

T.C.
FIRAT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

SAĞLAM REGRESYON TAHMİN
EDİCİLERİNİN İNCELENMESİ ve BİR
UYGULAMA

Ahmet TOY

Yüksek Lisans Tezi
İstatistik Anabilim Dalı
Danışman: Doç. Dr. Cemil ÇOLAK

MAYIS-2014

T.C.
FIRAT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

SAĞLAM REGRESYON TAHMİN EDİCİLERİNİN İNCELENMESİ ve BİR
UYGULAMA

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Ahmet TOY
(091133101)

Anabilim Dalı: İstatistik
Programı: Uygulamalı İstatistik

Danışman: Doç. Dr. Cemil ÇOLAK

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih: MAYIS 2014
MAYIS-2014

T.C.
FIRAT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

SAĞLAM REGRESYON TAHMİN EDİCİLERİNİN İNCELENMESİ ve BİR
UYGULAMA

YÜKSEK LİSANS TEZİ
Ahmet TOY
(091133101)

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih: MAYIS 2014

Tezin Savunulduğu Tarih: MAYIS 2014

Tez Danışman: Doç. Dr. Cemil ÇOLAK (İ.Ü)

Diğer Jüri Üyeleri: Prof. Dr. Mehmet BEKTAŞ (F.Ü)

Doç. Dr. Sinan ÇALIK (F.Ü)

MAYIS-2014

ÖNSÖZ

Bu tez çalışması süresince kıymetli bilgileri ile bana yol gösteren, maddi ve manevi desteğini her zaman hissettiren değerli danışmanım Sayın Doç. Dr. Cemil ÇOLAK'a ve lisans eğitimimde olduğu gibi yüksek lisans eğitimimde de bana ışık tutan kıymetli hocalarım Sayın Doç. Dr. Mehmet GÜRCAN'a, Sayın Doç. Dr. Sinan ÇALIK'a, Sayın Yrd. Doç. Dr. Nurhan HALİSDEMİR'e ve Sayın Doç. Dr. Mahmut IŞIK'a ve bir şekilde emeği geçen herkese teşekkür eder, saygılarımı sunarım.

Bu tezi AİLEME ithaf ediyorum.

Ahmet TOY
ELAĞIĞ-2014

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa No</u>
ÖNSÖZ	II
İÇİNDEKİLER.....	III
ÖZET	V
SUMMARY.....	VI
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	VII
TABLolar LİSTESİ.....	VIII
EKLER LİSTESİ.....	X
KISALTMALAR	XI
1. GİRİŞ	1
2. AYKIRI DEĞER VE SAĞLAMLIK KRİTERLERİ	2
2.1. Aykırı Değer Kavramı ve Sınıflandırılması.....	2
2.2. Aykırı Değer Tespit Etme Yöntemleri.....	2
2.2.1. Standartlaştırılmış ve Studentleştirilmiş Artıklar	2
2.2.2. Cook Uzaklığı.....	4
2.2.3. DFBETAS	5
2.2.4. DFFITS	5
2.3. Sağlamlık Kriterleri	6
2.3.1. Kırılma Noktası	6
2.3.2. Etki Fonksiyonu.....	8
3. REGRESYON TAHMİN EDİCİLERİ	10
3.1. En Küçük Kareler Tahmin Edicisi.....	10
3.2. Sağlam Regresyon Tahmin Edicileri	13
3.2.1. L Tahmin Edicileri.....	13
3.2.1.1. En Küçük Mutlak Sapmalar Tahmin Edicisi.....	14
3.2.2. M Tahmin Edicileri.....	16
3.2.3. Genelleştirilmiş M Tahmin Edicileri	18
3.2.4. R Tahmin Edicileri	19
3.2.5. Yüksek Kırılma Noktasına Sahip Regresyon Tahmin Edicileri.....	21
3.2.5.1. En Küçük Medyan Kareler Tahmin Edicisi	21
3.2.5.2. En Küçük Kırpılmış Kareler Tahmin Edicisi	25

3.2.5.3.	S Tahmin Edicileri.....	28
3.2.5.4.	MM Tahmin Edicileri	30
4.	UYGULAMA.....	31
5.	SONUÇLAR.....	53
6.	KAYNAKLAR.....	54
	EKLER.....	58
	ÖZGEÇMİŞ.....	91

ÖZET

Sağlam Regresyon Tahmin Edicilerinin İncelenmesi ve Bir Uygulama

En küçük kareler yöntemi normal dağılım varsayımının sağlanması halinde veri setini temsil eden sonuçlar verdiği bilinmektedir. Fakat aykırı değerlere karşı duyarlı olan en küçük kareler yöntemi, normal dağılım varsayımı sağlanmadığında yanıltıcı sonuçlar verebilmektedir. Bu yüzden aykırı değerlerin neden olduğu yanlı ve yanıltıcı sonuçlardan uzak olmak adına en küçük kareler yöntemine alternatif olarak sağlam regresyon tahmin edicileri sunulmuştur.

Bu tez çalışmasında aykırı değerlere karşı duyarlılığı az olan sağlam regresyon tahmin edicileri, en küçük kareler tahmin edicisi ile kıyaslanarak tanıtılmaya çalışılmıştır. Bu bağlamda aykırı değer tespit yöntemleri, sağlamlık kriterleri ve regresyon tahmin edicileri başlıklı konulara değinilerek bu alanda uygulama yapılmıştır.

Anahtar Kelimeler: En Küçük Kareler, Aykırı Değer, Kırılma Noktası, Sağlam Regresyon, M Tahmin Ediciler.

SUMMARY

Robust Regression Estimators Examining and Application

It is known that in case the distribution assumption is being ensured, the method of least squares gives results representing the data sets. However, the least squares method which is sensitive to the outliers, may give misleading results when the normal distribution assumption is not provided. Therefore, in order to be away from biased and misleading results caused by the outliers, robust regression estimators have been presented as an alternative to the method of least squares.

In this thesis study, the robust regression estimators which are less sensitive to outliers have been introduced by having been compared to the least squares estimators. In this context, with reference to the topics of the outlier detection methods, the stability criteria and the regression estimators, an application has been made in this field.

Key Words: Least Squares, Outlier, Breakdown Point, Robust Regression, M Estimators.

ŞEKİLLER LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 4.1. Tahmin-Artık Grafiği	33
Şekil 4.2. Tespit edilen ilk aykırı değerlerin çıkarılmasından sonra oluşan tahmin-artık grafiği	35
Şekil 4.3. Tespit edilen 2. aykırı değerlerin çıkarılmasından sonra oluşan tahmin-artık grafiği	37
Şekil 4.4. Tespit edilen 3. aykırı değerlerin çıkarılmasından sonra oluşan tahmin-artık grafiği	39
Şekil 4.5. Tespit edilen 4. aykırı değerlerin çıkarılmasından sonra oluşan tahmin-artık grafiği	42
Şekil 4.6. Tespit edilen 5. aykırı değerlerin çıkarılmasından sonra oluşan tahmin-artık grafiği	44
Şekil 4.7. Tespit edilen aykırı değerlerin tamamının çıkarılmasından sonra oluşan tahmin-artık grafiği	45

TABLolar LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Tablo 4.1. Değişkenlere ilişkin tanımlayıcı istatistikler(n=100)	31
Tablo 4.2. Veri seti için varyans analiz tablosu	32
Tablo 4.3. Veri seti için regresyon katsayıları ve anlamlılık testi tablosu	32
Tablo 4.4. 10, 27, 30, 46, 48, 69, 72, 76 ve 77 nolu gözlemlerin yer almadığı veri seti değişkenleri için tanımlayıcı istatistikler(n=91).....	33
Tablo 4.5. Veri setinden 10, 27, 30, 46, 48, 69, 72, 76 ve 77 nolu gözlemlerin çıkarılmasıyla elde edilen LS yöntemi varyans analiz tablosu	34
Tablo 4.6. Veri setinden 10, 27, 30, 46, 48, 69, 72, 76 ve 77 nolu gözlemlerin çıkarılmasıyla elde edilen LS yöntemi regresyon katsayıları ve anlamlılık testi tablosu	34
Tablo 4.7. 6, 32, 35, 44, 53, 74, 77 ve 88 nolu gözlemlerin yer almadığı veri seti değişkenleri için tanımlayıcı istatistikler(n=83).....	35
Tablo 4.8. Veri setinden 6, 32, 35, 44, 53, 74, 77 ve 88 nolu gözlemlerin çıkarılmasıyla elde edilen LS yöntemi varyans analiz tablosu	36
Tablo 4.9. Veri setinden 6, 32, 35, 44, 53, 74, 77 ve 88 nolu gözlemlerin çıkarılmasıyla elde edilen LS yöntemi regresyon katsayıları ve anlamlılık testi tablosu.....	36
Tablo 4.10. 3, 8, 30, 37, 40 62 ve 71 nolu gözlemlerin yer almadığı veri seti değişkenleri için tanımlayıcı istatistikler(n=76)	38
Tablo 4.11. Veri setinden 3, 8, 30, 37, 40 62 ve 71 nolu gözlemlerin çıkarılmasıyla elde edilen LS yöntemi varyans analiz tablosu	38
Tablo 4.12. Veri setinden 3, 8, 30, 37, 40 62 ve 71 nolu gözlemlerin çıkarılmasıyla elde edilen LS yöntemi regresyon katsayıları ve anlamlılık testi tablosu.....	38
Tablo 4.13. 4, 10, 17, 18, 52 ve 74 nolu gözlemlerin yer almadığı veri seti değişkenleri için tanımlayıcı istatistikler(n=70)	40
Tablo 4.14. Veri setinden 4, 10, 17, 18, 52 ve 74 nolu gözlemlerin çıkarılmasıyla elde edilen LS yöntemi varyans analiz tablosu	40
Tablo 4.15. Veri setinden 4, 10, 17, 18, 52 ve 74 nolu gözlemlerin çıkarılmasıyla elde edilen LS yöntemi regresyon katsayıları ve anlamlılık testi tablosu.....	40
Tablo 4.16. 3, 9, 17, 50, 52, 58 ve 60 nolu gözlemlerin yer almadığı veri seti değişkenleri için tanımlayıcı istatistikler(n=63)	42

Tablo 4.17. Veri setinden 3, 9, 17, 50, 52, 58 ve 60 nolu gözlemlerin çıkarılmasıyla elde edilen LS yöntemi varyans analiz tablosu	42
Tablo 4.18. Veri setinden 3, 9, 17, 50, 52, 58 ve 60 nolu gözlemlerin çıkarılmasıyla elde edilen LS yöntemi regresyon katsayıları ve anlamlılık testi tablosu.....	43
Tablo 4.19. 5, 7, 37 ve 48 nolu gözlemlerin yer almadığı veri seti değişkenleri için tanımlayıcı istatistikler(n=59)	44
Tablo 4.20. Veri setinden 5, 7, 37 ve 48 nolu gözlemlerin çıkarılmasıyla elde edilen LS yöntemi varyans analiz tablosu	44
Tablo 4.21. Veri setinden 5, 7, 37 ve 48 nolu gözlemlerin çıkarılmasıyla elde edilen LS yöntemi regresyon katsayıları ve anlamlılık testi tablosu.....	45
Tablo 4.22. Huber M tahmin edici sonuçları.....	47
Tablo 4.23. Tukey M tahmin edici sonuçları.....	48
Tablo 4.24. LS tahmin edicisi ile Huber, Tukey M tahmin edici sonuçları	49
Tablo 4.25. LS tahmin edicisi, Huber M tahmin edicisi ve Tukey M tahmin edicisine göre değişken katsayıları, anlamlılık tablosu.....	51

EKLER LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Ek 1: Veri seti	58
Ek 2: Veri setinin tüm gözlemleri için aykırı değer tespiti.....	61
Ek 3: Veri setinden 10, 27, 30, 46, 48, 69, 72, 76 ve 77 nolu gözlemlerin çıkarılmasıyla elde edilen yeni veri seti için aykırı değer tespiti	64
Ek 4: 91 gözlemlili veri setinden 6, 32, 35, 44, 53, 74, 77 ve 88 nolu gözlemlerin çıkarılmasıyla elde edilen yeni veri seti için aykırı değer tespiti	66
Ek 5: 83 gözlemlili veri setinden 3, 8, 30, 37, 40, 62 ve 71 nolu gözlemlerin çıkarılmasıyla elde edilen yeni veri seti için aykırı değer tespiti	68
Ek 6: 76 gözlemlili veri setinden 4, 10, 17, 18, 52 ve 74 nolu gözlemlerin çıkarılmasıyla elde edilen yeni veri seti için aykırı değer tespiti	70
Ek 7: 70 gözlemlili veri setinden 3, 9, 17, 50, 52, 58 ve 60 nolu gözlemlerin çıkarılmasıyla elde edilen yeni veri seti için aykırı değer tespiti	72
Ek 8: 63 gözlemlili veri setinden 5, 7, 37 ve 48 nolu gözlemlerin çıkarılmasıyla elde edilen yeni veri seti için aykırı değer tespiti.....	74
Ek 9: Veri setinin tüm gözlemlerine uygulanan Huber ve Tukey yöntemi tablosu.....	76
Ek 10: Veri setinden 10, 27, 30, 46, 48, 69, 72, 76 ve 77 nolu gözlemlerin çıkarılmasıyla elde edilen yeni veri setine uygulanan Huber ve Tukey yöntemi tablosu	79
Ek 11: 91 gözlemlili veri setinden 6, 32, 35, 44, 53, 74, 77 ve 88 nolu gözlemlerin çıkarılmasıyla elde edilen yeni veri setine uygulanan Huber ve Tukey yöntemi tablosu	81
Ek 12: 83 gözlemlili veri setinden 3, 8, 30, 37, 40, 62 ve 71 nolu gözlemlerin çıkarılmasıyla elde edilen yeni veri setine uygulanan Huber ve Tukey yöntemi tablosu	83
Ek 13: 76 gözlemlili veri setinden 4, 10, 17, 18, 52 ve 74 nolu gözlemlerin çıkarılmasıyla elde edilen yeni veri setine uygulanan Huber ve Tukey yöntemi tablosu	85
Ek 14: 70 gözlemlili veri setinden 3, 9, 17, 50, 52, 58 ve 60 nolu gözlemlerin çıkarılmasıyla elde edilen yeni veri setine uygulanan Huber ve Tukey yöntemi tablosu	87
Ek 15: 63 gözlemlili veri setinden 5, 7, 37 ve 48 nolu gözlemlerin çıkarılmasıyla elde edilen yeni veri setine uygulanan Huber ve Tukey yöntemi tablosu	89

