

T.C.
FIRAT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ELEKTRİK FİLTRELERİ TASARIM PROGRAMI

Serdar Ethem HAMAMCI

YÜKSEK LİSANS TEZİ
ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

Bu tez, 19.3/1997 Tarihinde, Aşağıda Belirtilen Jüri Tarafından
Oybirliği İle Başarılı/~~Başarısız~~ Olarak Değerlendirilmiştir.



Danışman

Prof. Dr. Muhammet

KÖKSAL



Yrd. Doç. Dr. Mustafa

POYRAZ



Yrd. Doç. Dr. Yakup

DEMİR

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

ELEKTRİK FİLTRELERİ TASARIM PROGRAMI

Serdar Ethem HAMAMCI

Fırat Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

1997, Sayfa: 176

Bu araştırmada, analog ve dijital filtrelere ait temel yaklaşıklık metodları, bilgisayarla C dili ve Borland C++ 3.1 Derleyicisi kullanılarak programlanmıştır. Programda, verilen filtre geçiş karakteristikleri göz önünde bulundurularak, istenen bir yaklaşıklık metodu ile transfer fonksiyonu elde edilmekte ve filtrenin genel karakteristikleri gözlenebilmektedir. Hazırlanan program, tasarımılanan filtrenin devre yapısını da vermektedir. Literatürlerde şimdiye kadar program halinde verilmemiş bazı karmaşık konular (örneğin Bessel-band geçiren filtreler, çift sonlu analog filtreler v.b.) programlanarak, bu konularda kolaylıklar sağlanmıştır.

ANAHTAR KELİMELEER: Filtre tasarımı, analog filtreler, dijital filtreler, tekrarlı filtreler, tekrarsız filtreler, genlik karakteristiği, faz karakteristiği, gecikme karakteristiği, yaklaşıklık.

SUMMARY

Masters Thesis

A PROGRAM FOR THE DESIGN OF ELECTRICAL FILTERS

Serdar Ethem HAMAMCI

Firat University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Department of Electrical-Electronic Engineering

1997, Page: 176

In this study, basic approximation methods for analog and digital filters are programmed by using C language and Borland C++ 3.1 compiler in a computer. By using this program, considering any given filter transfer characteristics, a transfer function can be obtained with any desired approximation method and general characteristics of filter can be observed. The prepared program gives also the circuit diagram of the designed filter. In the literature, there are some unprogrammed complex subjects (e.g. Bessel-band pass filters, analog filters with double termination's etc.), these subjects are also programmed, and this provides easiness.

KEY WORDS: Filter design, analog filters, digital filters, nonrecursive filters, recursive filters, amplitude characteristics, phase characteristics, delay characteristics, approximation.

ÖNSÖZ

Filtre devreleri, günümüzde en çok kullanılan devrelerin başında gelmektedir. Bu özellik, tasarımcının her an çeşitli ve karmaşık filtre tasarım kitaplarını gözden geçirmesine neden olmaktadır. Bu durum gözönüne alınarak hazırlanan bu tez çalışması sonucu yazılan program, gerek lisans eğitimi, gerek lisans üstü çalışmaları ve gerekse de endüstri çalışmaları için verimi artırıcı ve zamandan tasarrufu sağlayıcı bir araç niteliğindedir.

Tez çalışmasının birinci bölümünde, teze ait temel bilgiler ve tez konusunun seçilme nedenleri anlatılmıştır. İkinci bölümde, analog filtreler, yaklaşıklık metodları ve filtre devrelerinin gerçekleştirilmesi konularına kısaca değinilmiştir. Bu bölümde ayrıca band geçiren ve band durduran Bessel filtrelerin tasarımı için yeni bir yöntem tanıtılmıştır. Üçüncü bölümde, dijital filtreler, temel dijital filtre tipleri, yaklaşıklık metodları, dijital devre elemanları ve dijital devrelerin gerçekleştirilmesi konuları yine kısaca anlatılmıştır. FİLCAD adı verilen programa ait temel algoritmaları içeren dördüncü bölümde, ayrıca algoritma akış ve blok şemaları verilmiştir. Son olarak beşinci bölümde ise, FİLCAD programı ile tasarımı gerçekleştirilen filtrelere ait örnek sonuçlar gösterilmiştir.

İÇİNDEKİLER

1. GİRİŞ	1
2. ANALOG FİLTRELERİN TASARIMI	4
2.1. Normalizasyon	7
2.2. Yaklaşıklık Metodları	8
2.2.1. Butterworth filtre	9
2.2.2. Chebyshev filtre	13
2.2.3. Eliptik filtre	18
2.2.4. Bessel filtre	24
2.2.5. Filtre yaklaşıklık metodlarının karşılaştırılması	28
2.3. Analog Filtrelerin LC Devrelerle Gerçekleştirilmesi	30
2.3.1. Tek sonlu gerçekleştirme için devre parametrelerinin bulunması	33
2.3.2. Çift sonlu gerçekleştirme için devre parametrelerinin bulunması	36
2.3.3. Parametreleri belli olan devrelerin gerçekleştirilmesi	46
2.4. Empedans ve Frekans Dönüşümleri	48
2.5. Band Geçiren ve Band Durduran Bessel Filtrelerin Tasarımı İçin Yeni Bir Yöntem	58
3. DİJİTAL FİLTRE TASARIMI	63
3.1. Ayırık Zamanlı İşaretler ve Dijital Sistemler	64
3.2. Dijital Filtrelerin Tanımlanması	66
3.3. Dijital Filtrelerde Transfer Fonksiyonu	68
3.4. Tekrarsız Filtreler	72

3.4.1. Fourier serileri kullanarak tekrarsız filtre tasarımı	77
3.4.2. Fourier serilerinde pencereleme metodunun kullanımı	83
3.5. Tekrarlı Filtreler	92
3.5.1. Değişmeyen birim örnek cevabı metodu	94
3.5.2. Düzenlenmiş değişmeyen birim örnek cevabı metodu	97
3.5.3. Uygunlaştırılmış z-dönüşümü	100
3.5.4. Bilineer dönüşüm metodu	101
3.6. Tekrarlı ve Tekrarsız Filtrelerin Karşılaştırılması	103
3.7. Dijital Devre Elemanları	104
3.8. Dijital Filtrelerin Gerçekleştirilmesi	104
4. GENEL FİLTRE TASARIM PROGRAMI: FILCAD	109
4.1. Bilgisayar ve Programlama Dilleri	109
4.2. C Programlama Dili	111
4.3. Borland C++ 3.1 Derleyici Paketi	112
4.4. FILCAD Programının Genel Yapısı	114
4.5. Programa Ait Algoritmalar	114
4.5.1. Analog filtre tasarım algoritmaları	114
4.5.2. Dijital filtre tasarım algoritmaları	125
4.5.3. Grafik ortam algoritmaları	134
4.6. Programda Yapılan Temel Tanımlamalar	137
4.7. FILCAD İçin Kullanılan Altprogramlar	139
5. FİLTRE TASARIM ÖRNEKLERİ VE SONUÇLAR	146
5.1. Örnek 1	146
5.2. Örnek 2	154
5.3. Örnek 3	161
5.4. Örnek 4	167

5.5. Örnek 5	170
5.6. Sonuçlar	173
KAYNAKLAR	175



ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 2.1 İdeal kayıp karakteristikleri: a) alçak geçiren, b) yüksek geçiren, c) band geçiren, d) band durduran filtreler.

Şekil 2.2 İdeal olmayan kayıp karakteristikleri: a) alçak geçiren, b) yüksek geçiren, c) band geçiren, d) band durduran filtreler.

Şekil 2.3 Alçak geçiren türden bir filtre için istenen zayıflama geçiş karakteristiği.

Şekil 2.4 Butterworth filtre için normalize genlik karakteristikleri.

Şekil 2.5 a) $n=4$ ve b) $n=5$ için Eşitlik 2.10 ile tanımlanan Butterworth kutup diyagramı.

Şekil 2.6 a) $n=2$, b) $n=3$, c) $n=4$ ve d) $n=5$ için Chebyshev fonksiyonları.

Şekil 2.7 Chebyshev filtre için normalize genlik karakteristikleri: a) $n=4$, b) $n=5$.

Şekil 2.8 Grossman formülasyonu sonucu elde edilen normalize eliptik filtre karakteristiği.

Şekil 2.9 $\omega_p=1$ rad/s yapıldıktan sonra elde edilen eliptik filtre karakteristiği.

Şekil 2.10 Sabit gecikme fonksiyonu için gereken ideal karakteristikler.

Şekil 2.11. $\omega=0$ rad/s civarında alçak geçiren Bessel filtre karakteristikleri ile İdeal karakteristiklerin karşılaştırılması: a) genlik, b) gecikme karakteristikleri.

Şekil 2.12 $\omega=\Omega\tau_0$ normalize frekansları için alçak geçiren Bessel filtreye ait karakteristik eğriler: a) zayıflama karakteristiği, b) yüzde gecikme hatası karakteristiği.

Şekil 2.13 Akım kaynağı ile beslenen genel bir LC filtre devresi.

Şekil 2.14 Gerilim kaynağı ile beslenen genel bir LC filtre devresi

Şekil 2.15 Tek taraftan sonlandırılmış devreler: a) gerilim kaynağı ile, b) akım kaynağı ile besleme.

Şekil 2.16 Tek taraftan sonlandırılmış devrelerin transfer fonksiyonları.

Şekil 2.17 Alçak geçiren filtre sıfır-kutup diyagramı: a) Butterworth, Chebyshev ve Bessel, b) Eliptik (n çift), c) Eliptik (n tek).

Şekil 2.18 Normalize, alçak geçiren filtre zayıflama karakteristikleri: a) Butterworth, b) Chebyshev ve eliptik, c) Bessel filtre.

Şekil 2.19 Yüksek geçiren bir filtreye ait zayıflama karakteristiği.

Şekil 2.20 Band geçiren bir filtreye ait zayıflama karakteristiği.

Şekil 2.21 Band durduran bir filtreye ait zayıflama karakteristiği.

Şekil 3.1 Temel işaret tipleri: a) kuantize olmayan sürekli zaman işareti, b) kuantize olmayan ayrık zaman işareti, c) kuantize edilmiş sürekli zaman işareti, d) kuantize edilmiş ayrık zaman işareti.

Şekil 3.2 Bir dijital filtrenin blok olarak gösterimi.

Şekil 3.3 Dijital filtre genlik karakteristikleri: a) alçak geçiren, b) yüksek geçiren, c) band geçiren, d) band durduran.

Şekil 3.4 Sabit faz ve grup gecikmesine sahip olan tekrarsız bir filtrenin birim örnek cevabı: a) N çift, b) N tek.

Şekil 3.5 Yalnızca sabit grup gecikmesine sahip olan tekrarsız bir filtrenin birim örnek cevabı: a) N çift, b) N tek.

Şekil 3.6 Sabit grup gecikmesine sahip olan tekrarsız filtrelerin kutup-sıfır şeması.

Şekil 3.7 Fourier serileri kullanılarak tasarımılanmış normalize alçak geçiren filtrenin zayıflama karakteristiği.

Şekil 3.8 Gibbs osilasyonlarını azaltmak için kullanılan basit metodlardan birisi: geçiş bandı kullanmak.

Şekil 3.9 a) yüksek geçiren b) band geçiren, c) band dur-duran filtre için geçiş bölgesinin kullanımı.

Şekil 3.10 Tipik bir pencere fonksiyonuna ait genel frekans karakteristiği.

Şekil 3.11 Tekrarlı dijital filtrelerin tasarımında izlenen genel yol.

Şekil 3.12 $H_A(s)$ 'ten $H_D(z)$ 'in bulunmasını gösteren blok şema.

Şekil 3.13 Bilineer dönüşüm sırasında meydana gelen sarma etkisi.

Şekil 3.14 Dijital devre elemanları.

Şekil 3.15 $H(z)$ transfer fonksiyonunun iki temel kısma parçalanması.

Şekil 3.16 İkinci dereceden bir transfer fonksiyonunun doğrudan metod ile gerçekleştirilmesi (birinci versiyon).

Şekil 3.17 İkinci dereceden bir transfer fonksiyonunun doğrudan kanonik metod ile gerçekleştirilmesi (ikinci versiyon).

Şekil 4.1 FILCAD programı için genel bir program akış şeması.

Şekil 4.2 Analog filtrelerde filtreye ait temel bilgilerin seçimini gösteren akış şeması.

Şekil 4.3 Analog filtrelerde, giriş parametrelerinin nasıl girileceğini gösteren akış şeması.

Şekil 4.4 Normalize alçak geçiren filtreye dönüşüm işlemi: a) alçak geçirenden alçak geçirene, b) yüksek geçirenden alçak geçirene, c) band geçirenden alçak geçirene, d) band durdurandan alçak geçirene dönüşüm.

Şekil 4.5 Analog filtrelerde, transfer fonksiyonu ile transfer fonksiyonunun sıfır ve kutuplarının bulunması için genel bir blok şema: a) Butterworth, Chebyshev ve eliptik yaklaşıklık metodları, b) Bessel yaklaşıklık metodu.

Şekil 4.6 Tek sonlandırmalı filtreye ait sentez parametrelerinin bulunmasına ait blok şema.

Şekil 4.7 Gerilim kaynağı ile sürülen çift sonlandırmalı filtreye ait sentez parametrelerinin bulunmasına ait blok şema.

Şekil 4.8 Akım kaynağı ile sürülen çift sonlandırmalı filtreye ait sentez parametrelerinin bulunmasına ait blok şema.

Şekil 4.9 Routh tablosu yardımı ile devre elemanlarının değerlerinin bulunmasını gösteren akış şeması.

Şekil 4.10 Sıfır kaydırma işlemine ait akış şeması.

Şekil 4.11 Denormalizasyon işlemi için akış şeması: a) alçak geçirenden alçak geçirene, b) alçak geçirenden yüksek geçirene, c) alçak geçirenden band geçirene, d) alçak geçirenden band durdurana dönüşüm.

Şekil 4.12 Dijital tekrarlı filtrelerde filtreye ait temel bilgilerin seçimini gösteren akış şeması.

Şekil 4.13 Dijital tekrarsız filtrelerde yaklaşıklık metodunun belirlenmesine ait akış şeması.

Şekil 4.14 Dijital filtrelerde filtreye ait giriş parametrelerinin girilmesine ait akış şeması (secd1: dijital filtre tipi için seçim değişkeni).

Şekil 4.15 Tekrarlı filtrelerde $H_A(s)$ 'ten $H(z)$ 'e dönüşüm işlemini gösteren akış şeması.

Şekil 4.16 Tekrarsız filtrelerde, transfer fonksiyonunun bulunmasını gösteren akış şeması.

Şekil 4.17 Transfer fonksiyonu ile transfer fonksiyonuna ait sıfır-kutup diyagramının çizdirilmesine dair genel bir blok şema.

Şekil 4.18 Ters tanjant fonksiyonunda sıkıştırma etkisini ortadan kaldıran akış şeması.

Şekil 4.19 Filtre karakteristiklerinin ekrana çizdirilmesi için bir akış şeması.

Şekil 5.1 Örnek 1'de tasarımı istenen filtreye ait zayıflama geçiş karakteristiği.

Şekil 5.2 Örnek 1'deki filtre için istenen geçiş karakteristikleri, normalize edilmiş karakteristik ve normalize edilmiş filtrenin derecesi.

Şekil 5.3 Örnek 1'de tasarımı istenen filtreye ait transfer fonksiyonları: a) normalize, b) gerçek fonksiyonlar.

Şekil 5.4 Örnek 1'deki tasarımı istenen filtreye ait transfer fonksiyonunun kutup ve sıfırları: a) normalize, b) gerçek.

Şekil 5.5 Örnek 1'deki filtreye ait devre şeması ve eleman değerleri.

Şekil 5.6 Örnek 1'de tasarımı istenen filtreye ait zayıflama karakteristikleri: a) 0-3 kHz, b) 0-1.11 kHz arası ölçekleme.

Şekil 5.7 Örnek 1'de tasarımılanan filtreye ait faz karakteristiği.

Şekil 5.8 Örnek 1'de tasarımılanan filtreye ait gecikme karakteristiği.

Şekil 5.9 Örnek 1'de tasarımılanan filtreye ait birim darbe cevabı.

Şekil 5.10 Örnek 1'de tasarımılanan filtreye ait birim basamak cevabı.

Şekil 5.11 Örnek 2'deki filtre için geçiş karakteristikleri: normalize edilmiş karakteristik, ara işlem ve normalize edilmiş filtrenin derecesi.

Şekil 5.12 Örnek 2'deki tasarımılanan filtreye ait transfer fonksiyonları: a) normalize, b) ara işlem, c) gerçek fonksiyonlar.

Şekil 5.13 Örnek 2'deki filtreye ait transfer fonksiyonunun kutupları: a) normalize, b) gerçek.

Şekil 5.14 Örnek 2'de tasarımılanan filtreye ait çift taraftan sonlandırılmış devre şeması ve eleman değerleri.

Şekil 5.15 Örnek 2'de tasarımılanan filtreye ait tek taraftan sonlandırılmış devre şeması ve eleman değerleri.

Şekil 5.16 Örnek 2’de tasarımılanan filtreye ait zayıflama karakteristiği.

Şekil 5.17 Örnek 2’de tasarımılanan filtreye ait gecikme karakteristiği.

Şekil 5.18 Örnek 2’de tasarımılanan filtreye ait birim darbe cevabı.

Şekil 5.19 Örnek 3’deki filtre için istenen geçiş karakteristikleri, normalize edilmiş karakteristik ve normalize edilmiş filtrenin derecesi.

Şekil 5.20 Örnek 3’deki tasarımılanan filtreye ait transfer fonksiyonları: a) analog, b) dijital transfer fonksiyonu .

Şekil 5.21 Örnek 3’de tasarımılanan filtreye ait dijital devre şeması ve çarpan değerleri.

Şekil 5.22 Örnek 3 için transfer fonksiyonunun kutup ve sıfırları: a) normalize, b) gerçek.

Şekil 5.23 Örnek 3’de tasarımılanan filtreye ait zayıflama karakteristiği.

Şekil 5.24 Örnek 3’de tasarımılanan filtreye ait 0-1.05 kHz arası ölçeklenmiş zayıflama karakteristiği.

Şekil 5.25 Örnek 3’de tasarımılanan filtreye ait faz karakteristiği.

- Şekil 5.26 Örnek 3'de tasarımılanan filtreye ait gecikme karakteristiği.
- Şekil 5.27 Örnek 4'deki tasarımılanan filtreye ait transfer fonksiyonu.
- Şekil 5.28 Örnek 4'deki tasarımılanan filtreye ait zayıflama karakteristiği.
- Şekil 5.29 Örnek 4'deki tasarımılanan filtreye ait faz karakteristiği.
- Şekil 5.30 Örnek 4'deki tasarımılanan filtreye ait gecikme karakteristiği.
- Şekil 5.31 Örnek 4'deki tasarımılanan filtreye ait devre şeması ve çarpan değerleri.
- Şekil 5.32 Örnek 5'teki filtre için istenen geçiş karakteristikleri, normalize edilmiş karakteristik ve normalize edilmiş filtrenin derecesi.
- Şekil 5.33 Örnek 5'teki tasarımılanan filtreye ait transfer fonksiyonu.
- Şekil 5.34 Örnek 5'teki tasarımılanan filtreye ait zayıflama karakteristiği (30-60 kHz arası ölçekli).
- Şekil 5.35 Örnek 5'teki tasarımılanan filtreye ait gecikme karakteristiği.
- Şekil 5.36 Örnek 5'teki tasarımılanan filtreye ait devre şeması ve eleman değerleri.

TABLOLAR LİSTESİ

Tablo 2.1 Alçak geçiren filtre gerçek eleman değerleri.

Tablo 2.2 Yüksek geçiren filtre gerçek eleman değerleri.

Tablo 2.3 Band geçiren filtre gerçek eleman değerleri.

Tablo 2.4 Band durduran filtre gerçek eleman değerleri.

Tablo 3.1 Bazı fonksiyonlar için pencere parametreleri.

Tablo 4.1 FILCAD programında kullanılan tanımlamalar

Tablo 5.1 Beş değişik filtre tasarım örneği için transfer fonksiyonu hesaplama süreleri.

SİMGELER

Simgeler	Tanımlamalar
Φ	Faz, derece veya rad/s
μ	mikro= 10^{-6}
Ω	Normalize frekans, rad/s
π	pi=3.141593
$\rho(s)$	Yansıma katsayısı
τ_0	Gecikme sabiti, s
A	Kayıp (Attenuation), dB
A_m	Durdurma bandındaki minimum kayıp, dB
A_M	Geçiş bandındaki maksimum kayıp, dB
B	Band genişliği, rad/s
C	Kapasitans, farad
f	Frekans, Hz
f_s	Örnekleme frekansı, Hz
f_p	Geçirme frekansı (Alçak geçiren ve yüksek geçiren filtreler için), Hz
f_{p1}, f_{p2}	Geçirme frekansları (Band geçiren ve band durduran filtreler için), Hz
f_s	Durdurma frekansı (Alçak geçiren ve yüksek geçiren filtreler için), Hz
f_{s1}, f_{s2}	Durdurma frekansları (Band geçiren ve band durduran filtreler için), Hz
f_t	Yüzde gecikme hatası frekansı, Hz
Hz	Hertz=1 saniyedeki devir sayısı
L	Endüktans, henri.

m	mili= 10^{-3}
n	nano= 10^{-9}
R_L	Yük direnci, Ω
R_s	Kaynak direnci, Ω
T	Periyod, s
t	Zaman, s
V	Voltaj, V
V_L	Yük üzerindeki voltaj, V
V_s	Kaynak Voltajı, V
w	Açısal frekans, rad/s
w_0	Merkez frekansı, rad/s
w_c	Kesim frekansı, rad/s
Y	Admitans
$Y_{in}(s)$	Giriş admitansı
Z	Empedans
$Z_{in}(s)$	Giriş empedansı

1. GİRİŞ

Mühendislik dallarında (Elektrik-Elektronik, Mekanik, Hidrolik, Termal v.b.) yapılan çalışmaların çoğu, genelde iki temel konuyu kapsar: analiz ve sentez. Analiz işlemi kısaca, verilen bir sistemi ele alarak, o sistemin istenen özelliklerini bulma işlemi olarak tanımlanır. Sentez veya diğer bir deyişle tasarım işlemi -ki bu tez çalışmasının temelidir- ise, bir sistem için tanımlanmış özellikler setini kullanarak sistemi veya sistem yapısını bulma işlemidir. Bu tez çalışmasında sistem teriminden kastımız "filtre devreleri " olacaktır.

Elektronikte işaret denince iki genel sınıf akla gelir. Bunlar, sürekli zaman işaretleri ve ayrık zaman işaretleridir. Sürekli zaman işareti, zamanın her anında tanımlıdır. Ayrık zaman işareti ise, zamanın ayrık anlarında (her saniye, her dakika v.b.) tanımlıdır. Analog filtreler, sürekli zaman işaretini kullanan analog sistemlerdir. Dijital filtreler ise ayrık zamanlı işaretleri kullanan, dijital sistemlerdir.

Filtreleme işlemi temel olarak, bir işaretin frekans spektrumunun istenilen biçimde değiştirilmesi şeklinde tanımlanır. Bu değiştirme işlemi genel olarak, bir (veya birkaç) frekans bölgesinde işaretin kuvvetlendirilmesi ve başka bir (veya birkaç) bölgede işaretin zayıflatılması şeklinde olur. Filtreleme işlemi genelde gürültünün giderilmesi, işaret bozulmalarının ortadan kaldırılması, iletim kanallarının maksimum verimle kullanılabilmesi için karıştırılıp iletilen işaretlerin alıcı tarafta ayrıştırılmaları işlemlerinde v.b. hallerde kullanılır.

Analog filtreler pasif, aktif ve anahtarlı-kondansatörlü olmak üzere üç türdür. Pasif filtrelerde pasif devre elemanları -ki bunlar direnç, kondansatör ve bobindir-, aktif filtrelerde işlemsel kuvvetlendirici -ve bunun yanında yine direnç ve kondansatör-, ve anahtarlı-kondansatörlü filtrelerde ise MOS (Metal oksit yarıiletkenler) anahtarlar ile yarıiletken kondansatörler kullanılır. Bu çalışmada biz pasif filtre devreleri üzerinde duracağız.

Dijital filtrelerin kullanılmasının analog-pasif filtrelere göre bazı avantajları vardır (Antoniou, 1992):

1. Analog filtrelerde, elde edilen her değer ve hassaslıkta eleman bulmak her zaman kolay değildir. Bu problem dijital filtrelerde yoktur.
2. Yüksek dereceli filtrelerin tasarımı kolaylaşır.
3. Dijital filtreler daha doğru sonuçlar verir.
4. Devre olarak daha az yer kaplarlar; entegre devre teknolojisine uygundurlar.
5. Dijital filtrelerde verim daha yüksektir.

Elektronik filtre devrelerinin bugün oldukça geniş uygulama sahaları mevcuttur. Bunlardan birkaçı; Audio sistemlerde: ön-kuvvetlendirici, ton kontrol v.b., Haberleşme sistemlerinde: istenen özel frekanslarda iletim ve eliminasyon v.b., İşaret işleme alanında: ses ve görüntüdeki istenmeyen etkilerin filtrelenmesi v.b., sayılabılır (Huelsman vd, 1980).

Analog ve dijital filtreler için bir çok tasarım kitapları yayınlanmıştır. Ancak bu kaynak bolluğuna rağmen, özellikle dar geçiş bantları için yapılan filtreleme işlemleri sonucu, filtrenin derecesinin büyümesi tasarım işleminin zorlaşmasına ve uzamasına neden olmaktadır. Bu durum ise, bilgisayar programlarının kullanılmasını zorunlu

kılmıştır. Çok kalın olup, ince detayları içeren filtre tasarım kitaplarının ancak bir kısmında bu tür programlar verilmiş olmasına rağmen, bunlar da basit ve dağınık haldedir. Bu programlarda yaklaşıklık metodları birbirinden bağımsız olarak programa dökülmüştür. Bu konuda bazı paket programlara rastlanmakta ise de, bunlarda da bazı karmaşık konulara yer verilmemiştir. Örneğin, çift-sonlu analog filtre devrelerinin gerçekleştirilmesi, band geçiren Bessel filtrelerin tasarımı v.b. Bu çalışmada, hem analog-pasif ve hem de dijital filtrelerin tasarımını gerçekleştirebilecek ve tasarımılanan filtrelerin karakteristiklerini elde ederek istenen koşulları sağlayıp sağlamadıklarını kontrol edecek komple bir filtre tasarım programı yapılmaya çalışılmıştır. Hazırlanan bu paketin ismine de FILCAD adı verilmiştir. Programın adında bulunan FIL filtreyi, C harfi C dilini, AD'de sırası ile analog ve dijital kelimelerini temsil etmektedir.

FILCAD programında yapılmak istenenler: verilen filtre geçiş karakteristikleri gözönüne alınarak, filtrenin transfer fonksiyonunun bulunması ve ekrana yazdırılması, transfer fonksiyonunun sıfır ve kutuplarının gösterilmesi, zayıflama, faz ve gecikme karakteristiklerinin çizdirilmesi, transfer fonksiyonundan analog-pasif veya dijital devre elemanı tiplerinin belirlenerek değerlerinin hesaplanması, elde edilen devrenin ekranda görüntülenmesi ile filtrenin birim darbe ve birim basamak girişleri cevabının ekrana çizdirilmesidir.

Program, hem bilimsel problemlere yatkın olması, hem de grafik paketinin zengin olması nedeniyle Turbo C dili ile yazılmıştır. Program, en az 80386 mikroişlemci tabanlı bilgisayarlar ve en az 4 MB RAM bulunduran bilgisayarlar çalışacak şekilde hazırlanmıştır.

2. ANALOG FİLTRELERİN TASARIMI

Frekans seçici filtreler, analog-pasif devrelerin belki de en temel uygulamalarından biridir. Analog-pasif filtreler LC, RC veya RLC devreler şeklinde tasarımırlar. Biz bu çalışmada, filtre devresinin gerçekleştirilmesinde LC devrelerin sentezinden faydalanacağız.

Transfer fonksiyonu

$$H(s) = H_0 \frac{\sum_{i=0}^m a_i s^i}{\sum_{j=0}^n b_j s^j} \quad (2.1)$$

şeklinde verilen bir devre, $x(t)=\sin(\omega t)$ sinüsoidal fonksiyonu ile uyarılırsa sürekli hal çıkışı

$$y(t) = |H(j\omega)| \sin(\omega t + \Phi(\omega)) \quad (2.2)$$

biçiminde olacaktır. Burada $|H(j\omega)|$ ve $\Phi(\omega)$ sırası ile, transfer fonksiyonunun genlik ve fazını göstermektedir. Bu çalışmada genlik karakteristiği yerine zayıflama (veya kayıp) karakteristiği kullanılacaktır. Zayıflama karakteristiği

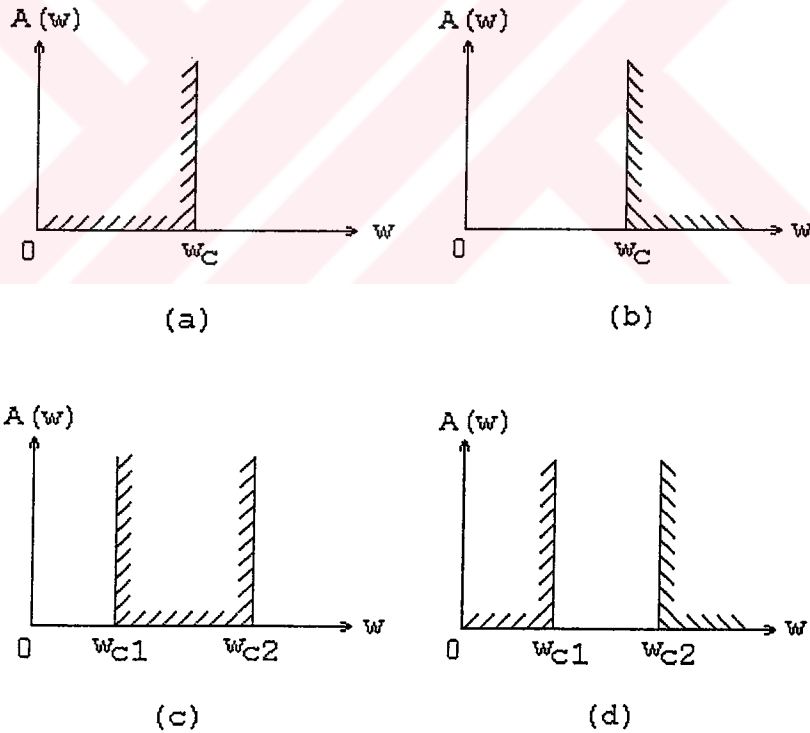
$$|A(j\omega)| = \frac{1}{|H(j\omega)|} \quad (2.3.a)$$

veya desibel olarak

$$A(w) = 20 \log |A(jw)| \quad (2.3.b)$$

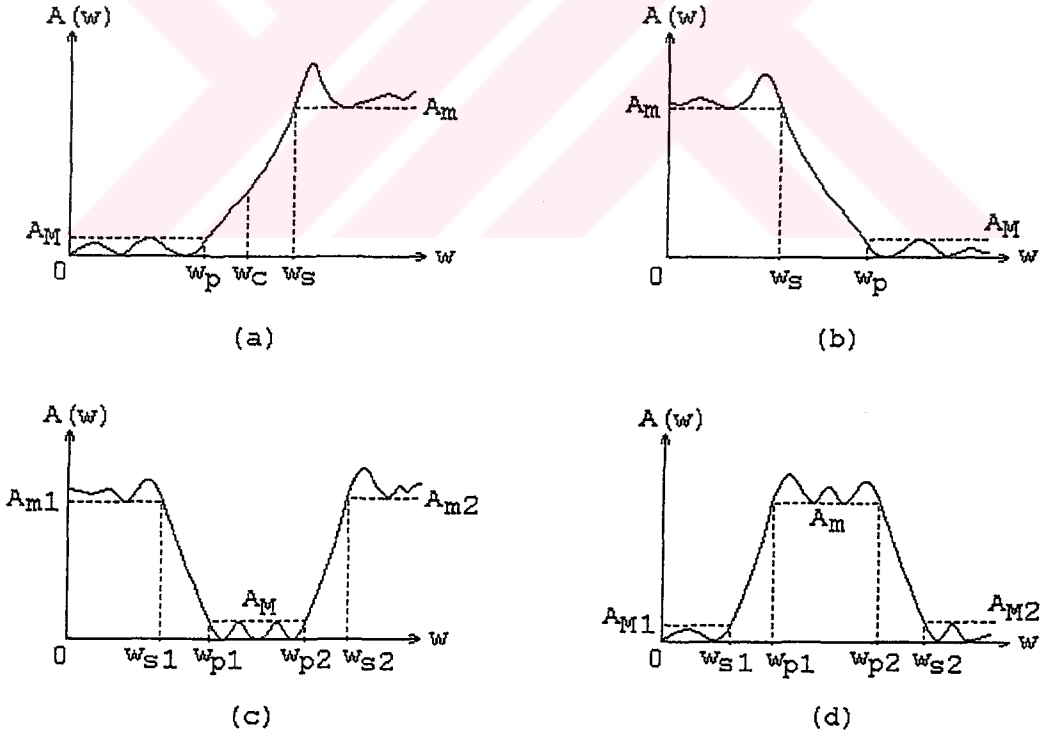
şeklinde tanımlanır. $|A(jw)| - w$ eğrisinin biçimine göre filtreler şu temel gruplara ayrılır: alçak geçiren filtre, yüksek geçiren filtre, band geçiren filtre, band durduran filtre.

İdealde alçak geçiren bir filtre, alçak frekans bileşenlerini geçiren, bunun dışındaki frekansları durduran filtrelerdir. Şekil 2.1.a'da ideal bir alçak geçiren filtrenin kayıp karakteristiği verilmiştir. Frekans sahaları $0 \leq w \leq w_c$ için geçirme bandı, $w_c < w < \infty$ için durduran band olarak adlandırılır. Geçirme bandı ile



Şekil 2.1 İdeal kayıp karakteristikleri: a) alçak geçiren, b) yüksek geçiren, c) band geçiren, d) band durduran filtreler.

durdurma bandı arasında kalan sınır frekansı w_c , kesim frekansı olarak tanımlanır. Ancak ideal filtrede $w < w_c$ için $|A(jw)|$ 'nin sıfır olması nedeniyle ideal filtreyi fiziksel devrelerle gerçekleştirmek imkansızdır. Benzer şekilde yüksek geçiren, band geçiren ve band durduran filtrelerin ideal kayıp karakteristikleri sırasıyla Şekil 2.1.b,c ve d'de verilmiştir. Pratikte geçirme bandı kayıpları sıfır değildir. Aynı şekilde durduran band kayıpları da sonsuz değildir. Ayrıca bu iki bölge arasında bir geçiş bölgesi mevcuttur. Pratikte gerçekleştirilebilen tipik filtre karakteristikleri Şekil 2.2'de verilmiştir (Antoniou, 1992). Tasarım için belirlenmesi gereken geçiş parametreleri: Alçak geçiren ve yüksek geçiren filtreler



Şekil 2.2) İdeal olmayan kayıp karakteristikleri: a) alçak geçiren, b) yüksek geçiren, c) band geçiren, d) band durduran filtreler

için f_p (geçirme bandı frekansı), f_s (durdurma bandı frekansı), A_M (geçirme bandındaki maksimum zayıflama) ve A_m (durdurma bandındaki minimum zayıflama)'dır. Band geçiren filtreler için w_{p1} , w_{p2} (geçirme bandı köşe frekansları), w_{s1} , w_{s2} (durdurma bandı köşe frekansları), A_{m1} , A_{m2} (durdurma bandlarındaki minimum zayıflama değerleri) ve A_M 'dir. Band durduran filtreler için ise w_{p1} , w_{p2} , w_{s1} , w_{s2} , A_m ile A_{M1} , A_{M2} (geçirme bandlarındaki maksimum zayıflama değerleri)'dir. Bu parametrelerin yanında Bessel filtreler için ayrıca $t_{yüz}$ (yüzde gecikme hatası), f_t (yüzde gecikme hatası frekansı) ile τ_0 (gecikme sabiti) belirtilmelidir.

2.1. Normalizasyon

Uygulamada karşılaşılan eleman değerleri (kiloohm, milihenri, mikrofaraad v.b.) ve frekans değerleri kullanılacak olursa transfer fonksiyonundaki katsayılar, çeşitli hesaplamalar için uygun olmayan katsayılar olarak karşımıza çıkar. Normalizasyon işlemi nümerik hesaplarda büyük kolaylıklar sağlar. Ayrıca yuvarlama (round-off) hatalarını minimuma indirir (Anday, 1988).

Başlangıçta belirlenen bir yaklaşıklık metoduna göre transfer fonksiyonunun bulunabilmesi için, filtreye ait frekans geçiş parametreleri normalize alçak geçiren filtre parametrelerine dönüştürülmelidir. Bu dönüşümden zayıflama parametreleri etkilenmez. Dönüşüm, frekans parametrelerine; eğer tasarımlanacak olan filtre band durduran ise Butterworth yaklaşım için $\frac{Bw}{w_c(w^2 - w_0^2)}$, Bessel filtre için

$\frac{\tau_0 w_0^2 w}{(w^2 - w_0^2)}$ ve diğer metodlar için $\frac{Bw}{(w^2 - w_0^2)}$ formülleriyle uygulanır. Eğer filtre band geçiren ise Butterworth filtre için $\frac{w^2 - w_0^2}{w_c Bw}$, Bessel filtre için $\frac{w^2 - w_0^2}{\frac{2}{\tau_0} w}$ ve diğer

metodlar için $\frac{w^2 - w_0^2}{w_p Bw}$ formülleri uygulanır. Yüksek geçiren filtrede Butterworth filtre için $w_p/w_c w$, Bessel filtre için $w_{\tau 0}/w$ ve diğer metodlar için w_p/w dönüşümü yapılır. Alçak geçiren bir filtrede ise Butterworth filtreler için w/w_c , Chebyshev ile eliptik yaklaşım için w/w_p ve Bessel yaklaşım için $\tau_0 w$ (veya $w/w_{\tau 0}$) işlemleri yapılır; ancak bu dönüşümler alçak geçiren filtrelerle doğrudan uygulanmaz; bu filtreler için gerçek karakteristiklerinden başlayarak Bölüm 2.2'de anlatıldığı gibi hesaplanan transfer fonksiyonlarına, denormalizasyon için uygulanır.

Normalize edilmiş transfer fonksiyonunu gerçekleyen eleman değerleri de aynı zamanda normalize edilmiş eleman değerleridir. Bir devrenin pratik olarak istenen geçiş özelliklerini gerçekleştirebilmesi için eleman değerlerinin denormalize edilmesi yani pratiğe uygun değerlere getirilmesi gerekir. Bir sonraki bölümde, değişik tipte filtreler için normalize edilmiş transfer fonksiyonlarının bulunması anlatılmıştır. Denormalizasyon işlemi ise Bölüm 2.4'te daha ayrıntılı olarak incelenecektir.

2.2. Yaklaşıklık Metodları

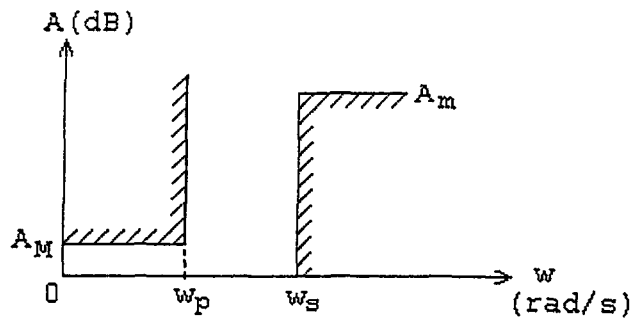
Geçiren ve durduran bandlara ilişkin tolerans sınırları

içinde kalması istenen frekans karakteristiklerini sağlayan ve fiziksel olarak gerçekleştirilebilir filtrelere karşılık gelen sistem fonksiyonlarının elde edilmesi "yaklaşıklık sorunu" nu oluşturur. Frekans dönüşümlerinden yararlanarak yüksek geçiren, band geçiren ve band durduran filtre karakteristiklerinin elde edilebilmesi nedeniyle yaklaşıklık sorunu bundan itibaren alçak geçiren türden karakteristik için ele alınacaktır (Anday,1988).

Şekil 2.3'de verilen $|A(jw)|_{dB} - w$ karakteristiği uyarınca aranılan fonksiyon, $w < w_p$ için A_M 'den küçük ve $w > w_s$ içinde A_m 'den büyük kayıp değerleri vermelidir. Bu koşulları sağlayacak şekilde seçilen fonksiyonların biçimlerine göre çeşitli yaklaşıklık metodları geliştirilmiştir. Filtre tasarımı için geliştirilen dört temel metod vardır. Aşağıdaki alt bölümlerde bunlar ayrıntılı olarak incelenecektir.

2.2.1. Butterworth filtre

Butterworth yaklaşıklığı, filtre tasarımında kullanılan en basit metodlardan birisidir. n. dereceden Butterworth



Şekil 2.3 Alçak geçiren türden bir filtre için istenen zayıflama geçiş karakteristiği.

fonksiyonu

$$B_n(w) = \frac{1}{1 + w^{2n}} \quad (2.4)$$

şeklinde verilir. Butterworth fonksiyonu $B_n(w)$, her n değeri için bir genlik fonksiyonunun karesinde olması gereken özelliklere sahiptir. $B_n(w)$ 'nın payı bire eşit, paydası w^2 'nin bir polinomudur ve her w için $B_n(w) > 0$ 'dır. Bu nedenle Butterworth fonksiyonu, gerçekleştirilebilir bir transfer fonksiyonuna ait genlik fonksiyonu olabilir (Lam, 1979). n . dereceden normalize edilmiş alçak geçiren bir Butterworth filtrenin genliği

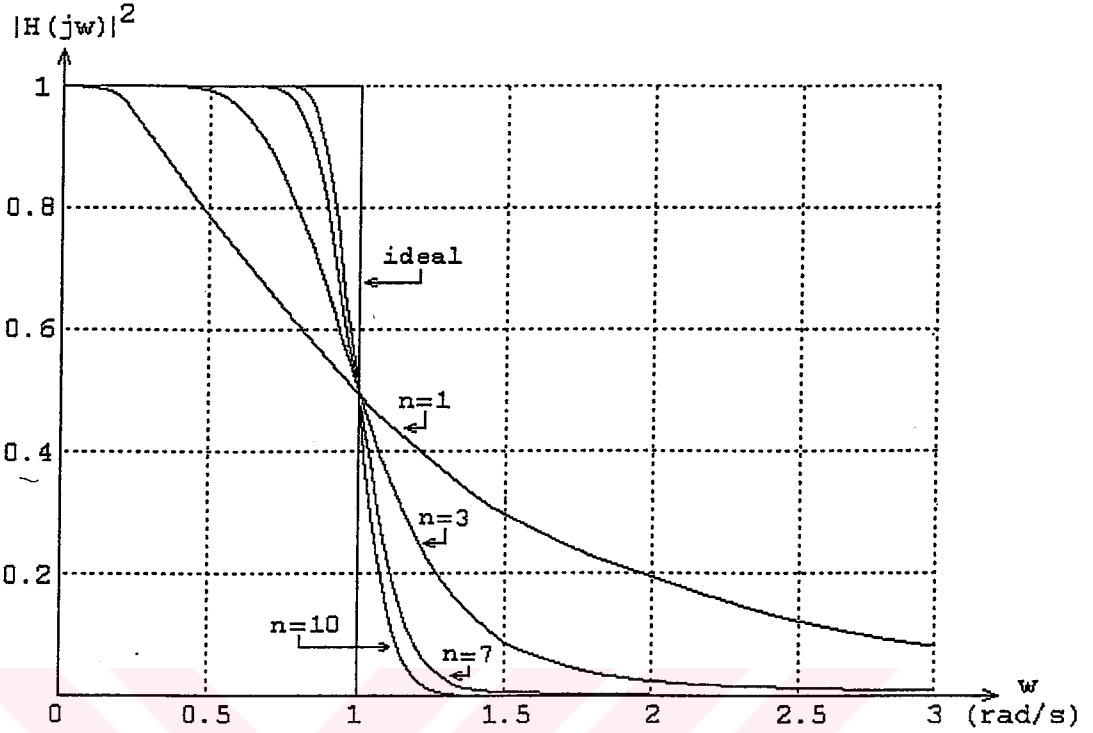
$$|H(jw)| = \frac{1}{\sqrt{1 + w^{2n}}} \quad (2.5)$$

ile verilir. Şekil 2.4'den de görüldüğü gibi n büyüdükçe Butterworth genlik fonksiyonu ideal genlik karakteristiğine yaklaşır.

Butterworth yaklaşımında filtrenin derecesi

$$n = \frac{\ln \left(\frac{10^{0.1A_m} - 1}{10^{0.1A_M} - 1} \right)}{2 \ln \frac{f_s}{f_p}} \quad (2.6)$$

ile verilir. Elde edilen sonuç bir üst tamsayıya yuvarlanır. Normalize Butterworth filtrede her n değeri için, $|H(j0)|=1$, $|H(j1)|=0.707$ ve $|H(j\infty)|=0$ 'dır. $w=1$ rad/s için $|A(j1)|_{dB} = 3dB$ elde edilir. Bu nedenle $w=1$ rad/s frekansına "3 dB kesim frekansı" adı verilir. Butterworth



Şekil 2.4 Butterworth filtre için normalize genlik karakteristikleri.

filtrenin 3 dB frekansı

$$f_0 = \frac{f_s}{(10^{0.1A_s} - 1)^{1/2n}} \quad (2.7)$$

ile verilir. Bu değer, f_s frekansında zayıflamayı A_m değerine eşitleyen frekans değeridir. Buna göre ondalıklı bir sayı olarak bulunan n değeri bir üst tamsayıya yuvarlandığında teorik karakteristik $f=f_p$ frekansında A_m' den küçük olup pratik olarak devre gerçekleştirildiğinde genellikle zayıflama artacağından karakteristiğin yasaklı bölgeye girmesini engelleyen bir emniyet bölgesi bırakılmış olur. Eğer dijital filtre tasarımı yapılacaksa 3 dB kesim frekansı

$$f_{01} = \frac{f_p}{(10^{0.1A_M} - 1)^{1/2n}} \quad (2.8.a)$$

$$f_{02} = \frac{f_s}{(10^{0.1A_M} - 1)^{1/2n}} \quad (2.8.b)$$

$$f_0 = \sqrt{f_{01}f_{02}} \quad (2.8.c)$$

şeklinde bulunur. Bu sayede dijital filtre, aynı karakteristiğe sahip analog filtreye göre daha hassas tasarlanmış olacaktır. Transfer fonksiyonunun elde edilmesi için Eşitlik 2.5'den yola çıkılarak:

$$|H(jw)|^2 = \frac{1}{1 + w^{2n}} = \frac{1}{1 + (w^2)^n}$$

ve $s=jw'$ dan:

$$H(s)H(-s) = \frac{1}{1 + (-s^2)^n} = \frac{1}{Q(s)Q(-s)}$$

elde edilir. $1+(-s^2)^n$ polinomunun kökleri bulunarak sol yarı düzlemdeki kutuplar seçilerek Hurwitz polinomu $Q(s)$ oluşturulur,

$$H_N(s) = \frac{1}{Q(s)} = \frac{1}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + 1} \quad (2.9)$$

Bulunan bu transfer fonksiyonu normalize transfer fonksiyonudur. Esas transfer fonksiyonunun eldesi bölüm 2.4'te anlatılacaktır.

$Q(s)Q(-s)$ polinomunun sıfırları

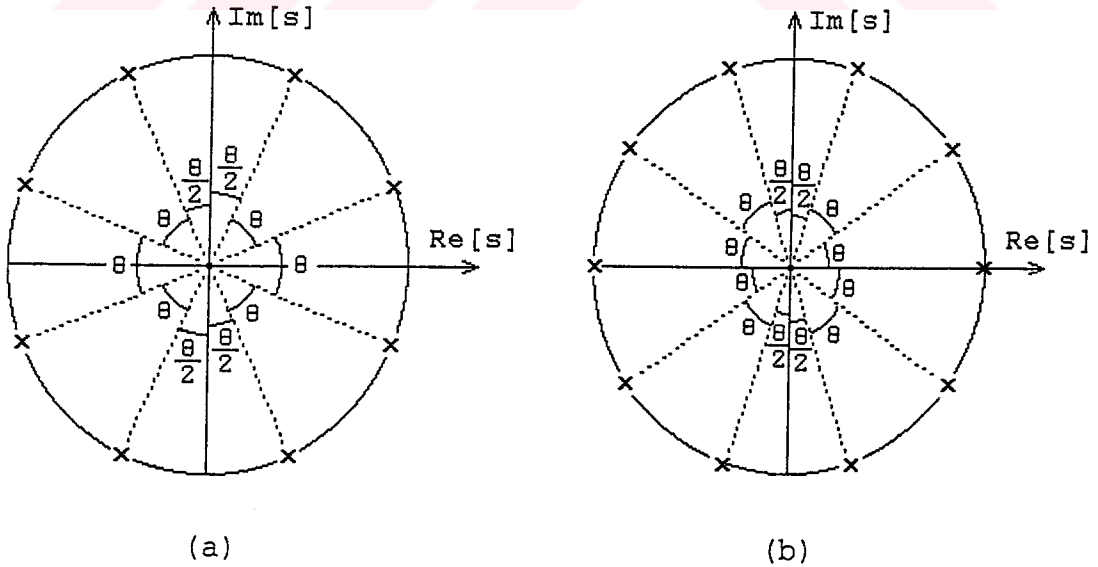
$$s_k = \begin{cases} e^{j \left(\frac{2k-1}{n} \right) \frac{\pi}{2}} & ; n \text{ çift} \\ e^{j \left(\frac{2k}{n} \right) \frac{\pi}{2}} & ; n \text{ tek} \end{cases}$$

$$k = 0, 1, \dots, (2n-1) \quad (2.10)$$

ile belirlenir (Antoniou,1992). Bu kutuplar, Şekil 2.5'de görüldüğü gibi s düzleminde birim yarıçaplı çember üzerinde bulunurlar ve hem gerçel, hem de sanal eksene göre simetrikler (Van Valkenburg, 1960).

2.2.2. Chebyshev filtre

Şekil 2.1.a'da ki ideal karakteristiğe yaklaşmak için kullanılan diğer bir transfer fonksiyonun genliğinin karesi ise:



Şekil 2.5 a) n=4 ve b) n=5 için Eşitlik 2.10 ile tanımlanan Butterworth kutup diyagramı.

$$|H(jw)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 C_n^2(w)} \quad (2.11)$$

şeklindedir. Burada ε , 1'den küçük sabit bir gerçel sayı olup dalgalanma (ripple) katsayısı olarak adlandırılır. $C_n(w)$ ise n. dereceden Chebyshev polinomudur. Chebyshev polinomları

$$C_n(w) = \begin{cases} \cos(n \cos^{-1} w) & ; |w| \leq 1 \\ \cosh(n \cosh^{-1} w) & ; |w| \geq 1 \end{cases} \quad (2.12)$$

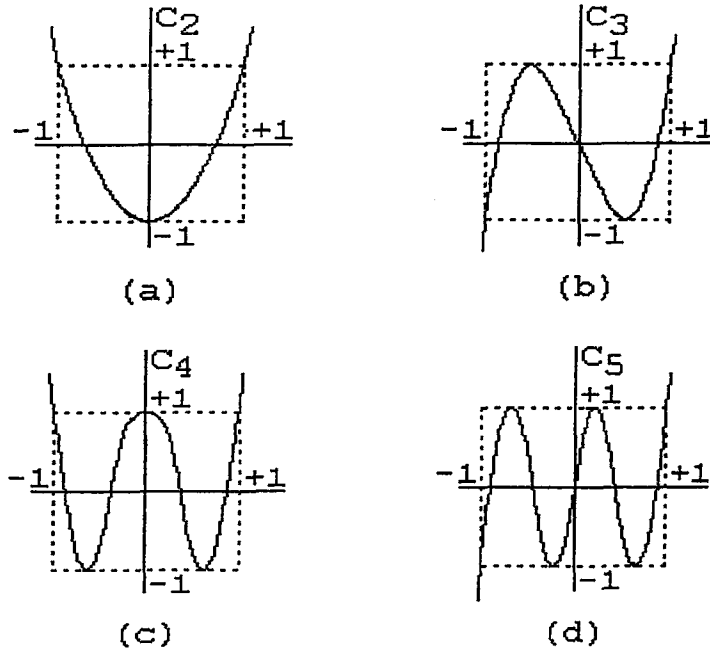
ile tanımlanır. Değişik n değerleri için bu polinom

$$C_n(w) = 2wC_{n-1}(w) - C_{n-2}(w) \quad (2.13)$$

ile bulunabilir. $C_0(w)=1$ ve $C_1(w)=w$ olduğu Eşitlik 2.12'den açıkça görülebilir. Bu polinomların en önemli özellikleri Şekil 2.6'dan görülebileceği gibi, bütün sıfırlarının $-1 \leq w \leq 1$ aralığında yer alması ve bu aralıkta fonksiyonun alabileceği en büyük değer $+1$ en küçük değerin ise -1 olmasıdır. Bu aralık dışında polinomların mutlak değeri 1'e nazaran çok büyük olur.

