

**T.C.  
FIRAT ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
MATEMATİK ANABİLİM DALI**



**GELİŞTİRİLMİŞ BERNOULLİ ALT-DENKLEM  
FONKSİYON METODU İLE BAZI KISMİ DİFERENSİYEL DENKLEMLERİN  
ÇÖZÜMLERİ**

**Tuğba ALANBAY  
(141121107)**

**Yüksek Lisans Tezi  
Matematik Bölümü  
Danışman: Prof. Dr. Hasan BULUT  
Mayıs-2017**

**T.C**  
**FIRAT ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**GELİŞTİRİLMİŞ BERNOULLİ ALT-DENKLEM FONKSİYON METODU İLE  
BAZI KISMİ DİFERENSİYEL DENKLEMLERİN ÇÖZÜMLERİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Tuğba ALANBAY**

**141121107**

**Anabilim Dalı: Matematik Anabilim**

**Programı: Uygulamalı Matematik**

**Tez Danışmanı: Prof. Dr. Hasan BULUT**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih: 18 Nisan 2017**

**MAYIS-2017**

**T.C**  
**FIRAT ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**GELİŞTİRİLMİŞ BERNOULLİ ALT-DENKLEM FONKSİYON METODU İLE  
BAZI KISMİ DİFERENSİYEL DENKLEMLERİN ÇÖZÜMLERİ**

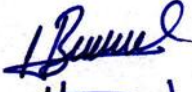
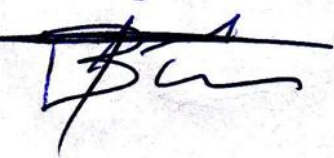
**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Tuğba ALANBAY**

**141121107**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih: 18 Nisan 2017**

**Tezin Savunulduğu Tarih: 02 Mayıs 2017**

|                            |                                      |                                                                                       |
|----------------------------|--------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Tez Danışmanı:</b>      | <b>Prof. Dr. Hasan BULUT</b>         |   |
| <b>Diğer Jüri Üyeleri:</b> | <b>Doç. Dr. Erdal BAŞ</b>            |   |
|                            | <b>Doç. Dr. Hacı Mehmet BAŞKONUŞ</b> |  |

**MAYIS-2017**

**FIRAT ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**  
**MATEMATİK ANABİLİM DALI**

**GELİŞTİRİLMİŞ BERNOULLİ ALT-DENKLEM FONKSİYON METODU İLE**  
**BAZI KISMİ DİFERENSİYEL DENKLEMLERİN ÇÖZÜMLERİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**  
**Tuğba ALANBAY**

**Anabilim Dalı: Matematik**  
**Programı: Uygulamalı Matematik**

**Danışmanı: Prof. Dr. Hasan BULUT**

**MAYIS - 2017**

## **ÖNSÖZ**

Yüksek lisans tezim sırasında yardımlarını eksik etmeyen saygı değer hocam Prof. Dr. Hasan BULUT ve Doç. Dr. Hacı Mehmet BAŞKONUŞ'a saygılarımı sunar ve sonsuz teşekkür ederim.

Tuğba ALANBAY

## ÖZET

Yapılan çalışma beş bölüme ayrılmıştır.

Birinci bölümde çalışmamızla ilgili genel bir literatür çalışması yapıldı.

İkinci bölümde çalışmamıza yardımcı olacak temel tanım ve teoremlerden bahsedildi.

Üçüncü bölümde Geliştirilmiş Bernoulli Alt-Denklem Fonksiyon metodunun genel yapısından bahsedildi.

Dördüncü bölümde ise bazı kısmi diferansiyel denklemlerin Geliştirilmiş Bernoulli Alt-Denklem Fonksiyon metodu ile çözümleri bulundu. Çözümlerin iki ve üç boyutlu grafikleri Mathematica 9 programından yararlanılarak çizildi.

Beşinci bölümde ise genel bir sonuç verildi.

**SUMMARY**  
**SOLUTIONS OF SOME PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS BY**  
**IMPROVED BERNOULLI SUB-EQUATION FUNCTION METHOD**

This work is made of five sections.

In the first part, a general literary work on our work has been done.

In the second part, basic definitions and theorems that will help me to work have been mentioned.

In the third chapter the general structure of the Bernoulli Sub-Equation Function method has been presented.

In the fourth part, some partial differential equations have been solved by the improved Bernoulli sub-equation function method. Two and three dimensional graphics of the solutions were drawn using Mathematica 9 program.

In the fifth section, a general result has been given.

## ŞEKİLLER LİSTESİ

**Şekil 1.**  $b = 2, d = 3, EE = 4, z = 5, -5 < x < -2.2, -0.1 < t < 0$  değerleri dikkate alındığında (4.15) denkleminin analitik çözümünün üç boyutlu görünüşü.....13

**Şekil 2.**  $b = 2, d = 3, EE = 4, z = 5, t = -0.05, -5 < x < -2.2$  değerleri dikkate alındığında (4.15) denkleminin analitik çözümünün iki boyutlu görünüşü.....14

**Şekil 3.**  $b = 1, k = 0.2, EE = 0.3, d = 0.4, y = 0.01, \delta = 0.05, -25 < x < 15, -15 < t < 15$ , değerleri dikkate alındığında (4.27) denkleminin analitik çözümünün üç boyutlu görünüşü.....16

**Şekil 4.**  $b = 1, k = 0.2, EE = 0.3, d = 0.4, y = 0.01, \delta = 0.05, t = 0.01, -12 < x < 12$ , değerleri dikkate alındığında (4.27) denkleminin analitik çözümünün iki boyutlu görünüşü.....17

**Şekil 5.**  $b = 1, d = 0.6, b_1 = 0.2, EE = 0.3, \beta = 0.4, y = 0.01, \delta = 0.05, -25 < x < 15, -15 < t < 15$  değerleri dikkate alındığında (4.29) denkleminin analitik çözümünün üç boyutlu görünüşü....18

**Şekil 6.**  $b = 1, d = 0.6, b_1 = 0.2, EE = 0.3, \beta = 0.4, y = 0.01, \delta = 0.05, t = 0.001, -12 < x < 12$ , değerleri dikkate alındığında (4.29) denkleminin analitik çözümünün iki boyutlu görünüşü...19

## İÇİNDEKİLER

|                                                                                            | <u>Sayfa Numarası</u> |
|--------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------|
| ÖNSÖZ .....                                                                                | II                    |
| ÖZET .....                                                                                 | III                   |
| SUMMARY.....                                                                               | IV                    |
| ŞEKİLLER LİSTESİ .....                                                                     | V                     |
| İÇİNDEKİLER .....                                                                          | VI                    |
| 1.GİRİŞ .....                                                                              | 1                     |
| 2.TEMEL TANIM VE TEOREMLER ... ..                                                          | 2                     |
| 3.MATERYAL VE METOTLAR.....                                                                | 8                     |
| 3.1 Geliştirilmiş Bernoulli Alt-Denklem Fonksiyon Metodu(IBSEFM).....                      | 8                     |
| 4.METODUN UYGULANMASI.....                                                                 | 11                    |
| 4.1 Doğrusal Olmayan Calogero–Bogoyavlenskii–Schiff Denklemine IBSEFM’nin Uygulanması..... | 11                    |
| 4.2 Prey-Predator Denklemine IBSEFM’nin Uygulanması.....                                   | 14                    |
| 5.SONUÇLAR .....                                                                           | 20                    |
| KAYNAKLAR.....                                                                             | 21                    |
| ÖZGEÇMİŞ.....                                                                              | 24                    |

