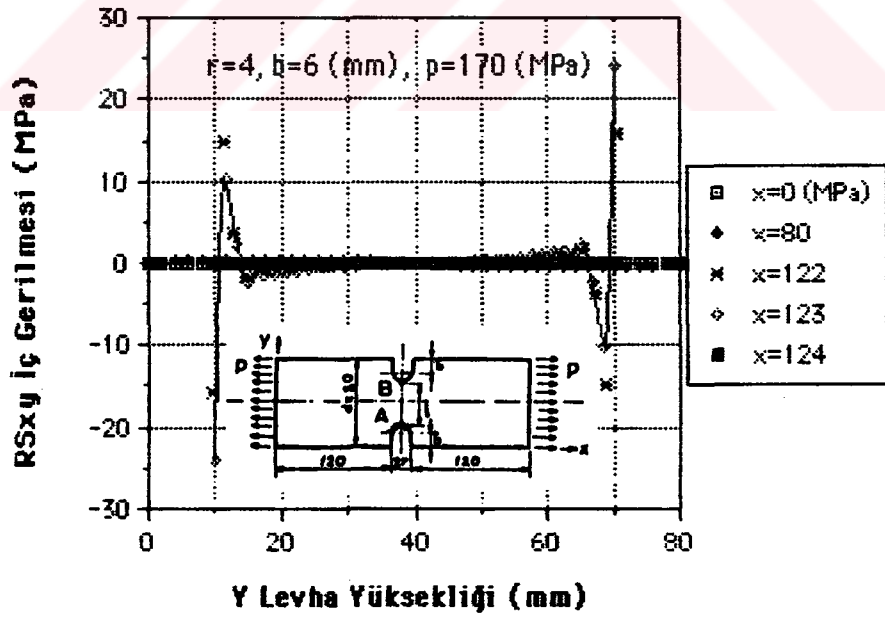
Şekil 7.37. Se (σ_e) eşlenik gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=4$, $b=6$).



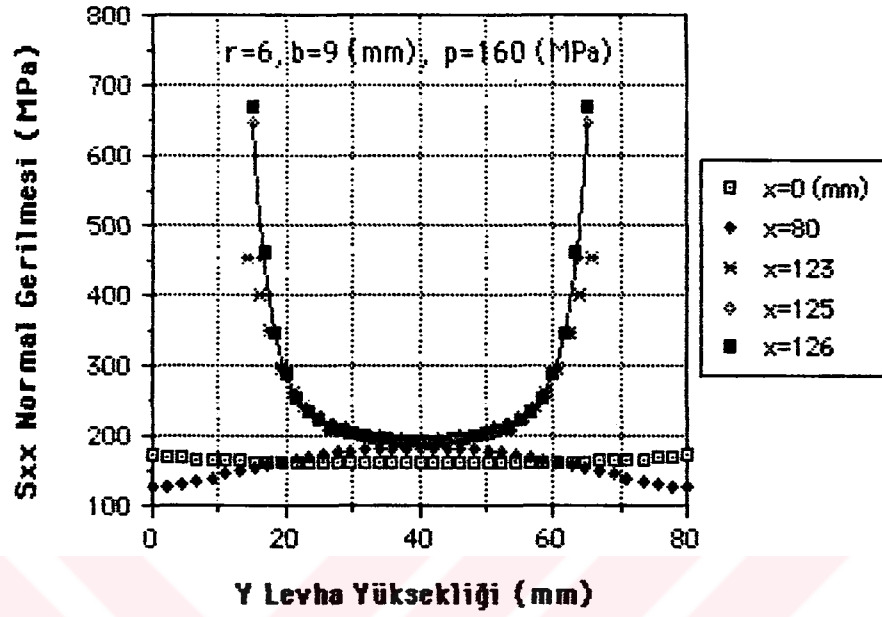
Şekil 7.38. RSxx iç gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=4$, $b=6$).



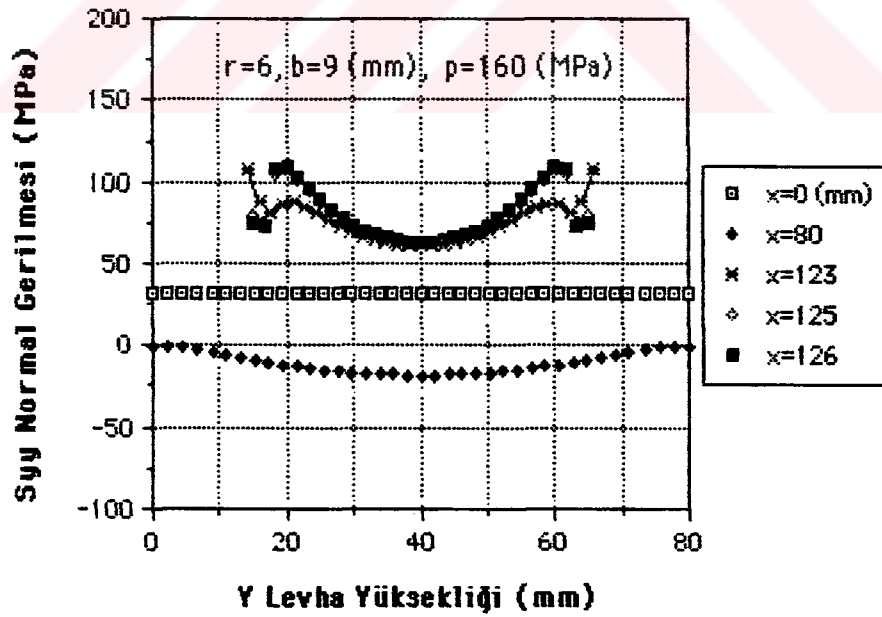
Şekil 7.39. RS_{yy} iç gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=4$, $b=6$).



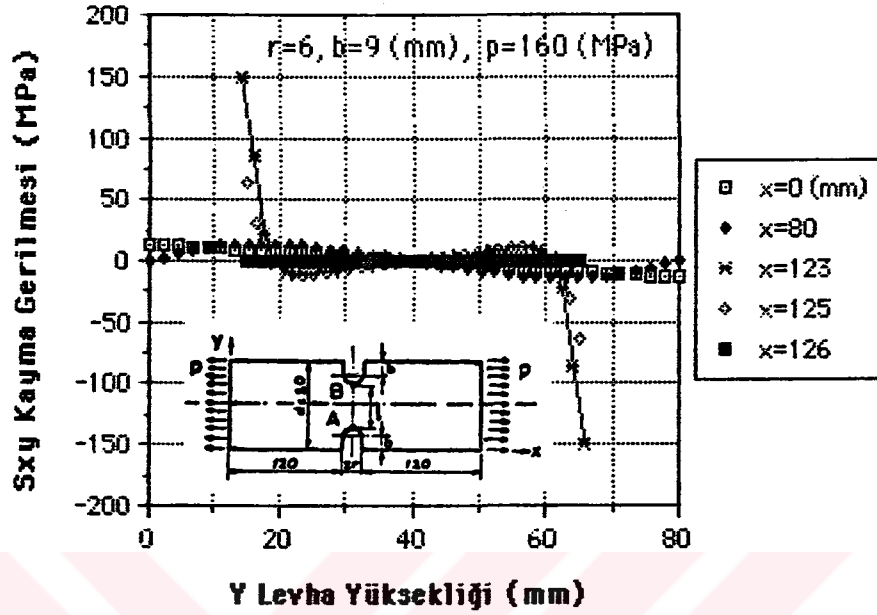
Şekil 7.40. RS_{xy} iç gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=4$, $b=6$).



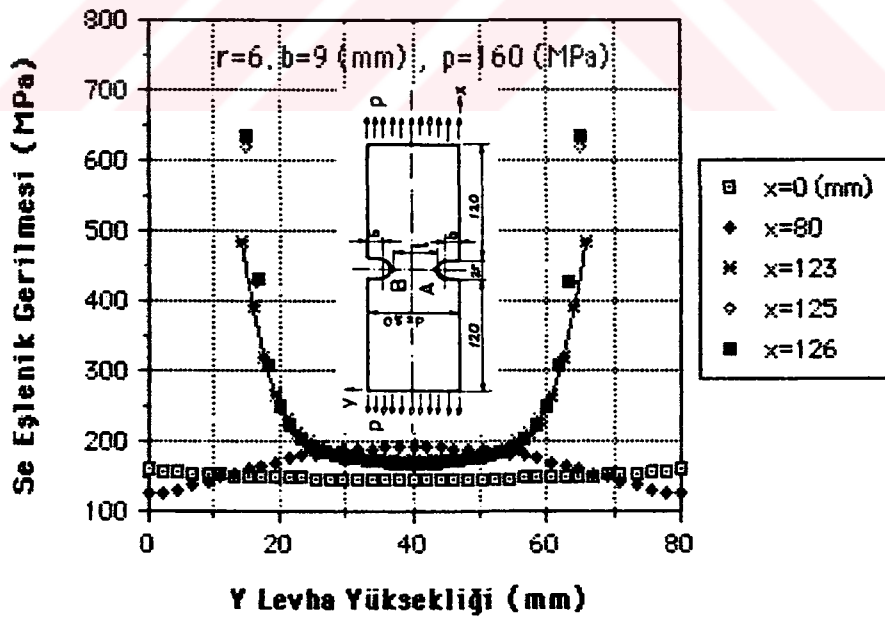
Şekil 7.41. S_{xx} (σ_{xx}) normal gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=6, b=9$).



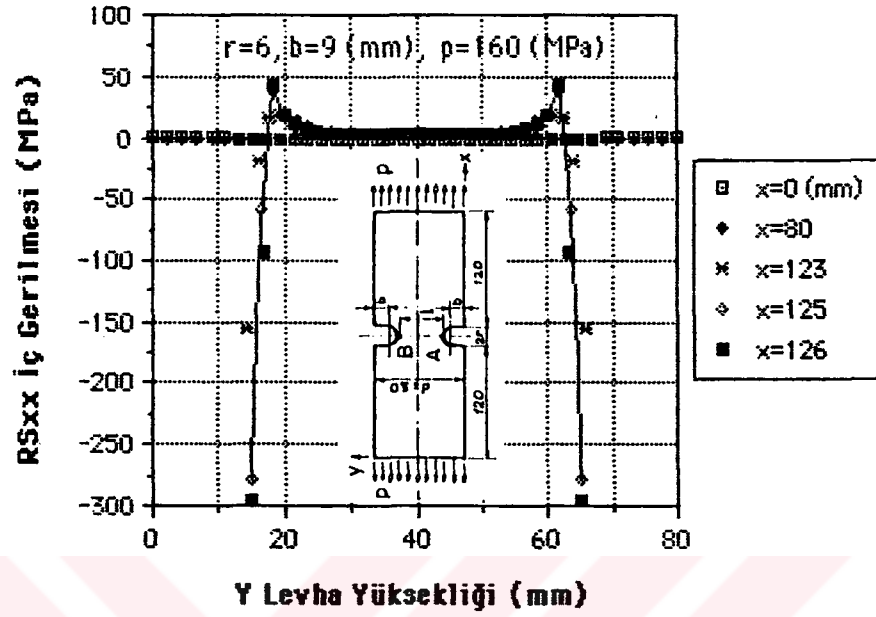
Şekil 7.42. S_{yy} (σ_{yy}) normal gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=6, b=9$).



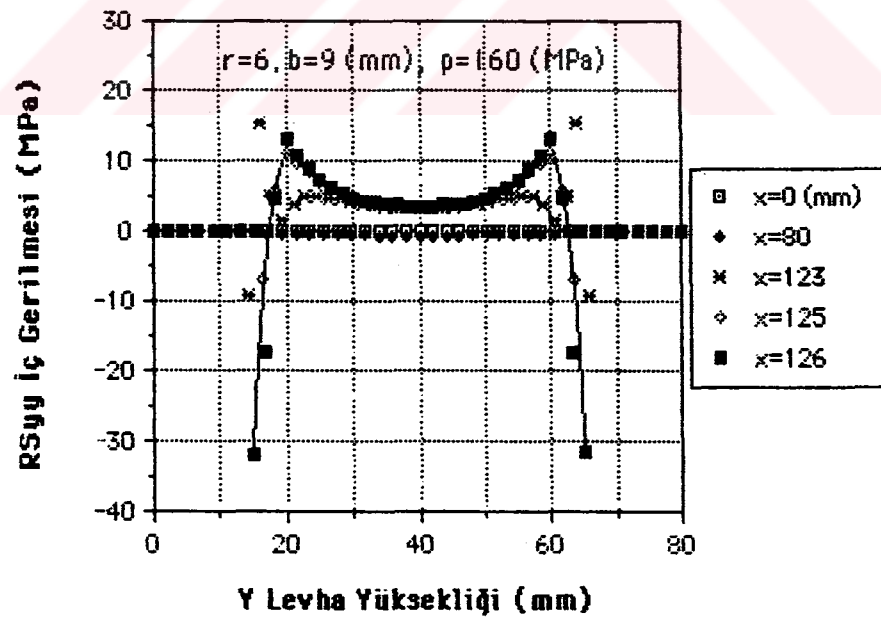
Şekil 7.43. S_{xy} (σ_{xy}) kayma gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=6$, $b=9$).



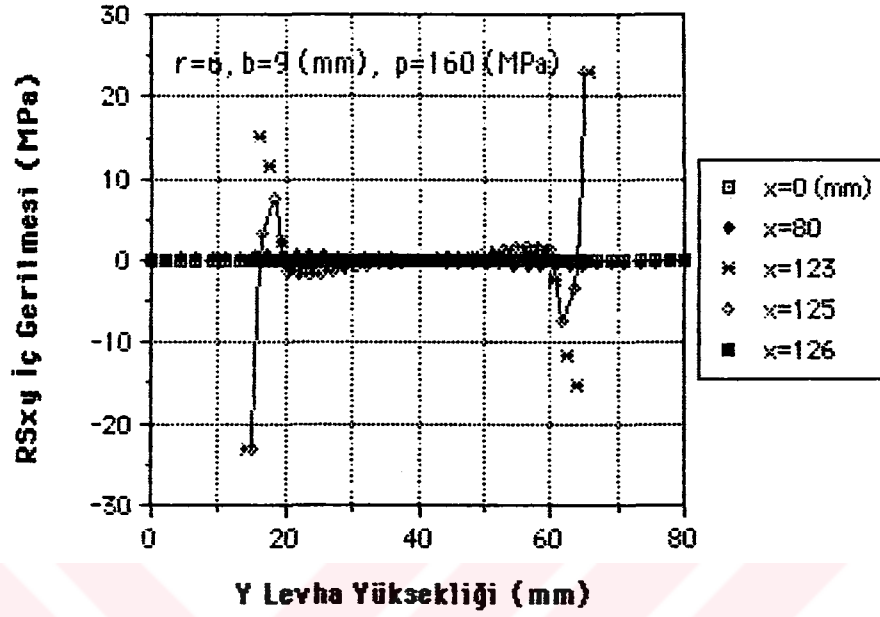
Şekil 7.44. S_e (σ_e) eşlenik gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=6$, $b=9$).



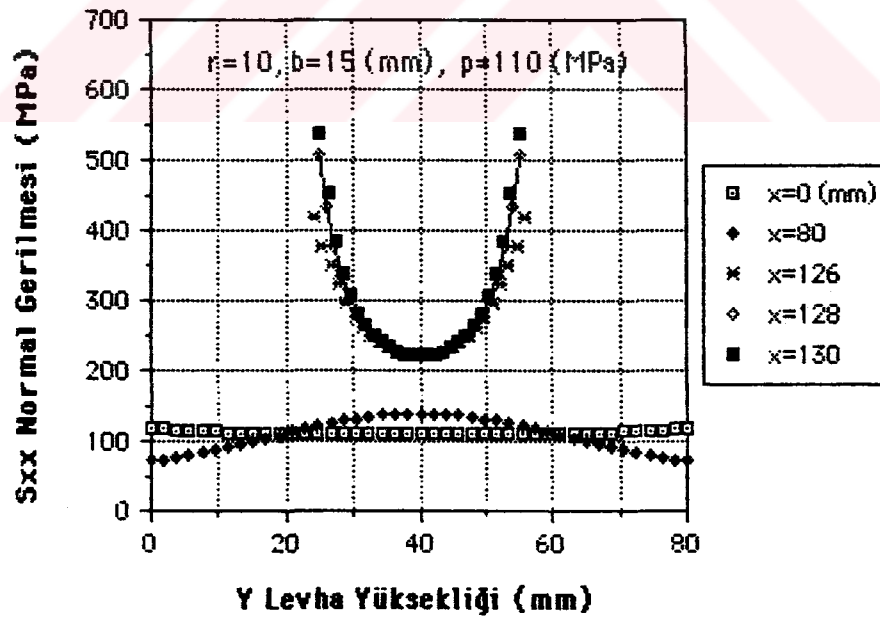
Şekil 7.45. RS_{xx} iç gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=6$, $b=9$).



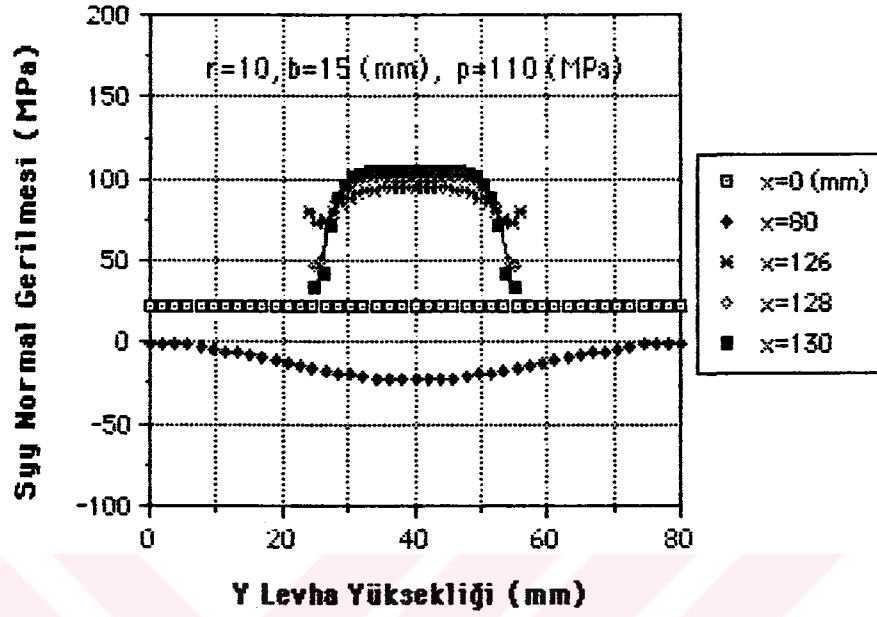
Şekil 7.46. RS_{yy} iç gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=6$, $b=9$).



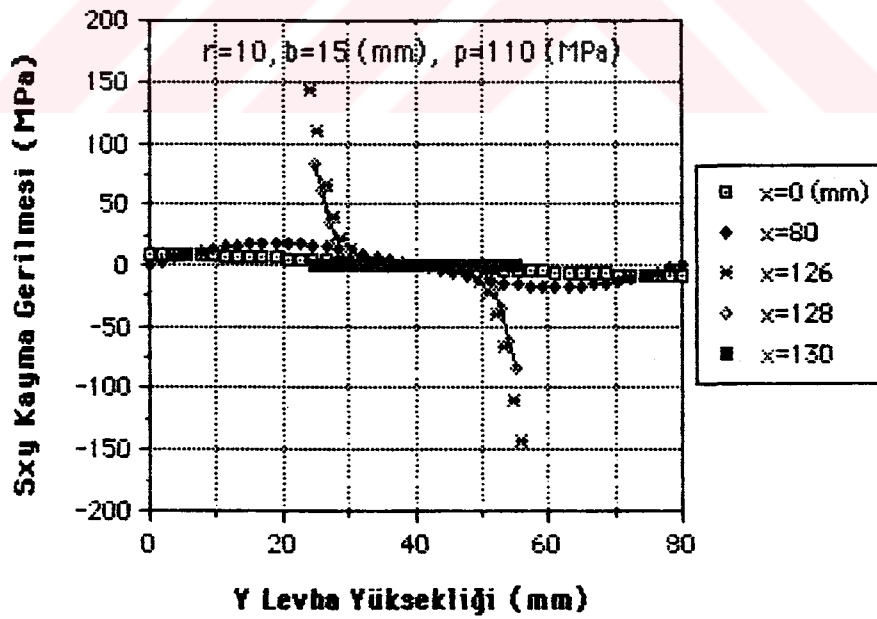
Şekil 7.47. RS_{xy} iç gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=6$, $b=9$).



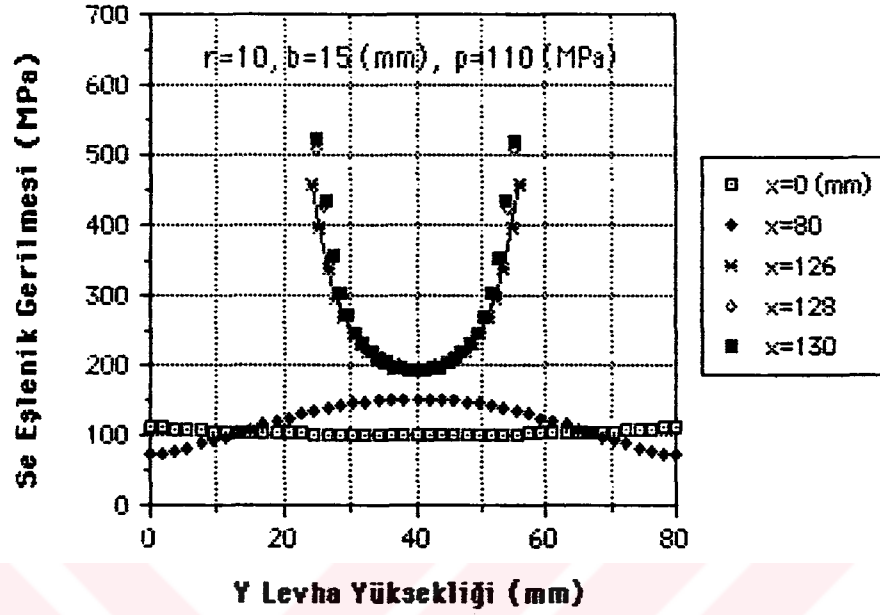
Şekil 7.48. S_{xx} (σ_{xx}) normal gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=10$, $b=15$).



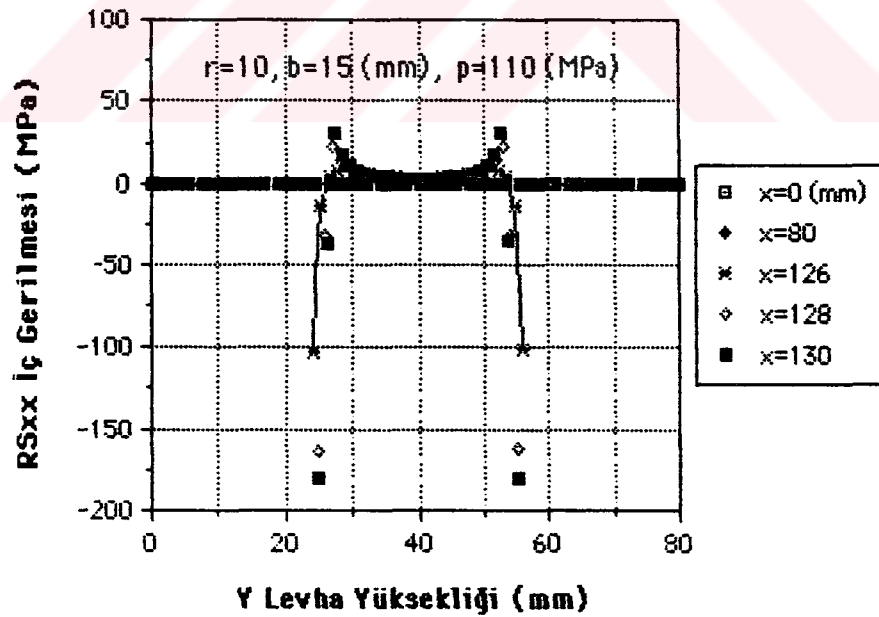
Şekil 7.49. S_{yy} (σ_{yy}) normal gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=10, b=15$).



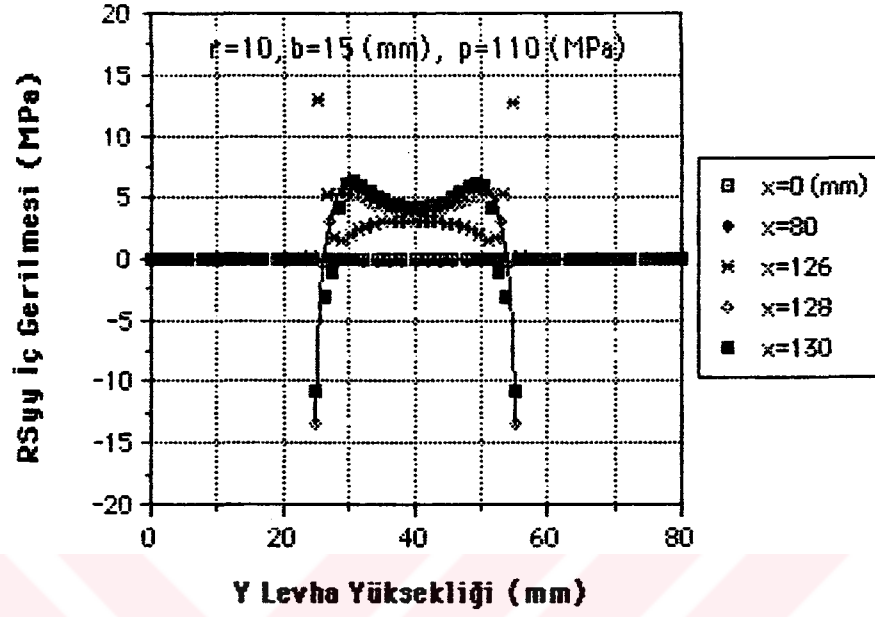
Şekil 7.50. S_{xy} (σ_{xy}) normal gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=10, b=15$).



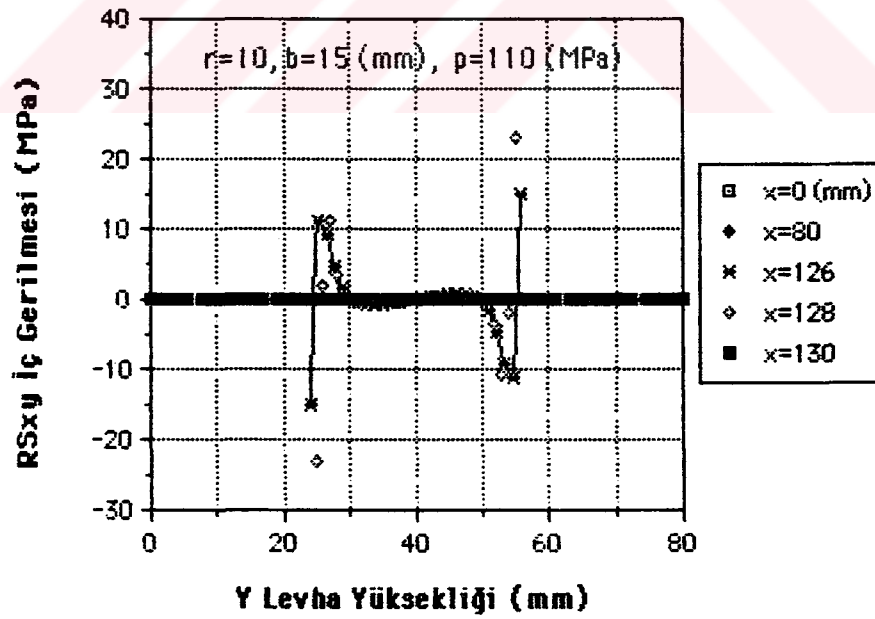
Şekil 7.51. Se (σ_e) eşlenik gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=10$, $b=15$).