KISALTMALAR

BP	: Breakdown Point
GM	: Generalized M
IC	: Influence Curve
IF	: Influence Function
LAD	: Least Absolute Deviations
LAR	: Least Absolute Residuals
LAV	: Least Absolute Values
LMS	: Least Median Squares
LS	: Least Squares
LTS	: Least Trimmed Squares
NCSS	: Number Cruncher Statistical System
RLS	: Reweight Least Squares
SPSS	: Statistical Package for the Social Sciences
VIF	: Variance Inflation Factors

1. GİRİŞ

Regresyon analizi bağımlı değişken ile bağımsız-açıklayıcı değişken(ler) arasındaki ilişkinin çözümlenmesi için kullanılan bir yöntemdir. Regresyon analizi değişken sayılarına göre farklı başlıklarda incelenmektedir. Yani eğer bağımlı değişken sayısı ile bağımsız değişken sayısı 1 ise basit regresyon analizi, bağımlı değişken sayısı 1 ve bağımsız değişken sayısı da 1'den fazla ise çoklu regresyon analizi olarak adlandırılmaktadır.

Bu tez çalışmasının amacı çoklu regresyon analizi yapılacak bir uygulama alanının gözlem değerleri içerisinde aykırı değer(ler) olması halinde tahmin edicilerin ne derece sağlam olduklarını araştırmaktır. Bu amaç doğrultusunda en küçük kareler tahmin edicisi ile aykırı değerlere karşı sağlamlık gösteren ve adını da buradan alan sağlam regresyon tahmin edicileri karşılaştırılmaya çalışılmıştır.

Bu çalışmanın bölümleri şu şekildedir:

Birinci bölümde tez konusuna giriş yapılarak çalışmanın amacı ile birlikte bölümleri ifade edilmiştir.

İkinci bölümde aykırı değer kavramı ile regresyon tahmin edicilerinin sağlamlığını incelemek için kullanılan sağlamlık kriterleri başlığı altında toplanan kırılma noktası ve etki fonksiyonu adlı konular tanıtılmaya çalışılmıştır.

Üçüncü bölümde avantajlarıyla birlikte dezavantajlarına da değinilen regresyon tahmin edicileri sağlamlık derecelerine göre sınıflandırılarak en küçük kareler tahmin edicisi ile karşılaştırılmaya çalışılmıştır.

Dördüncü bölümde tanıtılan yöntemler için uygulama yapılarak sonuçlar elde edilmiştir.

Beşinci ve son bölümde de dördüncü bölümden elde edilen uygulama sonuçları üzerinde durularak sonuçlar yorumlanmıştır.

2. AYKIRI DEĞER VE SAĞLAMLIK KRİTERLERİ

2.1. Aykırı Değer Kavramı ve Sınıflandırılması

Regresyon analizi yönteminde değinilmesi gereken önemli bir konu aykırı değer kavramıdır. Çünkü analiz yapıldığında yansız olmayan ve veri kümesini tam manasıyla ifade etmeyen yani gerçekçi olmayan bazı sonuçlar elde edilmektedir. Bunun nedeni gözlem noktalarının içerisinde aykırı değerlerin bulunmasıdır. Aykırı değer kavramı ise bir gözlem noktasının diğer gözlem noktalarına göre hata terim değerinin büyük olması şeklinde ifade edilebilir ve aşağıda gibi sınıflandırılır:

- 1) Regresyon aykırı değer: Regresyon aykırı değeri, kendisi dışındaki gözlem noktaların oluşturduğu doğrusallığın dışında kalan yani farklı bir konumu olan gözlem noktasıdır.
- 2) Artık aykırı değer: Standartlaştırılmış artık değeri büyük olan gözlem noktası artık aykırı değer olarak ifade edilir.
- 3) Yatay(X) yönlü aykırı değer: Eğer bir gözlem noktası diğer gözlem noktalarından x yön bakımından farklı konumda ise bu gözlem noktası x yönlü aykırı değer olarak ifade edilir.
- 4) Dikey(Y) yönlü aykırı değer: Eğer bir gözlem noktası diğer gözlem noktalarından y yön bakımından farklı konumda ise bu gözlem noktası y yönlü aykırı değer olarak ifade edilir.
- 5) Yatay(X)ve Dikey(Y) yönlü aykırı değer: Eğer bir gözlem noktası diğer gözlem noktalarından hem x hem de y yön bakımından farklı konumda ise bu gözlem noktası x ve y yönlü aykırı değeri olarak ifade edilir.

2.2. Aykırı Değer Tespit Etme Yöntemleri

2.2.1. Standartlaştırılmış ve Studentleştirilmiş Artıklar

n : gözlem sayısı

p : parametre sayısı

r_i : i . gözlemin artığı

s : standart sapma (σ) tahmini

$s_{(i)}$: veri setinde i . gözlemin bulunmaması halinde hesaplanan regresyon standart sapma (σ) tahmini

h_{ii} : şapka (hat) matrisinin i .köşegen elemanı olmak üzere standartlaştırılmış artıklar (t_i)

$$s^2 = \frac{1}{n-p} \sum_{i=1}^n r_i^2 \quad (2.1)$$

eşitliğinde

$$t_i = \frac{r_i}{s\sqrt{1-h_{ii}}} \quad (2.2)$$

şeklinde hesaplanır. Burada standartlaştırılmış artıklar şeklinde ifade edilen artıklar, içsel studentleştirilmiş artıklar şeklinde de ifade edilmektedirler. Jackknife, rstudent, rstudt diye de adlandırılan dışsal studentleştirilmiş artıklar ise aşağıdaki gibi

$$t_{(i)} = \frac{r_i}{s_{(i)}\sqrt{1-h_{ii}}} \quad (2.3)$$

hesaplanmaktadır.

Standartlaştırılmış ve studentleştirilmiş artıklar hesaplandıktan sonra aykırı değer tespit etme işlemi şu şekilde olmaktadır:

- Eğer bir gözlemin standartlaştırılmış artığının mutlak değeri 2'den büyük ise bu gözlem aykırı değer olarak kabul edilir.
- i . gözlemin studentleştirilmiş artığı ile $\pm\infty$ aralığında serbestlik derecesi $n-p-2$ olarak alınan student (t) dağılımı kıyaslanarak i . gözlemin aykırı bir değer durumuna bakılır.

2.2.2. Cook Uzaklığı

1977’de Cook tarafından önerilen Cook uzaklığı yönteminde amaç, bir gözlem değerinin regresyon modeli üzerindeki etkisini araştırmaktır. Bu ise gözlem değerinin veri setinden dışlanmasıyla yapılmaktadır.

Cook uzaklığı

$$CD_{(i)}^2 = \frac{\left(\hat{\beta} - \hat{\beta}_{(i)} \right)^t M \left(\hat{\beta} - \hat{\beta}_{(i)} \right)}{c} \quad (2.4)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Burada M genellikle $X'X$ ve c ’de ps^2 olarak seçilmektedir.

Cook kareler uzaklığı ise

$$CD_{(i)}^2 = \frac{\left(\hat{Z} - \hat{Z}_{(i)} \right)^t \left(\hat{Z} - \hat{Z}_{(i)} \right)}{ps^2} \quad (2.5)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. $CD_{(i)}^2$ ölçüsü

$$CD_{(i)}^2 = \frac{1}{p} t_i^2 \frac{h_{ii}}{1 - h_{ii}} \quad (2.6)$$

şeklinde de ifade edilmektedir (Rousseeuw ve Leroy, 1987).

Cook yöntemiyle i. gözlemin aykırı bir değer olma durumu aşağıdaki gibi 2 şekilde değerlendirilir:

- $CD_{(i)}^2$ değeri ile $F_{p, n-p; 1-\alpha}$ değeri hesaplanarak kıyaslanır. Bu kıyas sonucunda eğer $CD_{(i)}^2$ değeri $F_{p, n-p; 1-\alpha}$ değerinden büyük ise i. gözlemin etkili olduğu söylenir.
- $CD_{(i)}^2$ değeri eğer $4/n$ değerinden büyük ise i. gözlemin etkili olduğu söylenir

2.2.3. DFBETAS

Belsley, Kuh ve Welsch tarafından 1980 yılında tanıtılan bu yöntemde amaç, veri setinden i. gözlemin dışlanmasıyla oluşan regresyon katsayı değişimi ile i. gözlemin aykırı değer olma durumunu incelemektir.

DFBETAS değeri,

$$DFBETAS_{ij} = \frac{\hat{\beta}_j - \hat{\beta}_{j(i)}}{s_{(i)} \sqrt{(X^t X)^{-1}_{jj}}} = \frac{c_{ij}}{\sqrt{\sum_{k=1}^n c_{jk}^2}} \frac{r_i}{s_{(i)} (1 - h_{ii})} \quad (2.7)$$

şeklinde elde edilir. Eşitlikte $C = (X^t X)^{-1} X^t$ 'dir (Belsley ve diğerleri, 1980).

Bu yöntemde $|DFBETAS| > \frac{2}{\sqrt{n}}$ 'i sağlayan gözlem değeri aykırı değer olarak kabul edilir.

2.2.4. DFFITS

Kuh ve Welsch tarafından 1977 yılında tanıtılan bu yöntemde amaç, veri setinden i. gözlemin çıkarılmasıyla oluşan $\hat{Y}_i$ tahmin değerlerindeki değişim ile bu gözlem değerinin aykırı değer olma durumunu araştırmaktır.

DFFITS,

$$DFFITS_{(i)} = \frac{r_i}{s_{(i)}} \frac{\sqrt{h_{ii}}}{1 - h_{ii}} \quad (2.8)$$

şeklinde tanımlanır (Belsley ve diğerleri, 1980).

p parametre sayısı ve n gözlem sayısı olmak üzere $|DFFITS| > 2\sqrt{\frac{p}{n}}$ 'i sağlayan gözlemin aykırı değer olduğu söylenir (Rousseeuw ve Leroy, 1987).

2.3. Sağlamlık Kriterleri

Sağlam regresyon tahmin edicisi elde etme çalışmalarının temel nedeni regresyon tahmin edicilerinin aykırı değerlere karşı dayanıklılık gösterememesidir. Bu nedenle bir regresyon tahmin edicisinin sağlamlığı aykırı değerlerden etkilenme oranına göre farklı yorumlanır. Yani aykırı değerlerden etkilenme oranı az olan bir tahmin edicinin çok sağlam olduğu söylenir.

Aykırı değerlerin regresyon tahmin edicisi üzerindeki etkisinin ölçülmesi için kırılma noktası ve etki fonksiyonu başlığı altında bazı önemli sağlamlık kriterleri geliştirilmiştir. Bu bölümde bu sağlamlık kriterleri üzerinde durulacaktır.

2.3.1. Kırılma Noktası

Kırılma noktası (Breakdown Point- BP), tahmin edicinin tolerans gösterebileceği maksimum aykırı değer miktarını gösteren bir kavramdır.

1967 yılında Hodges tarafından yapılan ilk kırılma noktası tanımı tek boyutlu konum tahmin edicileri ile sınırlıydı, oysa 1971 yılında Hampel çok daha genel bir formül verdi. Maalesef bu ikinci tanımda asimptotik ve oldukça matematikseldi. Bu yüzden bu tanımında yaygınlaşması sınırlı oldu. Daha sonra ise kırılma noktası kavramı 1983'te Donoho ve Huber tarafından yaygınlaştırıldı. Basit sonlu örneklem versiyonu ise şu şekildedir:

n veri noktasından oluşan bir örneklemi ele alalım:

$$Z = \{(X_{11}, \dots, X_{1p}, Y_1), \dots, (X_{n1}, \dots, X_{np}, Y_n)\} \quad (2.9)$$

ve T bir regresyon tahmin edicisi olsun. Z örneğine T tahmin edicisi uygulanırsa, regresyon katsayılarının vektörü elde edilir.

$$T(Z) = \hat{\theta} \quad (2.10)$$

Orijinal veri noktalarından herhangi m tanesinin yerine, keyfi değerler yazılmasıyla elde edilen bozulmuş tüm muhtemel Z' örneklemelerini düşünelim. Böyle bir bozulmanın neden olabileceği maksimum yanlılık:

$$Sapma(m; T, Z) = \sup_{Z'} \|T(Z') - T(Z)\| \quad (2.11)$$

olarak tanımlanır. Eğer $sapma(m; T, Z)$ sonsuz ise m tane aykırı değer T tahmin edicisi üzerinde büyük bir etkiye sahip olduğu söylenebilir. Ve tahmin edicinin kırılma noktası diye ifade edilir. Bu yüzden Z örnekleminde (sonlu örneklem) T tahmin edicisinin kırılma noktası

$$\varepsilon_n^*(T, Z) = \min \left\{ \frac{m}{n}; sapma(m; T, Z) = \infty \right\} \quad (2.12)$$

şeklinde tanımlanır (Huber, 1981).