Chebyshev filtrenin genlik cevabı Şekil 2.7'den de görülebileceği gibi geçirme bandında bir dalgalanmaya sahiptir. Dalgalanma, serbest bir parametre olup, değeri filtrenin, geçiş parametrelerine bağlıdır. Transfer fonksiyonunun genlik cevabı $w=0$ frekansında

$$|H(j0)| = \begin{cases} 1 & ; n \text{ tek} \\ \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2}} & ; n \text{ çift} \end{cases} \quad (2.14)$$



Şekil 2.6 a) $n=2$, b) $n=3$, c) $n=4$ ve d) $n=5$ için Chebyshev fonksiyonları.

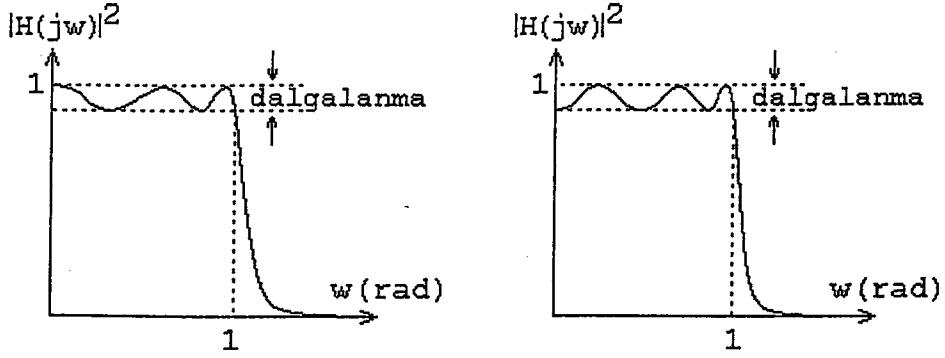
bulunur. Chebyshev filtrenin zayıflama karakteristiği

$$A(w) = 10 \log[1 + \varepsilon^2 C_n^2(w)] \quad (2.15)$$

ile verilir. Zayıflama karakteristiğinden yola çıkarak filtrenin derecesi

$$n = \frac{\cosh^{-1} \sqrt{\frac{10^{0.1A_m} - 1}{10^{0.1A_M} - 1}}}{\cosh^{-1} \frac{f_s}{f_p}} \quad (2.16)$$

şeklinde bulunur. Formülde bulunan ondalıklı sayı, bir üst tamsayıya yuvarlanır. Geçirme bandındaki dalgalanma bulunmak istenirse



Şekil 2.7 Chebyshev filtre için normalize genlik karakteristikleri: a) $n=4$, b) $n=5$.

$$\varepsilon = \left(\frac{10^{0.1A_m} - 1}{\cosh^2 \left(n \cosh^{-1} \frac{f_s}{f_p} \right)} \right) \quad (2.17)$$

elde edilir. Bu ε 'a karşılık gelen zayıflama değeri ise

$$\bar{A}_M = 10 \log(1 + \varepsilon^2) \leq A_M \quad (2.18)$$

olur. Bu şekilde geçirme bandındaki teorik zayıflama ($\bar{A}_M$), müsaade edilen maksimum zayıflamadan (A_M) daha küçük, durduran bandda ise köşe frekansında müsaade edilen minimum zayıflamaya eşit olur. Genelde endüktansların sarım dirençleri gibi nedenlerle pratik zayıflama eğrisi teorik eğriden daha yüksek (daha fazla zayıflama) olacağından, teorik zayıflama mümkün olduğunca düşük tutulmaya çalışılmıştır. Böylece filtre gerçekleştirildiğinde ideal olmayan durumlara karşı geçiren bandda bir emniyet aralığı

bırakılmış olmaktadır. Dijital filtre tasarımı bu emniyet aralığı hem geçiren , hem de durduran bandda paylaştırılmıştır;

$$\bar{A}_M = \frac{A_M + 10 \log(1 + \epsilon^2)}{2}$$

olur. Her iki halde de gerçekleştirilen dalgalanma katsayısı

$$\bar{\epsilon} = \sqrt{10^{0.1 \bar{A}_M} - 1} \quad (2.19)$$

şeklinde bulunur.

Chebyshev filtrenin transfer fonksiyonunu bulmamız için, bu "eş dalgalanmalı" (equal ripple) karakteristiği verecek kutupların yerlerini bulmak gerekir. $p_k = \sigma_k + jw_k$ biçimindeki kutuplar şu formüllerle bulunur;

$$\sigma_k = \pm \sinh \left(\frac{1}{n} \sinh^{-1} \frac{1}{\bar{\epsilon}} \right) \sin \frac{(2k-1)\pi}{2n},$$

$$w_k = \cosh \left(\frac{1}{n} \sinh^{-1} \frac{1}{\bar{\epsilon}} \right) \cos \frac{(2k-1)\pi}{2n},$$

$$k = 1, 2, \dots, 2n. \quad (2.20)$$

Bu kutuplar eksenleri σ ve w olan bir elipsin üzerinde bulunurlar. Elde edilen kutuplardan ($p_k = \sigma_k + jw_k$) sol yarı düzlemde olanlar seçilerek $(s - p_k)$ faktörleri birbirleri ile çarpılır ve $H(s)$ transfer fonksiyonunun paydası

oluşturulur. Buna göre elde edilen transfer fonksiyonu aşağıdaki şekilde yazılır;

$$H(s) = \frac{H_0}{\sum_{i=0}^n b_i s^i} \quad (2.21)$$

Burada H_0 , sabit bir değer olup

$$H_0 = \begin{cases} 10^{-0.05 \bar{A}_M} \prod_{i=1}^n (-p_i) & ; n \text{ çift} \\ \prod_{i=1}^n (-p_i) & ; n \text{ tek} \end{cases} \quad (2.22)$$

şeklinde seçilir.

2.2.3. Eliptik filtre

Aynı eğimdeki geçiş karakteristiği için Chebyshev filtre Butterworth filtreye göre daha düşük derece ile gerçekleştirilebilir; buna karşın geçirme bandında dalgalanma oluşur. Butterworth yaklaşımının, Chebyshev yaklaşımına göre en avantajlı tarafı, çok daha iyi bir geçirme bandı karakteristiğine sahip olmasıdır. Durdurma bandı karakteristikleri ise birbirine benzerdir. Diğer taraftan n 'in çift olduğu Chebyshev filtrelerde empedans uyumu için uçlardan birinde bir transformatörün kullanılması gerekir; bu nedenle genellikle Chebyshev filtresi n 'in tek değerleri için gerçekleştirilir. Geçiş bandı karakteristiği için daha iyi (daha keskin ve dik) bir performans istendiği zaman eliptik yaklaşıklık metodu kullanılır. Diğer bir deyişle aynı diklikte bir kesim

karakteristiği en düşük derecede eliptik filtre ile gerçekleştirilir. Bu metodda, hem geçirme bandında hem de durdurma bandında dalgalanmalar mevcuttur. Dalgalanmalar, geçirme bandında $0-A_M$ arasında, durdurma bandında ise $A_m-\infty$ arasındadır.

Eliptik filtre transfer fonksiyonu genel olarak şu şekilde verilir:

$$H_N(s) = \frac{H_0}{D_0(s)} \prod_{i=1}^r \frac{s^2 + a_{0i}}{s^2 + b_{1i}s + b_{0i}} \quad (2.23)$$

Filtrenin derecesi olan n tekse, transfer fonksiyonunun payının derecesi $n-1$, paydasının derecesi ise n 'dir. $|H(jw)|$ 'nin geçirme bandında $(n-1)/2$ tane tepe ($w=0$ 'da bir tepe daha vardır.), durdurma bandında ise $(n-1)/2$ tane iletim sıfırı vardır. n çift ise, hem pay hem de paydanın derecesi n 'dir. $|H(jw)|$ 'nin geçirme bandında $n/2$ tepe, durdurma bandında ise $n/2$ iletim sıfırı vardır (Huelsman vd, 1980).

Eliptik genlik karakteristiği

$$|H(jw)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 R_n^2(w)} \quad (2.24)$$

ile verilir. $R_n(w)$, Chebyshev rasyonel fonksiyonu olup

$$R_n(w) = \begin{cases} M \prod_{i=1}^{n/2} \frac{w^2 - w_{pi}^2}{w^2 - w_{zi}^2} & ; n \text{ çift} \\ MW \prod_{i=1}^{(n-1)/2} \frac{w^2 - w_{pi}^2}{w^2 - w_{zi}^2} & ; n \text{ tek} \end{cases} \quad (2.25)$$

şeklinde tanımlanır.

Transfer fonksiyonunun katsayılarını bulabilmek için birçok metod mevcuttur. Ancak biz bu çalışmada kolay anlaşılabilir ve PC'de kolay programlanabilir olması bakımından Grossman Formülasyonunu kullanacağız (Rorabaugh, 1993). Bu formülasyona göre Şekil 2.3'teki zayıflama karakteristiğini gerçekleştirebilecek bir eliptik filtre tasarımı için işlem sırası aşağıdaki gibi olacaktır:

$$k = \frac{w_p}{w_s} \quad (2.26.a)$$

$$k' = \sqrt{1 - k^2} \quad (2.26.b)$$

$$q_0 = 0.5 \frac{1 - \sqrt{k'}}{1 + \sqrt{k'}} \quad (2.27.a)$$

$$q = q_0 + 2q_0^5 + 15q_0^9 + 150q_0^{13} \quad (2.27.b)$$

$$D = \frac{10^{0.1A_m} - 1}{10^{0.1A_M} - 1} \quad (2.28)$$

$$\bar{n} = \frac{\log 16D}{\log(1/q)} \quad (2.29.a)$$

$\bar{n}$, yukarıda hesaplanan değerden büyük en küçük tamsayı olarak seçilir, yani

$$n = \left\lceil \bar{n} \right\rceil. \quad (2.29.b)$$

Bu işlem nedeniyle D ve A_M yeniden hesaplanır:

$$\bar{D} = 1 / 16q^n, \quad (2.30)$$

$$\bar{A}_M = 10 \log \left(\frac{10^{0.1 \bar{A}_M} - 1}{\bar{D}} + 1 \right). \quad (2.31)$$

Bu değişiklik ile filtrenin durduran banddaki karakteristiği değiştirilmezken geçiren banddaki karakteristik maksimum zayıflama $\bar{A}_M$ olacak şekilde düşürülmüş olur.

Eğer tasarımılanan filtre, dijital filtre ise yukarıda anlatılan değişiklik hem geçiren, hem de durduran bandda yapılır; öyle ki geçiren banddaki maksimum zayıflama düşürülürken, durduran banddaki minimum zayıflama artırılır. Bu ise, $\bar{D}$ için Eşitlik 2.30 yerine

$$\bar{D} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{16q^n} + \frac{1}{16q^{\bar{n}}} \right) \quad (2.32)$$

kullanılarak yapılır.

$$\Lambda = \frac{1}{2n} \ln \frac{10^{0.05 \bar{A}_M} + 1}{10^{0.05 \bar{A}_M} - 1} \quad (2.33.a)$$

$$\sigma_0 = \left| \frac{2q^{1/4} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m q^{m(m+1)} \sinh[(2m+1)\Lambda]}{1 + 2 \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m q^{m^2} \cosh 2m\Lambda} \right| \quad (2.33.b)$$

$$r = \begin{cases} (n-1)/2 & ; n \text{ tek} \\ n/2 & ; n \text{ çift} \end{cases} \quad (2.34)$$

$$D_0(s) = \begin{cases} s + \sigma_0 & ; n \text{ tek} \\ 1 & ; n \text{ çift} \end{cases} \quad (2.35)$$

$$W = \sqrt{(1 + k\sigma_0^2)(1 + \sigma_0^2 / k)} \quad (2.36)$$

$$\mu = \begin{cases} i & ; n \text{ tek} \\ i - 0.5 & ; n \text{ çift} \end{cases} \quad (2.37)$$

$$\Omega_i = \frac{2q^{1/4} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m q^{m(m+1)} \sin \frac{(2m+1)\pi\mu}{n}}{1 + 2 \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m q^{m^2} \cos \frac{2m\pi\mu}{n}} \quad (2.38)$$

$$V_i = \sqrt{(1 - k\Omega_i^2)(1 - \Omega_i^2 / k)} \quad (2.39)$$

$$a_{0i} = i / \Omega_i^2 \quad (2.40)$$

$$b_{0i} = \frac{(\sigma_0 V_i)^2 + (\Omega_i W)^2}{(1 + \sigma_0^2 \Omega_i^2)^2} \quad (2.41)$$

$$b_{1i} = \frac{2\sigma_0 V}{1 + \sigma_0^2 \Omega_i^2} \quad (2.42)$$

$$H_0 = \begin{cases} \sigma_0 \prod_{i=1}^r \frac{b_{0i}}{a_{0i}} & ; n \text{ tek} \\ 10^{-0.05 \bar{A}_M} \prod_{i=1}^r \frac{b_{0i}}{a_{0i}} & ; n \text{ çift} \end{cases} \quad (2.43)$$

Yukarıdaki formüller sırası ile uygulandığı zaman elde edilen transfer fonksiyonunun 3 dB kesim frekansı 1 rad/s olur. Ancak ileride Bölüm 2.4'te verilen frekans dönüşümleri eliptik filtre için Chebyshev filtrede olduğu

gibi geçiren band normalize köşe frekansı w_p 'nin 1 rad/s olduğu varsayımı ile verildiğinden yukarıda bulunan filtre parametreleri aşağıdaki şekilde değiştirilir:

$$a_{0i} = a_{0i} / k \quad (2.44)$$

$$b_{1i} = b_{1i} / \sqrt{k} \quad (2.45)$$

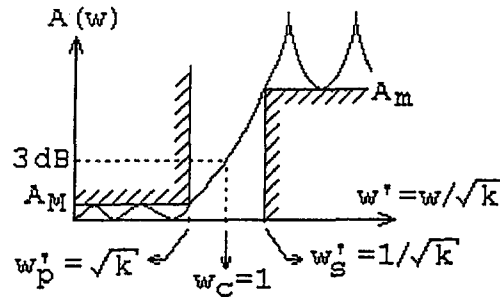
$$b_{0i} = b_{0i} / k \quad (2.46)$$

$$H_0 = H_0 / \sqrt{k} \quad (2.47)$$

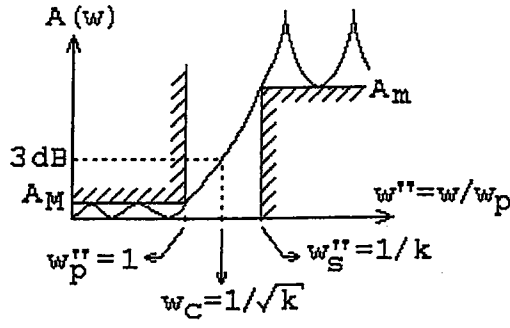
$$\sigma_0 = \sigma_0 / \sqrt{k} \quad (2.48)$$

Şekil 2.8 ve 2.9'da yukarıdaki değişiklikler yapılmadan önce ve yapıldıktan sonra tipik zayıflama karakteristikleri normalize edilmiş frekanslara ($w' = w / \sqrt{k}$, $w'' = w / w_p$) göre gösterilmiştir.

Eliptik filtrelerde n çift ise bir empedans uyumsuzluğu sorunu ortaya çıkar. Bunun için uçlardan birine mesela, kaynak ile LC devre arasına Bölüm 2.3.3'te anlatılacağı gibi kazanç sabiti K olan bir transformatör yerleştirilir.



Şekil 2.8 Grossman formülasyonu sonucu elde edilen normalize eliptik filtre karakteristiği.



Şekil 2.9 $w_p=1$ rad/s yapıldıktan sonra elde edilen eliptik filtre karakteristiği.

2.2.4. Bessel filtre

İnceleyeceğimiz dördüncü yaklaşıklık fonksiyonu maksimum dümdüz gecikme (maximally flat time delay) sağlayan Bessel yaklaşıklığıdır. Burada Butterworth ve Chebyshev karakteristiklerinde olduğu gibi bütün sıfırları sonsuza atılmış olan ve yalnız kutupları bulunan bir fonksiyonu inceleyeceğiz.

Laplace dönüşümünün temel teoremine göre:

$$\mathcal{L}v(t - \tau) = e^{-s\tau_0} \mathcal{L}v(t) \quad (2.49)$$

yazılabilir. Giriş geriliminin dönüşümü $\mathcal{L}v(t) = V_1(s)$ olsun. Çıkış geriliminin her bakımdan bunun aynı, yalnız zaman bakımından τ_0 saniye geciktirilmiş olmasını arzu ediyoruz. O halde bu gerilim $v(t-\tau_0)$ şeklinde olacaktır. Dolayısı ile $\mathcal{L}v(t-\tau_0) = V_2(s)$ şeklinde olup buradan

$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = H(s) = e^{-s\tau_0} \quad (2.50)$$

bulunarak $s=jw$ iken genlik ve faz karakteristikleri belirlenebilir. Yani

$$H(jw) = e^{-jw\tau_0} \quad (2.51)$$

ve

$$|H(jw)| = 1 \quad \text{ile} \quad \Phi(w) = -w\tau_0 \quad (2.52)$$

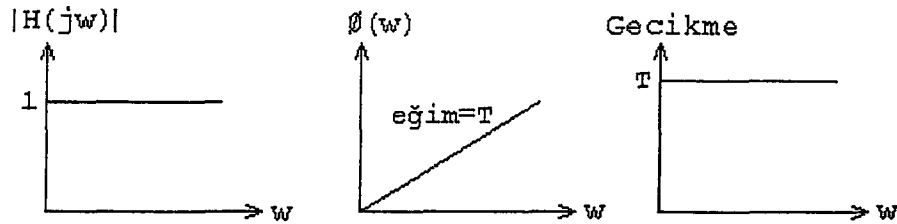
bulunur. Buradan grup gecikmesi ise

$$\tau(w) = -\frac{d\Phi(w)}{dw} = \tau_0 \quad (2.53)$$

şeklinde elde edilir. Görüldüğü gibi ideal gecikmede $-d\Phi(w)/dw$ sabittir. Bu, zaman gecikmesinin, fazın frekansla değişimini gösteren eğrinin eğimine eşit olduğunu gösterir (Van Valkenburg, 1960).

Şekil 2.10'da gösterilen ideal karakteristiğe yakın olması gereken transfer fonksiyonu, pratik olarak iki polinomun bölümü şeklinde olmalıdır.

Normalize transfer fonksiyonu; frekansın $\Omega_0 = 1/\tau_0$ ile normalize edilmesi ile bulunur. Bu işlem sonucu bulunan fonksiyon



Şekil 2.10 Sabit gecikme fonksiyonu için gereken ideal karakteristikler.

$$H_N(s) = \frac{b_0}{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0} = \frac{b_0}{\sum_{i=0}^n b_i s^i} \quad (2.54)$$

ve

$$b_i = \frac{(2n-i)!}{2^{n-i} i! (n-i)!} \quad (2.55)$$

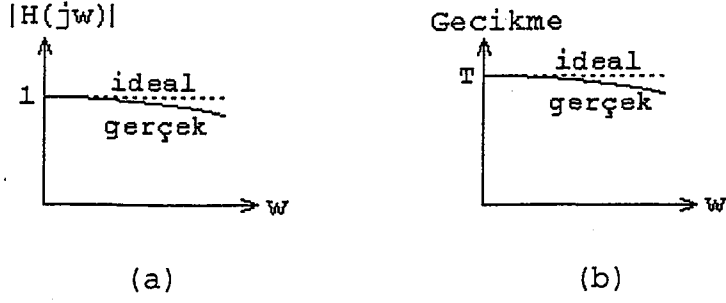
formülüyle bulunur (Schaumann vd, 1990).

Şekil 2.11'de Bessel filtre karakteristikleri ile ideal karakteristiklerin mukayesesi verilmiştir. Bessel filtre için tasarım parametrelerinden olan yüzde gecikme hatası, ideal gecikme karakteristiğinden ayrılma miktarı şeklinde tanımlanır ve $w=\Omega/\omega_0$ normalize frekansında $1-\tau(w)$ ile bulunur.

Filtrenin derecesi, verilen geçiş karakteristikleri için Şekil 2.12'de gösterilen kayıp ve yüzde gecikme hatası karakteristiklerini sağlayan en büyük değer olarak seçilir. Bunun için önce n , 1'den 12'ye kadar ($n=12$ 'den sonraki tasarımlara pratik olmadığından ihtiyaç yoktur.) artırılıp değiştirilirken Eşitlik 2.54 ve 2.55'e göre üretilen normalize transfer fonksiyonu karakteristikleri ile Şekil 2.12.a'da verilen geçiş karakteristikleri karşılaştırılır. $n=1$ 'den başlayarak f_p frekansında, istenen A_M değerine ulaşıldığında bulunan n değeri n_1 olarak kabul edilir. Aynı şekilde yukarıda hesaplanan normalize transfer fonksiyonlarından Eşitlik 2.53'e göre elde edilen gecikme eğrileri ile Şekil 2.12.b'de verilen gecikme geçiş karakteristiği karşılaştırılır. f_t frekansında istenen yüzde gecikme hatası değerine ulaşıldığında bulunan n değeri n_3 olarak kabul edilir. Son olarak, $n=25$ 'den

başlayıp küçültülerek f_s frekansı için istenen A_m değerine ulaşıldığında bulunan n değeri de n_2 olarak kabul edilir. n_1 ve n_3 değerlerinden büyük olanı seçilerek n_2 ile karşılaştırılır; eğer n_2 'den küçükse filtre tasarımı yapılabilir ve filtrenin derecesi $\max\{n_1, n_3\}$ olur; fakat n_2 'den büyükse tasarım yapılamaz. Bu durumda ya durdurma bandı köşe frekansı değeri büyütülmeli, ya da durdurma bandındaki minimum zayıflama değeri küçültülmelidir.

Tasarım işleminde dikkat edilmesi gereken bir noktada, geçiş parametreleri belirlenirken τ_0 'ın neye göre seçileceğidir. Filtre tasarımı, istenen her geçiş karakteristiği için gerçekleştirilemez. Çünkü değişik τ_0 değerleri için farklı derecelerde transfer fonksiyonları elde edilmekte ve bazen filtrenin derecesi gerçekleştirilemeyecek kadar büyük olabilmektedir. τ_0 küçüldükçe filtrenin derecesi de küçülmektedir. Bu, τ_0 'ın seçiminin önemli olduğu sonucunu verir. Buna göre $n=12$ için w , 0'dan 10'a kadar (10'dan yukarısına ihtiyaç yoktur.) değiştirilirken normalize transfer fonksiyonunun genliği hesaplanarak hangi w değerinde A_m 'in sağlandığına bakılır. Bulunan w değeri $f_p \cdot \tau_0$ 'a eşit olduğundan $\tau_0 = w/f_p$ den tasarım için kullanılabilecek en büyük τ_0 değeri elde edilmiş olur. Buna göre eğer geçiş parametreleri bilgisayara girildiğinde n değeri istenenden çok büyük çıkarsa, parametreler yeniden girileceği zaman τ_0 , yukarıda hesaplanan değere göre değiştirilerek tasarım işlemi yapılır.

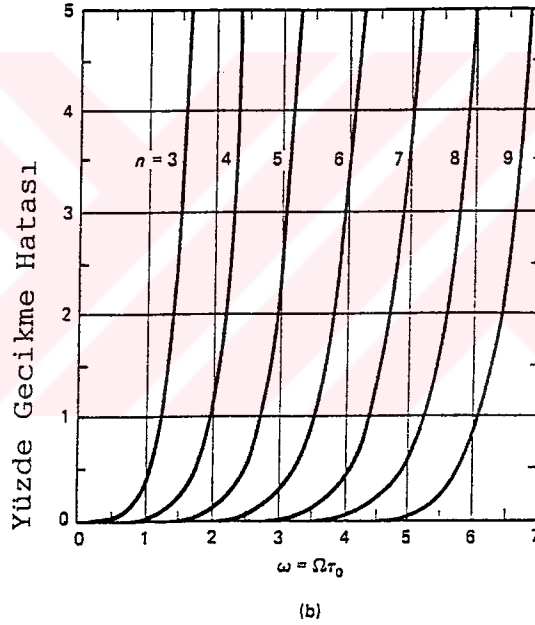
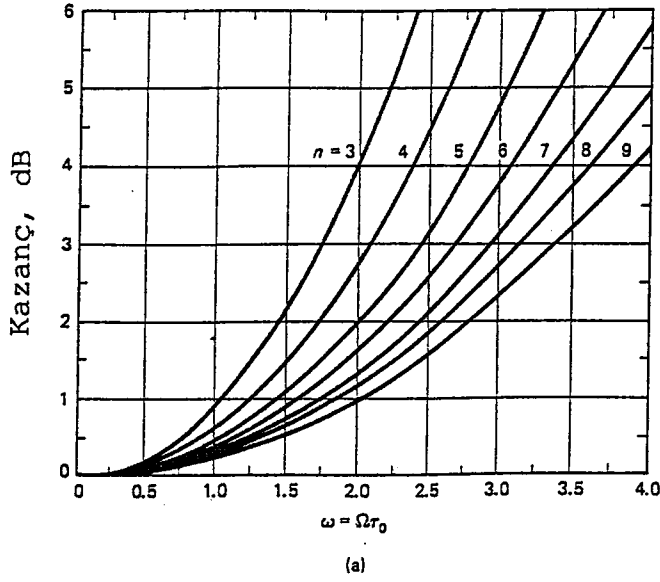


Şekil 2.11 $w=0$ rad/s civarında alçak geçiren Bessel filtre karakteristiği ile ideal karakteristiklerin karşılaştırılması: a) genlik, b) gecikme karakteristikleri.

2.2.5. Filtre yaklaşıklık metodlarının karşılaştırılması

Yukarıda anlatılan temel yaklaşıklık metodları birbirleri ile karşılaştırıldığında temel olarak şu sonuçlar elde edilir:

1. Butterworth, Chebyshev ve Bessel filtrelerde elde edilen transfer fonksiyonunun sıfırlarının tümü sonsuzdadır. Eliptik filtrede ise sıfırlar imajiner eksen üzerindedir.
2. Butterworth ve Bessel filtrelerin zayıflama karakteristiklerinde hem geçirme hem de durdurma bandında bir dalgalanma mevcut değil, buna karşın Chebyshev filtrede yalnız geçirme bandında, eliptik filtrede ise hem geçirme hem de durdurma bandında dalgalanma mevcuttur.
3. Aynı geçiş karakteristikleri için, en küçük dereceden filtre devresinin kurulabilmesi açısından en verimli yaklaşıklık metodu eliptik filtredir. Daha sonra sırası ile Chebyshev, Butterworth ve Bessel filtreler gelmektedir.



Şekil 2.12 $w=\Omega\tau_0$ normalize frekansları için alçak geçiren Bessel filtreye ait karakteristik eğriler: a) zayıflama karakteristiği, b) yüzde gecikme hatası karakteristiği.

4. Zayıflama karakteristiklerine bakıldığında merkez frekansında eğrinin dönme oranı en yüksek olan yaklaşıklik metodu eliptik filtrelerdir. Daha sonra

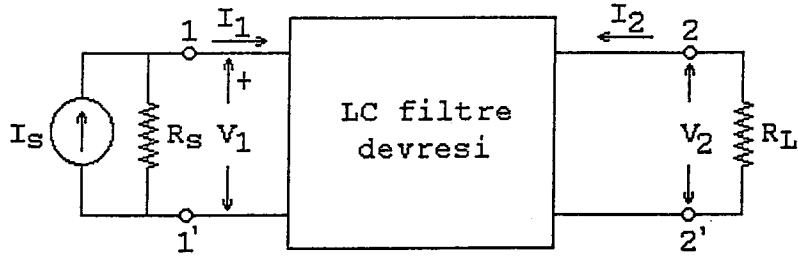
sırası ile Chebyshev, Butterworth ve Bessel filtreler gelmektedir.

5. Aynı n derecesinde geçiş (transition) bölgesi en dar olan karakteristik eliptik filtrelerde görülür. Bundan sonra sırası ile Chebyshev, Butterworth ve Bessel filtreler gelmektedir.
6. Gecikme eğrilerine bakıldığında aynı faz derecesinde eliptik ve Chebyshev filtrelerin daha büyük tepe değerler aldıkları görülmektedir.

2.3. Analog Filtrelerin LC Devrelerle Gerçekleştirilmesi

Elektrikle haberleşme tekniğinde bir enerji kaynağını yük empedansına bağlayan devrelerin tasarımı önemlidir. Bu konuda özellikle pasif LC merdiven tipi filtreler tercih edilmektedir. Çünkü LC devreler frekansın değişimi ile son derece süratli genlik ve faz değişimi sağlayan empedans değerlerine sahiptir. Bu empedanslar uygun bağlandığı takdirde, geçirme ve durdurma bantları arasındaki fark ne kadar fazla olursa olsun tamamen istenen frekanslarda ve en az güç kaybı (lossless) ile iletim sağlanabilir (Van Valkenburg, 1960). Bununla birlikte aktif-RC ve anahtarlı kondansatör devreleri gibi diğer filtreleme teknikleri de mümkündür. Ancak bugün haberleşmenin birçok alanında halen LC devreler kullanılmakta ve kullanılmaya da devam edecektir.

Şekil 2.13 ve 2.14'den görüldüğü gibi LC devreler hem gerilim kaynağı ile hem de akım kaynağı ile sürülebilirler. Şekilde blok içinde gösterilmiş olan LC devresi, kaynak direnci (R_s) ve yük direnci (R_L) arasına yerleştirilmiş



Şekil 2.13 Akım kaynağı ile beslenen genel bir LC filtre devresi.

olup yalnızca bobin ve kondansatörlerden oluşan merdiven tipi (ladder) bir devredir.

Filtre devrelerinin tasarımında genellikle y ve z parametreleri kullanılır. Bu parametreler aşağıdaki gibi tanımlanır:

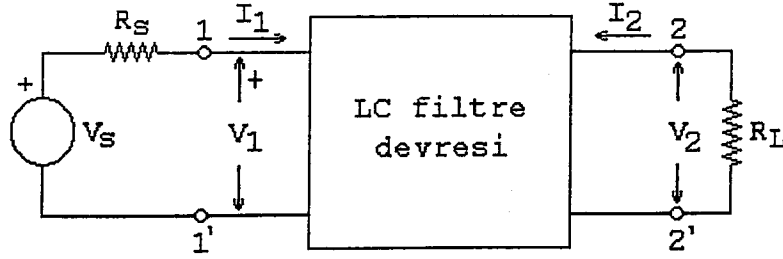
$$z_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{I_2=0} \quad (2.56)$$

$$z_{12} = \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{I_1=0} \quad (2.57)$$

$$z_{21} = \left. \frac{V_2}{I_1} \right|_{I_2=0} \quad (2.58)$$

$$z_{22} = \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{I_1=0} \quad (2.59)$$

$$y_{11} = \left. \frac{I_1}{V_1} \right|_{V_2=0} \quad (2.60)$$



Şekil 2.14 Gerilim kaynağı ile beslenen genel bir LC filtre devresi

$$Y_{12} = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{V_1=0} \quad (2.61)$$

$$Y_{21} = \left. \frac{I_2}{V_1} \right|_{V_2=0} \quad (2.62)$$

$$Y_{22} = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{V_1=0} \quad (2.63)$$

Karşılıklık (reciprocity) teoremi nedeniyle $z_{12}=z_{21}$ ve benzer şekilde $y_{21}=y_{12}$ alınır.

z_{12} ve z_{22} veya $-y_{21}$ ve y_{22} 'nin dört uçlu bir merdiven devreyi temsil edebilmeleri için gerekli koşullar kısaca şunlardır: Giriş fonksiyonları ($z_{11}, z_{22}, y_{11}, y_{22}$) Foster fonksiyonu olmalıdır. Bunun için de kutup ve sıfırları katmersiz olmalı ve sanal eksen üzerinde bir sıfırı bir kutup, bir kutbu bir sıfır izlemelidir. Giriş fonksiyonu ile aynı kutuplara sahip olduğunu varsaydığımız z_{12} veya $-y_{12}$ fonksiyonunun bütün sıfırları sanal eksen üzerinde bulunmalı ve katsayı koşulu sağlanmalıdır. Sıfırların

katmersiz olması gerekmediği gibi bir kutbu bir sıfırın (veya tersi) izlemesi de şart değildir; ayrıca bu fonksiyonlar da z_{11} , z_{22} , y_{11} , y_{22} Foster fonksiyonları gibi tek fonksiyondurlar (Valkenburg, 1960). İşte Bölüm 2.2'de anlatılan yaklaşıklık metodları sayesinde elde edilen transfer fonksiyonuna ait $-y_{12}$ ve y_{22} (veya z_{12} ve z_{22}) fonksiyonları, bu şartları aynen sağlarlar.

Aşağıda maksimum güç transferi sağlanabilen tek veya çift dirençle sonlandırılmış LC devrelerinin sentezi kısaca anlatılacaktır.

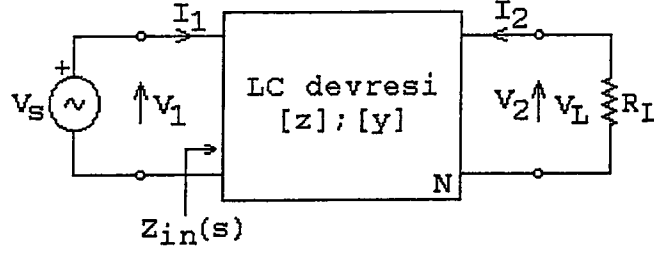
2.3.1. Tek sonlu gerçekleştirme için devre parametrelerinin bulunması

Şekil 2.15'de verilen 2 kapılı LC filtre devrelerini gerçekleştirmek için kullanılan metodların en kullanışlı olanı "Elemanter Sentez Yöntemi" dir. Bu yöntemde bulunan transfer fonksiyonu Şekil 2.16'da verilen genel formlara dönüştürülür (Temes vd, 1977). Empedans seviyesinin ölçeklenmesi, problemin genelliğini bozmayacağı ve bu nedenle $R_L=1 \Omega$ alınacağı daha önce anlatılmıştı. O halde Şekil 2.16'da verilen genel formlar, gerilim kaynağı ile sürülen filtre için

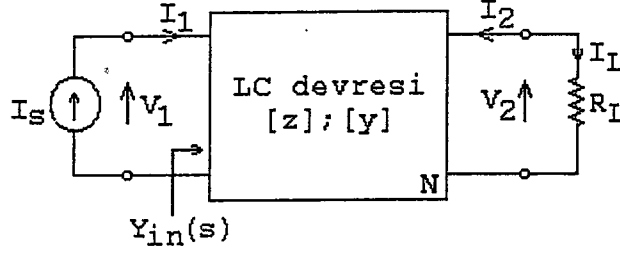
$$H(s) = \frac{V_L}{V_1} = \frac{-Y_{21}}{1 + Y_{22}} \quad (2.64)$$

ve akım kaynağı ile sürülen filtre için

$$H(s) = \frac{I_L}{I_1} = \frac{z_{12}}{1 + z_{22}} \quad (2.65)$$



(a)



(b)

Şekil 2.15 Tek taraftan sonlandırılmış devreler: a) gerilim kaynağı ile, b) akım kaynağı ile besleme.

şeklinde elde edilir. Görüldüğü gibi bu denklemler y_{11} ve z_{11} parametrelerini içermemektedir.

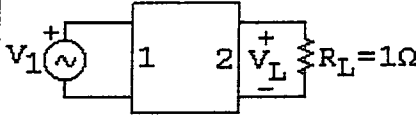
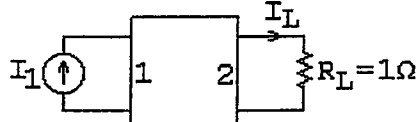
İki polinomun bölümü olarak

$$H(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \dots + a_1 s + a_0}{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0} \quad (2.66)$$

şeklinde verilen bir transfer fonksiyonu için $-y_{21}$ ve y_{22} (veya z_{12} ve z_{22})'yi nasıl belirlemeliyiz ki elde edilen ifade merdiven devre sentezine elverişli olsun? Bu soruya verilecek yanıtlardan biri, Denklem 2.66'nın paydasını

$$D(s) = D_t(s) + D_\zeta(s) \quad (2.67)$$

şeklinde tek ve çift kısımlara ayırdıktan sonra $H(s)$ 'in hem

Model	Tr. Fonk.
	$\frac{V_L}{V_1} = \frac{-Y_{21}}{G_L + Y_{22}}$
	$\frac{I_L}{I_1} = \frac{z_{12}R_L}{R_L + z_{22}}$

Şekil 2.16 Tek taraftan sonlandırılmış devrelerin transfer fonksiyonları.

payı, hem de paydasını $D_t(s)$ 'e bölmektir. Bu işlem, gerilim kaynağı ile sürülen filtre için $H(s)$ 'i

$$H(s) = \frac{N(s)}{D_t(s) + D_\varphi(s)} = \frac{\frac{N(s)}{D_t(s)}}{1 + \frac{D_\varphi(s)}{D_t(s)}} \quad (2.68)$$

şeklinde yazıp Eşitlik 2.64 ile karşılaştırdığımızda y parametreleri

$$-Y_{21} = \frac{N(s)}{D_t(s)} \quad \text{ve} \quad Y_{22} = \frac{D_\varphi(s)}{D_t(s)} \quad (2.69)$$

şeklinde, akım kaynağı için Eşitlik 2.68'den faydalanarak z parametreleri

$$z_{12} = \frac{N(s)}{D_t(s)} \quad \text{ve} \quad z_{22} = \frac{D_\varphi(s)}{D_t(s)} \quad (2.70)$$

şeklinde bulunur. Dikkat edilirse Eşitlik 2.9, 2.21, 2.23

ve 2.54'den görüleceği gibi $H(s)$ 'in payı olan $N(s)$ polinomu daima çift bir polinomdur. Dolayısı ile Eşitlik 2.68'de pay ve payda $D_c(s)$ 'e bölündüğünde $-y_{21}$ ve z_{12} , çift fonksiyon olarak bulunacaktır. Halbuki daha önce Bölüm 2.3'ün başında belirtildiği gibi 2-kapılı bir LC devresinin transfer parametreleri olan $-y_{21}$ ve z_{12} daima tek fonksiyon olmalıdırlar.

Eşitlik 2.66'da verilen transfer fonksiyonunda $D(s)$, bir Hurwitz polinomudur. Dolayısı ile $D_c(s)$ ve $D_t(s)$ Hurwitz polinomunun tek ve çift kısımları olarak seçilirse $D_c(s)/D_t(s)$, bir Foster (reaktans) fonksiyonu olduğundan y_{22} (veya z_{22}) bir LC devresini ifade eder. Bu devrenin sentezi Bölüm 2.4.3'de anlatılacaktır.

2.3.2. Çift sonlu gerçekleştirme için devre parametrelerinin bulunması

Eğer kayıpsız bir kuplaj devresinin hem giriş, hem de çıkış uçlarına sıfırdan farklı, sınırlı değerlerde dirençler bağlanırsa, bu devrenin sentezi için izlenecek yol Bölüm 2.4.1'de anlatılan yoldan daha farklı olarak verilir. Şekil 2.13 ve 2.14'deki devreleri gerçekleştirmek için yeni akım ve gerilim değişkenleri ile karşılaştığımızıza dikkat edelim. Şekil 2.14'de, kaynağın gerilimi ile 1-1' uçlarındaki gerilim artık birbirine eşit değildir ve bu nedenle V_1 ve V_s olarak adlandırılmışlardır. Benzer şekilde Şekil 2.13'de, akım kaynağının sağladığı I_s akımı da devreye giren I_1 akımından farklıdır. Yeni değişkenlerin işe karışması, gerilim kaynağı için $H(s) \propto V_L/V_s$ ve akım kaynağı için $H(s) \propto I_L/I_s$ gibi yeni transfer fonksiyonlarının

kullanılmasını ve kuplaj devresinin sebep olduğu güç kaybının da hesaba katılmasını gerektirir.

Aşağıda hem akım kaynağı, hem de gerilim kaynağı ile gerçekleştirme için kullanılacak parametrelerin ne şekilde çıkarılacağı ayrı ayrı anlatılacaktır.

Gerilim kaynağı kullanıldığında sentez parametrelerinin çıkarılması:

Eşitlik 2.66'daki gibi verilen $H(s)$ transfer fonksiyonunu R_s ve R_L dirençleri için düşünelim. LC devrelerde R_s ve R_L 'in her ikisinin beraber kullanılması ile devrenin karakteristik özellikleri LC'den RLC devre şekline dönüşür.

Yukarıdaki şekilde kaynaktan devreye (R_s hariç) aktarılan güç P_1 ve yüke aktarılan güç P_2 olsun. Bunlar sırası ile

$$P_1 = |I_1(j\omega)|^2 \operatorname{Re}\{Z_{in}(j\omega)\} = \frac{|V_s|^2}{|R_s + Z_{in}(j\omega)|^2} \operatorname{Re}\{Z_{in}(j\omega)\} \quad (2.71)$$

$$P_2 = \frac{|V_2|^2}{R_L} \quad (2.72)$$

olur. Filtre devresinin girişinde mümkün olan maksimum güç $Z_{in}(j\omega)=R_s$ iken sağlanır. Bu, filtre devresinin kaynağa eşdeğer olduğu anlamına gelir. Buna göre

$$P_{max} = \frac{1}{4} \frac{|V_s|^2}{R_s} \quad (2.73)$$

elde edilir.

Şimdi "güç transfer oranı (P_2/P_{max})" yardımı ile transfer fonksiyonunu tanımlayalım;

$$\frac{P_2}{P_{max}} = |H(j\omega)|^2 = \frac{4R_s}{R_L} \left| \frac{V_L}{V_s} \right|^2 \quad (2.74)$$

ve buradan

$$H(s) = \sqrt{\frac{4R_s}{R_L}} \frac{V_L}{V_s} = \frac{N(s)}{D(s)} \quad (P_1 = P_2 \leq P_{max}) \quad (2.75)$$

bulunur. Görüldüğü gibi bulunan $H(s)$ transfer fonksiyonu Eşitlik 2.64'dekinden farklıdır.

En az kayıplı (lossless) devrelerde $P_1=P_2$ 'dir. Buradan

$$P_1=P_2 \quad (2.76)$$

$$\operatorname{Re}\{Z_{in}(j\omega)\} \frac{|V_s|^2}{|R_s + Z_{in}(j\omega)|^2} = \frac{|V_L|^2}{R_L} \quad (2.77)$$

$$\left| \frac{V_L}{V_s} \right|^2 = \frac{R_L}{|R_s + Z_{in}(j\omega)|^2} \operatorname{Re}\{Z_{in}(j\omega)\} \quad (2.78)$$

bulunur. $|H(j\omega)|^2$ 'sini elde edelim

$$|H(j\omega)|^2 = \frac{4R_s}{|R_s + Z_{in}(j\omega)|^2} \operatorname{Re}\{Z_{in}(j\omega)\} \quad (2.79)$$

burada,

$$|H(j\omega)|^2 = \frac{4R_s}{|R_s + Z_{in}(j\omega)|^2} \operatorname{Re}\{Z_{in}(j\omega)\} = 1 - \left| \frac{R_s - Z_{in}(j\omega)}{R_s + Z_{in}(j\omega)} \right|^2 \quad (2.80)$$

verilir. Bunun ispatı için $Z_{in}=A+jB$ olduğu kabul edilerek

$$\begin{aligned} 1 - \left| \frac{R_s - A - jB}{R_s + A + jB} \right|^2 &= 1 - \frac{(R_s - A)^2 + B^2}{(R_s + A)^2 + B^2} = \frac{4R_s A}{(R_s + A)^2 + B^2} \\ &= \frac{4R_s}{|R_s + Z_{in}(j\omega)|^2} \operatorname{Re}\{Z_{in}(j\omega)\}, \end{aligned} \quad (2.81)$$

dolayısı ile,

$$|H(j\omega)|^2 = 1 - \left| \frac{R_s - Z_{in}(j\omega)}{R_s + Z_{in}(j\omega)} \right|^2 = 1 - |\rho(j\omega)|^2 \quad (2.82)$$

bulunur. Burada

$$\rho(s) = \pm \frac{R_s - Z_{in}(s)}{R_s + Z_{in}(s)} \quad (2.83)$$

ifadesi ile verilen $\rho(s)$ 'e R_L ile yüklenmiş LC filtre devresinin girişindeki "yansımaya katsayısı" denir. Denklem 2.74 ve 2.82'den

$$|\rho(j\omega)|^2 = 1 - |H(j\omega)|^2 = 1 - \frac{P_2}{P_{max}} = \frac{P_{max} - P_2}{P_{max}} = \frac{P_r}{P_{max}} \quad (2.84)$$

bulunur. Görüldüğü gibi

$$P_r = P_{max} - P_2 \quad (2.85)$$

olup R_s ve $Z_{in}(s)$ 'in devrede birarada bulunmasından dolayı filtre devresinin girişindeki yansıyan gücü ifade eder. Bu eşitlik, Fel'dtkeller eşitliği olarak bilinir.

Verilen bir $H(s)$ transfer fonksiyonu için LC filtrenin giriş empedansı Eşitlik 2.81'den bulunabilir. $H(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$,

den, $R = \frac{4R_s R_L}{(R_s + R_L)^2}$ olmak üzere yansıma katsayısının genliğinin karesi

$$|\rho(j\omega)|^2 = 1 - R|H(j\omega)|^2 = \frac{|D(j\omega)|^2 - R|N(j\omega)|^2}{|D(j\omega)|^2} = \epsilon^2 \frac{|F(j\omega)|^2}{|D(j\omega)|^2}$$

ve yansıma katsayısı

$$\rho(s) = \pm \epsilon \frac{F(s)}{D(s)} = \frac{\bar{F}(s)}{D(s)} \quad (2.86)$$

bulunur. Buna göre giriş empedansı ise

$$Z_{in}(s) = R_s \frac{D(s) \mp \bar{F}(s)}{D(s) \pm \bar{F}(s)} \quad (2.87)$$

olur (Schaumann vd, 1990). İşaret farklılığı sonuçta $Z_{in}(s)$ veya $1/Z_{in}(s)$ 'i bulmamızı sağlar. Zaten bu ikiside birbirine göre çift devrelerdir (dual network).

$Z_{in}(s)$, R_L direnci ile sonlandırılmış LC devresinin giriş empedansıdır. Dikkat edilmelidir ki R_L rezistif yükü

nedeniyle $Z_{in}(s)$ bir LC empedansı değildir. Bu nedenle biz R_L 'nin etkisini ayırtırmamız gerekmektedir. Bunun için de açık devre empedans parametreleri z_{ij} veya kısa devre admitans parametreleri y_{ij} ($i,j=1,2$) kullanılır.

Eşitlik 2.75 yardımı ile $H(s)$ ve $Z_{in}(s)$ 'i z parametreleri cinsinden yazalım. Bunun için

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad V_2 = -I_2 R_L \quad \text{olmak üzere,}$$

$$-I_2 R_L = z_{21} I_1 + z_{22} I_2$$

$$I_2 = \frac{-z_{12}}{z_{22} + R_L} I_1$$

$$V_1 = z_{11} I_1 - \frac{z_{12}^2 I_1}{z_{22} + R_L}$$

$$\frac{V_1}{I_1} = Z_{in} = \frac{z_{11} z_{22} + z_{11} R_L - z_{12}^2}{z_{22} + R_L} \quad (2.88)$$

bulunur. Transfer fonksiyonu

$$H(s) = \sqrt{\frac{4R_s}{R_L}} \frac{V_L}{V_1} \frac{V_1}{V_s}$$

olmak üzere

$$I_1 = -\frac{z_{22} + R_L}{z_{12}} I_2$$

$$V_1 = z_{11} \left(-\frac{z_{22} + R_L z_{12}^2 I_1}{z_{12}} \right) I_2 - z_{12} I_2$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{z_{11}}{z_{12} R_L} (R_L + z_{22}) - \frac{z_{12}}{R_L}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{z_{11} z_{22} + z_{11} R_L - z_{12}^2}{z_{12} R_L}$$

$V_2 = V_L$ olduğundan

$$\frac{V_1}{V_L} = \frac{Z_{in}}{Z_{in} + R_S} = \frac{z_{11} z_{22} + z_{11} R_L - z_{12}^2}{z_{11} z_{22} + z_{11} R_L - z_{12}^2 + z_{22} R_S + R_S R_L}$$

$$H(s) = \frac{\sqrt{4 R_S R_L} z_{12}}{z_{11} z_{22} + z_{11} R_L - z_{12}^2 + z_{22} R_S + R_S R_L}$$

$$H(s) = \frac{\sqrt{4 R_S R_L} z_{12}}{(z_{11} + R_S)(z_{22} + R_L) - z_{12}^2} \quad (2.89)$$

bulunur.

Eşitlik 2.75 ve 2.89 ile z_{12} 'nin özelliklerinden $H(s)$ 'in ve dolayısı ile $N(s)$ 'in tüm sıfırları sanal eksen üzerinde veya sonsuzda olması gerekir.

Elde edilen $Z_{in}(s)$ fonksiyonu ile sentez parametreleri kolayca elde edilebilir. Darlington metodu yardımı ile (Temes, 1977)

$$m_1 = D_{\zeta} - \overline{F}_{\zeta}$$

$$m_2 = D_{\zeta} + \overline{F}_{\zeta}$$

$$n_1 = D_t - \overline{F}_t$$

$$n_2 = D_t + \overline{F}_t \quad (2.90)$$

$$N^2 = m_1 m_2 - n_1 n_2 \quad (2.91)$$

olmak şartıyla aşağıda parametrelere ait formüller verilmiştir.

$$Z_{in}(s) = R_s \frac{m_1 + n_1}{m_2 + n_2} \quad (2.92)$$

$$\begin{aligned} z_{11} &= R_s \frac{m_1}{n_2} & y_{11} &= \frac{1}{R_s} \frac{m_2}{n_1} \\ z_{22} &= R_L \frac{m_2}{n_2} & y_{22} &= \frac{1}{R_L} \frac{m_1}{n_1} \end{aligned} \quad (2.93)$$

$$z_{12} = \sqrt{R_s R_L} \frac{N}{n_2} \quad -y_{12} = \frac{1}{\sqrt{R_s R_L}} \frac{N}{n_1} \quad (2.94)$$

Özet olarak ilk önce $H(s)$ ile $\rho(s)$ arasında bir ilişki kurularak yüklenmiş LC filtre devresinin, $Z_{in}(s)$ RLC giriş empedansı hesaplanır. Daha sonra LC çift sonlandırılmış devrenin z ve y parametreleri türetilir (R_s ve R_L 'nin etkisinden bağımsız). $z_{22}(s)$ ve $y_{22}(s)$, realizasyon için istenen parametrelerdir. Bu parametrelerden biri kullanılarak LC merdiven tipi filtre gerçekleştirilebilir. Ancak gerilim kaynağı ile gerçekleştirmede $y_{22}(s)$ 'in derecesi $z_{22}(s)$ 'in derecesine göre daha küçük olacağı için

fazla tercih edilmez (Schaumann vd, 1990). Bizde $z_{12}(s)$ ve $z_{22}(s)$ yardımı ile devreyi gerçekleştireceğiz.