## 1.GİRİŞ

Bilim dünyası özellikle son 20 yılda, bir çok problemin matematiksel denklemlerini elde etmek üzerine yoğun bir çalışma göstermiştir. Bir çok problem ise matematiksel olarak ifade edilmiştir. Bu modellerden bir kısmı temel düzeyde iken diğer kısmı lineer olmayan kompleks düzeydedir. Lineer olmayan diferansiyel denklemlerin tam çözümlerini elde etmek için kullanılan yöntemlerden, tanh fonksiyon metodu, Sumudu dönüşüm metodu, Bäcklund dönüşüm metodu, üstel fonksiyon metodu, modifiye edilmiş basit denklem metodu, inverse scattering metodu, çeşitli deneme denklem metotları, tanh–sech metodu, homojen balans metodu, sine–cosine metodu,  $G'/G$  -açılım metodu, değişkenlerine ayırma metodu, darboux dönüşüm metodu, varyasyonel iterasyon metodu gibi çeşitli yöntemler bir çok matematiksel modele uygulanmıştır.[7-29]

Bu çalışmada, Geliştirilmiş Bernoulli Alt-Denklem fonksiyon metodu (IBSEFM); doğrusal olmayan Calogero-Bogoyavlenskii-Schiff denkleminin ve Prey-Predator denkleminin üstel fonksiyon, rasyonel fonksiyon, trigonometrik fonksiyon ve kompleks fonksiyon türünden salınımlı dalga çözümlerini elde etmek için kullanılmıştır.

Doğrusal olmayan Calogero–Bogoyavlenskii–Schiff diferansiyel denklemi

$$u_{xxx} + 2u_z u_{xx} + 4u_x u_{xz} + u_{xt} = 0 ,$$

ve Prey-Predator diferansiyel denklemi

$$u_t = u_{xx} - \beta u + \left( k + \frac{1}{\sqrt{\delta}} \right) u^2 - u^3 - uv,$$
$$v_t = v_{xx} + kuv - \beta v - \delta v^3,$$

olarak bilinir. Her iki denklem için yeni ve farklı salınımlı çözümler elde edilmiştir.

## 2.TEMEL TANIM VE TEOREMLER

**Tanım 2.1.** Bağımlı bir değişkeni ve bunun bir ya da daha çok bağımsız değişkene göre türevlerini içeren bir denkleme diferansiyel denklem denir [3].

**Tanım 2.2.** Bir bağımlı değişkenin yalnızca bir bağımsız değişkene göre türevlerini içeren diferansiyel denkleme adi diferansiyel denklem denir.

En genel adi diferansiyel denklem;

$$F(x, y, \frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}, \dots, \frac{d^n y}{dx^n}) = 0, \quad (2.1)$$

biçiminde yazılır [3].

**Tanım 2.3.** Bağımlı değişkenin bir ya da daha çok bağımsız değişkene göre kısmi türevlerini içeren diferansiyel denkleme kısmi diferansiyel denklem denir [3].

**Tanım 2.4.** Bir diferansiyel denklemde görülen en yüksek mertebeden türevin mertebesine diferansiyel denklemin mertebesi denir [5].

**Tanım 2.5.** Eğer bir diferansiyel denklem var olan tüm türevlere göre polinom denklem biçiminde ise ,en yüksek mertebeden türevin kuvvetine(üssüne) diferansiyel denklemin derecesi denir [5].

**Tanım 2.6.** x bağımsız değişkenine göre ;

$$a_n(x) \frac{d^n y}{dx^n} + a_{n-1}(x) \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \dots + a_1(x) \frac{dy}{dx} + a_0(x)y = g(x), \quad (2.2)$$

şeklinde yazılan ifadeye lineer diferansiyel denklem denir.

Lineer diferansiyel denklemin iki özelliği vardır:

i)  $y$  bağımlı değişkeninin türevleri hep birinci dereceden ve  $y$  bağımlı değişkeni bulunan yerde bu  $y$  değişkeninin üssü hep bir olmalıdır.

ii) Her bir katsayı yalnızca  $x$  bağımsız değişkeninin bir fonksiyonu olmalıdır [1].

**Tanım 2.7.** Eğer bir diferansiyel denklem lineer değilse bu denkleme lineer olmayan diferansiyel denklem denir [3].

**Tanım 2.8.** Bir diferansiyel denklem, denklemde bulunan en yüksek basamaktan kısmi türevlere göre lineer ise bu denkleme yarı lineer denir [2].

**Tanım 2.9.** Bir kısmi türevli denklem yarı lineer ve denklemde görülen en yüksek basamaktan türevlerin katsayıları yalnızca bağımsız değişkenlerin fonksiyonu ise bu denkleme hemen hemen lineerdir denir [2].

**Tanım 2.10.** Verilen diferansiyel denklem kendisi ve türevleri yerine yazıldığında diferansiyel denklemi özdeş olarak sağlayan bir  $I$  aralığında tanımlı herhangi bir  $y=F(x)$  fonksiyonuna diferansiyel denklemin  $I$  aralığındaki çözümü denir.  $y=F(x)$ 'in grafiğine de integral eğrisi denir [1].

**Tanım 2.11.** Bir diferansiyel denklemin çözümü  $y=f(x)$  şeklinde yazılabiliyorsa buna açık çözüm,  $F(x,y)=0$  şeklinde yazılabiliyorsa buna da kapalı çözüm denir [1].

**Tanım 2.12.**

$$f(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0, \quad (2.3)$$

diferansiyel denklemi verilmiş olsun.  $C_1, C_2, \dots, C_n$  birbirinden bağımsız keyfi sabitler olmak üzere,

$$F(x, y, c_1, c_2, \dots, c_n) , \quad (2.4)$$

bağıntısıyla tanımlanan  $n$  parametrelili bir fonksiyon ailesi göz önüne alalım. Eğer bu ailedeki her fonksiyon (2.3) denkleminin bir çözümü ise, bu fonksiyon kümesine (2.3) denkleminin genel çözümü denir [1].

**Tanım 2.13.** Keyfi sabitlere özel değerler verilerek genel çözümünden elde edilen çözümlere özel çözüm denir [1].

**Tanım 2.14.** Keyfi sabitlere özel değerler verilerek genel çözümünden elde edilemeyen fakat verilen diferansiyel denklemi sağlayan çözümler de vardır. Bu tür çözümlere singüler(tekil) çözüm denir [1].

**Tanım 2.15.** Diferansiyel denklemler içeren uygulamalarda, denklemin genel çözümünden çok, önceden verilen yardımcı koşulları sağlayan çözümünün bulunması istenir. Yardımcı koşullar, bağımsız değişkenin bir veya daha çok değeri için bilinmeyen fonksiyonun ve onun türevlerinin önceden verilmesi şeklinde ortaya çıkar. Yardımcı koşullar, bağımsız değişkenin bir tek değeri için veriliyorsa başlangıç koşulları; iki veya daha çok değeri için sınır koşulları adını alır. Bir diferansiyel denklem, başlangıç koşulları ile birlikte bir başlangıç değer problemi; sınır koşulları ile birlikte bir sınır değer problemi oluşturur [5].

### **Teorem 1: (Varlık Teoremi)**

$a$  ve  $b/M$  pozitif sayılarından küçük olanı  $\alpha$  olmak üzere, eğer  $f$  fonksiyonu  $D$  bölgesinde sürekli ve her  $(x, y) \in D$  için  $|f(x, y)| \leq M$  ise,  $|x - x_0| < \alpha$  aralığında ,

$$y' = f(x, y),$$

diferansiyel denkleminin

$$\Phi(x_0) = y_0 ,$$

başlangıç koşulunu sağlayan bir  $\Phi$  çözümü vardır [1].

**Teorem 2: (Varlık ve Teklik Teoremi)**

$f$  ve  $\partial f / \partial y$ ,  $|x - x_0| < \alpha$ ,  $|y - y_0| < b$  eşitsizlikleri ile tanımlı D bölgesinde sürekli ve sınırlı ise ,

$$y' = f(x, y),$$

diferansiyel denkleminin  $\Phi(x_0) = y_0$  başlangıç koşulunu sağlayan en çok bir çözümü vardır [1].