Kırılma noktası, bir tahmin edicinin sağlamlığı hakkında fikir verir. Yani, bir tahmin edicinin kırılma noktası 0 ' dan ne kadar büyükse, o nispete o tahmin edicinin sağlam olduğu söylenir. Kırılma noktası 0 olan bir tahmin edicinin sağlamlığından bahsetmek ise zordur.

Örneğin; En küçük kareler tahmin edicisini sadece bir aykırı değer bile etkilenir. Dolayısıyla en küçük kareler tahmin edicisinin kırılma noktası:

$$\varepsilon_n^*(T, Z) = \frac{1}{n} \quad (2.13)$$

şeklinde ifade edilir. Ve n örnekleme büyüdükçe, $\frac{1}{n}$ 0 ' a yaklaşacağından, kırılma noktası da 0 ' a yaklaşır (Rousseeuw ve Leroy, 1987). Bu durumda da EKK tahmin edicisinin sağlam bir tahmin edici olmadığı söylenir.

2.3.2. Etki Fonksiyonu

Hampel (1968,1974) tarafından etki fonksiyonu (Influence Function-IF) veya etki eğrisi (Influence Curve-IC) adı altında tanıtılan yöntem belki de sağlam istatistiklerin en yararlı buluşsal bir aracıdır (Huber, 1981).

Kırılma noktası, bir tahmin edicinin tolerans gösterdiği (anlamsız sonuçlar vermemek için) kötü kirlenme miktarının, ne kadar olabileceği hakkında genel bir fikir verirken, buna karşılık etki fonksiyonu, bir tahmin edicinin herhangi bir noktadaki az bir kirlenme miktarına, nasıl tepki vereceği konusunda kesin bir fikir verir (Staudte ve Sheather, 1990).

x herhangi bir nokta olsun. Bu durumda x 'deki etki fonksiyonu, x 'de küçük bir oranda yapay gözlemin ilave edilmesiyle tahmin edicide oluşan nispi değişimin bir yaklaşımı olarak düşünülebilir. Kirlenme için uygun bir model olan

$$F_{x,\varepsilon} = (1 - \varepsilon)F + \varepsilon\Delta_x \quad (2.14)$$

karışım dağılımında $F_{x,\varepsilon}$ 'den seçilecek örneklem x 'de küçük(ε) olasılıkla “kötü” bir gözlemin elde edilmesi riskine uğrar, aksi takdirde F 'den “iyi” bir gözlem elde edilir (Staudte ve Sheather, 1990).

x 'de ε oranındaki “kötü” gözlemlerin $T(F)$ üzerindeki nispi etkisi formüleştirecek olursa

$$\frac{T(F_{x,\varepsilon}) - T(F)}{\varepsilon} \quad (2.15)$$

şeklindeki gibi olur. Bu durumda her x için F 'de T 'nin etki fonksiyonu,

$$IF(x) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{T(F_{x,\varepsilon}) - T(F)}{\varepsilon} \quad (2.16)$$

olur (Staudte ve Sheather, 1990). Buradan

$$T(F_{x,\varepsilon}) = T[(1 - \varepsilon)F + \varepsilon\Delta_x] \quad (2.17)$$

olduğundan formül

$$IF(x, T, F) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{T[(1 - \varepsilon)F + \varepsilon\Delta_x] - T(F)}{\varepsilon} \quad (2.18)$$

şeklinde tanımlanır.

Etki fonksiyonunun ($IF(x, T, F)$) diğer gösterimleri ise şunlardır: $IC_{T,F}(x)$, $\Omega(x, T, F)$, $T'_F(x)$ 'dir (Staudte ve Sheather, 1990).

3. REGRESYON TAHMİN EDİCİLERİ

Regresyon tahmin edicileri değişkenler arasındaki ilişkinin anlaşılması için kullanılan bir yöntemdir. Yani regresyon tahmin edicileri bağımsız değişken(ler)in bağımlı değişkeni ne kadar açıkladığını araştırır. Bu amaç doğrultusunda birçok regresyon tahmin edicisi sunulmuştur. Burada önemli olan değişkenler için doğru olan regresyon tahmin edicisini bulmaktır.

Değişkenler arasındaki ilişkiyi araştırmak adına en sık kullanılan yöntem en küçük kareler tahmin edicisidir. En küçük kareler tahmin edicisi normal dağılım varsayımının sağlanması halinde veri kümesini en iyi ifade eden sonuçları vermektedir. Fakat uygulamalarda bu şartın sağlanması zordur. Bu yüzden en küçük kareler yöntemine alternatif olan ve aykırı değerlerden etkilenmeyen sağlam regresyon tahmin edicileri sunulmuştur.

Bu bölümde en küçük kareler tahmin edicisi ile en küçük kareler tahmin edicisine alternatif olan sağlam regresyon tahmin edicileri tanıtılmaya çalışılacaktır.

3.1. En Küçük Kareler Tahmin Edicisi

En küçük kareler (Least Squares-LS) tahmin edicisi Legedre(1805) ve Gauss(1809) tarafından sunulmuştur. LS tahmin edicisi değişkenler arasındaki ilişkinin açığa vurulması için kullanılan en kolay ve en yaygın yöntemdir. Bu yöntem de artıklar, kalıntılar ve hatalar olarak da ifade edilen hata terimlerinin, kareleri toplamının minimum yapılması amaçlanmaktadır.

Bu çalışmada bağımsız değişken sayısı 1'den çok olduğu için çoklu doğrusal regresyon kullanılacaktır ve regresyon modeli;

$$Y_i = X_{i1}b_1 + X_{i2}b_2 + \dots + X_{ip}b_p + e_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (3.1)$$

şeklinde tanımlanır. Burada

n : gözlem sayısı

Y_i : bağımlı değişkinin i . gözlem değeri

$X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{ip}$: bağımsız değişkenler

θ_j ($j=0,1,\dots,p$) : regresyon katsayısı ve j . bağımsız değişken hariç bağımsız değişkenlerin sabit olması halinde X_{ij} 'deki değişimin Y_i değişkenindeki beklenen değişimi

e_i : hata terimi

olarak ifade edilmektedir.

Hata terimi, bir gözlem değerinin gerçek değeri (Y_i) ile tahmin değeri ($\hat{Y}_i$) arasındaki farkın ifadesidir. Bu ifadenin gösterimi

$$e_i = Y_i - \hat{Y}_i \quad (3.2)$$

$$e_i = Y_i - \hat{\theta}_1 - \hat{\theta}_2 X_i$$

şeklinde olmaktadır. Bu durumda LS tahmin edicisinin amaç fonksiyonu

$$\min_{\hat{\theta}} \sum_{i=1}^n e_i^2 \quad (3.3)$$

şeklinde tanımlanmaktadır.

LS tahmin edicisinin sağlaması gereken varsayımları şöyledir:

- 1) Regresyon modeli doğrusaldır.
- 2) Hata terimi normal dağılımlıdır.

$$e_i \approx N(0, \sigma^2 I_n) \quad (3.4)$$

- 3) Hata teriminin ortalaması sıfırdır.

$$E(e_i/x_i) = 0 \quad (3.5)$$

- 4) Hatalar rastsaldır.
- 5) Hatalar sabit varyanslıdır.

$$\begin{aligned}
\text{var}(e_i/X_i) &= E[e_i - E(e_i)/X_i]^2 \\
&= E(e_i^2/X_i) \\
&= \sigma^2
\end{aligned} \tag{3.6}$$

- 6) Hatalar birbirinden bağımsızdır yani otokorelasyon yoktur.

$$\begin{aligned}
\text{cov}(e_i, e_j) &= E\{[e_i - E(e_i)][e_j - E(e_j)]\} \\
\text{cov}(e_i, e_j) &= E(e_i, e_j) = 0, \quad i \neq j
\end{aligned} \tag{3.7}$$

- 7) Bağımsız değişken ile hata terimi arasında bağ yoktur.

$$\begin{aligned}
\text{cov}(e_i, X_i) &= E\{[e_i - E(e_i)][X_i - E(X_i)]\} \\
&= E[e_i(X_i - E(X_i))] \\
&= E(e_i X_i) - E(X_i)E(e_i) \\
&= E(e_i, X_i) \\
&= 0
\end{aligned} \tag{3.8}$$

- 8) Bağımsız değişkenler arasında çoklu doğrusal ilişki yoktur.
- 9) Regresyon modeli doğru kurulmalıdır.

LS yöntemi hatalar normal dağıldığında yansız ve net sonuç veren bir tahmin edicidir. Fakat aykırı değerler olması halinde LS tahmin edicisi sağlıklı sonuçlar vermemektedir. Çünkü LS tahmin edicisi aykırı değerlere karşı oldukça duyarlıdır.

LS tahmin edicisi tek bir aykırı değerden bile etkilenir bu yüzden kırılma noktası

$$\varepsilon_n^*(T, Z) = \frac{1}{n} \tag{3.9}$$

dir. Yani LS tahmin edicisinin kırılma noktası %0'dır. Bu yüzden kırılma noktası $\varepsilon_n^*(T, Z) > \%0$ olan çeşitli yöntemler sunulmuştur.

3.2. Sağlam Regresyon Tahmin Edicileri

LS tahmin edicisi, hesaplama kolaylığı nedeniyle en yaygın olarak kullanılan regresyon tahmin edicisidir. Fakat LS tahmin edicisi gözlem noktalarının içerisinde aykırı değerler bulunması halinde veri setini temsil eden bir sonuç çıkarmaktan uzaktır. Bu yüzden veri setini temsil eden bir fikir elde etme arayışıyla aykırı değerlerden etkilenmeyen ve paket programlarıyla hesaplanan çeşitli sağlam regresyon tahmin edicileri sunulmuştur. Bu sağlam regresyon tahmin edicileri 3 ana başlık altında toplanabilir. Bunlar: L tahmin ediciler, M tahmin ediciler ve R tahmin edicileridir. Bu tahmin edicilerin yanı sıra yüksek kırılma noktasına sahip olan LMS, LTS, S ve MM başlıklı sağlam regresyon tahmin edicileri vardır. Bu bölümde bu sağlam regresyon tahmin edicilerine değinilecektir.

3.2.1. L Tahmin Edicileri

L olarak adlandırılan bu tahmin ediciler sıralı istatistiklerin doğrusal kombinasyonlarıdır. $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(n)}$ n büyüklüğündeki bir örneklemin sıralı istatistikleri, $a_1, a_2, \dots, a_n$ gerçel sayılar, $0 \leq a_i \leq 1$, $i = 1, 2, \dots, n$ ve

$$\sum_{i=1}^n a_i = 1 \quad (3.10)$$

olsun. Böyle bir durumda bir L tahmin edicisi olan T aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$T = \sum_{i=1}^n a_i x_i \quad (3.11)$$

L tahmin edicilerinin bazıları ortanca (median), genişletilmiş ortanca (broadened median), kırpılmış ortalama (trimmed mean), ortaortalama (midmean) ve en küçük mutlak

sapmalar tahmin edicisidir. Bu kısımda en küçük mutlak sapmalar tahmin edicisine değinilecektir.

3.2.1.1. En Küçük Mutlak Sapmalar Tahmin Edicisi

En küçük mutlak sapmalar (Least Absolute Deviations-LAD) tahmin edicisi LS'den yaklaşık 50 yıl önce 1757 yılında Roger Joseph Boscovich tarafından tanıtılmıştır. Boscovich'in LAD tahmin edicisini tanıtmasının ardından Laplace 30 yıl sonra bu tahmin edici üzerinde çalışma yaparak tekrar sunmuştur (Birkes ve Dodge, 1993). Daha sonra 1887 yılında Edgeworth LAD tahmin edicisini sağlam regresyon tahmin edicisi elde etmek amacıyla geliştirmiştir. Edgeworth'un bu amacı sağlam regresyon tahmin edicilerine atılan ilk adım olmuştur (Rousseeuw ve Leroy, 1987).

LAD tahmin edicisinde amaç artıkların mutlak değerlerinin toplamını en küçüklemektir. Amaç fonksiyonu aşağıdaki gibi

$$\min_{\hat{\theta}} \sum_{i=1}^n |r_i| \quad (3.12)$$

ifade edilmektedir.

Bu yöntem en küçük mutlak sapmalar diye adlandırıldığı gibi en küçük mutlak değerler (Least Absolute Values-LAV), en küçük mutlak artıklar (Least Absolute Residuals-LAR) ve L_1 regresyon diye de adlandırılmaktadır. “Bunların arasında en yaygın olarak kullanılan L_1 regresyondur. LAD yöntemi L_1 regresyon diye adlandırıldığında LS yöntemi L_2 regresyon diye adlandırılır. (Rousseeuw ve Leroy, 1987)”. Bu tahmin edicilerin bu adlarla ifade edilmesinin nedeni L_1 regresyonun amaç fonksiyonda artıkların karelerinin alınmaması ve L_2 regresyonun amaç fonksiyonunda artıkların(r_i^2) karelerinin alınmasıdır (Birkes ve Dodge, 1993).