Akım kaynağı kullanıldığında sentez parametrelerinin çıkarılması:

Eşitlik 2.66'da verilen akım kaynağı ile beslenen çift sonlandırılmış devrelere ait transfer fonksiyonunun gerçekleştirilmesi için gerilim kaynağı ile gerçekleştirmeye benzer biçimde formüller elde edilir. $G_s=1/R_s$ ve $G_L=1/R_L$ olmak şartıyla

$$H(s) = \sqrt{\frac{4G_s}{G_L} \frac{I_L}{I_s}} \quad (2.95)$$

ve

$$|H(j\omega)|^2 = 1 - \left| \frac{G_s - Y_{in}(j\omega)}{G_s + Y_{in}(j\omega)} \right|^2 = 1 - |\rho(j\omega)|^2 \quad (2.96)$$

şeklinde Feldtkeller Eşitliği yazılabilir. Yansıma katsayısı $\rho(s)$ için $G = \frac{4G_s G_L}{(G_s + G_L)^2}$ olmak üzere,

$$|\rho(j\omega)|^2 = 1 - G|H(j\omega)|^2 = \frac{|D(j\omega)|^2 - G|N(j\omega)|^2}{|D(j\omega)|^2} = \varepsilon^2 \frac{|F(j\omega)|^2}{|D(j\omega)|^2}$$

ve

$$\rho(s) = \pm \varepsilon \frac{F(s)}{D(s)} = \frac{\bar{F}(s)}{D(s)} \quad (2.97)$$

yazılabilir. Buradan giriş admitansı

$$Y_{in}(s) = G_s \frac{D(s) \mp \bar{F}(s)}{D(s) \pm \bar{F}(s)} \quad (2.98)$$

elde edilir.

y parametreleri cinsinden $Y_{in}(s)$ ve $H(s)$, yine benzer olarak şu şekilde yazılabilir

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \text{ olmak üzere,}$$

$$\frac{I_1}{V_1} = Y_{in} = \frac{Y_{11}Y_{22} + Y_{11}G_L - Y_{12}^2}{Y_{22} + G_L} \quad (2.99)$$

ve

$$H(s) = \frac{-\sqrt{4G_sG_L}Y_{21}}{(Y_{11} + G_s)(Y_{22} + G_L) - Y_{12}^2} \quad (2.100)$$

Parametreleri bulmak için

$$Y_{in}(s) = G_s \frac{m_1 + n_1}{m_2 + n_2} \quad (2.101)$$

formülünden yola çıkarak,

$$Y_{11} = G_s \frac{m_1}{n_2} \quad z_{11} = \frac{1}{G_s} \frac{m_2}{n_1}$$

$$Y_{22} = G_L \frac{m_2}{n_2} \quad z_{22} = \frac{1}{G_L} \frac{m_1}{n_1}$$

$$-Y_{12} = \sqrt{G_sG_L} \frac{N}{n_2} \quad z_{12} = \frac{1}{\sqrt{G_sG_L}} \frac{N}{n_1} \quad (2.102)$$

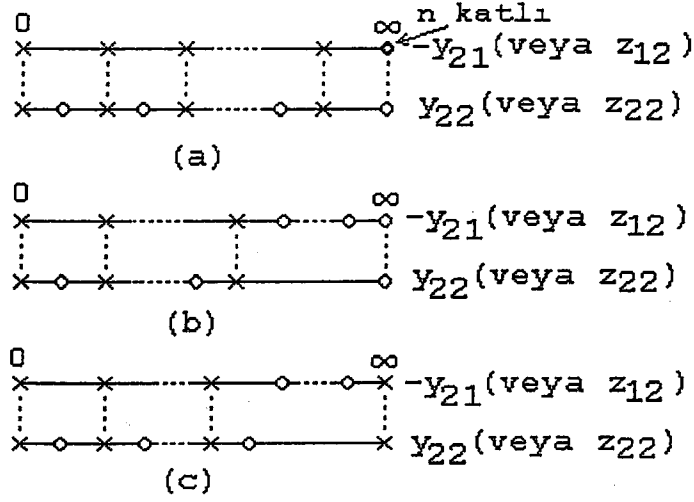
elde edilir (Schaumann vd, 1990). Ancak akım kaynağı ile gerçekleştirmede $y_{22}(s)$ 'in derecesi daha büyük olduğu için $z_{22}(s)$ 'e göre daha çok tercih edilir. Bizde $-y_{21}(s)$ ve $y_{22}(s)$ yardımı ile devreyi gerçekleştireceğiz.

2.3.3. Parametreleri belli olan devrelerin gerçekleştirilmesi

Elde edilen $-y_{21}$ ve y_{22} (veya z_{12} ve z_{22}) fonksiyonları öyle sentezlenmelidir ki $-y_{21}$ 'in tüm iletim (transmisyon) sıfırları aynen sağlansın. Kullanılacak olan yaklaşıklık metodu Butterworth, Chebyshev veya Bessel ise bu metodlarda pay polinomu sabit bir değer aldığından devrelerin tüm geçiş sıfırları sonsuzdadır. Şekil 2.17'de, daha önce anlatılan tüm yaklaşıklık metodları göz önünde bulundurularak alçak geçiren filtreler için tek dirençle sonlandırılmış devreler için $H(s)$ ve çift sonlandırılmış devreler için $Z_{in}(s)$ fonksiyonlarından türetilen sıfır-kutup diyagramları verilmiştir.

Filtre devrelerinin sentez işlemi için iki yol vardır. Bunlardan en basit olanı y_{22} 'nin (veya z_{22} 'nin) birinci Cauer biçiminde açılımıdır. Bu işlem için en önemli şart; Şekil 17.a'da gösterildiği gibi ve alçak geçiren Butterworth, Chebyshev ve Bessel filtrelerde olduğu gibi $-y_{21}$ 'in (veya z_{12} 'nin) sıfırlarının sonsuzda olmasıdır. Ayrıca payın derecesinin paydanın derecesine göre daha büyük olması gerekir. Eğer değilse fonksiyonun tersi alınarak bu şart sağlanır. Fonksiyon, sürekli basit kesirlere ayrılarak eleman değerleri bulunur.

Devrenin sentezinde kullanılan ikinci yol ise sıfır



Şekil 2.17 Alçak geçiren filtre sıfır-kutup diyagramı: a) Butterworth, Chebyshev ve Bessel, b) Eliptik (n çift), c) Eliptik (n tek).

kaydırma metodudur. Bu metodda sıfır veya sonsuzda bulunan bir kutup kısmen kaldırılarak iletim sıfırına kaydırılır, kalan fonksiyon ters çevrilerek, o transmisyon sıfırına karşılık gelen kutup tamamen çıkarılır ve bu geçiş sıfırı devre olarak gerçekleştirilmiş olur. Bu durum, gerçekleştirme işlemi bitinceye kadar devam eder. Daha detaylı bilgi için Huelsman vd (1980) ve Schaumann vd (1990)'a bakılabilir.

Bu işlemler sonucunda K kazanç sabiti hesaplanır. Bunun için uygun bir frekansta (genellikle $w=0$ veya $w=\infty$ 'da):

$$K = \frac{z_{12}(jw)_{(gerçekleştirilen\ devreden)}}{z_{12}(jw)_{(spesifikasyondan)}} \quad (2.103)$$

şeklinde bulunur. Eğer $K = 1$ ise bu, gerçekleştirilen devrenin verilen spesifikasyonu tam olarak sağladığını

gösterir. Eğer $K \neq 1$ ise girişe bir transformatör eklemek gerekir.

Anlatılan iki yolla sentezlenen merdiven devreler çeşitli biçimlerde olabilir. Bunun en önemli nedenleri; iletim sıfırlarının gerçekleştirme sırası ve iletim sıfırlarını gerçekleştirirken şönt kol veya seri kol kullanmakta yaptığımız seçeneklerdir. Bu nedenle, gerçekleştirme işlemi sonunda bulunan farklı devreler için yanlış veya doğru şeklinde standart tanımlamalar yapılamaz (Schaumann vd, 1990).

2.4. Empedans ve Frekans Dönüşümleri

Buraya kadar dört yaklaşıklık metodu (Butterworth, Chebyshev, eliptik ve Bessel) için istenen özelliklere sahip filtreye ait normalize alçak geçiren filtre tipinde transfer fonksiyonu ve tasarlanacak devre elemanlarının nasıl elde edildiği anlatıldı. Bu işlem Butterworth filtre için $\omega_c=1$ rad/s, Bessel filtre için $\tau_0=1$ s (veya $\omega_{\tau_0}=1/\tau_0=1$ rad/s) ve diğer metodlar için $\omega_p=1$ rad/s olacak şekilde gerçekleştirilmiştir.

Yüksek geçiren, band geçiren ve band durduran filtrelerin tasarımı, elde edilen normalize alçak geçiren şekilden yola çıkarak uygun dönüşümler sonucu kolayca gerçekleştirilebilir.

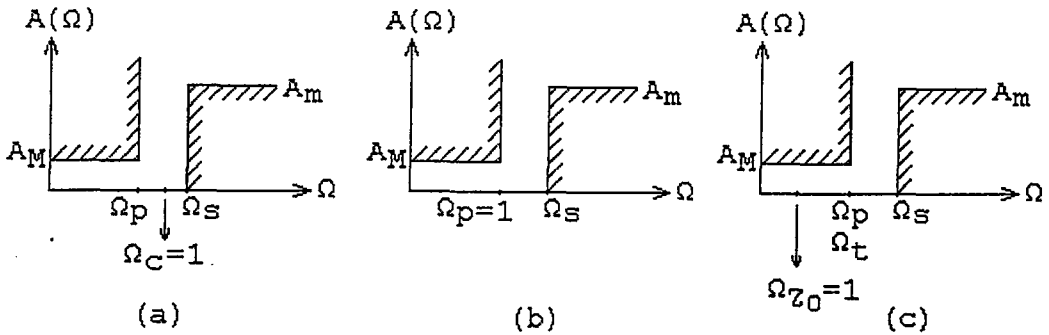
Yapılan frekans dönüşümü, direnç değerlerini değiştirmez. Tek sonlu devreler için $R_L = 1\Omega$, çift sonlu devreler için $R_s =$ (veya $\neq$) $R_L = 1\Omega$ ideal durumu için bulunan değerler daha sonra empedans dönüşümü ile istenen

değerlere dönüştürülür. Yapılan bu işlemde transfer fonksiyonu etkilenmez.

Analog filtre tasarımına ait bu son kısımda tasarım işleminin tamamlanabilmesi için elde edilen değerler, başlangıçta istenen filtre tipi ve geçiş karakteristiklerine dönüştürülmesi gerekmektedir. Bu işlemler, aşağıda alt bölümler halinde incelenecektir.

Alçak geçirenden alçak geçirene dönüşüm:

Alçak Geçirenden Alçak Geçirene Dönüşüm, aynı zamanda "frekans ölçeklemesi" veya "frekans denormalizasyonu" şeklinde de adlandırılır. Filtre giriş karakteristiklerinde Butterworth filtreler için $\omega_c=1$ rad/s (3dB kesim frekansı), Bessel filtreler için $\omega_{t0}=1$ rad/s ile diğer yaklaşıklık metodları için $\omega_p=1$ rad/s' den farklı değerler verildiğinde bu işlem yapılır. Şekil 2.3'te verilen karakteristik önce Şekil 2.18'deki gibi normalize edilir. Buna göre Bölüm 2.2'de anlatıldığı gibi elde edilen normalize transfer fonksiyonu yardımı ile filtre devresi için hangi



Şekil 2.18 Normalize, alçak geçiren filtre zayıflama karakteristikleri: a) Butterworth, b) Chebyshev ve eliptik, c) Bessel filtre.

elemanların, hangi değerde ve hangi sıra ile dizileceği belirlenir. Devre elemanlarının bulunması işlemi Bölüm 2.3.3'de anlatılmıştır. Son olarak normalize transfer fonksiyonu ve eleman değerleri gerçek hallerine dönüştürülür.

Gerçek transfer fonksiyonu için, normalize edilmiş transfer fonksiyonunda s yerine Butterworth filtreler için s/w_c , Chebyshev ile eliptik yaklaşım için s/w_p ve Bessel yaklaşım için $\tau_0 s$ (veya $s/w_{\tau 0}$) yazılır.

Gerçek eleman değerleri ve tipleri ise

$$Q = \begin{cases} w_c & ; & \text{Butterworth yaklaşımı için} \\ w_{\tau_0} & ; & \text{Bessel yaklaşımı için} \\ w_p & ; & \text{diğer yaklaşımlar için} \end{cases} \quad (2.104)$$

olmak üzere Tablo 2.1 yardımı ile elde edilebilir. Tablodan da görüldüğü gibi eleman tiplerinde bir değişme yoktur; sadece eleman değerleri değişmektedir.

Tablo 2.1 Alçak geçiren filtre gerçek eleman değerleri.

Normalize		Gerçek	
alçak geçiren eleman tipi	Elemanın değeri	Eleman tipi	Elemanın değeri
Bobin	L	Bobin	$L_y = L / Q$
Kondansatör	C	Kondansatör	$C_y = C / Q$
Paralel LC devre	L	Paralel LC devre	$L_y = L / Q$
	C		$C_y = C / Q$
Seri LC devre	L	Seri LC devre	$L_y = L / Q$
	C		$C_y = C / Q$

Alçak geçirenden yüksek geçirene dönüşüm:

Yüksek geçiren filtre için Şekil 2.19'da verilen giriş karakteristiği, Şekil 2.18'deki karakteristiğe çevrilerek normalize alçak geçiren değerler bulunur. Buna göre gerçek transfer fonksiyonu için, normalize alçak geçiren transfer fonksiyonunda s yerine Butterworth için w_p/sw_c , Bessel filtre için w_{t0}/s ve diğer metodlar için w_p/s yazılır.

Gerçek eleman değerleri ve tipleri ise Tablo 2.2'den

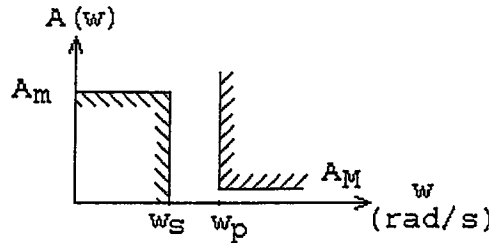
$$Q = \begin{cases} w_p / w_c & ; & \text{Butterworth yaklaşımı için} \\ w_{t0} & ; & \text{Bessel yaklaşımı için} \\ w_p & ; & \text{diğer yaklaşımlar için} \end{cases} \quad (2.105)$$

alınarak bulunur.

Tablodan da görüldüğü gibi bobin, kondansatöre ve kondansatörde bobine dönüşmüş olur.

Alçak geçirenden band geçirene dönüşüm:

Band geçiren filtre için Şekil 2.20'de verilen giriş karakteristiği, Şekil 2.18'deki karakteristiğe çevrilerek normalize alçak geçiren değerler bulunur. Bunun için



Şekil 2.19 Yüksek geçiren bir filtreye ait zayıflama karakteristiği.

Tablo 2.2 Yüksek geçiren filtre gerçek eleman değerleri.

Normalize		Gerçek	
alçak geçiren eleman tipi	Elemanın değeri	Eleman tipi	Elemanın değeri
Bobin	L	Kondansatör	$C_y = 1 / LQ$
Kondansatör	C	Bobin	$L_y = 1 / CQ$
Paralel LC devre	L	Paralel CL devre	$C_y = 1 / LQ$
	C		$L_y = 1 / CQ$
Seri LC devre	L	Seri CL devre	$C_y = 1 / LQ$
	C		$L_y = 1 / CQ$

$$B = w_{s2} - w_{s1} ,$$

$$w_0 = \sqrt{w_{s1} w_{s2}} ,$$

$$\Omega = \left| \frac{w_0^2 - w^2}{Bw} \right| ,$$

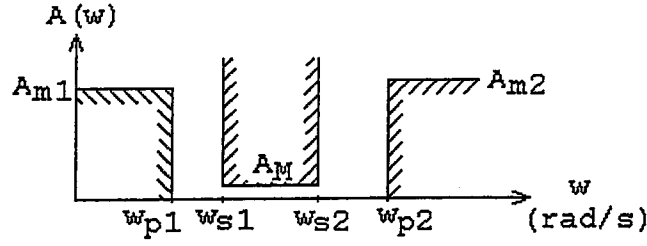
$$A_m = \max \{A_{m1}, A_{m2}\} ,$$

$$\Omega_p = \max \{\Omega_{p1}, \Omega_{p2}\} \quad (2.106)$$

dönüşümleri yapılmalıdır. Bu dönüşümler sonucu durduran band sınırları olan w_{s1} ve w_{s2} ,

$$\Omega_s = 1$$

T.C. KÜLTÜR VE TURİZM BAKANLIĞI
TOKU. KÜLTÜR VE TURİZM BAKANLIĞI
KÜLTÜR VE TURİZM BAKANLIĞI



Şekil 2.20 Band geçiren bir filtreye ait zayıflama karakteristiği.

normalize frekansına dönüşür. Bu işlem sonucu Şekil 2.3'deki gibi bir alçak geçiren filtre karakteristiği elde edilir. Başta " Alçak geçirenden alçak geçirene dönüşüm" kısmında anlatılan dönüşüm yapılarak normalize alçak geçiren değerler bulunur.

Bessel yaklaşıklık metodu için Bölüm 2.5'de aşağıdaki eşitlikleri sonuç olarak veren yeni bir yöntem anlatılmıştır:

$$B = w_{p2} - w_{p1}$$

$$w_0 = \sqrt{w_{p1}w_{p2}}$$

$$\Omega = \left| \frac{w_0^2 - w^2}{\frac{2}{\tau_0} w} \right|$$

$$A_m = \max \{A_{m1}, A_{m2}\}$$

$\Omega_s = \Omega_{s1}$ ve Ω_{s2}' den hangisi en büyük n değeri

gerektiriyorsa

(2.107)

Bessel filtre için farklı işlem yapılmasının nedeni filtrenin derecesini tam olarak tespit etmek ve gecikme karakteristiğini istendiği şekilde sağlamak içindir.

Gerçek transfer fonksiyonu için normalize alçak geçiren transfer fonksiyonunda s yerine Butterworth filtre için $\frac{s^2 + w_0^2}{w_c B s}$, Bessel filtre için $\frac{s^2 + w_0^2}{\frac{2}{\tau_0} s}$ ve diğer metodlar için

$$\frac{s^2 + w_0^2}{w_p B s} \text{ yazılır.}$$

Gerçek eleman değerleri ise

$$Q = \begin{cases} w_c B & ; \text{ Butterworth yaklaşımı için} \\ 2 / \tau_0 & ; \text{ Bessel yaklaşımı için} \\ w_p B & ; \text{ diğer yaklaşımlar için} \end{cases} \quad (2.108)$$

ve

$$\Delta = Q \sqrt{Q^2 + 4 L C w_0^2}$$

$$x_1 = - \frac{-2 L C w_0^2 - Q^2 - \Delta}{2 L C}$$

$$x_2 = - \frac{-2 L C w_0^2 - Q^2 + \Delta}{2 L C}$$

$$r_1 = \frac{Q(w_0^2 - x_1)}{L(x_2 - x_1)}$$

$$r_2 = \frac{Q(w_0^2 - x_2)}{L(x_1 - x_2)} \quad (2.109)$$

olmak üzere Tablo 2.3'den elde edilebilir.

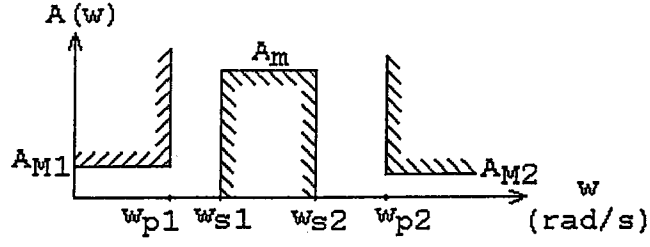
Tablodan da görüldüğü gibi bobin birbirine seri bağlanmış bir LC devresine ve kondansatör de birbirine paralel bağlanmış bir LC devresine dönüşmüş olur.

Alçak geçirenden band durdurana dönüşüm:

Band durduran filtre için Şekil 2.21'de verilen giriş karakteristiği, Şekil 2.18'deki karakteristiğe çevrilerek normalize alçak geçiren değerler bulunur. Bunun için

Tablo 2.3 Band geçiren filtre gerçek eleman değerleri.

Normalize		Gerçek	
alçak geçiren eleman tipi	Elemanın değeri	Eleman tipi	Elemanın değeri
Bobin	L	Seri LC devre	$L_y = L / Q$ $C_y = Q / \omega_0^2 L$
Kondansatör	C	Paralel LC devre	$L_y = Q / \omega_0^2 C$ $C_y = C / Q$
Paralel LC devre	L C	Birbirine seri iki paralel LC devre	$L_1 = r_1 / x_1$ $C_1 = 1 / r_1$ $L_2 = r_2 / x_2$ $C_2 = 1 / r_2$
Seri LC devre	L C	Birbirine paralel iki seri LC devre	$L_1 = 1 / r_1$ $C_1 = r_1 / x_1$ $L_2 = 1 / r_2$ $C_2 = r_2 / x_2$



Şekil 2.21 Band durduran bir filtreye ait zayıflama karakteristiği.

$$B = w_{p2} - w_{p1}$$

$$w_0 = \sqrt{w_{p1}w_{p2}}$$

$$\Omega = \begin{cases} \left| \frac{\tau_0 w_0^2 w}{w_0^2 - w^2} \right| & ; \text{bessel metodu} \\ \left| \frac{Bw}{w_0^2 - w^2} \right| & ; \text{diğer metodlar} \end{cases}$$

$$A_M = \max \{A_{M1}, A_{M2}\}$$

$$\Omega_s = \max \{\Omega_{s1}, \Omega_{s2}\} \quad (2.110)$$

formülleri kullanılır. Gerçek transfer fonksiyonunu bulmak için normalize alçak geçiren transfer fonksiyonunda s yerine Butterworth filtre için $\frac{Bs}{w_c(s^2 + w_0^2)}$, Bessel filtre

için $\frac{\tau_0 w_0^2 s}{(s^2 + w_0^2)}$ ve diğer metodlar için $\frac{Bs}{(s^2 + w_0^2)}$ yazılır.

Gerçek eleman değerleri ise

$$Q = \begin{cases} \tau_0 w_0^2 & ; \text{ Bessel yaklaşımı için} \\ B & ; \text{ diğer yaklaşımlar için} \end{cases} \quad (2.111)$$

ve

$$\begin{aligned} \Delta &= Q \sqrt{Q^2 L^2 C^2 + 4 L C w_0^2} \\ x_1 &= - \frac{-2 w_0^2 - Q^2 L C - \Delta}{2} \\ x_2 &= - \frac{-2 w_0^2 - Q^2 L C + \Delta}{2} \\ r_1 &= \frac{C Q (w_0^2 - x_1)}{(x_2 - x_1)} \\ r_2 &= \frac{C Q (w_0^2 - x_2)}{(x_1 - x_2)} \end{aligned} \quad (2.112)$$

olmak üzere Tablo 2.4'den elde edilebilir.

Tablodan da görüldüğü gibi bobin, birbirine paralel bağlanmış bir LC devresine ve kondansatör de birbirine seri bağlanmış bir LC devresine dönüşmüş oldu.

Son olarak, elde edilen eleman değerleri empedans dönüşümüne tabi tutulur. Bunun için yük direnci R_L olmak şartı ile eleman değerleri:

$$R \rightarrow R_L \quad (2.113)$$

$$L \rightarrow L R_L \quad (2.114)$$

Tablo 2.4 Band durduran filtre gerçek eleman değerleri.

Normalize		Gerçek	
alçak geçiren eleman tipi	Elemanın değeri	Eleman tipi	Elemanın değeri
Bobin	L	Paralel LC devre	$L_y = QL / w_0^2$ $C_y = 1 / QL$
Kondansatör	C	Seri LC devre	$L_y = 1 / QC$ $C_y = QC / w_0^2$
Paralel LC devre	L C	Birbirine seri iki paralel LC devre	$L_1 = r_1 / x_1$ $C_1 = 1 / r_1$ $L_2 = r_2 / x_2$ $C_2 = 1 / r_2$
Seri LC devre	L C	Birbirine paralel iki seri LC devre	$L_1 = 1 / r_1$ $C_1 = r_1 / x_1$ $L_2 = 1 / r_2$ $C_2 = r_2 / x_2$

$$C \rightarrow C / R_L \quad (2.115)$$

şeklinde dönüşüm yapılır.

2.5 Band Geçiren ve Band Durduran Bessel Filtrelerin Tasarımı İçin Yeni Bir Yöntem

Genel olarak, band geçiren ve band durduran filtrelerin tasarımında filtre karakteristikleri önce alçak geçiren filtre karakteristiklerine dönüştürülür, daha sonra filtre devresi seçilen yaklaşıklık metoduna göre elde edilir.

İstenen karakteristiklere sahip filtrenin doğru olarak tasarlanabilmesi, yapılacak olan dönüşüm işlemini önemli kılmaktadır.

Gecikme karakteristiği, band geçiren filtrelerde merkez frekansı civarında, band durduran filtrelerde ise $w=0$ rad/s frekansı civarında idealde düz karakteristik (flat delay) göstermelidir. Pratikte ise Butterworth, Chebyshev ve eliptik v.b. yaklaşıklık metodlarında gecikme karakteristiği düz değildir. Buna karşın idealdeki karakteristiğe en yakın sonucu, Bessel metodu vermektedir.

Gecikme karakteristiğinin önemli olmadığı yaklaşıklık metodlarında (Butterworth, Chebyshev ve eliptik v.b.) dönüşüm işlemi, w gerçek frekans (rad/s) ve Ω ise normalize edilmiş frekans olmak üzere band geçiren filtre için,

$$\Omega = \left| \frac{w_0^2 - w^2}{Bw} \right| \quad (2.116)$$

$$B = w_{s2} - w_{s1} \quad (2.117)$$

$$w_0^2 = w_{s1}w_{s2} \quad (2.118)$$

ve band durduran filtre için,

$$\Omega = \left| \frac{Bw}{w_0^2 - w^2} \right| \quad (2.119)$$

$$B = w_{p2} - w_{p1} \quad (2.120)$$

$$w_0^2 = w_{p1}w_{p2} \quad (2.121)$$

ile verilir. Burada w_{s1} ve w_{s2} durdurma bandının köşe frekansları, w_{p1} ve w_{p2} ise geçirme bandının köşe frekanslarıdır. Başlangıçta düz olan gecikme karakteristiği, bu dönüşüm işlemi sonucunda artık düz değildir. Bu nedenle Eşitlik 2.116 ve 2.119'da verilen dönüşüm formülleri Bessel yaklaşıklık metodu için uygulandığında görülecektir ki, istenen genlik ve kayıp karakteristikleri sağlanmakta, ancak gecikme karakteristiği sağlanmamaktadır. Dolayısıyla, yeni dönüşüm formüllerinin geliştirilmesine ihtiyaç duyulmuştur. Genel olarak tasarım için band geçiren ve band durduran bir filtrenin özellikleri, $w_{p1}, w_{p2}, w_{s1}, w_{s2}$ frekansları ile band geçiren filtre için A_M, A_{m1} ve A_{m2} , band durduran filtre için A_m, A_{M1} ve A_{M2} belirlenerek tanımlanır. Bu koşullara ek olarak Bessel tipi bir filtrenin tasarımında gecikme zamanı (τ_0) ve geçirme bandının köşe frekanslarından herhangi birinin yüzde gecikme hatası ($t_{yüz}$), sağlanması gerekli özellikler olarak tanımlanmıştır. Böylece hem frekans, hem de zaman gecikme özelliklerini istenildiği şekilde gerçekleştiren bir band geçiren Bessel filtre tasarımı önerilmiştir.

Eşitlik 2.116 ve 2.119'da bulunan B yerine τ_0 'a bağlı öyle bir ifade gelmelidir ki, filtrenin kayıp karakteristiği bozulmadan, gecikme karakteristiği istenildiği gibi sağlansın.

Band geçiren veya band durduran bir filtrenin gecikme karakteristiği;

$$D(w) = - \frac{d\Phi(w)}{dw} = - \frac{d\Phi(\Omega)}{d\Omega} \cdot \frac{d\Omega}{dw} \quad (2.122)$$

şeklinde verilir. Bu ifadede $\frac{d\Phi(\Omega)}{d\Omega}$, normalize alçak geçiren filtrenin gecikmesidir ve sabit bir değere sahiptir. Bu değer merkez frekansında 1 olmaktadır. Diğer terim olan $\frac{d\Omega}{dw}$ ise, frekansla asıl değişen kısım olup, gecikmede istenmeyen değişimi sağlayan terimdir.

Tasarımlanacak Bessel filtresi için merkez frekansı göz önüne alınarak yapılacak olan en uygun dönüşüm band geçiren filtre için

$$\Omega = \left| \frac{w_0^2 - w^2}{(2/\tau_0)w} \right| \quad (2.123)$$

ve band durduran filtre için

$$\Omega = \left| \frac{\tau_0 w_0^2 w}{w_0^2 - w^2} \right| \quad (2.124)$$

olarak tespit edilmiştir. Ancak burada dikkat edilmesi gereken husus band geçiren filtre için, Eşitlik 2.116 ve 2.123 karşılaştırıldığında görüleceği gibi $2/\tau_0$ ile B' 'nin uyumlu olmasıdır. Bu ise, τ_0 parametresinin $2/B$ civarında değerler alması ile mümkün olmaktadır. τ_0 , $2/B'$ 'ye yaklaştıkça $\frac{d\Phi(\Omega)}{d\Omega}$, 1'e yakın değerler almakta ve $\frac{d\Omega}{dw}$ 'nin değeri τ_0 'a çok yakın değerlere yaklaşmakta ve değişimi çok yavaş olmaktadır. Bu durum filtrenin derecesinin küçülmesine neden olur. Buna karşın τ_0 , $2/B'$ den uzaklaştıkça $\frac{d\Phi(\Omega)}{d\Omega}$, 1'den daha uzak değerler almakta ve

$\frac{d\Omega}{dw}$ 'nın değışimi büyümektedir. Bu da filtrenin derecesinin büyümesine neden olur. Benzer şekilde band durduran filtrede eşitlik 2.119 ile 2.124 karşılaştırıldığında görüleceğı gibi $\tau_0 w_0^2$ ile B'nin uyumlu olması gerekmektedir. Tespit edilen bir başka husus ise, band geçiren filtrede yüzde gecikme hatası, başlangıçta w_{p1} için $0.5((w_0^2/w_{p1}^2)-1)$ veya w_{p2} için $0.5((w_0^2/w_{p2}^2)-1)$ değerlerinden daha küçük olarak seçilirse filtrenin derecesi tespit edilememekte ve tasarım mümkün olmamaktadır.

Eşitlik 2.123 ve 2.124 kullanılarak bulunan normalize alçak geçiren transfer fonksiyonu Bölüm 2.4'de anlatıldığı şekilde gerçek transfer fonksiyonuna dönüştürülür ve Bölüm 2.3'de verilen gerçekleştirme metodlarından uygun biri ile gerçekleştirilir.

3. DİJİTAL FİLTRE TASARIMI

Dijital filtre, giriş (input) adı verilen bir sayı dizisini (number sequence) çıkış (output) adı verilen başka bir sayı dizisine çeviren "dijital işaret işleyici" olarak tanımlanabilir. Başka bir deyişle ayrık zamanlı işaretleri filtrelemek için kullanılan dijital sistemlere dijital filtre denir. Dijital filtreler temel olarak iki şekilde gerçekleştirilirler. Bunlar yazılım (software) uygulamaları ve donanım (hardware) uygulamalarıdır. Yazılım türü dijital filtreler, 1940'lerde ilk dijital bilgisayarların ortaya çıkması ile kullanılmaya başladı. İlk dijital bilgisayarlar, ayrık zamanlı işaretleri temsil eden sayı dizilerinin oluşturduğu fonksiyonlar için Newton, Stirling ve Everett gibi klasik nümerik analiz formülleri ile fark denklemlerinin çözümü, nümerik integral ve enterpolasyon gibi işlemler için kullanılıyordu. Bu işlemler için yapılan programlar ilk yazılım türü dijital filtre programları olarak tanımlanabilirler (Lam, 1979).

1960'lı yılların ortalarında dijital filtreler bir çok alanda kullanılmaya başladı. Sismik bilim adamları, kendi dallarında bir çok problemi dijital filtreleme tekniği ile çözmeyi başardılar (Bose, 1985). Aynı şekilde resim işleme uygulamalarında, X-ışını filmleri ile uzaktan (gezegenlerden, aydan v.b.) algılanarak elde edilen resimlerin anlaşılabilir hale getirilmesi dijital filtreler ile mümkün olmuştur (Rabiner vd, 1975).

Bugün daha karmaşık ve ayrıntılı algoritmalar ve programlar, dijital filtrelerin kullanım alanlarını artırmıştır. Bu alanlara, ses işleme, haritalama, radar,

sonar, medikal görüntüleme, spektrum analizi v.b. örnek olarak verilebilir (Rorabaugh, 1993).

Dijital filtreler PC'lerde kullanılabilecek şekilde, yazılım paketleri ile gerçekleştirilebileceği gibi çarpıcı (multiplier), kaydırıcı (register), toplayıcı (adder) v.b. gibi elemanları içeren donanım devreleri halinde de gerçekleştirilebilirler. Özellikle "geniş ölçekli entegre devre (LSI)" ve "çok geniş ölçekli entegre devre (VLSI)" teknolojilerinin geliştirilmeleri ile donanım elemanlarının entegre paketler halinde üretilmeleri sayesinde donanım türü dijital filtrelerin kullanım alanları çoğalmaya başlamıştır. Özellikle FFT işlemciler, frekans sentezörü ve dalga analizörü gibi dijital işaret işleyici filtreler günümüzde yaygın olarak kullanılmaktadır (Lam, 1979). Entegre devre teknolojisindeki hızlı gelişmeler dijital filtre elemanlarının daha küçük boyutlarda ve daha iyi performanslı halde üretilmelerini sağlamıştır ve sağlayacaktır. Yazılım ve donanım tekniklerinin bir arada kullanıldığı uygulamalarda daha az maliyet ve daha verimli çalışmalar gerçekleştirilebilmektedir (Lynn vd, 1992). Halen analog filtrelerin daha fazla kullanıldığı haberleşme sistemleri yerini hızla dijital teknolojiye bırakmaktadır (Stearns vd, 1988). Ancak bazı düşük frekanslı uygulamalar hariç dijital filtrelerin maliyeti analog filtrelere göre daha pahalı olmaktadır (Rorabaugh, 1993). Gelecek yıllarda teknolojinin ilerlemesiyle dijital filtreler, birçok alanda analog filtrelerin yerini alacaktır.

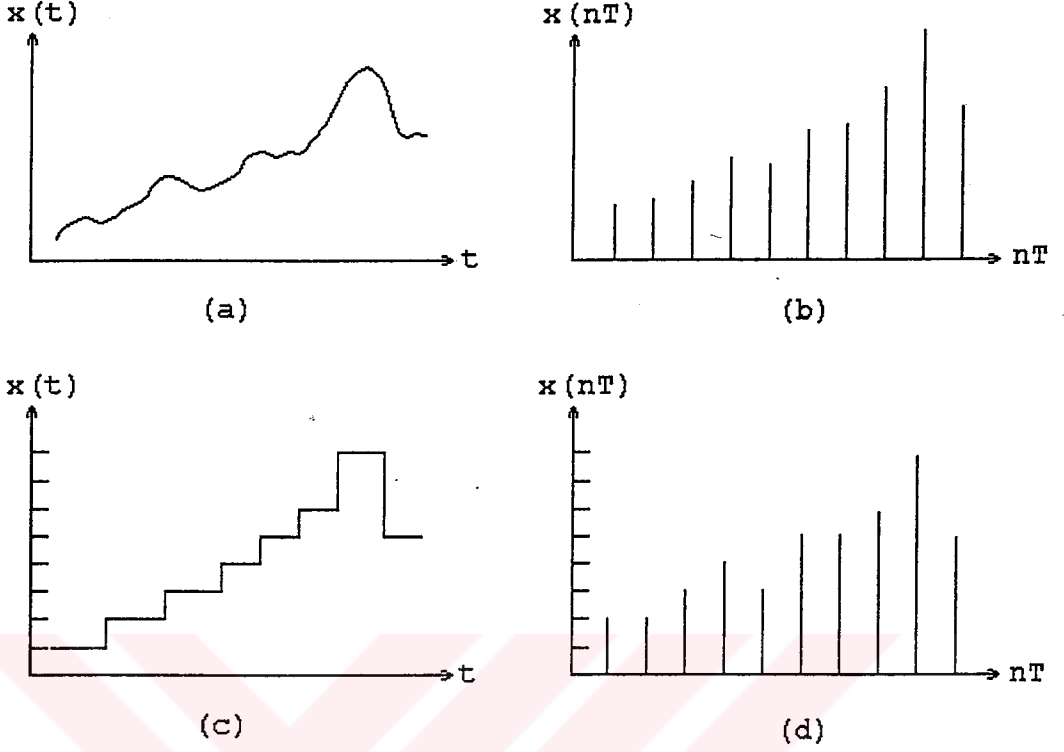
3.1. Ayırık Zamanlı İşaretler ve Dijital Sistemler

Bir sürekli zaman işareti, $x(t)$ gibi bir fonksiyonla

ifade edilir. Burada t , $-\infty < t < \infty$ aralığında değerler alabilir. Benzer şekilde ayırık zamanlı işaret ise, $x(nT)$ gibi bir fonksiyonla ifade edilir. Burada T örnekleme periyodu olup, n ise $-\infty < n < \infty$ değerlerini alabilen bir tamsayıdır. Ayırık zamanlı işaretler, T sabit olduğu için $x(n)$ veya x_n şeklinde de ifade edilebilirler.

Ayrık zamanlı işaretlerin, aynen sürekli zamanlı işaretlerde olduğu gibi iki çeşidi vardır. Bunlar kuantize (veya bölüntülenmiş) işaretler ve kuantize olmayan (veya bölüntülenmemiş) işaretlerdir. Kuantize işaretler, t veya nT anlarında elde edilen değerlerin daha önceden belirlenen belli değer katsayılarına uygun şekilde yuvarlanmaları ile elde edilir. Kuantize olmayan işaretler için bu tür bir işlem söz konusu değildir yani işaret aynen kullanılır. Uygulamada daha çok kuantize edilmiş işaretler kullanılır. Örneğin iki ondalık basamağa sahip bir dijital termometrede ölçülen değerler iki haneli ondalık değerlere yuvarlanır. Mesela 22.1454... şeklinde ölçülen bir değer başlangıçta belirlenen şekle göre, ya bir üst değere yani 22.15'e yada bir alt değere yani 22.14'e yuvarlanır. Şekil 3.1'de sürekli zamanlı ve ayırık zamanlı, kuantize ve kuantize olmayan işaretlere örnek verilmiştir.

Şekil 3.2'de bir dijital filtrenin blok diyagramı verilmiştir. $x(nT)$ ve $y(nT)$ sırası ile, ayırık zamanlı giriş ve çıkış işaretleridir. Blok içinde verilen kısım ise, birim örnek cevap fonksiyonu $h(nT)$ olan dijital sistemi (yani dijital filtreyi) ifade eder. Dijital filtreler, doğrusal veya doğrusal olmayan, zamanla değişmeyen veya değişen, sebepsel veya sebepsel olmayan, tekrarlı veya tekrarsız sistemler gibi sınıflara ayrılır. Tasarım işlemi için genellikle doğrusal, zamanla değişmeyen ve sebepsel filtreler tercih edilirler.



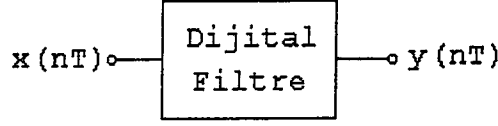
Şekil 3.1 Temel işaret tipleri: a) kuantize olmayan sürekli zaman işareti, b) kuantize olmayan ayrık zaman işareti, c) kuantize edilmiş sürekli zaman işareti d) kuantize edilmiş ayrık zaman işareti.

3.2. Dijital Filtrelerin Tanımlanması

Analog Filtreler, diferansiyel denklemlerle tanımlanırlar. Benzer şekilde dijital filtreler ise, fark denklemleri ile ifade edilirler. Dijital filtreler, filtrenin girişe karşı verdiği cevaba göre iki sınıfa ayrılırlar.

Tekrarsız filtreler:

Girişine $x(nT)$ verilen bir dijital filtrenin cevabı:



Şekil 3.2 Bir dijital filtrenin blok olarak gösterimi.

$$y(nT) = f \{ \dots, x(nT - T), x(nT), x(nT + T), \dots \} \quad (3.1)$$

şeklinde yalnızca girişe ait bilgilerden oluşuyorsa bu tip filtreler tekarsız filtreler denir.

Doğrusal, zamanla değişmeyen bir tekarsız dijital filtrenin cevabı genel olarak:

$$y(nT) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} a_i x(nT - iT) \quad (3.2)$$

şeklinde ifade edilir. Burada a_i değerleri, sabit değerlerdir. Genel olarak dijital sistemlerin sebepsel olması istenir. Bu nedenle $a_{-1} = a_{-2} = \dots = 0$ ve,

$$y(nT) = \sum_{i=0}^{\infty} a_i x(nT - iT) \quad (3.3)$$

elde edilir. Pratikte $i > N$ için $a_i = 0$ olduğunda filtre, N . dereceden bir filtre olur ve

$$y(nT) = \sum_{i=0}^N a_i x(nT - iT) \quad (3.4)$$

yazılır. Özet olarak, bu Eşitlik doğrusal, zamanla değişmeyen, sebepsel ve tekrarsız N. dereceden bir filtreye ait fark denklemi olarak tanımlanır.

Tekrarlı filtreler:

Eğer filtrenin çıkışında elde edilen $y(nT)$ dizisi, giriş işaretine ek olarak çıkışın da geciktirilmiş bilgilerinden oluşuyorsa, bu tip filtreler tekrarlı filtreler olarak tanımlanır. Doğrusal, zamanla değişmeyen, sebepsel ve N. dereceden bir tekrarlı filtre çıkışı

$$y(nT) = \sum_{i=0}^N a_i x(nT - iT) - \sum_{i=1}^N b_i y(nT - iT) \quad (3.5)$$

şeklinde ifade edilir. Eğer $i=1,2,\dots,N$ için $b_i=0$ ise filtre tekrarsız filtreye dönüşür.

3.3. Dijital Filtrelerde Transfer Fonksiyonu

Doğrusal, zamanla değişmeyen, sebepsel sistemde çıkış bilgisinin, giriş ve birim örnek cevap fonksiyonu cinsinden ifadesi

$$y(nT) = \sum_{i=0}^N x(iT)h(nT - iT) \quad (3.6)$$

konvolüsyon toplamı ile verilir. Bu ifadeye z dönüşümü uygulanırsa

$$Y(z) = H(z)X(z) \quad (3.7)$$

halini alır. Burada açıkça görüldüğü gibi dijital filtrelerde transfer fonksiyonu, çıkışın z dönüşümünün girişin z dönüşümüne oranı olarak verilir. Aslında bir dijital filtrenin transfer fonksiyonu, filtrenin birim örnek cevabının z dönüşümüdür. Bu, Eşitlik 3.6'da $i=0$ için $x(iT)=1$ ve aksi halde $x(iT)=0$ alındığında kolayca görülebilir.

z domenindeki transfer fonksiyonu olan $H(z)$, filtrenin fark denklemlerinden yararlanılarak da elde edilebilir. Tekrarlı filtreler için Eşitlik 3.5'de verilen ifadenin z dönüşümü alınır

$$Z\{y(nT)\} = \left\{ \sum_{i=0}^N a_i z^{-i} \right\} Z\{x(nT)\} - \left\{ \sum_{i=1}^N b_i z^{-i} \right\} Z\{y(nT)\}$$

$$Y(z) = \left\{ \sum_{i=0}^N a_i z^{-i} \right\} X(z) - \left\{ \sum_{i=1}^N b_i z^{-i} \right\} Y(z)$$

$$Y(z) \left(1 + \sum_{i=1}^N b_i z^{-i} \right) = \left(\sum_{i=0}^N a_i z^{-i} \right) X(z)$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{i=0}^N a_i z^{-i}}{1 + \sum_{i=1}^N b_i z^{-i}} = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_N z^{-N}}{1 + b_1 z^{-1} + \dots + b_N z^{-N}}$$

(3.8)

bulunur. Pay ve payda polinomları ($N(z)$ ve $D(z)$) köklerine ayrılırsa

$$H(z) = \frac{a_N \sum_{i=1}^N (z - s_i)}{b_N \sum_{i=1}^N (z - p_i)} \quad (3.9)$$

şeklini alır. Burada $i=1,2,\dots,N$ için s_i 'ler sıfırları ve p_i 'lerde kutupları göstermektedir.

Tekrarsız filtrelerde ise Eşitlik 3.8 göz önüne alındığında $i=1,2,\dots,N$ için $b_i=0$ olduğundan

$$H(z) = \sum_{i=0}^N a_i z^{-i} = \frac{\sum_{i=0}^N a_i z^{N-i}}{z^N} \quad (3.10)$$

olur. Görüldüğü gibi, bu tip filtrelerde kutupların hepsi z düzleminin merkezindedir.

Doğrusal, zamanla değişmeyen sistemlerde $H(z)$ transfer fonksiyonu kararlı olmalıdır. Bunun için sistem şu şartları sağlamalıdır (Kayran, 1990);

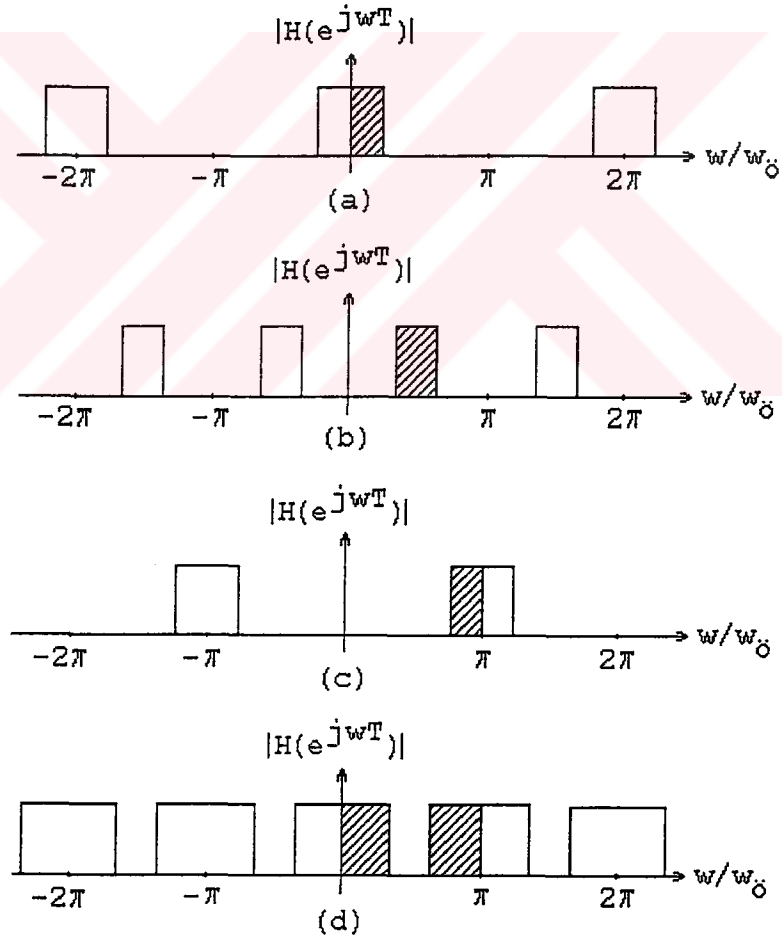
1. Transfer fonksiyonunun kutupları, birim çember içinde olmalı,
2. Birim çember üzerinde kutup varsa tek katlı, basit kutup olmalı,
3. Payda polinomunun derecesi pay polinomunun derecesinden büyük veya ona eşit olmalıdır.

Tekrarlı veya tekrarsız filtreler için ilerideki bölümlerde anlatılacak yaklaşıklık metodları ile elde edilecek olan transfer fonksiyonları, yukarıdaki üç şartı aynen sağlarlar. Ancak filtre uygulamalarında osilasyonun önlenmesi için birim çember üzerindeki kutuplara basit de olsa müsaade edilmez.

Transfer fonksiyonu, Eşitlik 3.8'deki gibi verilen bir dijital filtrenin girişine $x(nT) = \sin(\omega nT)u(nT)$ işareti uygulanırsa filtrenin sürekli hal çıkışı

$$x(nT) = |H(e^{j\omega T})| \sin[\omega nT + \arg(H(e^{j\omega T}))] \quad (3.11)$$

biçiminde olacaktır. Burada, $|H(e^{j\omega T})|$ ve $\arg(H(e^{j\omega T}))$ sırası ile transfer fonksiyonunun genlik ve fazını göstermektedir (Antoniou, 1992). Aynen analog filtrelerde olduğu gibi genlik (veya zayıflama) eğrisinin biçimine göre dijital filtreler dört temel sınıfa ayrılır: alçak geçiren, yüksek geçiren, band geçiren ve band durduran filtreler. Şekil 3.3'te bu dört temel sınıfın ideal genlik karakteristikleri verilmiştir. Şekilde görüldüğü gibi bu karakteristikler $\omega_0=2\pi/T$ örnekleme frekansı ile periyodik



Şekil 3.3 Dijital filtre genlik karakteristikleri: a) alçak geçiren, b) band geçiren, c) yüksek geçiren, d) band durduran.

olup bu durum, $e^{j\omega T}$ 'nin ω_0 ile periyodik olması özelliğinden açıkça görülür.

Tekrarlı ve tekrarsız dijital filtreler için birçok yaklaşıklık metodu bulunmaktadır. Aşağıda bu metodlar kısaca anlatılacaktır.

3.4. Tekrarsız Filtreler

Tekrarsız filtreler için Eşitlik 3.10'da verilen transfer fonksiyonu, görüldüğü gibi geribesleme ifadesi içermemektedir. Tekrarsız filtreler keskin gecikme bandı karakteristiklerini sağlamak için yüksek dereceli gerçekleştirilmelere ihtiyaç duyarlar. Bu nedenle fazla keskin olmayan karakteristiklerde tercih edilmelidirler.

Tekrarsız filtreler, sabit gecikme özelliğine sahip filtrelerdir. Transfer fonksiyonu

$$H(z) = \sum_{n=0}^{(N-1)/2} h(nT) z^{-n} \quad (3.12)$$

şeklinde olan bir filtre için faz ve grup gecikmesi

$$\tau_p = -\frac{\theta(\omega)}{\omega} \quad \text{ve} \quad \tau_g = -\frac{d\theta(\omega)}{d\omega} \quad (3.13)$$

ile verilir. Filtrenin sabit faz gecikmesi ve grup gecikmesine sahip olabilmesi için, faz cevabının doğrusal olması gerekir. Yani

$$\theta(\omega) = -\tau\omega \quad (3.14)$$

olmalıdır. Eşitlik 3.10'da verilen genel şekil için faz cevabı

$$\theta(w) = \arg H(e^{jwT})$$

$$\theta(w) = -\tau w = \tan^{-1} \frac{-\sum_{n=0}^{N-1} h(nT) \sin wnT}{\sum_{n=0}^{N-1} h(nT) \cos wnT} \quad (3.15)$$

şeklindedir. Dolayısı ile

$$\tan \tau w = \frac{\sum_{n=0}^{N-1} h(nT) \sin wnT}{\sum_{n=0}^{N-1} h(nT) \cos wnT} = \frac{\sin w\tau}{\cos w\tau} \quad (3.16)$$

ve buna göre

$$\sum_{n=0}^{N-1} h(nT) (\cos wnT \sin w\tau - \sin wnT \cos w\tau) = 0$$

veya

$$\sum_{n=0}^{N-1} h(nT) \sin(w\tau - wnT) = 0 \quad (3.17)$$

olur. Bu eşitliğin çözümü yapılırsa

$$\tau = \frac{(N-1)T}{2} \quad (3.18)$$

$$h(nT) = h[(N-1-n)] \quad ; \quad 0 \leq n \leq N-1 \quad (3.19)$$

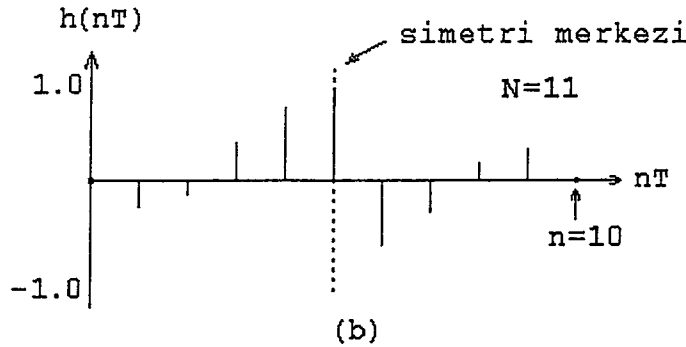
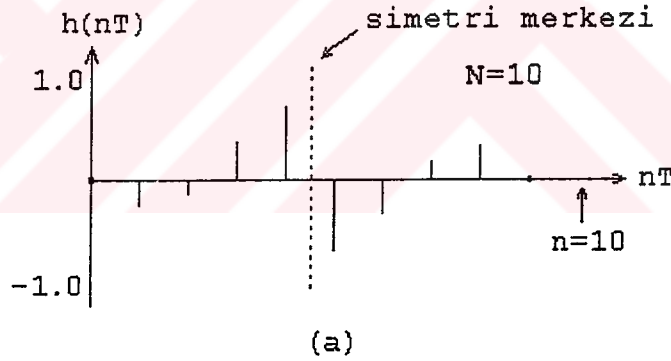
bulunur. Faz ve grup gecikmesi sabit ve çift simetrik birim örnek cevabına sahip olan filtreler için simetri merkezi, Şekil 3.4'de gösterildiği gibi N tekse $(N-1)/2$ 'de, N çiftse $(N-2)/2$ ve $N/2$ örnekleri arasında olur.