Şekil 7.52. RSxx iç gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=10$, $b=15$).



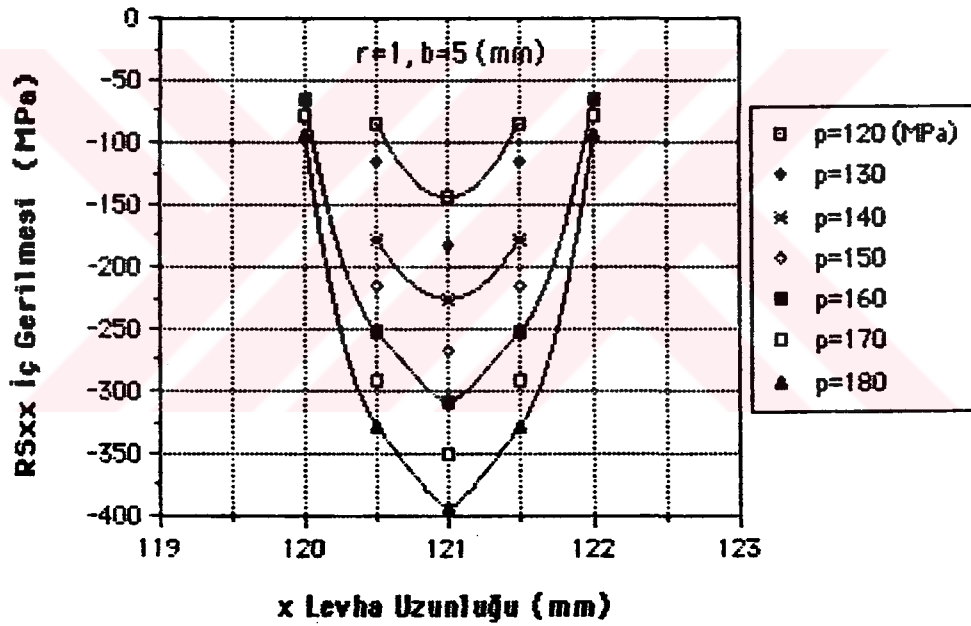
Şekil 7.53. RS_{yy} iç gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=10$, $b=15$).



Şekil 7.54. RS_{xy} iç gerilmesinin levha yüksekliği ve levha uzunluğuna bağlı olarak değişimi ($r=10$, $b=15$).

7.3. "U" Çentikli Levhalarda Meydana Gelen İç Gerilmelerin Levha Uzunluğu ve Uygulanan Yüke Bağlı Olarak Sadece Akan Noktalar İçin İncelenmesi

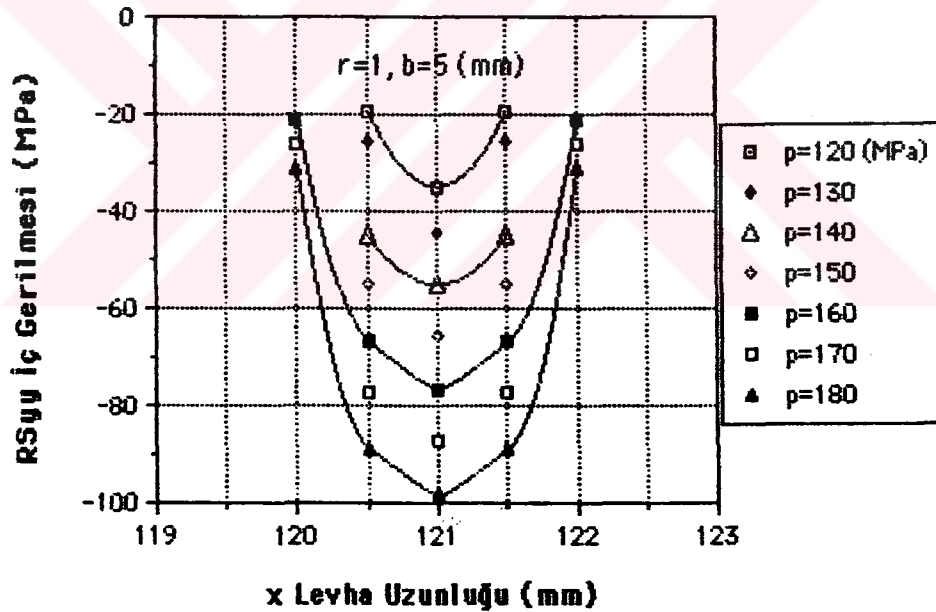
Akan noktalar dikkate alınarak elde edilen iç gerilmelerin levha uzunluğu (x) ve uygulanan yükle (p) değişimi ele alınmıştır. Uygulanan çekme yükleri levhada ilk akmayı başlatan değerden başlayarak, kademeli olarak artırılmıştır. Örnek olarak; bu değerler $r=1$, $b=5$ mm çentik boyutları için $p=120$, 130 , 140 , 150 , 160 ve 180 MPa'dır. İç gerilmeler bileşenlerine ayrılarak ayrı ayrı ele alınmıştır.



Şekil 7.55. Levha uzunluğu ve uygulanan yüke bağlı olarak RS_{xx} iç gerilmesinin sadece akan noktalar için incelenmesi ($r=1$, $b=5$).

Şekil 7.55'de $r=1$, $b=5$ mm değerleri için x levha uzunluğu ve p uygulanan yüke bağlı olarak RS_{xx} iç gerilmesinin değerleri hesaplanmıştır. Her bir yükleme basamağında ve $x=120+r=121$ mm değerinde yani çentiğin dibine karşı gelen x mesafesinde en büyük RS_{xx} iç gerilmesi meydana gelmiştir. $p=120$ MPa'lık yüklemede "U" çentiğinin etrafında sadece 3 tane düğüm akmıştır. Bu düğümler $x=120.5$, 121 ve 121.5 mm'lik levha

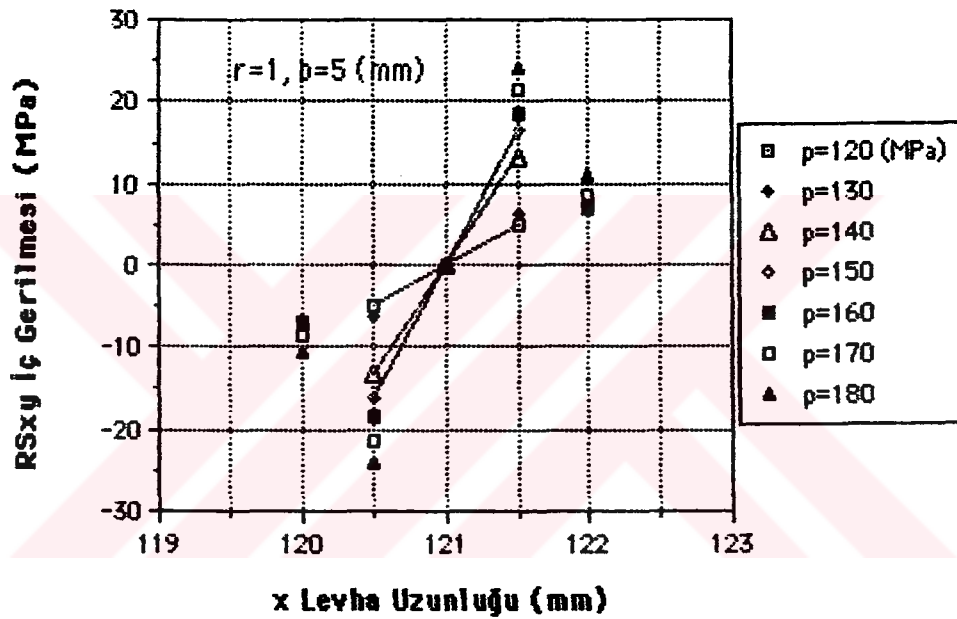
uzunluğuna isabet etmiştir. Buralardaki iç gerilmeler sırası ile -85, -148, -85 MPa'dır. Bir sonraki yükleme kademesinde ($p=130$ MPa) yine aynı uzunluk değerlerinde sırası ile -115, -180, -115 MPa'lık iç gerilmeler elde edilmiştir. $p=140$ ve 150 MPa kademelerinde de aynı uzunlukta fakat daha büyük iç gerilmeler elde edilmiştir. Yükleme $p=160$ MPa'a çıkarıldığında akan düğüm sayısı 5'e çıkmıştır. Yani başta akma gösteren ilk 3 düğüme 2 düğüm daha katılmıştır. Bu gerilmeler $x=120, 120.5, 121, 121.5, 122$ mm uzunluklarına karşı gelen sırası ile -65, -250, -310, -250 ve -65 MPa değerleridir. $p=170$ ve 180 MPa'lık yüklemelemlerde ise benzer değerler elde edilmiştir. En büyük iç gerilme değeri (-400 MPa), $p=180$ MPa'lık yüklemede ve çentik dibine karşı gelen $x=121$ mm değerinde elde edilmiştir. Her bir yükleme kademesindeki RS_{xx} iç gerilmelerinin $x=121$ doğrusuna göre simetrik olduğu görülmüştür.



Şekil 7.56. Levha uzunluğu ve uygulanan yüke bağlı olarak RS_{yy} iç gerilmesinin sadece akan noktalar için incelenmesi ($r=1, b=5$).

Şekil 7.56'da RS_{yy} iç gerilmelerinin levha uzunluğu (x) ve uygulanan yükle (p) değişimi akan noktalar için ele alınmıştır. Çentik boyutları $r=1, b=5$ mm alınmıştır. Yükleme basamakları Şekil 7.55'de verildiği gibidir. $p=120$ MPa değerinde en küçük RS_{yy} iç gerilmesi elde edilmiştir. Bu değerler, $x=120.5$ 'da -20 MPa, $x=121$ 'de -37 MPa ve $x=121.5$ 'da yine -20

MPa olarak bulunmuştur. Aynı yükleme değerlerinde RSyy değerleri giderek artış göstermiştir. $p=180$ MPa değerinde ise en büyük değerlerine ulaşmıştır. $x=120, 120.5, 121, 121.5$ ve 122 mm uzunluklarına karşı gelen RSyy değerleri sırası ile, $-35, -90, -100, -90$ ve -35 MPa'dır. Her bir yükleme basamağında ve $x=120+r = 121$ mm değerinde yani çentik dibine karşı gelen x değerinde en büyük RSyy iç gerilmeleri elde edilmiştir. Yine RSxx iç gerilmesine benzer olarak, RSyy gerilmeleri de $x=121$ doğrusuna göre tamamen simetriktir.

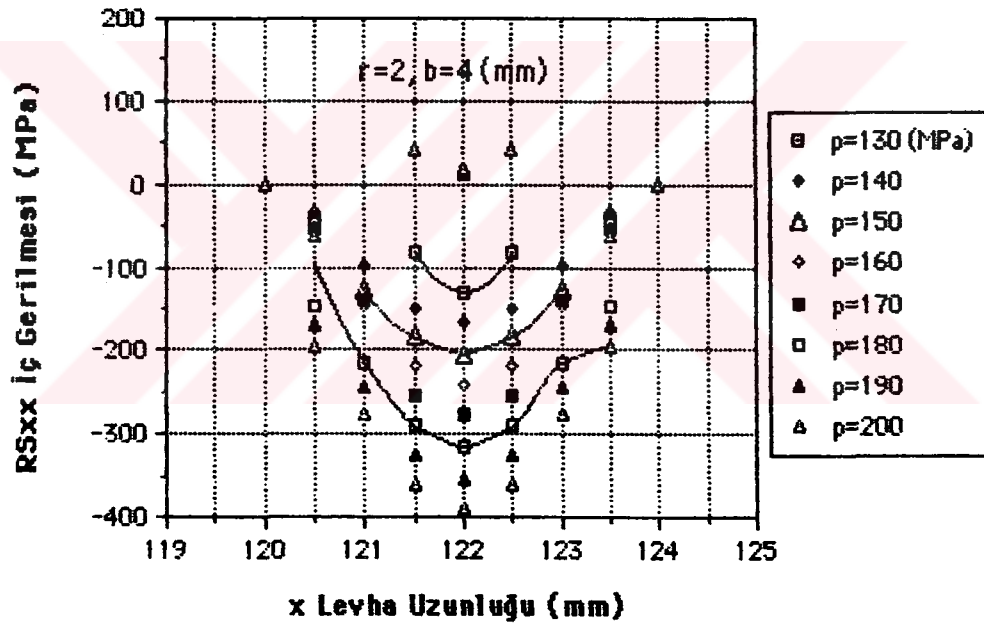


Şekil 7.57. Levha uzunluğu ve uygulanan yüke bağlı olarak RSxy iç gerilmesinin sadece akan noktalar için incelenmesi ($r=1, b=5$).

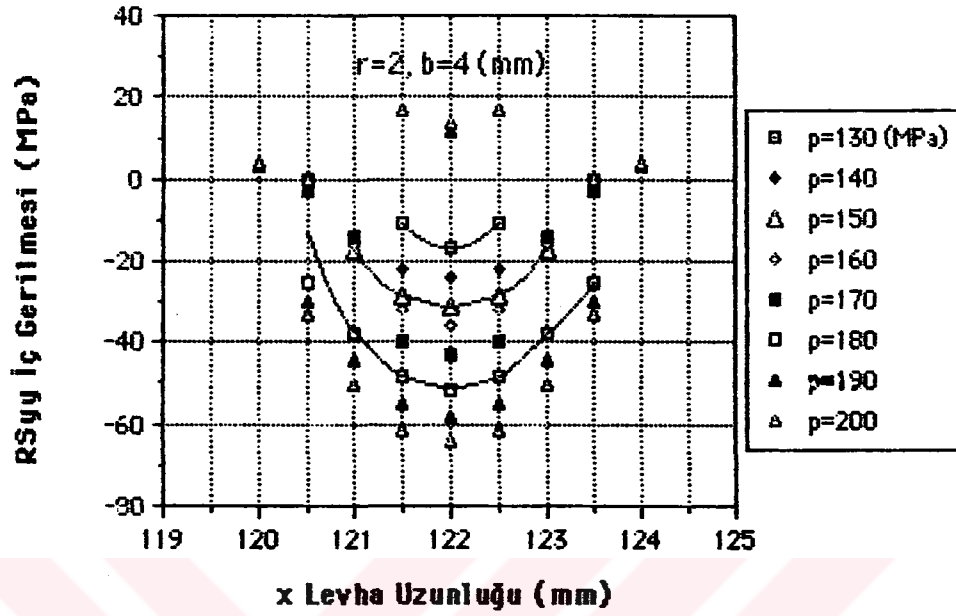
Şekil 7.57'de $r=1, b=5$ mm çentik boyutlarına sahip "U" çentikli levha için levha uzunluğu (x) ve uygulanan yüke (p) bağlı olarak, RSxy iç gerilmelerinin değişimi incelenmiştir. Yükleme basamakları Şekil 7.55'deki gibidir. Yani, $p=120$ MPa'dan $p=180$ MPa'a kadar değişen yüklemeler kullanılmıştır. Her bir durumda bulunan RSxy iç gerilmeleri diğer iç gerilme bileşenleri yanında oldukça küçüktür. $p=120$ MPa değerinde $x=120.5, 121$ ve 121.5 mm değerlerinde sırası ile $-6, 0, 6$ MPa'lık kayma iç gerilmeleri elde edilmiştir. Bu değerler artan yükleme kademelerine bağlı olarak artış göstermişlerdir. $p=180$ MPa için en büyük gerilme değerlerine ulaşmıştır. Bunlar $x=120, 120.5, 121, 121.5, 122$ mm değerlerinde sırası

ile -12, -24, 0, 24, 12 MPa olarak bulunmuştur. RS_{xy} iç gerilmeleri için de diğer iç gerilme bileşenlerindeki gibi $x=121$ mm doğrusuna göre simetriklik gözlenmiştir. Ancak buradaki simetriklik mutlak değercidir. Diğer iç gerilme bileşenlerinin çentik dibinde en büyük değerleri almasına karşılık, RS_{xy} iç gerilme bileşeni söz edilen yerde en küçük değerini almıştır. Bu durum tamamen levhanın yüklenme durumu ile ilgilidir.

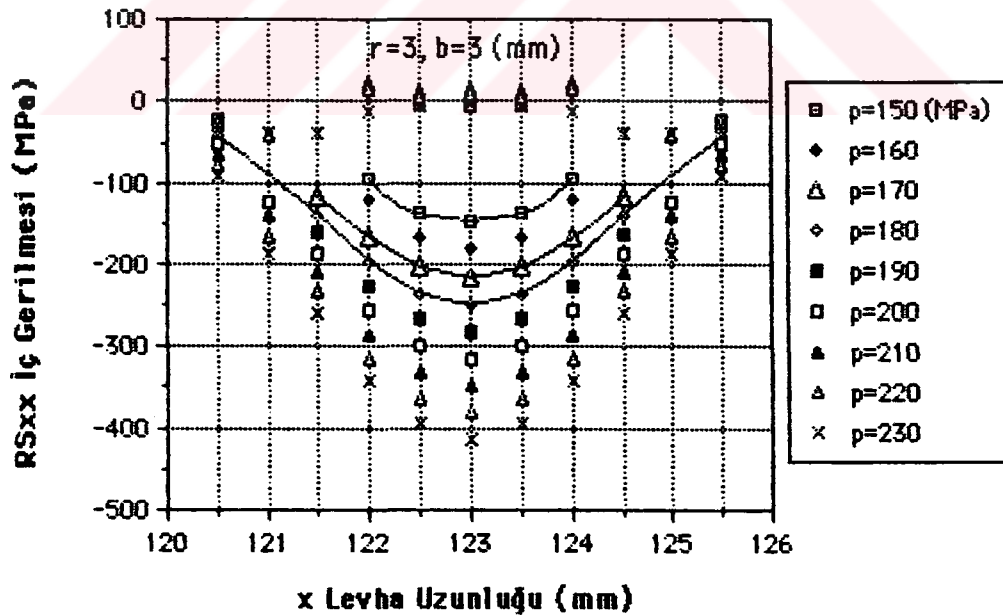
Diğer şekillerde (şekil 7.58-7.59), analizi yapılmış "U" çentikli levhalardan bazılarına ($r=3, b=3$; $r=4, b=2$; $r=5, b=1$) ait iç gerilmelerin, levha uzunluğu (x) ve uygulanan yüke (p) bağlı olarak akan noktalar için değerler verilmiştir. Şekil 7.55, 7.56 ve 7.57'e benzer biçimde, gerekli değerler bu grafikler yardımı ile elde edilebilir.



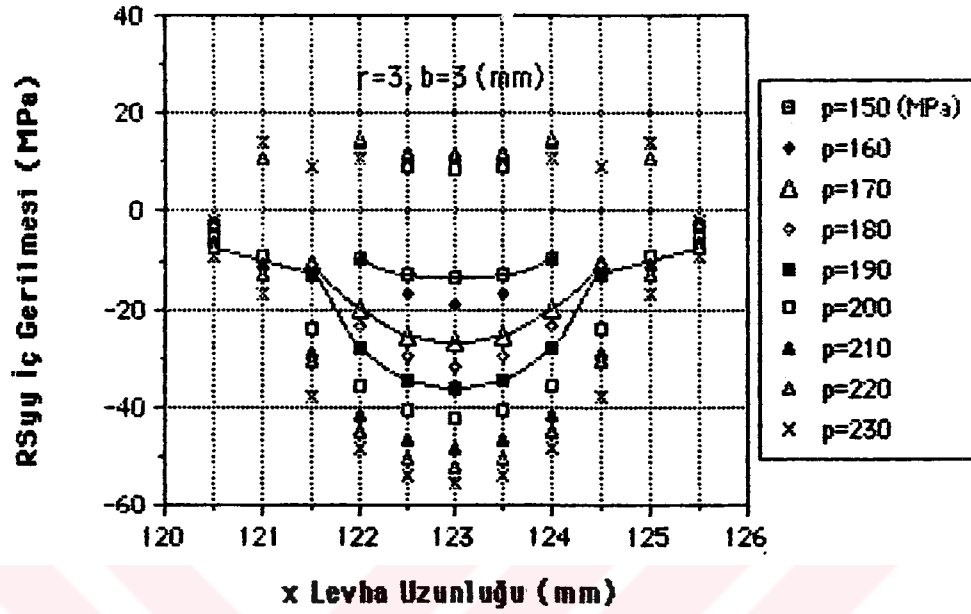
Şekil 7.58. Levha uzunluğu ve uygulanan yüke bağlı olarak RS_{xx} iç gerilmesinin sadece akan noktalar için incelenmesi ($r=2, b=4$).



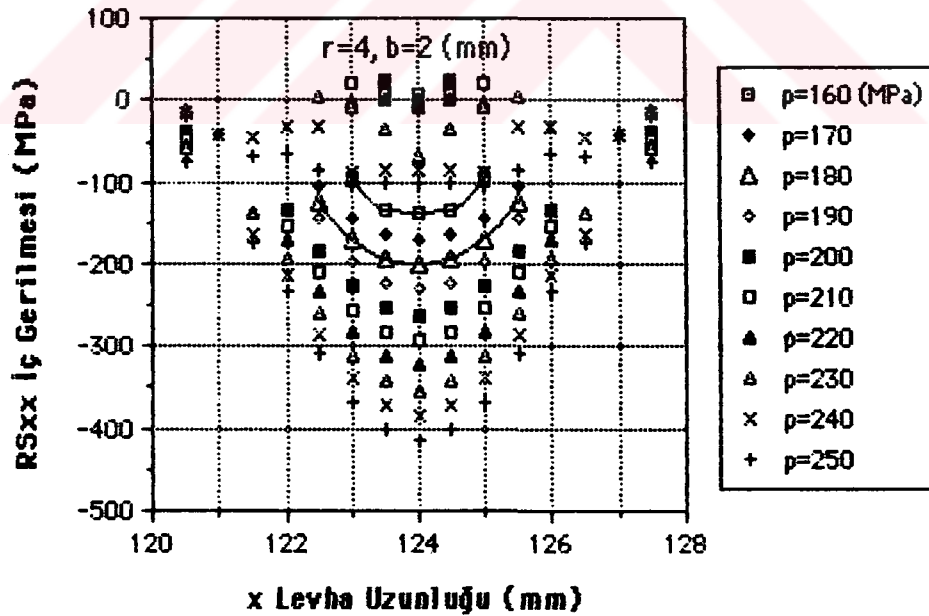
Şekil 7.59. Levha uzunluğu ve uygulanan yüke bağlı olarak RSyy iç gerilmesinin sadece akan noktalar için incelenmesi ($r=2, b=4$).



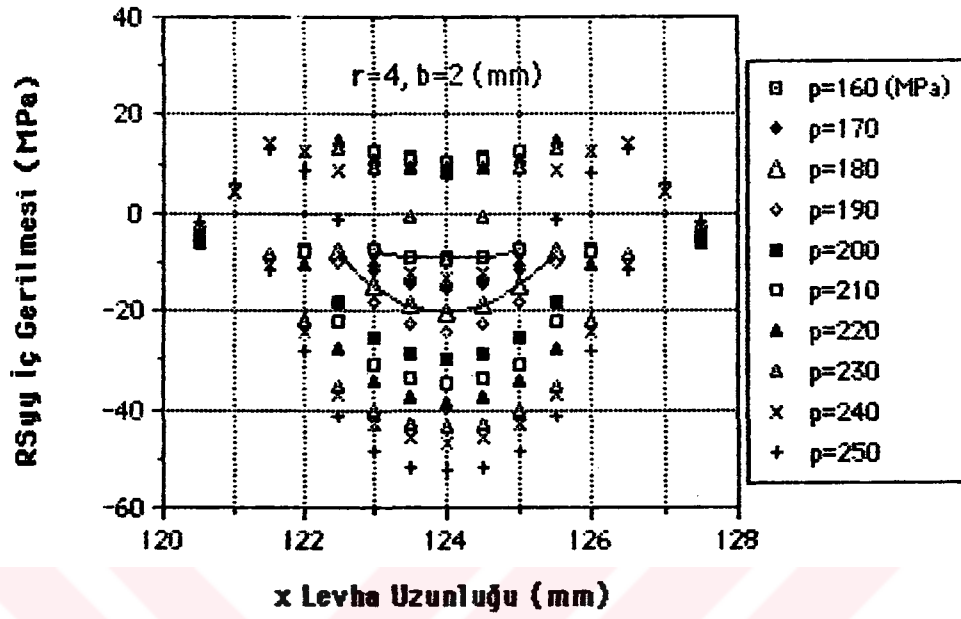
Şekil 7.60. Levha uzunluğu ve uygulanan yüke bağlı olarak RSxx iç gerilmesinin sadece akan noktalar için incelenmesi ($r=3, b=3$).



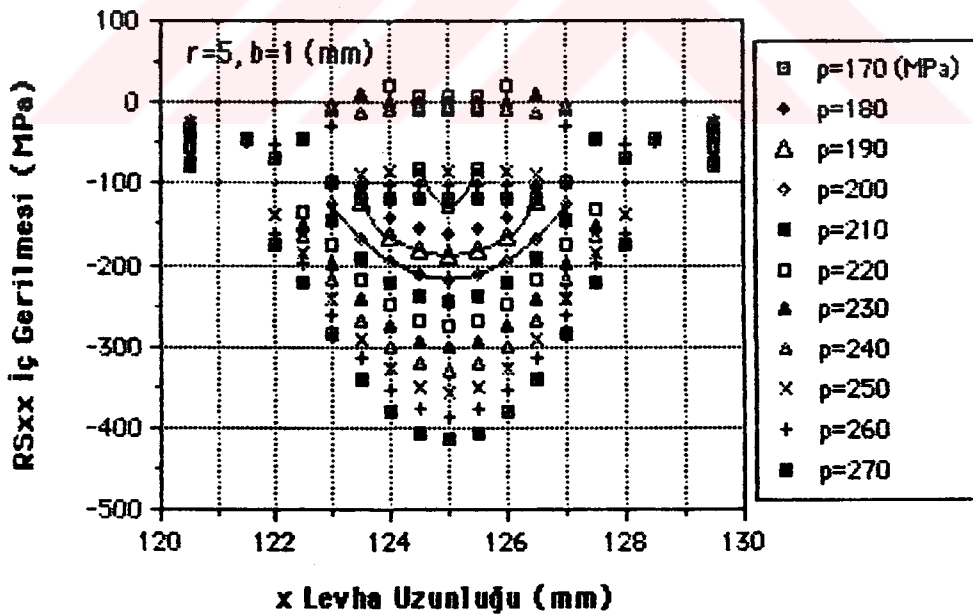
Şekil 7.61. Levha uzunluğu ve uygulanan yüke bağlı olarak RSyy iç gerilmesinin sadece akan noktalar için incelenmesi ($r=3, b=3$).