L_1 tahmin edicisinde parametre tahminlerinin hesaplanabilmesi için algoritma geliştirilmiştir. Bu algoritmanın işleyişi ise şu şekildedir:

- 1) Tüm veri çiftlerinden 1. sıradaki veri çifti seçilir. Ve bu seçilen veri çifti (x_0, y_0) noktası olur.

2) (x_0, y_0) veri çiftinin kullanılmasıyla, ayrı ayrı her bir veri çifti için eğim değerleri

$$\frac{(y_i - y_0)}{(x_i - x_0)} \quad (3.13)$$

şeklinde hesaplanır.

3) Elde edilen eğim değerleri küçükten büyüğe doğru sıralanarak $|x_i - x_0|$ 'ları hesaplanır.

4) $|x_i - x_0|$ değerlerinin elde edilmesiyle kritik değer

$$T = \sum_{i=0}^n |x_i - x_0| \quad (3.14)$$

şeklinde hesaplanır. Ve daha sonraki aşamalarda bulunan bu kritik değer yarısı olan $\frac{T}{2}$ üzerinden işlem devam ettirilir.

5) $\frac{T}{2}$ değerine karşılık gelen eğim değeri saptanır. Bunun için hesaplanan $|x_i - x_0|$ değerlerine bakılır. Yani kritik değer hesaplanırken $\frac{T}{2}$ 'den büyük olunmasına neden olan ilk değer son $|x_i - x_0|$ 'ı bulunur ve bu $|x_i - x_0|$ 'a karşılık gelen eğim değeri 3. aşamaya bakılarak tespit edilir.

6) Bulunan bu eğimi veren nokta, yeni veri çifti olur. Bu veri çifti üzerinden aşamalar tekrar gerçekleştirilir. İterasyonlar sonucunda art arda iki aynı eğim değeri tespit edilince algoritma durur. Ve aranan eğim elde edilmiş olur (Birkes ve Dodge, 1993).

Aşağıdaki şartı sağlayan k noktası elde edilir,

$$|x_1 - x_0| + \dots + |x_{k-1} - x_0| \leq \frac{1}{2}T \quad (3.15)$$

$$|x_1 - x_0| + \dots + |x_{k-1} - x_0| + |x_k - x_0| > \frac{1}{2}T \quad (3.16)$$

ve (x_0, y_0) noktasından geçen en iyi doğrudur;

$$\beta^* = \frac{y_k - y_0}{x_k - x_0} \quad (3.17)$$

şeklinde hesaplanır. Ve

$$\alpha^* = y_0 + \beta^* x_0 \quad (3.18)$$

olmak üzere;

$$\hat{y} = \alpha^* + \beta^* x \quad (3.19)$$

şeklinde ifade edilir (Birkes ve Dodge, 1993).

L_2 regresyon x ve y yönündeki aykırı değerlere karşı duyarlıdır. Ve aykırı değer varlığında bu regresyon için sağlamlık söz konusu değildir. L_1 regresyon ise x yönündeki aykırı değerlere karşı duyarlı olmasına rağmen y yönündeki aykırı değerlere karşı dayanıklılık gösterir. Bu yönüyle L_1 regresyon L_2 regresyondan pozitif anlamda farklıdır. Bu yüzden L_1 regresyonun L_2 regresyondan dayanıklı olduğu söylenir. Fakat L_1 regresyonunda kırılma noktası L_2 regresyondaki gibi $\frac{1}{n}$ 'dir. Bunun nedeni ise L_1 regresyonun x yönündeki tek bir aykırı değerden bile etkileniyor olmasıdır.

3.2.2. M Tahmin Edicileri

M tahmin edicisi adını en çok olabilirlik (Maximum Likelihood-ML) tahmin edicisinden almıştır ve ilk olarak Peter J. Huber (1964) tarafından sunulmuştur.

LS tahmin edicisinde amaç hata terimlerinin kareleri (e_i^2) toplamını minimum yapmak iken M tahmin edicisinde amaç hata terimlerinin fonksiyonu olan $\rho(e)$ fonksiyonunu minimum yapmaktır.

Fox 2002’de $\rho(e)$ fonksiyonunun sahip olduğu bazı özellikleri ifade etmiştir. Bunlar:

- 1) $\rho(e) \geq 0$
- 2) $\rho(0) = 0$
- 3) $\rho(e) = \rho(-e)$
- 4) $|e_i| > |e_{i'}|$ için $\rho(e_i) \geq \rho(e_{i'})$ dir

LS tahmini için $\rho(e_i) = e_i^2$ olur.

Yukarıda sayılan özellikleri sağlayan bir $\rho(e_i)$ fonksiyonu varlığında M tahmin edicisinin amaç fonksiyonu

$$\min \sum_{i=1}^n \rho(e_i) = \min \sum_{i=1}^n \rho(Y_i - X_i\theta) \quad (3.20)$$

şeklinde tanımlanır.

Eşitlik (3.20)’de ρ fonksiyonu sürekli ve türevlenebilen bir fonksiyon özelliğini taşımaktadır. Ve böyle bir durumda eşitlik (3.20)’deki θ ’ya göre ρ fonksiyonunun türevi alınacak olursa

$$\sum_{i=1}^n \psi(e_i) X_i = 0 \quad (3.21)$$

eşitliği elde edilir. Bu eşitlikte ρ fonksiyonunun türevini temsil eden fonksiyon ψ fonksiyonudur. Ve gösterimi de $\psi(e) = \frac{\partial}{\partial \theta} \rho(e)$ şeklindeki gibi olmaktadır.

M tahmin ediciler için tanımlanan çeşitli fonksiyonlar söz konusudur. Bunlar;

- Huber’in tanımladığı p fonksiyonu,

$$\rho(e) = \begin{cases} \frac{e^2}{2}, & -k \leq e \leq k \\ k|e| - \frac{k^2}{2}, & |e| > k \end{cases} \quad (3.22)$$

şeklindedir. Bu fonksiyonun türevi alınacak olursa Huber'in ağırlık fonksiyonu aşağıdaki gibi

$$\psi(e) = \begin{cases} e, & -k \leq e \leq k \\ k \operatorname{sign}(e), & |e| > k \end{cases} \quad (3.23)$$

olmaktadır (Huber, 1981). Burada $k=1.345$ 'dir.

• Tukey'in tanımladığı p fonksiyonu,

$$\rho(e) = \begin{cases} \frac{k^2}{6} \left\{ 1 - \left[1 - \left(\frac{e}{k} \right)^2 \right]^3 \right\}, & -k \leq e \leq k \\ \frac{k^2}{6}, & |e| > k \end{cases} \quad (3.24)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Bu fonksiyonun türevi alınacak olursa Tukey'in ağırlık fonksiyonu,

$$\psi(e) = \begin{cases} \left[1 - \left(\frac{e}{k} \right)^2 \right]^2, & -k \leq e \leq k \\ 0, & |e| > k \end{cases} \quad (3.25)$$

elde edilir (Fox 2002). Burada $k=1.345$ 'dir.

3.2.3. Genelleştirilmiş M Tahmin Edicileri

Genelleştirilmiş M (Generalized M -GM) tahmin edicileri M tahmin edicilerine alternatif bir yöntem olarak sunulmuştur. Yani daha öncede değinildiği üzere M tahmin edicileri y yönündeki aykırı değerlere karşı sağlamlık gösterirler fakat kaldıraç noktası olarak da ifade edilen x yönündeki aykırı değerlere karşı sağlamlık gösterememektedirler

bu yüzden bu eksikliği gidermek adına alternatif bir yöntem olarak genelleştirilmiş M tahmin edicileri sunulmuştur.

Genelleştirilmiş M tahmin edicileri x yönündeki aykırı değerlerin etkisini sınırlamak için sunulmuş bir yöntem olduğundan sınırlandırılmış etki tahmin edicileri (bounded influence estimators) diye de adlandırılmaktadırlar. Bu yöntem de kaldıraç noktalarının etkisi ise çeşitli w ağırlık fonksiyonlarıyla sınırlandırılmaktadır.

GM tahmin edicilerinden sık kullanılanlardan birisi Mallows'un 1975 yılında sunduğu

$$\sum_{i=1}^n w(X_i) \left(\frac{e_i}{\hat{\sigma}} \right) X_i = 0 \quad (3.26)$$

(3.26) eşitliğidir. Bir diğer genelleştirilmiş M tahmin edicisi ise Schweppe'nin 1977 yılında sunduğu

$$\sum_{i=1}^n w(X_i) \left(\frac{e_i}{w(X_i) \hat{\sigma}} \right) X_i = 0 \quad (3.27)$$

(3.27) eşitliğidir.

GM tahmin edicilerinin genel bir kırılma noktası değeri için net bir durum ortaya koymak güçtür. Bunun nedeni ise GM tahmin edicilerinin sağlamlık derecelerinin farklı olmasıdır.

3.2.4. R Tahmin Edicileri

R tahmin edicileri 1963 yılında Hodges ve Lehman tarafından sunulmuştur. R tahmin edicileri rank testlerine bağlı olarak değerlendirilirler ve bu nedenle de bu isimle ifade edilirler.

R tahmin edicilerinin amaç fonksiyonu

$$\min \sum_{i=1}^n a_n(R_i) r_i \quad (3.28)$$

şeklinde tanımlanır.

R tahmin edicilerinin amaç fonksiyonundaki R_i , tüm artıklar içinde r_i artığının rankını yani sırasını göstermektedir. Ve $a_n(i)$ 'de

$$\sum_{i=0}^n a_n(i) = 0 \quad (3.29)$$

ifadesini sağlayan monoton bir skor fonksiyonudur.

R tahmin edicileri için tanımlanan çeşitli skor fonksiyonları şu şekildedir:

- Wilcoxon skorları

$$a_n(i) = i - \frac{n+1}{2} \quad (3.30)$$

- Van Der Waerden skorları

$$a_n(i) = \phi^{-1}\left(\frac{i}{(n+1)}\right) \quad (3.31)$$

ϕ^{-1} normal dağılım fonksiyonunun tersidir.

- Medyan skorları

$$a_n(i) = \text{sgn}\left(i - \frac{(n+1)}{2}\right) \quad (3.32)$$

- Sınırlı normal skorlar:

$$a_n(i) = \min\left(c, \max\left\{\phi^{-1}\left(\frac{i}{(n+1)}\right), -c\right\}\right) \quad (3.33)$$

R tahmin edicileri x yönündeki aykırı değerlere karşı duyarlı olduklarından kırılma noktaları %0'dır.

3.2.5. Yüksek Kırılma Noktasına Sahip Regresyon Tahmin Edicileri

Bir tahmin edici eğer tek bir aykırı değerden bile etkileniyorsa bu tahmin edici için kırılma noktası $\frac{1}{n}$ dir. $\frac{1}{n}$ ise kırılma noktası için olabilecek en düşük değerdir. Aykırı değerlerden etkilenme oranı azaldıkça kırılma noktası değeri artar. Bu artış %50'de son bulur. Yani bir tahmin edicinin kırılma noktası en fazla %50 olur.

Bir tahmin edicinin kırılma noktasının %50 olması için hem x hem de y yönündeki aykırı değerlere karşı sağlamlık göstermesi gerekir. Sağlam regresyon tahmin edicileri adı altında tanıtılan L, M ve R tahmin edicileri y yönündeki aykırı değerlere karşı sağlamlık göstermelerine rağmen x yönündeki aykırı değerlere karşı sağlamlık gösterememektedirler bu yüzden kırılma noktaları $\frac{1}{n}$ dir.

Rousseeuw kırılma noktası %50 olan en küçük medyan kareler ve en küçük kırılmış kareler tahmin edicilerini sunmuştur. Daha sonra yüksek kırılma noktasına sahip olan yöntemlerden S tahmin edicilerini Rousseeuw ve Yohai, MM tahmin edicilerini de Yohai sunmuştur. Bu yöntemler aşağıda tanıtılacaktır.

3.2.5.1. En Küçük Medyan Kareler Tahmin Edicisi

1984 yılında Rousseeuw tarafından sunulan ve 1987 yılında Rousseeuw ve Leroy tarafından geliştirilen en küçük medyan kareler(Least Median Squares - LMS) tahmin edicisinde amaç artık karelerin medyanının minimum edilmesiyle sağlam bir tahmin edici elde etmektir.

LMS tahmin edicisinin amaç fonksiyonu

$$\min_{\hat{\theta}} \text{med}_i r_i^2 \quad (3.34)$$

şeklinde tanımlanır.

LMS tahmin edicisinde parametre tahminlerini elde etmek için birçok algoritma önerilmiştir. Bu algoritmalarından bazıları Rousseeuw ve Leroy (1984), Steele ve Steiger (1986), Stromberg (1993) ve Agullo (1997) tarafından önerilen algoritmalar. Rousseeuw ve Leroy tarafından önerilen algoritma en yaygın olarak kullanılan algoritmadır. PROGRESS adlı bu algoritmanın işleyişi ise aşağıdaki gibidir:

Veri kümesinin tüm mümkün alt kümeleri elde edilir. Daha sonra her biri için LS tahmin edicileri hesaplanarak, artık karelerin medyanı bulunur. Bu medyan değerleri içinde minimum değere sahip olan parametre tahmini, çözüm olarak kabul edilir.