Bazı uygulamalarda sadece grup gecikmesine ihtiyaç duyulabilir. Bu durumda faz cevabı

$$\theta(w) = \theta_0 - \tau w \quad (3.20)$$

olup, $\theta_0 = \pm\pi/2$ civarında çözüm

$$\tau = \frac{(N-1)T}{2} \quad (3.21)$$



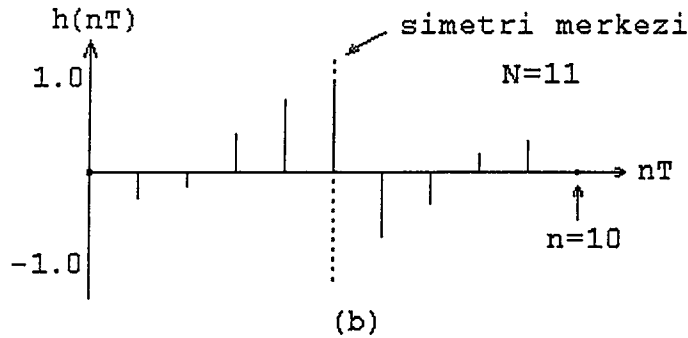
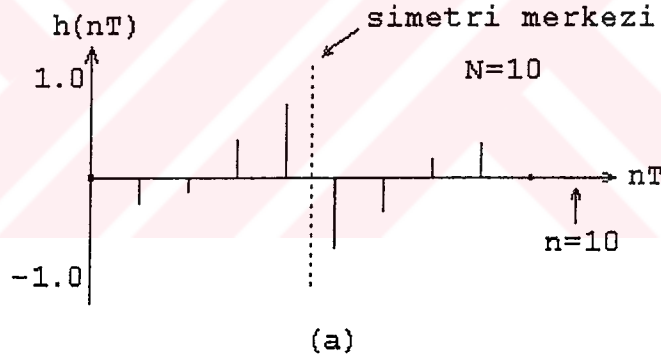
Şekil 3.4 Sabit faz ve grup gecikmesine sahip olan tekrar-sız bir filtrenin birim örnek cevabı: a) N çift, b) N tek.

$$h(nT) = h[(N-1-n)] \quad (3.22)$$

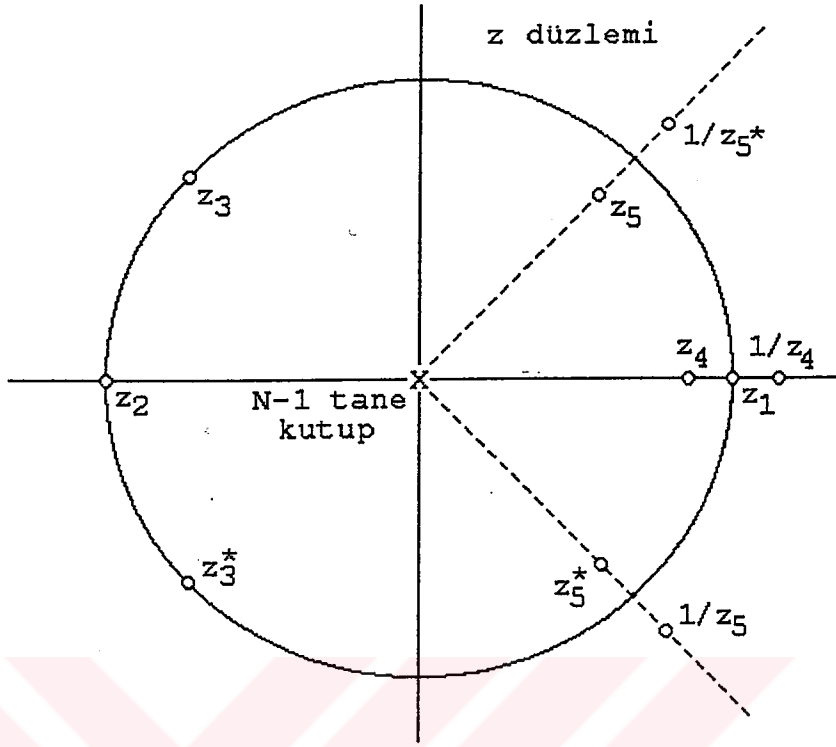
şeklinde elde edilir. Şekil 3.5'deki gibi sadece sabit grup gecikmeli ve tek simetrik birim örnek cevabına sahip olan filtreler için simetri merkezi yine N tekse $(N-1)/2$. örnekte, N çiftse $(N-2)/2$ ve $N/2$ örnekleri arasında olur.

Şekil 3.6'da verilen sabit grup gecikmeli tekrarsız filtrelerin sıfır-kutup karakteristikleri şu özellikleri gösterir;

1. Tüm kutuplar sıfır noktasındadır,
2. Reel eksen üzerinde +1 veya -1 noktasında veya her ikisinde en az bir sıfır olabilir. (şekil üzerinde z_1 ve z_2 sıfırları gibi),



Şekil 3.5 Yalnızca sabit grup gecikmesine sahip olan tekrarsız bir filtrenin birim örnek cevabı: a) N çift, b) N tek.



Şekil 3.6 Sabit grup gecikmesine sahip olan tekrarsız filtrelerin kutup-sıfır şeması.

3. Birim çember üzerinde herhangi bir noktada (-1 ve $+1$ noktaları hariç) kompleks eşlenik sıfırlar olabilir. (z_3 ve z_3^* gibi),
4. Birim çember üzerinde reel bir sıfır varsa, aynı işaretli çember dışında bir sıfır daha vardır (z_4 ve $1/z_4$ gibi),
5. Birim çember üzerinde olmayan herhangi bir kompleks sıfır, dörtlü çift halinde bulunur: kendisi, kendisinin tersi, eşleniği, eşleniğinin tersi (z_5 , $1/z_5$, z_5^* , $1/z_5^*$ gibi).

Bu şekilde sıfırlara sahip olan polinomlara " Ayna Görüntülü Polinomlar (Mirror Image Polinoms)" denir (Kayran, 1990).

Tekrarsız filtrelerde yaklaşıklık problemi, genel olarak Fourier serileri ile çözülür. Bu metodun ayrıntıları aşağıda anlatılacaktır.

3.4.1. Fourier serileri kullanarak tekrarsız filtre tasarımı

Fourier serileri tekrarsız dijital filtrelerin tasarımında oldukça sık kullanılmaktadır. w_s örnekleme frekansına sahip bir tekrarsız filtrenin frekans cevabı

$$H(e^{j\omega T}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(nT) e^{-j\omega nT} \quad (3.23)$$

ve,

$$h(nT) = \frac{1}{w_s} \int_{-w_s/2}^{w_s/2} H(e^{j\omega nT}) e^{j\omega nT} d\omega \quad (3.24)$$

şeklinde bulunur. Eğer $e^{j\omega T} = z$ yazılırsa

$$H(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(nT) z^{-n} \quad (3.25)$$

bulunur. Ancak görüldüğü gibi transfer fonksiyonu sebepsel değil ve derecesi sınırsızdır. N. dereceden bir filtre için $|n| > \frac{N-1}{2}$ bölgesinde $h(nT) = 0$ alınabilir. O zaman

$$H(z) = \sum_{n=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} h(nT) z^{-n} \quad (3.26)$$

haline gelir. Filtre,

$$H'(z) = \begin{cases} z^{-(N-1)/2}H(z) & ; N \text{ tekse} \\ z^{-(N-2)/2}H(z) & ; N \text{ çiftse} \end{cases} \quad (3.27)$$

şeklinde sebepsel hale getirilir. Bu şekilde z 'nin pozitif değerleri kaybolur.

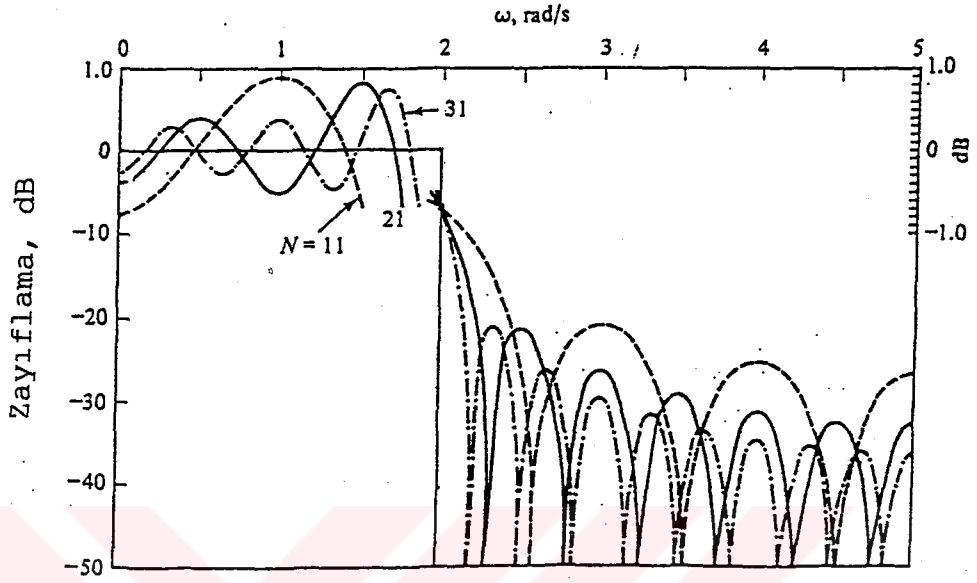
Alçak geçiren filtrenin ideal frekans cevabı

$$H(e^{j\omega T}) = \begin{cases} 1; & |\omega| \leq \omega_p \\ 0; & \omega_p < |\omega| < \omega_s / 2 \end{cases} \quad (3.28)$$

şeklindedir. Transfer fonksiyonu Eşitlik 3.23'den,

$$h(nT) = \frac{1}{n\pi} \sin(\omega_p nT) \quad (3.29)$$

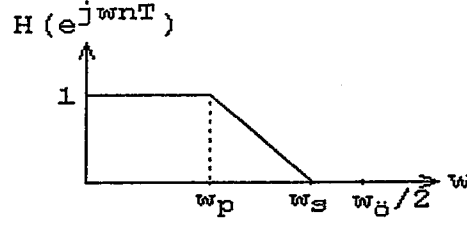
elde edilir. Buna göre, $\omega_p=2$ rad/s, $\omega_s=10$ rad/s ile $N=11$, 21 ve 31 için kazanç- ω grafiği Şekil 3.7'de verilmiştir. Görüldüğü gibi karakteristik eğrilerinde sinüs şeklinde dalgalanmalar mevcuttur ve ω_p frekansı civarında genlik değeri olarak eğriler birbirlerine yaklaşmaktadır. Dikkat edilirse ω_p frekansında eğriler, 0 dB'den değilde yaklaşık -6 dB civarından geçmektedir. Aynı zamanda geçirme bandındaki son dalgalanma ile durdurma bandındaki ilk dalgalanma N değerinin değişmesine rağmen yaklaşık olarak aynı değerleri almaktadır. Filtreleme tekniğinde bu durum Gibbs Osilasyonu olarak tanımlanır. Bu, istenmeyen bir durumdur ve pratikte yok edilmeye çalışılır. Eğrinin ω_p civarında istenen değerleri sağlaması için uygulanacak en iyi metodlardan birisi, geçirme bandı ile durdurma bandı arasında bir geçiş bandı (transition band) kullanmaktır. Örneğin Şekil 3.8'deki gibi geçiş bandı kullanılan bir alçak geçiren filtre için ideal frekans cevabı



Şekil 3.7 Fourier serileri kullanılarak tasarlanmış normalize alçak geçiren filtrenin zayıflama karakteristiği.

$$H(e^{j\omega T}) = \begin{cases} 1 & ; |\omega| \leq \omega_p \\ -\frac{\omega - \omega_s}{\omega_s - \omega_p} & ; \omega_p < |\omega| < \omega_s \\ 0 & ; \omega_s \leq |\omega| \leq \frac{\omega_s}{2} \end{cases} \quad (3.30)$$

şeklinde olur. Şekil 3.9'da yüksek geçiren, band geçiren ve band durduran filtreler için benzer şekildeki $H(e^{j\omega T})$ -w karakteristiği verilmiştir. Yüksek geçiren filtrenin frekans cevabı



Şekil 3.8 Gibbs osilasyonlarını azaltmak için kullanılan basit metodlardan birisi: geçiş bandı kullanmak.

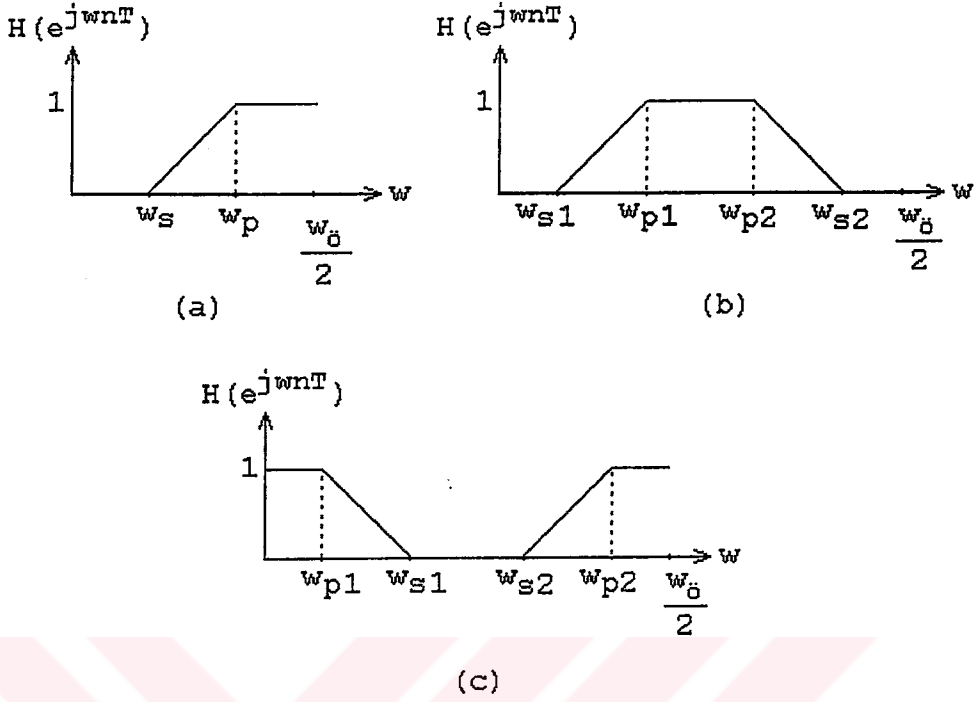
$$H(e^{j\omega T}) = \begin{cases} 1 & ; \quad \omega_p \leq |\omega| \leq \frac{\omega_\delta}{2} \\ -\frac{\omega - \omega_s}{\omega_s - \omega_p} & ; \quad \omega_s < |\omega| < \omega_p \\ 0 & ; \quad |\omega| \leq \omega_s \end{cases} \quad (3.31)$$

band geçiren filtrenin frekans cevabı

$$H(e^{j\omega T}) = \begin{cases} 0 & ; \quad |\omega| \leq \omega_{s1}, \omega_{s2} \leq |\omega| \leq \frac{\omega_\delta}{2} \\ 1 & ; \quad \omega_{p1} \leq |\omega| \leq \omega_{p2} \\ -\frac{\omega - \omega_{s1}}{\omega_{s1} - \omega_{p1}} & ; \quad \omega_{s1} < |\omega| < \omega_{p1} \\ -\frac{\omega - \omega_{s2}}{\omega_{s2} - \omega_{p2}} & ; \quad \omega_{p2} < |\omega| < \omega_{s2} \end{cases} \quad (3.32)$$

ve band durduran filtrenin frekans cevabı

$$H(e^{j\omega T}) = \begin{cases} 0 & ; \quad \omega_{s1} \leq |\omega| \leq \omega_{s2} \\ 1 & ; \quad |\omega| \leq \omega_{p1}, \omega_{p2} \leq |\omega| \leq \frac{\omega_\delta}{2} \\ -\frac{\omega - \omega_{s1}}{\omega_{s1} - \omega_{p1}} & ; \quad \omega_{p1} < |\omega| < \omega_{s1} \\ -\frac{\omega - \omega_{s2}}{\omega_{s2} - \omega_{p2}} & ; \quad \omega_{s2} < |\omega| < \omega_{p2} \end{cases} \quad (3.33)$$



Şekil 3.9 a) Yüksek geçiren b) band geçiren, c) band durduran filtre için geçiş bölgesinin kullanımı.

şeklinde alınır. Buna göre fourier serisinin katsayıları alçak geçiren filtre için

$$h(nT) = \frac{\cos(\omega_s nT) - \cos(\omega_p nT)}{(\omega_p - \omega_s) n^2 \pi T} \quad (3.34)$$

$$h(0) = \frac{\omega_s + \omega_p}{\omega_0}, \quad (3.35)$$

yüksek geçiren filtre için

$$h(nT) = \frac{\cos(\omega_p nT) - \cos(\omega_s nT)}{(\omega_p - \omega_s) n^2 \pi T} \quad (3.36)$$

$$h(0) = 1 - \frac{W_s + W_p}{W_\delta}, \quad (3.37)$$

band geçiren filtre için

$$h(nT) = \frac{\cos(W_{p1}nT) - \cos(W_{s1}nT)}{(W_{p1} - W_{s1})n^2\pi T} + \frac{\cos(W_{s2}nT) - \cos(W_{p2}nT)}{(W_{p2} - W_{s2})n^2\pi T} \quad (3.38)$$

$$h(0) = \frac{W_{s2} + W_{p2} - W_{s1} + W_{p1}}{W_\delta}, \quad (3.39)$$

ve band durduran filtre için:

$$h(nT) = \frac{\cos(W_{p2}nT) - \cos(W_{s2}nT)}{(W_{p2} - W_{s2})n^2\pi T} + \frac{\cos(W_{s1}nT) - \cos(W_{p1}nT)}{(W_{p1} - W_{s1})n^2\pi T} \quad (3.40)$$

$$h(0) = 1 - \frac{W_{s2} + W_{p2} - W_{s1} + W_{p1}}{W_\delta} \quad (3.41)$$

şeklinde bulunur. Fourier serileri kullanılarak yapılan tasarımda dikkat edilmesi gereken bir başka nokta N derecesinin tespiti. N'in artması maliyeti artırdığından ve tasarımı zorlaştırdığından mümkün olduğunca en küçük N değeri verilmelidir. Bunun için verilen zayıflama karakteristikleri göz önünde bulundurularak geçirme ve durdurma frekansları için N değeri ayrı ayrı 3'den 201'e kadar artırılırken değiştirilerek istenen kayıp değeri sağlandığında, bulunan N değeri filtrenin derecesi olarak tespit edilmektedir.

3.4.2 Fourier serilerinde pencereleme metodunun kullanımı

Gibbs osilasyonlarını zayıflatmak için faydalanan en iyi yollarından biri pencereleme metodu kullanmaktır. Bu işlemde amaçlanan, sınırlı sayıda örnekleme değerlerine sahip olan pencere fonksiyonu kullanarak transfer fonksiyonunun frekans karakteristiğinde bir yumuşama meydana getirmektir. Bunun için

$$H(z) = Z\{h(nT)\} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(nT)z^{-n} \quad (3.42)$$

$$W(z) = Z\{w(nT)\} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} w(nT)z^{-n} \quad (3.43)$$

$$h_w(nT) = h(nT) \cdot w(nT) \quad (3.44.a)$$

$$H_w(z) = Z\{h(nT) \cdot w(nT)\} \quad (3.44.b)$$

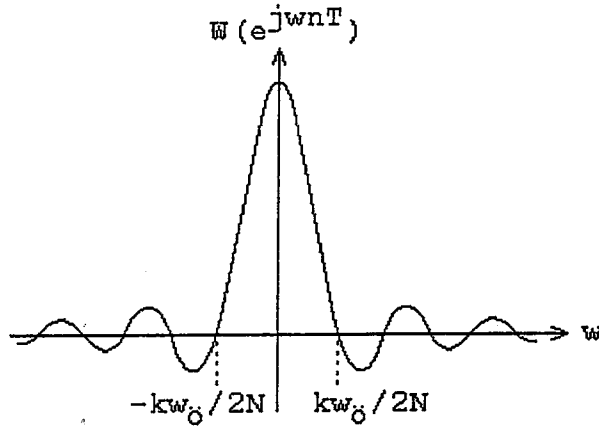
tanımlanır. Burada $w(nT)$, pencere fonksiyonudur. Pencere fonksiyonunun temel özelliği bir w_m frekansı için,

$$W(e^{j\Omega T}) = 0 \quad w_m \leq |\Omega| \leq \frac{w_0}{2} \quad (3.45)$$

olmasıdır. Şekil 3.10'da tipik bir pencere fonksiyonunun spektrumundan da görüleceği gibi ana lobun genişliği kw_0/N (k , sabit) kadardır. İdealde istenen yan lobların genişliğinin sıfır olması veya çok küçük değerler almalarıdır. Ancak pratikte bu mümkün değildir.

En çok kullanılan pencere fonksiyonları şunlardır:

1. Dikdörtgensel pencere,
2. Üçgensel (Barlett) pencere,



Şekil 3.10 Tipik bir pencere fonksiyonuna ait genel frekans karakteristiği.

3. Hann pencere,
4. Hamming pencere,
5. Blackman pencere,
6. Dolph-Chebyshev pencere,
7. Kaiser pencere.

Dikdörtgensel Pencere:

Dikdörtgensel pencere fonksiyonu

$$w_D(nT) = \begin{cases} 1 & ; |n| \leq \frac{N-1}{2} \\ 0 & ; \text{diğer} \end{cases} \quad (3.46)$$

şeklinde verilir. Bu metod, fourier serilerinin belli bir örnek sayısında doğrudan kesilmiş halidir.

Üçgensel (Barlett) Pencere:

Üçgensel pencere fonksiyonu,

$$w_y(nT) = \begin{cases} 1 - \frac{2|n|}{N-1} & ; |n| \leq \frac{N-1}{2} \\ 0 & ; \text{diğer} \end{cases} \quad (3.47)$$

şeklinde verilir.

Hann Pencere:

Hann pencere fonksiyonu,

$$w_{HN}(nT) = \begin{cases} 0.5 + 0.5 \cos \frac{2\pi n}{N-1} & ; |n| \leq \frac{N-1}{2} \\ 0 & ; \text{diğer} \end{cases} \quad (3.48)$$

şeklinde verilir.

Hamming Pencere:

Hamming pencere fonksiyonu,

$$w_{HM}(nT) = \begin{cases} 0.54 + 0.46 \cos \frac{2\pi n}{N-1} & ; |n| \leq \frac{N-1}{2} \\ 0 & ; \text{diğer} \end{cases} \quad (3.49)$$

şeklinde verilir.

Blackman Pencere:

Blackman pencere fonksiyonu,

$$w_B(nT) = \begin{cases} 0.42 + 0.5 \cos \frac{2\pi n}{N-1} + 0.08 \cos \frac{4\pi n}{N-1} & ; |n| \leq \frac{N-1}{2} \\ 0 & ; \text{diğer} \end{cases} \quad (3.50)$$

şeklinde verilir.

Aşağıda Tablo 3.1'de N'e bağlı olarak değişik pencereleme yöntemlerinde pencere parametrelerinin özeti verilmiştir. Tablodan da görüldüğü gibi ana lob genişliği arttıkça dalgalanma oranı azalmaktadır. Buna karşın verilen bir pencere tipi için dalgalanma oranı, N değişse dahi yaklaşık olarak sabit kalmaktadır. Filtre tasarımı yapılırken geçirme bandındaki maksimum kayıp ve durdurma bandındaki minimum kayıp göz önüne alınarak uygun dalgalanma oranına sahip pencere fonksiyonu seçilmeli, daha

Tablo 3.1 Bazı fonksiyonlar için pencere parametreleri.

Pencere Tipi	Ana-lob genişliği	Dalgalanma Oranı %		
		N = 11	N = 21	N = 31
Dikdörtgensel	$2w_0/N$	22.34	21.89	21.80
Hann	$4w_0/N$	2.62	2.67	2.67
Hamming	$4w_0/N$	1.47	0.93	0.82
Blackman	$6w_0/N$	0.08	0.12	0.12

sonrada ana lob genişliği göz önüne alınarak N seçilmelidir. Tablodan da görüleceği gibi daha düşük dalgalanma oranı istendiğinde mecburen daha büyük ana lob genişliği seçilmiş olur. Bu nedenle ana lob genişliğini azaltmak için N büyük seçilir. Bu da istenmeyen bir durumdur. Bu duruma karşı Dolph-Chebyshev ve Kaiser pencere metodu kullanılır.

Dolph Chebyshev Pencere:

Dolph-Chebyshev pencere fonksiyonu,

$$w_{DC}(nT) = \begin{cases} \frac{1}{N} \left[\frac{1}{r} + 2 \sum_{i=1}^{(N-1)/2} C_{N-1} \left(X_0 \cos \frac{i\pi}{N} \right) \cos \frac{2\pi ni}{N} \right] & ; |n| \leq \frac{N-1}{2} \\ 0 & ; \text{diğer} \end{cases} \quad (3.51)$$

şeklinde verilir. Burada r, dalgalanma oranı olup X_0 ise

$$X_0 = \cosh \left(\frac{1}{N-1} \cosh^{-1} \frac{1}{r} \right) \quad (3.52)$$

dır. $C_{N-1}(x)$ ise, N-1. dereceden Chebyshev polinomudur. Bu metodda verilen r ve N değerleri için diğer metodlara göre en küçük ana lob genişliği elde edilebilir. Dolayısı ile geçiş bandları çok dar olan filtreler bu metodla tasarımlanır.

Kaiser Pencere:

Kaiser pencere fonksiyonu

$$w_k(nT) = \begin{cases} \frac{I_0(\beta_n)}{I_0(\alpha)} & ; |n| \leq \frac{N-1}{2} \\ 0 & ; \text{diğer} \end{cases} \quad (3.53)$$

şeklinde olup α , serbest parametredir. β_n ise

$$\beta_n = \alpha \sqrt{1 - \left(\frac{2n}{N-1}\right)^2} \quad (3.54)$$

olarak verilir. $I_0(x)$, düzeltilmiş birinci tür-sıfırıncı dereceden Bessel fonksiyonunu ifade eder. Bu ise

$$I_0(x) = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{1}{k!} \left(\frac{x}{2}\right)^k \right]^2 \quad (3.55)$$

serisiyle tanımlanır. Dizi belli bir değere yakınsadığından pratikte k , 1'den belli bir üst limite kadar değiştirilir.

Kaiser pencerenin en önemli özelliği α parametresini değiştirerek blackman penceredeki düşük dalgalanma oranı ile, dikdörtgensel penceredeki yüksek oran arasında değişik değerler elde edilebilmesidir. Aynı şekilde α parametresinin ana lobun genişliğine de büyük etkisi vardır (Bose, 1985). Bu metod, en çok kullanılan metodlardan biridir.

Filtre tasarımı için uygulanacak adımlar şunlardır (Kaiser, 1974):

1. Fourier serileri yardımıyla $h(nT)$ tespit edilir. Bu, alçak geçiren filtre için

$$w_c = \frac{w_p + w_s}{2},$$

$$h(nT) = \frac{1}{n\pi} \sin(w_c nT) \quad (3.56)$$

$$h(0) = \frac{2w_c}{w_\delta}; \quad (3.57)$$

yüksek geçiren filtre için,

$$w_c = \frac{w_p + w_s}{2}$$

$$h(nT) = -\frac{1}{n\pi} \sin(w_c nT) \quad (3.58)$$

$$h(0) = 1 - \frac{2w_c}{w_\delta}; \quad (3.59)$$

band geçiren filtre için,

$$w_{c1} = w_{p1} - \frac{B_t}{2}, \quad w_{c2} = w_{p2} + \frac{B_t}{2}$$

$$h(nT) = \frac{1}{n\pi} [\sin(w_{c2} nT) - \sin(w_{c1} nT)] \quad (3.60)$$

$$h(0) = \frac{2(w_{c2} - w_{c1})}{w_\delta}; \quad (3.61)$$

ve band durduran filtre için,

$$w_{c1} = w_{p1} + \frac{B_t}{2}, \quad w_{c2} = w_{p2} - \frac{B_t}{2}$$

$$h(nT) = -\frac{1}{n\pi} [\sin(w_{c2}nT) - \sin(w_{c1}nT)] \quad (3.62)$$

$$h(0) = 1 - \frac{2(w_{c2} - w_{c1})}{w_{\delta}} \quad (3.63)$$

şeklinde ifade edilir.

2. Dalgalanma oranı, δ tayin edilir.

$$\delta_1 = 10^{-0.05 A_m} \quad (3.64)$$

$$\delta_2 \leq \frac{10^{0.05 A_M} - 1}{10^{0.05 A_M} + 1} \quad (3.65)$$

$$\delta = \min\{\delta_1, \delta_2\} \quad (3.66)$$

δ , küçüldükçe filtrenin derecesi küçülür.

3. Bulunan δ değerine göre, durdurma bandındaki minimum zayıflama değeri (A_a) yeniden hesaplanır.

$$A_a = -20 \log \delta \quad (3.67)$$

4. α serbest parametresi seçilir.

$$\alpha = \begin{cases} 0 & ; A_a \leq 21 \\ 0.5842 (A_a - 21)^{0.4} + 0.07886 (A_a - 21) & ; 21 < A_a \leq 50 \\ 0.1102 (A_a - 8.7) & ; A_a > 50 \end{cases} \quad (3.68)$$

5. D parametresi seçilir.

$$D = \begin{cases} 0.9222 & ; A_a \leq 21 \\ \frac{A_a - 7.95}{14.36} & ; A_a > 21 \end{cases} \quad (3.69)$$

α ve D değerleri deneysel olarak tespit edilmiştir

6. N tayin edilir. Bunun için,

$$N \geq \frac{w_g D}{B_t} + 1 \quad (3.70)$$

sağlayan en küçük tek tamsayı seçilir. B_t , band genişliği olup,

$$B_t = \begin{cases} w_s - w_p & ; \text{Alçak geç. filt.} \\ w_p - w_s & ; \text{Yüksek geç. filt.} \\ \min(w_{p1} - w_{s1}, w_{s2} - w_{p2}) & ; \text{Band geç. filt.} \\ \min(w_{p2} - w_{s2}, w_{s1} - w_{p1}) & ; \text{Band dur. filt.} \end{cases} \quad (3.71)$$

ile belirlenir.

7. Eşitlik 3.53'den $w_K(nT)$ bulunur.

8. Eşitlik 3.44.a'dan $h_w(nT)$ bulunur. Yani,

$$h_w(nT) = h(nT)w_K(nT) \quad , \quad n = 0, \pm 1, \dots, \pm \frac{N-1}{2} \quad (3.72)$$

9. Eşitlik 3.27 kullanılarak filtre sebepsel hale getirilir. Yani,

$$H'_w(z) = z^{-\frac{N-1}{2}} H_w(z) \quad (3.73)$$

Kaiser Pencereleme Metodunun avantajları şöyle özetlenebilir:

1. Ayarlanabilir ana lob genişliği sağlar,
2. Ayarlanabilir dalgalanma oranı sağlar,
3. Tasarım için pratik formüller kullanılır,
4. Tasarımda kayıp karakteristiği esas alınır.

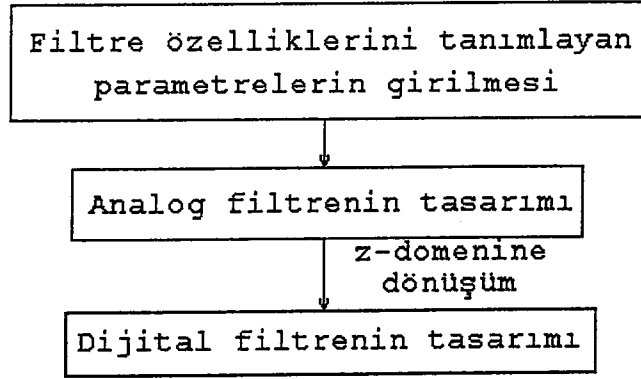
3.5. Tekrarlı Filtreler

Tekrarlı dijital filtrelere ait transfer fonksiyonunun genel şekli daha önce Eşitlik 3.8 ile verilmişti. Dikkat edilirse bu fonksiyon, s yerine z gelmiş gibi analog filtre transfer fonksiyonuna benzerdir. Tasarım işlemindeki benzerlik nedeniyle bu tip filtreler, analog filtrelerin dijital uyarlaması olarak da düşünülebilir.

Tekrarlı filtrelerin tasarımında temel olarak izlenen yol Şekil 3.11'de de gösterildiği gibi şu şekildedir:

1. Verilen giriş koşulları yardımıyla, analog filtre tasarım tekniklerine benzer yollarla $H(s)$ elde edilir.
2. s domeninden z domenine uygun bir dönüşüm metodu seçilerek $H(s)$, $H(z)$ 'e dönüştürülür. Elde edilen $H(z)$ sebepsel hale getirilir ve gerçekleştirilir.

Bahsolunan s domeninden z domenine geçişte dikkat edilmesi gereken iki nokta vardır. Birincisi, s düzlemindeki sanal eksen ($s=j\omega$, $-\alpha < \omega < \alpha$ için) dönüşüm sonucunda z düzleminde birim çember üzerine denk gelmelidir ($z=e^{j\theta}$, $-\pi \leq \theta < \pi$ için). Bu işlem notasyon olarak



Şekil 3.11 Tekrarlı dijital filtrelerin tasarımı için izlenen genel yol.

$$\{s = j\omega \mid -\infty < \omega < \infty\} \rightarrow \{z = e^{j\theta} \mid -\pi < \theta \leq \pi\} \quad (3.74)$$

şeklinde gösterilir. Ancak bu işlemde dikkat edilmesi gereken husus dönüşüm sırasında başlangıçta verilen frekans karakteristikleri korunmalıdır. İkincisiyse, s düzlemindeki sol yarı düzlem ($\text{Re}[s] < 0$) dönüşüm sonucunda z düzleminde birim çemberin içindeki bölgeye ($|z| < 1$) denk gelmelidir. Bu işlem notasyon olarak,

$$\{s \mid \text{Re}[s] < 0\} \rightarrow \{z \mid |z| < 1\} \quad (3.75)$$

şeklinde gösterilir. Ancak bu işlemde dikkat edilmesi gereken durum, dönüşüm sırasında kararlılık özelliğinin bozulmamasıdır.

Tekrarlı filtrelerin transfer fonksiyonu şu özellikleri içerir (asimptotik kararlılık özellikleri):

1. Transfer fonksiyonunda z 'in katsayıları reeldir,

2. Transfer fonksiyonunun kutupları z düzleminde birim çemberin içindedir,
3. Pay polinomunun derecesi, payda polinomunun derecesine eşit veya ondan küçüktür.

Tekrarlı filtrelerle tasarım işlemi, bilinen temel filtre tipleri için en uygun ve verimli metoddur. $H(s)$ 'in bulunması daha önce Bölüm 2'de anlatılmıştı. Bu nedenle şimdi yalnızca $H(s)$ 'ten $H(z)$ 'in nasıl elde edileceği anlatılacaktır.

En çok kullanılan tekrarlı filtre yaklaşım metodları şunlardır;

1. Değişmeyen birim örnek cevabı metodu,
2. Düzenlenmiş değişmeyen birim örnek cevabı metodu,
3. Uygunlaştırılmış z dönüşümü,
4. Bilineer dönüşüm.

3.5.1. Değişmeyen birim örnek cevabı metodu

Analog alçak geçiren filtrenin transfer fonksiyonu $H_A(s)$ ile gösterilirse, birim örnek cevabı ilk koşullar sıfır alınarak ters Laplace dönüşümü ile bulunabilir;

$$h_A(t) = \mathcal{L}^{-1}[H_A(s)]. \quad (3.76)$$

Sürekli zaman birim darbe cevabı $h_A(t)$ 'nin $t=nT$ anlarında örneklenmesi ile elde edilen $h_A(nT)$, tasarlanmak istenen dijital filtrenin birim örnek cevabı olacaktır. O halde, dijital filtrenin transfer fonksiyonu

$$H_D(z) = Z[h_A(nT)] \quad (3.77)$$

olarak bulunur. Eşitlik 3.76 ve 3.77'den analog ve sayısal filtreye ait darbe cevabı ile örnek cevabının aynı kaldığı görülmektedir.

Eğer $H_A(w)$ sınırlı bandlı ise, elde edilen dijital filtrenin temelband frekans spektrumu yaklaşık olarak analog filtrenin frekans cevabının $(1/T)$ sabit katsayısıyla çarpımı kadar olacaktır, yani örnekleme teoremine göre

$$H_D(e^{jwT}) = (1/T) \sum_{k=-\infty}^{\infty} H_A(w - w_0) \quad (3.78)$$

Ayrıca, $h(nT)$ 'nin z dönüşümü ile $h(t)$ 'nin Laplace dönüşümü arasında da benzer ilişki vardır;

$$H_D(z) \Big|_{z=e^{sT}} = (1/T) \sum_{k=-\infty}^{\infty} H_A(s + jkw_0). \quad (3.79)$$

Eğer

$$H_A(jw) \approx 0 \quad |w| \geq w_0 / 2 \quad (3.80)$$

koşulu sağlanırsa

$$\sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{\infty} H_A(jw + jkw_0) \approx 0 \quad |w| \leq w_0 / 2 \quad (3.81)$$

yazılabilir. Yani Eşitlik 3.78'de gösterilen dijital filtrenin temelband frekans spektrumuna $(-w_0/2, w_0/2)$ yan bandların toplam etkisi ihmal edilecek kadar azdır. Buna göre

$$H_D(e^{jwT}) \cong (1/T) H_A(jw) \quad |w| \leq w_0 / 2 \quad (3.82)$$

olur. O halde, Eşitlik 3.80 koşulunun sağlanması durumunda, analog birim darbe cevabının örnekleri ile elde edilen sayısal filtrenin frekans cevabı yaklaşık olarak analog filtrenin cevabı ile aynı olmaktadır (Kayran, 1990).

Bölüm 2.2'de anlatılan analog filtre yaklaşım metodları yardımıyla elde edilen transfer fonksiyonu

$$H_A(s) = H_0 \frac{a_0 + a_1s + \dots + a_ms^m}{(s - p_1)(s - p_2) \dots (s - p_n)} \quad (3.83)$$

şeklinde yazılabilir. Basit kesirlere ayırma işlemi sonucu,

$$H_A(s) = \frac{K_1}{(s - p_1)} + \frac{K_2}{(s - p_2)} + \frac{K_3}{(s - p_3)} + \dots + \frac{K_n}{(s - p_n)} \quad (3.84)$$

haline dönüşen fonksiyon, ters Laplace metodu yardımıyla t domenine çevrilerek

$$h_A(t) = \sum_{i=1}^n K_i e^{p_i t} \quad (3.85)$$

halini alır. $t = nT$ anlarında yapılan örnekleme sonucu

$$h_D(nT) = h_A(nT) = \sum_{i=1}^n K_i e^{p_i nT} \quad (3.86)$$

ve

$$H_D(z) = \sum_{i=1}^n \frac{K_i z}{z - e^{p_i T}} \quad (3.87)$$

şeklinde bulunur. Eşitlik 3.82'deki $1/T$ etkisini kaldırmak için $H_D(z)$, T ile çarpılır. Bu işlem dijital filtre yaklaşımı ile analog filtre yaklaşımının birbiri ile uyumlu olmasını sağlar. Bu işlem sonucunda transfer fonksiyonu,

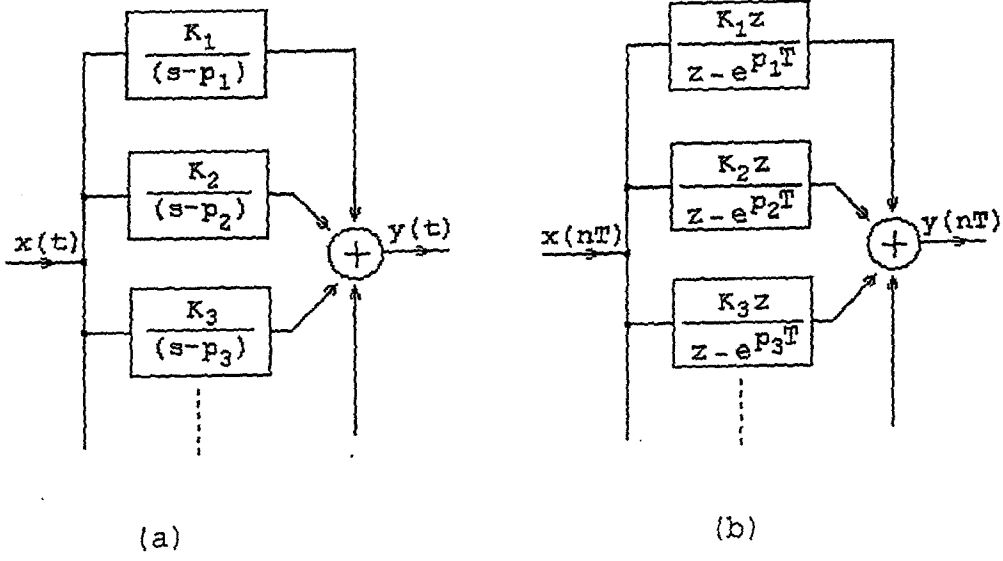
$$H(z) = \sum_{i=1}^n \frac{TK_i z}{z - e^{p_i T}} \quad (3.88)$$

bulunur. Örnekleme frekansının büyük tutulması tasarım işleminin daha iyi bir şekilde yapılmasını sağlar. Şekil 3.12'de basit kesirlere ayrılmış $H_A(s)$ ile $H_D(z)$ 'nin blok şemaları verilmiştir.

Bu metodun uygulanabilmesi için $H_A(s)$ 'te, paydanın derecesi payın derecesinden en az iki derece büyük olmalıdır. Bu şart sağlanmazsa Eşitlik 3.80 ve 3.81 sağlanmayacağı için analog filtre karakteristiği ile dijital filtre karakteristiği birbirlerine benzemeyecektir. Bundan dolayı bu metod ancak Butterworth, Chebyshev ve Bessel alçak geçiren ve band geçiren filtreler için uygulanabilir. Fakat yüksek geçiren ve band durduran filtrelerin tasarımı için kullanıldığında metod tamamen başarısız olmaktadır. Metodun en önemli avantajı analog filtrenin kayıp karakteristiği gibi faz karakteristiğinin de büyük ölçüde korunabilmesidir.

3.5.2. Düzenlenmiş değişmeyen birim örnek cevabı metodu

Eşitlik 3.80 ve 3.81'deki koşullar nedeni ile değişmez birim örnek cevabı metodu sadece kutupları olan (all-pole) geliştirilmiş bir şekli sınırlı iletim sıfırlarına sahip olan filtreler de uygulanabilir. Bunun için verilen



Şekil 3.12 $H_A(s)$ 'ten $H_D(z)$ 'in bulunmasını gösteren blok şema.

transfer fonksiyonu

$$H_A(s) = H_0 \frac{N(s)}{D(s)} = H_0 \frac{\prod_{i=1}^m (s - s_i)}{\prod_{i=1}^n (s - p_i)}, \quad (3.89)$$

ve

$$H_A(s) = H_0 \frac{H_{A1}(s)}{H_{A2}(s)} \quad (3.90)$$

haline dönüştürülür. Burada,

$$H_{A1}(s) = \frac{1}{D(s)} \quad (3.91)$$

ve

$$H_{A2}(s) = \frac{1}{N(s)} \quad (3.92)$$

olur. Transfer fonksiyonunu parçaladığımızdan dolayı $N(s)$ ve $D(s)$ polinomlarının dereceleri birbirinden bağımsız hale gelir. O halde,

$$H_{A1}(s) = \sum_{i=1}^n \frac{A_i}{(s - p_i)} \quad (3.93)$$

$$H_{A2}(s) = \sum_{i=1}^m \frac{B_i}{(s - s_i)} \quad (3.94)$$

ve

$$h_{A1}(t) = \sum_{i=1}^n A_i e^{p_i t} \quad (3.95)$$

$$h_{A2}(t) = \sum_{i=1}^m B_i e^{s_i t} \quad (3.96)$$

şeklinde bulunur. Artık Eşitlik 3.80 ve 3.81 koşulları sağlandığından

$$h_{D1}(nT) = h_{A1}(nT) = \sum_{i=1}^n A_i e^{p_i nT} \quad (3.97)$$

$$h_{D2}(nT) = h_{A2}(nT) = \sum_{i=1}^m B_i e^{s_i nT} \quad (3.98)$$

$$H_{D1}(z) = \frac{N_1(z)}{D_1(z)} = \sum_{i=1}^n \frac{TA_i z}{z - e^{p_i T}} \quad (3.99)$$

$$H_{D2}(z) = \frac{N_2(z)}{D_2(z)} = \sum_{i=1}^m \frac{TB_i z}{z - e^{s_i T}} \quad (3.100)$$

bulunur. Dijital filtre transfer fonksiyonu,

$$H_D(z) = H_0 \frac{H_{D1}(z)}{H_{D2}(z)} = H_0 \frac{N_1(z)D_2(z)}{D_1(z)N_2(z)} \quad (3.101)$$

şeklinde olur. Ancak burada dikkat edilmesi gereken husus, $N_2(z)$, kararlı olmayabilir. Yani kökleri birim çemberin dışında kalabilir. Bu durumda kararsız kutuplar tersleri ile değiştirilerek kararlı duruma getirilebilir. Bu işlem genlik karakteristiğini etkilemezken faz karakteristiğini değiştirmektedir (Köksal, 1994-ders notlarından).

Metod, özellikle alçak geçiren ve band geçiren eliptik filtreler için memnun edici sonuçlar verirken en önemli dezavantajı, filtrenin derecesinin artmasıdır. Analog filtrenin derecesi n iken, dijital filtrenin derecesi $n+m$ olmaktadır. Derecenin artması ise daha çok elemanın kullanılması demektir.

3.5.3 Uygunlaştırılmış z dönüşümü

Bu metodda, Eşitlik 3.89'daki gibi bir analog filtre transfer fonksiyonundan

$$H_D(z) = H_0(z+1)^L \frac{\prod_{i=1}^m (z - e^{s_i T})}{\prod_{i=1}^n (z - e^{p_i T}} \quad (3.102)$$

şeklinde dijital filtre transfer fonksiyonu elde edilir. Burada L , bir tamsayı olup değeri $n-m'$ dir.

Bu metod nispeten, düzenlenmiş değişmeyen birim örnek cevabı metoduna benzemektedir. Aradaki fark, Eşitlik 3.101'deki $N_1(z)/N_2(z)$ yerine $(z+1)^L$ gelmiş olmasıdır. Metod, özellikle yüksek geçiren ve band durduran filtrelerde tatmin edici sonuçlar vermektedir. Ancak bir dezavantajı, Chebyshev ve eliptik yaklaşımlarda geçirme bandındaki dalgalanmayı bozmasıdır. Alçak geçiren ve band geçiren uygulamalarda, bu metoddan çok düzenlenmiş değişmeyen birim örnek cevabı metodu kullanılmalıdır.

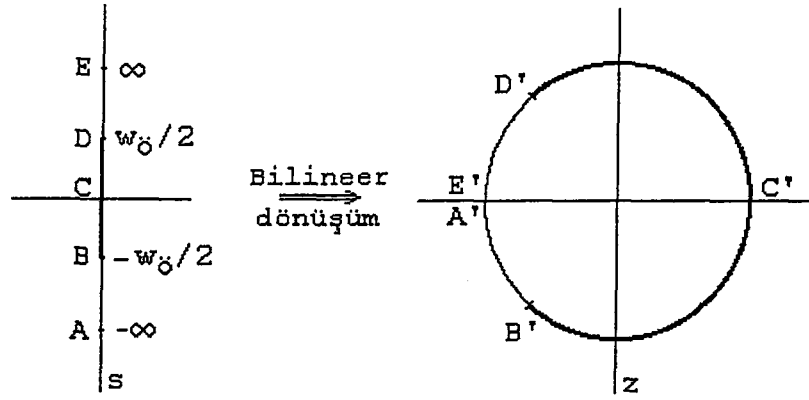
3.5.4. Bilineer dönüşüm metodu

Analog filtre transfer fonksiyonundan yola çıkarak dijital filtre transfer fonksiyonunu elde etmede en çok kullanılan metodlardan birisi de bilinear dönüşümdür.

Bu metodda $H_A(s)$ transfer fonksiyonunda s yerine,

$$s = \frac{2}{T} \frac{z - 1}{z + 1} \quad (3.103)$$

konularak $H_D(z)$ dijital filtre transfer fonksiyonu elde edilir. Ancak bu metodda dikkat edilmesi gereken husus, Eşitlik 3.103 ile yapılan dönüşümün yeterli olmamasıdır. Çünkü s düzleminde $s=j\omega$ ekseninin $[-\omega_s/2, +\omega_s/2]$ arasında kalan kısmı, yapılan dönüşüm işlemi sonucunda z düzleminde birim çemberin tümüne denk gelmez. Şekil 3.13'de bu durum açıkça görülmektedir. $-\omega_s/2$ ile $\omega_s/2$ arasındaki B-D bölgesi, z düzleminde B'-D' bölgesine sıkışmaktadır. Bu durum, "Sarma (Warping) etkisi" olarak adlandırılır. Bu etki verilen frekans giriş karakteristiklerine,



Şekil 3.13 Bilineer dönüşüm sırasında meydana gelen sarma etkisi.

$$\Omega = \frac{2}{T} \tan \frac{wT}{2} \quad (3.104)$$

şeklinde "önsarma (prewarping)" uygulanması ile ortadan kaldırılabilir. O zaman B-D bölgesi, z düzleminde $z=-1$ noktasında yani A' (veya E') noktasında birleşirler. Bu şekilde elde edilen $H(s)$ için de,

$$H_A(s) = H(s)|_{s=s/\Omega} \quad (3.105)$$

uygulanır. Buradan Eşitlik 3.103 yardımıyla,

$$H(z) = H_A(s)|_{s=\frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1}} \quad (3.106)$$

dijital filtre transfer fonksiyonu elde edilir.

Bilineer dönüşümünün temel özellikleri şunlardır;

1. s domeninde sağ yarı düzlem bölgesi, z düzleminde $|z|=1$ birim çemberi dışındaki noktalara karşı düşer.

2. s düzleminde sanal eksen üzerindeki noktalar $|z| = 1$ birim çemberi üzerine karşı düşer.

3. s domeninde sol yarı düzlem bölgesi, z düzleminde $|z|=1$ birim çemberi içindeki noktalara karşı düşer.

İkinci özellik sayesinde $H_A(j\omega)$ 'nin maksimum ve minimumları $|H(e^{j\Omega})|$ 'da korunacaktır. Sonuç olarak analog filtrenin geçirme ve durdurma bandına ait özellikler, dijital filtrenin geçirme ve durdurma bandında da görülecektir.

Üçüncü özellikten kararlı analog filtrenin, kararlı dijital filtre transfer fonksiyonu vereceği görülmektedir. Ayrıca, bilineer dönüşüm reel katsayılı olduğundan $H(z)$ 'de reel katsayılı olarak bulunacaktır.

Dönüşüm sonucu elde edilen $H(z)$ 'in pay derecesi, payda derecesi ile aynı dereceye sahip olacaktır. O halde, $H(z)$ gerçekleştirilebilir bir fonksiyondur ve nedensellik korunmaktadır.

3.6. Tekrarlı ve Tekrarsız Filtrelerin Karşılaştırılması

Filtre tasarımında yapılacak olan ilk iş, tekrarlı ve tekrarsız filtreler arasında bir seçim yapmaktır. Tekrarlı filtrelerde, transfer fonksiyonunun kutupları birim çemberin içinde (kutupların yeri serbest) bulunur. Bu serbestlik, yüksek seçicilikle (high selectivity) düşük derecedeki transfer fonksiyonunun elde edilmesini sağlar. Tekrarsız filtrelerde ise, transfer fonksiyonunun kutupları merkezde sabit ve katlı bir şekilde bulunur. Bu durum yine yüksek seçicilikle ancak nispeten daha yüksek derecedeki transfer fonksiyonunun elde edilmesine neden olur. Aynı filtre giriş karakteristikleri göz önüne alındığında

tekrarsız metodlarla elde edilen filtrenin derecesi, tekrarlı metodlarla elde edilene göre 5-10 kat büyük olmaktadır. Transfer fonksiyonunun derecesi arttıkça filtrenin hızı azalır, maliyeti ise artar. Veri iletimi gibi sabit grup gecikmesi istenen uygulamalarda tekrarsız filtreler kullanılır (Lam, 1979).