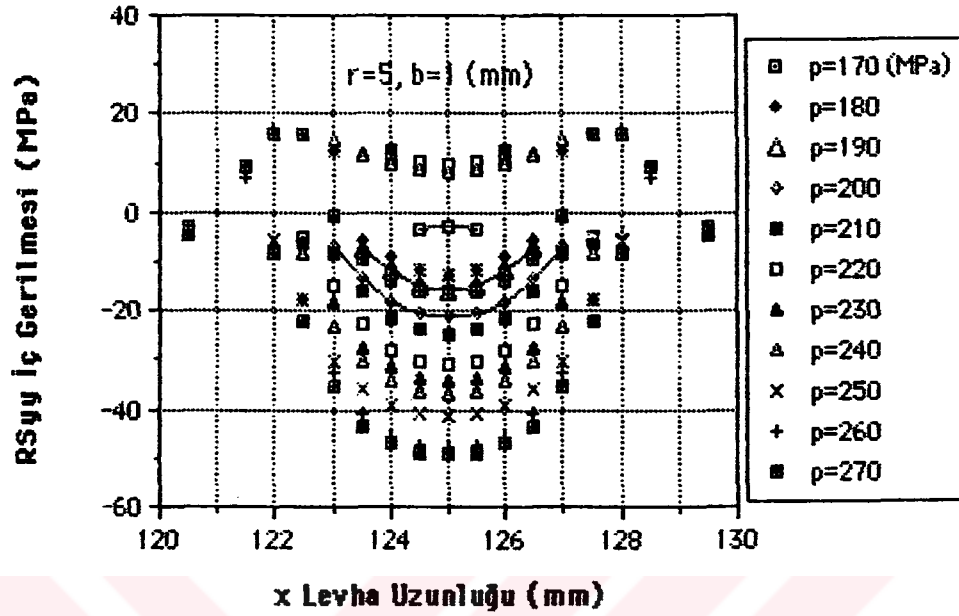
Şekil 7.62. Levha uzunluğu ve uygulanan yüke bağlı olarak RSxx iç gerilmesinin sadece akan noktalar için incelenmesi ($r=4, b=2$).



Şekil 7.63. Levha uzunluğu ve uygulanan yüke bağlı olarak RS_{yy} iç gerilmesinin sadece akan noktalar için incelenmesi ($r=4, b=2$).



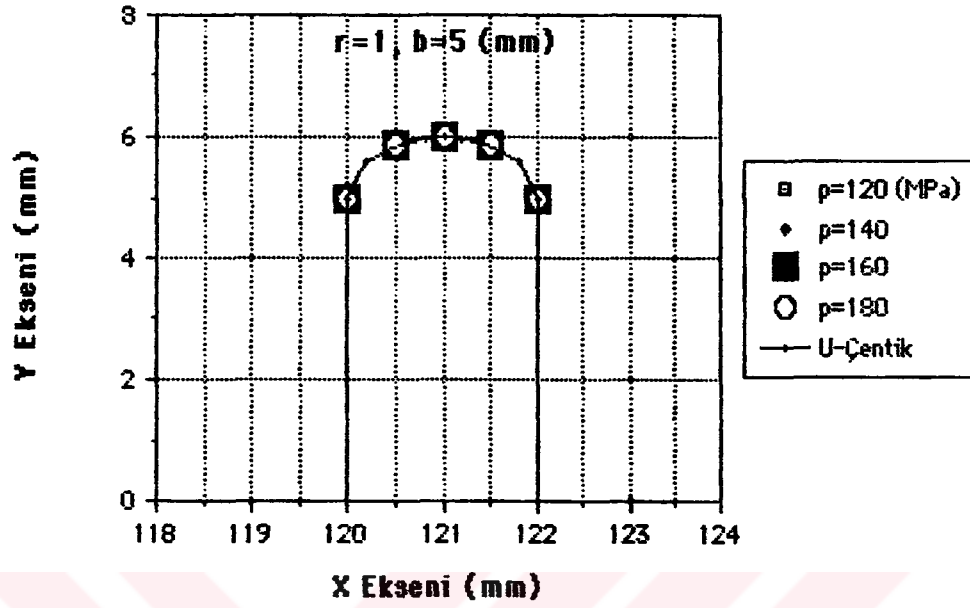
Şekil 7.64. Levha uzunluğu ve uygulanan yüke bağlı olarak RS_{xx} iç gerilmesinin sadece akan noktalar için incelenmesi ($r=5, b=1$).



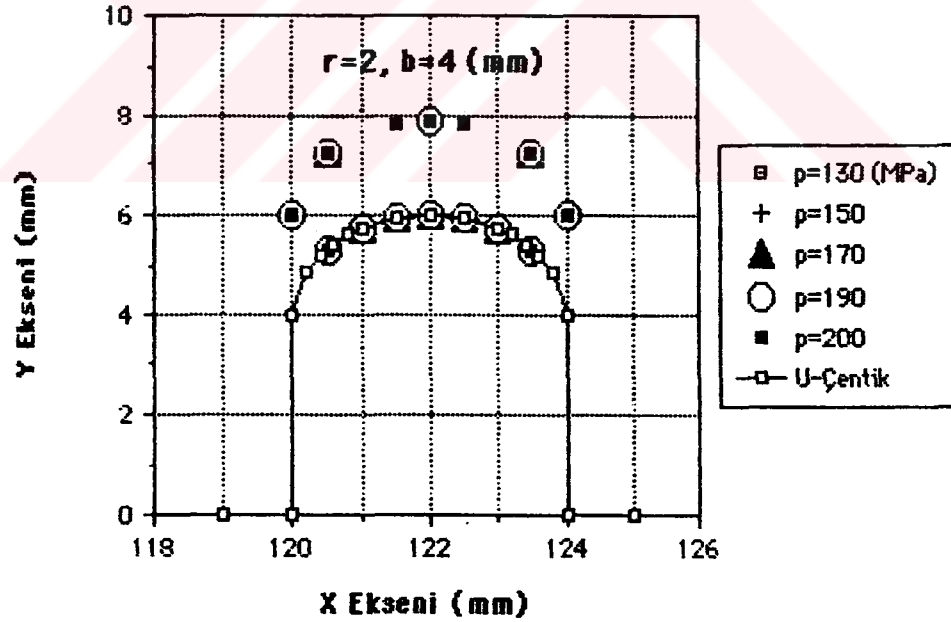
Şekil 7.65. Levha uzunluğu ve uygulanan yüke bağlı olarak RSyy iç gerilmesinin sadece akan noktalar için incelenmesi ($r=5, b=1$).

7.4. Farklı Yükleme Basamaklarında "U" Çentikli Levhalarda Oluşan Plastik Bölgelerin Yayılışı

"U" çentikli levhalarda yükleme miktarına bağlı olarak, plastik bölgelerin yayılışı incelenmiştir. Yükleme, ilk akma başlatan yük miktarından başlanarak kademeli olarak artırılmak suretiyle elde edilmiştir. Her bir yükleme basamağında akmaya katılan düğümler belirlenmiştir. Bu düğümler daha sonra birleştirilerek, her bir yükleme basamağına karşı gelen plastik bölgeler elde edilmiştir. Şekil 7.66'da $r=1, b=5$ mm çentik boyutlarına sahip "U" çentiğinde oluşan plastik bölgeler gösterilmiştir. Yükleme, $p=120, 140, 160$ ve 180 MPa olarak seçilmiştir. Geometrik olarak ölçekli biçimde çizilmiş "U" çentiği etrafında üst üste çakışan noktalar verilmiştir. Her bir yükleme basamağındaki noktalar birleştirildiğinde ilgili yüklemeye ait bölge elde edilmiş olur. Bu modelde çakışmadan dolayı bölgeden çok "hat" ifadesini kullanmak daha doğru olacaktır. Şekilden rahatlıkla görüldüğü gibi bu hat $x=120, y=5$ mm'den



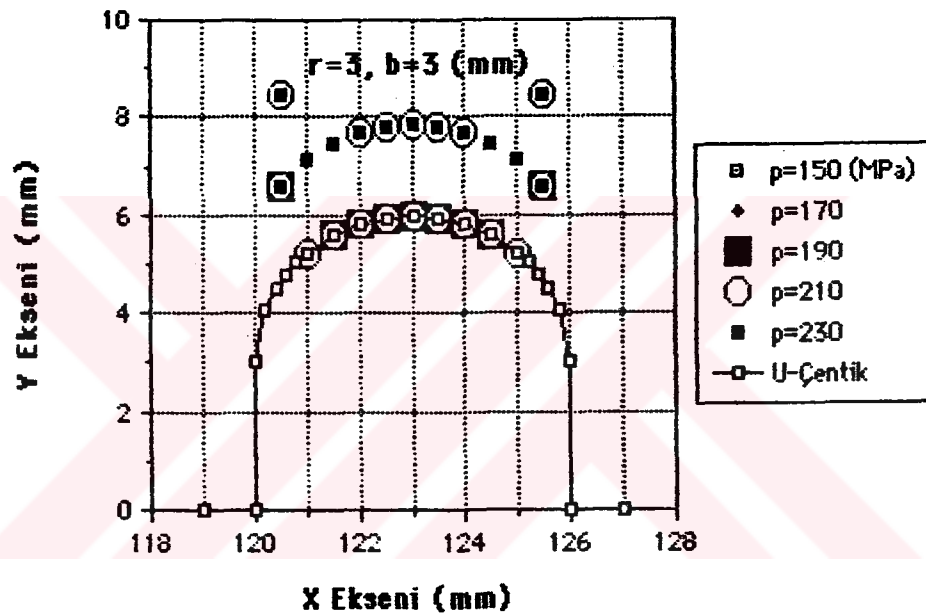
Şekil 7.66. Farklı yükleme basamaklarında plastik bölgelerin yayılımı ($r=1$, $b=5$).



Şekil 7.67. Farklı yükleme basamaklarında plastik bölgelerin yayılımı ($r=2$, $b=4$).

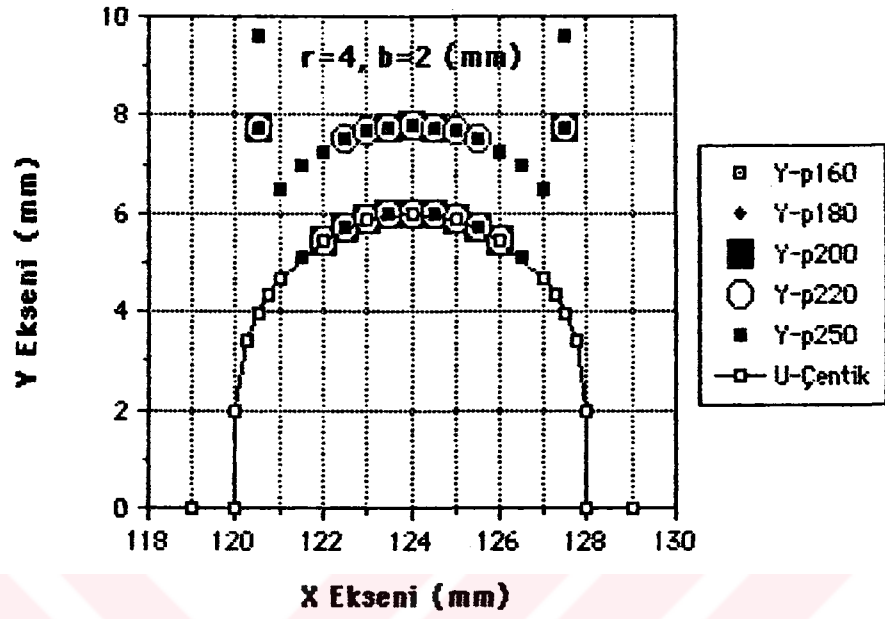
başlayarak $x=122, y=5$ mm değerine kadar devam etmiştir. Yani çentiğin yarım daire kısmı etrafında ve çıkışıktır.

Şekil 7.67'de çentik yarıçapı $r=2$, çentik derinliği $b=4$ mm alınarak, farklı yükleme basamaklarındaki plastik bölgeler elde edilmiştir. Yükleme basamakları $p=130, 150, 170, 190$ ve 200 MPa'dır. Plastik bölgeler çentiğin yarım daire kısmı üzerinde kümelenmiştir. En küçük bölge $p=130$ MPa'da elde edilmiş olup, yarım daire ile çakışmıştır. Artan yükleme miktarına bağlı olarak bu bölgeler de çentikten dışa doğru yayılmaya başlamıştır. $p=200$ MPa'da $x=120$ ile $x=124$ mm arasında $y=8$ mm değerine kadar uzanan en büyük plastik bölge elde edilmiştir.

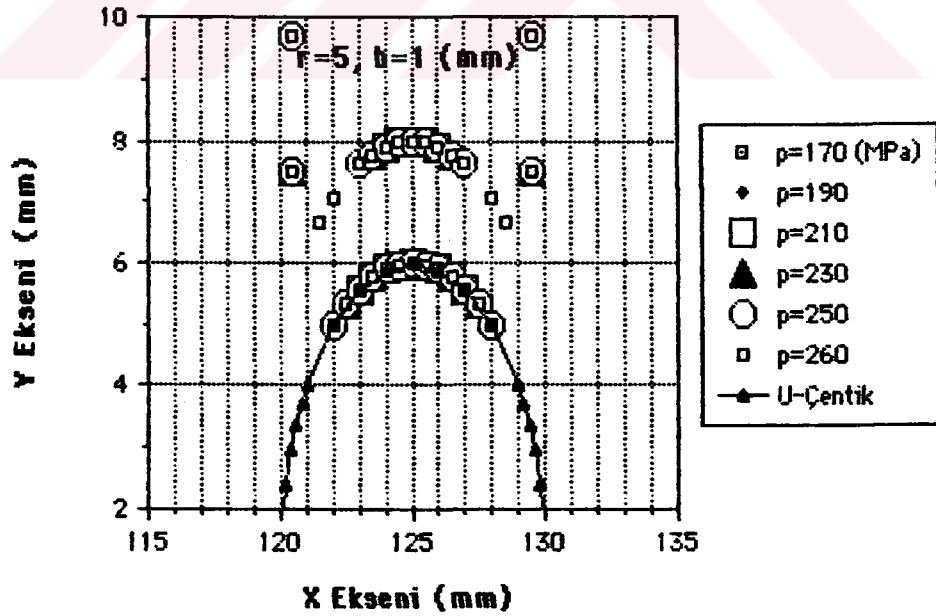


Şekil 7.68. Farklı yükleme basamaklarında plastik bölgelerin yayılışı ($r=3, b=3$).

Şekil 7.68'de $r=3, b=3$ mm çentik boyutlu "U" çentiğinde oluşan plastik bölgeler ele alınmıştır. Yükleme miktarı $p=150, 170, 190, 210$ ve 230 MPa seçilmiştir. Diğer çentik boyutlarında olduğu gibi burada da plastik bölgeler "U" çentiğinin yarım daire kısmı üzerinde ve genellikle ona paralel olarak ilerlediği görülmüştür. $p=150$ MPa'lık yükleme durumunda plastik bölge çentiğin yarım daire kısmı ile çakışmıştır. $p=190$ MPa'da $p=150$ ve $p=170$ MPa'daki bölgeler ile buna ilave olarak koordinatları $x=120.5, y=6.6$ ve $x=125.5, y=6.6$ mm olan noktaları içine alan yeni bir bölge ortaya çıkmıştır. $p=230$ MPa'da ise, en geniş plastik bölge diğer bir ifade ile en çok akan düğüm içeren bölge elde edilmiştir. Bu bölge çentik civarında levha yüksekliğinin (y) 8.5 mm değerine kadar yayılmıştır.



Şekil 7.69. Farklı yükleme basamaklarında plastik bölgelerin yayılımı ($r=4, b=2$).

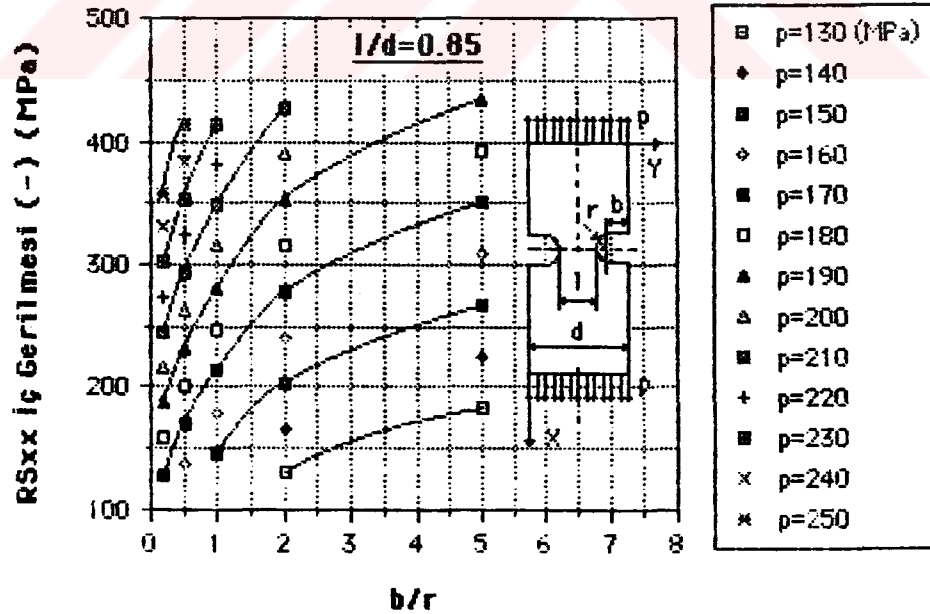


Şekil 7.70. Farklı yükleme basamaklarında plastik bölgelerin yayılımı ($r=5, b=1$).

Şekil 7.69 ve 7.70'de sırası ile $r=4$, $b=2$; $r=5$, $b=1$ mm boyutlu "U" çentikli levhalarda oluşan plastik bölgelerin yayılışı farklı yükleme basamaklarında elde edilmiştir. Şekil 7.68 için yapılan yorumlar benzer olarak burada da geçerlidir.

7.5. "U" Çentikli Levhalarda Oluşan İç Gerilmelerin b/r Çentik Oranı ve Uygulanan Yüke Bağlı Olarak Değişimi

"U" çentikli levhalardaki l/d oranları 0.85, 0.75, 0.625, 0.50, 0.375 ve 0.25 olarak seçilmiştir. Bu oranların her biri sabit tutularak, diğer değişken boyutlar olan b/r oranları değiştirilmek suretiyle yeni modeller elde edilmiştir. Bu modellere akmağı başlatan değerden itibaren kademeli olarak artış gösteren çekme yükleri uygulanarak, iç gerilmeler hesaplanmıştır. Çentik boyutları olan l, d, b ve r değerleri bu şekilde ayarlanmakla bir bakıma problem genellik kazanmış olmaktadır. Yani çentik boyutu ne kadar olursa olsun verilen grafiklerden rahatlıkla iç gerilme değerleri okunabilir.



Şekil 7.71. RSxx iç gerilmesinin b/r çentik oranı ve uygulanan yüke bağlı olarak değişimi ($l/d=0.85$).

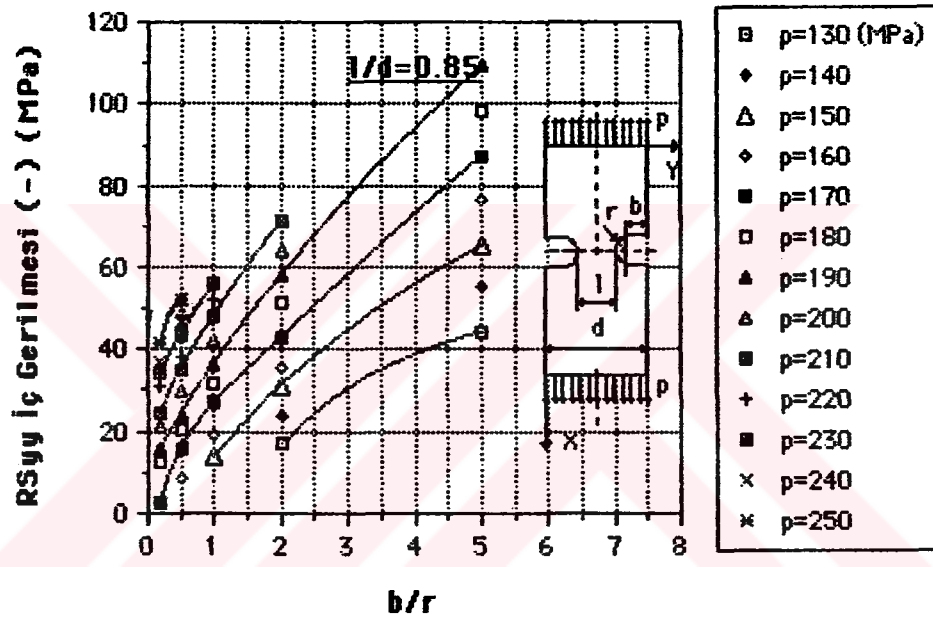
Şekil 7.71'de $1/d=0.85$ sabit değeri için çentik derinliği (b) ve çentik yarıçapı (r) değiştirilerek bulunan b/r oranları ve uygulanan yüklemelere göre elde edilen RS_{xx} iç gerilmeleri verilmiştir. Yüklemeler $p=130, 140, 150, 160, 170, 180, 190, 200, 210, 220, 230, 240$ ve 250 MPa olarak seçilmiştir. Genel olarak her bir yükleme kademesinde artan b/r oranına karşılık iç gerilmelerde de artış görülmüştür. b/r oranının büyük olduğu durumda daha düşük yüklerde akma görülmüştür. Bunun tersi de geçerlidir. $p=130$ MPa'lık yüklemelerde b/r 'nin 2'den 5'e kadar olan değerleri verilmiştir. Bu noktalara karşı gelen RS_{xx} iç gerilmeleri sırası ile -130 ve -180 MPa'dır. Yükleme artırıldığında doğal olarak iç gerilmelerde de artışlar görülmüştür. Örnek olarak $p=170$ MPa'lık yükleme incelenebilir. Burada en küçük RS_{xx} iç gerilmesi b/r oranının 0.20 olduğu durumda -125 MPa olarak bulunmuştur. Yine aynı yükleme durumunda -350 MPa'lık iç gerilme b/r oranının 5 değerine karşı gelmektedir. Buradaki en büyük yükleme miktarı olan 250 MPa değerinde b/r oranının 0.20 ile 0.50 arasındaki RS_{xx} iç gerilme değerleri sırası ile -358 ve -420 MPa olarak hesaplanmıştır. $p=130$ MPa'lık yükleme durumu ele alınırsa, b/r değerlerinin 2 ile 5 arasında değiştiği görülebilir. Bu yükleme durumunda b/r 'nin 2 'den küçük değerlerinde akma gözlenememiştir. Benzer olarak, $p=250$ MPa'lık yükleme incelenirse, b/r 'nin 0.20 ile 0.50 arasında değiştiği görülür. Bu yükleme şartlarında bu oranın 0.20 'nin altına inmesi halinde levhada akma görülmemiştir. $b/r > 0.50$ için ise elde edilen iç gerilmeler akma gerilmesinin üzerine çıkmıştır. Bu nedenle seçilen çentik boyutlarının da yüklemeye bağlı olarak ayarlanmış olması gerekir.

Şekil 7.72'de $1/d=0.85$ sabit değeri için b çentik derinliği ve r çentik yarıçapı değiştirilerek hesaplanan b/r oranları ve uygulanan çekme yüklerine göre elde edilen RS_{yy} iç gerilmesi verilmiştir. Yüklemeler şekil 7.71'deki gibi $p=130-250$ MPa arasında değişmektedir. $p=130$ MPa'lık yükleme durumunda $b/r=2$ değeri için -18 MPa, $b/r=5$ değeri için ise -42 MPa'lık RS_{yy} iç gerilmesi elde edilmiştir. Artan yüklemeye paralel olarak iç gerilmenin bu bileşeni de artış göstermiştir.

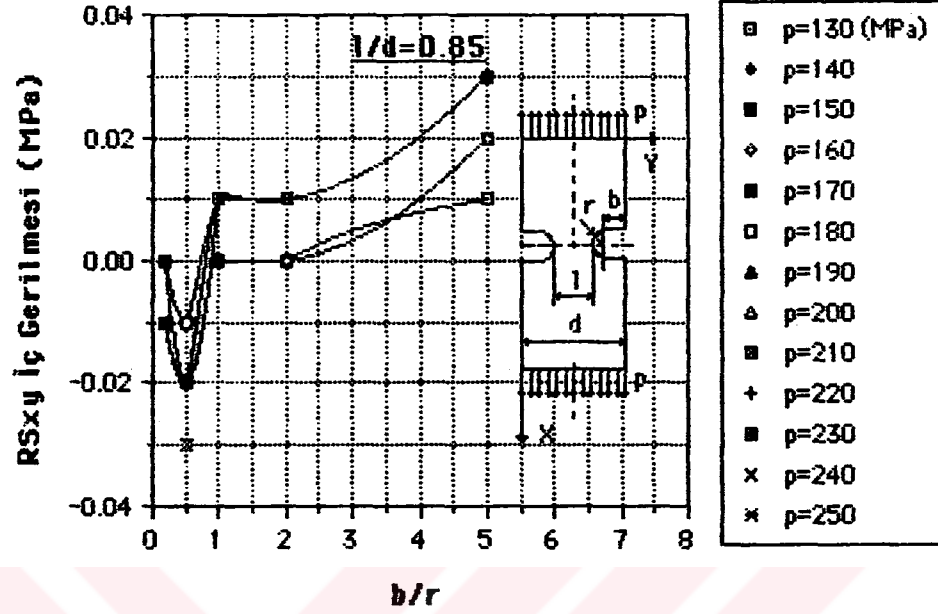
Şekil 7.73'de $1/d=0.85$ sabit değeri için b/r oranları ve uygulanan çekme yüklerine bağlı olarak RS_{xy} iç gerilmelerinin değişimi verilmiştir. Yüklemeler yine $p=130-250$ MPa arasında değişmektedir. Elde edilen değerler diğer iç gerilme bileşenleri yanında oldukça küçüktür. Dikkat

edilecek olursa RS_{xy} iç gerilmesinin, b/r oranının 1 'den küçük değerlerinde oldukça düzensiz olduğu görülebilir. Buna karşılık 1 'den büyük değerlerde bu orana bağlı olarak artışlar gözlenmiştir.

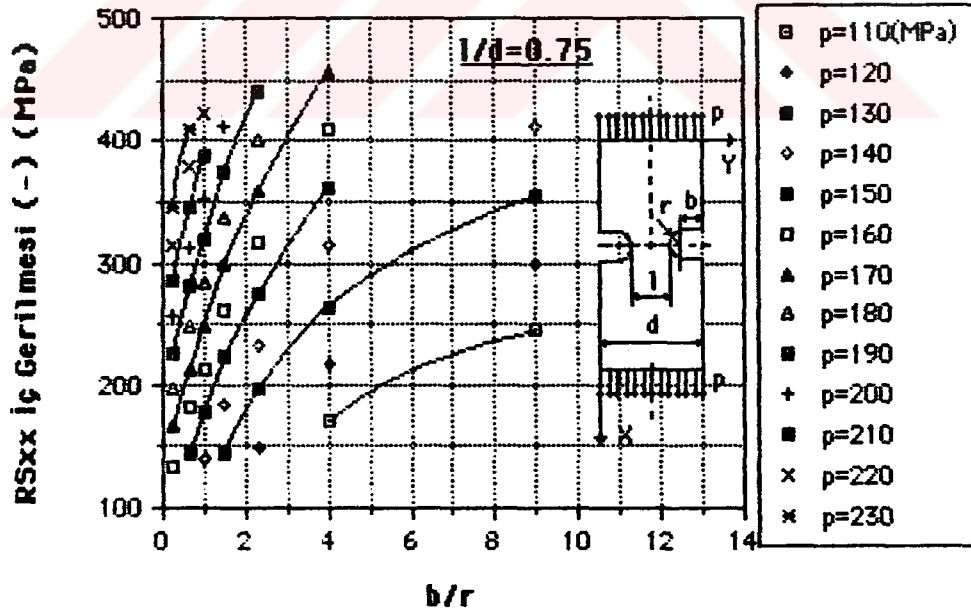
Şekil 7.74-7.83 arasında verilen şekillerde l/d oranının 0.75, 0.625, 0.500, 0.375, 0.25 değerleri için b/r oranı ve uygulanan yüke bağlı olarak iç gerilme bileşenlerinin değişimi verilmiştir. $l/d=0.85$ değeri için yapılan yorumlar l/d oranının diğer değerleri için de benzer biçimde yapılabilir..