**Tanım 2.16.**  $f(x, y)$  fonksiyonu  $(x, y)$  düzleminin açık veya kapalı D bölgesinde tanımlanmış bir fonksiyon olsun. Eğer keyfi  $(x, y_1), (x, y_2) \in D$  noktaları için

$$|f(x, y_1) - f(x, y_2)| \leq L|y_1 - y_2|$$

koşulu sağlanıyorsa, bu halde  $f(x, y)$  fonksiyonu  $y$  değişkenine göre Lipschitz koşulunu sağlıyor denir. Burada L,  $(x, y)$  değişkenlerine bağlı olmayan bir sabittir.[4]

**Tanım 2.17.** Eğer birinci mertebeden ve birinci dereceden bir diferansiyel denklem , uygun bir çarpanla çarpıldıktan (veya bölündükten) sonra

$$X(x)dx + Y(y)dy = 0,$$

biçimini alıyorsa, denkleme değişkenleri ayrılabilir denklem denir. Burada X yalnız x'in ve Y de yalnız y'nin bir fonksiyonudur [5].

**Tanım 2.18.** Verilen bir bölgede sürekli kısmi türevleri olan bir  $u(x, y)$  fonksiyonunun tam diferansiyeli,

$$du(x, y) = \frac{\partial u(x, y)}{\partial x} dx + \frac{\partial u(x, y)}{\partial y} dy, \quad (2.5)$$

denklemini ile verilir. (2.5) denkleminin sağ tarafına tam diferansiyel denir. Bu ifadenin

$$\frac{\partial u(x, y)}{\partial x} dx + \frac{\partial u(x, y)}{\partial y} dy = 0, \quad (2.6)$$

olarak yazılmasına da tam diferansiyel denklem denir. Buna göre  $u(x, y)$ , (2.6) şeklindeki tam diferansiyel denklemin çözümü olur [5].

**Teorem 3.**  $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$  diferansiyel denkleminin tam olması için gerekli ve yeterli koşul,

$$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x},$$

olmasıdır [5].

**Tanım 2-19:**

$$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0, \quad (2.7)$$

şeklindeki denklemi göz önüne alalım. (2.7) denklemi tam değil fakat;

$$\mu(x, y)M(x, y)dx + \mu(x, y)N(x, y)dy = 0, \quad (2.8)$$

denklemi tam ise  $\mu(x, y)$  fonksiyonuna (2.7) denkleminin bir integral çarpanı (integrasyon çarpanı) denir [5].

**Teorem 4:**

$$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0, \quad (2.7)$$

diferansiyel denklemini göz önüne alalım. Eğer,

$$\frac{\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x}}{N} = f(x),$$

ifadesi yalnız x değişkenine bağlı ise verilen denklemin

$$\mu(x) = e^{\int f(x)dx},$$

şeklinde bir integrasyon çarpanı vardır. Benzer şekilde,

$$\frac{\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x}}{-M} = g(y),$$

ifadesi yalnız y değişkenine bağlı ise verilen denklemin

$$\mu(y) = e^{\int g(y)dy},$$

şeklinde bir integrasyon çarpanı bulunmaktadır [1].

**Tanım 2.20:**

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x), \quad (2.9)$$

şeklinde yazılabilen diferansiyel denklemlere birinci mertebeden lineer diferansiyel denklem denir [1].

**Tanım 2.21.**  $n$  bir doğal sayı olmak üzere,

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)y^n, \quad (2.10)$$

şeklindeki denklemlere Bernoulli diferansiyel denklemi denir [1].

**Teorem 5.**  $n \neq 1$  olsun. Bu durumda

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)y^n, \quad (2.10)$$

Bernoulli denklemi  $v = y^{1-n}$  dönüşümü yardımıyla lineer diferansiyel denkleme dönüşür [1].

### 3. MATERYAL VE METOTLAR

#### 3.1. GELİŞTİRİLMİŞ BERNOULLİ ALT-DENKLEM FONKSİYON METODU

Kısmi diferansiyel denklemlerde farklı analitik çözümler veren IBSEFM bu alt bölümde göz önüne alındı. IBSEFM 'nin genel yapısı dört bölümde ele alınabilir.

**Adım 1:** Bir bağımlı değişken ve üç bağımsız değişkenden oluşan ve doğrusal olmayan kısmi diferansiyel denklemi aşağıdaki gibi ele alalım;

$$P(u_x, u_z, u_t, u_{xt}, u_{xx}, \dots) = 0, \quad (3.1)$$

ve,

$$u(x, z, t) = u(\eta), \eta = x + z + \lambda t, \quad (3.2)$$

şeklinde tanımlanan dalga dönüşümünü göz önüne alalım. Burada  $\lambda$  sıfırdan farklı bir değerdir. (3.2) denklemi (3.1) denkleminde yerine konulursa;

$$N(u, u', u'', u''', \dots) = 0, \quad (3.3)$$

olacak şekilde doğrusal olmayan adi diferansiyel denkleme ulaşılır.

**Adım 2:** (3.3) diferansiyel denkleminin çözümü aşağıdaki gibi olsun:

$$u(\eta) = \frac{\sum_{i=0}^n a_i F^i(\eta)}{\sum_{j=0}^m b_j F^j(\eta)} = \frac{a_0 + a_1 F(\eta) + a_2 F^2(\eta) + \dots + a_n F^n(\eta)}{b_0 + b_1 F(\eta) + b_2 F^2(\eta) + \dots + b_m F^m(\eta)}, \quad (3.4)$$

ve

$$F' = bF + dF^M, b \neq 0, d \neq 0, M \in \mathbb{R} - \{0, 1, 2\}, \quad (3.5)$$

denkleminde  $F(\eta)$  Bernoulli diferansiyel polinomudur. (3.3) denkleminde; (3.4) ve (3.5) denklemlerinin yerine yazılmasıyla,

$$\Omega(F(\eta)) = \rho_s F(\eta)^s + \dots + \rho_1 F(\eta) + \rho_0 = 0. \quad (3.6)$$

olacak şekilde  $F(\eta)$ 'i içeren  $\Omega(F(\eta))$  polinomu elde edilmiş olur. Denklemden balans prensibi uygulanırsa  $n$ ,  $m$  ve  $M$  arasında bir bağıntı elde edilir.

**Adım 3:**  $\Omega(F(\eta))$  polinomunun bütün katsayıları sıfıra eşitlenirse, aşağıdaki denklem sistemi elde edilir:

$$\rho_i = 0, i = 0, \dots, s. \quad (3.7)$$

Bu sistemi çözerek  $a_0, \dots, a_n$  ve  $b_0, \dots, b_m$  katsayılarının değerleri elde edilir.