3.7. Dijital Devre Elemanları

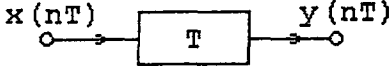
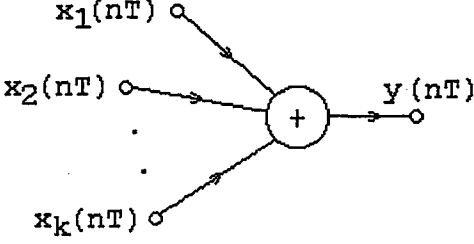
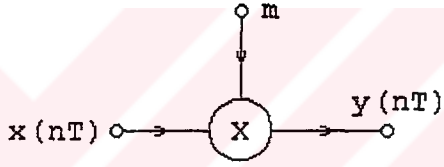
Temel dijital devre elemanları, birim gecikme, toplayıcı ve çarpıcılardır. Bu elemanların matematiksel ifadeleri ve sembolleri Şekil 3.14'te verilmiştir.

Giriş ve çıkış işaretlerinin ikili sayı dizileri halinde verildiği dijital devrelerde birim gecikme elemanı kaydırıcılar (shift registers)'dan, toplayıcı ve çarpıcılar ise NAND ve NOR kapıları içeren kombinasyonel veya ardışık devrelerden oluşmaktadır.

Dijital devreler, devre elemanlarının $h(nT)$ transfer fonksiyonunu temsil edecek şekilde bağlanmaları ile gerçekleştirilirler.

3.8. Dijital Filtrelerin Gerçekleştirilmesi

Dijital filtrelerin gerçekleştirilmesi, yazılım ve donanım olmak üzere iki biçimde olabilir. Yazılım yönteminde filtre, bilgisayar kullanılarak simüle edilir. Donanımda ise, dijital filtrenin devre yapısı Bölüm 3.7'de anlatılan dijital devre elemanları kullanılarak gerçekleştirilir. Dijital filtrelerin özel amaçlı bir

	Sembol	Denklem
Birim Gecikme		$y(nT) = x(nT - T)$
Toplayıcı		$y(nT) = \sum_{i=1}^k x_i(nT)$
Çarpıcı		$y(nT) = m \cdot x(nT)$

Şekil 3.14 Dijital devre elemanları.

donanım kullanılarak gerçekleştirilmesinde devre elemanları ve onların bağlantıları, transfer fonksiyonunu belirler. Gerçekleştirme için bir çok yöntem mevcuttur. Bunların en önemlileri,

1. Doğrudan,
2. Doğrudan kanonik,
3. Seri,
4. Paralel,
5. Basamak (ladder),
6. Lattice,
7. Dalga (wave).

şeklinde sayılabilir (Kayran,1990). Bu yöntemlerin her birinde değişik sayıda eleman kullanılmakta ve bu elemanlar değişik şekillerde birbirlerine bağlanmaktadır. Uygun filtre yapısının seçilmesi işlem miktarında önemli kazançlar sağlayabilir. Bu çalışmada en çok kullanılan doğrudan ve doğrudan kanonik gerçekleştirme yöntemleri anlatılacaktır.

Eşitlik 3.8'deki gibi N. dereceden bir transfer fonksiyonunu

$$H(z) = \frac{N(z)}{D(z)} = \frac{N(z)}{1 + D'(z)} = \frac{Y(z)}{X(z)} \quad (3.107)$$

şeklinde yazalım. Bu durumda,

$$N(z) = \sum_{i=0}^N a_i z^{-i} \quad (3.108)$$

ve

$$D'(z) = \sum_{i=1}^N b_i z^{-i} \quad (3.109)$$

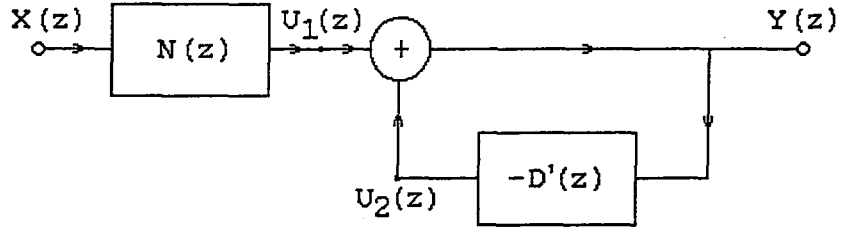
halini alır. Eşitlik 3.107'de gerekli düzenleme yapılırsa

$$\frac{N(z)}{1 + D'(z)} = \frac{Y(z)}{X(z)},$$

$$N(z)X(z) = Y(z) + Y(z)D'(z),$$

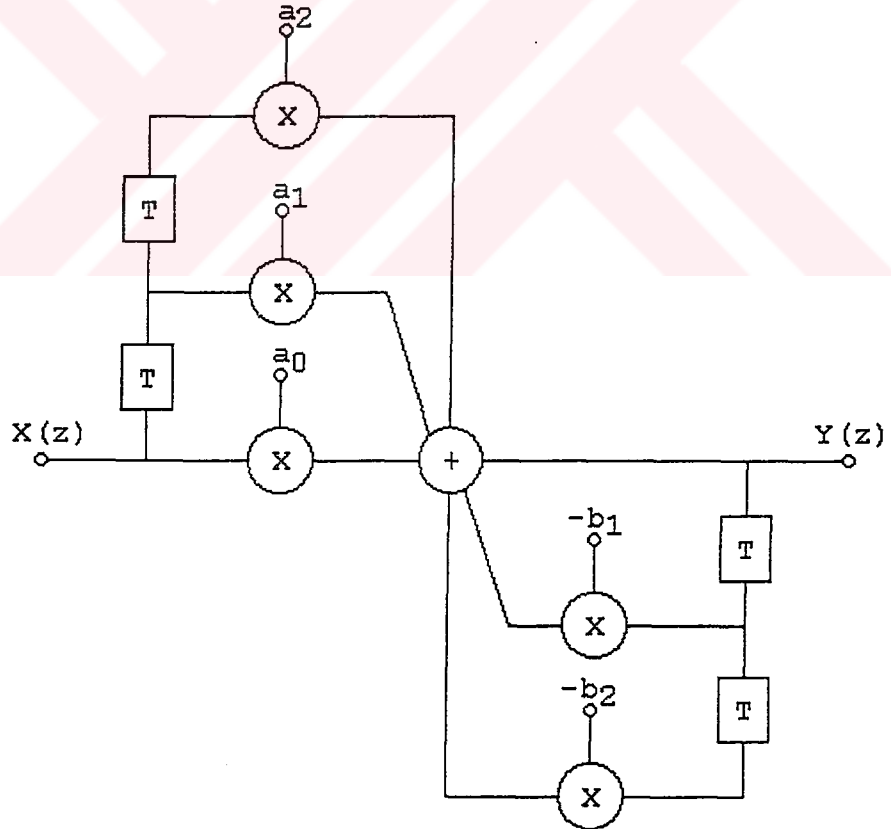
$$Y(z) = N(z)X(z) - Y(z)D'(z) = U_1(z) + U_2(z) \quad (3.110)$$

elde edilir. Bu durum Şekil 3.15'de gerçekleştirilmiştir.



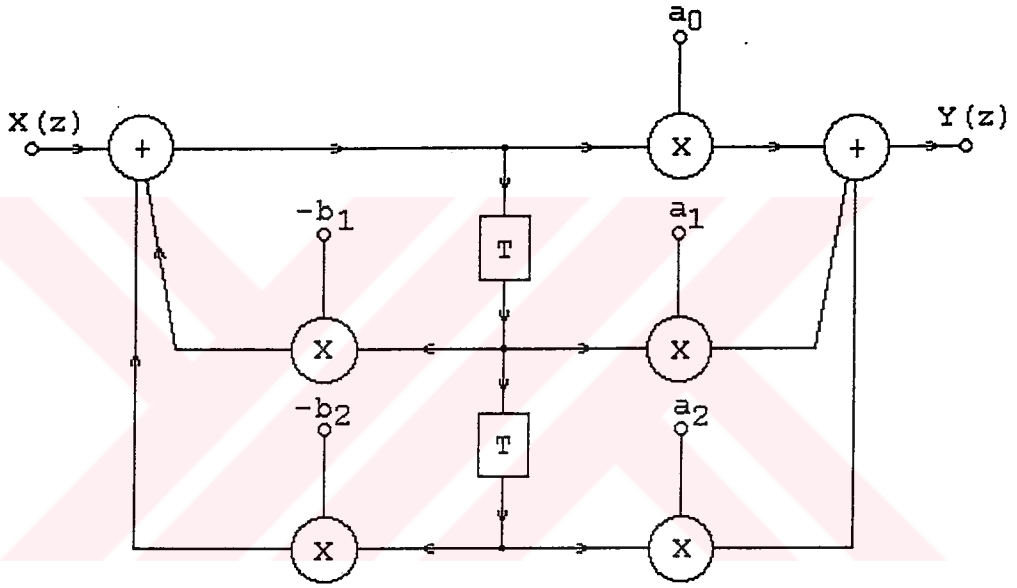
Şekil 3.15 $H(z)$ transfer fonksiyonunun iki temel kısma parçalanması.

Şekil 3.16'da ise ikinci dereceden bir transfer fonksiyonunun doğrudan gerçekleştirilmiş hali verilmiştir. Bu metodun bir dezavantajı, $2N$ tane gecikme elemanı kullanılıyor olmasıdır. Bu durum maliyeti artırmaktadır. Bu



Şekil 3.16 İkinci dereceden bir transfer fonksiyonunun doğrudan metod ile gerçekleştirilmesi (birinci versiyon).

nedenle filtre bölümlerinin gerçekleştirme sırası değiştirilerek gecikme elemanı sayısını N' 'e indiren doğrudan gerçekleştirme metodunun diğer bir versiyonu kullanılır. Şekil 3.17'de 2.dereceden bir transfer fonksiyonunun ikinci versiyon kullanılarak gerçekleştirilmiş hali verilmiştir; görüldüğü gibi ikinci versiyon kanoniktir.



Şekil 3.17 İkinci dereceden bir transfer fonksiyonunun doğrudan kanonik metod ile gerçekleştirilmesi (ikinci versiyon).

4. GENEL FİLTRE TASARIM PROGRAMI: FILCAD

Analog ve dijital filtrelerin istenilen bir yaklaşıklık metodu ile, verilen geçiş karakteristiklerine uygun olarak gerçekleştirilmesi şeklinde amaçlanan bu tez çalışmasında önce analog ve dijital filtrelerin tasarımı ile ilgili mümkün olan tüm metodlar gözden geçirilmiş, daha sonra derlenen bu teorik bilgilerin ışığında genel bir paket program hazırlanmıştır. Matematiksel bilginin grafik ortam ile sunulmasını sağlayan FILCAD programı C dili ile ve Borland C++ 3.1 derleyicisi kullanılarak yazılmıştır.

Program, yaklaşık olarak 30 s. içinde derlenmekte ve sonuçta FILCAD.EXE isimli bir dosya oluşturulmaktadır. Bu dosyanın büyüklüğü 350 kB olup, çalıştırıldığında hafızada 265 kB yer kaplamaktadır.

4.1. Bilgisayar ve Programlama Dilleri

Yüzyılımızın hesap cetvellerinin, basit sayma sistemlerinin ve günümüze kadar uzanan mekanik hesap sistemlerinin son halkasını bilgisayarlar oluşturmaktadır. Bu alandaki çalışmalar sonucunda yüzyılın başında büyük binaları dolduran bilgisayar sistemleri, gelişen teknoloji sayesinde artık çok küçük alanlara (birkaç cm^2) sığar hale gelmiştir. Önceleri çok kullanıcılı büyük sistemler yüzünden fazla yaygınlaşmayan bilgisayar kullanımı, 1970'lerin sonlarında PC (Personel Computer) adı verilen kişisel bilgisayarların ortaya çıkması ile büyük taleplere sahne olmuştur. Bu talepler, bilgisayar üretiminde artışla

karşılanabilirken, bir süre sonra kullanıcılar daha etkin, hızlı ve geniş olanaklara sahip, diğer cihazlarla kullanılabilen bilgisayar arayışına girmiştir. Bu istekler, üretilen cihazların kullanılabilir hale getirilmesi için cihazın kontrol edilebilmesini zorunlu kılmıştır. Programlama adı verilen bu kontrol işleminde, cihaz için üretici firma tarafından belirlenen makina kodları, amaca uygun bir şekilde sıra ile cihaza gönderilir. Kodlar, kullanılan cihazın özelliklerine göre değişiklikler göstermektedir. Komutların tamamı makinaya yöneliktir. Bu kodlarla program yazmak oldukça zahmetli, sıkıcı ve zaman alıcıdır. Bu durum çeşitli programlama dillerinin geliştirilmesine neden olmuştur. Bu dillerde, programcının kendisinin de anlayabileceği komutlar ve semboller, bir dönüştürücü program (derleyici) yardımı ile bilgisayarın anlayabileceği asıl koda yine bilgisayar yardımı ile dönüştürülür (Erdun, Demiralp, 1991).

Programlama dillerine verilecek ilk örnek Assembly dili ve derleyicisidir. Ancak bu dil, kullanıcının bilgisayarın donanım özelliklerini bilmesi zorunluluğu nedeniyle fazla benimsenmemiştir. Matematik işlem ağırlıklı, bilimsel çalışmalarda kullanılmak üzere anlaşılması ve kullanımı kolay ilk dil 1954'de Fortran dilinin ortaya çıkması ile elde edilmiştir. O zamandan günümüze herbirinin kendine has özellikleri bulunan Cobol, PL/I, Algol, Prolog, Lisp, Ada, Basic, Pascal, C v.b. birçok programlama dilleri geliştirilmiştir (Erik vd, 1993).

Programlama dilleri çeşitli açılardan sınıflandırılabilir. En çok yapılan sınıflandırma biçimi, seviyelerine göre yapılan sınıflandırmadır. Seviye, bir programlama dilinin insan algılayışına olan yakınlığının bir ölçüsüdür. Yüksek seviyeli diller insan algılayışına

daha yakın, Alçak seviyeli diller ise bilgisayarın doğal çalışmasına daha yakın olan dillerdir. Seviyenin yükselmesi, programcıya kolaylık sağlamakla birlikte genel olarak verimliliği ve esnekliği düşürmektedir. Çünkü yüksek seviyeli dillerde programcı "bilgisayarın doğal çalışmasından habersiz ve her zaman hata yapabilecek saf bir kişi" olarak düşünülmüştür. Bunun içinde bu dillerde verimi düşürmek pahasına programcıya karşı sürekli önlem alınır ve yasaklamalara gidilir. Bu ise profesyonel programcılar tarafından istenmeyen bir durumdur. Sonuç olarak bütün bunlar göz önüne alındığında bir programcı için C dilini kullanmak oldukça cazip bir hale gelmektedir.

4.2. C Programlama Dili

C dili, 1970'li yılların başında AT&T Bell Laboratuvarlarında Dennis M. Ritchie tarafından tasarlanmış ve yazılmıştır. Dilin C olarak adlandırılmasının nedeni kendinden önceki B dili üzerine kurulu bir yapı oluşturmastır. Unix işletim sisteminin yazımı amacı ile geliştirilen C dili, ilk başlarda yalnızca Bell laboratuvarlarında ve askeri projelerde kullanılmakta iken PC'lerin kullanımının artması ve dilin 1983 yılında ANSI (Amerikan Ulusal Standartlar Enstitüsü) tarafından standartize edilmesi ile birlikte popülerliği gün geçtikçe artmıştır. Bugün piyasada kullanılan C derleyicilerinin çokluğu bunun bir kanıtıdır. C derleyicileri, sahip oldukları geniş fonksiyon kütüphaneleri ve özellikle bu kütüphanelere grafik paketinin eklenmesi, programcılarının bu dili seçmesinde önemli rol oynamaktadır (Erik vd, 1993).

C, orta seviyeli bir programlama dilidir. Yani C'yi öğrenmek ve C ile program yazmak, yüksek seviyeli dillere göre daha zordur. Makinanın doğal çalışmasına yakınlığı daha fazla olduğundan C programcısı bilgisayarın donanımsal özelliklerini bilmeli ve bilgisayar içerisinde geçen bir çok şeyin farkında olmalıdır.

C'nin en önemli özelliklerinden birisi esneklik (flexibility)'dir. Esneklik, programlama dilinin programcıyı kısıtlamaması anlamına gelir. Esnek bir dilde çalışma zamanı hatalarına (run time error) rastlanmaz. Çünkü çalışma zamanı hataları, derleyicilerin kaynak programa eklediği gizli kontrol kodları ile oluşturulurlar. Bu kodlar ise programı büyüterek verimi düşürürler. Örneğin dizi taşmaları gibi durumlar C'de kontrol edilmez ve programcının da bu taşmaları yapmayacak bilgi seviyesinde olması istenir (Bayduran, 1990).

4.3. Borland C++ 3.1 Derleyici Paketi

Borland C++ 3.1, C dili için geliştirilmiş profesyonel bir derleyicidir. Diğer C derleyicilerine (Turbo C, Quick C v.b.) göre en önemli üstünlüğü daha güçlü, hızlı ve verimli olmasındandır. Derleyicinin en önemli özelliklerinden biri olan optimizasyon işlemi, programın istenilen en iyi şekilde derlenmesini sağlar. Bunun için üç seçenek vardır; normal, optimum hız ve optimum büyüklük. Normal seçeneğinde herhangi bir ek işlem yapılmadan doğrudan standart derleme işlemi yapılır. Optimum hız seçeneğinde, normal derlemeye göre daha hızlı ve kısa zamanda derleme işlemi gerçekleştirilir. Optimum büyüklük seçeneğinde ise derleme sonucu elde edilen çalıştırılabilir EXE uzantılı dosyanın

büyüklüğü normal derlemeye göre daha küçük olmaktadır. Aynı zamanda birden fazla dosya ile çalışabilme imkanı, ikiyüzden fazla yeni kütüphane fonksiyonu ile kompleks ve BCD matematik işlemleri yapabilme imkanı Borland C++ derleyicisini cazip kılmaktadır. Ayrıca programın yapısına göre değişik hafıza seçenekleri ve plan dosyası (project file) yapısı kullanıcı için büyük kolaylıklar sağlamaktadır.

Borland C++ derleyicisi, IBM ve IBM uyumlu 80286 mikroişlemciden daha yüksek modellerde çalışabilir. Ayrıca DOS 3.31 veya yukarısı işletim sistemi, bir hard disk, bir disket sürücü, 80 kolonlu bir ekran ve en az 640 KB + 1 MB genişletilmiş hafızaya ihtiyaç vardır (Borland C++ 3.1, Users Guide, 1991).

Özet olarak C dili ve Borland C++ 3.1 derleyicisinin seçiminde etkili olan sebepler şöyle sıralanabilir;

1. Borland C++ 3.1 grafik paketinin diğer dillere göre daha zengin olması (Erdun, 1993),
2. "Plan dosyası (project file)" imkanı sayesinde oldukça uzun programlarda dosyayı alt dosyalara parçalayarak derleme işleminde zamandan kazanma olanağı tanınması. Çünkü alt dosyalardan birinde yapılacak olan değişiklik sonucu program derlendiğinde derleme işlemi, diğer dosyalar aynı kaldığı için sadece o dosya için yapılır,
3. Yapısal bir dil olması,
4. Kolay anlaşılır ve bilimsel problemlere yatkın olması,
5. Fonksiyonel bir dil olması. Yani tüm program bloklarını fonksiyon olarak tanımlayabilme özelliği.

4.4. FILCAD Programının Genel Yapısı

Program iki temel kısımdan oluşmaktadır. Bu kısımlar, programın başlangıcında bir ana menü halinde verilmiştir. Bunlar;

1. Analog filtrelerin tasarımı,
2. Dijital filtrelerin tasarımı.

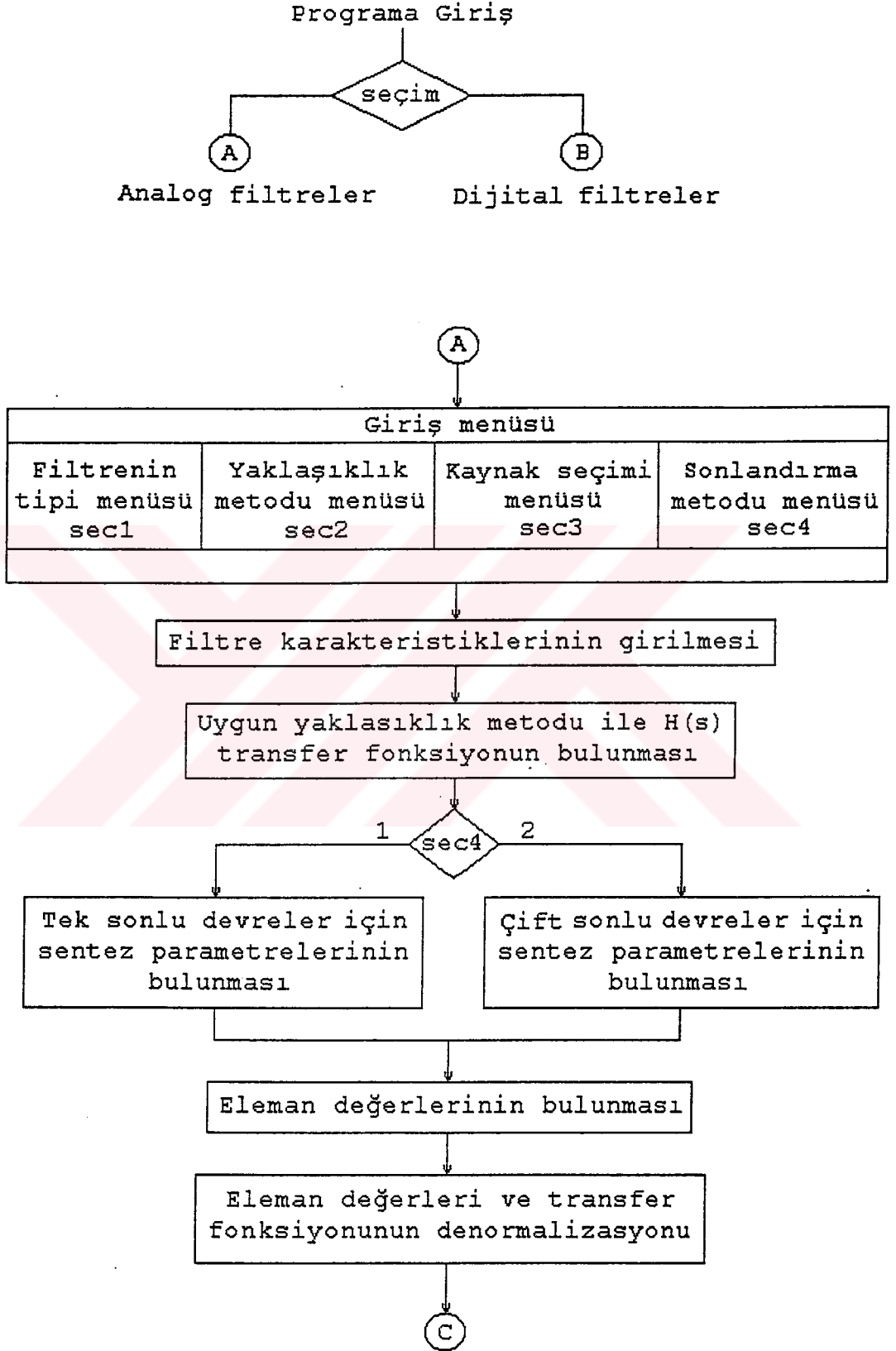
Birinci kısımda filtre, verilen giriş koşulları ve belirlenen bir yaklaşıklık metodu yardımı ile pasif LC-merdiven tipi devrelerle gerçekleştirilmektedir. İkinci kısımda ise filtre, yine verilen giriş koşulları ve bir yaklaşıklık metodu yardımı ile sayısal devre elemanları yardımı ile gerçekleştirilmektedir. Şekil 4.1'de FILCAD programına ait genel bir akış şeması verilmiştir. Aşağıdaki bölümlerde programa ait algoritmalar, tanımlamalar ve altprogramlar ayrıntılı olarak anlatılacaktır.

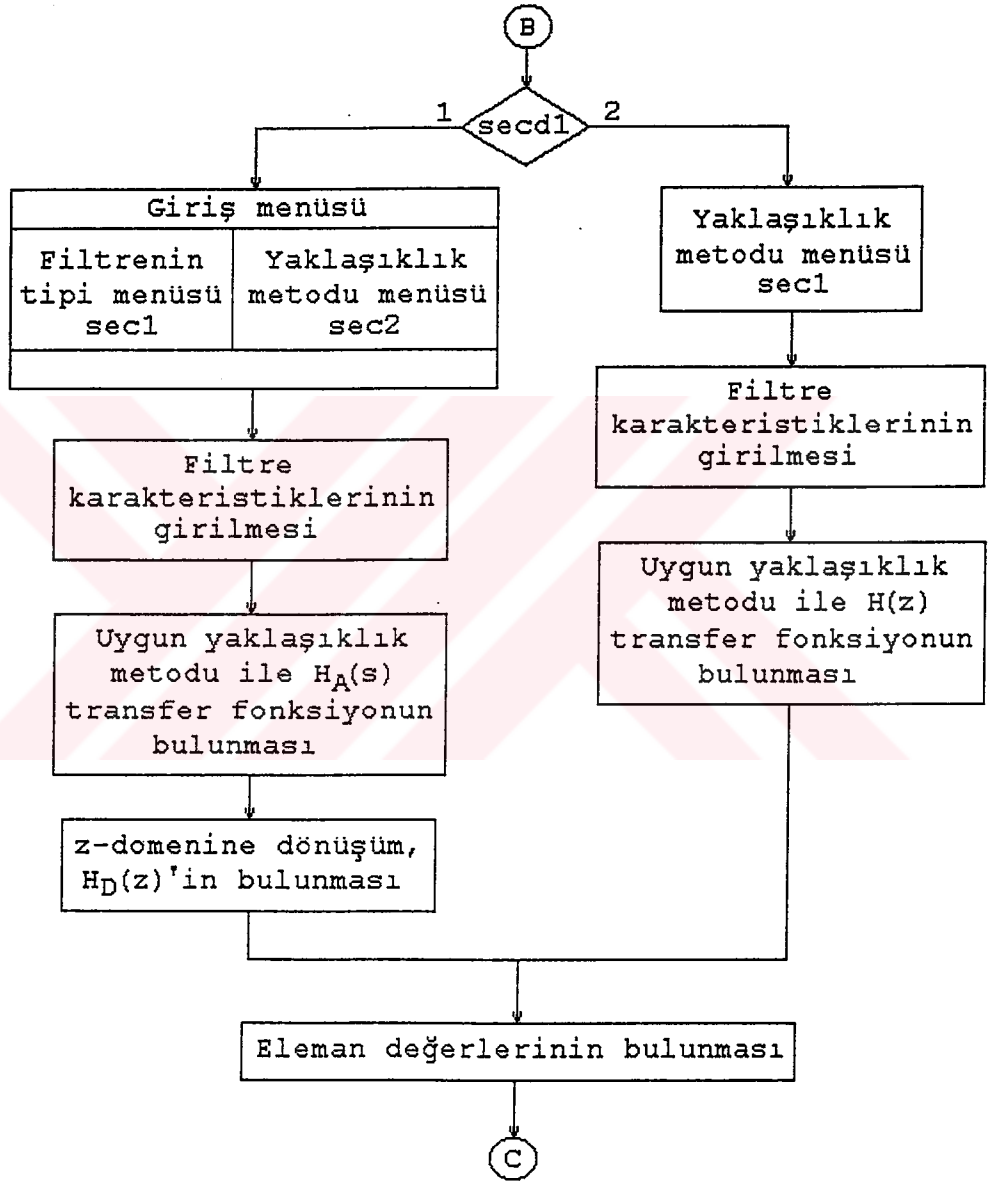
4.5. Programa Ait Algoritmalar

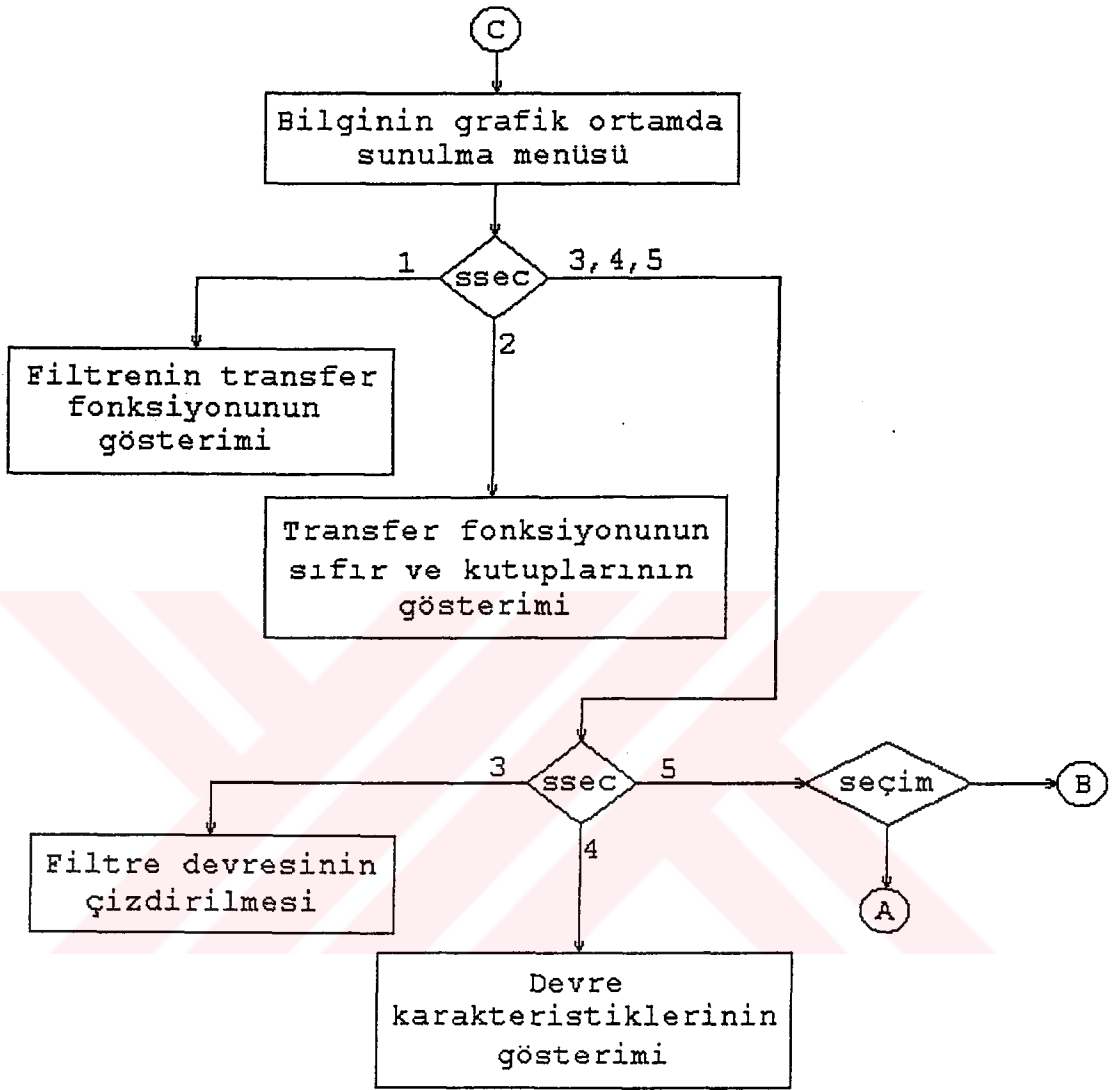
Bu kısımda, programa ait algoritmalar üç bölüm halinde verilecektir. Bu bölümler; analog filtrelerin tasarımı, dijital filtrelerin tasarımı ve grafik ortam şeklinde adlandırılabilir. Şekil 4.1'den de görülebileceği gibi bu üç bölüm programlama açısından birbirinden ayrı kısımlardır ve ayrı olarak incelenmeleri gerekmektedir.

4.5.1. Analog filtre tasarım algoritmaları

Şekil 4.1'deki şemadan da görülebileceği gibi, ana menüden analog filtreler seçildiği zaman karşımıza dörtlü bir menü





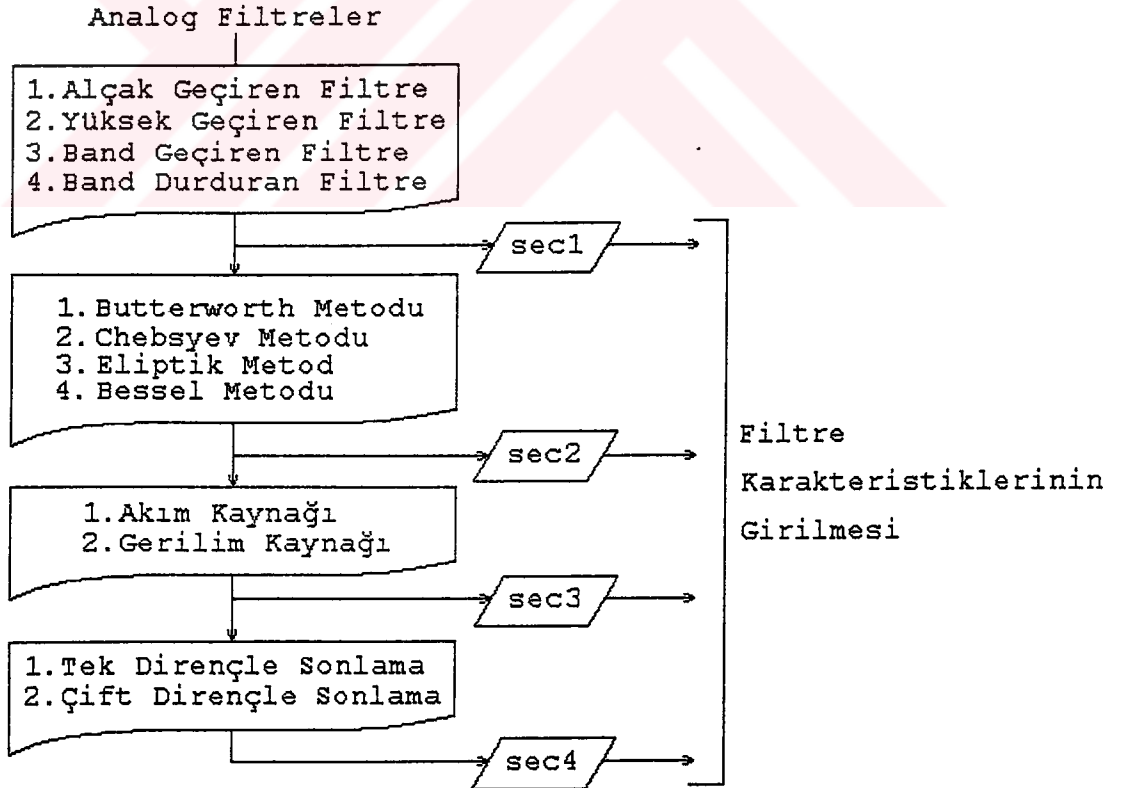


Şekil 4.1 FILCAD programı için genel bir program akış şeması.

gelecektir. Bu menüde, filtrelerin temel olarak ne şekilde tasarlanacağı belirlenmektedir. Birinci menü, filtrenin hangi tipte olduğunu yani elektriksel işaretin hangi frekans bölgesinde geçmesine izin verileceği ve hangi frekans bölgesinde de durdurulacağını belirlememizi sağlar.

İkinci menü, ideal filtre frekans karakteristikleri pratikte aynen elde edilemediği için filtrenin tasarımında hangi yaklaşıklık metodunun kullanılacağını belirlemesi içindir. Üçüncü menü, tasarlanacak devrenin hangi tür kaynakla besleneceğini gösterir. Dördüncü menüde ise, filtrenin ne şekilde sonlandırılacağı belirlenir. Dörtlü menüye ait bir akış şeması Şekil 4.2’de verilmiştir.

Dörtlü menüde yapılan seçim işleminden sonra istenen özelliklere sahip filtrenin geçiş karakteristikleri belirlenir. Geçiş karakteristikleri, dörtlü menüde yapılan farklı seçim kombinasyonları için değişiklikler gösterir. Daha önce Bölüm 2’de de anlatıldığı gibi alçak geçiren ve yüksek geçiren tipte bir filtre için temel giriş koşulları

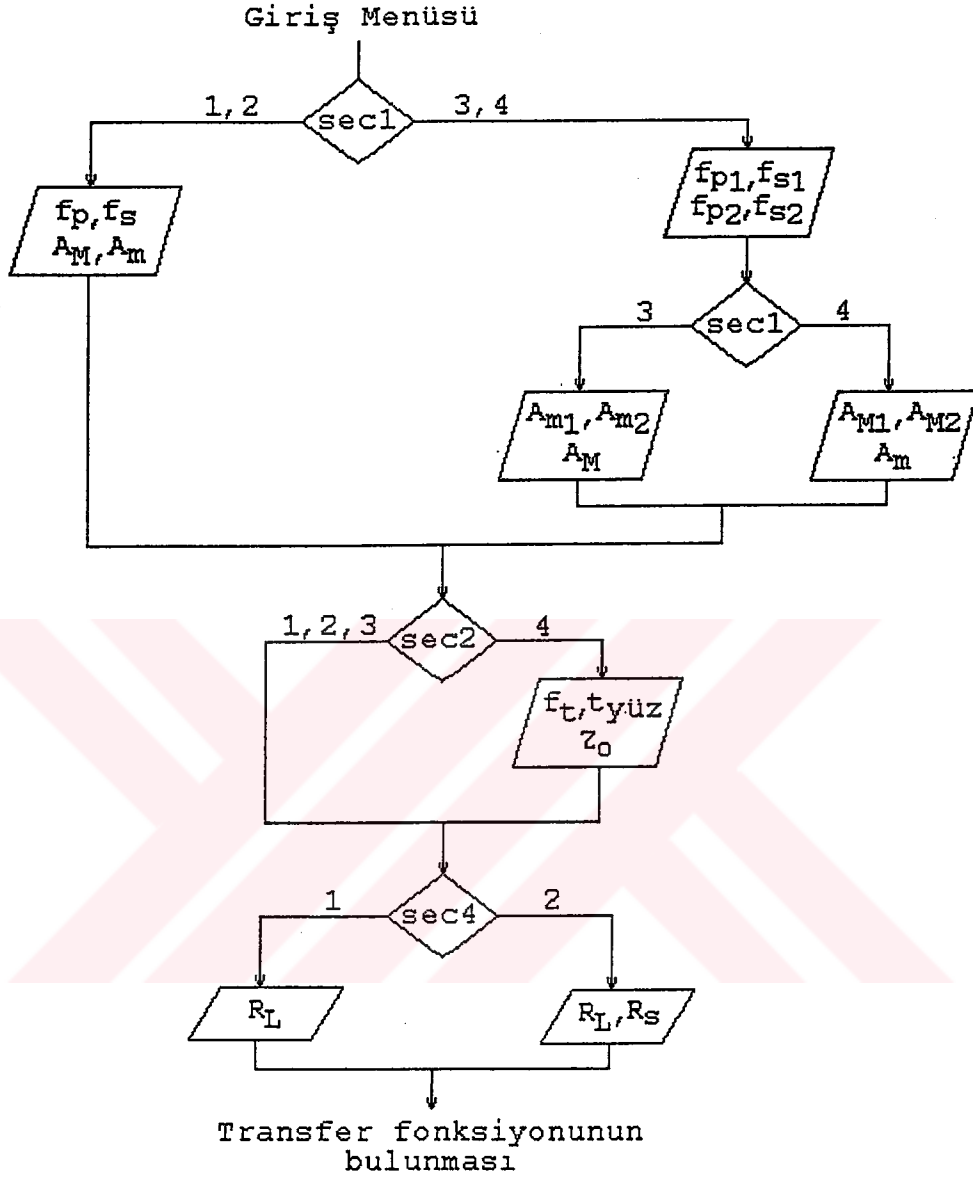


Şekil 4.2 Analog filtrelerde filtreye ait temel bilgilerin seçimini gösteren akış şeması.

Butterworth, Chebyshev ve Eliptik yaklaşıklık metodları için A_M (geçiş bandındaki maksimum kayıp), A_m (durdurma bandındaki minimum kayıp), f_p (geçiş bandı frekansı) ve f_s (durdurma bandı frekansı)'dir. Bessel tipi yaklaşıklıkta ise bunlara ek olarak $t_{yüz}$ (yüzde gecikme hatası), f_t (yüzde hata frekansı) ve τ_0 (gecikme sabiti) mevcuttur. Band geçiren ve band durduran tipte filtrelerin frekans parametreleri aynı, ancak kayıp parametreleri farklıdır. Band geçiren filtrenin kayıp karakteristikleri A_M , A_{m1} ve A_{m2} , band durduran filtrenin kayıp karakteristikleri ise A_{M1} , A_{M2} ve A_m 'dir. Ortak frekans parametreleri ise f_{p1} , f_{p2} , f_{s1} ve f_{s2} 'dir. Bessel yaklaşıklığında ise yine bu parametrelere ek olarak $t_{yüz}$, f_t ve τ_0 parametreleri kullanılır. Son olarak eğer filtre tek dirençle sonlandırılacaksa R_L (yük direncinin $k\Omega$ olarak değeri), çift dirençle sonlandırılacaksa R_L ve R_s (kaynak direncinin $k\Omega$ olarak değeri) parametrelerinin de belirlenmesi gerekir. Şekil 4.3'de geçiş karakteristiklerinin belirlenmesine ait bir akış şeması verilmiştir.

Verilen geçiş karakteristikleri ve belirlenen yaklaşıklık metodu ile transfer fonksiyonunun elde edilebilmesi için filtrenin normalize alçak geçiren filtreye dönüştürülmesi gerekir. Bunun için Bölüm 2.1'de anlatılan dönüşüm formülleri kullanılır. Şekil 4.4'de bu dönüşüm için bir akış şeması verilmiştir.

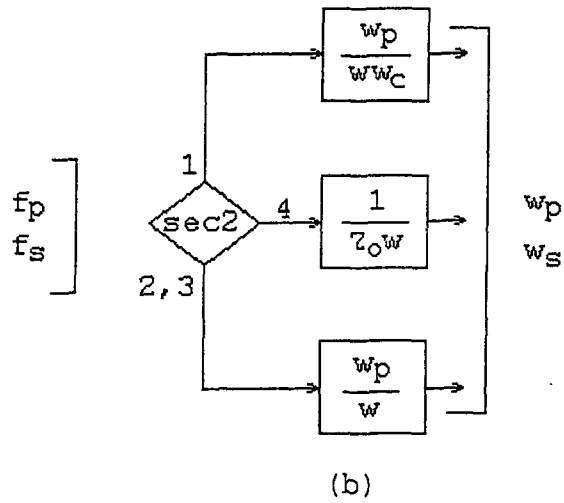
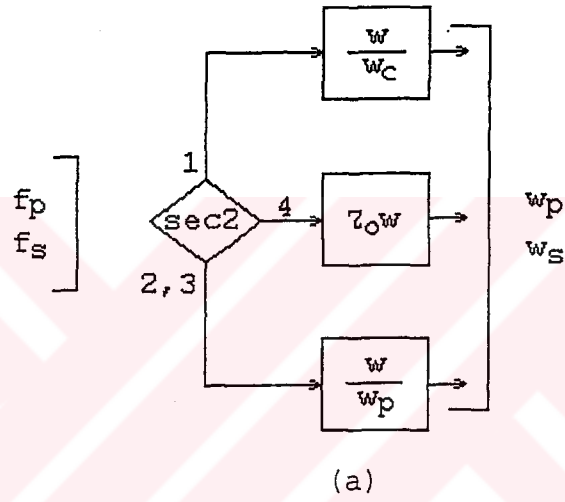
Transfer fonksiyonunun elde edilmesi için dört değişik yaklaşıklık metodundan biri başlangıçta seçilmiştir. Bu metodlarda genel olarak işlem sırası aynıdır. Buna göre yapılacak ilk işlem, Bölüm 2.2'de ayrıntılı olarak anlatıldığı gibi gerekli formüllerin kullanılması ile

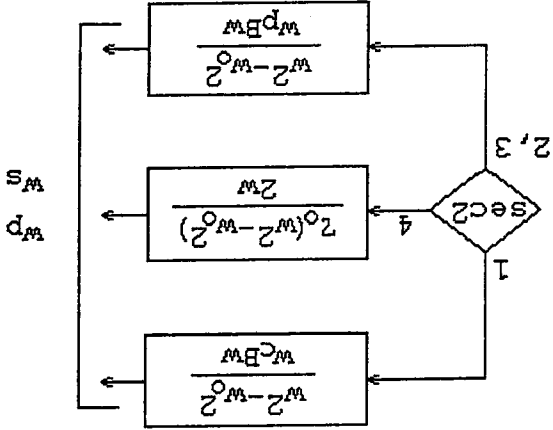


Şekil 4.3 Analog filtrelerde giriş parametrelerinin nasıl girileceğini gösteren akış şeması.

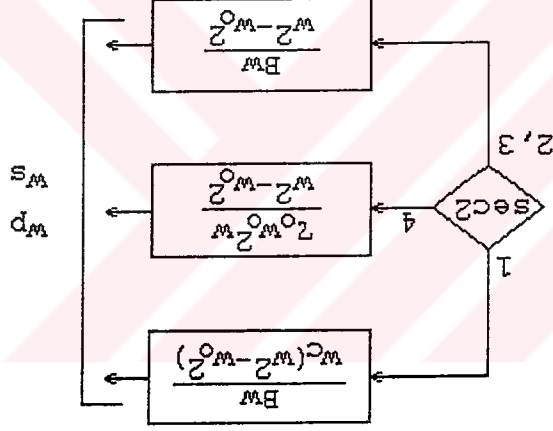
filtrenin derecesinin tespit edilmesidir. Belirlenen derece yardımı ile transfer fonksiyonu ile transfer fonksiyonunun sıfır ve kutupları bulunur. Butterworth, Chebyshev ve Eliptik yaklaşıklık metodlarında transfer fonksiyonu ile transfer fonksiyonunun sıfır ve kutupları, metoda ait

formüller ile bulunurken, Bessel yaklaşıklık metodunda önce özel formüllerle transfer fonksiyonu bulunur, daha sonra Lin-Bairstow nümerik kök bulma metodu kullanılarak sıfır ve kutuplar bulunmaktadır. Şekil 4.5'de yaklaşıklık metodlarına göre transfer fonksiyonunun bulunmasına ait genel bir şema verilmiştir.



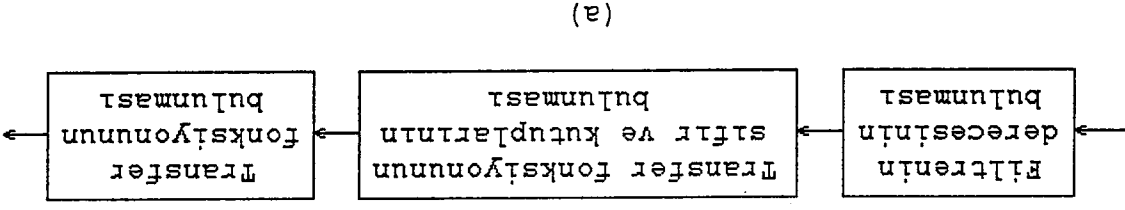
$$\begin{bmatrix} f_{p1} \\ f_{p2} \\ f_{s1} \\ f_{s2} \end{bmatrix}$$


(c)

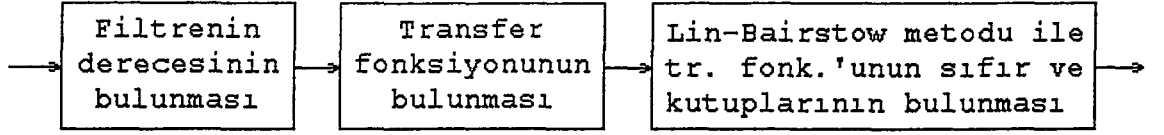
$$\begin{bmatrix} f_{p1} \\ f_{p2} \\ f_{s1} \\ f_{s2} \end{bmatrix}$$


(d)

Şekil 4.4 Normalize alçak geçiren filtreye dönüşüm işlemi:
a) alçak geçiren alçak geçirene, b) yüksek geçiren alçak geçirene, c) band geçiren alçak geçirene, d) band durduran alçak geçirene dönüşüm.



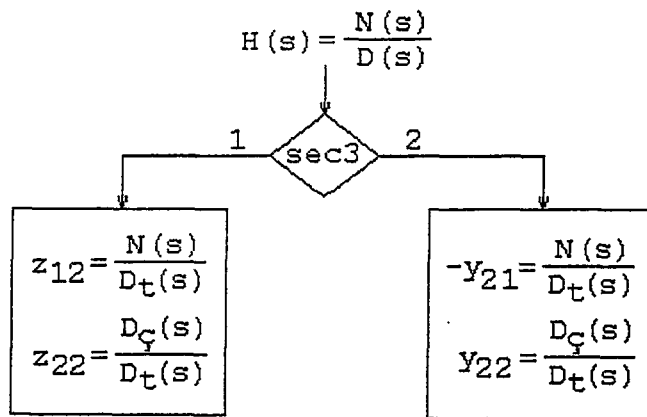
(a)



(b)

Şekil 4.5 Analog filtrelerde transfer fonksiyonu ile transfer fonksiyonunun sıfır ve kutuplarının bulunması için genel bir blok şema: a) Butterworth, Chebyshev ve Eliptik yaklaşıklık metodları, b) Bessel yaklaşıklık metodu.

Eğer filtre tek sonlu olarak gerçekleştirilecekse, elde edilen transfer fonksiyonu yardımıyla devreye ait eleman değerleri bulunabilir. Buna ait akış şeması Şekil 4.6'da verilmiştir. Eğer filtre çift sonlu olarak gerçekleştirilecekse, önce transfer fonksiyonu yardımı ile filtrenin giriş empedansı (veya giriş admitansı) bulunur, daha sonra devre elemanları elde edilir. Bunun için eğer filtre gerilim kaynağı ile beslenecekse Şekil 4.7'deki akış şemasında da gösterildiği gibi giriş empedansı ($Z_{in}(s)$) ile

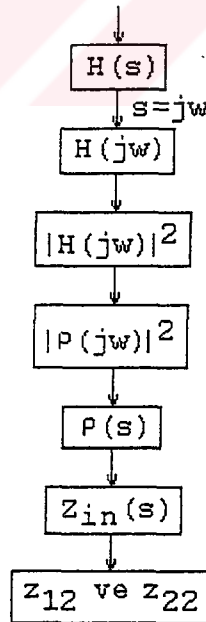


Şekil 4.6 Tek sonlandırmalı filtreye ait sentez parametrelerinin bulunmasına ait blok şema.

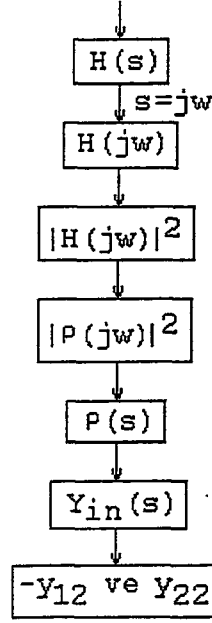
devreye ait z parametreleri bulunacaktır. Aynı şekilde eğer filtre akım kaynağı ile beslenecekse Şekil 4.8'deki akış şemasında da gösterildiği gibi giriş admitansı ($Y_{in}(s)$) ile devreye ait y parametreleri bulunacaktır. Devreye ait sentez parametrelerinin bulunması işlemi Bölüm 2.3.1 ve 2.3.2'de ayrıntılı olarak anlatılmıştır.

Bulunan sentez parametreleri Bölüm 2.3.3'te anlatıldığı gibi uygun bir metod yardımı ile gerçekleştirilir. Bunun için iki metod mevcuttur. Butterworth, Chebyshev veya Bessel yaklaşıklığı kullanıldığında birinci Caueer metodu, Eliptik yaklaşıklığında ise sıfır-kaydırma tekniği (zero-shifting technique) kullanılır. Şekil 4.9'da birinci Caueer metodu ve Şekil 4.10'da ise sıfır kaydırma tekniğine ait altprogram akış şeması verilmiştir.

Elde edilen eleman değerleri normalize eleman değerleri olduğundan, bunlar gerçek değerlerine dönüştürülmelidirler.



Şekil 4.7 Gerilim kaynağı ile sürülen çift sonlandırmalı filtreye ait sentez parametrelerinin bulunmasına ait blok şema.