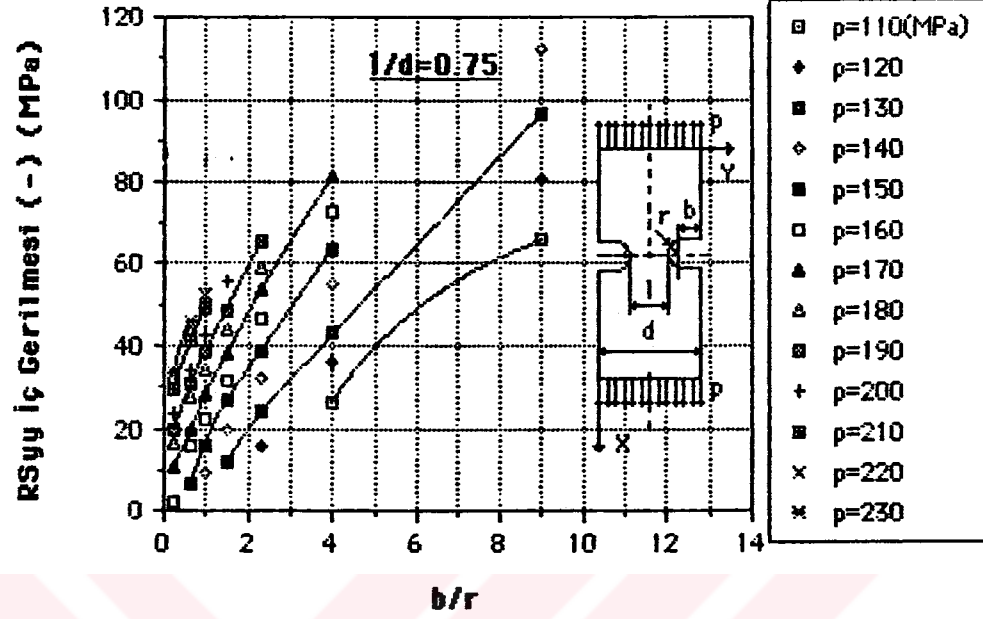
Şekil 7.72. RS_{yy} iç gerilmesinin b/r çentik oranı ve uygulanan yüke bağlı olarak değişimi ($l/d=0.85$).



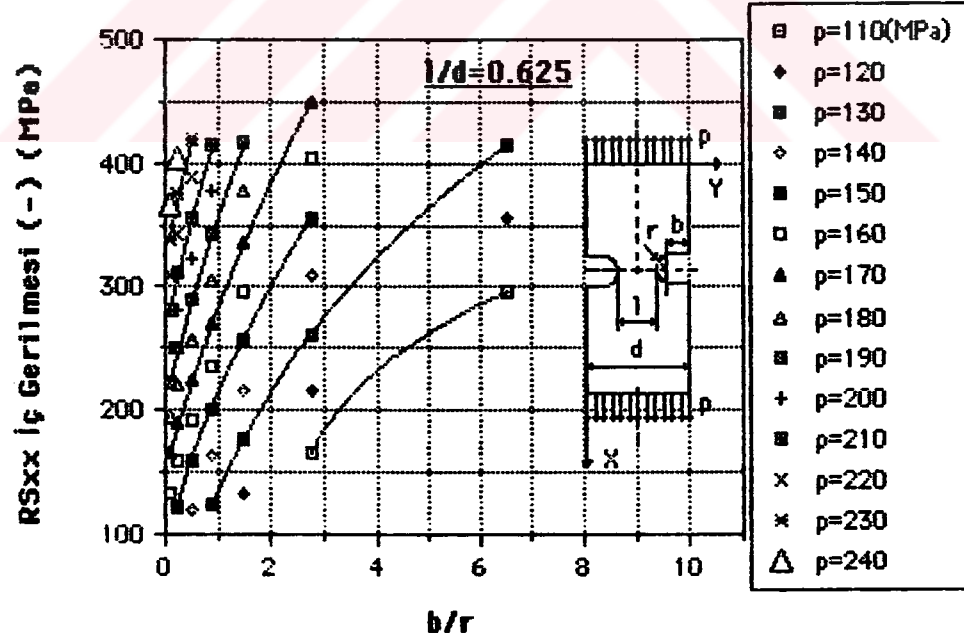
Şekil 7.73. RSxy iç gerilmesinin b/r çentik oranı ve uygulanan yüke bağlı olarak değişimi ($1/d=0.85$).



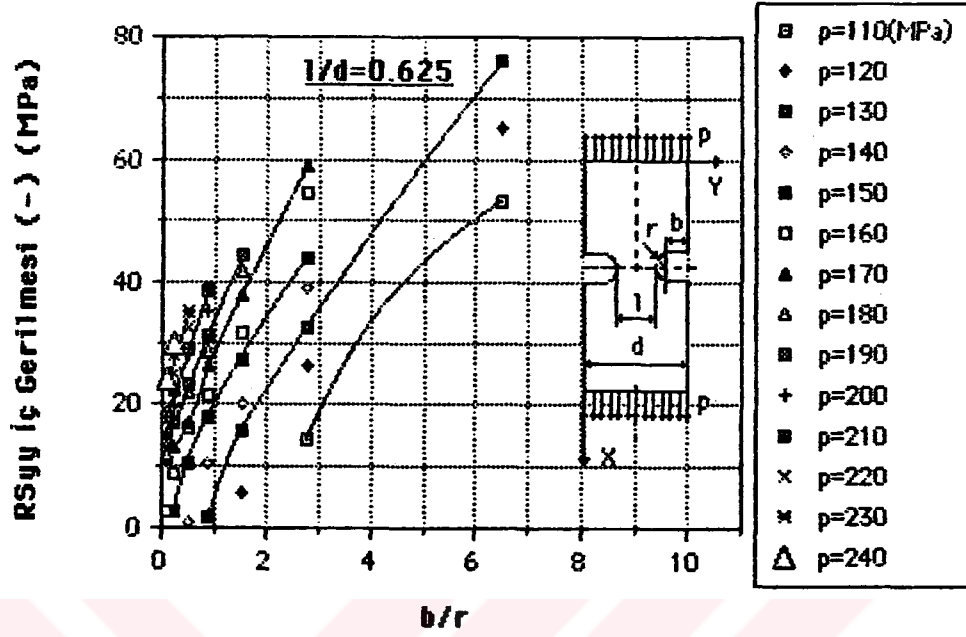
Şekil 7.74. RSxx iç gerilmesinin b/r çentik oranı ve uygulanan yüke bağlı olarak değişimi ($1/d=0.75$).



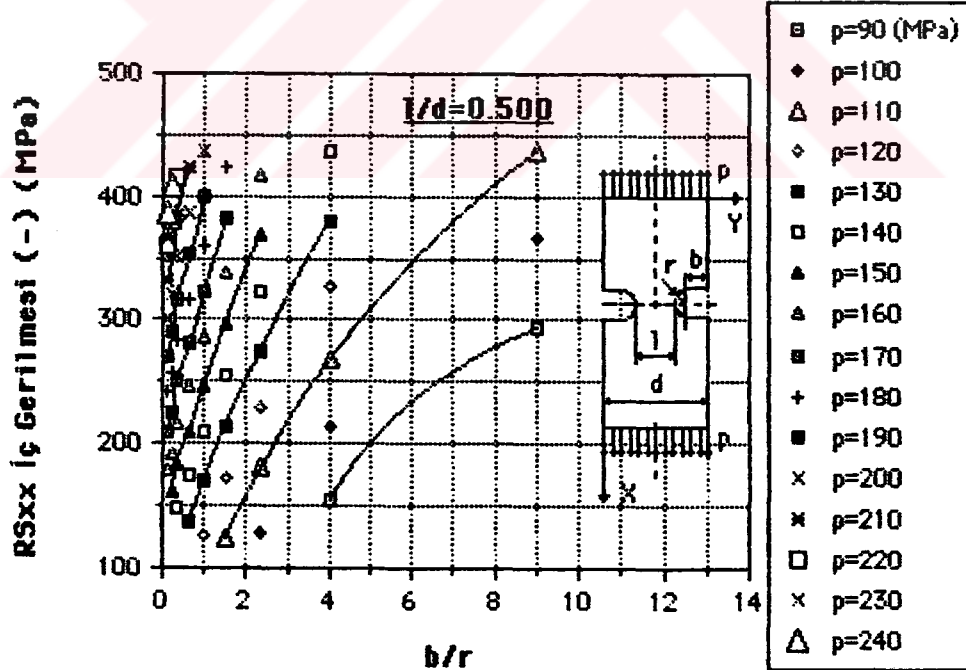
Şekil 7.75. RS_{yy} iç gerilmesinin b/r çentik oranı ve uygulanan yüke bağlı olarak değişimi ($1/d=0.75$).



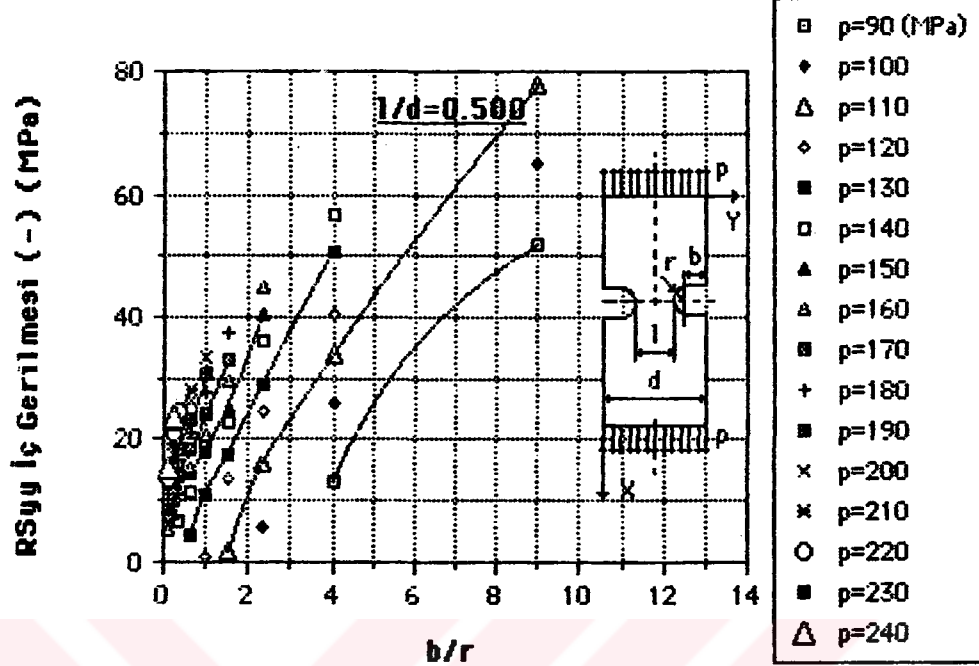
Şekil 7.76. RS_{xx} iç gerilmesinin b/r çentik oranı ve uygulanan yüke bağlı olarak değişimi ($1/d=0.625$).



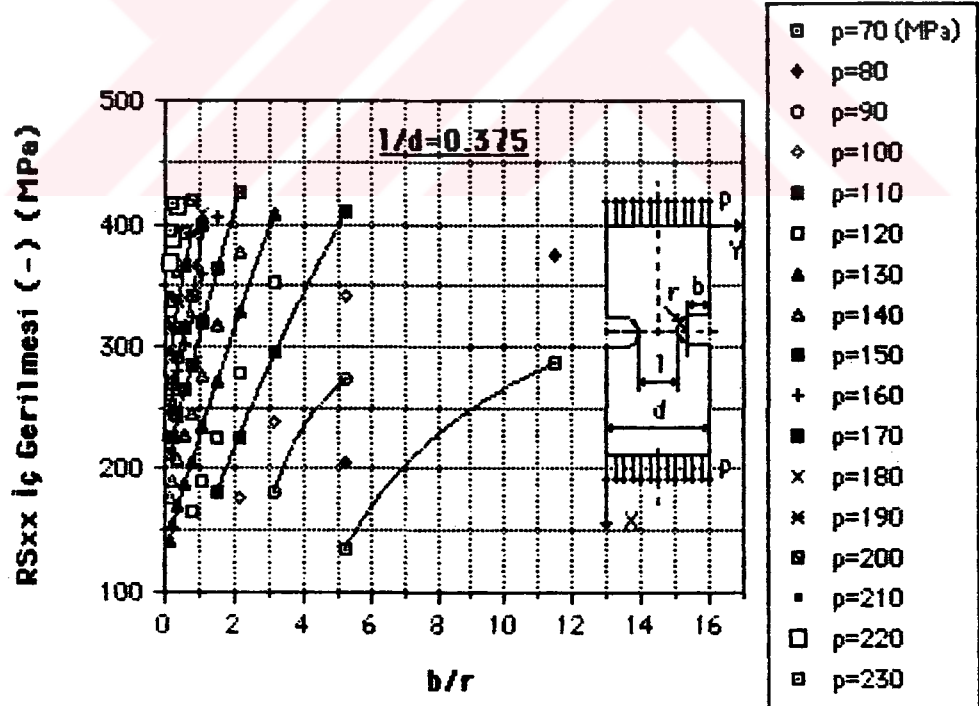
Şekil 7.77. RSyy iç gerilmesinin b/r çentik oranı ve uygulanan yüke bağlı olarak değişimi ($l/d=0.625$).



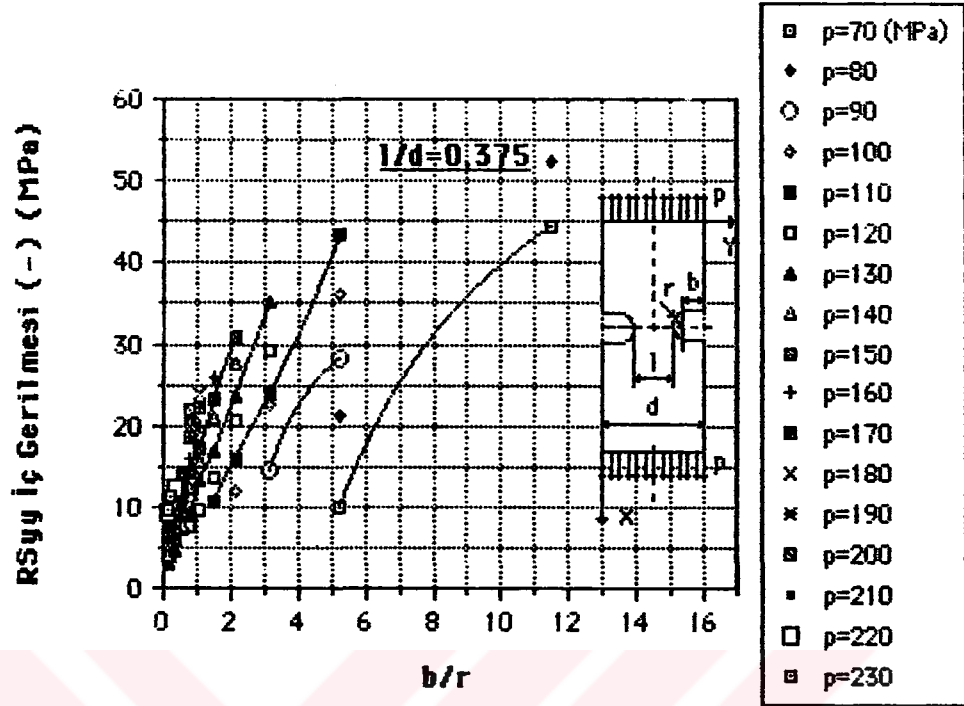
Şekil 7.78. RSxx iç gerilmesinin b/r çentik oranı ve uygulanan yüke bağlı olarak değişimi ($l/d=0.500$).



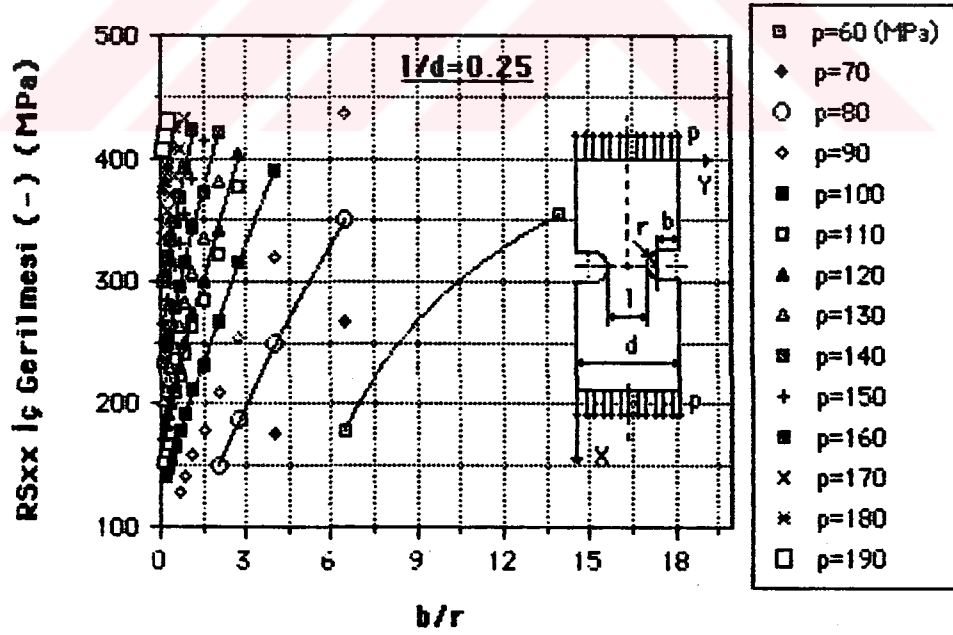
Şekil 7.79. RSyy iç gerilmesinin b/r çentik oranı ve uygulanan yüke bağlı olarak değişimi ($1/d=0.500$).



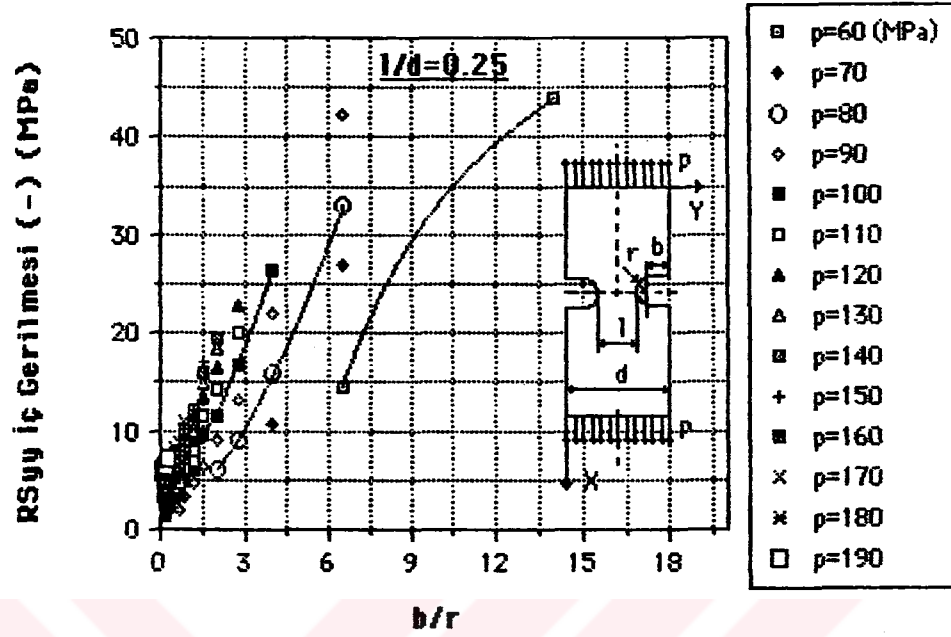
Şekil 7.80. RSxx iç gerilmesinin b/r çentik oranı ve uygulanan yüke bağlı olarak değişimi ($1/d=0.375$).



Şekil 7.81. RSyy iç gerilmesinin b/r çentik oranı ve uygulanan yüke bağlı olarak değişimi ($1/d=0.375$).



Şekil 7.82. RSxx iç gerilmesinin b/r çentik oranı ve uygulanan yüke bağlı olarak değişimi ($1/d=0.25$).

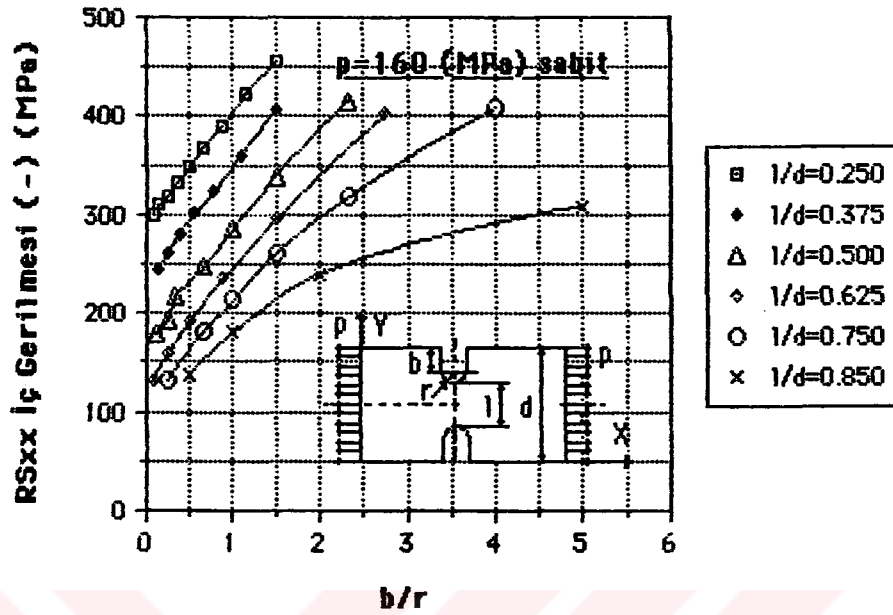


Şekil 7.83. RSyy iç gerilmesinin b/r çentik oranı ve uygulanan yüke bağlı olarak değişimi (1/d=0.25).

7.6. "U" Çentikli Levhalarda Oluşan İç Gerilmelerin b/r-1/d Çentik Oranlarına Bağlı Olarak Değişimi

"U" çentikli levhalarda yükleme miktarı p=160 MPa'da sabit tutulup, iç gerilmelerin b/r ve 1/d çentik oranlarına bağlı olarak değişimi incelenmiştir. b/r oranı yaklaşık olarak 0.1 ile 5 arasında değişmektedir. Buna karşılık 1/d değerleri ise 0.25, 0.375, 0.50, 0.625, 0.75, 0.85 olarak seçilmiştir.

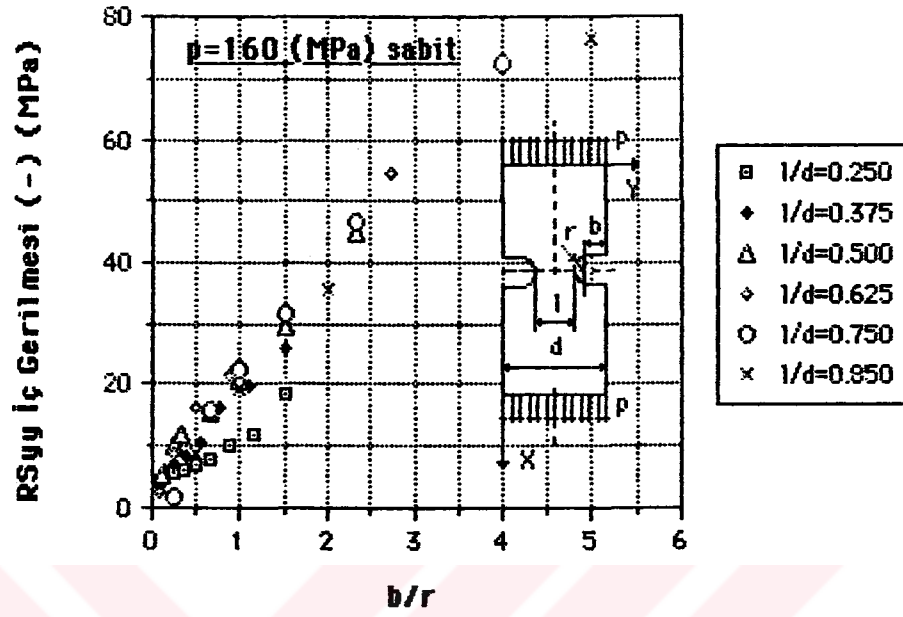
Şekil 7.84'de RSxx iç gerilmesinin p=160 MPa'lık çekme yükü altında b/r-1/d çentik oranlarına bağlı olarak değişimi verilmiştir. b/r 'nin 1 değeri sabit tutularak ele alınırsa, 1/d=0.85 için RSxx=-180 MPa, 1/d=0.75 için RSxx=-210 MPa, 1/d=0.625 için RSxx=-250 MPa, 1/d=0.50 için RSxx=-280 MPa, 1/d=0.375 için RSxx=-350 MPa ve 1/d=0.25 için RSxx=-400 MPa olarak bulunmuştur. Buradan hareketle 1/d oranı arttıkça veya çentik derinliği azaldıkça RSxx iç gerilmesi de azalmıştır.



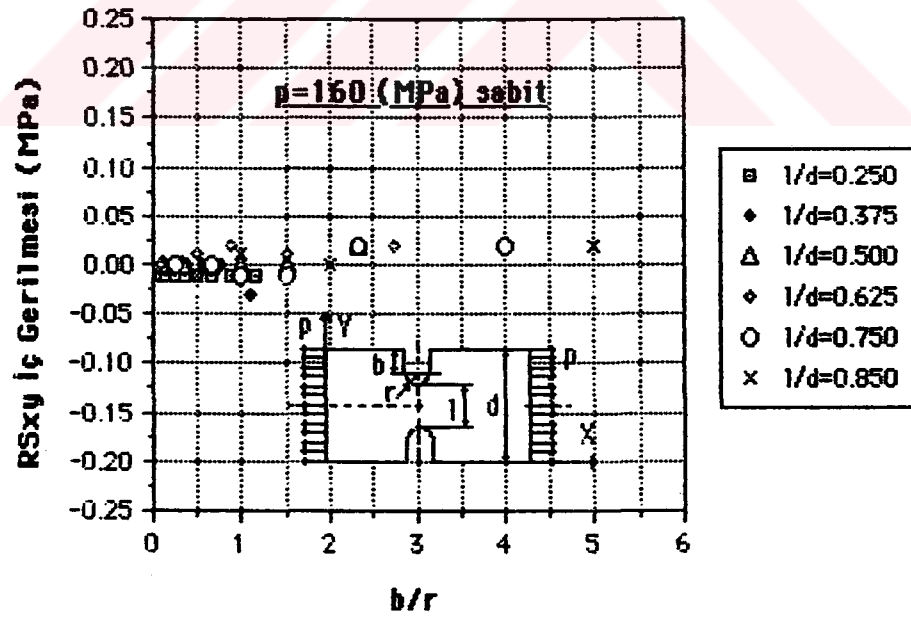
Şekil 7.84. RSxx iç gerilmesinin b/r-l/d çentik oranlarına bağlı olarak değişimi (p=160 MPa).