PROGRESS algoritmasının işleyişinden de anlaşıldığı üzere, LMS tahminine ulaşmak için veri kümesinin tüm mümkün alt kümelerinin elde edilmesi gerekmektedir. Küçük veri kümeleri için bu durum mümkündür. Fakat veri kümesinin büyük olması halinde tüm mümkün alt kümelerin elde edilmesi pek de imkan dahilinde değildir. Bu nedenle büyük veri kümelerinde seçilen p gözlemler m adet alt kümeden en az bir tanesinin iyi gözlem değerlerinden oluşma ihtimali yaklaşık 1 olacak şekilde belirli sayıda rastlantısal olarak seçim yapılır. Seçilen alt kümelerden en az bir tanesinin iyi gözlem değerlerinden oluşma ihtimali:

$$1 - \left(1 - (1 - \varepsilon)^p\right)^m \quad (3.35)$$

şeklinde ifade edilir. ε değeri veri kümesindeki aykırı değer oranıdır.

Rousseeuw ve Leroy (1987) tarafından tanımlanan PROGRESS (from **P**rogram for **R**obust **r**e**G**RESSion) programı 1997 yılında Rousseeuw ve Hubert tarafından şu şekilde basamaklandırılmıştır:

- 1) Veriler girilir
- 2) Kayıp veri denetlenir
- 3) Veriler standartlaştırılır
- 4) LS çözümlemesi yapılır
- 5) LMS hesaplanır
- 6) RLS çözümlemesi yapılır.

PROGRESS programının 5. Basamağından elde edilen LMS modeli için ölçek tahmini hesaplanır. LMS için sağlam bir biçimde tanımlana bu ölçek tahmininin hesaplanması ilk ölçek tahmini olan s^0 'ın hesaplanmasıyla başlar.

$$s^o = 1.4826 \left(1 + \frac{5}{n-p} \right) \sqrt{\text{med}_i r_i^2} \quad (3.36)$$

Bu ölçek tahmininin (s^0) kullanılmasıyla, standartlaştırılmış artıklar ($\frac{r_i}{s^o}$) hesaplanır ve i. gözlemin w_i ağırlığı aşağıdaki gibi belirlenir:

$$w_i = \begin{cases} 1 & \left| \frac{r_i}{s^0} \right| \leq 2,5 \\ 0 & \left| \frac{r_i}{s^0} \right| > 2,5 \end{cases} \quad (3.37)$$

Daha sonra, LMS regresyonu için ölçek tahmincisi

$$\sigma^* = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n w_i r_i^2}{\sum_{i=1}^n w_i - p}} \quad (3.38)$$

şeklinde elde edilir. Ve bu ölçek tahmincisinin kırılma noktası da %50'dir.

σ^* elde edildikten sonra, R^2 ile ifade edilen belirleme katsayısı hesaplanır. Sabit terim içeren bir model için belirleme katsayısı

$$R^2 = 1 - \left(\frac{\text{med}|r_i|}{\text{mad}(y_i)} \right)^2 \quad (3.39)$$

şeklinde hesaplanır. Kvalseth (1985) tarafından da önerilen (3.39) formülündeki “mad” ifadesi median absolute deviation (medyan mutlak sapma) anlamına gelen bir kısaltmadır ve şu şekilde

$$mad(y_i) = med_i \left\{ \left| y_i - med_i y_i \right| \right\} \quad (3.40)$$

tanımlanmaktadır. Modelin sabit terim içermemesi durumunda ise belirleme katsayısı şu şekilde

$$R^2 = 1 - \left(\frac{med |r_i|}{med(y_i)} \right)^2 \quad (3.41)$$

hesaplanır.

Programın son basamağında yeniden ağırlıklandırılmış en küçük kareler(Reweight Least Squares-RLS) sonuçları elde edilir. RLS sonuçları için w_i ağırlıkları (3.37)’deki gibi belirlenerek aşağıdaki (3.42)

$$\min_{\hat{\theta}} \sum_{i=1}^n w_i r_i^2 \quad (3.42)$$

hesaplanır. Fakat ölçek tahmini için s^0 yerine son ölçek tahmini olan σ^* kullanılır. (3.42)’in hesaplanmasıyla birlikte RLS için ölçek tahmini

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n w_i r_i^2}{\sum_{i=1}^n w_i - p}} \quad (3.43)$$

şeklinde belirlenir(Rousseeuw ve Leroy, 1987).

LMS tahmin edicisinin bazı özellikleri şu şekildedir:

1) LMS tahmin edicisi için daima bir çözüm vardır.

2) LMS tahmin edicisi regresyon eş değişim, ölçek eş değişim ve affine eş değişim özelliklidir. Gösterimleri

$$med_i(\{y_i + x_i v\} - x_i \{\theta + v\})^2 = med_i(y_i - x_i \theta)^2, \quad (3.44)$$

$$med_i(cy_i - x_i \{c\theta\})^2 = c^2 med_i(y_i - x_i \theta)^2 \quad (3.45)$$

ve

$$med_i(y_i - \{x_i A\} \{A^{-1} \theta\})^2 = med_i(y_i - x_i \theta)^2 \quad (3.46)$$

şeklindedir.

3) Eğer $p > 1$ ve gözlemler genel durumda ise LMS tahmin edicisi için kırılma noktası

$$\frac{\left(\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor - p + 2 \right)}{n} \quad (3.47)$$

olarak ifade edilir (Rousseeuw ve Leroy, 1987).

Bir tahmin edicinin sağlamlığı hakkında bize önemli bir fikir veren kırılma noktası, LMS tahmin edicisi için yaklaşık %50'dir. Ve bu değer olabilecek en yüksek kırılma noktası olduğundan LMS tahmin edicisinin sağlam bir tahmin edici olduğu söylenir.

3.2.5.2. En Küçük Kırılmış Kareler Tahmin Edicisi

Rousseeuw tarafından 1984 yılında önerilen ve yüksek kırılma noktasına sahip olan en küçük kırılmış kareler (Least Trimmed Squares-LTS) tahmin edicisinin amaç fonksiyonu aşağıdaki gibi

$$\min_{\hat{\theta}} \sum_{i=1}^h (r^2)_{i:n} \quad (3.48)$$

tanımlanır.

LTS tahmin edicisinde artık kareler $(r^2)_{1:n} \leq (r^2)_{2:n} \leq \dots \leq (r^2)_{n:n}$ şeklinde küçükten büyüğe doğru sıralanır. Bu sıralanan artık karelerin ilk h adedinin toplanmasıyla amaç fonksiyonu en küçüklenmeye çalışılır. Burada önemli olan h değerinin belirlenmesidir. h değeri ise aşağıda gibi belirlenir:

n gözlem sayısı ve p parametre sayısı olmak üzere

$$h = \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{p+1}{2} \right\rfloor \quad (3.49)$$

şeklinde hesaplanır.

h değerinin hesaplanılışından da anlaşıldığı gibi LTS tahmin edicisinin kırılma noktası %50 'ye yakındır. Ayrıca h alt kümesi eğer iyi gözlem değerlerinden oluşmuşsa yani kötü gözlem değerleri hesaba katılmamışsa LTS yöntemi için iyi bir tahmin edici elde edilmiş demektir. Bu tahmin edicinin elde edilmesi için tüm mümkün alt kümelerin taranması gerekmektedir. Bu durum küçük örneklemeler için mümkün olsa da büyük örneklemeler için alt kümelerin tamamının taranması zordur. Örneğin, $n=10$ ve $p=5$ için

$h = \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{p+1}{2} \right\rfloor = 8$ bulunur. Bu durumda $C_{10}^8 = 45$ olur ve 45 tane alt kümenin

taranması mümkündür. Fakat $n=40$ ve $p=5$ için $h = \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{p+1}{2} \right\rfloor = 23$ bulunur ve bu

durumda da $C_{40}^{23} \cong 9 \times 10^{10}$ olarak hesaplanır. Ve bu büyüklükte (9×10^{10}) alt kümenin elde edilmesi zordur. Bu yüzden LTS yönteminde iyi bir tahmin edicinin elde edilmesi algoritma ile gerçekleştirilir. Bu algoritmanın işleyişi LMS tahmin edicisinde olduğu gibidir. Yani veriler girilir, kayıp veri denetlenir ve veriler standartlaştırılarak LS analizi yapılır. Daha sonrada LTS hesaplanarak RLS analizi yapılır ve program sonlandırılır.

LTS tahmin edicisinin LMS tahmin edicisine göre bazı önemli avantajları vardır. Bunlar aşağıdaki gibidir:

- 1) LTS tahmin edicisinin daha düzgün olması
- 2) LTS tahmin edicisinin asimptotik olarak normal dağılıma sahip olmasından dolayı istatistiksel etkinliğinin fazla olmasıdır.

LTS tahmin edicisinin bu avantajlarına rağmen çoğu kez LMS tahmin edicisi kullanılır. Bunun nedeni ise LMS tahmin edicisinin hesaplama kolaylığıdır (Rousseeuw ve Driessen, 1999).

LTS tahmin edicisinin bazı özellikleri şu şekildedir:

- 1) LTS tahmin edicisi için daima bir çözüm vardır.
- 2) LTS tahmin edicisi regresyon eş değişim, ölçek eş değişim ve affine eş değişim özelliklidir. Gösterimleri

$$\sum_{i=1}^h \left((y_i + x_i v - x_i \{v + \theta\})^2 \right)_{i:n} = \sum_{i=1}^h \left((y_i - x_i \theta)^2 \right)_{i:n} \quad (3.50)$$

$$\sum_{i=1}^h \left(c y_i + x_i (c \theta) \right)_{i:n}^2 = c^2 \sum_{i=1}^h \left((y_i - x_i \theta)^2 \right)_{i:n} \quad (3.51)$$

ve

$$\sum_{i=1}^h \left(y_i - (x_i A) (\theta A^{-1}) \right)_{i:n}^2 = \sum_{i=1}^h \left((y_i - x_i \theta)^2 \right)_{i:n} \quad (3.52)$$

şeklinde.

- 3) Eğer $p > 1, h = \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{p+1}{2} \right\rfloor$ ve gözlemler genel durumda ise LTS tahmin edicisi için kırılma noktası

$$\varepsilon^* = \frac{\left\lfloor \frac{(n-p)}{2} \right\rfloor + 1}{n} \quad (3.53)$$

şeklinde tanımlanır. Genellikle $h, h = \left\lfloor n(1-\alpha) \right\rfloor + \left\lfloor \alpha(p+1) \right\rfloor$ veya $h = \left\lfloor n(1-\alpha) \right\rfloor + 1$ örneğindeki gibi bir α kırılma oranına bağlı olur. Böyle bir durumda kırılma noktası

$$\varepsilon^* \approx \alpha \quad (3.54)$$

olur.

4) LTS tahmin edicisi normal dağılım durumunda M tahmin edicisi ile aynı asimtotik etkiye sahiptir ve aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\psi(x) = \begin{cases} x & |x| \leq \phi^{-1}\left(1 - \frac{a}{2}\right) \\ 0 & d.d \end{cases} \quad (3.55)$$

Ve bu Huber-tipi sıçrayan ortalama ile aynı tanımdır (Rousseeuw ve Leroy, 1987).

3.2.5.3. S Tahmin Edicileri

S tahmin edicileri Rousseeuw ve Yohai tarafından 1984 yılında sunulmuştur ve kalıntıların dağılımını minimize etmeyi amaçlar. Bu amaç formülleştirilecek olursa aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\min_{\hat{\theta}} S[r_1(\theta), \dots, r_n(\theta)] \quad (3.56)$$

ve bu durumda da ölçek(scale) tahmincisi

$$\hat{\sigma} = S\left[r_1\left(\hat{\theta}\right), \dots, r_n\left(\hat{\theta}\right)\right] \quad (3.57)$$

olur.

$S[r_1(\theta), \dots, r_n(\theta)]$ dağılımı aşağıdaki eşitliğin çözümü,

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \rho\left(\frac{r_i}{s}\right) = K \quad (3.58)$$

olarak kabul edilir. K genellikle $E_{\phi}[\rho]$ ifadesine eşit olacak biçimde alınır. Ve bu $E_{\phi}[\rho]$ deki ϕ 'da standart normal dağılımı göstermektedir.

Eğer (3.58) eşitliğinin çözümü birden çok ise bu durumda çözümlerin supremumu alınır ve gösterimi

$$S(r_1, \dots, r_n) = \sup \left\{ s; \left(\frac{1}{n} \right) \sum_{i=1}^n \rho \left(\frac{r_i}{s} \right) = K \right\} \quad (3.59)$$

şeklindedir (Rousseeuw ve Leroy, 1987).

Yukarıda eşitlikte kullanılan ρ fonksiyonu aşağıdaki özellikleri sağlaması gerekmektedir:

- 1) ρ , $\rho(0) = 0$ ve sürekli türevlenebilen bir fonksiyon olmalıdır.
- 2) ρ , $[0, c]$ aralığında kesinlikle artan, $[c, \infty)$ aralığında da sabit olacak bir fonksiyon için bir c ($c > 0$) değeri mevcut olmalıdır.
- 3) $\frac{K}{\rho(c)} = \frac{1}{2}$ eşitliğini sağlamalıdır (Rousseeuw ve Leroy, 1987).