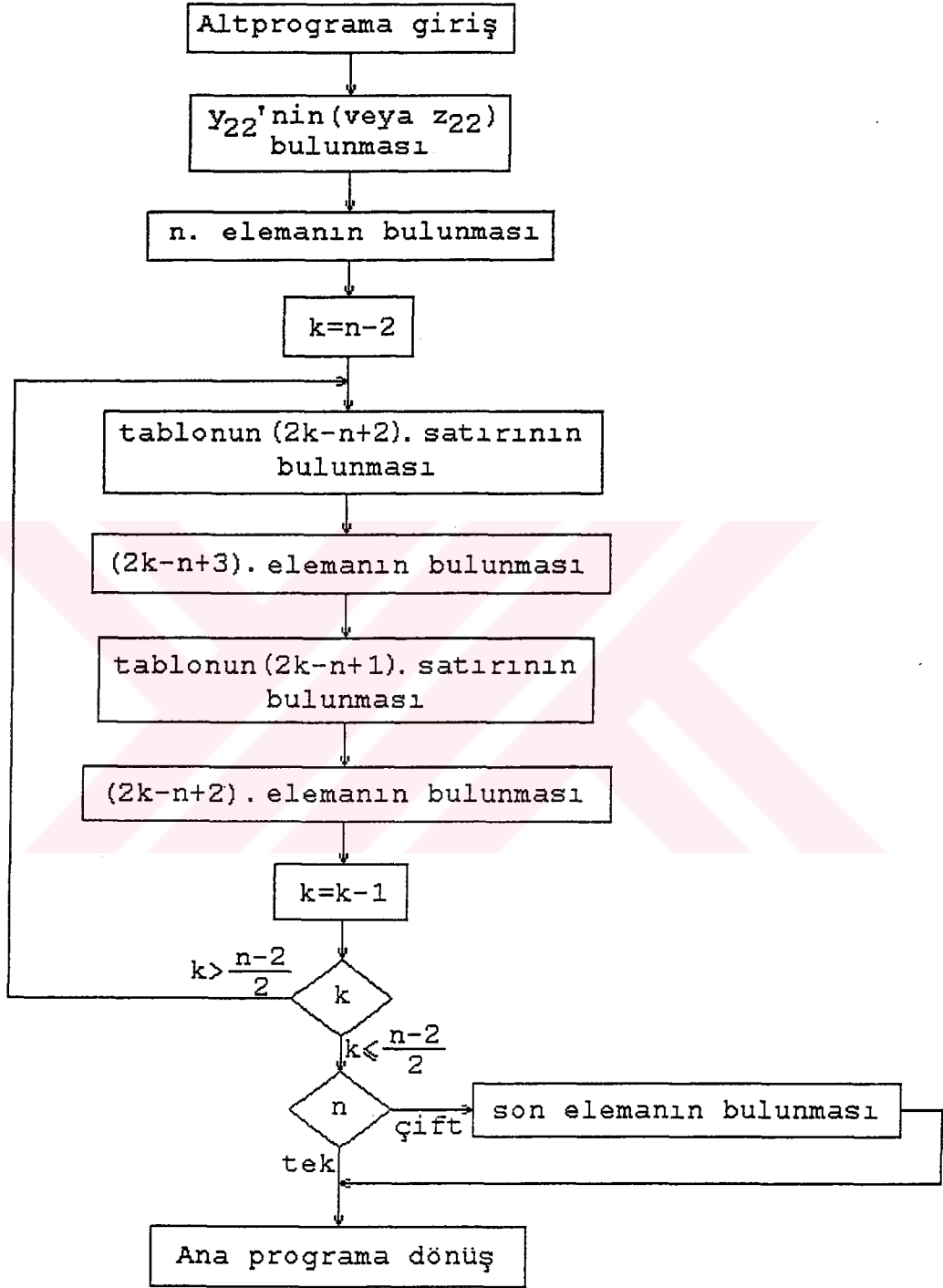


Şekil 4.8 Akım kaynağı ile sürülen çift sonlandırmalı filtreye ait sentez parametrelerinin bulunmasına ait blok şema.

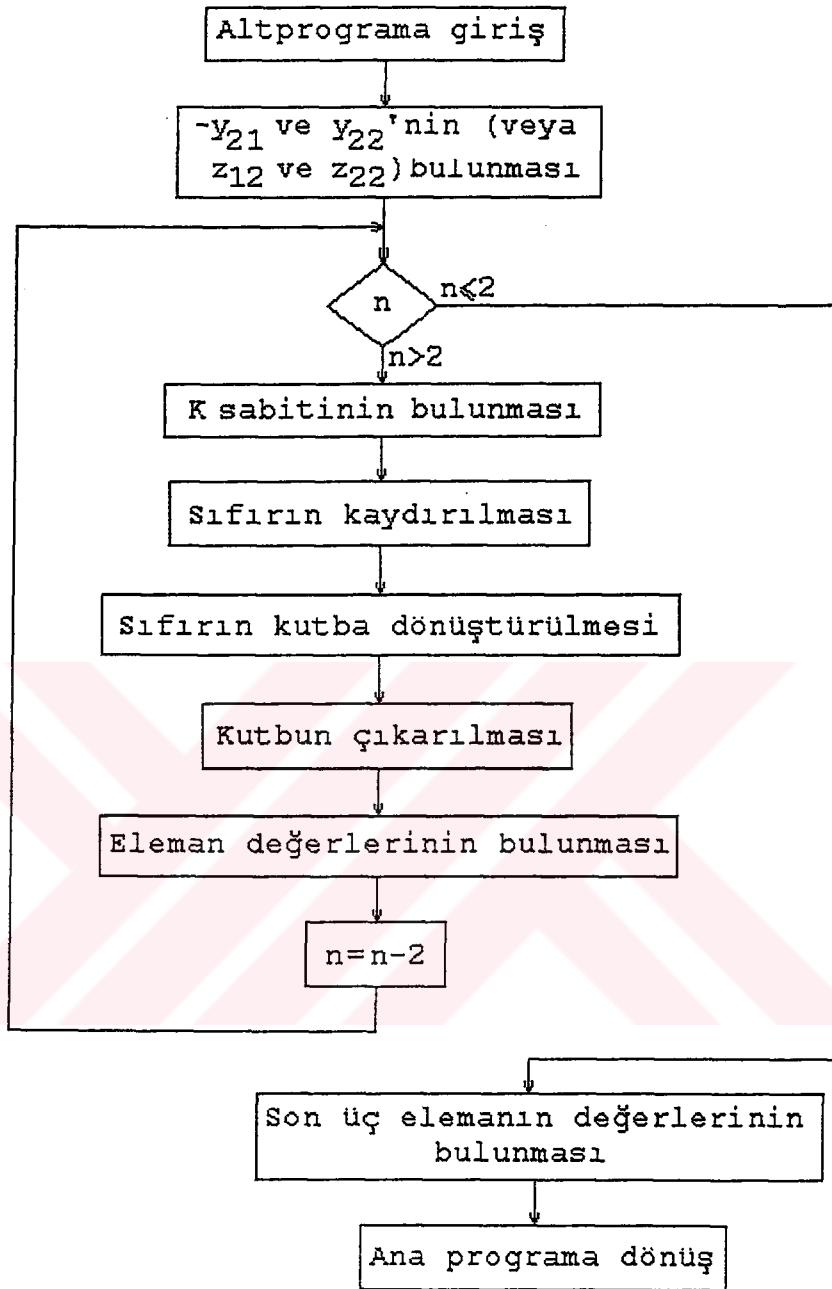
Aynı şekilde bu ana kadar kullanılan transfer fonksiyonu, normalize alçak geçiren filtrenin transfer fonksiyonu olduğundan gerçek transfer fonksiyonunu bulmak için frekans dönüşümü yapılır. Bölüm 2.4'de ayrıntılı olarak anlatılan bu işlem için Şekil 4.11'de bir akış şeması verilmiştir.

4.5.2. Dijital Filtre Tasarım Algoritmaları

Şekil 4.1'deki akış şemasından da görülebileceği gibi ana menüden dijital filtreler seçildiği zaman karşımıza yeni bir menü gelecektir. Bu, dijital filtrenin tekrarlı veya tekrarsız tipte tasarımı için bir seçim yapılmasını sağlar. Tekrarlı filtreler seçildiğinde karşımıza bir ikili

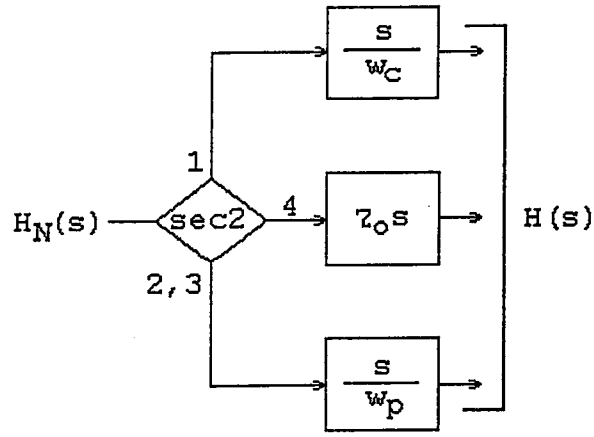


Şekil 4.9 Routh tablosu yardımı ile devre elemanlarının değerlerinin bulunmasını gösteren akış şeması.

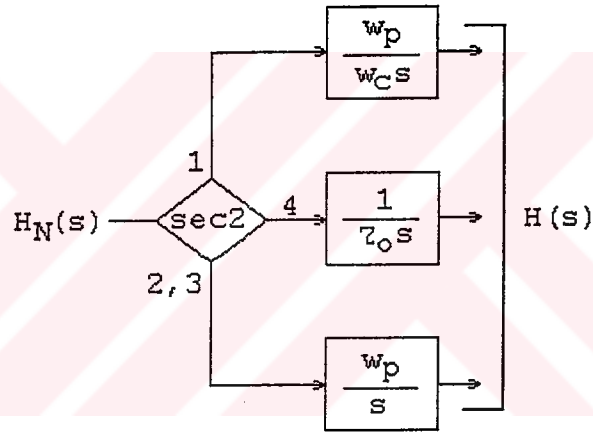


Şekil 4.10 Sıfır kaydırma işlemine ait akış şeması.

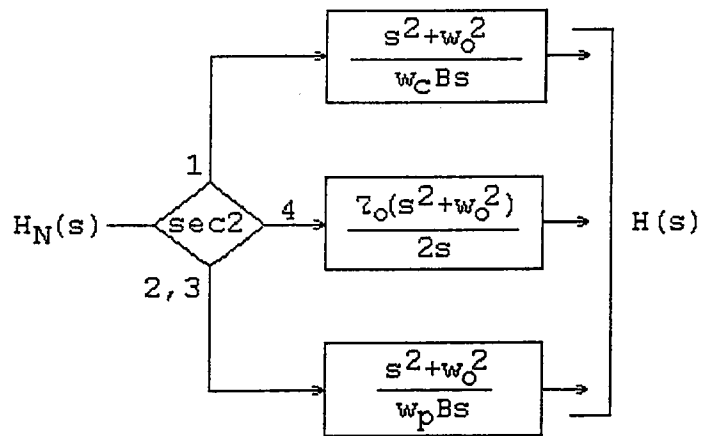
menü gelir. Bu menüde genel olarak filtrenin nasıl tasarlanacağı belirlenir. Birinci menü filtrenin hangi tipte tasarlanacağı ve ikinci menü ise hangi yaklaşıklık metodlarının kullanılacağını belirler. Buna ait bir akış



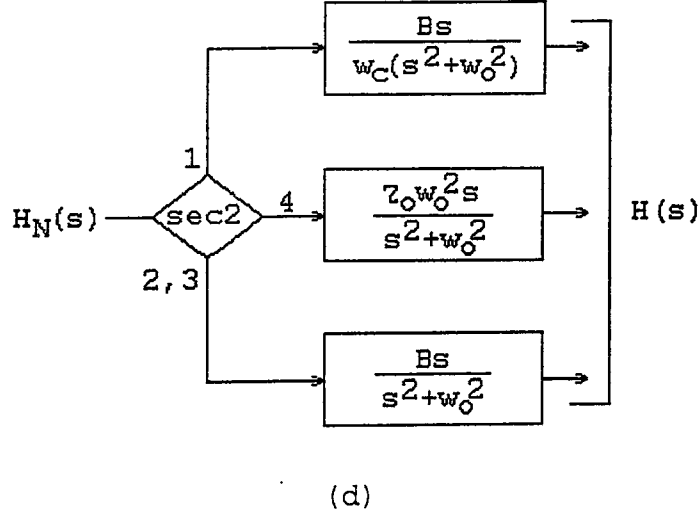
(a)



(b)



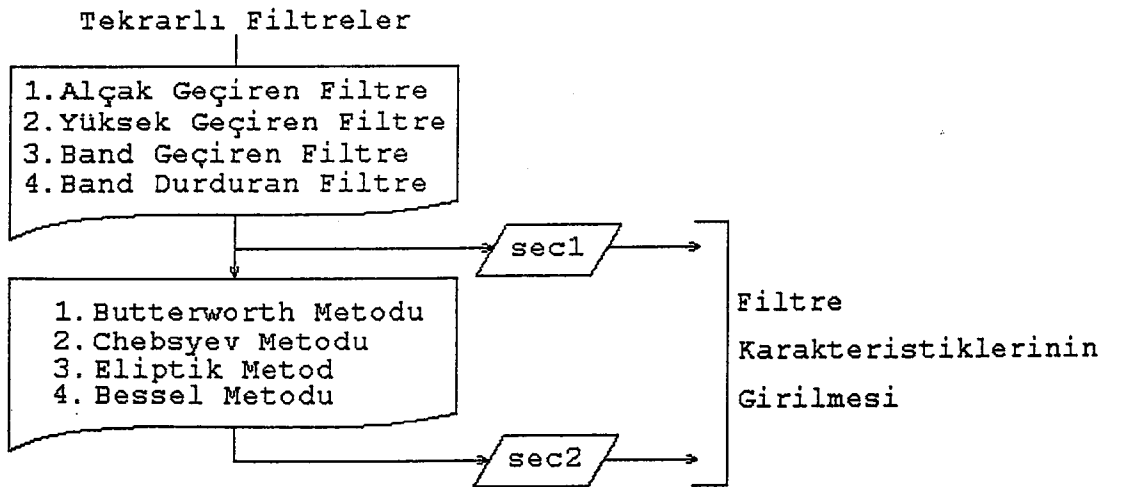
(c)



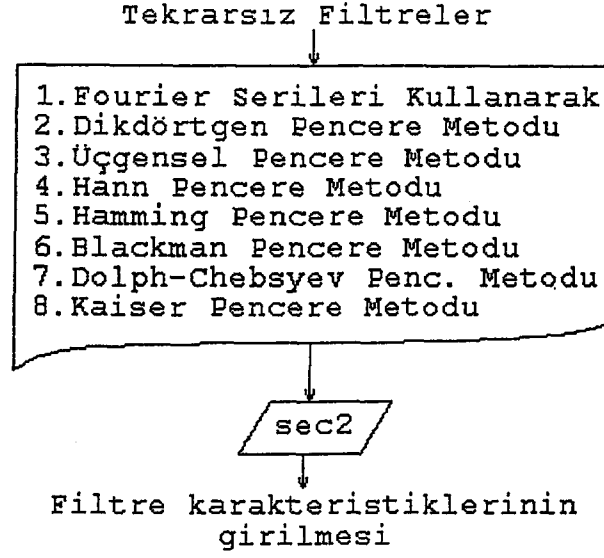
Şekil 4.11 Denormalizasyon işlemi için akış şeması: a) alçak geçirenden alçak geçirene, b) alçak geçirenden yüksek geçirene, c) alçak geçirenden band geçirene, d) alçak geçirenden band durdurana dönüşüm.

şeması Şekil 4.12'de verilmiştir.

Tekrarsız filtreler seçildiğinde ise karşımıza hangi yaklaşıklık metodunun seçileceğini gösteren bir menü gelir. Buna ait akış şeması ise şekil 4.13'te verilmiştir.



Şekil 4.12 Dijital tekrarlı filtrelerde filtreye ait temel bilgilerin seçimini gösteren akış şeması.

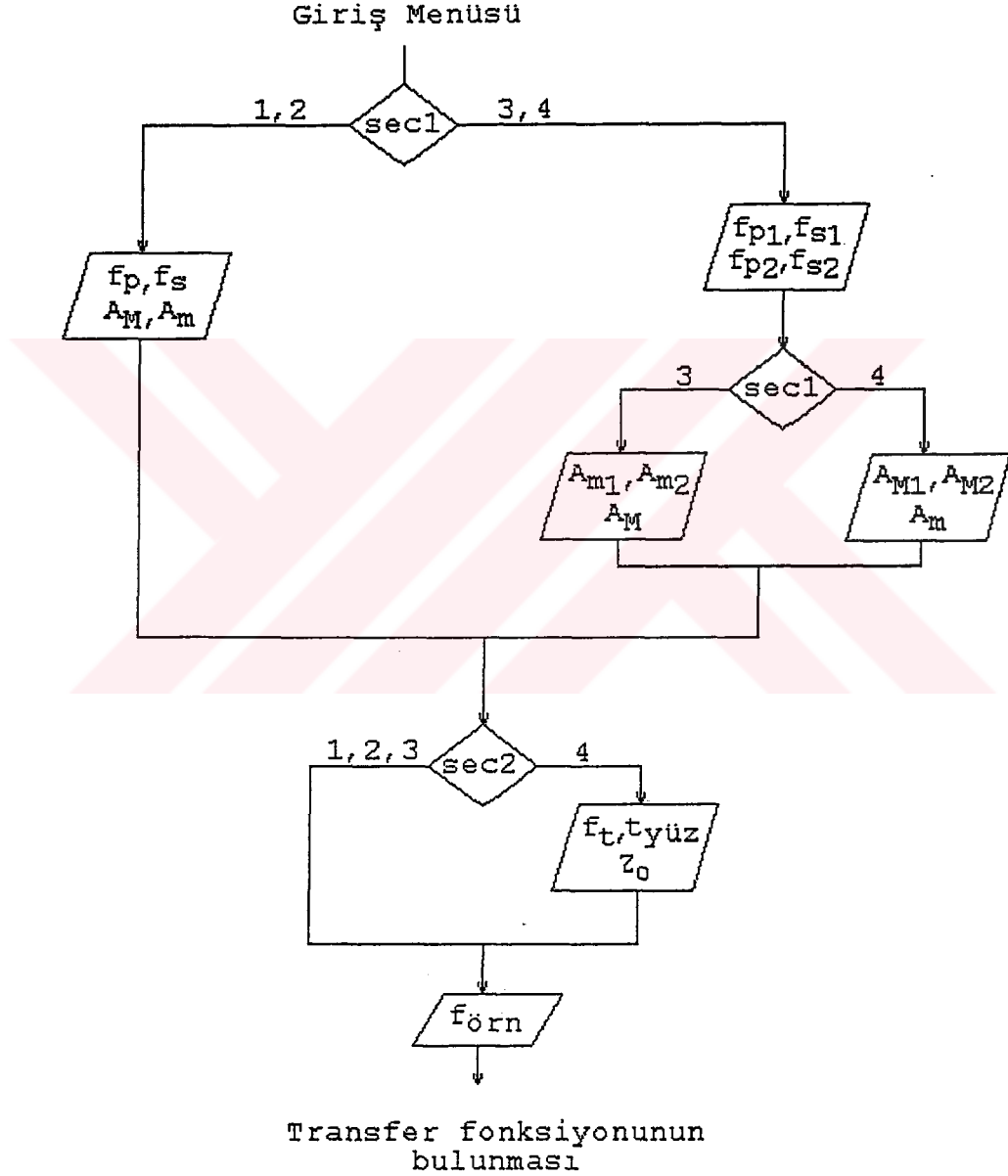


Şekil 4.13 Dijital tekrarsız filtrelerde yaklaşıklık metodunun belirlenmesine ait akış şeması.

Tekrarlı ve tekrarsız filtreler için yapılan bu seçim işleminden sonra filtreye ait geçiş karakteristikleri belirlenir. Dijital filtreler için geçiş karakteristikleri analog filtrelerle benzerlik gösterir. Farklı olan analog filtrelerde devre sonlandırması için istenen direnç değerleri yerine örnekleme frekansının belirlenmesidir. Şekil 4.14'de dijital filtrelerde filtre karakteristiklerinin girilmesine dair akış şeması verilmiştir.

Dijital transfer fonksiyonunun bulunması için izlenecek yol, tekrarlı ve tekrarsız filtreler için farklılık gösterir. Tekrarlı filtrelerde $H(z)$ iki adımda bulunur. İlk adımda analog transfer fonksiyonu olan $H_A(s)$ bulunur. Ancak eğer bilineer dönüşüm uygulanacaksa filtre giriş parametrelerine Bölüm 3.5.4'de anlatıldığı gibi önsarma (prewarping) işlemi uygulanmalıdır. $H_A(s)$ 'in bulunmasına ait algoritmalar Bölüm 4.3.1'de anlatılmıştı. İkinci adımda

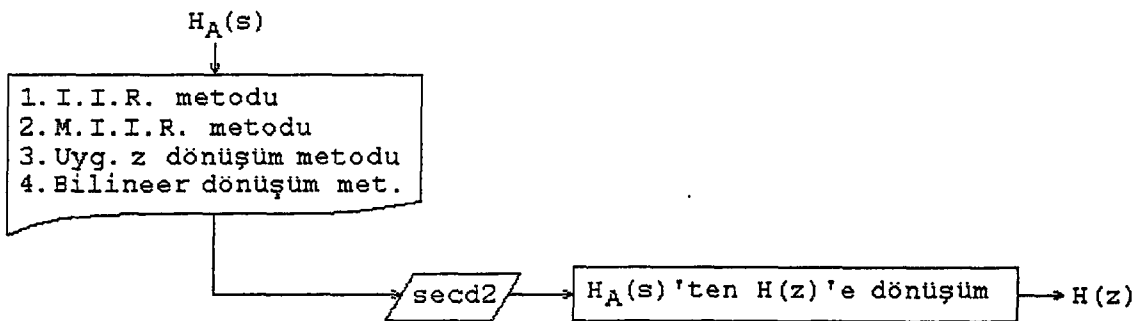
ise $H_A(s)$ fonksiyonu Bölüm 3.5'de anlatıldığı şekilde $H(z)$ dijital transfer fonksiyonuna dönüştürülür. Burada amaç, filtrenin kararlılığını bozmadan ve mümkün olduğunca istenen karakteristikleri sağlayarak dönüşüm işlemini



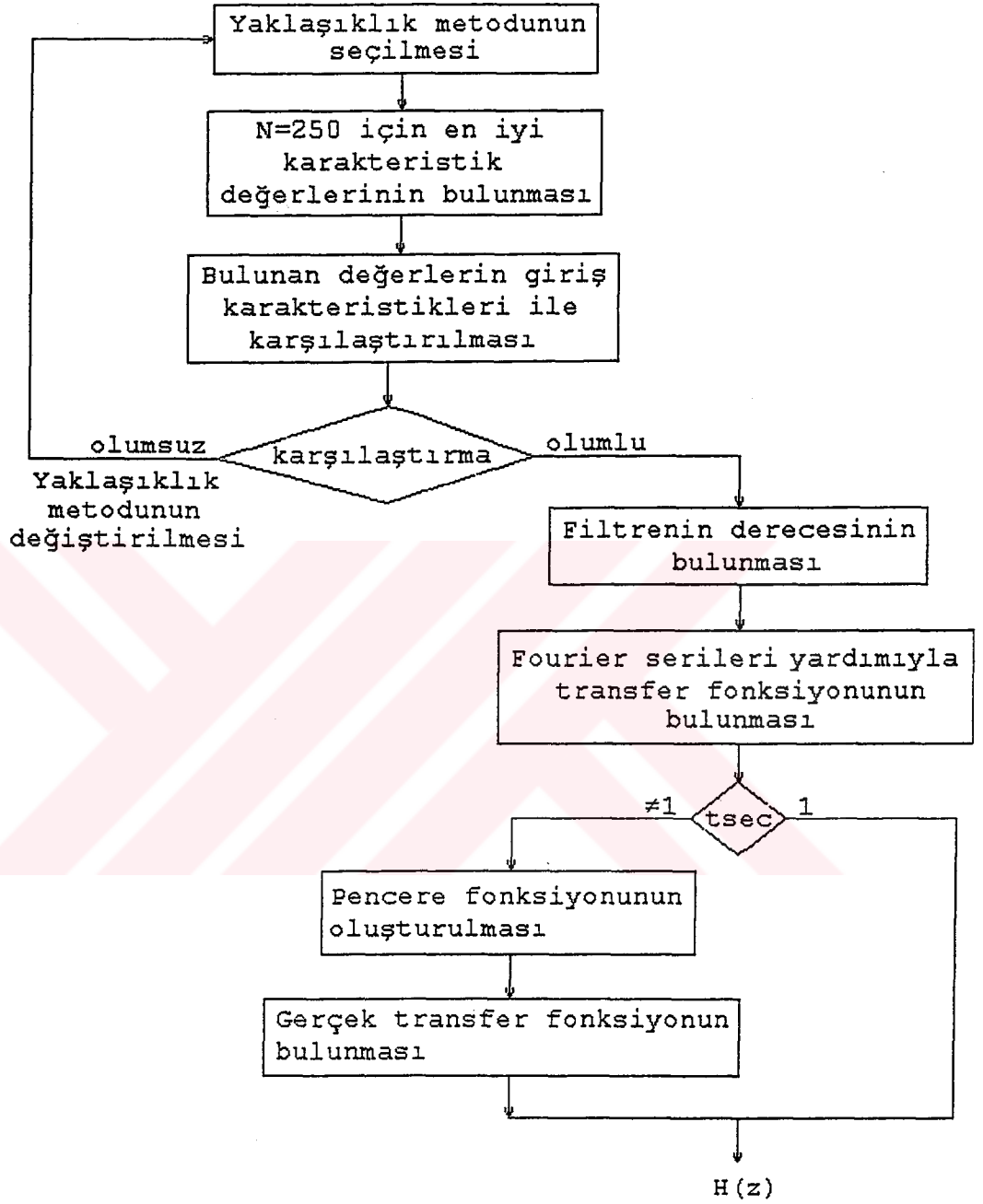
Şekil 4.14 Dijital filtrelerde filtreye ait giriş parametrelerinin girilmesine ait akış şeması. (sec1: dijital filtre tipi için seçim değişkeni)

gerçekleştirmektir. Bu nedenle seçilecek olan dönüşüm metodu önemlidir. Eğer tasarım için uygun olmayan bir metod seçilmişse, tasarımcı program tarafından uyarılmaktadır. Şekil 4.15'de dönüşüm menüsü ve işlemine ait bir akış şeması verilmiştir.

Tekrarsız filtrelerde transfer fonksiyonu tek adımda bulunur. Bunun için ilk önce seçilen yaklaşıklık metoduna göre gerçekleştirilebilecek en iyi karakteristikler belirlenmeye çalışılır. $N=200$ alınarak istenen frekans parametreleri için elde edilebilecek en büyük zayıflama değerleri hesaplanır. N 'in 200'den daha büyük değerleri için zayıflama karakteristiğinin değişimi çok yavaş olduğundan bu işlem için $N=200$ alınması yeterlidir. Eğer istenen geçiş karakteristikleri bulunan karakteristiklerden daha kötü ise işlem durur ve uygun olan bir başka yaklaşıklık metodu seçilir. Eğer daha iyi ise filtrenin derecesi belirlenir ve buna göre transfer fonksiyonu elde edilir. Eğer pencereleme metodu kullanılıyorsa, filtrenin derecesine göre pencere fonksiyonu oluşturularak fourier serileri yardımı ile bulunan transfer fonksiyonu ile çarpılır ve esas transfer fonksiyonu bulunur. Tekrarsız filtrelerde transfer fonksiyonunun bulunmasına dair akış şeması Şekil 4.16'da verilmiştir.



Şekil 4.15 Tekrarlı filtrelerde $H_A(s)$ 'ten $H(z)$ 'e dönüşüm işlemini gösteren akış şeması.



Şekil 4.16 Tekrarsız filtrelerde transfer fonksiyonunun bulunmasını gösteren akış şeması.

Dijital filtrelerde transfer fonksiyonu bulunduğundan sonra geriye sadece eleman değerlerinin bulunması işlemi kalmaktadır. Bu işlemde transfer fonksiyonunun katsayıları Bölüm 3.8'de de anlatıldığı gibi eleman değerlerine denk gelmektedir.

4.5.3. Grafik ortam algoritmaları

Analog ve dijital filtrelerde transfer fonksiyonu ile transfer fonksiyonunun sıfır ve kutupları bulunduğundan sonra yeni bir menü ile karşılaşılır. Bu menü elde edilen matematiksel bilginin grafik ortamda sunulmasına dair seçenekler içermektedir. Bunlar, filtrenin transfer fonksiyonunun ekrana yazdırılması, transfer fonksiyonunun sıfır ve kutuplarının çizdirilmesi, filtre devresinin çizdirilmesi ve filtre karakteristiklerinin gösterilmesidir. Ayrıca menüde " bir önceki menüye dönüş" ve "programdan çıkış" seçenekleri mevcuttur. Ortama ait örnek grafikler Bölüm 5'te verilmiştir.

Transfer fonksiyonunun yazdırılması:

Bölüm 2 ve 3'te anlatıldığı şekilde bulunan transfer fonksiyonu grafik ortamda ekrana, normalize ve gerçek haliyle iki şekilde yazdırılır. Eğer normalize transfer fonksiyonu gerçek fonksiyona çevrilirken bir ara işlem yaptırılırsa, o işlem sonucu elde edilen fonksiyon da ekrana yazdırılır.

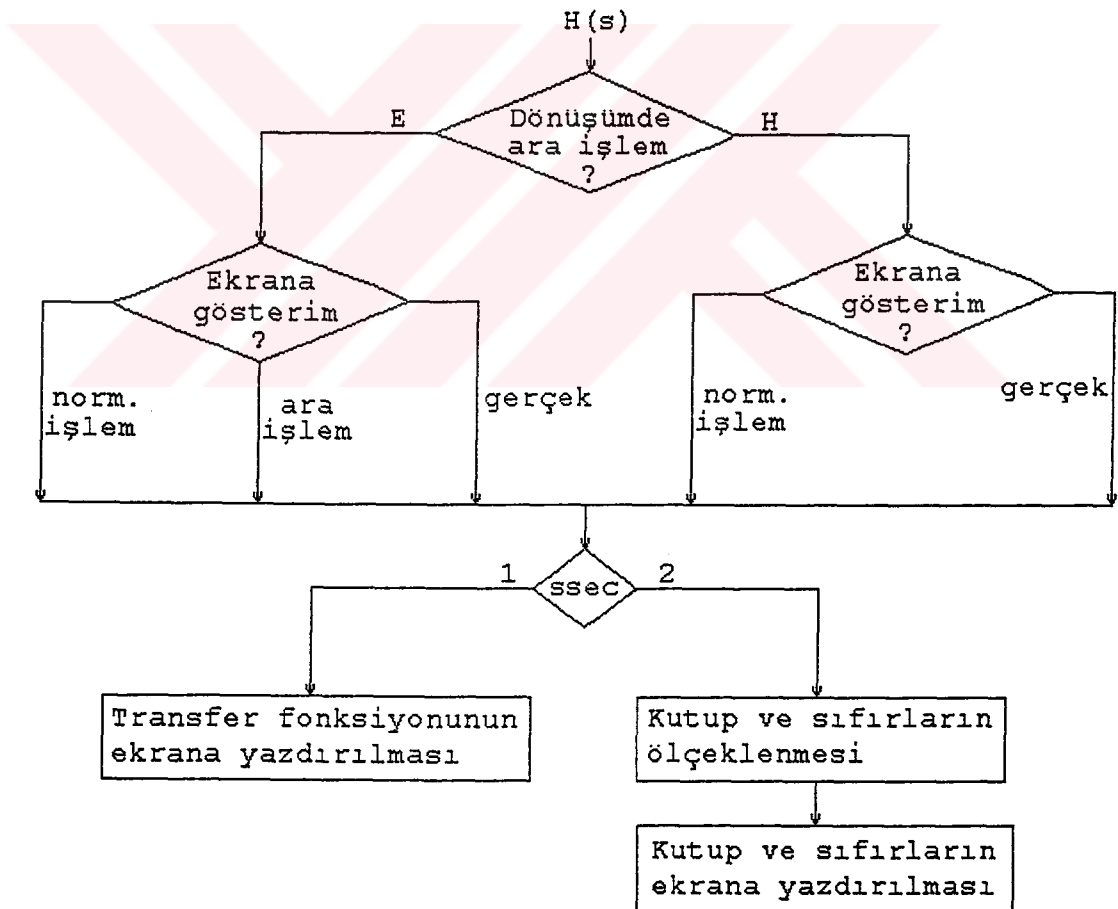
Transfer fonksiyonunun sıfır-kutuplarının çizdirilmesi:

Çizim işlemi için, elde edilen sıfır ve kutup değerleri

ekranda seçilen koordinat sistemine uygun hale getirilmek için ölçeklenir. Ekranın yan tarafına da sıfır ve kutup değerleri yazdırılır. Şekil 4.17'de transfer fonksiyonunun ekrana yazdırılması ile transfer fonksiyonunun sıfır ve kutuplarının çizdirilmesine ait algoritma akış şeması verilmiştir.

Filtre devresinin çizdirilmesi:

Bu işlem için kullanılan devre elemanları (bobin, kondansatör, gerilim kaynağı, çarpma elemanı, gecikme



Şekil 4.17 Transfer fonksiyonu ile transfer fonksiyonuna ait sıfır-kutup diyagramının çizdirilmesine dair genel bir blok şema.

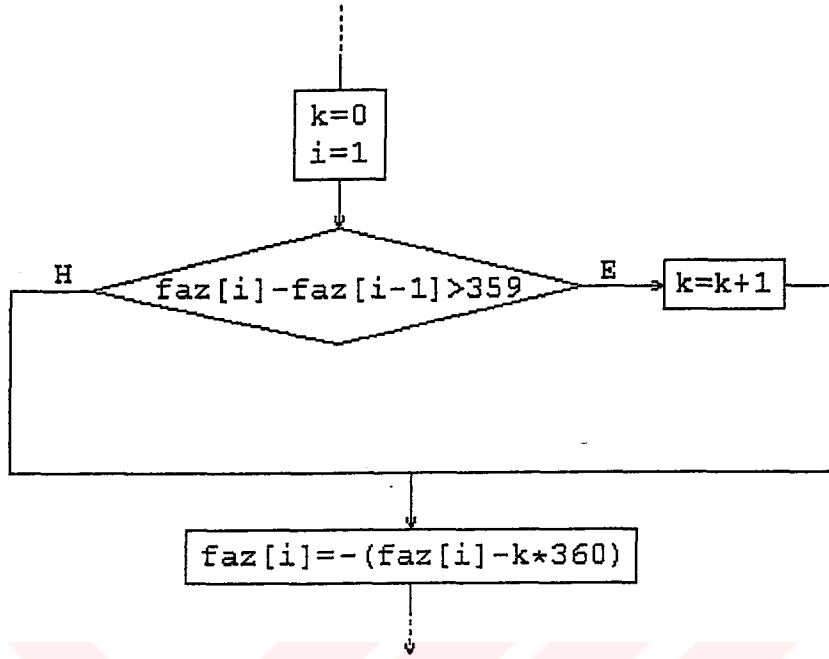
elemanı v.b.) altprogramlar yardımı ile başlangıçta tanımlanmıştır. Devrenin şekline göre elemanlar sıra ile çizdirilerek istenen devre elde edilmektedir.

Filtre karakteristiklerinin çizdirilmesi:

Bu kısımda filtre devresine ait zayıflama, faz, gecikme, birim örnek cevabı ve birim basamak cevabı karakteristikleri çizdirilmektedir. Zayıflama karakteristiğinde, belirli frekans aralıklarında zayıflama değerleri ekrana ölçekli olarak çizdirilir. Bu işlem için ayrıca istenen frekans aralıklarında ayrıntılı görünüm elde etme imkanı da mevcuttur. Faz karakteristiğinde, belirli bir frekans aralığında bulunan faz değerleri ekrana çizdirilir. Ancak burada bir problem mevcuttur. Çünkü C dilinde tanımlanmış olan $\text{atan}(x)$ ters tanjant fonksiyonu, geriye $-\pi/2 \leq x \leq \pi/2$ aralığında değerler göndermektedir. Aynı şekilde bir başka fonksiyon olan $\text{atan2}(x)$ fonksiyonu ise $-\pi \leq x \leq \pi$ aralığında değerler göndermektedir. Bu durumu ortadan kaldırmak için yapılan işlemi gösteren akış şeması Şekil 4.18'de verilmiştir. Gecikme karakteristiği için ise yine belli bir frekans aralığında hesaplanan gecikme değerleri ekrana ölçekli olarak çizdirilir.

Birim örnek cevabı, zaman domeninde filtrenin girişine birim örnek fonksiyonu uygulandığında elde edilen çıkış değeridir. Aynı şekilde birim basamak cevabı da filtrenin girişine birim basamak fonksiyonu uygulandığında elde edilen çıkış cevabını ifade eder. Elde edilen bu değerler belli bir zaman aralığında ölçeklenerek ekrana çizdirilirler.

Şekil 4.19'da filtre karakteristiklerinin ekranda gösterilmelerine ait bir akış şeması verilmiştir.

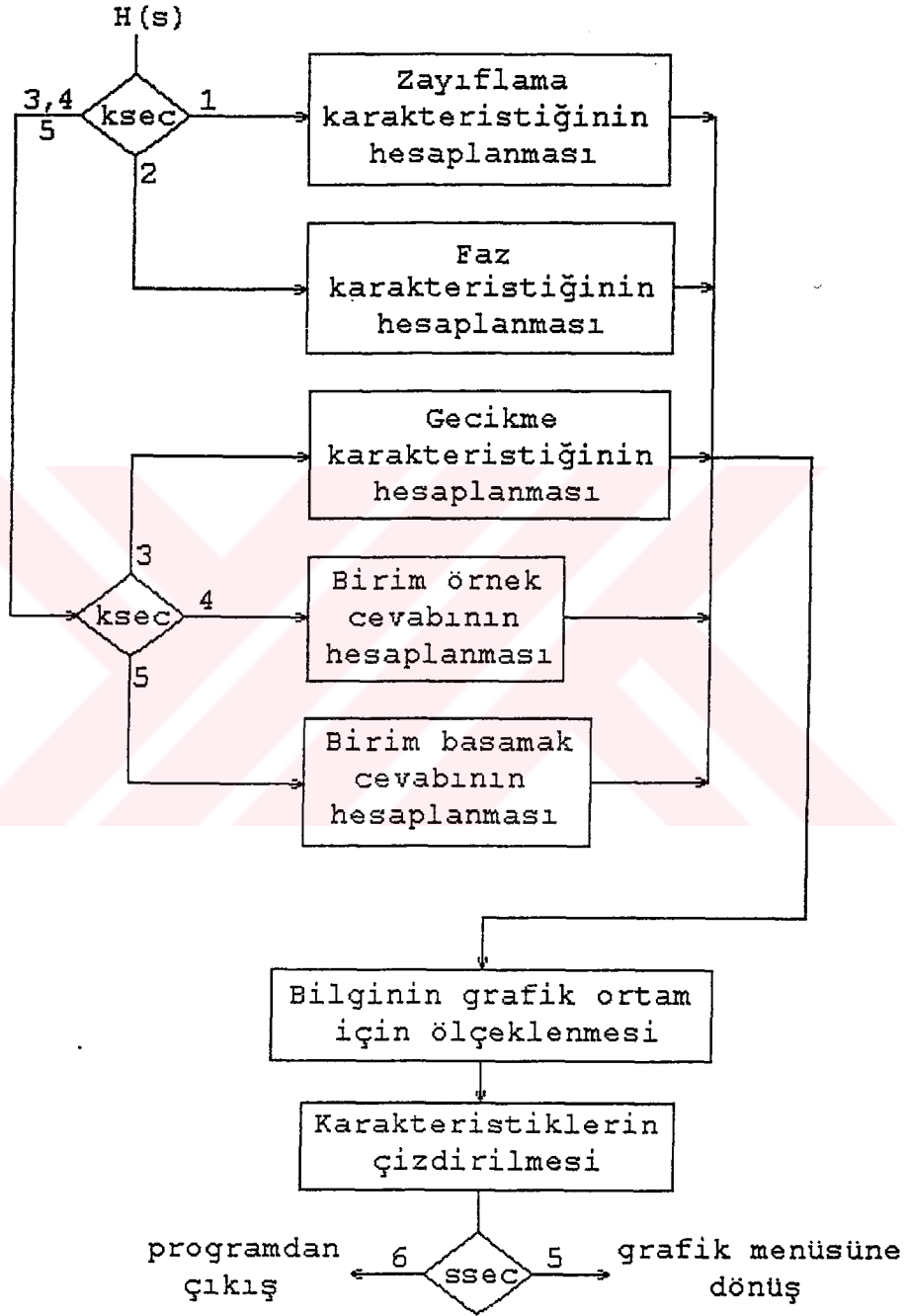


Şekil 4.18 Ters tanjant fonksiyonunda sıkıştırma etkisini ortadan kaldıran akış şeması.

4.6. Programda Yapılan Temel Tanımlamalar

C dilinde programın başında #define komutu yardımı ile çeşitli tanımlamalar yapılır. Bu komutun genel yazım kuralı,

#define sembolik_isim yerini_tutacak_text
şeklinde verilir. #define direktifi ile dosyanın her yerinde geçerli olmak üzere sembolik_isim ile belirtilen karakterler yerine yerini_tutacak_text karakterleri yerleştirilir. Bu tanımlama şekli, çok kullanılan bazı sabit değerlerin kısaca gösterilmesi veya bazı basit matematiksel işlemlerin bu şekilde bir tanımlama aracılığı ile kısaca yapılması için kullanılır (Erdun ve Demiralp, 1991). Bu çalışmada yapılan tanımlamalar Tablo 4.1'de verilmiştir.



Şekil 4.19 Filtre karakteristiklerinin ekrana çizdirilmesi için bir akış şeması.

Tablo 4.1 FILCAD programında kullanılan tanımlamalar

Numara	Tanım	Karşılığı	Tanım hakkında bilgi
1	pi	3.14159265	pi sayısı
2	min(a,b)	$a < b ? a : b$	iki sayıdan küçüğü
3	max(a,b)	$a > b ? a : b$	iki sayıdan büyüğü
4	asinh(z)	$\log(z + \sqrt{z^2 + 1})$	ters hiperbolik sinüs
5	acosh(z)	$\log(z + \sqrt{z^2 - 1})$	ters hiperbolik kosinüs
6	kare(x)	$x * x$	x'in karesi
7	dort(x)	$kare(x) * kare(x)$	x'in dördüncü kuvveti
8	bes(x)	$x * dort(x)$	x'in beşinci kuvveti
9	dokuz(x)	$x * dort(x) * dort(x)$	x'in dokuzuncu kuvveti
10	onuc(x)	$dort(x) * dokuz(x)$	x'in onüçüncü kuvveti
11	ipi	6.28318531	pi sayısının iki katı
12	xmax	getmaxx()	640 (grafik ortam için)
13	ymax	getmaxy()	480 (grafik ortam için)

4.7. FILCAD İçin Kullanılan Altprogramlar

Altprogramlar, belirli bir işlevi yerine getirmek amacı ile yazılmış program parçalarıdır. Altprogramlar işlevlerini yerine getirebilmesi için ana programdan değer alabilir veya ana programa değer gönderebilirler.

Altprogramların genel yazılış biçimi:

dönüş tipi fonk ismi(parametre bildirileri)

```
{
    lokal tanımlamalar
    ifadeler
}
```

şeklindedir (Erdun ve Demiralp, 1991).

Bu çalışmada yapılan altprogramlar aşağıda verilmiştir. Bunların herbirinin ne iş yaptığının anlatımı hem detay olduğundan hem de yer açısından uygun görülmemiştir.

1. char scalal(double a);
2. double (*carp(double sall[], double sbll[], int n, int hg, int pp));
3. double (*trans(int n, double tDC[], double QV, double BV, int sec1));
4. double (*zs(int n, double a0[], double tj[]));
5. double adim(double sa[], double sb[], int n);
6. double analog_faz(double t[], int n, double w);
7. double analog_kayip(double t[], int n, double w);
8. double dijital_faz(double pay[], double payda[], int n, double w, double T);
9. double dijital_kayip(double t[], int n, double w, double T);
10. double fakt(int n);
11. double IO(double x);
12. double n_buyrec(double ro, int secy, double qp, double qs, double wp, double ws, double wp1, double wp2, double ws1, double ws2, double T, int sec);
13. double pol_deger(double a[], int n, double w);
14. double scala2(double a);
15. double terswarping(double w, double T);
16. double warping(double w, double T);
17. int analog_karakteristikler(void);
18. int bes_der1(double fp, double AM,int aa);
19. int bes_der2(double ft, double tyuz);
20. int bes_der4(double fp, double AM,int aa);

```

21. int dijital(double H0, int n, int secd1, int secd2, int
    sec1, int sec2, double wp, double ws, double AM, double
    Am, double forn, double AM1, double Am2, double AM2,
    double Am1, double ripp, double trkj[], double trkjj[],
    double fp, double fs, double fp1, double fp2, double
    fs1, double fs2, double zpts[], double zts[], double
    sal[], double sb1[]);
22. int dijital_filtre(void);
23. int fak(int x);
24. int filter(void);
25. int filtre(void);
26. int gprintf(int *xloc, int *yloc, char *fmt, ... );
27. int miir(int n, int m, int sec1, int sec2, double t[],
    double pt[], double H0, double T, double aaz[], double
    bbz[]);
28. int n_rec(double ro, int secy, double wp, double ws,
    double wp1, double wp2, double ws1, double ws2, double
    T, double A, int esc, int sec, int kis);
29. int nonr(int sec1, int secd3, double hw[], double wp,
    double ws, double AM, double Am, double wp1, double
    worn, double wp2, double AM1, double Am2, double AM2,
    double Am1, double ws1, double ws2, double ripp);
30. int tekrarli_filtre(void);
31. struct complx cadd(struct complx a, struct complx b);
32. struct complx cdiv(struct complx a, struct complx b);
33. struct complx cexp(struct complx a);
34. struct complx cmul(struct complx a, struct complx b);
35. struct complx csub(struct complx a, struct complx b);
36. struct complx smult(long double a, struct complx b);
37. void aduseyok(int x, int y);
38. void agf(int x, int y);

```

```

39. void agfdeg(int x, int y, double wp, double ws, double
    AM, double Am);
40. void agfsclyaz(int x, int y, int sec2, int sec3, int
    sec4, int n, double a[]);
41. void akmk(int x, int y, int st);
42. void alt(double tft[], int n, int sc, int bess, double
    tvt[]);
43. void analog_karakt(int n, int sec1, double t[], double
    pt[], double ww, double H0, int ssec1, double Am,
    double ws, double AM, double wp, double wp1, double
    wp2, double ws1, double ws2, double AM1, double AM2,
    double Am1, double Am2);
44. void bdfsclyaz(int x, int y, int sec2, int sec3, int
    sec4, int n, double a[]);
45. void bgfsclyaz(int x, int y, int sec2, int sec3, int
    sec4, int n, double a[]);
46. void bilinear(double t[], double pol[], int n, double
    A);
47. void binom(long double *a, int n);
48. void bpassciz(int x, int y, int sec2, int sec3, int
    sec4, int n, int trf, double K);
49. void bstopciz(int x, int y, int sec2, int sec3, int
    sec4, int n, int trf, double K);
50. void carpma(int x, int y, int a, int ad); //a=1 pay;
    a=2 payda
51. void ciz_karak(int sec1, int sec2);
52. void dijdev(int x, int y, int sec1, int n);
53. void dijital_karakt(int n, int sec1, double payda[],
    double pay[], double forn, double H0, int ssec1, double
    Am, double fs, double AM, double fp, double fp1, double
    fp2, double fs1, double fs2, double AM1, double AM2,

```

```

    double Am1, double Am2, int d, double pole11[], double
    pole12[], double zero11[], double zero12[], int M);
54. void duseyok(int x, int y);
55. void gecikme(int x, int y);
56. void gerk(int x, int y, int st);
57. void grafik(void);
58. void high_donusum(int n, int sec2, int sec3, int sec4,
    double el[], double RL, double LS[], double LP[],
    double CS[], double CP[], double fp, double *yr);
59. void highciz(int x, int y, int sec2, int sec3, int
    sec4, int n, int trf, double K);
60. void hjw(double t[], int n, double *av);
61. void iir(int n, int sec1, int sec2, double t[], double
    pt[], double H0, double T, double aaz[], double bbz[],
    int mir);
62. void karakt(double bb[], double ww, double Am, double
    AM, double mx, int imp);
63. void karakt1(double bb[], double ww, double Am, double
    AM, double mx, double mn, int imp);
64. void kesikduz(int x, int y, int dx, int dy);
65. void low_donusum(int n, int sec2, int sec3, int sec4,
    double el[], double RL, double LS[], double LP[],
    double CS[], double CP[], double fp, double *yr);
66. void lowciz(int x, int y, int sec2, int sec3, int sec4,
    int n, int trf, double K);
67. void menu_kaynak(int x, int y);
68. void menu_metod(int x, int y);
69. void menu_sonlama(int x, int y);
70. void menu_tip(int x, int y);
71. void parbLC(int x, int y, int L, int C);
72. void parcap(int x, int y, int st, int C);
73. void parend(int x, int y, int st, int L);

```

```
74. void parentt(int x, int y, int st);
75. void parpkLC1(int x, int y, int L, int C);
76. void parpkLC2(int x, int y, int L, int C);
77. void parres(int x, int y, int st, int c, int par);
78. void parskLC1(int x, int y, int L, int C);
79. void parskLC2(int x, int y, int L, int C);
80. void pass_donusum(int n, double B, double Q, int sec2,
    int sec3, int sec4, double el[], double RL, double
    LS[], double LP[], double CS[], double CP[], double
    *yr);
81. void pocarp(double a[], int n, double b[], int m,
    double ab[]);
82. void pol_turev(double p[], int n, double q[]);
83. void polezero(double sa[], double sb[], int n, int pdn,
    int sec1, int sec2, double adm, int norm);
84. void polezerol(double sa[], double sb[], int n, int
    pdn, int sec1, int sec2, double adm);
85. void polyaz(int x, int y, int n, int pds, int norm);
86. void routh(double t[], int n, double el[]);
87. void serbLC(int x, int y, int L, int C, int st, int r);
88. void sercap(int x, int y, int st, int C);
89. void serend(int x, int y, int st, int L);
90. void serires(int x, int y, int st);
91. void serpkLC1(int x, int y, int st, int L, int C);
92. void serpkLC2(int x, int y, int st, int L, int C);
93. void sersLC1(int x, int y, int L, int C);
94. void sersLC2(int x, int y, int L, int C);
95. void solyatayok(int x, int y);
96. void stop_donusum(int n, double B, double Q, int sec2,
    int sec3, int sec4, double el[], double RL, double
    LS[], double LP[], double CS[], double CP[], double
    *yr);
```

```
97. void tekrarsiz_filtre(int x, int y);
98. void tipyak_secim(int secd1);
99. void toplama(int x, int y);
100. void trafo(int x, int y, int st, int b, double K);
101. void trfunc(int norm, int x, int y, double pt[],
    double t[], int n, int sec1, int sec2, double H0);
102. void yatayok(int x, int y);
103. void ygfscl yaz(int x, int y, int sec2, int sec3, int
    sec4, int n, double a[]);
```



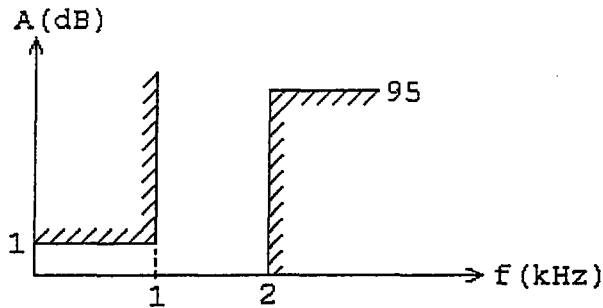
5. FİLTRE TASARIM ÖRNEKLERİ VE SONUÇLARI

Daha önce ikinci ve üçüncü bölümlerde, analog ve dijital filtrelerin tasarımına ait teorik bilgiler anlatılmıştı. Bu teorik bilgilerin ışığında hazırlanan FILCAD programına ait genel algoritma akış şemaları ise dördüncü bölümde verilmişti. Bu bölümde ise, FILCAD ile gerçekleştirilen filtre devrelerine ait örnek program sonuçları verilecektir.