Benzer olarak l/d sabit tutularak iç gerilmenin b/r ile değişimi incelenebilir. Örnek olarak l/d=0.75 incelenebilir. b/r oranı 0.25'ten 4'e kadar değerler almıştır. b/r=0.25 için RSxx=-135 MPa, b/r=1 için RSxx=-210 MPa, b/r=2 için RSxx=-300 MPa ve b/r=4 için RSxx=-412 MPa olarak elde edilmiştir. Yine buradan, RSxx iç gerilmesinin, artan b/r değerlerine bağlı olarak artış gösterdikleri elde edilmiştir. Bu durum her bir l/d oranı için de geçerlidir.

Şekil 7.85'de RSyy iç gerilmesinin p=160 MPa'lık çekme yükü altında b/r-l/d çentik oranlarına bağlı olarak değişimi ele alınmıştır. Bu iç gerilme bileşeninde de her bir l/d oranında artan b/r oranına bağlı olarak bir artış gözlenmiştir. Ancak bu değerler her bir l/d değerinde RSxx iç gerilme bileşenindeki gibi birbirlerinden oldukça fazla sapmamışlardır. Genelde birbirlerine yakın değerler vermişlerdir. Bu durum RSxy iç gerilme bileşeni için de geçerlidir. Ancak kayma iç gerilme bileşeninin (RSxy) diğer iç gerilme bileşenleri yanında oldukça küçük değerlerde kaldıkları görülebilir (şekil 7.86).



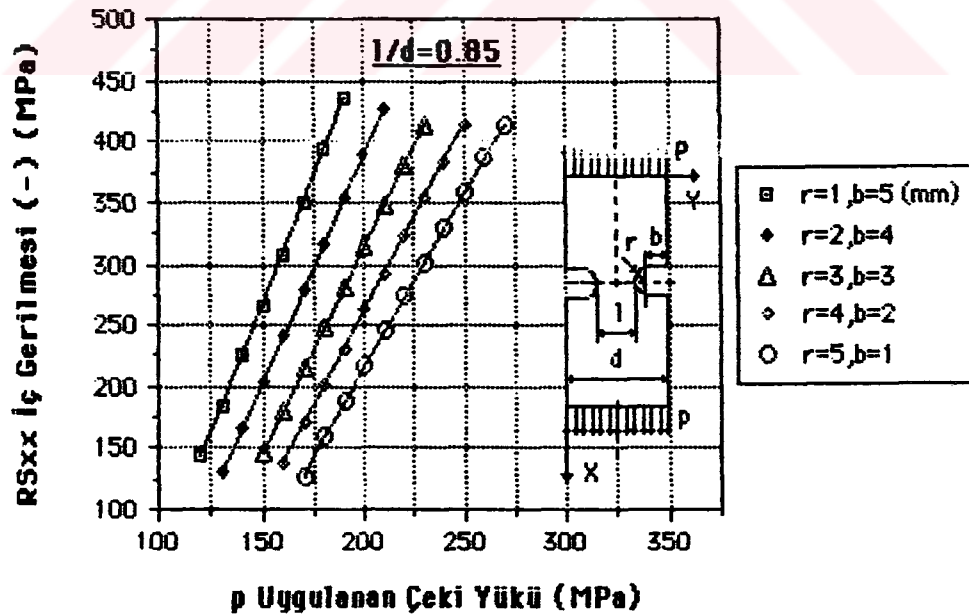
Şekil 7.85. RS_{yy} iç gerilmesinin b/r - $1/d$ çentik oranlarına bağlı olarak değişimi ($p=160$ MPa).



Şekil 7.86. RS_{xy} iç gerilmesinin b/r - $1/d$ çentik oranlarına bağlı olarak değişimi ($p=160$ MPa).

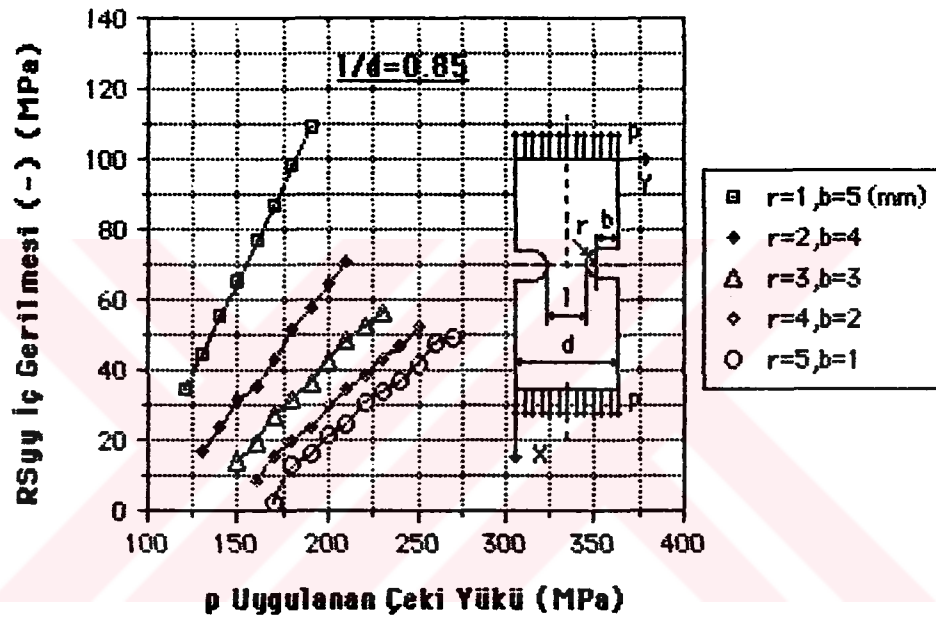
7.7. Farklı Boyutlara Sahip "U" Çentikli Levhalarda Oluşan İç Gerilmelerin Çekme Yüğü İle Değişimi

"U" çentikli levhaların r ve b çentik boyutları değiştirilerek elde edilen modellere, farklı çekme yükleri uygulanarak bulunan iç gerilmeler incelenmiştir. Analizlerde tablo 6.1'deki her bir model için hesaplamalar yapılmıştır. Ancak burada sadece $l/d=0.85$ değeri için grafikler verilmiştir. r çentik yarıçapı ve b çentik derinliği sırası ile 1,5 ; 2,4 ; 3,3 ; 4,2 ve 5,1 mm seçilmiştir. Şekil 7.87'den de görüldüğü gibi her bir r, b değeri için artan çekme yüküne paralel olarak RS_{xx} iç gerilmesi de artış göstermiştir. $p=175$ MPa'lık yüklemede $r=5$, $b=1$ mm çentikli levhada $RS_{xx}=-150$ MPa; $r=4$, $b=2$ mm için $RS_{xx}=-180$ MPa; $r=3$, $b=3$ mm için $RS_{xx}=-230$ MPa; $r=2$, $b=4$ mm için $RS_{xx}=-300$ MPa; $r=1$, $b=5$ mm için $RS_{xx}=-375$ MPa'lık iç gerilmeler elde edilmiştir. Buradan, çentik yarıçapının küçük fakat çentik derinliğinin büyük olduğu durumlarda levhada meydana gelen RS_{xx} iç gerilmeleri daha büyük çıkmıştır. Bu durumda levha daha küçük yüklerde akma göstermiştir. Yani kuvvetin uygulandığı alt ve üst limitler daha küçüktür.



Şekil 7.87. Farklı çentik boyutlarına sahip levhalar için RS_{xx} iç gerilmesinin uygulanan çekme yükü ile değişimi ($l/d=0.85$).

Şekil 7.87'de incelenen durum RS_{yy} iç gerilmeleri için de geçerlidir (şekil 7.88). Yani $1/d$ oranının sabit tutulduğu her bir r, b değeri için RS_{yy} iç gerilmeleri de artan yüklemeye paralel olarak artış göstermiştir. Yükleme sabit tutulduğunda çentik yarıçapının en küçük buna karşılık çentik derinliğinin en büyük olduğu değerlerde RS_{yy} iç gerilmeleri büyük çıkmıştır. Gerekli değerler şekil 7.88'den rahatlıkla elde edilebilir.



Şekil 7.88. Farklı çentik boyutlarına sahip levhalar için RS_{yy} iç gerilmesinin uygulanan çekme yükü ile değişimi ($1/d=0.85$).

8. GENEL SONUÇLAR ve ÖNERİLER

1. İç gerilmelerin levha yüksekliği ve uygulanan yükleme miktarına bağlı olarak değişimi incelenmiştir. Çentik dibi referans alınmıştır. En büyük iç gerilmelerin çentik civarında meydana geldiği görülmüştür. Çentik dibinden uzaklaştıkça iç gerilmeler aniden azalmakta ve sıfıra doğru gitmektedir. Kayma gerilmesi ise, σ_{xx} ve σ_{yy} iç gerilmeleri yanında oldukça küçüktür. Ayrıca yükleme miktarına bağlı olarak da iç gerilmeler değişmektedir. Yükleme miktarı arttıkça, iç gerilmelerde de bir artış gözlenmektedir. Yani, en büyük iç gerilmeler yükleme miktarının en büyük olduğu durumda ortaya çıkmaktadır. Açıklanan bu durum, şekil 7.1'den şekil 7.26'a kadar verilen grafiklerden rahatlıkla görülebilir.

2. Yükleme sabit tutularak, levhada meydana gelen σ_{xx} (S_{xx}), σ_{yy} (S_{yy}), σ_{xy} (S_{xy}), σ_e (S_e) gerilmeleri ve RS_{xx} , RS_{yy} , RS_{xy} iç gerilmelerinin, levha yüksekliği ve levhanın ucundan itibaren x eksenini boyunca (kuvvet doğrultusunda) seçilen muhtelif uzaklıklara göre değişimi incelenmiştir (şekil 7.27.....7.54).

- * S_{xx} normal gerilmesi çubuğun uç kısımlarında beklenen ortalama normal gerilmeye hemen hemen eşit olmaktadır. Çubuk ucundan içeriye doğru ilerledikçe, özellikle çentik civarındaki x ve y değerlerinde maksimum S_{xx} değeri elde edilmektedir.

- * S_{yy} normal gerilmesi ve S_e eşlenik gerilmesi, S_{xx} gibi benzer davranış göstermektedir.

- * S_{xy} kayma gerilmesi ise, levhanın uç kısımlarında ve tam çentik dibindeki x değerinde oldukça küçük çıkmakta hatta sıfıra gitmektedir. Çentik civarında ise en büyük değerine ulaşmaktadır.

- * RS_{xx} ve RS_{yy} iç gerilmeleri benzer davranış göstermekte olup, çubuğun uç kısımlarına karşı gelen x değerlerinde en küçük değerde kalmaktadır. Buna karşılık, çentik civarına yaklaşıldıkça artık gerilmelerde gözle görülür bir artış elde edilmekte ve bu değerler çentik dibinde maksimuma ulaşmaktadır.

- * RS_{xy} iç gerilme bileşeni ise, grafiklerden de görülebileceği gibi diğer iç gerilme bileşenleri yanında çok küçük değerlerde kalmaktadır.

* Yükleme ve geometrinin simetrikliği göz önüne alınacak olursa; S_{xx} , S_{yy} , S_{xy} , S_e gerilmeleri ve RS_{xx} , RS_{yy} , RS_{xy} iç gerilmelerinin levha yüksekliğinin yarısında ($y=40$ mm) tamamen simetrik bir dağılım ortaya koydukları görülebilir.

3. Şekil 7.55'den şekil 7.65'e kadar verilen grafiklerde; ortaya çıkan iç gerilmeler, her bir çentik durumunda levha uzunluğu ve yükleme miktarına bağlı olarak, sadece akan noktalar için incelenmiştir. İlgili grafiklerden de görüldüğü gibi; yükleme miktarının en küçük olduğu durumda en küçük iç gerilmeler meydana gelmektedir. Bununla beraber, kademeli olarak artış gösteren yükleme miktarı karşısında iç gerilmelerde de artışlar görülmektedir ve en büyük iç gerilmeler yükleme miktarının maksimum olduğu durumda elde edilmektedir. Ancak, RS_{xy} iç gerilme bileşenleri diğer bileşenler yanında oldukça küçük değerlerde kalmaktadır.

4. "U" çentikli izotropik levhalarda yükleme miktarına bağlı olarak, plastik bölgenin yayılışı incelenmiştir. İlgili bazı grafikler şekil 7.66.....7.70 arasında verilmiştir. Grafiklerden görüldüğü gibi; yükleme sonucu akma gösteren düğümler birleştirilerek, plastik bölgeler elde edilmiştir. Kademeli olarak artış gösteren yükleme karşısında bu bölgelerin ilerlemeleri gözlenmiştir. Yükleme miktarı arttıkça akmaya katılan düğümlerin sayısı artmakta ve böylece plastik bölgelerin alanı genişlemektedir. Yani en büyük yükleme basamağında en geniş plastik bölge elde edilmektedir. Bunun tersi de geçerlidir.

5. "U" çentikli levhadaki l/d oranları 0.85, 0.75, 0.625, 0.50, 0.375, 0.25 olarak seçilmiştir. Her bir oran sabit tutularak, iç gerilmeler; b/r çentik oranları ve yükleme miktarına bağlı olarak ele alınmıştır (şekil 7.71...7.83) ilgili grafiklerden görüldüğü gibi, b/r oranı arttıkça her bir yükleme kademesinde iç gerilmelerde de artış görülmektedir. Yükleme kademelerinin artması durumunda iç gerilmelerde yine artış ortaya çıkmaktadır. Dikkat edilecek olursa, RS_{xy} iç gerilme bileşeninin diğer bileşenler yanında çok küçük olduğu görülebilir.

6."U" çentikli levhada yükleme miktarı $p=160$ MPa'da sabit tutulup, iç gerilmelerin; b/r ve l/d çentik oranlarına bağlı olarak değişimi incelenmiştir (şekil 7.84.....7.86). İlgili grafiklerden görüldüğü gibi. b/r oranı arttıkça iç gerilmelerin her bir bileşeni de artış göstermektedir. Şekil 7.84'den görüldüğü gibi l/d oranı arttıkça diğer bir değişle çentik derinliği azaldıkça RS_{xx} iç gerilme bileşeni de azalmaktadır. RS_{yy} ve RS_{xy} bileşenleri ise, l/d oranının değişimi karşısında RS_{xx} bileşenine kıyasla çok büyük bir değişme göstermemektedir. Bu durum levhanın yükleme şekli ile doğrudan ilgilidir.

7. İç gerilmelerin yükleme miktarı ile değişimi şekil 7.87 ile şekil 7.88'de verilmiştir. Her bir çentik yarıçapı r ve çentik derinliği b değerleri sabit tutulacak olursa, uygulanan yükleme göre iç gerilmeler, yaklaşık lineer bir değişim göstermektedir. Dikkat edilecek olursa; çentik yarıçapının küçük fakat çentik derinliğinin büyük olduğu durumda levha daha küçük kuvvetlerde akmaya başlar. Yani kuvvetin uygulandığı alt ve üst limitler daha küçüktür. Buna karşılık, çentik yarıçapının büyük ancak çentik derinliğinin küçük olduğu durumda alt ve üst yükleme limitleri daha büyük olmaktadır.

Hazırlanan bilgisayar programı "U" çentikli düzlem levhalar için düzenlenmesine karşılık, bütün düzlem gerilme ve düzlem şekil değiştirme problemlerine, elastik ve elasto-plastik gerilme ve artık gerilme analizleri için uygulanabilir. Bu araştırmada,"U" çentikli izotropik malzemeden (Ç.1060) imal edilmiş levhalara çekme yükleri uygulanarak, elasto-plastik gerilme analizi yapılmıştır. Çentikli levhanın geometrisi, malzemesi veya yükleme şekli değiştirilerek, artık gerilme hesabı yeniden yapılabilir. Elde edilen artık gerilmeler yardımı ile levhanın mukavemetinin artırılma oranı hesaplanabilir. Ayrıca anizotropik yapıdaki malzemeler için Von Mises kriteri yerine Tsai-Hill veya Tsai-Wu kriterleri uygulanarak elasto-plastik gerilme analizi yapılabilir. Çentik şekli "U" yerine diktörtgen , "V" vb. farklı çentik tipleri alınarak, ilgili büyüklükler yeniden elde edilebilir. Bir de çentikli levha birden fazla izotropik veya kompozit plakalardan imal edilerek plak teorisine göre problem yeniden ele alınarak çözülebilir.

KAYNAKLAR

- AIFANTIS, ELIAS, C., (1987). Physics of Plastic Deformation.
International Journal of Plasticity. Vol.3 No.3, pp. 211-247.
- ARSLAN, N., TURGUT, A., SANCAKTAR, E., (1993). The Effect of Fiber Type on The Level of Stress Concentration Created by U-Notches in Long Fiber Composite Plates. **Reliability, Stress Anaysis, And Failure Prevention-1993-ASME**. DE-Vol.55, pp.125-134.
- BATHE, K.J., (1982). **Finite Element Procedures in Engineering Analysis**. Prentice-Hall Inc., U.S.A.
- CHRISTIAN, H., ELFINGER, F.X., SCHUELLER, H.J., (1987). Residual Stresses- Their Significance in Practice. **Maschinenschaden**. Vol.60, No.3 pp. 104-113.
- DOWLING, N.E., (1993). **Mechanical Behavior of Materials**. Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.
- FUJIMOTO, T., NIPPON, K., (1989). Elastic-Plastic Buckling of Center Cracked Plates Under Tension. **Computers and Structures**. Vol.52, No. 478, pp. 1579-1586.
- GANULICH, B.K., (1988). Development of Plastic Strain in Local Flow Bends. **Strenght of Material**. Nov., pp. 363-367.
- HARDY, S.J., ANARAKI, A.R., (1989). Stress Concentration Factors and Elastic-Plastic Stress and Strain Predictions for Axisymmetric Internal Projection on Hollow Tubes Subjected to Axial Loading. **Journal of Strain Analysis**. Vol. 24, No. 1, pp. 45-55.

- JOHNSTON, B.P., SULLIVAN, J.M., (1993). A Normal Offsetting Technique for Automatic Mesh Generation in Three Dimensions. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**. Vol. 36, pp. 1717-1734.
- KATO, A., (1991). Design Equation for Stress Concentration Factors of Notched Strips and Grooved Shafts. **Journal of Strain Analysis**. Vol.26, pp. 21-28.
- KARAKUZU, R., AKBULUT, H., SAYMAN, O., (1993). Eksenel Yüklü Ankastre Plaklarda Elasto-Plastik Gerilme Analizi. **VIII. Ulusal Mekanik Kongresi**. pp. 361-370, Eylül 1993, Antalya.
- KARAKUZU, R., SAYMAN, O., ORHAN, A., (1993). Kompozit T Bağlantı Elemanlarında İç Gerilmelerin ve Elasto-Plastik Bölgelerin Bulunması. **5. Denizli Malzeme Sempozyumu**. pp. 702-710, Nisan 1993, Denizli.
- KIM, K.T., (1987). Elasto-Plastic Deformation of A Hollow Sphere. **Acta Mech**. Vol.66, No. 1-4, pp.161-176.
- LADOPOULOS, E.G., (1989). Singular Integral Operators Method for Two Dimensional Plasticity Problems. **Computers and Structures**. Vol.33, No.3, pp.859-865.
- LIU, Y., SHEN, N.J., (1992). The Residual Stress and Strain Solutions of Autofrettaged Pressure Vessels with A Cone and Cylinder Connection. **Journal of Strain Analysis**. Vol.27, No.1, pp.7-14.
- MARCAL, P.V., KING, I.P., (1967). Elasto-Plastic Analysis of Two Dimensional Stress Systems by The Finite Element Method. **International Journal Mech. Sci**. Vol.9, pp.143-155.
- MENDELSON, A., (1968). **Plasticity: Theory and Application**. The Macmillan Company, New York.

NEUBER, H., (1958). **Kerbspannungslehre**. 2nd Ed. Springer-Verlag, Berlin.

OWEN, D.R.J., GONCALVES, O.S.A., (1984). Incremental Elasto-Plastic Analysis of Stiffness Matrix for Materials Obeying The Principal Stress Yield Criterion. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**. Vol.29, pp.1477-1489.

OWEN., D.R.J., FIGUEIRAS, J.A., (1983),a. Elasto-Plastic Analysis of Anisotropic Plates and Shells by The Semiloof Element. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**. Vol.19, pp.521-539.

OWEN., D.R.J., FIGUEIRAS, J.A., (1983),b. Anisotropic Elasto-Plastic Finite Element Analysis of Thick and Thin Plates and Shells. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**. Vol.19, pp.541-566.

ÖZEL, A., SAYMAN, O., KARACA, H., (1993). U Çentikli Kompozit Levhalarda Elasto-Plastik Gerilme Analizi. **5. Denizli Malzeme Sempozyumu**. pp.681-691, Nisan 1993, Denizli.

REDDY, T.Y., (1989). Tube Inversion. An Experiment in Plasticity. **International Journal of Mechanical Engineering Educ**. Vol.17, No.4, pp.277-291.

SAYMAN, O., (1988). **Sonlu Elemanlar Metoduna Giriş**. Lisans Üstü Programı Ders Notları, Elazığ.

SVOBODNIK, A.J., BÖHM, H.J., RAMMERSTORFER, F.G., (1991). A 3/D Finite Element Approach for Metal Matrix Composites Based on Micromechanical Models. **International Journal of Plasticity**. Vol.7, pp.781-802.

THEORACIS, P.S., MARKETOS, E., (1964). Elasto-Plastic Analysis of Perforated Thin Strips of A Strain-Hardening Material. **Journal of Mech. Phys. Solids**. Vol.12, pp.377-390.

TOPÇU, M., (1991). Transmisyon Zincirleri Yan Plakalarında Elasto-Plastik Gerilme Analizi. **Doktora Tezi**. PAÜ.-1991, Denizli.

UNGER, D.J., (1986). Exact Moment for The Plastic Torsion of A Cylindrical Bar of Elliptical Cross Section. **Acta Mech**. Vol.61, No.1-4, pp.209-215.

ZIENKIEWICZ, O.C., VALLIAPPAN, S., KING, I.P.,(1969). Elasto-Plastic Solutions of Engineering Problems "Initial Stress", Finite Element Approach. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**. Vol.1, pp.75-100.

ZIENKIEWICZ, O.C., (1982,1979). **Finite Element Method**. McGraw-Hill Book Company.

EK1.

**ELASTO-PLASTİK GERİLME ANALİZİ YAPAN FORTRAN
BİLGİSAYAR PROGRAMI**

```

C
C *****
C      BU PROGRAM SONLU ELEMENLAR METODUNU KULLANARAK
C      ELASTO-PLASTİK GERİLME ANALİZİ YAPAR
C      Hazırlayan =  NURETTİN ARSLAN
C      ( FIRAT ÜNV. MAK.MÜH. BOL. ELAZIĞ)
C *****
C      2-D STRESS ANALYSIS USING 4-NODE
C      QUADRILATERAL ELEMENTS
C      PARAMETER (NNA=1355, NEA=1272, NQA=2710, IBWA=78)
C      PARAMETER (NDA=78, NLA=39, NZDA=39, NPFA=39)
C      PARAMETER (IYDS1A=26, IYDS2A=37, IYDS3A=26, NITERA=30)
C      PARAMETER (J1A=3, J2A=29, J3A=3)
C      PARAMETER (NBK1A=1251, NBK2A=1355, NBK3A=1355)
C      PARAMETER (NODI1A=96, NODI2A=1176, NODI3A=1272)
C      DIMENSION X(NNA,2), NOC(NEA,4), MAT(NEA) , PM(1,3)
C      DIMENSION NU(NDA), U(NDA), S(NQA,IBWA), F(NQA), FF(NPFA,2)
C      DIMENSION B(3,8), DB(3,8), SE(8,8), Q(8), STR(3) , NUM(NPFA)
C      DIMENSION D(3,3),XNI(4,2), A(3,4), G(4,8), XE(4,2), IZD(NZDA,3)
C      DIMENSION FORCE1(NEA,8), F0(NQA), SIGV01(3), NODAK(NEA,4)
C      DIMENSION UT(NITERA),STRES(NEA,4,3),STRS(NEA,4,3),RSTR(NEA,4,3)
C      DIMENSION XK1(IYDS1A,1), XK2(IYDS2A,1), XK3(IYDS3A,1)
C      DIMENSION NS(NNA), NKONT(NNA), NAYAR(NNA), RENOC(NNA,3)
C      DIMENSION SENOC(NNA, 3), STENOC(NNA)
C      DIMENSION BBB(IYDS1A,2),BBB1(IYDS1A,2),BBB2(IYDS1A,2),
C      IBK1(NBK1A,2),J1(J1A),NODI1(NODI1A,4)
C      DIMENSION ABB(IYDS2A,2),ABB1(IYDS2A,2),ABB2(IYDS2A,2),
C      IBK2(NBK2A,2),J2(J2A),NODI2(NODI2A,4)
C      DIMENSION SBB(IYDS3A,2),SBB1(IYDS3A,2),SBB2(IYDS3A,2),
C      IBK3(NBK3A,2),J3(J3A),NODI3(NODI3A,4)
C      DIMENSION BK(NNA,2), NODI(NEA,4)
C      CHARACTER*16 FILE1, FILE2
C
C      DO 1033 KIS=1, 9
C
C      IMAX=2710
C      IYDS1 = 26
C      IYDS11 = 13
C      IYDS21 = 14
C      IYDS31 = 26
C      IYDS41 = 0
C      IYAS1 = 4
C      IDAS1 = 24
C *****
C      IYDS2 = 37
C      IYDS12 = 13
C      IYDS22 = 25
C      IYDS32 = 37
C      IYDS42 = 0
C      IYAS2 = 30
C      IDAS2 = 36
C *****
C      IYDS3 = 26
C      IYDS13 = 13
C      IYDS23 = 14
C      IYDS33 = 26