**Adım 4:** (3.5) Bernoulli diferansiyel denklemi bilinen metotlarla çözersek,

$$F'(\eta) = bF(\eta) + dF^M(\eta), b \neq 0, d \neq 0, M \in \mathbb{R} - \{0, 1, 2\}, \quad (3.8)$$

(3.8) denklemini  $F^{-M}$  ile çarparsak aşağıdaki denklemi elde ederiz.

$$F^{-M}.F'(\eta) = bF^{-M+1} + d, b \neq 0, d \neq 0, M \in \mathbb{R} - \{1, 2, 3\}, \quad (3.9)$$

(3.9) denkleminde  $y(\eta) = F^{-M+1}(\eta)$  dönüşümü yaparsak (3.10) lineer denklemini elde ederiz.

$$y(\eta) = F^{-M+1}(\eta) \Rightarrow y' = (1-M)F^{-M}.F' \Rightarrow F^{-M}.F' = \frac{y'}{(1-M)},$$

$$\frac{y'}{(1-M)} = by + d,$$

$$y' = b(1-M)y + d(1-M),$$

$$y' - b(1-M)y = d(1-M), \quad (3.10)$$

(3.10) denklemini ,

$$w = e^{\int (-b)(1-M) \cdot \partial \eta} = e^{-b(1-M)\eta},$$

integral çarpanı ile çarpılır ve gerekli işlemler yapılırsa (3.11) denklemini elde ederiz.

$$e^{-b(1-M)\eta} y' - b(1-M) y e^{-b(1-M)\eta} = d(1-M) e^{-b(1-M)\eta},$$

$$(e^{-b(1-M)\eta} \cdot y)' = d(1-M) e^{-b(1-M)\eta},$$

$$\int (e^{-b(1-M)\eta} \cdot y)' = \int d(1-M) e^{-b(1-M)\eta} \partial \eta,$$

$$e^{-b(1-M)\eta} \cdot y = -\frac{d}{b} e^{-b(1-M)\eta} + E,$$

$$y = -\frac{d}{b} + \frac{E}{e^{b(M-1)\eta}}, \quad (3.11)$$

$y(\eta) = F^{-M+1}(\eta) \Rightarrow F(\eta) = y^{\frac{1}{1-M}}$  denkleminde yerine yazılırsa (3.12) denkleminde elde edilmiş olur.

$$F(\eta) = \left[ \frac{-d}{b} + \frac{E}{e^{b(M-1)\eta}} \right]^{\frac{1}{1-M}}, \quad b \neq d, \quad (3.12)$$

(3.12) denkleminde  $d=b$  alınırsa (3.13) denkleminde elde edilir.

$$F(\eta) = \left[ -1 + \frac{E}{e^{b(M-1)\eta}} \right]^{\frac{1}{1-M}}, \quad (3.13)$$

(3.13) denkleminde  $e^{b(1-M)\eta} = \frac{2}{1 - \tanh\left(\frac{b(1-M)\eta}{2}\right)} - 1$  yerine yazılır ve gerekli işlemler yapılırsa (3.15) denkleminde elde edilir.

$$-1 + \frac{E}{e^{b(M-1)\eta}} = -1 + E e^{b(1-M)\eta} = -1 + E \left( \frac{2}{1 - \tanh\left(\frac{b(1-M)\eta}{2}\right)} - 1 \right), \quad (3.14)$$

$$-1 + \frac{E}{e^{b(M-1)\eta}} = -1 - E + \frac{2E}{1 - \tanh\left(\frac{b(1-M)\eta}{2}\right)}$$

$$-1 + \frac{E}{e^{b(M-1)\eta}} = \frac{(E-1) + (E+1) \tanh\left(\frac{b(1-M)\eta}{2}\right)}{1 - \tanh\left(\frac{b(1-M)\eta}{2}\right)},$$

$$F(\eta) = \left[ \frac{(E-1) + (E+1) \tanh\left(\frac{b(1-M)\eta}{2}\right)}{1 - \tanh\left(\frac{b(1-M)\eta}{2}\right)} \right]^{\frac{1}{1-M}}, \quad b = d, \quad E \in \mathbb{R}. \quad (3.15)$$

(3.12) ve (3.15) un farklı çözümlerine göre (3.4) denkleminde bazı yeni analitik çözümler yazılabilir. Bu çalışmada uygulanan yöntemle bulunan analitik çözümleri fiziksel olarak daha iyi yorumlamak için, uygun parametreler göz önüne alınarak iki ve üç boyutlu grafikler Mathematica 9 programıyla çizilmiştir.

#### 4. METODUN UYGULANMASI

Bu kısımda, IBSEFM'den yararlanarak doğrusal olmayan bazı denklemlerin üstel, rasyonel, kompleks ve hiperbolik fonksiyon çözümleri gibi yeni bazı analitik çözümleri bulundu.

**Örnek-1.** Doğrusal olmayan Calogero–Bogoyavlenskii–Schiff denklemi,

$$u_{xxxz} + 2u_z u_{xx} + 4u_x u_{xz} + u_{xt} = 0, \quad (4.1)$$

$\lambda \neq 0$  bir reel sayı olmak koşuluyla,

$$u(x, z, t) = u(\eta), \quad \eta = x + z + \lambda t,$$

$$u_x = u', u_z = u',$$

$$u_{xx} = u'', u_{xz} = u'', u_{xt} = \lambda u'', \quad (4.2)$$

$$u_{xxxz} = u''', u_{xxxz} = u''',$$

Geliştirilmiş Bernoulli alt-denklemler Fonksiyon Metodu (4.1) denkleminde uygulanırsa, (4.1) denklemi aşağıdaki gibi doğrusal olmayan adi diferansiyel denklem (4-3)' e dönüşür;

$$u''' + 3((u')^2)' + \lambda u'' = 0, \quad (4.3)$$

(4.3) denkleminde integral alınır ve integral sabiti sıfır alınırsa, (4.3) denklemi aşağıdaki gibi (4.4) denkleminde dönüşür;

$$u'' + 3(u')^2 + \lambda u' = 0, \quad (4.4)$$

(4.4) denkleminde  $u' = v$  dönüşümü yapılsa (4.4) denklemi aşağıdaki gibi yeniden yazılabilir;

$$v'' + 3v^2 + \lambda v = 0, \quad (4.5)$$

$$v = \frac{\sum_{i=0}^n a_i F^i(\eta)}{\sum_{j=0}^m b_j F^j(\eta)} = \frac{a_0 + a_1 F(\eta) + a_2 F^2(\eta) + \dots + a_n F^n(\eta)}{b_0 + b_1 F(\eta) + b_2 F^2(\eta) + \dots + b_m F^m(\eta)}, \quad (4.6)$$

$$v \approx F^{n-m}$$

$$F' = bF + dF^M, \quad b \neq 0, \quad d \neq 0, \quad M \in \mathbb{R} - \{0, 1, 2\}, \quad (4.7)$$

Denklem (4.6)'nın birinci ve ikinci türevi alınıp (4.7) denklemi de yerine yazılırsa aşağıdaki eşitlikler elde edilir;

$$\begin{aligned} v &\approx F^{n-m}, \\ v' &\approx F^{n-m+M-1}, \\ v'' &\approx F^{n-m+2M-2}, \\ v''' &\approx F^{n-m+3M-3}, \end{aligned}$$

Balans prensibi gereği;

$$\begin{aligned} v'' &\approx v^2 \\ F^{n-m+2M-2} &\approx F^{2n-2m} \\ n-m+2M-2 &= 2n-2m \\ 2M+m &= n+2. \end{aligned} \tag{4.8}$$

**Durum-1:**

Eğer (4.8) denkleminde  $M=3, m=1, n=5$  alınırsa,  $v, v'$  ve  $v''$  denklemleri aşağıdaki elde edilir:

$$v(\eta) = \frac{\Upsilon(\eta)}{\Psi(\eta)} = \frac{a_0 + Fa_1 + F^2a_2 + F^3a_3 + F^4a_4 + F^5a_5}{b_0 + Fb_1}, \tag{4.9}$$

$$v'(\eta) = \frac{\Upsilon'(\eta)\Psi(\eta) - \Upsilon(\eta)\Psi'(\eta)}{\Psi^2(\eta)}, \tag{4.10}$$

$$\begin{aligned} v''(\eta) &= \frac{\Upsilon''(\eta)\Psi(\eta) - \Upsilon(\eta)\Psi''(\eta)}{\Psi^2(\eta)} \\ &\quad - \frac{[\Upsilon(\eta)\Psi'(\eta)]' \Psi^2(\eta) - 2\Upsilon(\eta)[\Psi'(\eta)]^2 \Psi(\eta)}{\Psi^4(\eta)}, \end{aligned} \tag{4.11}$$

şeklinde yazabiliriz. Burada  $F' = bF + dF^M$ ,  $b \neq 0$ ,  $d \neq 0, M \in \mathbb{R} - \{0, 1, 2\}$  'dir. Denklem (4.5)' de (4.9) ve (4.10) denklemleri yerine konulursa, (4.5) denkleminde  $\Omega$  'nun aynı kuvvetleri için bir denklem sistemi bulunur. Bu denklem sistemi Mathematica 9 programı kullanılarak çözümlerse aşağıdaki gibi farklı katsayılar elde edilir.