Tukey'in iki ağırlıklı fonksiyonu yukarıdaki 3 özelliği gösteren bir ρ fonksiyonudur ve aşağıdaki gibi

$$p(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{2c^2} + \frac{x^6}{6c^2} & |x| \leq c \\ \frac{c^2}{6} & |x| > c \end{cases} \quad (3.60)$$

ifade edilmektedir.

S tahmin edicilerin kırılma noktası $n \rightarrow \infty$ için olabilecek en yüksek değer olan %50'ye ulaşır ve

$$\varepsilon^* = \frac{K}{\rho(c)} \quad (3.61)$$

şeklinde hesaplanır.

S tahmin edicileri yukarıda ifade edilen bazı özellikleri göstermesi gerektiğinden hesaplanması zor olan bir yöntemdir (Heikkila, 2004).

3.2.5.4. MM Tahmin Edicileri

Yüksek kırılma noktasına sahip olan MM tahmin edicileri Yohai (1985) tarafından sunulmuştur. MM tahmin edicileri şöyle tanımlanır:

Önce yüksek kırılma noktalı bir θ^* tahmini hesaplanır. Bu işlem için sağlam tahmin edicinin etkinlik göstermesine gerek yoktur. Daha sonra $r_i(\theta^*)$ artıklarından S_n gibi kırılma noktası %50 olan bir M ölçek tahmini, elde edilir. Sonuçta, bir MM tahmin edicisi

$$\sum_{i=1}^n \psi\left(\frac{r_i(\theta)}{s_n}\right) x_i = 0 \quad (3.62)$$

eşitliğinin herhangi bir çözümü olarak ifade edilir. Buradaki ifade

$$S(\theta) \leq S(\theta^*) \quad (3.63)$$

ifadesini sağlar. $S(\theta)$ ise

$$S(\theta) = \sum_{i=1}^n \psi\left(\frac{r_i(\theta)}{s_n}\right) x_i \quad (3.64)$$

şeklinde hesaplanır (Rousseeuw ve Leroy, 1987).

4. UYGULAMA

Bu bölümde veri setini temsil eden gözlem noktaları içerisinde aykırı değerler olması halinde regresyon tahmin edicilerinin veri setini ne kadar açıklayabildiğini araştırmak adına çalışma yapılmıştır. Bu doğrultuda uygulama veri seti olarak Dielman(2001)'in araba fiyatlarına ilişkin olan veri setinden derlenen bir veri seti kullanılmıştır. SPSS (Statistical Package for the Social Sciences) ve NCSS (Number Cruncher Statistical System) paket programları kullanılarak veri setine ilk önce LS tahmin edicisi daha sonra M tahmin edicilerden Huber ve Tukey uygulanarak kıyaslanmıştır. Bu çalışmada bağımlı değişken arabanın fiyatı(dolar) ve bağımsız değişkenler arabanın ağırlığı, arabanın şehir içinde yaktığı yakıt miktarı(mil başına düşen galon), araba motorundaki dağıtıcı performansı ve arabanın beygir gücüdür. Değişkenler,

$$Y_i = \text{Fiyat}$$

$$X_1 = \text{Ağırlık}$$

$$X_2 = \text{Yakıt}$$

$$X_3 = \text{Dağıtıcı}$$

$$X_4 = \text{Beygir}$$

olmak üzere, model

$$FIYAT = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3 + b_4X_4 + e_i$$

şeklindedir.

Ek1'deki veri setine en küçük kareler tahmin edicisi uygulanarak şu sonuçlar elde edilmiştir:

Tablo 4.1. Değişkenlere ilişkin tanımlayıcı istatistikler(n=100)

Değişkenler	Minimum	Maksimum	Mean	Std. Deviation
Fiyat	8655,00	279400,00	38893,1500	44968,42022
Ağırlık	1895,00	5070,00	3235,4900	581,23951
Yakıt	9,00	41,00	20,7700	4,83851
Dağıtıcı	993,00	7990,00	3033,2400	1178,67528
Beygir	55,00	530,00	201,2800	87,04058

Tablo 4.2. Veri seti için varyans analiz tablosu

Model	S.d.	Kareler Toplamı	Kareler Ortalaması	F	p
Regresyon	4	159929457812,132	39982364453,033	94,335	<0.001
Artıklar	95	40264265044,618	423834368,891		
Toplam	99	200193722856,750			

Tablo 4.3. Veri seti için regresyon katsayıları ve anlamlılık testi tablosu

Değişkenler	Katsayılar	Std. Hata	t	p	VIF
Sabit	-51775,810	37289,979	-1,388	<0,168	
Ağırlık	6,650	6,331	1,051	<0,296	3,162
Yakıt	80,794	904,004	<0,089	<0,926	4,469
Dağıtıcı	-22,784	3,959	-5,755	<0.001	5,086
Beygir	678,566	50,062	13,555	<0.001	4,435

$R^2 = \%79,9$ $\hat{\sigma} = 20587$

Sonuçlarına göre;

- Regresyon denklemi

$$\hat{Y} = -51776 + 6,7X_1 + 80X_2 - 22,8X_3 + 678,6X_4$$

şeklinde olmaktadır.

- Bağımsız değişkenlerin VIF değerlerinin 10'dan küçük olması aralarında çoklu bağlantının olmadığını ortaya koymaktadır.

- Bağımsız değişkenler arasında, p değeri %5'den büyük olan ağırlık ile yakıt değişkenlerinin anlamsız ve p değeri %5'den küçük olan dağıtıcı ile beygir değişkenlerinin anlamlı olduğu anlaşılmaktadır.

Yukarıdaki sonuçlar elde edildikten sonra veri setindeki aykırı değerler tespit edilerek veri setinden çıkarılmaya çalışılmıştır. Bu doğrultuda elde edilen ilk aykırı değer sonuçları **Ek2'**de verilmiştir ve aşağıdaki gözlemlerin aykırı değer olduğu tespit edilmiştir.

- Studentize artık değerlerine göre 10, 48, 69 ve 77 nolu gözlemler aykırı değer olarak tespit edilmiştir.

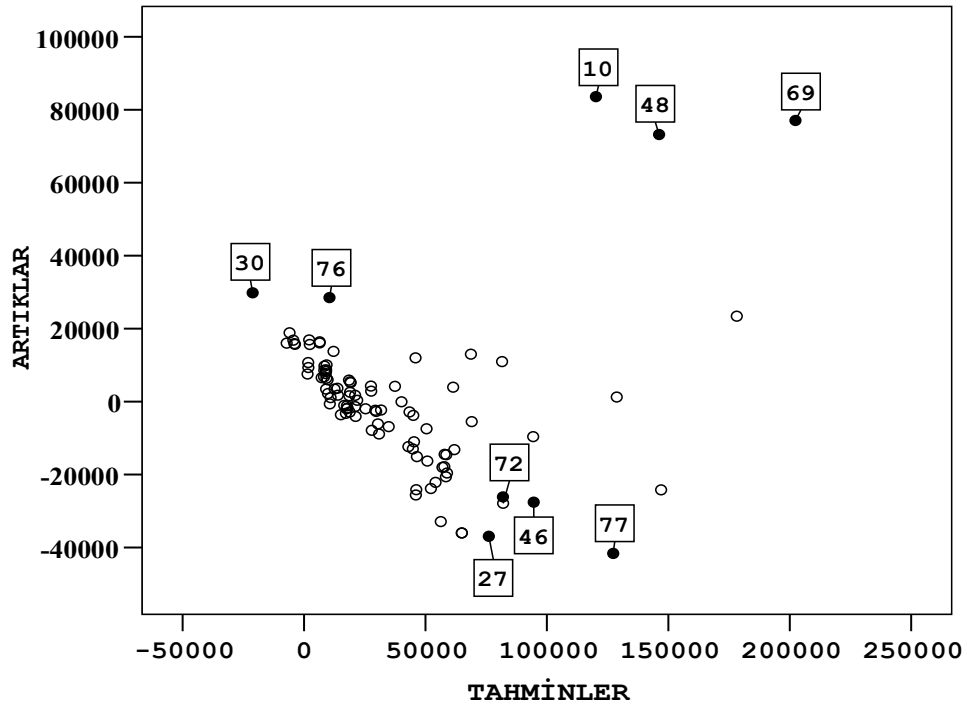
- Cook ($\frac{4}{n} = 0,04$) değerlerine göre 10, 27, 30, 46, 47, 48, 49, 69 ve 77 nolu gözlemler aykırı değer olarak tespit edilmiştir.

- DFBETAS ($\frac{2}{\sqrt{n}}=0,2$) değerlerine göre 10, 30, 47, 69, 72 ve 77 nolu gözlemler

aykırı değer olarak tespit edilmiştir.

- DFFITS ($2\sqrt{\frac{p}{n}}=0,4$) değerlerine göre 10, 27, 30, 46, 47, 48, 49, 69, 76 ve 77 nolu

gözlemler aykırı değer olarak tespit edilmiştir.



Şekil 4.1. Tahmin-Artık Grafiği

Yukarıda alınan sonuçlara ve veri setinden elde edilen tabloya göre 10, 27, 30, 46, 48, 69, 72, 76 ve 77 nolu gözlemler aykırı değer olarak tespit edilip veri setinden çıkarılmıştır. Daha sonra tekrar LS yöntemi uygulanarak aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir:

Tablo 4.4. 10, 27, 30, 46, 48, 69, 72, 76 ve 77 nolu gözlemlerin yer almadığı veri seti değişkenleri için tanımlayıcı istatistikler(n=91)

Değişkenler	Minimum	Maksimum	Mean	Std. Deviation
Fiyat	8850,00	201600,00	31792,5165	28647,44300
Ağırlık	2101,00	4760,00	3204,3626	543,22708
Yakıt	10,00	33,00	21,1429	4,00436
Dağıtıcı	1468,00	5474,00	2868,2637	947,73708
Beygir	92,00	485,00	188,0989	67,90795

Tablo 4.5. Veri setinden 10, 27, 30, 46, 48, 69, 72, 76 ve 77 nolu gözlemlerin çıkarılmasıyla elde edilen LS yöntemi varyans analiz tablosu

Model	S.d.	Kareler Toplamı	Kareler Ortalaması	F	p
Regresyon	4	62580632098,888	15645158024,722	119,278	<0.001
Artıklar	86	11280207037,837	131165198,114		
Toplam	90	73860839136,725			

Tablo 4.6. Veri setinden 10, 27, 30, 46, 48, 69, 72, 76 ve 77 nolu gözlemlerin çıkarılmasıyla elde edilen LS yöntemi regresyon katsayıları ve anlamlılık testi tablosu

Değişkenler	Katsayılar	Std. Hata	t	p	VIF
Sabit	-15394,502	25196,272	-0,611	<0,543	
Ağırlık	-5,159	5,210	-0,990	<0,325	5,496
Yakıt	-140,173	612,939	-0,229	<0,820	4,134
Dağıtıcı	-12,252	3,105	-3,946	<0,001	5,941
Beygir	541,328	33,419	16,198	<0,001	3,534
$R^2 = \%84,7 \quad \hat{\sigma} = 11452$					

Sonuçlarına göre;

- Regresyon denklemi

$$\hat{Y} = -15395 - 5,2X_1 - 140,2X_2 - 12,3X_3 + 541,3X_4$$

şeklinde olmaktadır.

- Bağımsız değişkenlerin VIF değerlerinin 10'dan küçük olması aralarında çoklu bağlantının olmadığını ortaya koymaktadır.

- Bağımsız değişkenler arasında, p değeri %5'den büyük olan ağırlık ile yakıt değişkenlerinin anlamsız ve p değeri %5'den küçük olan dağıtıcı ile beygir değişkenlerinin anlamlı olduğu anlaşılmaktadır.

Sonuçlarına göre R^2 'de artış ve standart sapmada düşüş olduğu gözlenmektedir. Bu yüzden **Ek3** tablosu elde edilerek şu sonuçlar alınmıştır:

- Studentize artık değerlerine göre 6, 32, 35, 44, 53, 74 ve 77 nolu gözlemler aykırı değer olarak tespit edilmiştir.

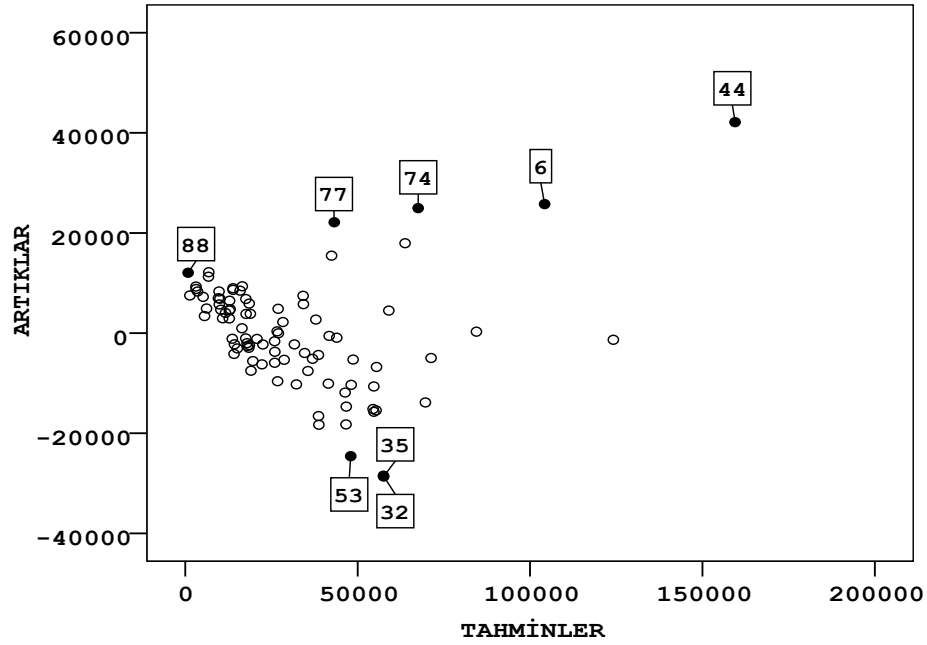
- Cook ($\frac{4}{n} = 0,044$) değerlerine göre 6, 44, 74 ve 77 nolu gözlemler aykırı değer olarak tespit edilmiştir.