5.1. Örnek 1

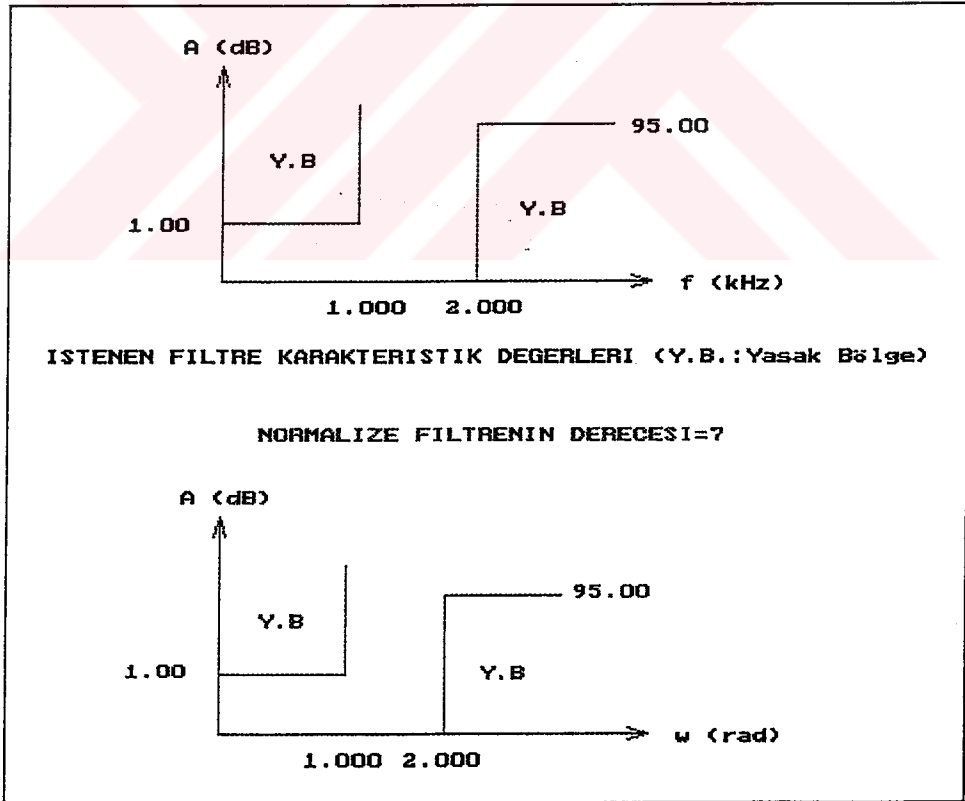
Şekil 5.1'de verilen alçak geçiren filtre geçiş karakteristiği, sonlandırma direnci $R_L=100 \Omega$ için gerçekleştirilmek istenmektedir. Filtre gerilim kaynağı ile beslenecek ve eliptik yaklaşıklık metodu kullanılacaktır.

Tasarım için FILCAD programı çalıştırıldığında, ekrana gelen ilk menüden "1. Analog Filtreler", daha sonra gelen dörtlü menüden de sırası ile "1. Alçak geçiren filtre", "3. Eliptik yaklaşıklık metodu", "2. Gerilim kaynağı ile besleme" ve "1. Tek sonlu gerçekleştirme" seçimleri yapıl-

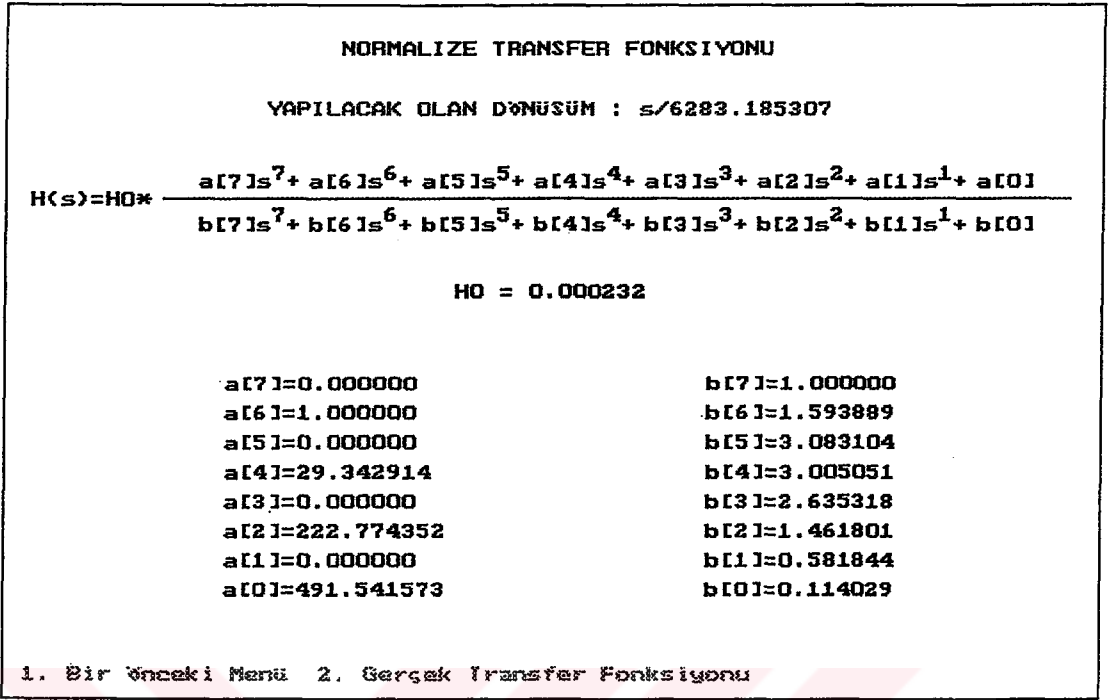


Şekil 5.1 Örnek 1'de tasarımı istenen filtreye ait zayıflama geçiş karakteristiği.

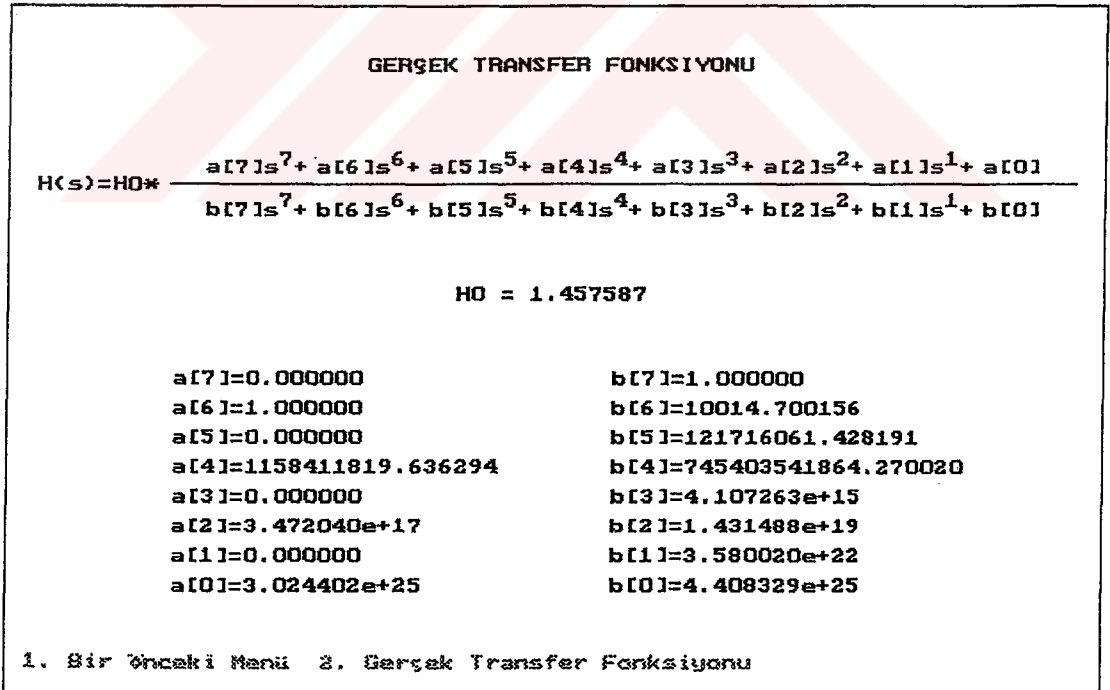
malıdır. Bu işlemler sonucu ekranda Şekil 5.2'de de gösterildiği gibi, filtrenin istenen geçiş karakteristiği, normalizasyon işlemi sonucu elde edilen karakteristik ile normalize filtrenin hesaplanan derecesi gösterilmektedir. Bu işlemden sonra gelen grafik menüsü yardımı ile, gerçekleştirilen filtreye ait sonuçlar elde edilmektedir. Bu menüden "1. Filtrenin Transfer Fonksiyonu" seçildiğinde transfer fonksiyonu ekranda, hem normalize ve hem de gerçek halleriyle gösterilmektedir. Bu durum Şekil 5.3'te görülebilir. Eğer "2. Transfer fonksiyonunun sıfır ve kutupları" seçilirse Şekil 5.4'de gösterildiği gibi normalize ve gerçek transfer fonksiyonuna ait kutup ve, sıfırlar ekranda çizdirilmektedir.



Şekil 5.2 Örnek 1'deki filtre için istenen geçiş karakteristikleri, normalize edilmiş karakteristik ve normalize edilmiş filtrenin derecesi.

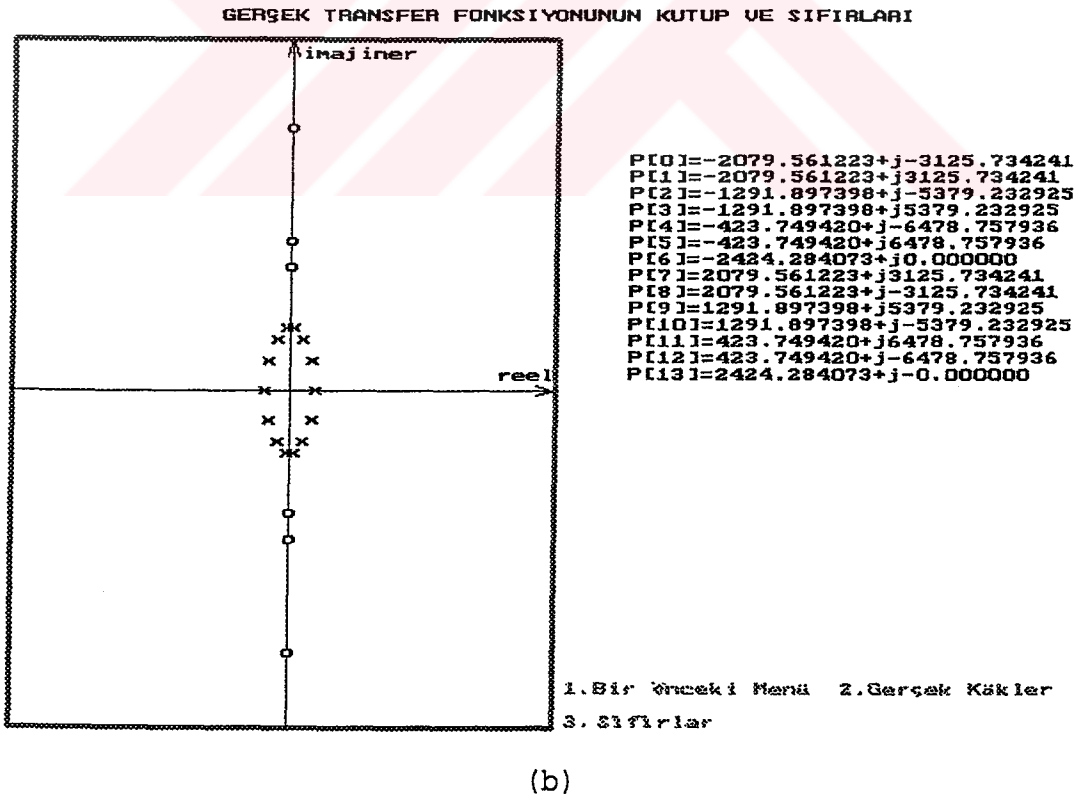
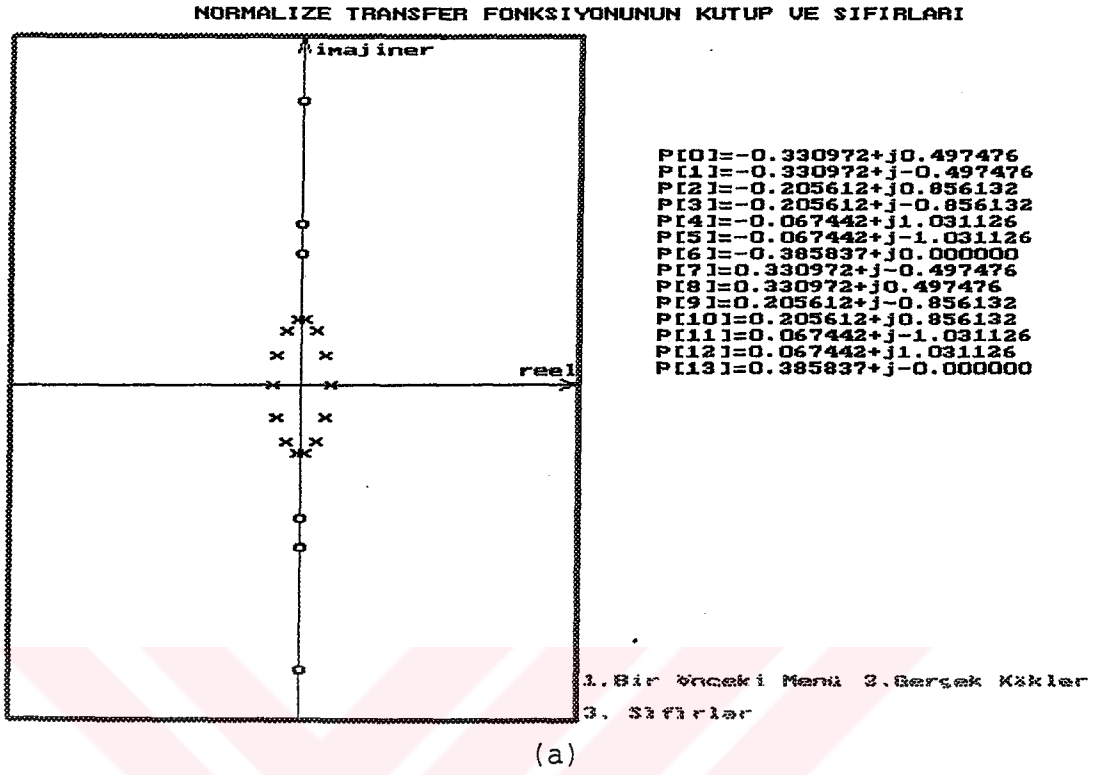


(a)



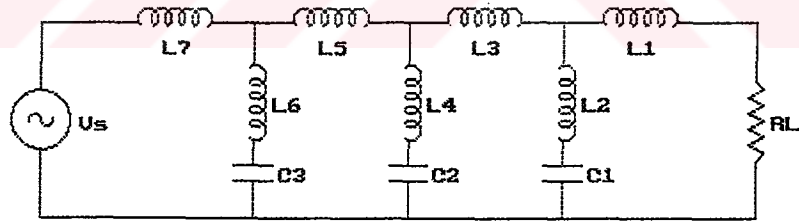
(b)

Şekil 5.3 Örnek 1’de tasarımı istenen filtreye ait transfer fonksiyonları: a) normalize, b) gerçek fonksiyonlar.



Şekil 5.4 Örnek 1'deki tasarımılanan filtreye ait transfer fonksiyonunun kutup ve sıfırları: a) normalize, b) gerçek.

Şekil 5.5'de filtrenin devre şeması verilmiştir. Daha önce Bölüm 2'de de anlatıldığı gibi filtre LC merdiven tipi (ladder) bir devre ile gerçekleştirilmiştir. Filtreye ait genel karakteristikler ile filtrenin birim darbe ve basamak cevapları "4.Filtre karakteristikleri" seçildiğinde elde edilir. Buna göre filtrenin zayıflama karakteristiği Şekil 5.6.a'da gösterildiği gibi bulunmuştur. Görüldüğü gibi durdurma bandında karakteristik eğri, yasak bölgenin içine girmektedir. Ancak bu durum yaklaşık 0.0002 dB'lik bir ihlaldir ve rahatlıkla ihmal edilebilir. Bu nedenle yapılan tasarım işlemi hatalıdır denilemez. Zayıflama karakteristiği için istenen bir frekans bölgesinde ayrıntılı görüntü elde etme imkanı mevcuttur. Şekil 5.6.b'de geçirme bandı için ölçeklenmiş yeni karakteristik eğrisi verilmiştir. Filtreye ait faz ve gecikme karakteristikleri, birim darbe ve birim basamak cevapları da sırası ile Şekil 5.7,8,9 ve 10'da verilmiştir.

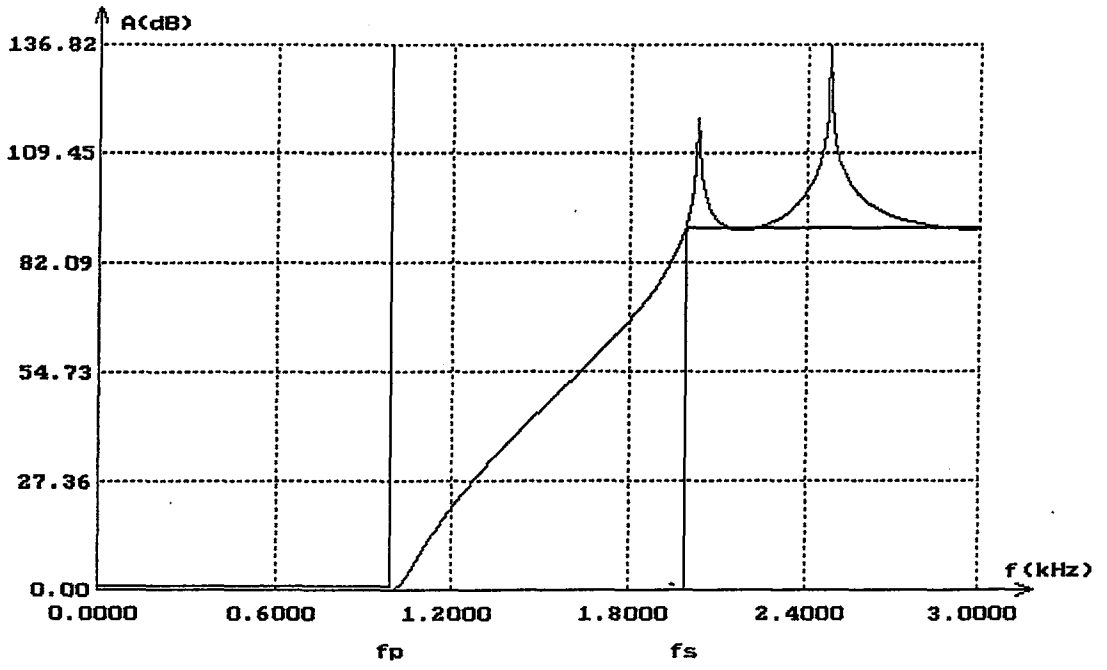


$$R_L = 100.000 \text{ ohm}$$

$L1 = 6.739469 \text{ mH}$	$C1 = 1.624831 \text{ }\mu\text{F}$
$L2 = 3.729506 \text{ mH}$	$C2 = 2.518192 \text{ }\mu\text{F}$
$L3 = 23.496041 \text{ mH}$	$C3 = 2.721352 \text{ }\mu\text{F}$
$L4 = 1.621942 \text{ mH}$	
$L5 = 27.502507 \text{ mH}$	
$L6 = 490.898926 \text{ }\mu\text{H}$	
$L7 = 23.472279 \text{ mH}$	

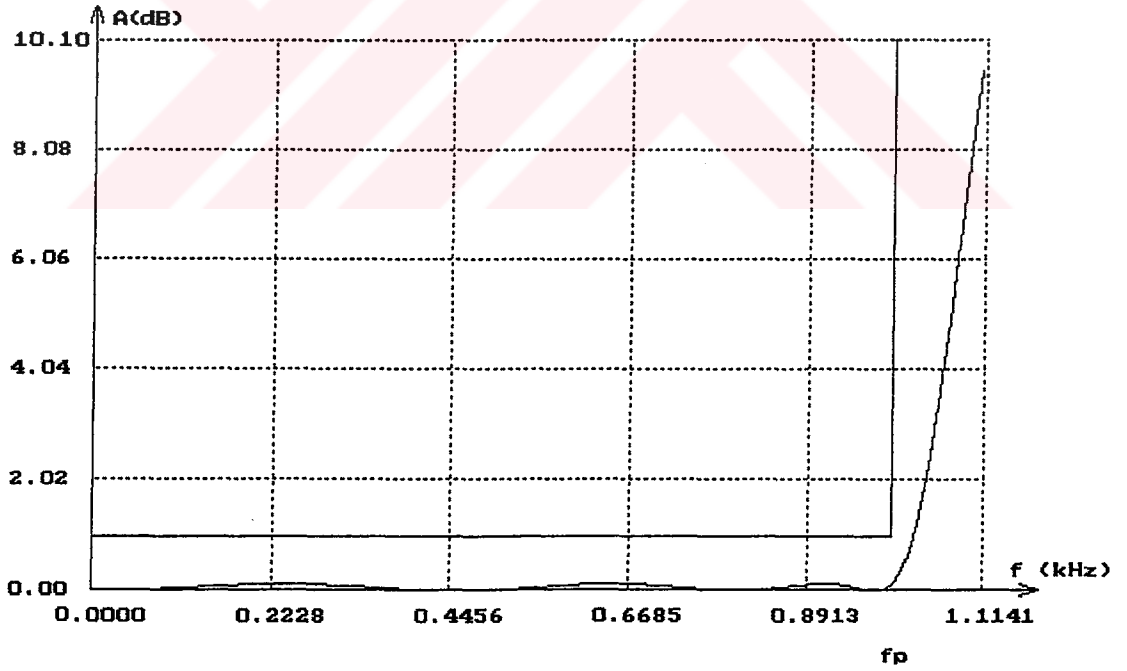
1. Bir Önceki Menü

Şekil 5.5 Örnek 1'deki filtreye ait devre şeması ve eleman değerleri.



1-Frekans Bölgesinde Ayrıntılı Görünüm
2-Bir Sonraki Adım

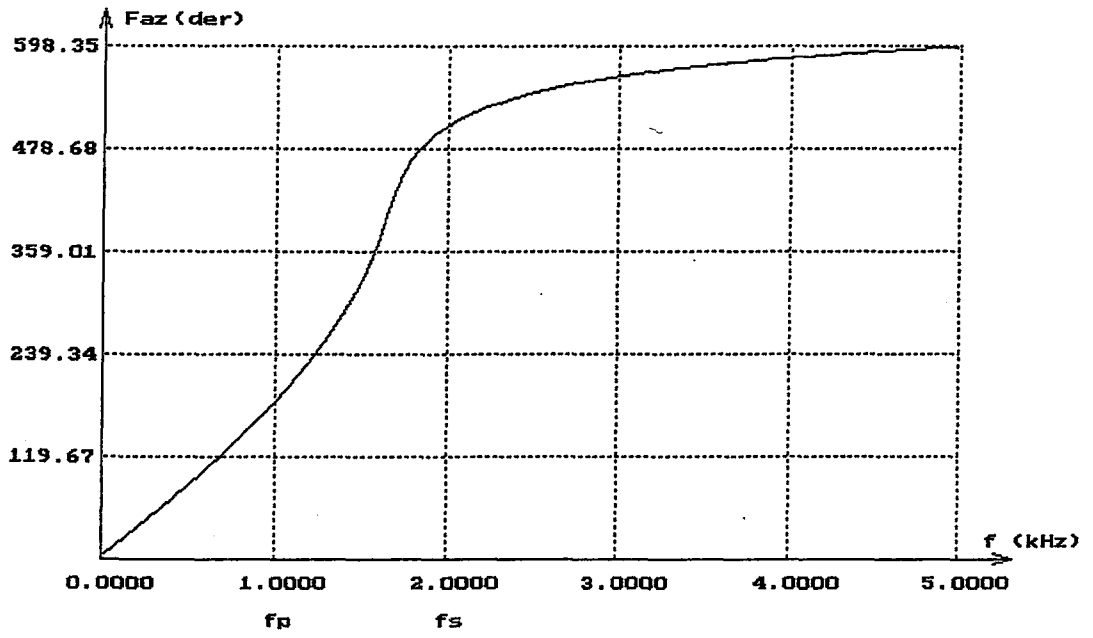
(a)



1-Frekans Bölgesinde Ayrıntılı Görünüm
2-Bir Sonraki Adım

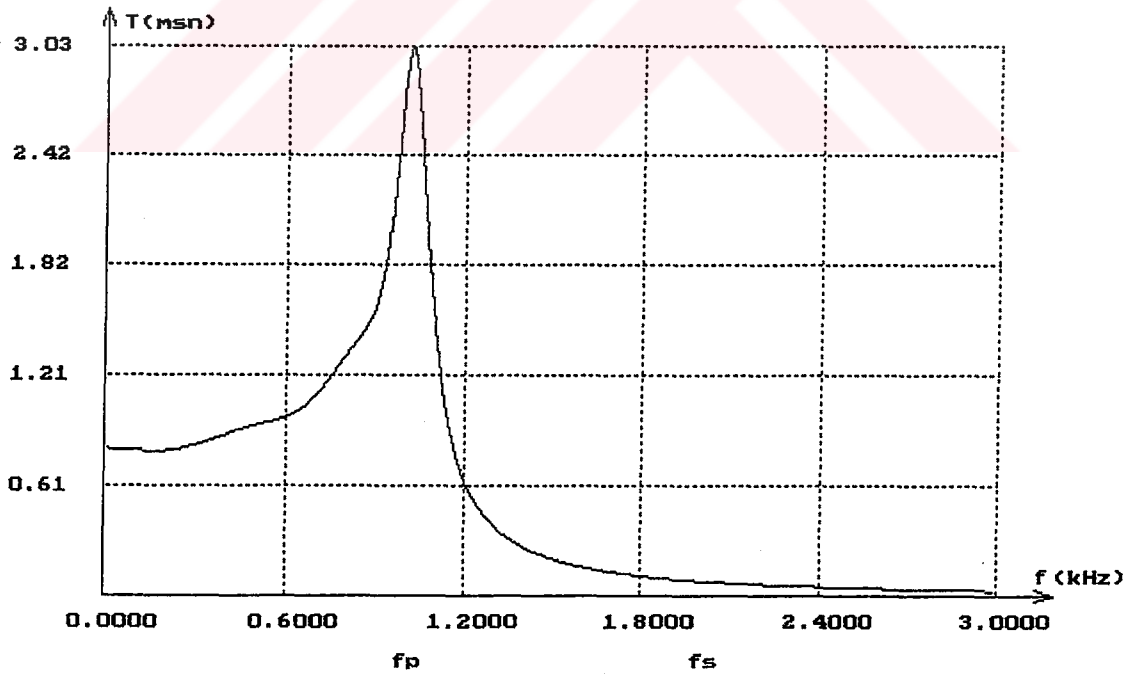
(b)

Şekil 5.6 Örnek 1'de tasarımılanan filtreye ait zayıflama karakteristikleri: a) 0-3 kHz, b) 0-1.11 kHz arası ölçekleme.



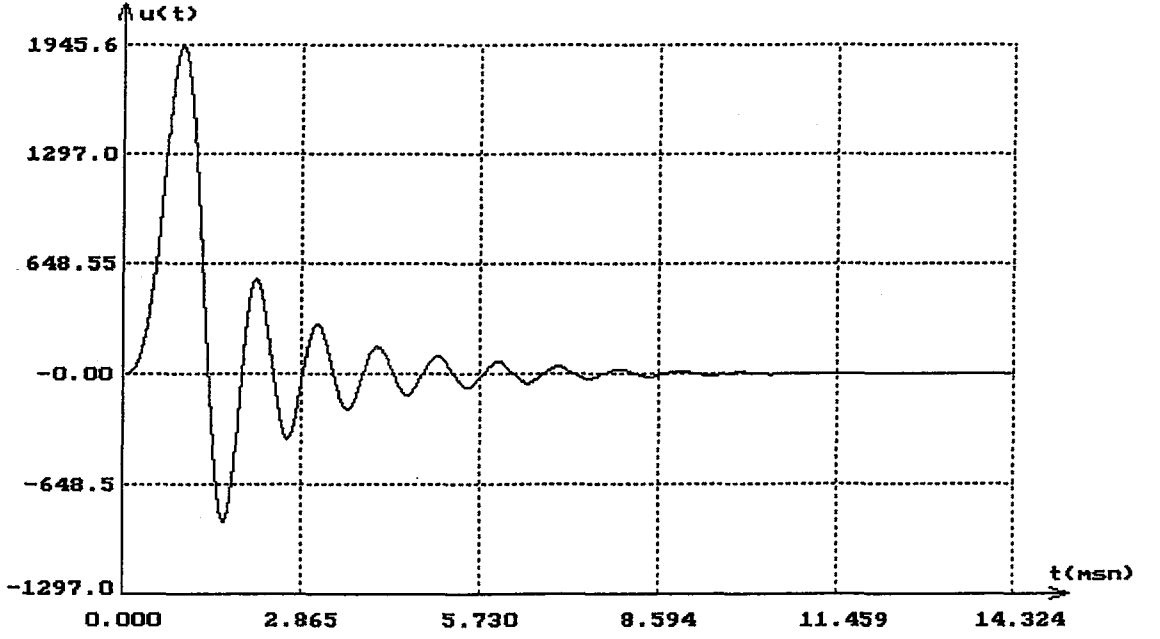
1.Bir Önceki Menü

Şekil 5.7 Örnek 1'de tasarımılanan filtreye ait faz karakteristiği.



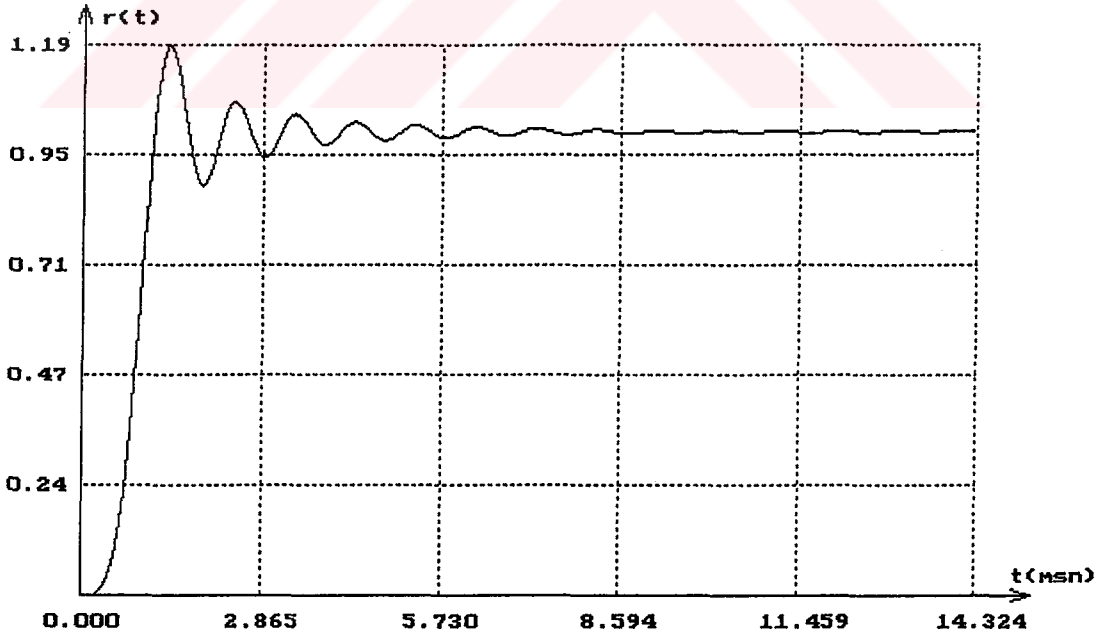
1.Bir Önceki Menü

Şekil 5.8 Örnek 1'de tasarımılanan filtreye ait gecikme karakteristiği.



1.Bir Önceki Menü

Şekil 5.9 Örnek 1'de tasarımılanan filtreye ait birim darbe cevabı.



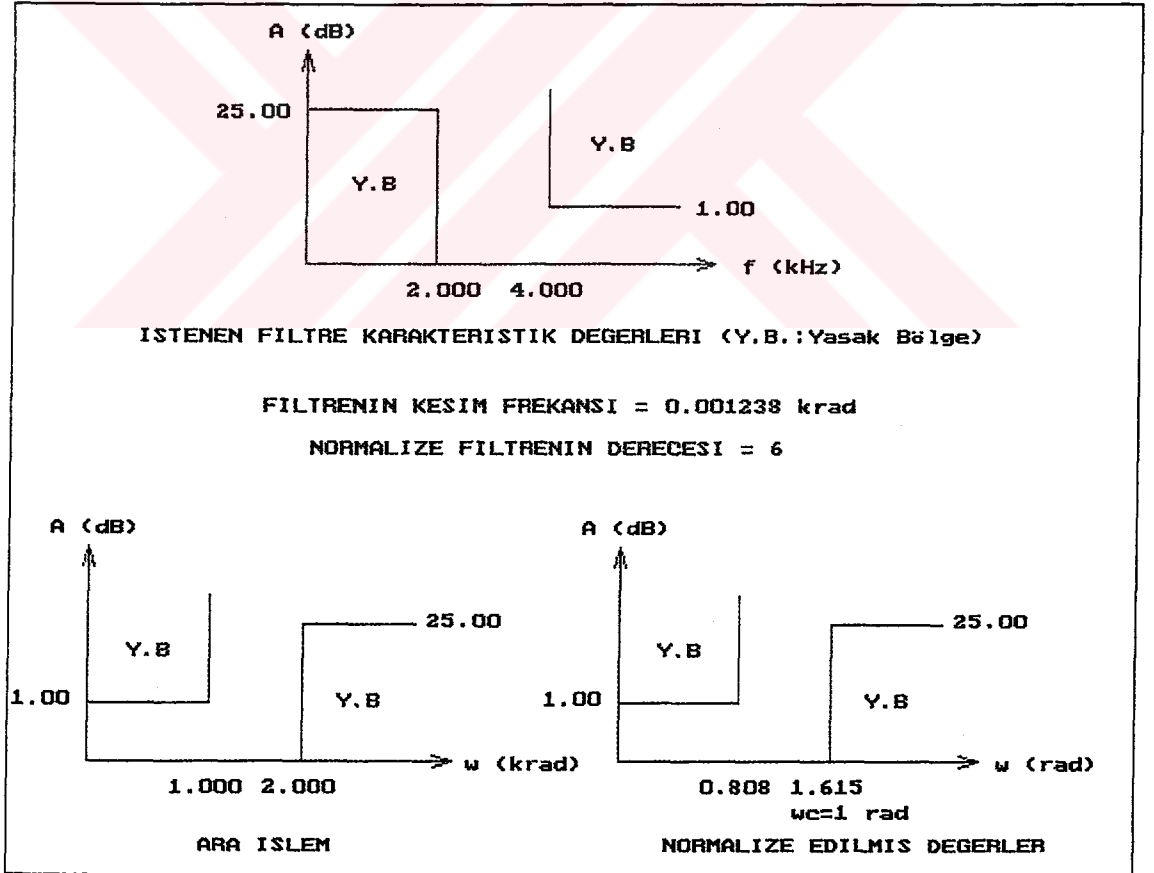
1.Bir Önceki Menü

Şekil 5.10 Örnek 1'de tasarımılanan filtreye ait birim basamak cevabı.

5.2. Örnek 2

$A_M=1$ dB, $A_m=25$ dB, $f_p=4$ kHz, $f_s=2$ kHz, $R_s=500 \Omega$ ve $R_L=1$ k Ω şartlarını sağlayacak bir yüksek geçiren filtre tasarımı gerçekleştirilmek istenmektedir. Filtre akım kaynağı ile beslenecek ve Butterworth yaklaşıklık metodu kullanılacaktır.

İstenen geçiş karakteristikleri Şekil 5.11'de görülmektedir. Tasarım için FILCAD programı çalıştırıldığında ekrana gelen ilk menüden "1. Analog Filtreler", daha sonra gelen dördümlü menüden de sırası ile



Şekil 5.11 Örnek 2'deki filtre için geçiş karakteristikleri: normalize edilmiş karakteristik, ara işlem ve normalize edilmiş filtrenin derecesi.

"2. Yüksek geçiren filtre", "1. Butterworth yaklaşıklık metodu", "1. Akım kaynağı ile besleme" ve "2. Çift sonlu gerçekleştirme" seçimleri yapılmalıdır. Bu işlemler sonucu ekranda Şekil 5.11'de de gösterildiği gibi filtrenin istenen geçiş karakteristiği, normalizasyon işlemi sonucu elde edilen karakteristik ile normalize filtrenin hesaplanan derecesi gösterilmektedir. Görüldüğü gibi tasarım işlemi iki adımda gerçekleşmektedir. İlk adımda filtre, alçak geçiren filtreye dönüştürülür, ikinci adımda ise merkez frekansı 1 rad/s olacak şekilde dönüşüm işlemi yapılır.

Tasarım işlemine ait her adım için elde edilen normalize, ara işlem ve gerçek transfer fonksiyonları Şekil 5.12'de verilmiştir. Buna göre transfer fonksiyonunun kutup ve sıfırları, hem normalize ve hem de gerçek değerleri ile Şekil 5.13'te gösterilmiştir.

Filtre, hem kaynak, hem de yük direnci ile Şekil 5.14'de verildiği gibi iki taraftan sonlandırılmıştır. Bunun için önce transfer fonksiyonu elde edilmiş, daha sonra elde edilen bu transfer fonksiyonu yardımı ile yansıma fonksiyonu ($\rho(s)$) bulunmuştur. Devre akım kaynağı ile beslendiği için son olarak $Y_{in}(s)$ hesaplanmış ve Bölüm 2.3'de anlatılan 1. Cauer gerçekleştirme metodu kullanılarak filtre devresi gerçekleştirilmiştir. Eğer devre sadece $R_L=1 \text{ k}\Omega$ ile tek taraftan sonlandırılmak istense idi, yalnızca transfer fonksiyonunun bulunması yeterli olacaktı. Bu şekilde elde edilen filtre devresi de Şekil 5.15'deki gibi olacaktı.

Filtreye ait bazı karakteristikler; zayıflama, gecikme ve birim darbe cevabı sırası ile Şekil 5.16, 17 ve 18'de gösterilmiştir.

NORMALIZE TRANSFER FONKSİYONU

YAPILACAK OLAN DÖNÜŞÜM : $s/1.238258$

$$H(s) = \frac{H_0}{b[6]s^6 + b[5]s^5 + b[4]s^4 + b[3]s^3 + b[2]s^2 + b[1]s^1 + b[0]}$$

$$H_0 = 1.000000$$

$$b[6] = 1.000000$$

$$b[5] = 3.863703$$

$$b[4] = 7.464102$$

$$b[3] = 9.141620$$

$$b[2] = 7.464102$$

$$b[1] = 3.863703$$

$$b[0] = 1.000000$$

1. Bir Önceki Menü 2. Ara İşlem 3. Gerçek Transfer Fonksiyonu

(a)

ARA İŞLEM

YAPILACAK OLAN DÖNÜŞÜM : $25132.741228/s$

$$H(s) = \frac{H_0}{b[6]s^6 + b[5]s^5 + b[4]s^4 + b[3]s^3 + b[2]s^2 + b[1]s^1 + b[0]}$$

$$H_0 = 3.604689$$

$$b[6] = 1.000000$$

$$b[5] = 4.784263$$

$$b[4] = 11.444587$$

$$b[3] = 17.356296$$

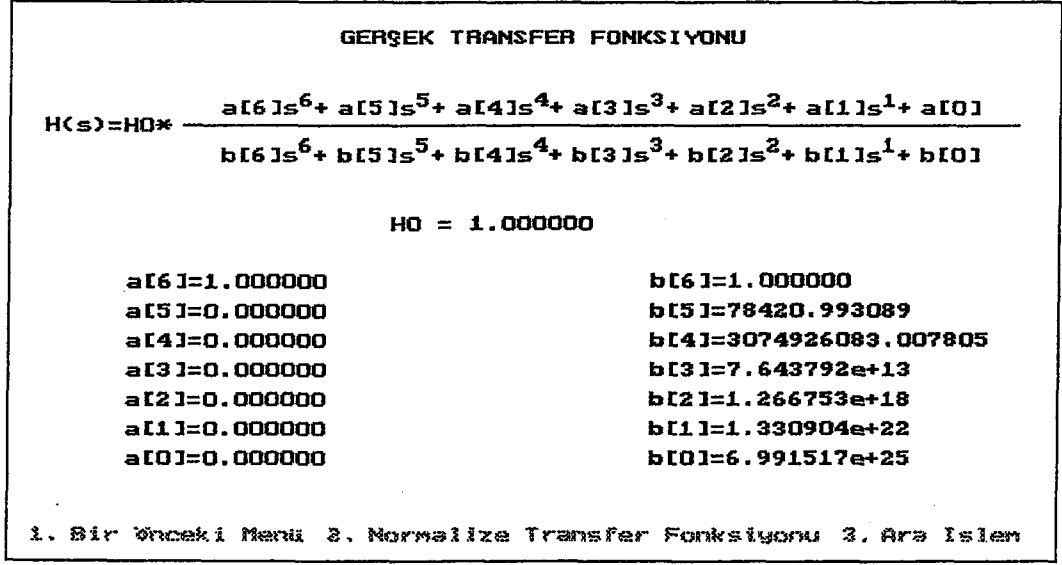
$$b[2] = 17.547801$$

$$b[1] = 11.247609$$

$$b[0] = 3.604689$$

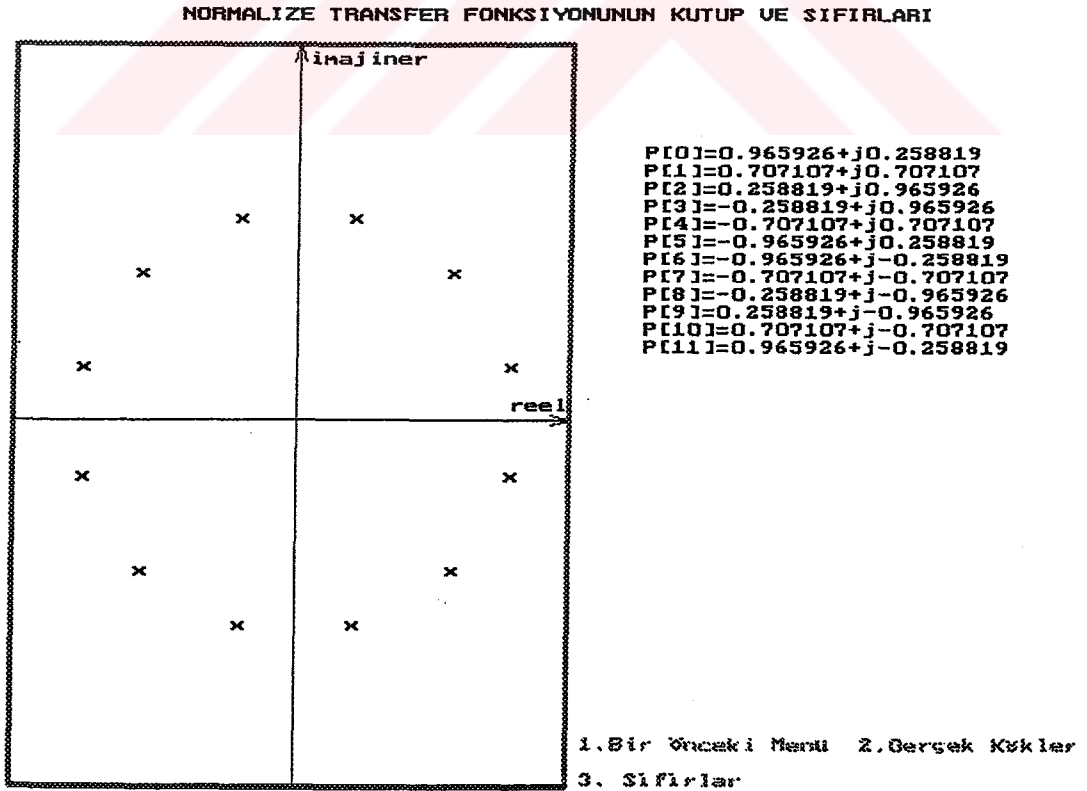
1. Bir Önceki Menü 2. Normalize Tr Fonk 3. Gerçek Tr Fonk

(b)



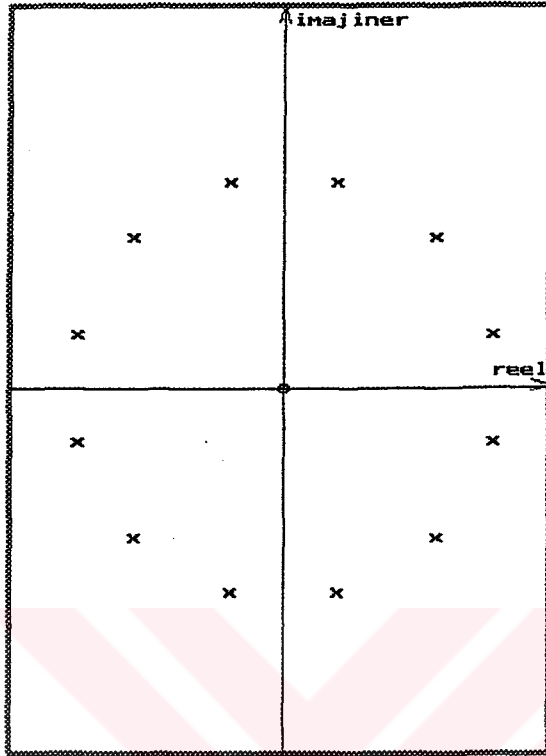
(c)

Şekil 5.12 Örnek 2'deki tasarımılanan filtreye ait transfer fonksiyonları: a) normalize, b) ara işlem, c) gerçek fonksiyonlar.



(a)

GERÇEK TRANSFER FONKSİYONUNUN KUTUP VE SIFIRLARI

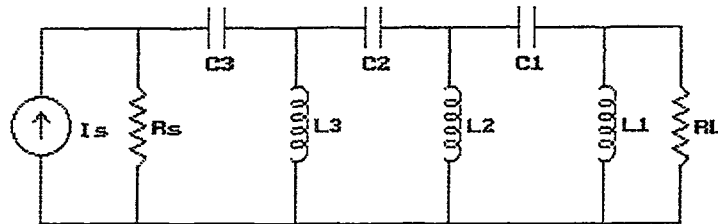


P[0]= -14352.037827+j-14352.037905
 P[1]= -14352.037827+j14352.037905
 P[2]= -5253.210414+j-19605.248332
 P[3]= -5253.210414+j19605.248332
 P[4]= -19605.248304+j5253.210520
 P[5]= -19605.248304+j-5253.210520
 P[6]= 14352.037827+j14352.037905
 P[7]= 14352.037827+j-14352.037905
 P[8]= 5253.210414+j19605.248332
 P[9]= 5253.210414+j-19605.248332
 P[10]= 19605.248304+j-5253.210520
 P[11]= 19605.248304+j5253.210520

1. Bir Önceki Menü 2. Gerçek Kökler
 3. Sıfırlar

(b)

Şekil 5.13 Örnek 2'deki filtreye ait transfer fonksiyonunun kutupları: a) normalize, b) gerçek.



$R_s = 0.500 \text{ kohm}$

$R_L = 1.000 \text{ kohm}$

$L_1 = 174.434585 \text{ mH}$

$C_1 = 59.606167 \text{ nF}$

$L_2 = 37.653372 \text{ mH}$

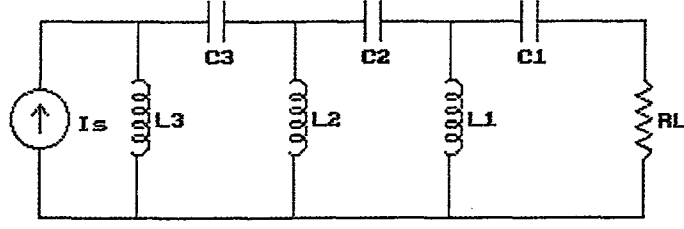
$C_2 = 29.251023 \text{ nF}$

$L_3 = 26.142901 \text{ mH}$

$C_3 = 31.850395 \text{ nF}$

1. Bir Önceki Menü

Şekil 5.14 Örnek 2'de tasarımılanan filtreye ait çift taraftan sonlandırılmış devre şeması ve eleman değerleri.

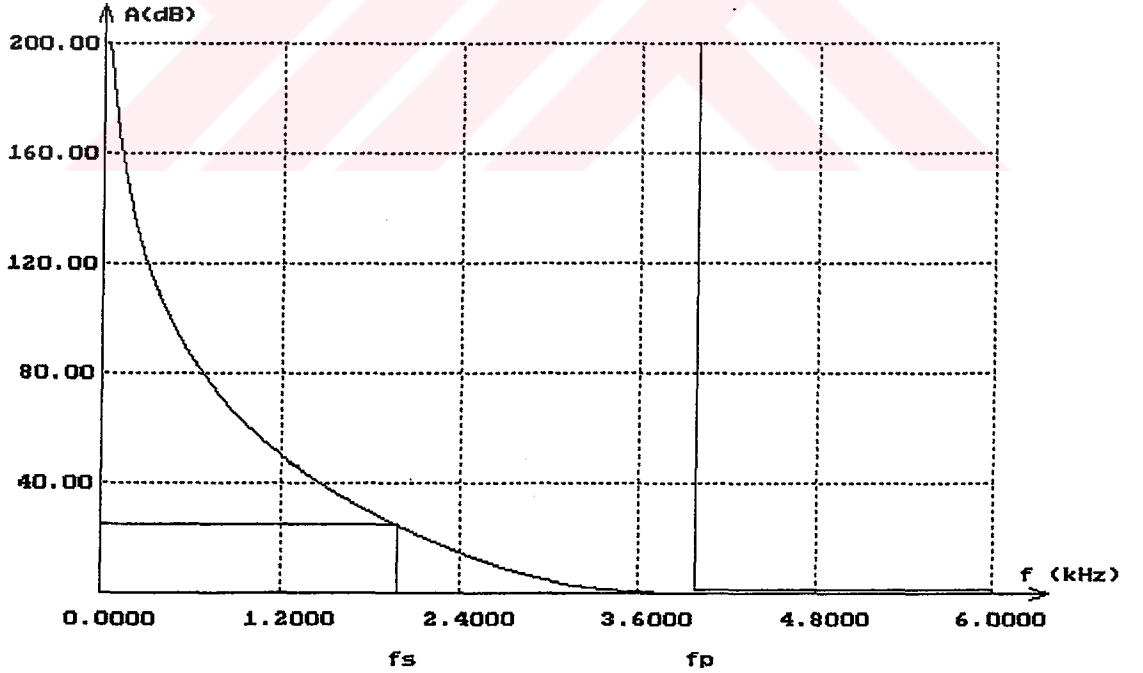


$R_L = 500.000 \text{ ohm}$

$C1 = 380.719564 \text{ nF}$	$L1 = 32.504537 \text{ mH}$
$C2 = 82.003305 \text{ nF}$	$L2 = 15.863315 \text{ mH}$
$C3 = 56.009299 \text{ nF}$	$L3 = 15.863315 \text{ mH}$

1. Bir Önceki Menü

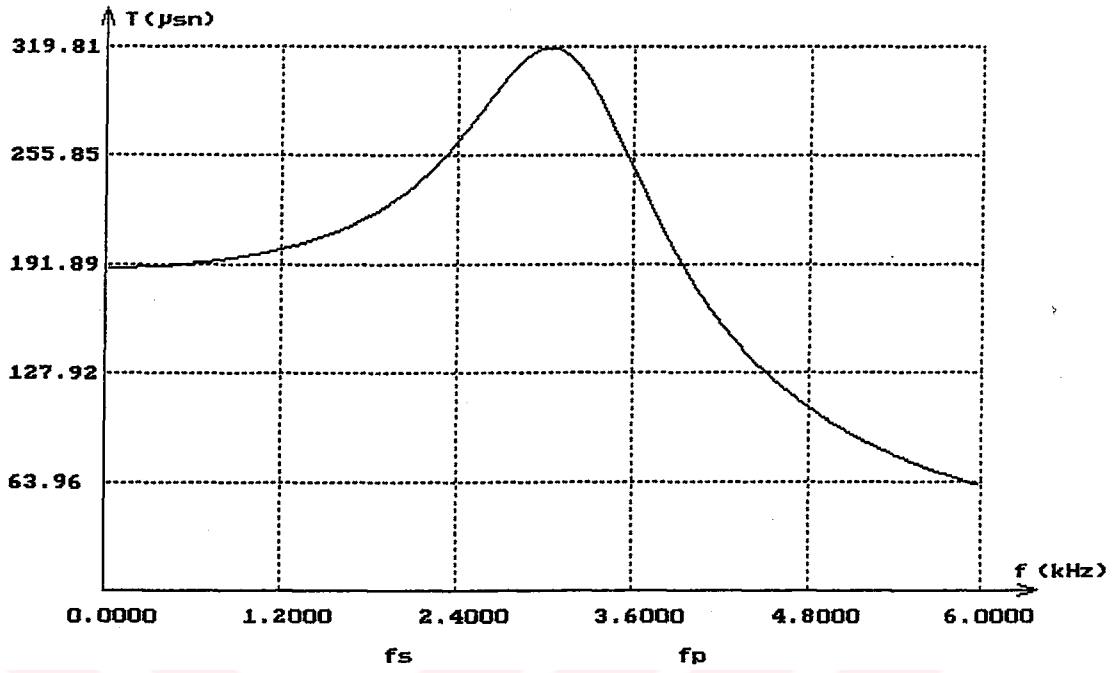
Şekil 5.15 Örnek 2'de tasarımılanan filtreye ait tek taraftan sonlandırılmış devre şeması ve eleman değerleri.