**Durum-1a.**  $b \neq d$  durumu için aşağıdaki katsayılar elde edilir:

$$a_0 = -\frac{4}{3}b^2b_0, a_1 = -\frac{4}{3}b^2b_1, a_2 = -8bdb_0, a_3 = -8bdb_1, a_4 = -8d^2b_0, a_5 = -8d^2b_1, \lambda = 4b^2 \tag{4.12}$$

(4.9) denkleminde (4.12) katsayıları yerine konulursa, doğrusal olmayan Calogero-Bogoyavlenskii-Schiff denklemi için üstel fonksiyon çözümü aşağıdaki gibi bulunur;

$$v(\eta) = -\frac{4}{3}(b^2 + 6bdF^2 + 6d^2F^4), \quad (4.13)$$

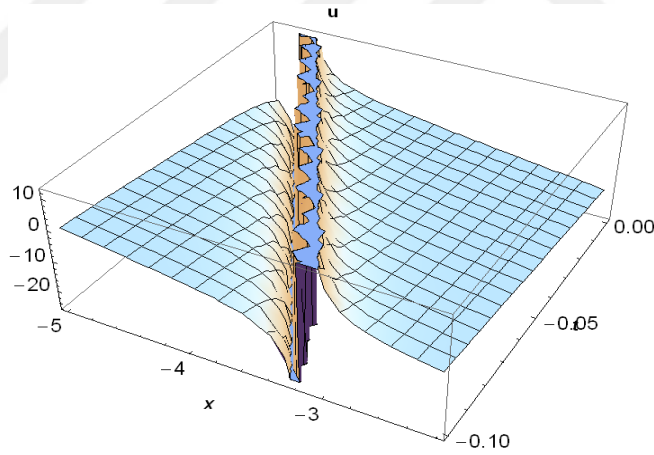
$F = \left(\frac{-d}{b} + \frac{EE}{e^{b(M-1)\eta}}\right)^{\frac{1}{1-M}}$  (4.13) denkleminde yerine yazılır ve  $u' = v$  olduğundan integrali alınır aşağıdaki üstel çözüm elde edilir;

$$u(\eta) = -\frac{4}{3}b^2 \left( \frac{3EE}{-de^{2b\eta} + bEE} + \eta \right), \quad (4.14)$$

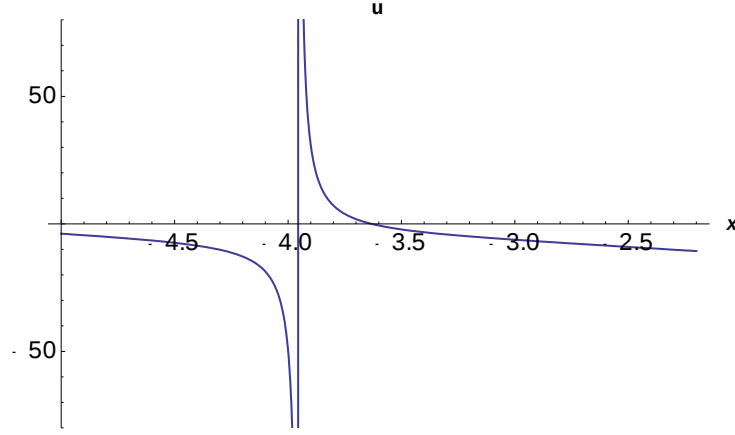
$\eta = x + z + \lambda t$  (4.14) denkleminde yerine konulursa çözüm aşağıdaki gibi elde edilir;

$$u(x, z, t) = -\frac{4}{3}b^2 \left( \frac{3EE}{-de^{2b(4b^2t+x+z)} + bEE} + 4b^2t + x + z \right) \quad (4.15)$$

(4.15) denkleminde  $b, d, EE$  sıfırdan farklı reel sayılar olmak üzere (4.15) denkleminin üç boyutlu ve iki boyutlu grafiği parametrelerin uygun değerlerine göre aşağıdaki gibi elde edilir.



**Şekil 1.**  $b = 2, d = 3, EE = 4, z = 5, -5 < x < -2.2, -0.1 < t < 0$  değerleri dikkate alındığında (4.15) denkleminin analitik çözümünün üç boyutlu görünüşü



**Şekil 2.**  $b = 2, d = 3, EE = 4, z = 5, t = -0.05, -5 < x < -2.2$  değerleri dikkate alındığında (4.15) denkleminin analitik çözümünün iki boyutlu görünüşü

**Örnek 2:**Prey-Predator denklemi,

$$\begin{aligned} u_t &= u_{xx} - \beta u + \left( k + \frac{1}{\sqrt{\delta}} \right) u^2 - u^3 - uv, \\ v_t &= v_{xx} + kuv - \beta v - \delta v^3, \end{aligned} \quad (4.16)$$

$c \neq 0$  bir reel sayı olmak koşuluyla,

$$\begin{aligned} u &= U(\eta), \quad \eta = x + y - ct, \\ v &= \frac{1}{\sqrt{\delta}} u = \frac{1}{\sqrt{\delta}} U(\eta), \end{aligned} \quad (4.17)$$

$$u_t = -cU', u_{xx} = U'', v_t = -\frac{c}{\sqrt{\delta}}U', v_{xx} = \frac{1}{\sqrt{\delta}}U'', \quad (4.18)$$

dönüşümleri Prey-Predator denklemine yerine yazılırsa, denklem (4.16) aşağıdaki gibi doğrusal olmayan adi diferansiyel denklem elde edilir;

$$U'' + cU' - \beta U + kU^2 - U^3 = 0, \quad (4.19)$$

$$U(\eta) = \frac{\sum_{i=0}^n a_i F^i(\eta)}{\sum_{j=0}^m b_j F^j(\eta)} = \frac{a_0 + a_1 F(\eta) + a_2 F^2(\eta) + \dots + a_n F^n(\eta)}{b_0 + b_1 F(\eta) + b_2 F^2(\eta) + \dots + b_m F^m(\eta)}, \quad (4.20)$$

$$U \approx F^{n-m}$$

$$F' = bF + dF^M, \quad b \neq 0, \quad d \neq 0, \quad M \in \mathbb{R} - \{0, 1, 2\}, \quad (4.21)$$

Denklem (4.20)'nin birinci ve ikinci türevini alınıp (4.21) denklemini de yerine yazarsak aşağıdaki eşitlikler bulunmuş olur;

$$\begin{aligned} U &\approx F^{n-m}, \\ U' &\approx F^{n-m+M-1}, \\ U'' &\approx F^{n-m+2M-2}, \\ U''' &\approx F^{n-m+3M-3}, \end{aligned}$$

Balans prensibi gereği,

$$\begin{aligned} U'' &\approx U^3 \\ F^{n-m+2M-2} &\approx F^{3n-3m} \\ n-m+2M-2 &= 3n-3m \\ 2M+2m &= 2n+2 \Rightarrow M+m = n+1 \end{aligned} \quad (4.22)$$