- DFBETAS ($\frac{2}{\sqrt{n}}=0,21$) değerlerine göre 6, 44, 74, 77 ve 88 nolu gözlemler aykırı

değer olarak tespit edilmiştir.

- DFFITS ($2\sqrt{\frac{p}{n}}=0,42$) değerlerine göre 6, 44, 53, 77 ve 88 nolu gözlemler aykırı

değer olarak tespit edilmiştir.



Şekil 4.2. Tespit edilen ilk aykırı değerlerin çıkarılmasından sonra oluşan tahmin-artık grafiği

Yukarıda alınan sonuçlara göre 6, 32, 35, 44, 53, 74, 77 ve 88 nolu gözlemler aykırı değer olarak tespit edilip veri setinden çıkarılmıştır. Daha sonra tekrar LS yöntemi uygulanarak aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir:

Tablo 4.7. 6, 32, 35, 44, 53, 74, 77 ve 88 nolu gözlemlerin yer almadığı veri seti değişkenleri için tanımlayıcı istatistikler(n=83)

Değişkenler	Minimum	Maksimum	Mean	Std. Deviation
Fiyat	8850,00	122825,00	27825,4096	18747,48736
Ağırlık	2101,00	4255,00	3162,5181	494,63708
Yakıt	16,00	32,00	21,3976	3,56795
Dağıtıcı	1495,00	4966,00	2812,8434	895,83057
Beygir	92,00	375,00	180,1928	56,80722

Tablo 4.8. Veri setinden 6, 32, 35, 44, 53, 74, 77 ve 88 nolu gözlemlerin çıkarılmasıyla elde edilen LS yöntemi varyans analiz tablosu

Model	S.d.	Kareler Toplamı	Kareler Ortalaması	F	p
Regresyon	4	24702223913,309	6175555978,327	116,968	<0.001
Artıklar	78	4118175230,763	52797118,343		
Toplam	82	28820399144,072			

Tablo 4.9. Veri setinden 6, 32, 35, 44, 53, 74, 77 ve 88 nolu gözlemlerin çıkarılmasıyla elde edilen LS yöntemi regresyon katsayıları ve anlamlılık testi tablosu

Değişkenler	Katsayılar	Std. Hata	t	p	VIF
Sabit	-33667,003	19330,897	-1,742	<0,086	
Ağırlık	-0,459	4,565	-0,100	<0,920	7,917
Yakıt	480,570	449,608	1,069	<0,288	3,997
Dağıtıcı	-9,236	2,277	-4,057	<0,001	6,460
Beygir	436,417	26,840	16,260	<0,001	3,611

$$R^2 = \%85,7 \quad \hat{\sigma} = 7266$$

Sonuçlarına göre;

- Regresyon denklemi

$$\hat{Y} = -33667 - 0,5X_1 + 480,6X_2 - 9,2X_3 + 436,4X_4$$

şeklinde olmaktadır.

- Bağımsız değişkenlerin VIF değerlerinin 10'dan küçük olması aralarında çoklu bağlantının olmadığını ortaya koymaktadır.

- Bağımsız değişkenler arasında, p değeri %5'den büyük olan ağırlık ile yakıt değişkenlerinin anlamsız ve p değeri %5'den küçük olan dağıtıcı ile beygir değişkenlerinin anlamlı olduğu anlaşılmaktadır.

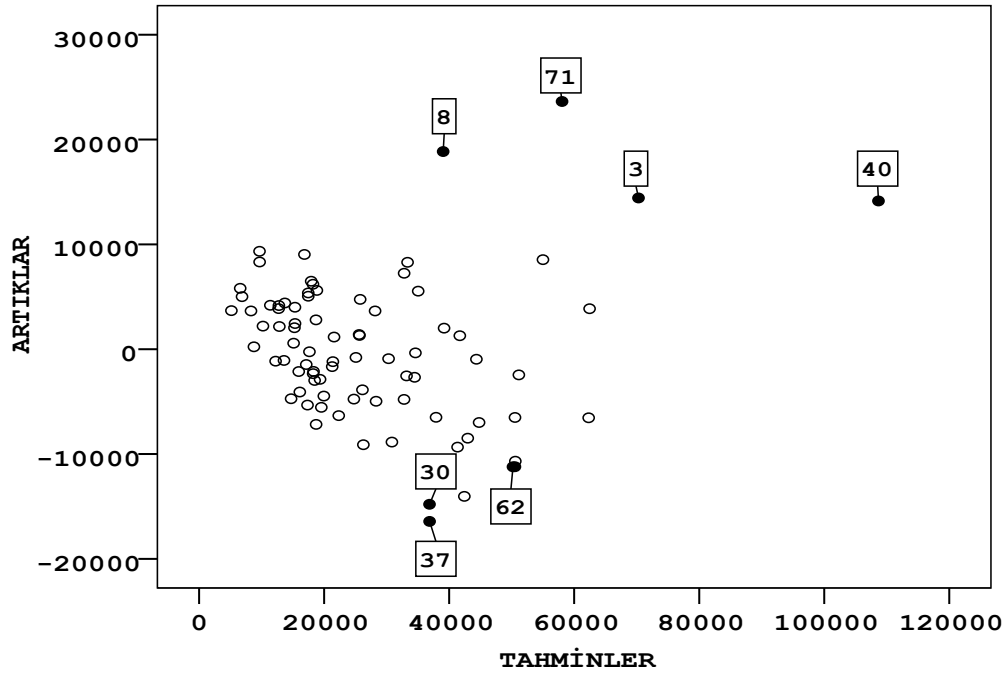
Sonuçlarına göre R^2 'de artış ve standart sapmada düşüş olduğu gözlenmektedir. Bu yüzden **Ek4** tablosu elde edilerek şu sonuçlar alınmıştır:

- Studentize artık değerlerine göre 3, 8, 30, 37, 40 ve 71 nolu gözlemler aykırı değer olarak tespit edilmiştir.

- Cook ($\frac{4}{n}=0,048$) değerlerine göre 3, 40 ve 71 nolu gözlemler aykırı değer olarak tespit edilmiştir.

- DFBETAS ($\frac{2}{\sqrt{n}}=0,22$) değerlerine göre 3, 12, 30, 37, 40 ve 71 nolu gözlemler aykırı değer olarak tespit edilmiştir.

- DFFITS ($2\sqrt{\frac{p}{n}}=0,44$) değerlerine göre 3, 8, 30, 37, 40, 62 ve 71 nolu gözlemler aykırı değer olarak tespit edilmiştir.



Şekil 4.3. Tespit edilen 2. aykırı değerlerin çıkarılmasından sonra oluşan tahmin-artık grafiği

Yukarıda alınan sonuçlara göre 3, 8, 30, 37, 40, 62 ve 71 nolu gözlemler aykırı değer olarak tespit edilip veri setinden çıkarılmıştır. Daha sonra tekrar LS yöntemi uygulanarak aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir:

Tablo 4.10. 3, 8, 30, 37, 40, 62 ve 71 nolu gözlemlerin yer almadığı veri seti değişkenleri için tanımlayıcı istatistikler(n=76)

Değişkenler	Minimum	Maksimum	Mean	Std. Deviation
Fiyat	8850,00	66330,00	24748,2763	12553,52854
Ağırlık	2101,00	4255,00	3126,2368	491,29820
Yakıt	17,00	32,00	21,5921	3,52582
Dağıtıcı	1495,00	4605,00	2737,5132	865,12056
Beygir	92,00	290,00	172,1579	49,34425

Tablo 4.11. Veri setinden 3, 8, 30, 37, 40 62 ve 71 nolu gözlemlerin çıkarılmasıyla elde edilen LS yöntemi varyans analiz tablosu

Model	S.d.	Kareler Toplamı	Kareler Ortalaması	F	p
Regresyon	4	10362442181,831	2590610545,458	126,251	<0.001
Artıklar	71	1456888725,366	20519559,512		
Toplam	75	11819330907,197			

Tablo 4.12. Veri setinden 3, 8, 30, 37, 40 62 ve 71 nolu gözlemlerin çıkarılmasıyla elde edilen LS yöntemi regresyon katsayıları ve anlamlılık testi tablosu

Değişkenler	Katsayılar	Std. Hata	t	p	VIF
Sabit	-47559,780	13534,429	-3,514	<0,001	
Ağırlık	11,454	3,241	3,534	<0,001	9,269
Yakıt	506,686	317,030	1,598	<0,114	4,567
Dağıtıcı	-9,925	1,500	-6,615	<0,001	6,158
Beygir	306,299	25,090	12,208	<0,001	5,602

$$R^2 = \%87,7 \quad \hat{\sigma} = 4530$$

Sonuçlarına göre:

- Regresyon denklemi

$$\hat{Y} = -47560 + 11,5X_1 + 506,7X_2 - 9,9X_3 + 306,3X_4$$

şeklinde olmaktadır.

- Bağımsız değişkenlerin VIF değerlerinin 10'dan küçük olması aralarında çoklu bağlantının olmadığını ortaya koymaktadır.

- Bağımsız değişkenler arasında, p değeri %5'den büyük olan yakıt değişkeninin anlamsız ve p değeri %5'den küçük olan ağırlık, dağıtıcı ve beygir değişkenlerinin anlamlı olduğu anlaşılmaktadır.

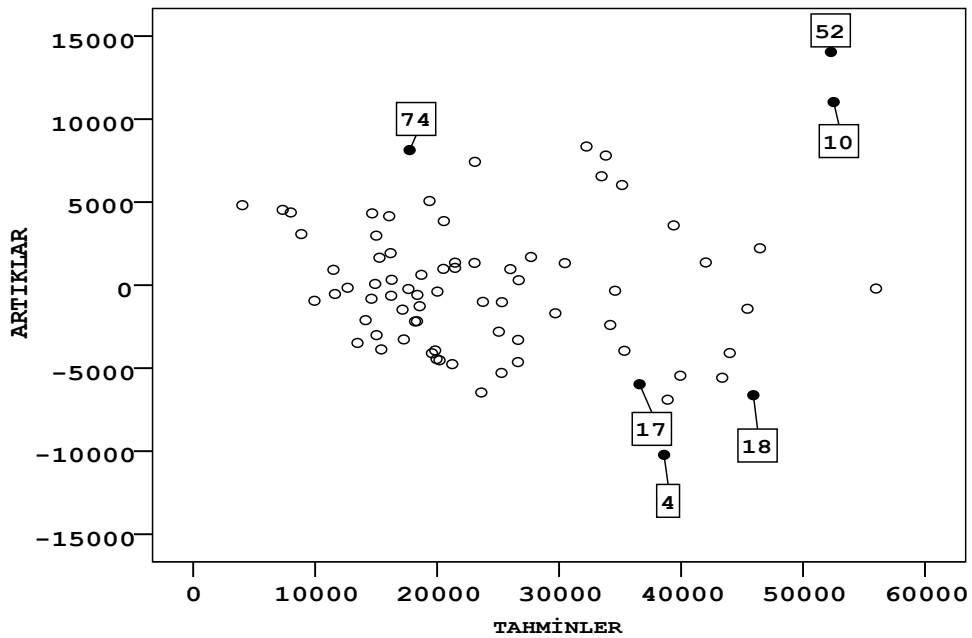
Sonuçlarına göre R^2 'de artış ve standart sapmada düşüş olduğu gözlenmektedir. Bu yüzden **Ek5** tablosu elde edilerek şu sonuçlar alınmıştır:

- Studentize artık değerlerine göre 4, 10 ve 52 nolu gözlemler aykırı değer olarak tespit edilmiştir.

- Cook ($\frac{4}{n}=0,053$) değerlerine göre 10 ve 52 nolu gözlemler aykırı değer olarak tespit edilmiştir.

- DFBETAS ($\frac{2}{\sqrt{n}}=0,23$) değerlerine göre 10, 11, 32, 52 ve 74 nolu gözlemler aykırı değer olarak tespit edilmiştir.

- DFFITS ($2\sqrt{\frac{p}{n}}=0,46$) değerlerine göre 4, 10, 11, 17, 18, 52 ve 74 nolu gözlemler aykırı değer olarak tespit edilmiştir.