```

```

      IYDS43 = 0
      IYAS3 = 4
      IDAS3 = 24
C *****
      ND = 78
      NZD = 39
      NL = 39
      NPF = 39
      NM = 1
      NDIM = 2
      NEN = 4
      SIGAK = 465.0
      NTITER = 30
C *****
      NN1 = (IYAS1+1)*IYDS1
      NE1 = IYAS1*IDAS1
C
      NN2 = (IYAS2 + 1) * IYDS2
      NE2 = IYAS2 * IDAS2
C
      NN3 = (IYAS3 + 1) * IYDS3
      NE3 = IYAS3 * IDAS3
C
      NN = NN1 + NN2 + NN3 - IYDS1 - IYDS3
      NE = NE1 + NE2 + NE3
C *****
      PRINT *, ' 1) PLANE STRESS ANALYSIS'
      PRINT *, ' 2) PLANE STRAIN ANALYSIS'
      PRINT *, 'CHOOSE 1 OR 2'
C  READ *, LC
      LC = 1
      PRINT *, 'THICKNESS FOR THE PROBLEM TH'
C  READ *, TH
      TH = 1
C%%%%%%%%%%%%%%
      IF (KIS.EQ.1) GOTO 1019
      IF (KIS.EQ.2) GOTO 1020
      IF (KIS.EQ.3) GOTO 1021
      IF (KIS.EQ.4) GOTO 1022
      IF (KIS.EQ.5) GOTO 1023
      IF (KIS.EQ.6) GOTO 1024
      IF (KIS.EQ.7) GOTO 1025
      IF (KIS.EQ.8) GOTO 1026
      IF (KIS.EQ.9) GOTO 1027
      IF (KIS.EQ.10) GOTO 1028
      IF (KIS.EQ.11) GOTO 1029
      IF (KIS.EQ.12) GOTO 1030
      IF (KIS.EQ.13) GOTO 1040
1019 PRINT *, 'DATA FILE NAME'
C  READ '(A)', FILE1
      LINP=10
      OPEN (UNIT = 10, FILE = '6-9i12')
      PRINT *, 'OUTPUT FILE NAME'
C  READ '(A)', FILE2
      LOUT=11
      OPEN (UNIT = 11, FILE = '6-9o12')

```

```

      GOTO 1031
C
1020 PRINT *, 'DATA FILE NAME'
C READ '(A)', FILE1
    LINP=10
    OPEN (UNIT = 10, FILE = '6-9i13')
    PRINT *, 'OUTPUT FILE NAME'
C READ '(A)', FILE2
    LOUT=11
    OPEN (UNIT = 11, FILE = '6-9o13')
    GOTO 1031
C
1021 PRINT *, 'DATA FILE NAME'
C READ '(A)', FILE1
    LINP=10
    OPEN (UNIT = 10, FILE = '6-9i14')
    PRINT *, 'OUTPUT FILE NAME'
C READ '(A)', FILE2
    LOUT=11
    OPEN (UNIT = 11, FILE = '6-9o14')
    GOTO 1031
C
1022 PRINT *, 'DATA FILE NAME'
C READ '(A)', FILE1
    LINP=10
    OPEN (UNIT = 10, FILE = '6-9i15')
    PRINT *, 'OUTPUT FILE NAME'
C READ '(A)', FILE2
    LOUT=11
    OPEN (UNIT = 11, FILE = '6-9o15')
    GOTO 1031
C
1023 PRINT *, 'DATA FILE NAME'
C READ '(A)', FILE1
    LINP=10
    OPEN (UNIT = 10, FILE = '6-9i16')
    PRINT *, 'OUTPUT FILE NAME'
C READ '(A)', FILE2
    LOUT=11
    OPEN (UNIT = 11, FILE = '6-9o16')
    GOTO 1031
C
1024 PRINT *, 'DATA FILE NAME'
C READ '(A)', FILE1
    LINP=10
    OPEN (UNIT = 10, FILE = '6-9i17')
    PRINT *, 'OUTPUT FILE NAME'
C READ '(A)', FILE2
    LOUT=11
    OPEN (UNIT = 11, FILE = '6-9o17')
    GOTO 1031
C
1025 PRINT *, 'DATA FILE NAME'
C READ '(A)', FILE1
    LINP=10
    OPEN (UNIT = 10, FILE = '6-9i18')

```

```

      PRINT *, 'OUTPUT FILE NAME'
C   READ '(A)', FILE2
      LOUT=11
      OPEN (UNIT = 11, FILE = '6-9o18')
      GOTO 1031
C
1026 PRINT *, 'DATA FILE NAME'
C   READ '(A)', FILE1
      LINP=10
      OPEN (UNIT = 10, FILE = '6-9i19')
      PRINT *, 'OUTPUT FILE NAME'
C   READ '(A)', FILE2
      LOUT=11
      OPEN (UNIT = 11, FILE = '6-9o19')
      GOTO 1031
C
1027 PRINT *, 'DATA FILE NAME'
C   READ '(A)', FILE1
      LINP=10
      OPEN (UNIT = 10, FILE = '6-9i20')
      PRINT *, 'OUTPUT FILE NAME'
C   READ '(A)', FILE2
      LOUT=11
      OPEN (UNIT = 11, FILE = '6-9o20')
      GOTO 1031
C
1028 PRINT *, 'DATA FILE NAME'
C   READ '(A)', FILE1
      LINP=10
      OPEN (UNIT = 10, FILE = '6-9i26')
      PRINT *, 'OUTPUT FILE NAME'
C   READ '(A)', FILE2
      LOUT=11
      OPEN (UNIT = 11, FILE = '6-9o26')
      GOTO 1031
C
1029 PRINT *, 'DATA FILE NAME'
C   READ '(A)', FILE1
      LINP=10
      OPEN (UNIT = 10, FILE = '6-9i27')
      PRINT *, 'OUTPUT FILE NAME'
C   READ '(A)', FILE2
      LOUT=11
      OPEN (UNIT = 11, FILE = '6-9o27')
      GOTO 1031
C
1030 PRINT *, 'DATA FILE NAME'
C   READ '(A)', FILE1
      LINP=10
      OPEN (UNIT = 10, FILE = '6-9i21')
      PRINT *, 'OUTPUT FILE NAME'
C   READ '(A)', FILE2
      LOUT=11
      OPEN (UNIT = 11, FILE = '6-9o21')
      GOTO 1031
C

```

```

1040 PRINT *, 'DATA FILE NAME'
C READ '(A)', FILE1
  LINP=10
  OPEN (UNIT = 10, FILE = '6-9i22')
  PRINT *, 'OUTPUT FILE NAME'
C READ '(A)', FILE2
  LOUT=11
  OPEN (UNIT = 11, FILE = '6-9o22')
  GOTO 1031
C
C%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
1031 IF(LC.EQ. 1) WRITE(LOUT, *) 'PLANE STRESS ANALYSIS'
  IF(LC.EQ. 2) WRITE(LOUT, *) 'PLANE STRAIN ANALYSIS'
C PRINT *, 'OUTPUT 2 FILE NAME'
C READ '(A)', FILE3
C LOUT=11
  OPEN (UNIT = 4, FILE = 'KNT6-9')
C TOTAL DOF IS NQ
  NQ = 2*NN
  DO 90 II= 1, NQ
    F(II) = 0.0
    F0(II)= 0.0
90 CONTINUE
  DO 8270 KS = 1, NTITER
    UT(KS) = 0.0
8270 CONTINUE
  DO 22 I=1, NE
    MAT(I) = 0
22 CONTINUE
  DO 24 I=1,NE
    DO 24 J=1,4
      NOC(I,J)=0
24 CONTINUE
  DO 26 I=1,NN
    DO 26 J=1,2
      X(I,J)=0.0
26 CONTINUE
C ===== READ DATA FROM FILE =====
  READ (LINP, *) ( XK1(I,1), I=1, IYDS1)
  READ (LINP, *) ( XK2(I,1), I=1, IYDS2)
  READ (LINP, *) ( XK3(I,1), I=1, IYDS3)
  CALL OTM1(NN1,NN2,NN3,NE1,NE2,NE3,
    1BBB,BBB1,BBB2,BK1,J1,NODI1,
    1ABB,ABB1,ABB2,BK2,J2,NODI2,
    1SBB,SBB1,SBB2,BK3,J3,NODI3,
    1IYDS1,IYDS11,IYDS21,IYDS31,IYDS41,IYAS1,IDAS1,XK1.
    1IYDS2,IYDS12,IYDS22,IYDS32,IYDS42,IYAS2,IDAS2,XK2.
    1IYDS3,IYDS13,IYDS23,IYDS33,IYDS43,IYAS3,IDAS3,XK3,X.NOC)
  WRITE(4, '(I4,2F15.4)') (I, (X(I,J), J=1,2), I=1,NN)
  WRITE(4, '(5I5)') (I,(NOC(I,J),J=1,4),I=1,NE)
  DO 23 I=1, NE
    MAT(I) = 1
23 CONTINUE
C READ (LINP, *) ( MAT(I), I=1, NE)
C READ (LINP, *) ( NU(I), U(I), I=1,ND)
C

```

```

      READ (LINP, *) ((IZD(I, J), J=1, 3), I=1, NZD)
C   WRITE(LOUT, '(4X,I8,I6,I6)') ((IZD(I, J), J=1, 3), I=1, NZD)
      KZ = 1
      DO 60 I=1, NZD
        IZ1 = IZD(I, 1)
        IZ2 = IZD(I, 2)
        IZ3 = IZD(I, 3)
        J11 = 2*IZ1 - 1
        J22 = J11 + 1
        IF(IZ2.EQ.0) GOTO 62
        IF(IZ3.EQ.0) GOTO 63
62      U(KZ) = 0.0
        NU(KZ) = J11
        IF(IZ3.EQ.0) GOTO 63
        GOTO 60
63      IF(IZ2.EQ.0) KZ = KZ + 1
        U(KZ) = 0.0
        NU(KZ) = J22
60      KZ = KZ + 1
C
C   READ (LINP, *) (II, F(II), I=1, NL)
      DO 555 I = 1, NPF
        READ (LINP, *) NUM(I), (FF(I, J), J=1, 2)
C   WRITE(LOUT, '(5X,I5,1X,2(3X,F10.2))') NUM(I), (FF(I, J), J=1, 2)
555  CONTINUE
      DO 37 I = 1, NPF
        J = 1
        NFC = 2* NUM(I)-1
        F(NFC) = F(NFC) + FF(I, J)
        NNF = NFC + 1
        F(NNF) = F(NNF) + FF(I, J+1)
        J = J+1
37  CONTINUE
      READ (LINP, *) ((PM(I, J), J=1, 3), I=1, NM)
      WRITE(LOUT, *) 'THICKNESS'
      WRITE(LOUT, '(F8.4)') TH
      WRITE(LOUT, *) 'NN NE ND NL NM NDIM NEN NZD NPF'
      WRITE(LOUT, '(9I5)') NN, NE, ND, NL, NM, NDIM, NEN, NZD, NPF
C
      DO 500 I = 1, NE
        DO 500 J = 1, 4
          NODAK (I, J) = 0
500  CONTINUE
C
C   Bandwidth NBW from Connectivity NOC( . )
      NBW = 0
      DO 110 N = 1, NE
        CMIN = NN + 1
        CMAX = 0
        DO 100 J = 1, 4
          IF(CMIN .GT. NOC(N, J)) CMIN = NOC(N, J)
          IF(CMAX .LT. NOC(N, J)) CMAX = NOC(N, J)
100  CONTINUE
        C = 2 * (CMAX - CMIN + 1)
        IF(NBW .LT. C) NBW = C
110  CONTINUE

```

```

      PRINT *, 'The Bandwidth is', NBW
C
C *** Initialization ***
      DO 120 I = 1, NQ
      DO 120 J = 1, NBW
      S(I, J) = 0
120  CONTINUE
C ***** GLOBAL STIFFNESS MATRIX *****
C *** CORNER NODES AND INTEGRATION POINTS ***
C ---Integ. Points of Master Element
      CALL INTEG(XNI)
      DO 180 N = 1, NE
C  PRINT *, 'Forming Stiffness Matrix of Element ', N
C  --- Get D-Matrix
      CALL DMAT(NE,N,LC,MAT,PM,D)
C  --- Get Element Stiffness
      CALL ELSTIF(NN,NE,X,N,NOC,XNI,D,SE,TH)
C  PRINT *, '--- Placing in Banded Locations ---'
      DO 170 II = 1, 4
      NRT = 2 * (NOC(N, II) - 1)
      DO 170 IT = 1, 2
      NR = NRT + IT
      I = 2 * (II - 1) + IT
      DO 170 JJ = 1, 4
      NCT = 2 * (NOC(N, JJ) - 1)
      DO 160 JT = 1, 2
      J = 2 * (JJ - 1) + JT
      NC = NCT + JT - NR + 1
      IF(NC .LE. 0) GOTO 160
      S(NR, NC) = S(NR, NC) + SE(I, J)
160  CONTINUE
170  CONTINUE
180  CONTINUE
C
      DO 430 KS = 1, NE
      DO 430 KP = 1, 8
      FORCE1 (KS,KP) = 0.0
430  CONTINUE
      DO 8023 KT = 1,NQ
      F0 (KT) = F (KT)
8023  CONTINUE
C
      PRINT *, '***** Modifying for Boundary Conditions *****'
      CNST = S(1, 1) * 100000000
      DO 190 I = 1, ND
      N = NU(I)
      S(N, 1) = S(N, 1) + CNST
      F(N) = F(N) + CNST * U(I)
190  CONTINUE
      PRINT *, ' ***** Solving Equations *****'
      CALL BAND(S, F, IMAX, NBW, NQ)
C ***** PRINT OUTPUT *****
C *** REACTION CALCULATION ***
      WRITE(LOUT, *) ' DOF#    REACTION'
      DO 200 I = 1, ND
      N = NU(I)

```

```

R = CNST * (U(I) - F(N))
WRITE(LOUT, '(I5,F15.4)') N, R
200 CONTINUE
C
IITER = 1
KONT = 0
DO 161 NT = 1, NE
DO 161 NP = 1, 4
DO 161 NR = 1, 3
STRS(NT, NP, NR) = 0.0
RSTR(NT, NP, NR) = 0.0
161 CONTINUE
C
C *** STRESS CALCULATIONS ***
C Stress at the XI and ETA
C WRITE(LOUT, *) 'ELEM# IP SX SY TXY STRE
C 1 S1 S2 ANGLE SX->S1'
DO 310 N = 1, NE
C --- Get D-Matrix
CALL DMAT(NE,N,LC,MAT,PM,D)
DO 2580 IP = 1, 4
XI = XNI(IP, 1)
ETA = XNI(IP, 2)
C --- Get DB-Matrix
CALL DBMAT(NN,NE,X,N,NOC,XI,ETA,B,DB,D,DJ)
C Stress Evaluation
DO 230 I = 1, 4
IN = 2 * (NOC(N,I) - 1)
II = 2 * (I - 1)
DO 230 J = 1, 2
Q(II + J) = F(IN + J)
230 CONTINUE
DO 240 I = 1, 3
STR(I) = 0
DO 240 K = 1, 8
STR(I) = STR(I) + DB(I, K) * Q(K)
240 CONTINUE
C *** Equivalent Stress Calculations ***
STRE = (1 / SQRT(2.)) * SQRT((STR(1) - STR(2))**2 +
1STR(2)**2 + STR(1)**2 + 6 * STR(3)**2)
STRES(N, IP, 1) = STR(1)
STRES(N, IP, 2) = STR(2)
STRES(N, IP, 3) = STR(3)
C *** Principal Stress Calculations ***
IF(STR(3) .NE. 0) GO TO 280
S1 = STR(1)
S2 = STR(2)
ANG = 0
IF(S1 .GT. S2) GO TO 300
S1 = STR(2)
S2 = STR(1)
ANG = 90
GO TO 300
280 C = .5 * (STR(1) + STR(2))
R = SQRT(.25 * (STR(1) - STR(2))**2 + (STR(3))**2)
S1 = C + R

```

```

S2 = C - R
IF(C .GT. STR(1)) GO TO 290
ANG = 57.29577951 * ATAN(STR(3) / (STR(1) - S2))
GO TO 300
290  ANG = 57.29577951 * ATAN(STR(3) / (S1 - STR(1)))
    IF(STR(3) .GT. 0) ANG = 90 - ANG
    IF(STR(3) .LT. 0) ANG = -90 - ANG
300  AL=AT
C   WRITE(LOUT, '(2I4,7(1X,F10.4))' ) N,IP,STR(1),STR(2),STR(3),STRE,
C   1 S1,S2,ANG
C
    STREM = ABS(STRE)
    IF(STRE .LE. SIGAK) GOTO 2580
    NODAK (N, IP) = 1
    CALL FORCE(NE,NN,X,NOC,STR,STRE, N, IP, SIGV01, XI, ETA,
    ID,B,DJ,TH,FORCE1,IITER,STRS)
C
2580  CONTINUE
310  CONTINUE
C
    DO 304 J = 1, NQ
    F(J) = F0(J)
304  CONTINUE
C
    DO 400 N = 1, NE
    DO 400 K = 1, 4
    F (2*NOC(N,K)-1) = F (2*NOC(N,K)-1) + FORCE1 (N,2*K-1)
    F (2*NOC(N,K) ) = F (2*NOC(N,K) ) + FORCE1 (N,2*K )
400  CONTINUE
C
C   WRITE(LOUT, *) 'IC KUVVETLERI IHTIVA EDEN F VEKTORU '
C   WRITE(LOUT, '(4F10.2)') (F(K), K=1, NQ)
C   *** Initialization ***
    DO 440 I = 1, NQ
    DO 440 J = 1, NBW
    S(I, J) = 0
440  CONTINUE
C   ***** GLOBAL STIFFNESS MATRIX *****
C   *** CORNER NODES AND INTEGRATION POINTS ***
C   ---Integ. Points of Master Element
    CALL INTEG(XNI)
    DO 450 N = 1, NE
C   PRINT *, 'Forming Stiffness Matrix of Element ', N
C   --- Get D-Matrix
    CALL DMAT(NE,N,LC,MAT,PM,D)
C   --- Get Element Stiffness
    CALL ELSTIF(NN,NE,X,N,NOC,XNI,D,SE,TH)
C   PRINT *, '--- Placing in Banded Locations ---'
    DO 460 II = 1, 4
    NRT = 2 * (NOC(N, II) - 1 )
    DO 460 IT = 1, 2
    NR = NRT + IT
    I = 2 * (II - 1) + IT
    DO 460 JJ = 1, 4
    NCT = 2 * (NOC(N, JJ) - 1)
    DO 470 JT = 1, 2

```

```

      J = 2 * (JJ - 1) + JT
      NC = NCT + JT - NR + 1
      IF(NC .LE. 0) GOTO 470
      S(NR, NC) = S(NR, NC) + SE(I, J)
470   CONTINUE
460   CONTINUE
450   CONTINUE
C
      PRINT *, '**** Modifying for Boundary Conditions ****'
      CNST = S(1, 1) * 100000000
      DO 480 I = 1, ND
        N = NU(I)
        S(N, 1) = S(N, 1) + CNST
        F(N) = F(N) + CNST * U(I)
480   CONTINUE
      PRINT *, ' ***** Solving Equations *****'
      CALL BAND(S, F, IMAX, NBW, NQ)
C ***** PRINT OUTPUT *****
C WRITE(LOUT, *) 'NODE#    X-Displ.    Y-Displ.'
C WRITE(LOUT, '(I5,2F15.4)') (I,F(2*I-1), F(2*I),I=1,NN)
C *** REACTION CALCULATION ***
C WRITE(LOUT, *) ' DOF#    REACTION'
      DO 490 I = 1, ND
        N = NU(I)
        R = CNST * (U(I) - F(N))
C WRITE(LOUT, '(I5,F15.4)') N, R
490   CONTINUE
C
      UT(IITER) = 0.0
      DO 510 I = 1, NE
        DO 510 KB = 1, 4
          IF(NODAK(I,KB) .EQ. 0) GOTO 510
          II = 2*NOC(I,KB)-1
          JJ = 2*NOC(I,KB)
          UT1 = F(II)
          UT2 = F(JJ)
          UT(IITER) = UT(IITER) + SQRT(UT1**2 + UT2**2)
C WRITE(LOUT,*) ' IITER I KB UT1 UT2 UT '
C WRITE(LOUT, '(3I4,3F12.6)') IITER,I,KB,UT1,UT2,UT(IITER)
510   CONTINUE
C
      DO 560 KS = 1, NE
        DO 560 KP = 1, 8
          FORCE1(KS, KP) = 0.0
560   CONTINUE
C
      DO 600 IITER = 2, NTITER
        PRINT *, IITER, 'inci ITERASYON'
        KONT = 0
        DO 163 NT = 1, NE
          DO 163 NP = 1, 4
            DO 163 NR = 1, 3
              STRS(NT, NP, NR) = 0.0
163   CONTINUE
C *** STRESS CALCULATIONS ***
C Stress at the XI and ETA

```

```

C  WRITE(LOUT, *) 'ELEM# IP  SX  SY  TXY  STRE
C  1  S1  S2  ANGLE SX->S1'
      DO 520 N = 1, NE
C  --- Get D-Matrix
      CALL DMAT(NE,N,LC,MAT,PM,D)
      DO 530 IP = 1, 4
        XI = XNI(IP, 1)
        ETA = XNI(IP, 2)
C  --- Get DB-Matrix
      CALL DBMAT(NN,NE,X,N,NOC,XI,ETA,B,DB,D,DJ)
C  Stress Evaluation
      DO 540 I = 1, 4
        IN = 2 * (NOC(N,I) - 1)
        II = 2 * (I - 1)
        DO 540 J = 1, 2
          Q(II + J) = F(IN + J)
540    CONTINUE
      DO 550 I = 1, 3
        STR(I) = 0
        DO 550 K = 1, 8
          STR(I) = STR(I) + DB(I, K) * Q(K)
550    CONTINUE
C  *** Equivalent Stress Calculations ***
      STRE = (1 / SQRT(2.)) * SQRT((STR(1)-STR(2))**2 +
        1STR(2)**2 + STR(1)**2 + 6*STR(3)**2)
C  *** Principal Stress Calculations ***
      IF(STR(3) .NE. 0.0) GO TO 1280
      S1 = STR(1)
      S2 = STR(2)
      ANG = 0
      IF(S1 .GT. S2) GO TO 1300
      S1 = STR(2)
      S2 = STR(1)
      ANG = 90
      GO TO 1300
1280  C = .5 * (STR(1) + STR(2))
      R = SQRT(.25 * (STR(1) - STR(2))**2 + (STR(3))**2)
      S1 = C + R
      S2 = C - R
      IF(C .GT. STR(1)) GO TO 1290
      ANG = 57.29577951 * ATAN(STR(3) / (STR(1) - S2))
      GO TO 1300
1290  ANG = 57.29577951 * ATAN(STR(3) / (S1 - STR(1)))
      IF(STR(3) .GT. 0) ANG = 90 - ANG
      IF(STR(3) .LT. 0) ANG = -90 - ANG
1300  AL=AT
C  WRITE(LOUT, '(2I4,7(1X,F10.4))') N,IP,STR(1),STR(2),STR(3),STRE,
C  1 S1,S2,ANG
C
      STREM = ABS(STRE)
      IF(STRE .LE. SIGAK) GOTO 530
      CALL FORCE(NN,X,N,NOC,STR,STRE, N, IP, SIGV01, XI, ETA,
        ID,B,DJ,TH,FORCE1,IITER,STRS)
C
530  CONTINUE
520  CONTINUE

```

```

C      DO 580 J = 1, NQ
        F(J) = F0(J)
580    CONTINUE
C
        DO 610 N = 1, NE
          DO 610 K = 1, 4
            F (2*NOC(N,K)-1) = F (2*NOC(N,K)-1) + FORCE1 (N,2*K-1)
            F (2*NOC(N,K) ) = F (2*NOC(N,K) ) + FORCE1 (N,2*K )
610    CONTINUE
C
C      WRITE(LOUT, *) 'IC KUVVETLERI IHTIVA EDEN F VEKTORU '
C      WRITE(LOUT, '(4F10.2)') (F(K), K=1, NQ)
C      *** Initialization ***
        DO 620 I = 1, NQ
          DO 620 J = 1, NBW
            S(I, J) = 0
620    CONTINUE
C      ***** GLOBAL STIFFNESS MATRIX *****
C      *** CORNER NODES AND INTEGRATION POINTS ***
C      ---Integ. Points of Master Element
        CALL INTEG(XNI)
        DO 630 N = 1, NE
C      PRINT *, 'Forming Stiffness Matrix of Element ', N
C      --- Get D-Matrix
        CALL DMAT(NE,N,LC,MAT,PM,D)
C      --- Get Element Stiffness
        CALL ELSTIF(NN,NE,X,N,NOC,XNI,D,SE,TH)
C      PRINT *, '--- Placing in Banded Locations ---'
        DO 640 II = 1, 4
          NRT = 2 * (NOC(N, II) - 1 )
          DO 640 IT = 1, 2
            NR = NRT + IT
            I = 2 * (II - 1) + IT
            DO 640 JJ = 1, 4
              NCT = 2 * (NOC(N, JJ) - 1)
              DO 650 JT = 1, 2
                J = 2 * (JJ - 1) + JT
                NC = NCT + JT - NR + 1
                IF(NC .LE. 0) GOTO 650
                S(NR, NC) = S(NR, NC) + SE(I, J)
650          CONTINUE
640        CONTINUE
630      CONTINUE
C
        PRINT *, '***** Modifying for Boundary Conditions *****'
        CNST = S(1, 1) * 100000000
        DO 660 I = 1, ND
          N = NU(I)
          S(N, 1) = S(N, 1) + CNST
          F(N) = F(N) + CNST * U(I)
660    CONTINUE
        PRINT *, ' ***** Solving Equations *****'
        CALL BAND(S, F, IMAX, NBW, NQ)
C      ***** PRINT OUTPUT *****
C      WRITE(LOUT, *) 'NODE#    X-Displ.    Y-Displ.'