#### Durum-1:

Denklem (4.22)'de  $M=3, m=1, n=3$  alınırsa,  $U$ ,  $U'$  ve  $U''$  denklemlerini;

$$U(\eta) = \frac{Y(\eta)}{\Psi(\eta)} = \frac{a_0 + Fa_1 + F^2a_2 + F^3a_3}{b_0 + Fb_1}, \quad (4.23)$$

$$U'(\eta) = \frac{Y'(\eta)\Psi(\eta) - Y(\eta)\Psi'(\eta)}{\Psi^2(\eta)}, \quad (4.24)$$

$$\begin{aligned} U''(\eta) &= \frac{Y''(\eta)\Psi(\eta) - Y(\eta)\Psi''(\eta)}{\Psi^3(\eta)} \\ &\quad - \frac{[Y(\eta)\Psi'(\eta)]' \Psi^2(\eta) - 2Y(\eta)[\Psi'(\eta)]^2 \Psi(\eta)}{\Psi^4(\eta)}, \end{aligned} \quad (4.25)$$

şeklinde yazabiliriz. Burada  $F' = bF + dF^M$ ,  $b \neq 0$ ,  $d \neq 0, M \in \mathbb{R} - \{0, 1, 2\}$  dir. Denklem (4.23), (4.24) ve (4.25), denklem (4.19) da yerine konulursa, (4.19) denkleminde  $\Omega$  'nun aynı kuvvetleri için bir denklem sistemi bulunur. Bu denklem sistemi Mathematica 9 programı yardımıyla çözümlerse aşağıdaki gibi farklı katsayılar elde edilir;

**Durum-1a.**  $b \neq d$  durumu için aşağıdaki katsayılar elde edilir :

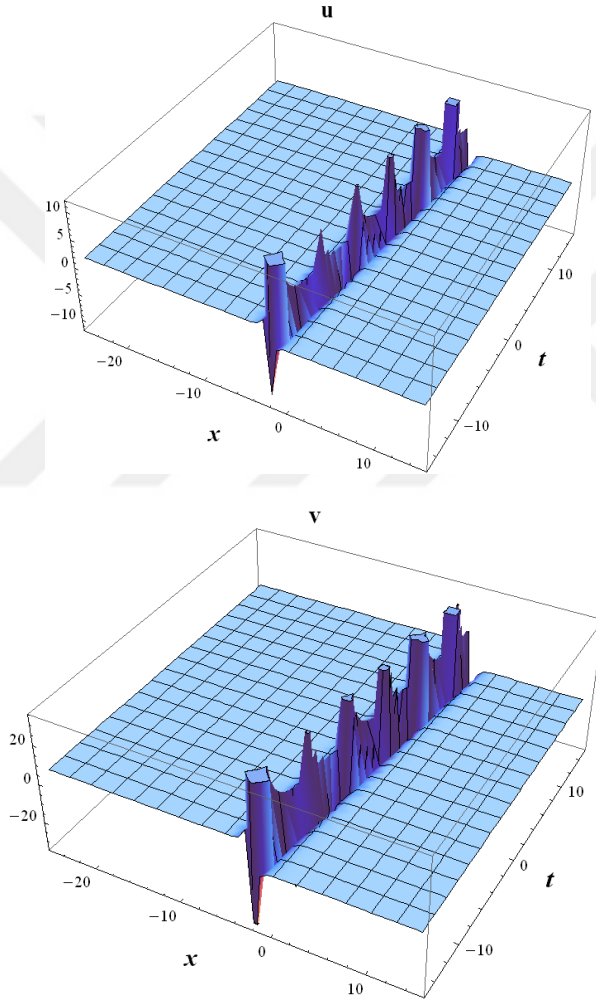
$$a_0 = \frac{1}{2}(2\sqrt{2}b+k)b_0, a_1 = \frac{1}{2}(2\sqrt{2}b+k)b_1, a_2 = 2\sqrt{2}db_0, a_3 = 2\sqrt{2}db_1, c = \frac{k}{\sqrt{2}}, \beta = \frac{1}{4}(-8b^2 + k^2), \quad (4.26)$$

Denklem (4.23) de (4.26) katsayıları yerine konulursa, Prey-Predator denkleminin üstel fonksiyon çözümünü aşağıdaki gibi buluruz;

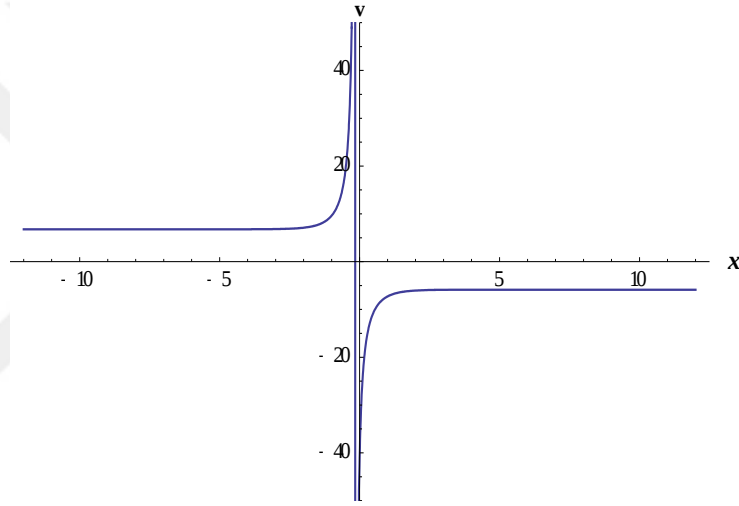
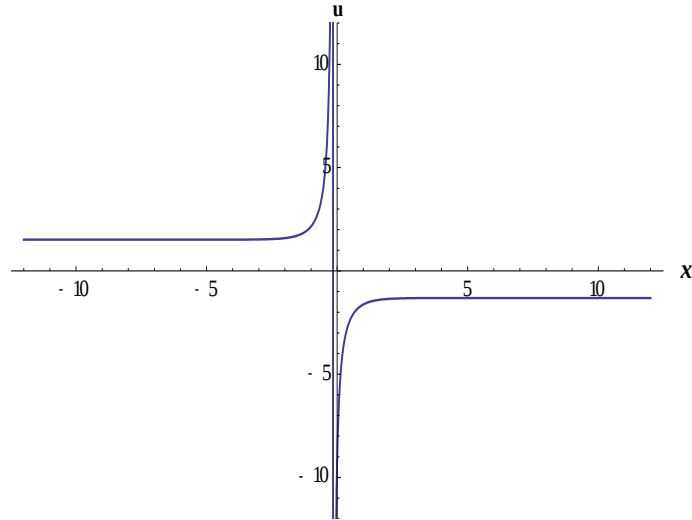
$$u_1(x, y, t) = \sqrt{2}b\left(-1 + \frac{2bEE}{-de^{2b(-\frac{kt}{\sqrt{2}}+x+y)} + bEE}\right) + \frac{k}{2}, \quad (4.27)$$

$$v_1(x, y, t) = \frac{\sqrt{2}b\left(-1 + \frac{2bEE}{-de^{2b(-\frac{kt}{\sqrt{2}}+x+y)} + bEE}\right) + \frac{k}{2}}{\sqrt{\delta}}.$$

(4.27) denkleminde  $b$ ,  $d$ ,  $EE$ ,  $k$  sıfırdan farklı reel sayılar olmak üzere (4.27) denkleminin üç boyutlu ve iki boyutlu grafiği parametrelerin uygun değerlerine göre aşağıdaki gibi elde edilir.