1-Frekans Bölgesinde Ayrıntılı Görünüm

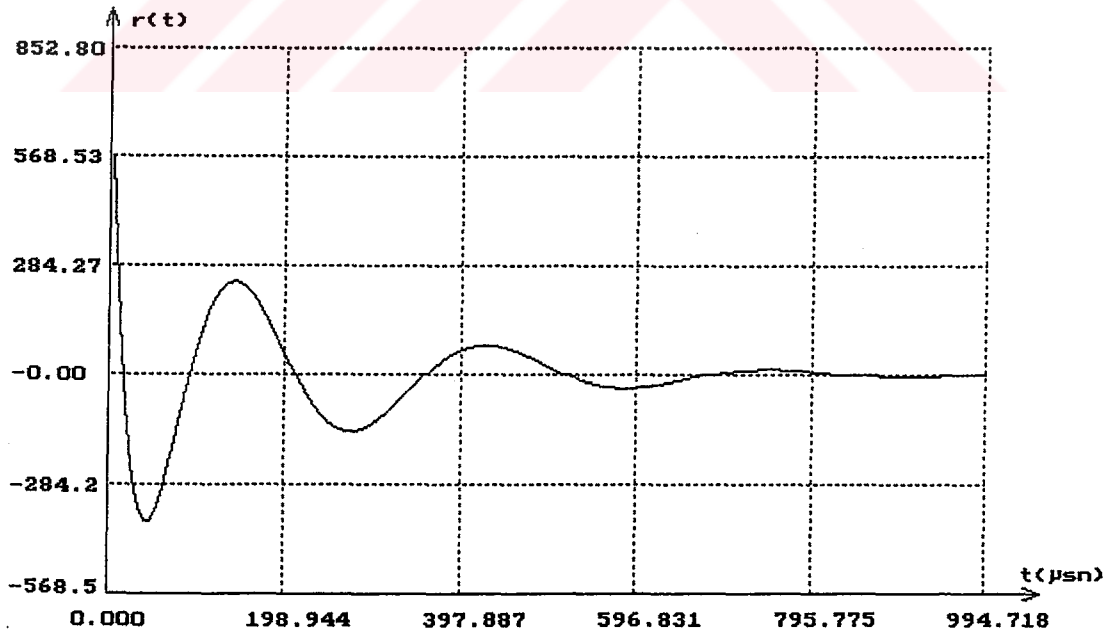
2-Bir Sonraki Adım

Şekil 5.16 Örnek 2'de tasarımılanan filtreye ait zayıflama karakteristiği.



1. Bir Önceki Menü

Şekil 5.17 Örnek 2'de tasarımılanan filtreye ait gecikme karakteristiği.



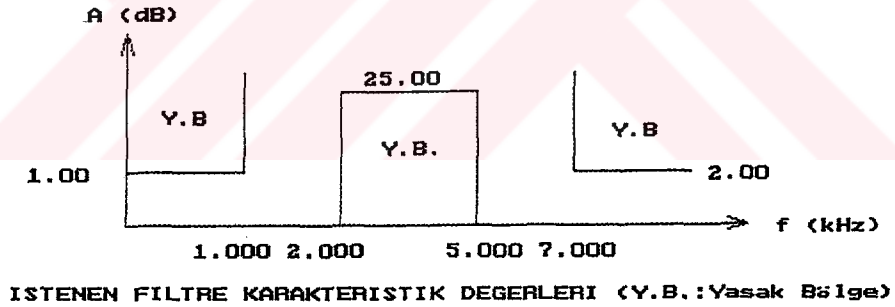
1. Bir Önceki Menü

Şekil 5.18 Örnek 2'de tasarımılanan filtreye ait birim darbe cevabı.

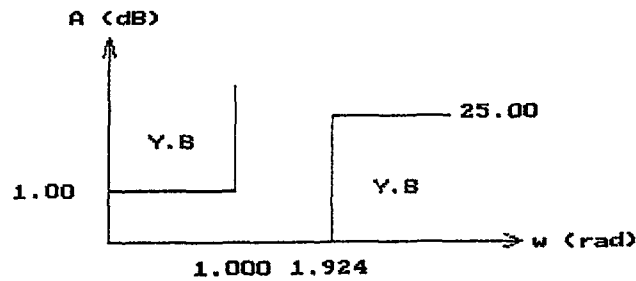
5.3. Örnek 3

Şekil 5.19'da gerçek ve normalize edilmiş hali verilen dijital filtre, Chebyshev yaklaşıklık metodu ile bilineer dönüşüm metodu kullanarak $f_s=30$ kHz için tasarımılanmıştır.

Tasarım için FILCAD programı çalıştırıldığında ilk menüden "2. Dijital Filtreler" ile "1. Tekrarlı Filtreler", daha sonra gelen ikili menüden de sırası ile "4. Band Durduran filtre", "2. Chebyshev yaklaşıklık metodu" seçimleri yapılmalıdır. Tasarım işlemi için Bölüm 3.5'te de anlatıldığı gibi ilk önce analog $H_A(s)$ transfer fonksiyonu bulunmuş ve bilineer dönüşüm metodu yardımı ile dijital transfer fonksiyonu elde edilmiştir. Buna göre Şekil 5.20'de analog ve dijital transfer fonksiyonları, Şekil 5.21'de ise filtreye ait devre şeması verilmiştir.



NORMALIZE FİLTRENİN DERECESESİ=4
NORMALIZE FİLTRE İÇİN $\epsilon = 0.385611$



Şekil 5.19 Örnek 3'deki filtre için istenen geçiş karakteristikleri, normalize edilmiş karakteristik ve normalize edilmiş filtrenin derecesi.

ANALOG TRANSFER FONKSİYONU

$$H(s)=H_0 \frac{a[8]s^8+a[7]s^7+\dots+a[1]s+a[0]}{b[8]s^8+b[7]s^7+\dots+b[1]s+b[0]}$$

H₀ = 0.124178

a[8]=1.000000	b[8]=1.000000
a[7]=0.000000	b[7]=129520.269860
a[6]=1362762410.390417	b[6]=12108533742.214615
a[5]=0.000000	b[5]=4.860917e+14
a[4]=6.964205e+17	b[4]=2.294170e+19
a[3]=0.000000	b[3]=1.656069e+23
a[2]=1.581760e+26	b[2]=1.405439e+27
a[1]=0.000000	b[1]=5.121748e+30
a[0]=1.347227e+34	b[0]=1.347227e+34

1. Bir Önceki Menü 2. Dijital Transfer Fonksiyonu

(a)

DIJİTAL TRANSFER FONKSİYONU

$$H(z)=H_0 \frac{a[8]z^8+a[7]z^7+\dots+a[1]z+a[0]}{b[8]z^8+b[7]z^7+\dots+b[1]z+b[0]}$$

H₀ = 0.124178

a[8]=1.000000	b[8]=1.000000
a[7]=-6.616727	b[7]=-3.554834
a[6]=20.417905	b[6]=5.544805
a[5]=-37.955649	b[5]=-5.620542
a[4]=46.323244	b[4]=4.328114
a[3]=-37.955649	b[3]=-2.288795
a[2]=20.417905	b[2]=0.850562
a[1]=-6.616727	b[1]=-0.400160
a[0]=1.000000	b[0]=0.142752

1. Bir Önceki Menü 2. Analog Transfer Fonksiyonu

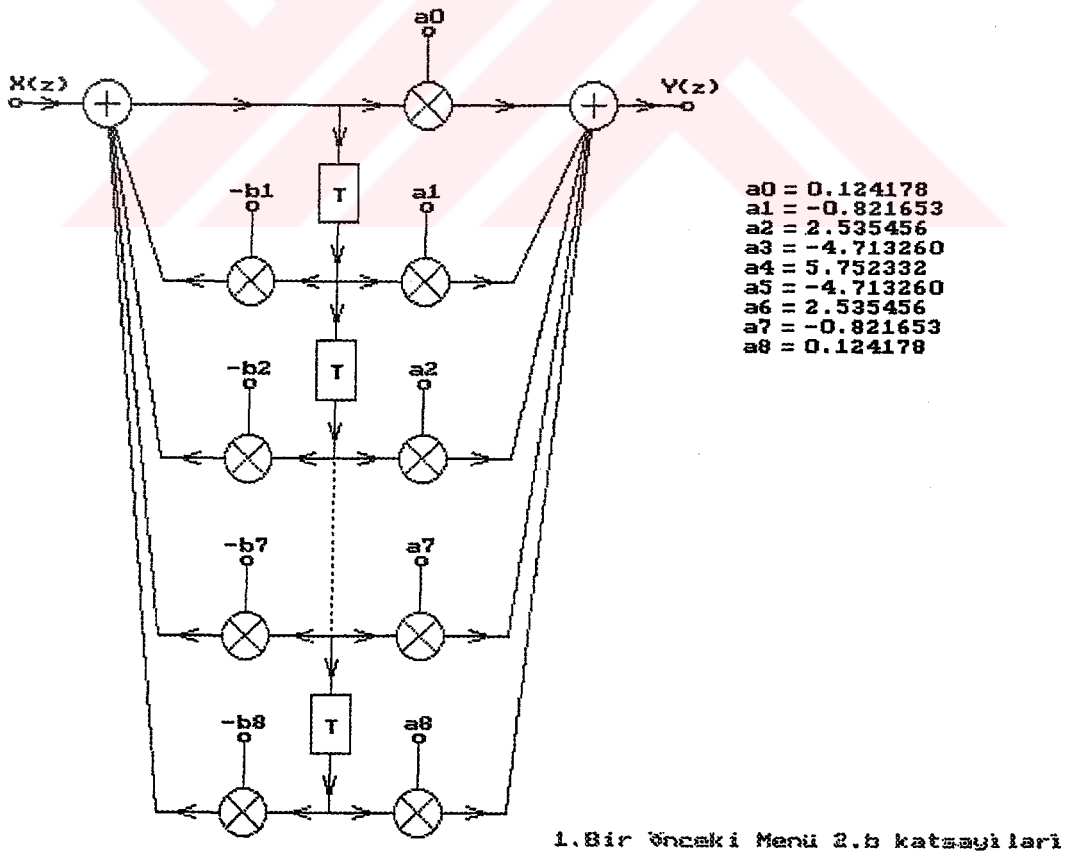
(b)

Şekil 5.20 Örnek 3'deki tasarımılanan filtreye ait transfer fonksiyonları: a) analog, b) dijital transfer fonksiyonu .

Filtre devresi Bölüm 3.8'de anlatılan kanonik gerçekleştirme metodu ile gerçekleştirilmiştir.

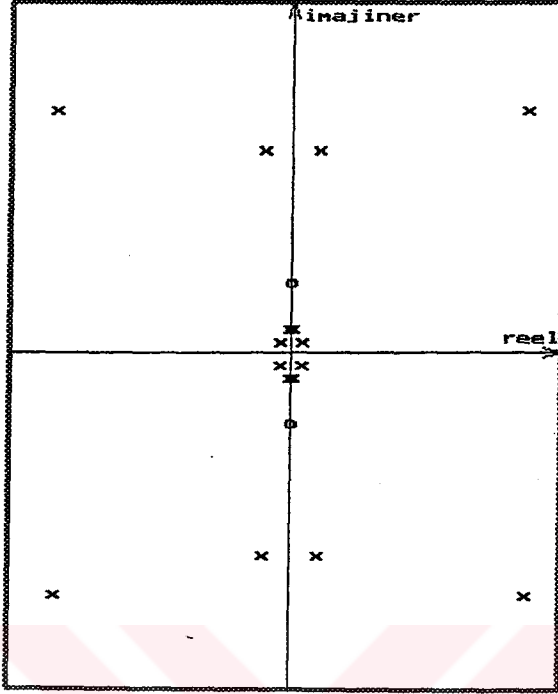
Şekil 5.22'de ise filtre transfer fonksiyonlarına ait sıfır-kutup şemaları verilmiştir. Dikkat edilirse s -düzleminde sol yarı düzlemde bulunan kutup ve sıfırlar z -düzleminde birim çemberin üzerinde veya içinde kalmıştır. Bu, yapılan dönüşüm işleminin filtrenin kararlılığını bozmadığını göstermektedir. Şekil 5.23'de verilen zayıflama karakteristiğine ait birinci geçirme bandı için ölçekleme yapıldığında Şekil 5.24'te gösterilen karakteristik bulunmuştur.

Filtreye ait faz ve gecikme karakteristikleri ise sırası ile Şekil 5.25 ve 5.26'da verilmiştir.



Şekil 5.21 Örnek 3'de tasarımılanan filtreye ait dijital devre şeması ve çarpan değerleri.

ANALOG TRANSFER FONKSİYONUNUN KUTUP VE SIFIRLARI

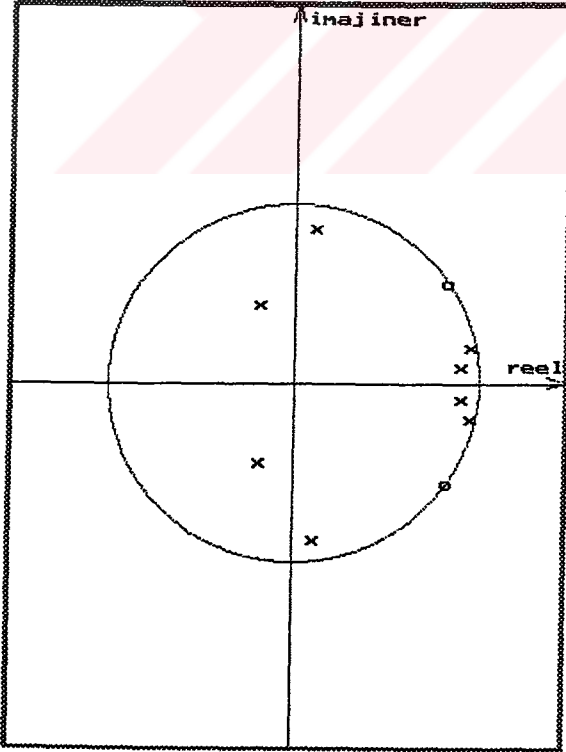


$Z[0]=0.760193+j-18458.566252$
 $Z[1]=0.760193+j18458.566252$
 $Z[2]=-0.760097+j-18457.045763$
 $Z[3]=-0.760097+j18457.045763$
 $Z[4]=0.760197+j-18457.045862$
 $Z[5]=0.760197+j18457.045862$
 $Z[6]=-0.760292+j18458.566152$
 $Z[7]=-0.760292+j-18458.566152$
 $Z[8]=0.760193+j-18458.566252$
 $Z[9]=0.760193+j18458.566252$
 $Z[10]=-0.760097+j-18457.045763$
 $Z[11]=-0.760097+j18457.045763$
 $Z[12]=0.760197+j-18457.045862$
 $Z[13]=0.760197+j18457.045862$
 $Z[14]=-0.760292+j18458.566152$
 $Z[15]=-0.760292+j-18458.566152$

1. Bir Vnccki Menü 2. Kutuplar
3. Dijital sıfır-kutup

(a)

DİJİTAL TRANSFER FONKSİYONUNUN KUTUP VE SIFIRLARI

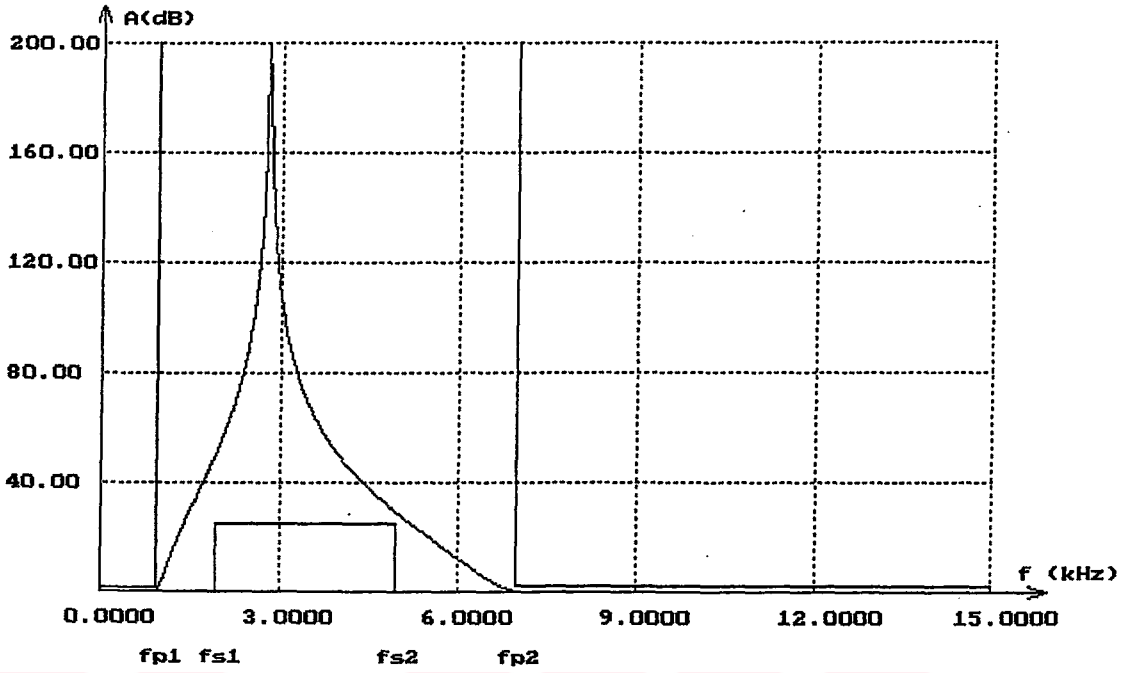


$Z[0]=0.826500+j-0.562640$
 $Z[1]=0.826500+j0.562640$
 $Z[2]=0.826518+j-0.561477$
 $Z[3]=0.826518+j0.561477$
 $Z[4]=0.827404+j0.561306$
 $Z[5]=0.827404+j-0.561306$
 $Z[6]=0.826331+j-0.561755$
 $Z[7]=0.826331+j0.561755$

1. Bir Vnccki Menü 2. Kutuplar
3. Analog sıfır-kutup

(b)

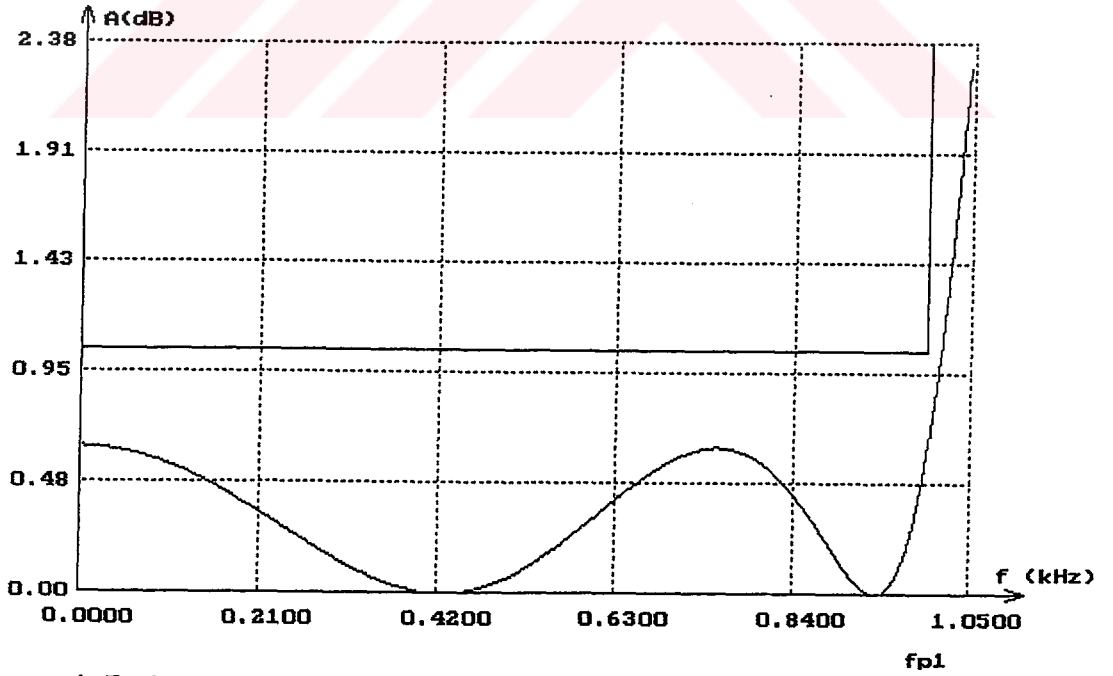
Şekil 5.22 Örnek 3 için transfer fonksiyonunun kutup ve sıfırları: a) normalize, b) gerçek.



1-Frekans Bölgesinde Ayrıntılı Görünüm

2-Bir Sonraki Adım

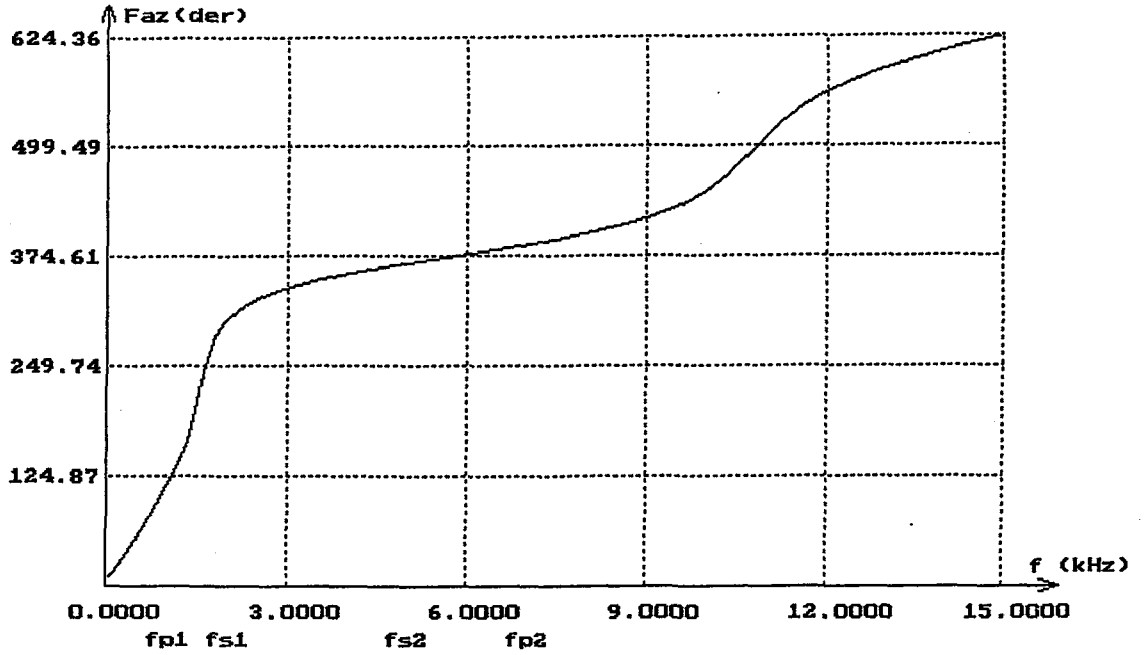
Şekil 5.23 Örnek 3'de tasarımılanan filtreye ait zayıflama karakteristiği.



1-Frekans Bölgesinde Ayrıntılı Görünüm

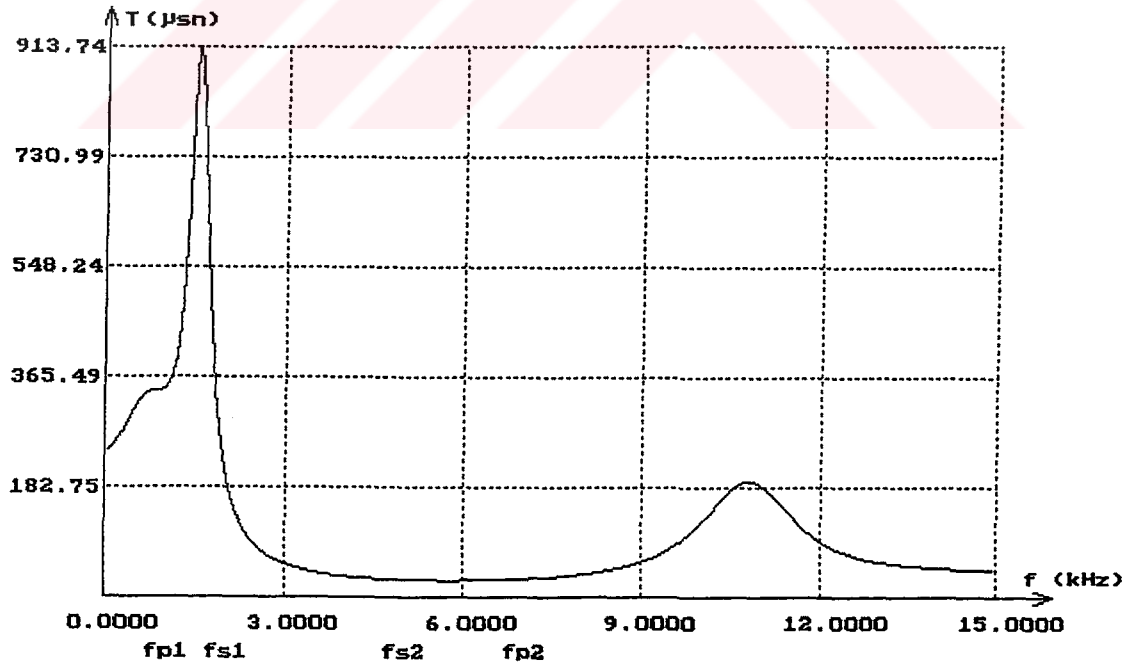
2-Bir Sonraki Adım

Şekil 5.24 Örnek 3'de tasarımılanan filtreye ait 0-1.05 kHz arası ölçeklenmiş zayıflama karakteristiği.



1. Bir Önceki Menü

Şekil 5.25 Örnek 3'de tasarımılanan filtreye ait faz karakteristiği.



1. Bir Önceki Menü

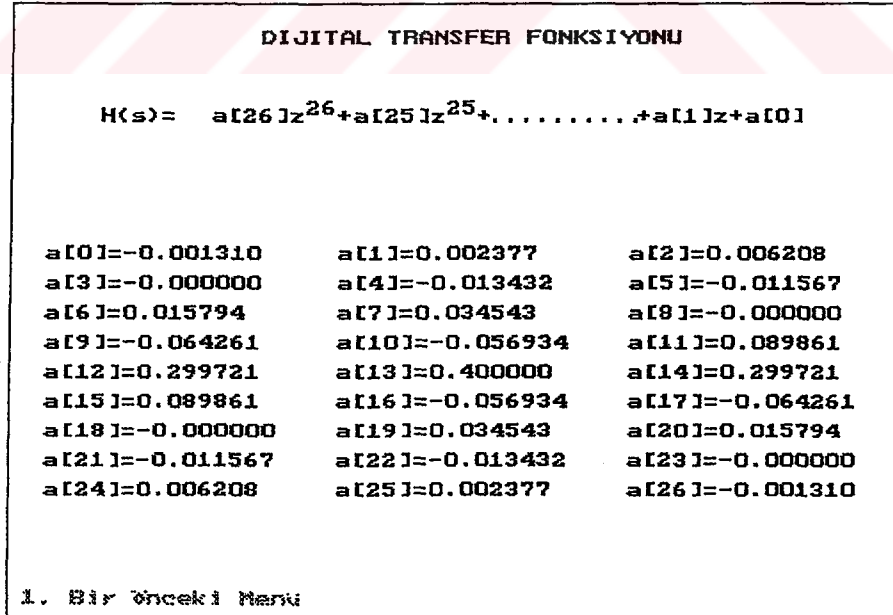
Şekil 5.26 Örnek 3'de tasarımılanan filtreye ait gecikme karakteristiği.

5.4. Örnek 4

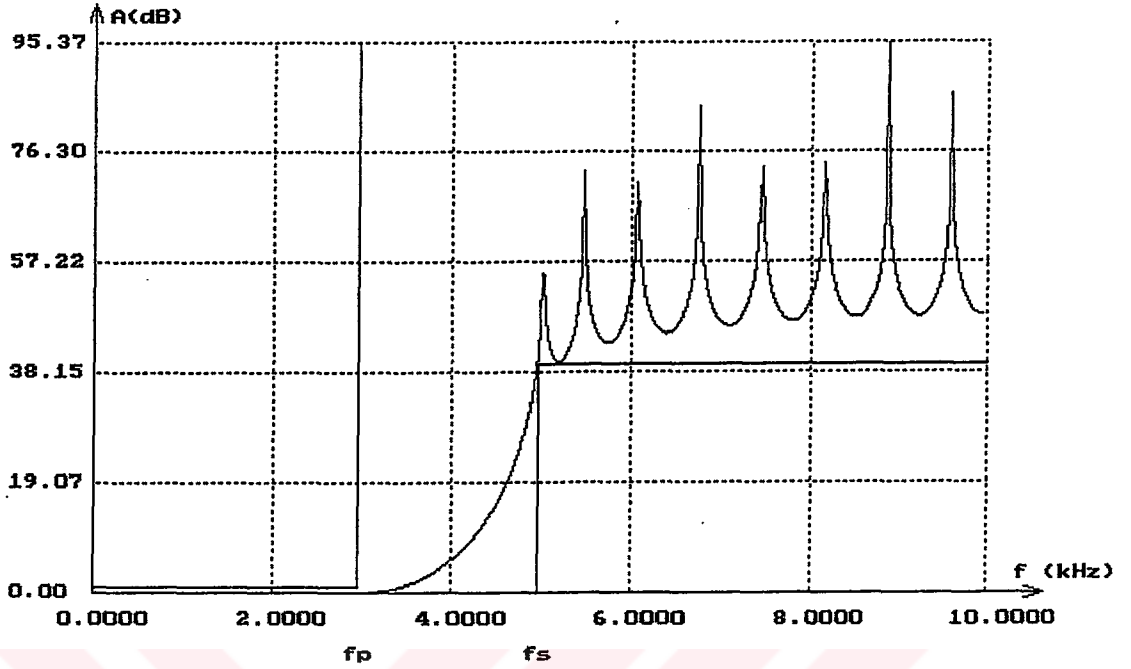
Örnekleme frekansı 20 kHz için $A_M=1$ dB, $A_m=45$ dB, $f_p=3$ kHz ve $f_s=5$ kHz şeklinde verilen değerlere uygun bir tekrarsız, alçak geçiren dijital filtre tasarımı istenmektedir. Bunun için Kaiser yaklaşıklık metodu kullanılacaktır.

Tasarım için FILCAD programı çalıştırıldığında ekrana gelen ilk menüden "2. Dijital Filtreler" ile "2. Tekrarsız Filtreler", daha sonra gelen ikili menüden de sırası ile "1. Alçak geçiren filtre", "8. Kaiser yaklaşıklık metodu" seçimleri yapılmalıdır.

Buna göre elde edilen filtreye ait transfer fonksiyonu, zayıflama, faz ve gecikme karakteristikleri ve filtre devresi sırası ile Şekil 5.27, 28, 29, 30 ve 31'de verilmiştir.



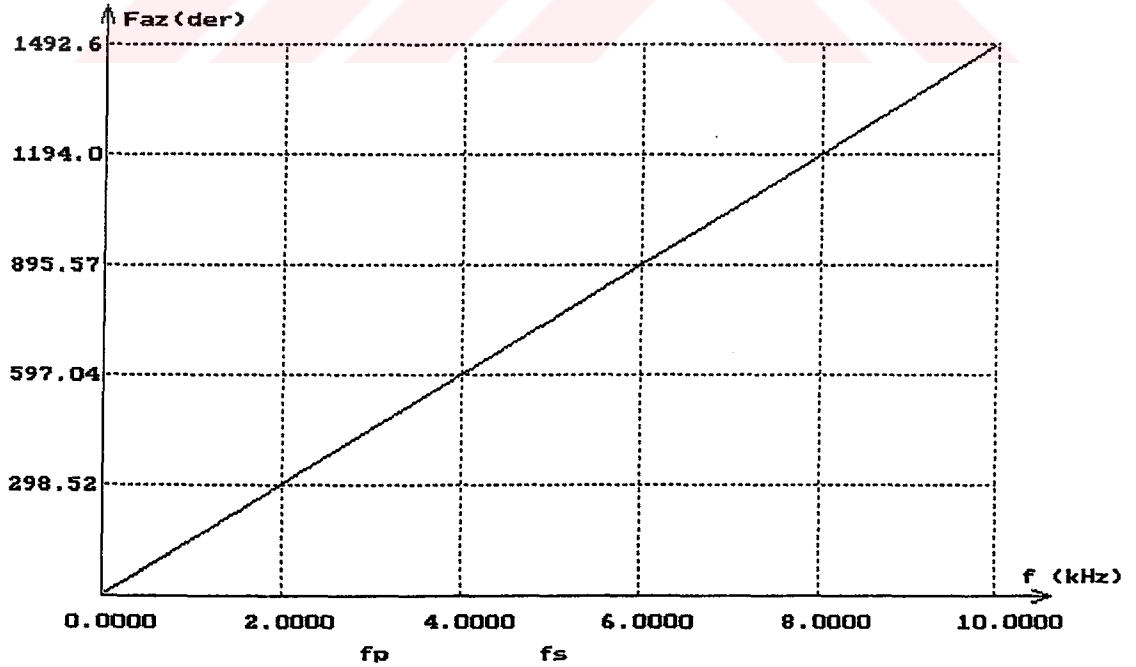
Şekil 5.27 Örnek 4'deki tasarımılanan filtreye ait transfer fonksiyonu.



1-Frekans Bölgesinde Ayrıntılı Görünüm

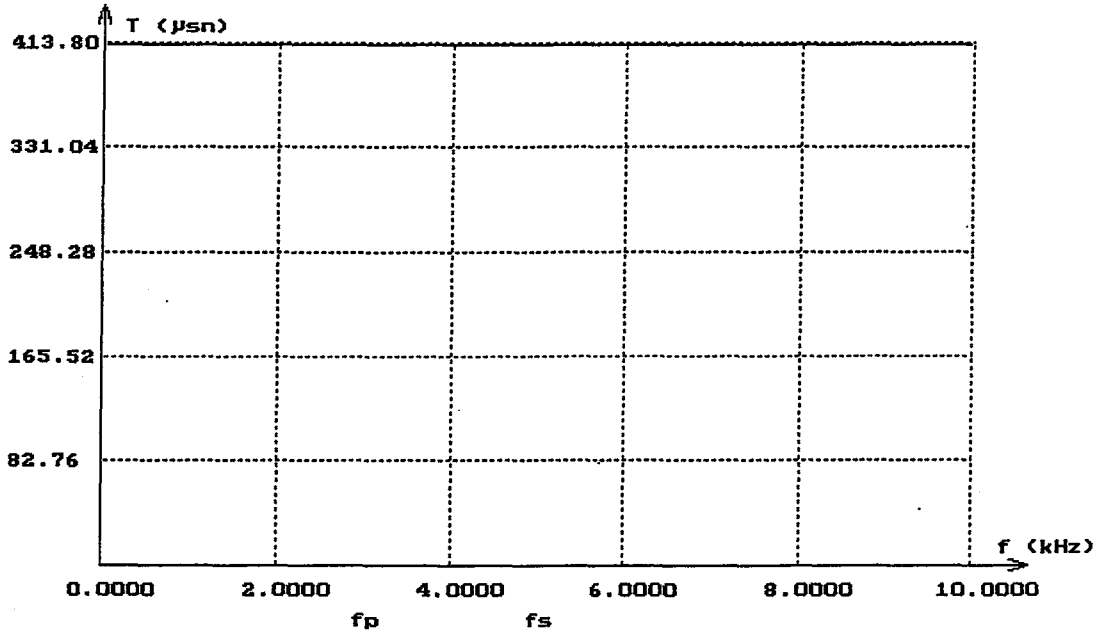
2-Bir Sonraki Adım

Şekil 5.28 Örnek 4'deki tasarımılanan filtreye ait zayıflama karakteristiği.

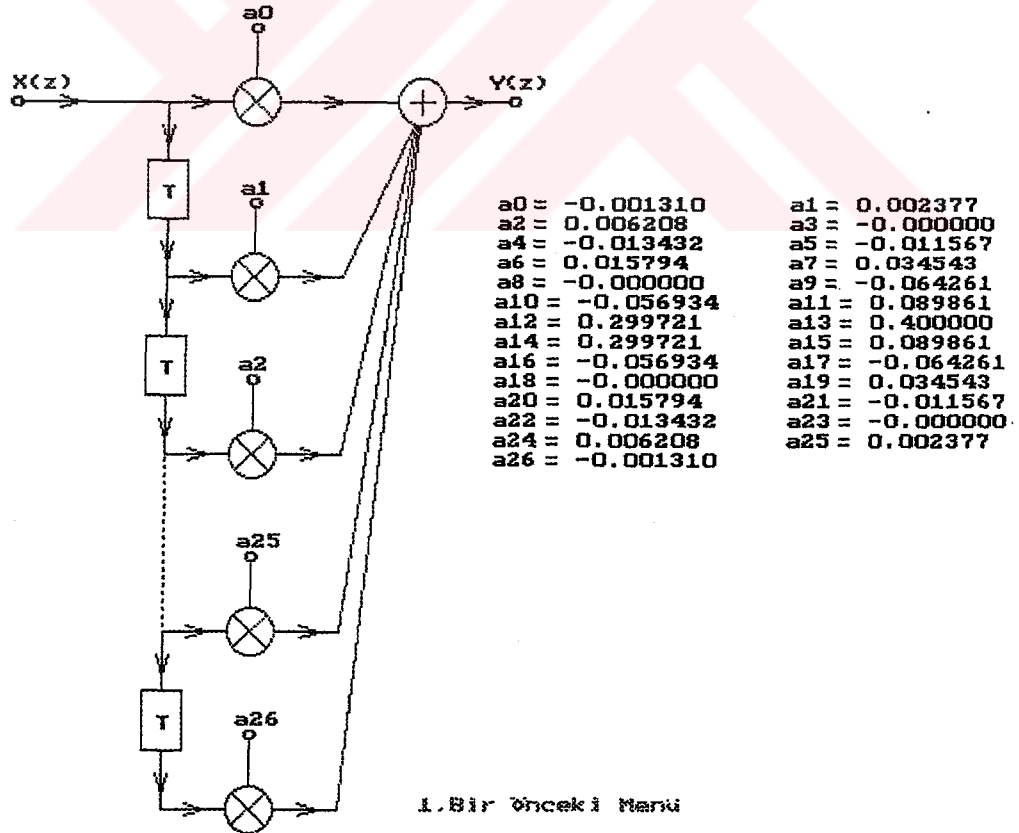


1.Bir Önceki Menü

Şekil 5.29 Örnek 4'deki tasarımılanan filtreye ait faz karakteristiği.



Şekil 5.30 Örnek 4'deki tasarımılanan filtreye ait gecikme karakteristiği.



Şekil 5.31 Örnek 4'deki tasarımılanan filtreye ait devre şeması ve çarpan değerleri.

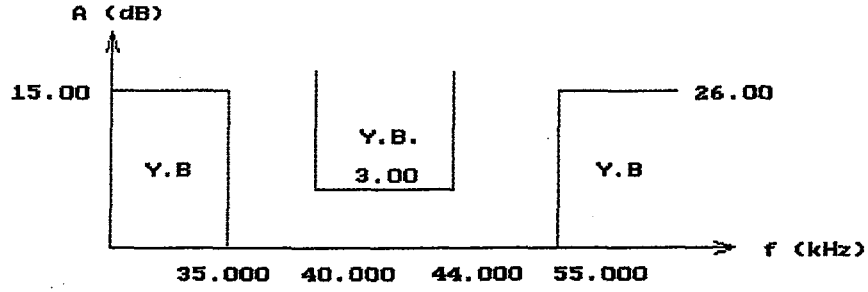
Tekrarsız filtreler, Bölüm 2.4'de anlatıldığı gibi sabit gecikme karakteristiğine sahiptirler. Bu durum faz karakteristiğinin lineer olmasının bir sonucudur. Buna göre faz eğrisinin eğimi hesaplandığında elde edilen değer, sabit gecikme değerini verecektir.

5.5. Örnek 5

Bölüm 2.5'de anlatılan metod yardımı ile band geçiren Bessel filtre tasarımı istenmektedir. İstenen şartlar, bir kısmı 5.32'den de görülebileceği gibi $f_{p1}=40$ kHz, $f_{p2}=44$ kHz, $f_{s1}=35$ kHz, $f_{s2}=55$ kHz, $A_M=3$ dB, $A_{m1}=15$ dB, $A_{m2}=26$ dB, $\tau_0=110$ μ s ve 40 kHz köşe frekansında %6 gecikme hatasıdır. Filtre $R_L=1$ k Ω ile sonlandırılacak ve gerilim kaynağı ile beslenecektir.

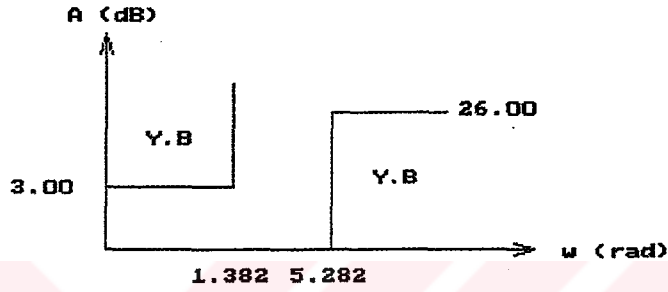
Tasarım için FILCAD programı çalıştırıldığında ekrana gelen ilk menüden "1. Analog Filtreler", daha sonra gelen dördümlü menüden de sırası ile "3. Band geçiren filtre", "4. Bessel yaklaşıklık metodu", "2. Gerilim kaynağı ile besleme" ve "1. Tek sonlu gerçekleştirme" seçimleri yapılmalıdır. Bu işlemler sonucu elde edilen transfer fonksiyonu, zayıflama ve gecikme karakteristiği ile filtre devresi sırası ile Şekil 5.33, 34, 35 ve 36'da verilmiştir.

Eğer filtre tasarımı için klasik band geçiren dönüşüm formülleri kullanılsaydı, filtrenin zayıflama karakteristiğinin istenen biçimde gerçekleştiği görülecekti. Ancak Bessel filtre için daha önemli olan gecikme karakteristiği istendiği şekilde olmayacaktı. Geliştirilen yeni formülasyon, bu durumun önlenmesini sağlamıştır.



İSTENEN FİLTRE KARAKTERİSTİK DEĞERLERİ (Y.B.:Yasak Bölge)

NORMALIZE FİLTRENİN DERECESESİ=3



NORMALIZE EDİLMİŞ DEĞERLER

Şekil 5.32 Örnek 5'teki filtre için istenen geçiş karakteristikleri, normalize edilmiş karakteristik ve normalize edilmiş filtrenin derecesi.

GERŞEK TRANSFER FONKSİYONU

$$H(s)=H_0 \times \frac{a[6]s^6 + a[5]s^5 + a[4]s^4 + a[3]s^3 + a[2]s^2 + a[1]s^1 + a[0]}{b[6]s^6 + b[5]s^5 + b[4]s^4 + b[3]s^3 + b[2]s^2 + b[1]s^1 + b[0]}$$

$$H_0 = 1.000000$$

$$a[6]=0.000000$$

$$a[5]=0.000000$$

$$a[4]=0.000000$$

$$a[3]=9.015778e+13$$

$$a[2]=0.000000$$

$$a[1]=0.000000$$

$$a[0]=0.000000$$

$$b[6]=1.000000$$

$$b[5]=109090.909091$$

$$b[4]=213404722625.041962$$

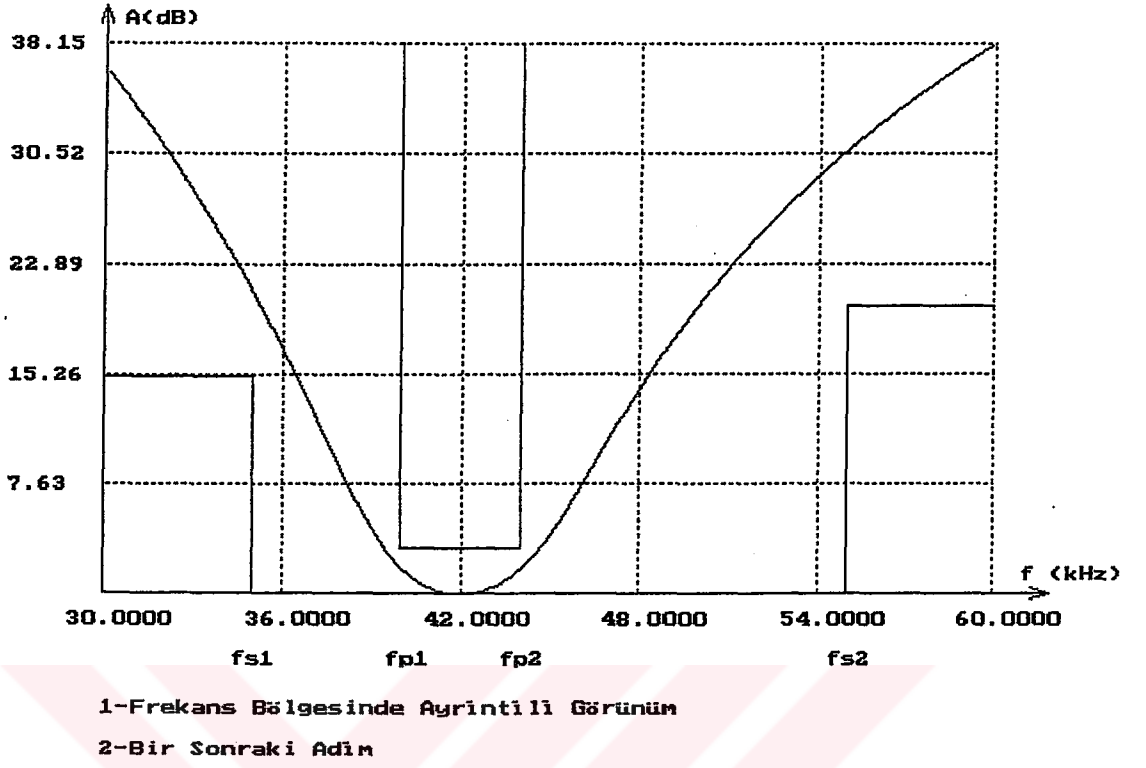
$$b[3]=1.524987e+16$$

$$b[2]=1.482779e+22$$

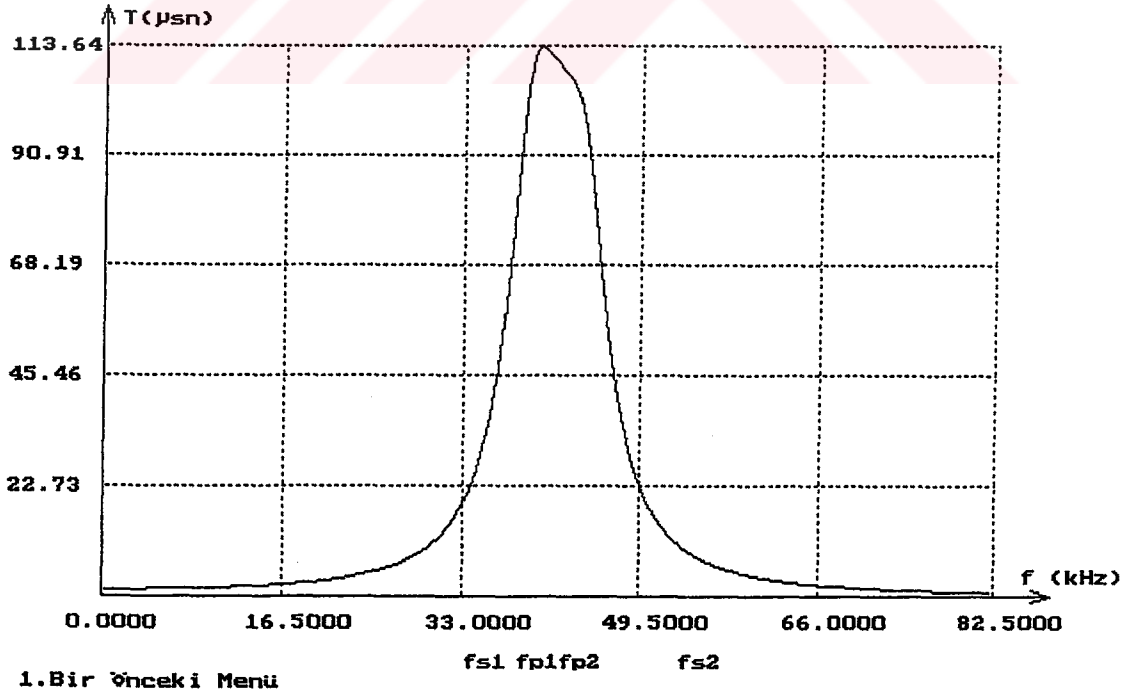
$$b[1]=5.266637e+26$$

$$b[0]=3.354418e+32$$

Şekil 5.33 Örnek 5'teki tasarımılanan filtreye ait transfer fonksiyonu.



Şekil 5.34 Örnek 5'teki tasarımılanan filtreye ait zayıflama karakteristiği (30-60 kHz arası ölçekli).



Şekil 5.35 Örnek 5'teki tasarımılanan filtreye ait gecikme karakteristiği.

KAYNAKLAR

1. Antoniou, A., 1992, "Digital Filters: Analysis and Design", McGraw-Hill, New Delphi..
2. Anday, F., 1988, "Devre Sentezine Giriş", İTÜ, İstanbul.
3. Bayduran ,1990,"Standart C", Beta, İstanbul.
4. Bose, N.K., 1985, "Digital Filters: Theory and Applications", Elsevier Science, Amsterdam.
5. Borland C++ 3.0 User' s Guide, 1991, Scotts Valley, CA.
6. Chen, W-K., 1986, "Passive and Active Filters, Theory and Implementations", Wiley, New York.
7. Erik, E., Gür, A., Özgü, Ö., Tüfekçi, H., 1993, "Bilgisayar Programlama Dilleri", Alkım, Ankara.
8. Erdun, H., Demiralp, F., 1991, "Turbo C Programlama Dili", Beta, İstanbul.
9. Erdun, H., 1993, "Turbo ve Borland C & Pascal ile Grafik", Beta, İstanbul.
10. Huelsman, L.P., Allen, P.E., 1980, "Introduction to the Theory and Design of Active Filters", McGraw-Hill, New York.
11. Kaiser, J.F., 1974, "Nonrecursive Digital Filter Design Using the I_0 -sinh Window Function", IEEE Int. Symp. Circuit Theory, pp. 20-23.
12. Kayran, A.H., 1990, "Sayısal İşaret İşleme", İTÜ, İstanbul.
13. Köksal, M., 1995, Dijital Filtre Ders Notları, Elazığ.
14. Lam, H.Y-F., 1979, "Analog and Dijital Filters: Design and Realization", Prentice-Hall, New Jersey.

15. Lockhart, G.B., Cheetham, M.G., 1989, "Basic DSP", Butterworth, Norfolk.
16. Lynn, P.A., Fuerst, W., 1992, "Introductory Digital Signal Processing with Computer Applications", Wiley, East Kilbride.
17. Rabiner, L.R., Gold, B., 1975, "Theory and Application of Digital Signal Processing", Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J.
18. Rorabaugh, C.B., 1992, "Circuit Design and Analysis: Featuring C Routines", McGraw-Hill, New York.
19. Rorabaugh, C.B., 1993, "Digital Filter Designer's Handbook: Featuring C Routines", McGraw-Hill, New York.
20. Saal, R., 1979, "Handbook of Filter Design", AEG-Telefunken, Berlin.
21. Schaumann, R., Mohammed, S.G., Kenneth, R.L., 1990, "Design of Analog Filters: Passive, Active RC and Switched Capacitor", Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J.
22. Skwirzynski, J.K., 1965, "Design Theory and Data for Electrical Filters", Van Nostrand, London.
23. Stearns, S.D., David, R.A., 1988, "Signal Processing Algorithms", Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J.
24. Temes, G.C., Lapatra, J.W., 1977, "Introduction to Circuit Synthesis and Design", McGraw-Hill, New York.
25. Van Valkenburg, M.E., 1960, "Introduction to Modern Network Synthesis", Wiley, New York.
26. Zverev, A.I., 1967, "Handbook of Filter Synthesis", Wiley, New York.

DUN

NOT 300

Badescu, V., Murariu V., Rotariu, O. Capture modeling for an axial high gradient magnetic separation filter with bounded flow field. Powder Technology. 83. p. 259-264 (1995).

1. Badescu, V., Murariu, V.; Rotariu, O., Rezlescu N. Optimization of the recovery efficiency in axial HGMF cell with bounded flow field.

Journal of Physics D: Applied Physics.
v. 29. No. 9. (1996) p. 2515-2518.