```

```

C  WRITE(LOUT,'(I5,2F15.4)') (I,F(2*I-1), F(2*I),I=1,NN)
C  *** REACTION CALCULATION ***
C  WRITE(LOUT,*) ' DOF#    REACTION'
      DO 670 I = 1, ND
        N = NU(I)
        R = CNST * (U(I) - F(N))
C  WRITE(LOUT, '(I5,F15.4)') N, R
670  CONTINUE
C
      UT(IITER) = 0.0
      DO 680 I = 1, NE
        DO 680 KB = 1, 4
          IF(NODAK(I,KB) .EQ. 0) GOTO 680
          II = 2*NOC(I,KB)-1
          JJ = 2*NOC(I,KB)
          UT1 = F(II)
          UT2 = F(JJ)
          UT(IITER) = UT(IITER) + SQRT(UT1**2 + UT2**2)
C  WRITE(LOUT,*) ' IITER I KB  UT1    UT2    UT '
C  WRITE(LOUT,'(3I4,3F14.12)') IITER,I,KB,UT1,UT2,UT(IITER)
680  CONTINUE
C
      WRITE(LOUT,*) ' UT(IITER)    UT(IITER-1)    '
      WRITE(LOUT,'(2F12.6)') UT(IITER),UT(IITER-1)
      BITER = ABS((UT(IITER)-UT(IITER-1))/UT(IITER-1))
      HAS = 0.005
      WRITE(LOUT,*) ' UT(IITER)    UT(IITER-1)    BITER '
      WRITE(LOUT,'(3F12.6)') UT(IITER),UT(IITER-1),BITER
      IF(BITER .LE. HAS) GOTO 8265
C
      DO 690 KS = 1, NE
        DO 690 KP = 1, 8
          FORCE1(KS, KP) = 0.0
690  CONTINUE
600  CONTINUE
8265  WRITE(LOUT,*) 'ARA 10 '
C  Obtainig the yielded nodes at the last iteration with 'NAYAR'
      DO 9430 IIM = 1, NN
        NAYAR(IIM) = 0
9430  CONTINUE
C  *** STRESS CALCULATIONS ***
C  Stress at the XI and ETA
C  WRITE(LOUT,*) 'ELEM# IP  SX    SY    TXY    STRE
C  1  S1    S2    ANGLE SX->S1'
      DO 720 N = 1, NE
C  -- Get D-Matrix
        CALL DMAT(NE,N,LC,MAT,PM,D)
        DO 730 IP = 1, 4
          XI = XNI(IP, 1)
          ETA = XNI(IP, 2)
C  -- Get DB-Matrix
        CALL DBMAT(NN,NE,X,N,NOC,XI,ETA,B,DB,D,DJ)
C  Stress Evaluation
        DO 740 I = 1, 4
          IN = 2 * (NOC(N,I) - 1)
          II = 2 * (I - 1)

```

```

DO 740 J = 1, 2
Q(IN + J) = F(IN + J)
740 CONTINUE
DO 750 I = 1, 3
STR(I) = 0
DO 750 K = 1, 8
STR(I) = STR(I) + DB(I, K) * Q(K)
750 CONTINUE
C *** Equivalent Stress Calculations ***
STRE = (1 / SQRT(2.)) * SQRT((STR(1)-STR(2))**2 +
ISTR(2)**2 + STR(1)**2 + 6*STR(3)**2)
C *** Principal Stress Calculations ***
IF(STR(3) .NE. 0.0) GO TO 2280
S1 = STR(1)
S2 = STR(2)
ANG = 0
IF(S1 .GT. S2) GO TO 2300
S1 = STR(2)
S2 = STR(1)
ANG = 90
GO TO 2300
2280 C = .5 * (STR(1) + STR(2))
R = SQRT(.25 * (STR(1) - STR(2))**2 + (STR(3))**2)
S1 = C + R
S2 = C - R
IF(C .GT. STR(1)) GO TO 2290
ANG = 57.29577951 * ATAN(STR(3) / (STR(1) - S2))
GO TO 2300
2290 ANG = 57.29577951 * ATAN(STR(3) / (S1 - STR(1)))
IF(STR(3) .GT. 0) ANG = 90 - ANG
IF(STR(3) .LT. 0) ANG = -90 - ANG
2300 AL=AT
C WRITE(LOUT, '(2I4,7(1X,F10.4))') N,IP,STR(1),STR(2),STR(3),STRE,
C 1 S1,S2,ANG
C
STREM = ABS(STRE)
IF(STRE .LT. SIGAK) GOTO 760
CALL FORCE(NE,NN,X,NOC,STR,STRE, N, IP, SIGV01, XI, ETA,
ID,B,DJ,TH,FORCE1,ITER,STRS)
GO TO 770
C Calculation of the Residual Stresses at the elastic region.
760 RSTR (N, IP, 1) = STR(1) - STRES (N, IP, 1)
RSTR (N, IP, 2) = STR(2) - STRES (N, IP, 2)
RSTR (N, IP, 3) = STR(3) - STRES (N, IP, 3)
C WRITE(LOUT, *) 'THE OBTAINED STRESS COMPONENTS AT THE LAST ITER'
C WRITE(LOUT, '(2I4,6(1X,F10.4))') N, IP, STR(1), STR(2), STR(3),
C 1STRE, S1, S2
GO TO 730
C Calculation of the Residual Stresses at the plastic region.
770 RSTR (N, IP, 1) = -(STRES(N, IP, 1) - STRS(N, IP, 1))
RSTR (N, IP, 2) = -(STRES(N, IP, 2) - STRS(N, IP, 2))
RSTR (N, IP, 3) = -(STRES(N, IP, 3) - STRS(N, IP, 3))
C
NAYAR(NOC(N,IP)) = 1
C WRITE(LOUT, '(2I4,6(1X,F10.4))') N, IP, STR(1), STR(2), STR(3),
C 1STRE, S1, S2

```

```

C
730  CONTINUE
720  CONTINUE
C *****
C
C Adjusting the residual streses at the same nodes.
C
      DO 938 LK=1,NN
      NS(LK)=0
      NKONT(LK)=0
C  WRITE(LOUT, '(I8)') NS(LK)
938  CONTINUE
      KS=1
      DO 9310 I=1,NE
      DO 9310 J=1,4
C  write(lout, '(4i8)') I,J, NOC(I,J), ns(noc(i,j))
      IF(NS(NOC(I,J)).EQ.1) GOTO 9310
      DO 9320 II=1,NE
      DO 9320 JJ=1,4
      IF(NOC(I,J).NE.NOC(II,JJ)) GOTO 9320
      IF(I.EQ.II.AND.J.EQ.JJ) GOTO 9330
      KS=KS+1
      RSTR(I,J,1)=RSTR(I,J,1)+RSTR(II,JJ,1)
      RSTR(I,J,2)=RSTR(I,J,2)+RSTR(II,JJ,2)
      RSTR(I,J,3)=RSTR(I,J,3)+RSTR(II,JJ,3)
      STRES(I,J,1)=STRES(I,J,1)+STRES(II,JJ,1)
      STRES(I,J,2)=STRES(I,J,2)+STRES(II,JJ,2)
      STRES(I,J,3)=STRES(I,J,3)+STRES(II,JJ,3)
      GOTO 9320
9330  RSTR(I,J,1)=RSTR(I,J,1)
      RSTR(I,J,2)=RSTR(I,J,2)
      RSTR(I,J,3)=RSTR(I,J,3)
      STRES(I,J,1)=STRES(I,J,1)
      STRES(I,J,2)=STRES(I,J,2)
      STRES(I,J,3)=STRES(I,J,3)
9320  CONTINUE
      RSTR(I,J,1)=RSTR(I,J,1)/KS
      RSTR(I,J,2)=RSTR(I,J,2)/KS
      RSTR(I,J,3)=RSTR(I,J,3)/KS
      STRES(I,J,1)=STRES(I,J,1)/KS
      STRES(I,J,2)=STRES(I,J,2)/KS
      STRES(I,J,3)=STRES(I,J,3)/KS
C  PRINT *, 'DIKKAT'
C  WRITE(LOUT, '(3I6,3f10.4)') NOC(LM,LN),LM,LN, (RSTR(LM,LN,K),K=1,3)
      DO 9340 LM=1,NE
      DO 9340 LN=1,4
      IF(NOC(I,J).NE.NOC(LM,LN)) GOTO 9340
      RSTR(LM,LN,1)=RSTR(I,J,1)
      RSTR(LM,LN,2)=RSTR(I,J,2)
      RSTR(LM,LN,3)=RSTR(I,J,3)
      STRES(LM,LN,1)=STRES(I,J,1)
      STRES(LM,LN,2)=STRES(I,J,2)
      STRES(LM,LN,3)=STRES(I,J,3)
      NS(NOC(LM,LN))=1
c  PRINT *, 'DIKKAT'
c  WRITE(LOUT, '(3I6,3f10.4)') NOC(LM,LN),LM,LN, (RSTR(LM,LN,K),K=1,3)

```

```

9340 CONTINUE
      KS=1
9310 CONTINUE
C   DO 9430 I=1, NE
C   DO 9430 J=1, 4
C   WRITE(LOUT,'(2I6,3F10.4)') I,J, (RSTR(I,J,K),K=1,3)
      DO 9410 I=1, NE
      DO 9410 J=1, 4
      IF(NKONT(NOC(I,J)).EQ.1) GOTO 9410
      RENOC(NOC(I, J), 1) = RSTR(I,J,1)
      RENOC(NOC(I, J), 2) = RSTR(I,J,2)
      RENOC(NOC(I, J), 3) = RSTR(I,J,3)
      SENOC(NOC(I, J), 1) = STRES(I,J,1)
      SENOC(NOC(I, J), 2) = STRES(I,J,2)
      SENOC(NOC(I, J), 3) = STRES(I,J,3)
C   *** Equivalent Stress Calculations ***
      STENOC(NOC(I,J)) = (1 / SQRT(2.))*SQRT((SENOC(NOC(I, J), 1)-
      ISENOC(NOC(I, J), 2))**2+SENOC(NOC(I, J), 2)**2
      I+SENOC(NOC(I, J), 1)**2+6*SENOC(NOC(I, J), 3)**2)
      NKONT(NOC(I,J)) = 1
9410 CONTINUE
      WRITE(LOUT,*) 'RESIDUAL STRESSES at the any nodes'
      WRITE(LOUT,*) '  NODE      RESIDIAL STRESSES      ELASTIC
      ISTRESSES  AKKON'
C   OPEN (UNIT = 5, FILE = '51.DAT')
C   DO 9420 I=1, NN
C   WRITE(LOUT,'(2X,I8,9(2X,F8.2),2X,I8)') i, X(I,1), X(I,2),
C   I(RENOC(I,J), J=1,3),(SENOC(I,J),J=1,3), STENOC(I), NAYAR(I)
      DO 9421 I=1, NN
      IF(NAYAR(I).EQ.0) GOTO 9421
      WRITE(LOUT,'(2X,I8,9(2X,F8.2),2X,I8)') i, X(I,1), X(I,2),
      I(RENOC(I,J), J=1,3),(SENOC(I,J),J=1,3), STENOC(I), NAYAR(I)
9421 CONTINUE
      DO 9423 IG = 1, IYDS2
      DO 9422 I=1, NN
      IF(X(I,1).NE.XK2(IG,1)) GOTO 9422
      WRITE(LOUT,'(2X,I8,9(2X,F8.2),2X,I8)') i, X(I,1), X(I,2),
      I(RENOC(I,J), J=1,3),(SENOC(I,J),J=1,3), STENOC(I), NAYAR(I)
9422 CONTINUE
9423 CONTINUE
C   *****
C   WRITE(LOUT,*) 'RESIDIAL STRESSES at the any nodes'
C
      CLOSE(LINP)
      CLOSE(LOUT)
      PRINT *, '---- All Calculations are done ----'
      PRINT *, 'The Results are available in the text file '
      PRINT *, 'View using a text processor'
      PRINT *, 'NUMBER OF THE PART (KISIM SAYISI) ' KIS
1033 CONTINUE
      STOP
      END
C
C
C
      SUBROUTINE INTEG(XNI)

```

```

      DIMENSION XNI(4,2)
C  ---- Integration Points XNI ----
1500  C = .57735026919
      XNI(1, 1) = -C
      XNI(1, 2) = -C
      XNI(2, 1) = C
      XNI(2, 2) = -C
      XNI(3, 1) = C
      XNI(3, 2) = C
      XNI(4, 1) = -C
      XNI(4, 2) = C
      RETURN
      END
      SUBROUTINE DMAT(NE,N,LC,MAT,PM,D)
      DIMENSION MAT(NE), PM(1, 3), D(3, 3)
C  D( . ) Matrix Relates Stresses to Strains
C  ---- Formation of D Matrix ----
1510  MATN = MAT(N)
      E = PM(MATN, 1)
      PNU = PM(MATN, 2)
      IF(LC.EQ. 2) GO TO 1520

C  *** Plane Stress ***
      C1 = E / (1 - PNU*PNU)
      C2 = C1 * PNU
      GO TO 1530

C  *** Plane Strain ***
1520  C = E / ((1 + PNU) * (1 - 2*PNU))
      C1 = C * (1 - PNU)
      C2 = C * PNU
1530  C3 = .5 * E / (1 + PNU)
      D(1, 1) = C1
      D(1, 2) = C2
      D(1, 3) = 0
      D(2, 1) = C2
      D(2, 2) = C1
      D(2, 3) = 0
      D(3, 1) = 0
      D(3, 2) = 0
      D(3, 3) = C3
      RETURN
      END
      SUBROUTINE ELSTIF(NN,NE,X,N,NOC,XNI,D,SE,TH)
      DIMENSION X(NN,2),NOC(NE,4),XNI(4,2),D(3,3)
      DIMENSION SE(8,8),B(3,8),DB(3,8)

C  Weight Factor is ONE
C  Initialize Element Stiffness
      DO 1550 I = 1, 8
      DO 1550 J = 1, 8
      SE(I, J) = 0.
1550  CONTINUE
C  *** Loop on Integration Points ***
      DO 1580 IP = 1, 4
C  *** Get DB Matrix at Integration Point IP ***
      XI = XNI(IP, 1)
      ETA = XNI(IP, 2)

```

```

      CALL DBMAT(NN,NE,X,N,NOC,XI,ETA,B,DB,D,DJ)
C  Eleman Stiffness Matrix SE
      DO 1570 I = 1, 8
      DO 1570 J = 1, 8
      DO 1570 K = 1, 3
      SE(I,J) = SE(I,J)+B(K,I)*DB(K,J)*DJ*TH
1570  CONTINUE
1580  CONTINUE
      RETURN
      END

C
C
C
      SUBROUTINE DBMAT(NN,NE,X,N,NOC,XI,ETA,B,DB,D,DJ)
      DIMENSION X(NN,2),NOC(NE,4),A(3,4),G(4,8)
      DIMENSION B(3,8),DB(3,8),D(3,3)
C  ***** SUBROUTINE DB MATRIX *****
      N1 = NOC(N, 1)
      N2 = NOC(N, 2)
      N3 = NOC(N, 3)
      N4 = NOC(N, 4)
      X1 = X(N1, 1)
      Y1 = X(N1, 2)
      X2 = X(N2, 1)
      Y2 = X(N2, 2)
      X3 = X(N3, 1)
      Y3 = X(N3, 2)
      X4 = X(N4, 1)
      Y4 = X(N4, 2)
C  Formation of Jacobian TJ
1590  TJ11 = ((1 - ETA) * (X2 - X1) + (1 + ETA) * (X3 - X4)) / 4
      TJ12 = ((1 - ETA) * (Y2 - Y1) + (1 + ETA) * (Y3 - Y4)) / 4
      TJ21 = ((1 - XI) * (X4 - X1) + (1 + XI) * (X3 - X2)) / 4
      TJ22 = ((1 - XI) * (Y4 - Y1) + (1 + XI) * (Y3 - Y2)) / 4
C  Deteminant of Jacobian TJ
      DJ = TJ11 * TJ22 - TJ12 * TJ21
C  A(3,4) Matrix relates Strains to
C  Local Derivatives of u
      A(1, 1) = TJ22 / DJ
      A(2, 1) = 0
      A(3, 1) = -TJ21 / DJ
      A(1, 2) = -TJ12 / DJ
      A(2, 2) = 0
      A(3, 2) = TJ11 / DJ
      A(1, 3) = 0
      A(2, 3) = -TJ21 / DJ
      A(3, 3) = TJ22 / DJ
      A(1, 4) = 0
      A(2, 4) = TJ11 / DJ
      A(3, 4) = -TJ12 / DJ
C  G(4,8) Matrix relates to Local Derivatives of u
C  Local Nodal Displacements q(8)
      DO 1600 I = 1, 4
      DO 1600 J = 1, 8
      G(I, J) = 0
1600  CONTINUE

```

```

G(1, 1) = -(1 - ETA) / 4
G(2, 1) = -(1 - XI) / 4
G(3, 2) = -(1 - ETA) / 4
G(4, 2) = -(1 - XI) / 4
G(1, 3) = (1 - ETA) / 4
G(2, 3) = -(1 + XI) / 4
G(3, 4) = (1 - ETA) / 4
G(4, 4) = -(1 + XI) / 4
G(1, 5) = (1 + ETA) / 4
G(2, 5) = (1 + XI) / 4
G(3, 6) = (1 + ETA) / 4
G(4, 6) = (1 + XI) / 4
G(1, 7) = -(1 + ETA) / 4
G(2, 7) = (1 - XI) / 4
G(3, 8) = -(1 + ETA) / 4
G(4, 8) = (1 - XI) / 4
C   B(3,8) Matrix Relates Strains to q
      DO 1610 I = 1, 3
      DO 1610 J = 1, 8
      B(I, J) = 0
      DO 1610 K = 1, 4
      B(I, J) = B(I, J) + A(I, K) * G(K, J)
1610 CONTINUE
C   DB(3,8) Matrix relates Stresses to q(8)
      DO 1620 I = 1, 3
      DO 1620 J = 1, 8
      DB(I, J) = 0
      DO 1620 K = 1, 3
      DB(I, J) = DB(I, J) + D(I, K) * B(K, J)
1620 CONTINUE
      RETURN
      END
      SUBROUTINE BAND(A, B, IMAX, NBW, N)
      DIMENSION A(IMAX,NBW), B(IMAX)
      N1 = N - 1
      PRINT *, '*** FORWARD ELIMINATION ***'
      DO 2100 K = 1, N1
      NK = N - K + 1
      IF(NK .GT. NBW) NK = NBW
      DO 2100 I = 2, NK
      C1 = A(K, I) / A(K, 1)
      I1 = K + I - 1
      DO 2000 J = 1, NK
      J1 = J - I + 1
2000  A(I1, J1) = A(I1, J1) - C1 * A(K, J)
2100  B(I1) = B(I1) - C1 * B(K)
      PRINT *, '*** BACK SUBSTITUTION ***'
      B(N) = B(N) / A(N, 1)
      DO 2300 KK = 1, N1
      K = N - KK
      C1 = 1 / A(K, 1)
      B(K) = C1 * B(K)
      NK = N - K + 1
      IF(NK .GT. NBW) NK = NBW
      DO 2200 J = 2, NK
      B(K) = B(K) - C1 * A(K, J) * B(K + J - 1)

```

```

2200 CONTINUE
2300 CONTINUE
      RETURN
      END
      SUBROUTINE OTM1(NN1,NN2,NN3,NE1,NE2,NE3,
1BBB,BBB1,BBB2,BK1,J1,NODI1,
1ABB,ABB1,ABB2,BK2,J2,NODI2,
1SBB,SBB1,SBB2,BK3,J3,NODI3,
1IYDS1,IYDS11,IYDS21,IYDS31,IYDS41,IYAS1,IDAS1,XK1,
1IYDS2,IYDS12,IYDS22,IYDS32,IYDS42,IYAS2,IDAS2,XK2,
1IYDS3,IYDS13,IYDS23,IYDS33,IYDS43,IYAS3,IDAS3,XK3,BK,NODI)
C   implicit real*8 (a-h,o-z)
      DIMENSION XK1(IYDS1,1)
      DIMENSION XK2(IYDS2,1)
      DIMENSION XK3(IYDS3,1)
      DIMENSION BBB(IYDS1,2),BBB1(IYDS1,2),
1BBB2(IYDS1,2),BK1(NN1+NN2-IYDS1,2),
1J1(IYAS1-1),NODI1(NE1,4)
      DIMENSION ABB(IYDS2,2),ABB1(IYDS2,2),
1ABB2(IYDS2,2),BK2(NN1+NN2+NN3-IYDS1-IYDS2,2),
1J2(IYAS2-1),NODI2(NE1+NE2,4)
      DIMENSION SBB(IYDS3,2),SBB1(IYDS3,2),
1SBB2(IYDS3,2),BK3(NN1+NN2+NN3-IYDS1-IYDS3,2),
1J3(IYAS3-1),NODI3(NE1+NE2+NE3,4)
      DIMENSION BK(NN1+NN2+NN3-IYDS1-IYDS3,2), NODI(NE1+NE2+NE3,4)
      CHARACTER*16 FILE1, FILE2
      NBOS = 2
c   PRINT *, 'DATA FILE NAME'
c   READ '(A)', FILE3
      LINP=10
c   OPEN (UNIT = 12, FILE = FILE3, STATUS = 'OLD')
C   PRINT *, 'OUTPUT 2 FILE NAME'
C   READ '(A)', FILE4
C   LOUT2=11
C   OPEN (UNIT = 11, FILE = FILE4, STATUS = 'NEW')
      LOUT = 11
      R = 6.0
      PK32 = 126.0
      PL32 = 9.0
C
      PK42 = 126.0
      PL42 = 71.0
      IARAE1 = IDAS1 / 2 + 1
C   READ (LINP, *) ( XK1(I,1), I=1, IYDS1)
      NN1 = (IYAS1+1)*IYDS1
      NE1 = IYAS1*IDAS1
      DO 6 MD=1,NN1
      DO 6 ND=1,2
      BK1(MD,ND)=0.0
6   CONTINUE
      DO 8 MD=1,NE1
      DO 8 ND=1,4
      NODI1(MD,ND)=0
8   CONTINUE
      N=0
      JJ=N*IYDS1+1

```

```

      IYBS1=IYAS1-1
      DO 32 KK=1,IYDS11
      Y11=0.0
      BBB(KK,1)=XK1(KK,1)
      BBB(KK,2)=Y11
32    CONTINUE
      IF(IYDS21.EQ.0) GO TO 40
      DO 34 KL=IYDS21,IYDS31
      Y12=0.0
      BBB(KL,1)=XK1(KL,1)
      BBB(KL,2)=Y12
34    CONTINUE
      IF(IYDS41.EQ.0) GO TO 40
      DO 36 KM=IYDS41,IYDS51
      Y13=0.0
      BBB(KM,1)=XK1(KM,1)
      BBB(KM,2)=Y13
36    CONTINUE
40    DO 42 L=1,IYDS1
      BK1(JJ+L-1,1)=BBB(L,1)
      BK1(JJ+L-1,2)=BBB(L,2)
      BK(JJ+L-1,1)=BK1(JJ+L-1,1)
      BK(JJ+L-1,2)=BK1(JJ+L-1,2)
42    CONTINUE
      DO 62 LL=1,IYDS11
      Y21=9.0
      BBB1(LL,1)=XK1(LL,1)
      BBB1(LL,2)=Y21
62    CONTINUE
      IF(IYDS21.EQ.0) GO TO 80
      DO 64 LK=IYDS21,IYDS31
      Y22=9.0
      BBB1(LK,1)=XK1(LK,1)
      BBB1(LK,2)=Y22
64    CONTINUE
      IF(IYDS41.EQ.0) GO TO 80
      DO 66 MK=IYDS41,IYDS51
      Y23=0.0
      BBB1(MK,1)=XK1(MK,1)
      BBB1(MK,2)=Y23
66    CONTINUE
80    DO 82 LL=1,IYDS1
      N=IYAS1
      JJJ=N*IYDS1+1
      BK1(JJJ+LL-1,1)=BBB1(LL,1)
      BK1(JJJ+LL-1,2)=BBB1(LL,2)
      BK(JJJ+LL-1,1)=BK1(JJJ+LL-1,1)
      BK(JJJ+LL-1,2)=BK1(JJJ+LL-1,2)
82    CONTINUE
      DO 10 N=1,IYBS1
      J1(N)=N*IYDS1+1
      DO 2 II=1,IYDS1
      IF(II.LE.IYDS11) GO TO 44
      IF(II.LE.IYDS31) GO TO 46
      IF(II.LE.IYDS51) GO TO 48
44    Y11=0.0

```

```

Y21=9.0
YY=((Y21-Y11)/IYAS1)*N+Y11
GO TO 54
46   Y12= 0.0
Y22= 9.0
YY=((Y22-Y12)/IYAS1)*N+Y12
GO TO 54
48   Y13= 0.0
Y23= 0.0
YY=((Y23-Y13)/IYAS1)*N+Y13
54   BBB2(IL,1)=XK1(IL,1)
BBB2(IL,2)=YY
2    CONTINUE
JJ=J1(N)
DO 4 K=1,IYDS1
BK1(JJ+K-1,1)=BBB2(K,1)
BK1(JJ+K-1,2)=BBB2(K,2)
BK(JJ+K-1,1)=BK1(JJ+K-1,1)
BK(JJ+K-1,2)=BK1(JJ+K-1,2)
4    CONTINUE
10   CONTINUE
C
ID=IDAS1*IYAS1
KJ=0
ILL=0
IIK=(IDAS1+1)*KJ+2
IIM=IDAS1*2
DO 260 I=IIK,IIM,2
MM=I/2-1
ILL=ILL+1
IF(ILL.LT.IARAE1) GOTO 20
NODI1(ILL,3)=(IDAS1+MM)+3+NBOS
NODI1(ILL,4)=(IDAS1+MM)+2+NBOS
NODI1(ILL,1)=MM+1+NBOS-1
NODI1(ILL,2)=MM+2+NBOS-1
GOTO 240
20   NODI1(ILL,3)=(IDAS1+MM)+3+NBOS-1
NODI1(ILL,4)=(IDAS1+MM)+2+NBOS-1
NODI1(ILL,1)=MM+1+NBOS-2
NODI1(ILL,2)=MM+2+NBOS-2
240  IJS=(KJ+2)*(IDAS1+1)-2
IF(I.GE.IJS) GO TO 280
260  CONTINUE
280  LL=IDAS1
DO 300 LJ=2,(2*IYAS1-2),2
IK=(IDAS1+1)*LJ+2
IM=(IDAS1+1)*2*IYAS1-2
IARAE1 = IARAE1 + IDAS1
NBOS = NBOS + 1
DO 310 I=IK,IM,2
M=I/2-1
LL=LL+1
IF(LL.LT.IARAE1) GOTO 400
NODI1(LL,3)=(IDAS1+M)+3+NBOS
NODI1(LL,4)=(IDAS1+M)+2+NBOS
NODI1(LL,1)=M+1+NBOS-1

```

```

      NODI1(LL,2)=M+2+NBOS-1
      GOTO 440
400  NODI1(LL,3)=(IDAS1+M)+3+NBOS-1
      NODI1(LL,4)=(IDAS1+M)+2+NBOS-1
      NODI1(LL,1)=M+1+NBOS-2
      NODI1(LL,2)=M+2+NBOS-2
440  JS=(LJ+2)*(IDAS1+1)-2
      IF(I.LT.JS) GO TO 310
      IF(I.GE.JS) GO TO 300
310  CONTINUE
300  CONTINUE
C   WRITE(LOUT, *) 'NODE#   X-COORD.   Y-COORD.'
C   WRITE(LOUT, '(I4,2F15.4)') (I, (BK1(I,K), K=1,2), I=1,NN1)
C   WRITE(LOUT, *) 'ELEM#   N1   N2   N3   N4   '
C   WRITE(LOUT, '(5I5)') (I,(NODI1(I,L),L=1,4),I=1,NE1)
C
C *****
C
C   READ(LINP, *) (XK2(I,1),I=1, IYDS2)
      NN2 = (IYAS2 + 1) * IYDS2
      NE2 = IYAS2 * IDAS2
      NBS2 = NODI1((IYAS1-1)*IDAS1 + 1, 4)
      DO 333 I=1,NN1+NN2-IYDS1
      DO 333 K=1,2
      BK2(I,K)=0.0
333  CONTINUE
      DO 444 I=1,NE1+NE2
      DO 444 K=1,4
      NODI2(I,K)=0
444  CONTINUE
C   WRITE(*,*) NN2,NE2,NBS2
      N = 0
      JJ = N*IYDS2 + 1
      IYBS2 = IYAS2 - 1
      DO 232 KK = 1, IYDS12
      Y31 = 9.0
      ABB(KK,1) = XK2(KK,1)
      ABB(KK,2) = Y31
232  CONTINUE
      IF(IYDS22.EQ.0) GOTO 1240
      DO 234 KL = IYDS12, IYDS22
      Y32 = SQRT(R**2-(XK2(KL,1)-PK32)**2)+PL32
      ABB(KL,1) = XK2(KL,1)
      ABB(KL,2) = Y32
234  CONTINUE
      IF(IYDS32.EQ.0) GOTO 1240
      DO 236 KM = IYDS22, IYDS32
      Y33 = 9.0
      ABB(KM,1) = XK2(KM,1)
      ABB(KM,2) = Y33
236  CONTINUE
1240  MT = 1
      DO 242 L = NBS2, (NBS2+IYDS2-1)
      BK2(JJ+L-1, 1) = ABB(MT,1)
      BK2(JJ+L-1, 2) = ABB(MT,2)
      BK(JJ+L-1, 1) = BK2(JJ+L-1,1)