**Şekil 3.**  $b = 1, k = 0.2, EE = 0.3, d = 0.4, y = 0.01, \delta = 0.05, -25 < x < 15, -15 < t < 15$  değerleri dikkate alındığında (4.27) denkleminin analitik çözümünün üç boyutlu görünüşü



**Şekil 4.**  $b = 1, k = 0.2, EE = 0.3, d = 0.4, y = 0.01, \delta = 0.05, t = 0.01, -12 < x < 12$ , değerleri dikkate alındığında (4.27) denkleminin analitik çözümünün iki boyutlu görünüşü

**Durum-1b.**  $b \neq d$  durumu için aşağıdaki katsayılar elde edilir:

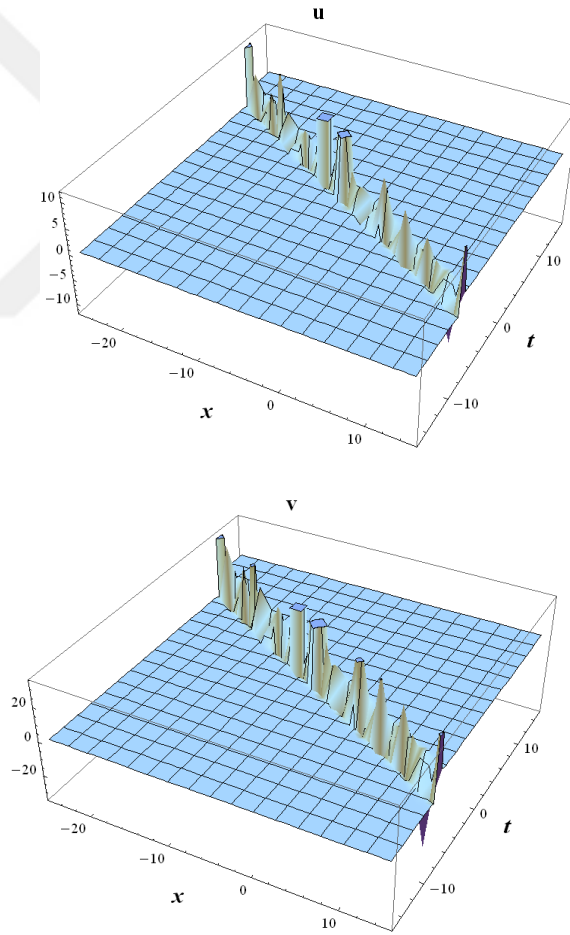
$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{b_0(-\sqrt{2}bb_1 + \sqrt{(2b^2 + \beta)b_1^2})}{b_1}, a_1 = -\sqrt{2}bb_1 + \sqrt{(2b^2 + \beta)b_1^2}, \\ a_2 &= -2\sqrt{2}db_0, a_3 = -2\sqrt{2}db_1, c = -\frac{\sqrt{2}\sqrt{(2b^2 + \beta)b_1^2}}{b_1}, k = \frac{2\sqrt{(2b^2 + \beta)b_1^2}}{b_1}, \end{aligned} \quad (4.28)$$

denklem (4.23) de (4.26) katsayıları yerine konulursa, Prey-Predator denkleminin üstel fonksiyon çözümünü aşağıdaki gibi buluruz;

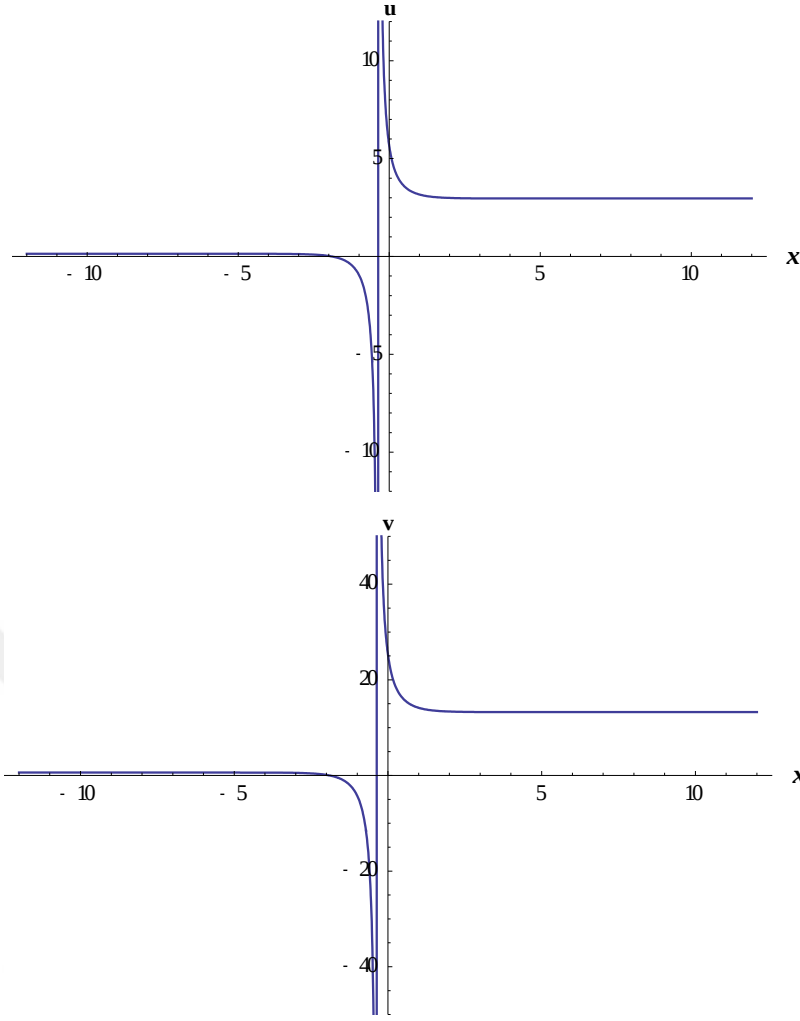
$$u_2(x, y, t) = \sqrt{2b} \left( 1 + \frac{2bEE}{d e^{\frac{2b(x+y+\frac{\sqrt{2t}\sqrt{(2b^2+\beta)b_1^2}}{b_1})} - bEE}} \right) + \frac{\sqrt{(2b^2 + \beta)b_1^2}}{b_1}, \quad (4.29)$$

$$v_2(x, y, t) = \frac{\sqrt{2b} \left( 1 + \frac{2bEE}{d e^{\frac{2b(x+y+\frac{\sqrt{2t}\sqrt{(2b^2+\beta)b_1^2}}{b_1})} - bEE}} \right) + \frac{\sqrt{(2b^2 + \beta)b_1^2}}{b_1}}{\sqrt{\delta}}.$$

(4.29) denkleminde  $b, d, EE$  ve  $\beta, b_1$  sıfırdan farklı reel sayılar olmak üzere (4.29) denkleminin üç boyutlu ve iki boyutlu grafiği parametrelerin uygun değerlerine göre aşağıdaki gibi elde edilir.



**Şekil 5.**  $b=1, d=0.6, b_1=0.2, EE=0.3, \beta=0.4, y=0.01, \delta=0.05, -25 < x < 15, -15 < t < 15$  değerleri dikkate alındığında (4.29) denkleminin analitik çözümünün üç boyutlu görünüşü



**Şekil 6.**  $b=1, d=0.6, b_1=0.2, EE=0.3, \beta=0.4, y=0.01, \delta=0.05, t=0.001, -12 < x < 12$ , değerleri dikkate alındığında (4.29) denkleminin analitik çözümünün iki boyutlu görünüşü

## 5. SONUÇLAR

Bu çalışmada , Geliştirilmiş Bernoulli Alt-Denklem fonksiyon metodu , doğrusal olmayan kısmi Calogero–Bogoyavlenskii–Schiff diferansiyel denklemi ve Prey-Predator diferansiyel denkleminin uygulandı. Bu diferansiyel denklemlerin rasyonel fonksiyon ve üstel fonksiyon gibi yeni bazı salınımlı dalga çözümleri bulundu. Geliştirilmiş Bernoulli Alt-Denklem fonksiyon metodu kullanılarak elde edilen tüm salınımlı dalga çözümleri doğrusal olmayan kısmi Colagero-Bogoyavlenskii-Schiff ve Prey-Predator diferansiyel denklemleri sağladığı Wolfram Mathematica 9 programı kullanılarak kontrol edildi. Bulunan salınımlı dalga çözümlerinin iki ve üç boyutlu grafikleri olan Şekil 1. , Şekil 2. , Şekil 3. , Şekil 4. , Şekil 5. ve Şekil 6. aynı program kullanılarak çizildi.

Kullanılan bu yöntemde algoritmasının rahat yapılması ve birbirinden farklı çok sayıda katsayı elde edilmesi gibi bir çok önemli özelliğinin olması, bu tarz diferansiyel denklemlerin çözümlerini elde etmek için güçlü bir yöntem olduğunu göstermektedir.

## KAYNAKLAR

- [1] **Bayram, M.**, 2010, Diferansiyel Denklemler , *Birsen Yayınevi*, İstanbul.
- [2] **Koca, K.**, 2003, Kısmi Türevli Denklemler, *Gündüz Eğitim ve Yayıncılık*, Ankara.
- [3] **Güngör, F.**, 2000, Diferansiyel Denklemler , *Beta Yayınları*, İstanbul.
- [4] **Hasanov, E., Uzgören, G. ve Büyükaksoy A.**, 2002, Diferansiye Denklemler Teorisi, *Papatya Yayıncılık*, İstanbul.
- [5] **Çağlıyan, M., Çelik, N. ve Doğan, S.**, 2008, Adi Diferansiyel Denklemler, *Dora Yayıncılık*, Bursa.
- [6] **Karagöz, İ.** ,2011, Sayısal analiz ve mühendislik uygulamaları, *Nobel yayınları*.
- [7] **Bekir, A.**,2008. Application of the  $G'/G$ -expansion method for nonlinear evolution equations,, *Physics Letters A*, 372(19), 3400–3406.
- [8] **Bekir , A., Boz, A.**,2008. Exact solutions for nonlinear evolution equations using Exp-function method *Physics Letters A*, 372(10), 1619–1625.
- [9] **Yang ,Y.J.**,,New application of the  $(G'/G,1/G)$ -expansion method to KP equation, *Applied Mathematical Sciences*, Vol. 7,2013, no. 20, 959-967.
- [10] **Li , L.X., Li , E.Q. and Wang , M.L.**, the  $(G'/G,1/G)$ -expansion method and its application to traveling wave solutions of the Zakharov equations, *Applied Mathematics*, Vol. 25, 2010 no. 4, 454-462.
- [11] **Guo, S. and Zhou, Y.**, The extended  $(G'/G)$ -expansion method and its applications to the Whitham-Broer-Like equations and coupled Hirota-Satsuma KdV equations, *Appl. Math. Comput.*, 215 (9) (2010) 3214-3221.
- [12] **Bekir, A., Uygun, F.**,2012. Exact travelling wave solutions of nonlinear evolution equations by using the  $(\frac{G'}{G})$ - expansion method, *Arab Journal of Mathematical Sciences*, Vol:18, 73–85.
- [13] **Bulut, H., Yel, G., Baskonus, H.M.**, 2016.An Application Of Improved Bernoulli Sub-Equation Function Method To The Nonlinear Time-Fractional Burgers Equation, *Turkish Journal of Mathematics and Computer Science*, Vol:5, 1-7.
- [14] **Zheng, B.**,2012. Application of A Generalized Bernoulli Sub-ODE Method For Finding Traveling Solutions of Some Nonlinear Equations, *WSEAS Transactions on Mathematics*, 7(11), 618-626.

- [15] **Baskonus, H.M., Altan Koç, D., Bulut, H.**, 2016. Dark and New Travelling Wave Solutions to the Nonlinear Evolution Equation, *Optik- International Journal for Light and Electron Optics*, 127, 8043-8055.
- [16] **Bulut, H., Yel, G., Baskonus, H.M.**, 2016. An Application Of Improved Bernoulli Sub-Equation Function Method To The Nonlinear Time-Fractional Burgers Equation, *Turkish Journal of Mathematics and Computer Science*, Vol 5, page 5-7.
- [17] **Baskonus, H.M. and Bulut, H.**, 2016. Exponential Prototype Structures for (2+1)-Dimensional Boiti-Leon-Pempinelli Systems in Mathematical Physics, *Waves in Random and Complex Media*, 26(2), 201-208.
- [18] **Zheng, B.**, 2011. A new Bernoulli sub-ODE method for constructing traveling wave solutions for two nonlinear equations with any order, *U. P. B. Sci. Bull., Series A*, Vol. 73, Iss. 3.
- [19] **Yang, X., Deng Z., and Wei, Y.**, 2015. A Riccati-Bernoulli sub-ODE method for nonlinear partial differential equations and its application, *Advances in Difference Equations*, 117.
- [20] **Zheng, B.**, 2012. Application of A Generalized Bernoulli Sub-ODE Method For Finding Traveling Solutions of Some Nonlinear Equations, *WSEAS Transactions on Mathematics*, 7(11), 618-626.
- [21] **Kaplan, M., Bekir, A., Akbulut, A.**, 2016. A generalized Kudryashov method to some nonlinear evolution equations in mathematical physics. *Nonlinear Dyn* DOI 10.1007/s11071-016-2867-1.
- [22] **Wazwaz, A.M.**, 2008. Multiple-soliton solutions for the Calogero–Bogoyavlenskii–Schiff, Jimbo–Miwa and YTSF equations. *Appl. Math. Comput.* 203, 592–597.
- [23] **Moatimid, G.M., El-Shiekh, R.M., Al-Nowehy, A.G.A.**, 2013. Exact solutions for Calogero–Bogoyavlenskii–Schiff equation using symmetry method. *Appl. Math. Comput.* 220, 455–462.
- [24] **Shakeel, M., Mohyud-Din, S.T.**, 2015. Improved  $(G'/G)$  expansion and extended tanh methods for (2+1)dimensional Calogero-Bogoyavlenskii-Schiff equation. *Alex. Eng. J* 54, 27–33.

- [25] **Mirzazadeh, M., Eslami, M., Zerrad, E., Mahmood, M.F., Biswas, A., Belic, M.,** 2015. Optical solitons in nonlinear directional couplers by sine–cosine function method and Bernoulli’s equation approach. *Nonlinear Dyn.* 81, 1933– 1949.
- [26] **Alam, N., Tunç, C.,** 2016, An analytical method for solving exact solutions of the nonlinear Bogoyavlenski equation and nonlinear diffusive predator-prey system. *Alexandria Engineering Journal*, 55, 1855-1865.
- [27] **Kraenkel, R.A., Manikandan, K., Senthivelan, M.,** 2013. On certain new exact solutions of a diffusive predator-prey system, *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simulat.* 18, 1269-1274.
- [28] **Dehghan, M., Sabouri, M.,** 2013, A Legendre spectral element method on a large spatial domain to solve the predator-prey system modeling interaction populations, *Appl. Math. Modell.* 37, 1028-1038.
- [29] **Zayed, E.M.E. , Amer, Y.A. ,** 2015 The modified simple equation method for solving nonlinear diffusive predator-prey system and Bogoyavlenski equations, *Int. J. Phys. Sci.* 10(4), 133-141.

## ÖZGEÇMİŞ

1990 yılında Elazığ’da doğdu. İlköğretimi Adana’da Toros İlköğretim okulunda bitirdi. Adana 5 Ocak Anadolu Lisesinde ortaöğretimi tamamladı. 2012 yılında Çukurova Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümünde Lisans öğrenimini bitirdi.2014 yılında Fırat Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Uygulamalı Matematik Anabilim dalında Yüksek Lisans öğrenimine başladı.

**Tuğba ALANBAY**