```

```

BK(JJ+L-1, 2) = BK2(JJ+L-1,2)
MT = MT + 1
242 CONTINUE
DO 262 LL = 1, IYDS12
Y41 = 71.0
ABB1(LL,1) = XK2(LL,1)
ABB1(LL,2) = Y41
262 CONTINUE
IF(IYDS22.EQ.0) GOTO 1280
DO 264 LK = IYDS12, IYDS22
Y42 = -SQRT(R**2-(XK2(LK,1)-PK42)**2)+PL42
ABB1(LK,1) = XK2(LK,1)
ABB1(LK,2) = Y42
264 CONTINUE
IF(IYDS32.EQ.0) GOTO 1280
DO 266 MK = IYDS22, IYDS32
Y43 = 71.0
ABB1(MK,1) = XK2(MK,1)
ABB1(MK,2) = Y43
266 CONTINUE
1280 MP = 1
DO 282 LL = NBS2, (NBS2+IYDS2-1)
N = IYAS2
JJJ = N * IYDS2 + 1
BK2(JJJ+LL-1, 1) = ABB1(MP,1)
BK2(JJJ+LL-1, 2) = ABB1(MP,2)
BK(JJJ+LL-1, 1) = BK2(JJJ+LL-1,1)
BK(JJJ+LL-1, 2) = BK2(JJJ+LL-1,2)
MP = MP + 1
282 CONTINUE
DO 210 N = 1, IYBS2
J2(N) = N*IYDS2 + 1
DO 22 II = 1, IYDS2
IF(II.LE.IYDS12) GOTO 244
IF(II.LE.IYDS22) GOTO 246
IF(II.LE.IYDS32) GOTO 248
IF(II.LE.IYDS42) GOTO 250
244 Y31 = 9.0
Y41 = 71.0
YY = ((Y41-Y31)/IYAS2)*N+Y31
GOTO 254
246 Y32 = SQRT(R**2-(XK2(II,1)-PK32)**2)+PL32
Y42 = SQRT(R**2-(XK2(II,1)-PK42)**2)+PL42
YY = ((Y42-Y32)/IYAS2)*N+Y32
GOTO 254
248 Y33 = 9.0
Y43 = 71.0
YY = ((Y43-Y33)/IYAS2)*N+Y33
GOTO 254
250 Y34 = 0.0
Y44 = 0.0
YY = ((Y44-Y33)/IYAS2)*N+Y34
254 ABB2(II,1) = XK2(II,1)
ABB2(II,2) = YY
22 CONTINUE
JJ = J2(N)

```

```

MR = 1
DO 24 K = NBS2, (NBS2+IYDS2-1)
BK2(JJ+K-1, 1) = ABB2(MR,1)
BK2(JJ+K-1, 2) = ABB2(MR,2)
BK(JJ+K-1, 1) = BK2(JJ+K-1,1)
BK(JJ+K-1, 2) = BK2(JJ+K-1,2)
MR = MR + 1
24 CONTINUE
210 CONTINUE
C
ID = IDAS2 * IYAS2
KJ = 0
ILL = NE1
IHK = (IDAS2 + 1) * KJ + 2
IIM = IDAS2 * 2
DO 2260 I = IHK, IIM, 2
MM = I/2-1
ILL = ILL + 1
NODI2(ILL,3)=(IDAS2+MM)+3+ (IYDS1*IYAS1)
NODI2(ILL,4)=(IDAS2+MM)+2+ (IYDS1*IYAS1)
NODI2(ILL,1)=MM+1+ (IYDS1*IYAS1)
NODI2(ILL,2)=MM+2+ (IYDS1*IYAS1)
IJS=(KJ+2)*(IDAS2+1)-2
IF(I.GE.IJS) GO TO 2280
2260 CONTINUE
2280 LL=NE1+IDAS2
DO 2300 LJ=2,(2*IYAS2-2),2
IK=(IDAS2+1)*LJ+2
IM=(IDAS2+1)*2*IYAS2-2
DO 2310 I=IK,IM,2
M=I/2-1
LL=LL+1
NODI2(LL,3)=(IDAS2+M)+3+ (IYDS1*IYAS1)
NODI2(LL,4)=(IDAS2+M)+2+ (IYDS1*IYAS1)
NODI2(LL,1)=M+1+ (IYDS1*IYAS1)
NODI2(LL,2)=M+2+ (IYDS1*IYAS1)
JS=(LJ+2)*(IDAS2+1)-2
IF(I.LT.JS) GO TO 2310
IF(I.GE.JS) GO TO 2300
2310 CONTINUE
2300 CONTINUE
C WRITE(LOUT, *) 'NODE# X-COORD. Y-COORD.'
C WRITE(LOUT, '(I4,2F15.4)') (I,(BK2(I,K),K=1,2),I=NBS2,
C 1(NN2+NN1-IYDS1))
C WRITE(LOUT, *) 'ELEM# N1 N2 N3 N4 '
C WRITE(LOUT, '(5I5)') (I,(NODI2(I,L),L=1,4),I=NE1+1,NE2+NE1)
DO 721 I=1, NE1
DO 721 K=1, 4
NODI(I,K) = NODI1(I,K)
721 CONTINUE
DO 722 L=(NE1+1), (NE1+NE2)
DO 722 M=1, 4
NODI(L,M) = NODI2(L,M)
722 CONTINUE
C
C BOLGELERIN KESISEN KENARLARINDAKI (ARAKESIT) DUGUMLERIN AYARLANMASI

```

```

C
DO 600 I=1,NE1
DO 600 K=1, 4
DO 600 L=(NE1+1),(NE1+NE2)
DO 600 M=1,4
IF(BK1(NODI1(I,K), 1).EQ.BK2(NODI2(L,M), 1).AND.
IBK1(NODI1(I,K), 2).EQ.BK2(NODI2(L,M), 2)) GOTO 610
GOTO 600
610    poo=0
c    WRITE(*,*) I,K,L,M
c    WRITE(LOUT,'(I24)') NODI1(I,K)
      BK(NODI1(I,K),1) = BK2(NODI1(I,K),1)
      BK(NODI1(I,K),2) = BK2(NODI1(I,K),2)
      NODI(I,K) = NODI2(L,M)
600    CONTINUE
C
C EXPLANATIONS OF THE THIRTH REGION
C
      NBOS3 = 2
      IARAL3 = (NE1 + NE2 + IDAS3 / 2 + 1)
      NATS3 = 11
C    READ(LINP,*) (XK3(I,1),I=1,IYDS3)
      NN3 = (IYAS3 + 1) * IYDS3
      NE3 = IYAS3 * IDAS3
      NBS3 = NODI2((IYAS2-1)* IDAS2 + 1 + NE1 ,4)
C    WRITE(*,*) NN3, NE3
      DO 86 MD=1,(NN1+NN2+NN3-IYDS1-IYDS3)
      DO 86 ND=1,2
      BK3(MD,ND)=0.0
C    BK(MD,ND)=0.0
86    CONTINUE
      DO 88 MD=1,NE1+NE2+NE3
      DO 88 ND=1,4
      NODI3(MD,ND)=0
88    CONTINUE
      N=0
      JJ=N*IYDS3+1
      IYBS3=IYAS3-1
      DO 832 KK=1,IYDS13
      Y51=71.0
      SBB(KK,1)=XK3(KK,1)
      SBB(KK,2)=Y51
832    CONTINUE
      IF(IYDS23.EQ.0) GO TO 840
      DO 834 KL=IYDS23,IYDS33
      Y52= 71.0
      SBB(KL,1)=XK3(KL,1)
      SBB(KL,2)=Y52
834    CONTINUE
      IF(IYDS43.EQ.0) GO TO 840
      DO 836 KM=IYDS45,IYDS55
      Y53= 0.0
      SBB(KM,1)=XK3(KM,1)
      SBB(KM,2)=Y53
836    CONTINUE
840    MT = 1

```

```

DO 842 L=NBS3,(NBS3+IYDS3-1)
BK3(JJ+L-1,1)=SBB(MT,1)
BK3(JJ+L-1,2)=SBB(MT,2)
BK(JJ+L-1,1)=BK3(JJ+L-1,1)
BK(JJ+L-1,2)=BK3(JJ+L-1,2)
MT = MT + 1
842 CONTINUE
DO 862 LL=1,IYDS13
Y61= 80.0
SBB1(LL,1)=XK3(LL,1)
SBB1(LL,2)=Y61
862 CONTINUE
IF(IYDS23.EQ.0) GO TO 880
DO 864 LK=IYDS23,IYDS33
Y62= 80.0
SBB1(LK,1)=XK3(LK,1)
SBB1(LK,2)=Y62
864 CONTINUE
IF(IYDS43.EQ.0) GO TO 880
DO 866 MK=IYDS43,IYDS53
Y63= 0.0
SBB1(MK,1)=XK3(MK,1)
SBB1(MK,2)=Y63
866 CONTINUE
880 MP = 1
DO 882 LL=NBS3,(NBS3 + IYDS3 -1)
N=IYAS3
JJJ=N*IYDS3+1
BK3(JJJ+LL-1+NATS3,1)=SBB1(MP,1)
BK3(JJJ+LL-1+NATS3,2)=SBB1(MP,2)
BK(JJJ+LL-1+NATS3,1)=BK3(JJJ+LL-1+NATS3,1)
BK(JJJ+LL-1+NATS3,2)=BK3(JJJ+LL-1+NATS3,2)
MP = MP + 1
882 CONTINUE
DO 810 N=1,IYBS3
J3(N)=N*IYDS3+1
DO 982 II=1,IYDS3
IF(II.LE.IYDS13) GO TO 844
IF(II.LE.IYDS33) GO TO 846
IF(II.LE.IYDS53) GO TO 848
844 Y51=71.0
Y61=80.0
YY=((Y61-Y51)/IYAS3)*N+Y51
GO TO 854
846 Y52=71.0
Y62=80.0
YY=((Y62-Y52)/IYAS3)*N+Y52
GO TO 854
848 Y53= 0.0
Y63= 0.0
YY=((Y63-Y53)/IYAS3)*N+Y53
854 SBB2(II,1)=XK3(II,1)
SBB2(II,2)=YY
982 CONTINUE
JJ=J3(N)
MR = 1

```

```

DO 84 K=NBS3,(NBS3+IYDS3-1)
BK3(JJ+K-1+NATS3,1)=SBB2(MR,1)
BK3(JJ+K-1+NATS3,2)=SBB2(MR,2)
BK(JJ+K-1+NATS3,1)=BK3(JJ+K-1+NATS3,1)
BK(JJ+K-1+NATS3,2)=BK3(JJ+K-1+NATS3,2)
MR = MR + 1
84  CONTINUE
810 CONTINUE

C
C
C

ID=IDAS3*IYAS3
KJ=0
ILL=NE1+NE2
IJK=(IDAS3+1)*KJ+2
IIM=IDAS3*2
DO 8260 I=IJK,IIM,2
MM=I/2-1
ILL=ILL+1
IF(ILL.LT.IARAL3) GOTO 820
NODI3(ILL,3)=(IDAS3+MM)+3+NBOS3+(IYDS2*IYAS2)+(IYDS1*IYAS1)+
INATS3
NODI3(ILL,4)=(IDAS3+MM)+2+NBOS3+(IYDS2*IYAS2)+(IYDS1*IYAS1)+
INATS3
NODI3(ILL,1)=MM+1+NBOS3-1+(IYDS2*IYAS2)+(IYDS1*IYAS1)
NODI3(ILL,2)=MM+2+NBOS3-1+(IYDS2*IYAS2)+(IYDS1*IYAS1)
GOTO 8240
820  NODI3(ILL,3)=(IDAS3+MM)+3+NBOS3-1+(IYDS2*IYAS2)+(IYDS1*IYAS1)+
INATS3
NODI3(ILL,4)=(IDAS3+MM)+2+NBOS3-1+(IYDS2*IYAS2)+(IYDS1*IYAS1)+
INATS3
NODI3(ILL,1)=MM+1+NBOS3-2+(IYDS2*IYAS2)+(IYDS1*IYAS1)
NODI3(ILL,2)=MM+2+NBOS3-2+(IYDS2*IYAS2)+(IYDS1*IYAS1)
8240 IJS=(KJ+2)*(IDAS3+1)-2
c  WRITE(*,*) 'ARA NODES'
c  WRITE(*,*) ILL,(NODI3(ILL,K),K=1,4)
IF(I.GE.IJS) GO TO 8280
8260 CONTINUE
8280 LL=NE1+NE2+IDAS3
DO 8300 LJ=2,(2*IYAS3-2),2
IK=(IDAS3+1)*LJ+2
IM=(IDAS3+1)*2*IYAS3-2
IARAL3 = IARAL3 + IDAS3
NBOS3 = NBOS3 + 1
DO 8310 I=IK,IM,2
M=I/2-1
LL=LL+1
IF(LL.LT.IARAL3) GOTO 8400
NODI3(LL,3)=(IDAS3+M)+3+NBOS3+(IYDS2*IYAS2)+(IYDS1*IYAS1)+
INATS3
NODI3(LL,4)=(IDAS3+M)+2+NBOS3+(IYDS2*IYAS2)+(IYDS1*IYAS1)+
INATS3
NODI3(LL,1)=M+1+NBOS3-1+(IYDS2*IYAS2)+(IYDS1*IYAS1)+NATS3
NODI3(LL,2)=M+2+NBOS3-1+(IYDS2*IYAS2)+(IYDS1*IYAS1)+NATS3
GOTO 8440
8400 NODI3(LL,3)=(IDAS3+M)+3+NBOS3-1+(IYDS2*IYAS2)+(IYDS1*IYAS1)+

```

```

      INATS3
      NODI3(LL,4)=(IDAS3+M)+2+NBOS3-1+(IYDS2*IYAS2)+(IYDS1*IYAS1)+
      INATS3
      NODI3(LL,1)=M+1+NBOS3-2+(IYDS2*IYAS2)+(IYDS1*IYAS1)+NATS3
      NODI3(LL,2)=M+2+NBOS3-2+(IYDS2*IYAS2)+(IYDS1*IYAS1)+NATS3
8440 JS=(LJ+2)*(IDAS3+1)-2
c  WRITE(*,*) LL,(NODI3(LL,K),K=1,4)
      IF(I.LT.JS) GO TO 8310
      IF(I.GE.JS) GO TO 8300
8310 CONTINUE
8300 CONTINUE
C  WRITE(LOUT,*) 'NODE#  X-COORD.  Y-COORD.'
C  WRITE(LOUT, '(I4,2F15.4)') (I,(BK3(I,K),K=1,2),I=NBS3,
C  1(NN1+NN2+NN3-IYDS1-IYDS3))
C  WRITE(LOUT,*) 'ELEM#  N1  N2  N3  N4  '
C  WRITE(LOUT, '(5I5)')(I,(NODI3(I,L),L=1,4),I=(NE1+NE2+1),
C  1(NE1+NE2+NE3))
      DO 723 KP=(NE1+NE2+1), (NE1+NE2+NE3)
      DO 723 KM=1, 4
      NODI(KP,KM) = NODI3(KP,KM)
723 CONTINUE
C
C  BOLGELERIN KESISEN KENARLARINDAKI (ARAKESIT) DUGUMLERIN AYARLANMASI
C
      DO 8600 L=(NE1+NE2+1),(NE1+NE2+NE3)
      DO 8600 M=1,4
      DO 8600 I=(NE1+1),(NE1+NE2)
      DO 8600 K=1, 4
      IF(BK2(NODI2(I,K), 1).EQ.BK3(NODI3(L,M), 1).AND.
      1BK2(NODI2(I,K), 2).EQ.BK3(NODI3(L,M), 2)) GOTO 8610
      GOTO 8600
8610 po0=0
      BK(NODI3(L,M),1) = BK2(NODI3(L,M),1)
      BK(NODI3(L,M),2) = BK2(NODI3(L,M),2)
      NODI(L,M) = NODI2(I,K)
8600 CONTINUE
C  WRITE(LOUT2,*) 'NODE#  X-COORD.  Y-COORD.'
C  WRITE(LOUT2, '(I4,2F15.4)') (I,(BK(I,K),K=1,2),I=1,
C  1(NN1+NN2+NN3-IYDS1-IYDS3))
C  WRITE(LOUT2,*) 'ELEM#  N1  N2  N3  N4  '
C  WRITE(LOUT2, '(5I5)')(I,(NODI(I,L),L=1,4),I=1,
C  1(NE1+NE2+NE3))
C  CLOSE(LOUT2)
      RETURN
      END
C
C
      SUBROUTINE NRAP (MAXITX,SIGV,SIGS)
C  implicit real*8 (a-h,o-z)
      SIGS0=1.0
C  WRITE(6,1) MAXITX,SIGS0,SIGV
C  WRITE(6,4)
      EPS=0.001
      CALL ARA (SIGS0,SIGV,SIGSX,SIGST)
C  WRITE(6,7) SIGS0,SIGSX
      ITER=1

```

```

8     SIGS=SIGS0-SIGSX/SIGST
      CALL ARA (SIGS,SIGV,SIGSX,SIGST)
C     WRITE(6,7) SIGS,SIGSX
C     WRITE(6,9) SIGS,SIGS0
9     FORMAT(/,'SIGS=',5X,F10.2,5X,'SIGS0=',5X,F10.2)
      IF(abs(SIGS-SIGS0).LE.EPS) GOTO 10
      IF(ITER.GT.MAXITX) GOTO 10
      ITER=ITER+1
      SIGS0=SIGS
      GOTO 8
10    AL = AS
C     WRITE(11,15) ITER
1     FORMAT(10X,'MAKSIMUM ITERASYON SAYISI =',I5,2F10.0)
4     FORMAT(/17X,'SIGS',8X,'SIGSX')
7     FORMAT(10X,2F10.0)
15    FORMAT(10X,'YAPILAN',I5,' ITERASYON SONUNDA COZUM BULUNDU')
      RETURN
      END

C
C
C
      SUBROUTINE ARA (SIG,SIGV,SIGX,SIGT)
C     implicit real*8 (a-h,o-z)
      E=210000
      SS=SIGV/E-SIG/E
c     WRITE(6,9000) SS,SIGV,SIG
9000  FORMAT('SS=',F20.15,3X,2F15.8)
      SIGX=1080.0*(SIGV/E-SIG/E)**0.62-SIG+330.0
      SIGT=-669.6/E*(1/((SIGV/E-SIG/E)**0.38))-1
      RETURN
      END

C
C
C
      SUBROUTINE FORCE(NE,NN,X, NOC,STR,STRE, N, IP, SIGV01, XI, ETA,
ID,B,DJ,TH,FORCE1,ITER,STRS)
      DIMENSION STR(3),SIGV01(3), FORCE1(NE,8),B(3,8),X(NN,2)
      DIMENSION NOC(NE,4), A(3,4), G(4,8), DB(3,8), D(3,3)
      DIMENSION STRS (NE, 4, 3)
      LOUT = 11
      EPP = 0.2
      MAXIT = 10
      SIGE = STRE
      SIGV1 = SIGE
      CALL NRAP(MAXIT, SIGV1, SIGS)
c     IF(SIGS.LT.SIGAK) SIGS = SIGAK
      SIGS1 = SIGS
      SIG01 = SIGV1 - SIGS1
C     WRITE(LOUT, '(15X,I5,3F10.2)') ITER, SIGV1, SIGS1, SIG01
      SIGV01(1) = STR(1) * (SIG01/SIGV1)
      SIGV01(2) = STR(2) * (SIG01/SIGV1)
      SIGV01(3) = STR(3) * (SIG01/SIGV1)
C
      STRS (N, IP, 1) = STR(1) * (SIGS/SIGV1)
      STRS (N, IP, 2) = STR(2) * (SIGS/SIGV1)
      STRS (N, IP, 3) = STR(3) * (SIGS/SIGV1)

```

177

```
C  WRITE(LOUT,*) ' IITER N IP SIGV01(1) SIGV01(2) SIGV01(3)'
C  WRITE(LOUT, '(I4,I7,I5,3F10.2)') IITER, N, IP, SIGV01(1),
C  1SIGV01(2), SIGV01(3)
C  CALL DBMAT(X,N,NOC,XI,ETA,B,DB,D,DJ)
C  ***INITIAL FORCE VEKTOR FORCE1 ***
      DO 2570 I = 1, 8
      DO 2570 J = 1, 3
      FORCE1(N, I) = FORCE1(N, I) + B(J, I) * SIGV01(J) * DJ * TH
2570  CONTINUE
      RETURN
      END
```



EK2.

**BİLGİSAYAR PROGRAMININ ÇALIŞTIRILMASI NETİCESİNDE
ELDE EDİLEN ÖRNEK ÇIKTILAR ($r=6$, $b=9\text{mm}$).**

PLANE STRESS ANALYSIS

THICKNESS

1.0000

NN	NE	ND	NL	NM	NDIM	NEN	NZD	NPF
1355	1272	78	39	1	2	4	39	39

DOF# REACTION

1	-311.1324
2	-379.8763
53	-279.3188
54	-16.3053
105	-273.3088
106	-17.4826
157	-268.8103
158	-17.7639
209	-254.6388
210	-16.7218
283	-241.4987
284	-15.4242
357	-239.6933
358	-14.6162
431	-238.2267
432	-13.6739
505	-237.0158
506	-12.6411
579	-236.0137
580	-11.5542
653	-235.1609
654	-10.4314
727	-234.4588
728	-9.2856
801	-233.8580
802	-8.1293
875	-233.3680
876	-6.9660
949	-232.9608
950	-5.7987
1023	-232.6394
1024	-4.6332
1097	-232.3929
1098	-3.4692
1171	-232.2164
1172	-2.3063
1245	-232.1142
1246	-1.1451
1319	-232.0754
1320	0.0154
1393	-232.1090
1394	1.1750
1467	-232.2136
1468	2.3358
1541	-232.3820

1542 3.4989
 1615 -232.6215
 1616 4.6638
 1689 -232.9409
 1690 5.8281
 1763 -233.3438
 1764 6.9939
 1837 -233.8291
 1838 8.1560
 1911 -234.4236
 1912 9.3123
 1985 -235.1263
 1986 10.4563
 2059 -235.9724
 2060 11.5760
 2133 -236.9769
 2134 12.6634
 2207 -238.1840
 2208 13.6936
 2281 -239.6444
 2282 14.6357
 2355 -241.4484
 2356 15.4397
 2429 -254.5782
 2430 16.7364
 2503 -268.7488
 2504 17.7786
 2555 -273.2488
 2556 17.4931
 2607 -279.2603
 2608 16.3104
 2659 -311.1134
 2660 379.7896

UT(IITER) UT(IITER-1)
 0.626718 0.626460
 UT(IITER) UT(IITER-1) BITER
 0.626718 0.626460 0.000412

ARA 10

RESIDUAL STRESSES at the any nodes

NODE	RESIDUAL STRESSES			ELASTIC STRESSES			AKKON			
122	125.00	14.92	-94.63	-4.36	5.64	484.04	59.90	47.63	464.43	1
123	126.00	15.00	-133.73	-5.75	0.00	502.43	56.57	-0.01	476.67	1
124	127.00	14.92	-94.63	-4.36	-5.63	484.07	59.91	-47.66	464.46	1
1232	125.00	65.08	-94.41	-4.35	-5.62	483.70	59.86	-47.61	464.11	1
1233	126.00	65.00	-133.42	-5.73	0.00	502.09	56.53	0.00	476.34	1
1234	127.00	65.08	-94.42	-4.35	5.62	483.74	59.87	47.62	464.14	1
1	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	129.29	23.93	10.27	120.46	0
27	0.00	2.25	0.01	0.00	0.00	127.87	23.73	9.82	119.03	0
53	0.00	4.50	0.01	0.00	0.00	126.40	23.65	9.40	117.53	0
79	0.00	6.75	0.00	0.00	0.00	125.21	23.62	8.92	116.26	0
105	0.00	9.00	0.00	0.00	0.00	124.23	23.61	8.39	115.19	0

142	0.00	11.07	0.00	0.00	0.00	123.47	23.61	7.88	114.34	0
179	0.00	13.13	0.00	0.00	0.00	122.84	23.62	7.36	113.61	0
216	0.00	15.20	0.00	0.00	0.00	122.30	23.63	6.82	112.98	0
253	0.00	17.27	0.00	0.00	0.00	121.85	23.64	6.27	112.44	0
290	0.00	19.33	0.00	0.00	0.00	121.46	23.65	5.72	111.97	0
327	0.00	21.40	0.00	0.00	0.00	121.14	23.66	5.16	111.57	0
364	0.00	23.47	0.00	0.00	0.00	120.87	23.67	4.60	111.23	0
401	0.00	25.53	0.00	0.00	0.00	120.65	23.67	4.03	110.95	0
438	0.00	27.60	0.00	0.00	0.00	120.47	23.68	3.46	110.71	0
475	0.00	29.67	0.00	0.00	0.00	120.32	23.68	2.89	110.51	0
512	0.00	31.73	0.00	0.00	0.00	120.20	23.68	2.31	110.36	0
549	0.00	33.80	0.00	0.00	0.00	120.12	23.68	1.74	110.24	0
586	0.00	35.87	0.00	0.00	0.00	120.06	23.68	1.16	110.16	0
623	0.00	37.93	0.00	0.00	0.00	120.02	23.68	0.58	110.11	0
660	0.00	40.00	0.00	0.00	0.00	120.01	23.68	0.00	110.09	0
697	0.00	42.07	0.00	0.00	0.00	120.02	23.68	-0.58	110.11	0
734	0.00	44.13	0.00	0.00	0.00	120.05	23.68	-1.16	110.16	0
771	0.00	46.20	0.00	0.00	0.00	120.11	23.68	-1.74	110.24	0
808	0.00	48.27	0.00	0.00	0.00	120.19	23.68	-2.32	110.35	0
845	0.00	50.33	0.00	0.00	0.00	120.31	23.68	-2.89	110.50	0
882	0.00	52.40	0.00	0.00	0.00	120.45	23.67	-3.47	110.70	0
919	0.00	54.47	0.00	0.00	0.00	120.63	23.67	-4.04	110.93	0
956	0.00	56.53	0.00	0.00	0.00	120.85	23.67	-4.60	111.22	0
993	0.00	58.60	0.00	0.00	0.00	121.12	23.66	-5.16	111.55	0
1030	0.00	60.67	0.00	0.00	0.00	121.44	23.65	-5.72	111.95	0
1067	0.00	62.73	0.00	0.00	0.00	121.82	23.64	-6.28	112.42	0
1104	0.00	64.80	0.00	0.00	0.00	122.27	23.63	-6.82	112.96	0
1141	0.00	66.87	0.00	0.00	0.00	122.81	23.62	-7.36	113.58	0
1178	0.00	68.93	0.00	0.00	0.00	123.44	23.61	-7.89	114.31	0
1215	0.00	71.00	0.00	0.00	0.00	124.20	23.60	-8.40	115.16	0
1252	0.00	73.25	0.00	0.00	0.00	125.18	23.61	-8.92	116.23	0
1278	0.00	75.50	0.00	0.00	0.00	126.37	23.65	-9.40	117.50	0
1304	0.00	77.75	0.00	0.00	0.00	127.84	23.72	-9.82	119.00	0
1330	0.00	80.00	0.00	0.00	0.00	129.25	23.93	-10.27	120.43	0