Şekil 4.4. Tespit edilen 3. aykırı değerlerin çıkarılmasından sonra oluşan tahmin-artık grafiği

Yukarıda alınan sonuçlara göre 4, 10, 17, 18, 52 ve 74 nolu gözlemler aykırı değer olarak tespit edilip veri setinden çıkarılmıştır. Daha sonra tekrar LS yöntemi uygulanarak aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir:

Tablo 4.13. 4, 10, 17, 18, 52 ve 74 nolu gözlemlerin yer almadığı veri seti değişkenleri için tanımlayıcı istatistikler(n=70)

Değişkenler	Minimum	Maksimum	Mean	Std. Deviation
Fiyat	8850,00	55780,00	23239,9857	10878,33558
Ağırlık	2101,00	3996,00	3075,8000	467,02880
Yakıt	17,00	32,00	21,9143	3,47973
Dağıtıcı	1495,00	4605,00	2656,4000	831,12137
Beygir	92,00	290,00	166,4429	45,06152

Tablo 4.14. Veri setinden 4, 10, 17, 18, 52 ve 74 nolu gözlemlerin çıkarılmasıyla elde edilen LS yöntemi varyans analiz tablosu

Model	S.d.	Kareler Toplamı	Kareler Ortalaması	F	p
Regresyon	4	7304595148,053	1826148787,013	137,904	<0.001
Artıklar	65	860739614,932	13242147,922		
Toplam	69	8165334762,986			

Tablo 4.15. Veri setinden 4, 10, 17, 18, 52 ve 74 nolu gözlemlerin çıkarılmasıyla elde edilen LS yöntemi regresyon katsayıları ve anlamlılık testi tablosu

Değişkenler	Katsayılar	Std. Hata	t	p	VIF
Sabit	-50026,973	11540,647	-4,335	<0,001	
Ağırlık	13,663	2,810	4,861	<0,001	8,977
Yakıt	525,802	265,230	1,982	<0,052	4,438
Dağıtıcı	-10,317	1,246	-8,280	<0,001	5,589
Beygir	283,148	22,112	12,805	<0,001	5,173

$$R^2 = \%89,5 \quad \hat{\sigma} = 3639$$

Sonuçlarına göre:

- Regresyon denklemi

$$\hat{Y} = -50027 + 13,7X_1 + 526X_2 - 10,3X_3 + 283,2X_4$$

şeklinde olmaktadır.

- Bağımsız değişkenlerin VIF değerlerinin 10'dan küçük olması aralarında çoklu bağlantının olmadığını ortaya koymaktadır.

- Bağımsız değişkenler arasında, p değeri %5'den büyük olan yakıt değişkeninin anlamsız ve p değeri %5'den küçük olan ağırlık, dağıtıcı ve beygir değişkenlerinin anlamlı olduğu anlaşılmaktadır.

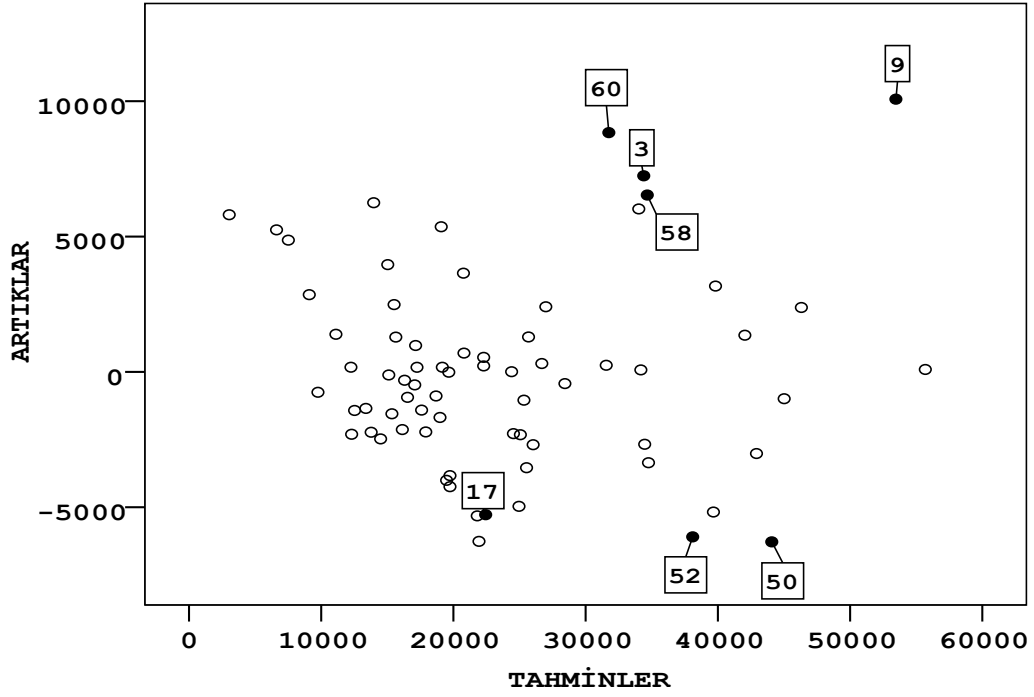
Sonuçlarına göre R^2 'de artış ve standart sapmada düşüş olduğu gözlenmektedir. Bu yüzden **Ek6** tablosu elde edilerek şu sonuçlar alınmıştır:

- Studentize artık değerlerine göre 3, 9, 58 ve 60 nolu gözlemler aykırı değer olarak tespit edilmiştir.

- Cook ($\frac{4}{n} = 0,057$) değerlerine göre 9, 52 ve 53 nolu gözlemler aykırı değer olarak tespit edilmiştir.

- DFBETAS ($\frac{2}{\sqrt{n}} = 0,24$) değerlerine göre 9, 31, 50 ve 53 nolu gözlemler aykırı değer olarak tespit edilmiştir.

- DFFITS ($2\sqrt{\frac{p}{n}} = 0,48$) değerlerine göre 3, 9, 17, 31, 50, 52, 53 ve 60 nolu gözlemler aykırı değer olarak tespit edilmiştir.



Şekil 4.5. Tespit edilen 4. aykırı değerlerin çıkarılmasından sonra oluşan tahmin-artık grafiği

Yukarıda alınan sonuçlara göre 3, 9, 17, 50, 52, 58 ve 60 nolu gözlemler aykırı değer olarak tespit edilip veri setinden çıkarılmıştır. Daha sonra tekrar LS yöntemi uygulanarak aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir:

Tablo 4.16. 3, 9, 17, 50, 52, 58 ve 60 nolu gözlemlerin yer almadığı veri seti değişkenleri için tanımlayıcı istatistikler(n=63)

Değişkenler	Minimum	Maksimum	Mean	Std. Deviation
Fiyat	8850,00	55780,00	21998,3175	10416,76133
Ağırlık	2101,00	3996,00	3046,8889	475,52803
Yakıt	17,00	32,00	22,1587	3,55240
Dağıtıcı	1495,00	4605,00	2614,5873	851,32623
Beygir	92,00	290,00	162,3175	45,25905

Tablo 4.17. Veri setinden 3, 9, 17, 50, 52, 58 ve 60 nolu gözlemlerin çıkarılmasıyla elde edilen LS yöntemi varyans analiz tablosu

Model	S.d.	Kareler Toplamı	Kareler Ortalaması	F	p
Regresyon	4	6226945625,894	1556736406,474	180,362	<0.001
Artıklar	58	500607203,757	8631158,685		
Toplam	62	6727552829,651			

Tablo 4.18. Veri setinden 3, 9, 17, 50, 52, 58 ve 60 nolu gözlemlerin çıkarılmasıyla elde edilen LS yöntemi regresyon katsayıları ve anlamlılık testi tablosu

Değişkenler	Katsayılar	Std. Hata	t	p	VIF
Sabit	-51542,754	9947,459	-5,181	<0,001	
Ağırlık	14,307	2,416	5,923	<0,001	9,478
Yakıt	540,016	225,774	2,392	<0,020	4,621
Dağıtıcı	-9,964	1,088	-9,157	<0,001	6,164
Beygir	271,282	18,906	14,349	<0,001	5,260
$R^2 = \%92,6 \quad \hat{\sigma} = 2938$					

Sonuçlarına göre:

- Regresyon denklemi

$$\hat{Y} = -51543 + 14,3X_1 + 540X_2 - 10X_3 + 271,3X_4$$

şeklinde olmaktadır.

- Bağımsız değişkenlerin VIF değerlerinin 10'dan küçük olması aralarında çoklu bağlantının olmadığını ortaya koymaktadır.

- Bağımsız değişkenlerin p değerlerinin %5'den küçük olması değişkenlerin anlamlı olduğunu ortaya koymaktadır.

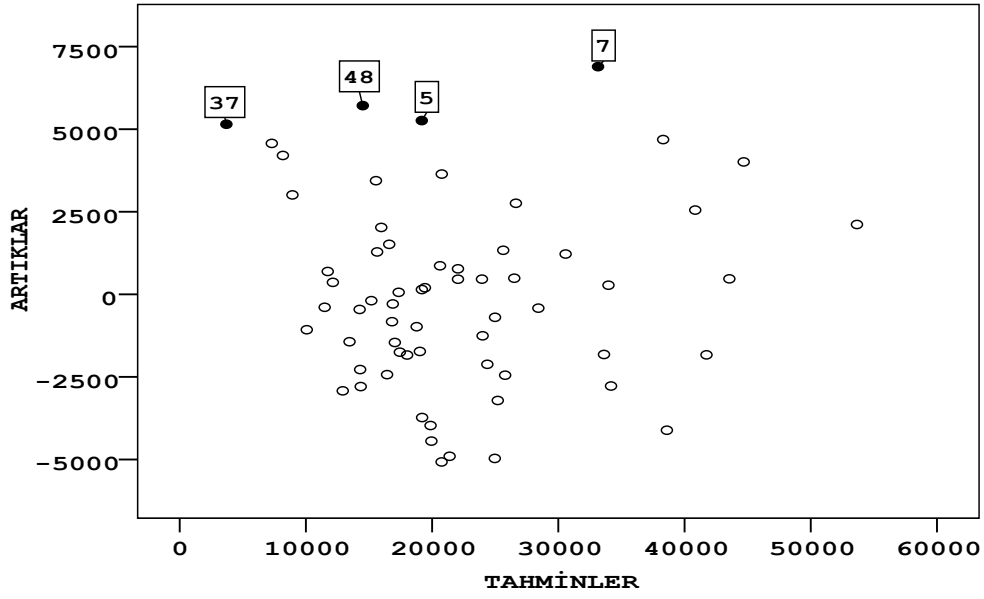
Sonuçlarına göre R^2 'de artış ve standart sapmada düşüş olduğu gözlenmektedir. Bu yüzden **Ek7** tablosu elde edilerek şu sonuçlar alınmıştır:

- Studentize artık değerlerine göre 7 ve 58 nolu gözlemler aykırı değer olarak tespit edilmiştir.

- Cook ($\frac{4}{n} = 0,064$) değerlerine göre 7, 28, 37 ve 48 nolu gözlemler aykırı değer olarak tespit edilmiştir.

- DFBETAS ($\frac{2}{\sqrt{n}} = 0,25$) değerlerine göre 28, 48 ve 53 nolu gözlemler aykırı değer olarak tespit edilmiştir.

- DFFITS ($2\sqrt{\frac{p}{n}} = 0,5$) değerlerine göre 7, 28, 37, 43 ve 48 nolu gözlemler aykırı değer olarak tespit edilmiştir.



Şekil 4.6. Tespit edilen 5. aykırı değerlerin çıkarılmasından sonra oluşan tahmin-artık grafiği

Yukarıda alınan sonuçlara göre 5, 7, 37 ve 48 nolu gözlemler aykırı değer olarak tespit edilip veri setinden çıkarılmıştır. Daha sonra tekrar LS yöntemi uygulanarak aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir:

Tablo 4.19. 5, 7, 37 ve 48 nolu gözlemlerin yer almadığı veri seti değişkenleri için tanımlayıcı istatistikler (n=59)

Değişkenler	Minimum	Maksimum	Mean	Std. Deviation
Fiyat	8999,00	55780,00	21904,1356	10355,34570
Ağırlık	2295,00	3996,00	3073,3220	460,31850
Yakıt	17,00	32,00	22,0339	3,55725
Dağıtıcı	1590,00	4605,00	2655,8814	855,30432
Beygir	105,00	290,00	163,7797	45,46657

Tablo 4.20. Veri setinden 5, 7, 37 ve 48 nolu gözlemlerin çıkarılmasıyla elde edilen LS yöntemi varyans analiz tablosu

Model	S.d.	Kareler Toplamı	Kareler Ortalaması	F	p
Regresyon	4	5873571001,083	1468392750,271	229,202	<0.001
Artıklar	54	345953697,832	6406549,960		
Toplam	58	6219524698,915			

Tablo 4.21. Veri setinden 5, 7, 37 ve 48 nolu gözlemlerin çıkarılmasıyla elde edilen LS yöntemi regresyon katsayıları ve anlamlılık testi tablosu

Değişkenler	Katsayılar	Std. Hata	t	p	VIF
Sabit	-59509,724	9004,946	-6,609	<0,001	
Ağırlık	16,429	2,277	7,214	<0,001	9,948
Yakıt	651,289	197,738	3,294	<0,002	4,479
Dağıtıcı	-9,730	0,967	-10,059	<0,001	6,196
Beygir	258,978	16,668	15,537	<0,001	5,199
$R^2 = \%94,4$ $\hat{\sigma} = 2531$					

Sonuçlarına göre:

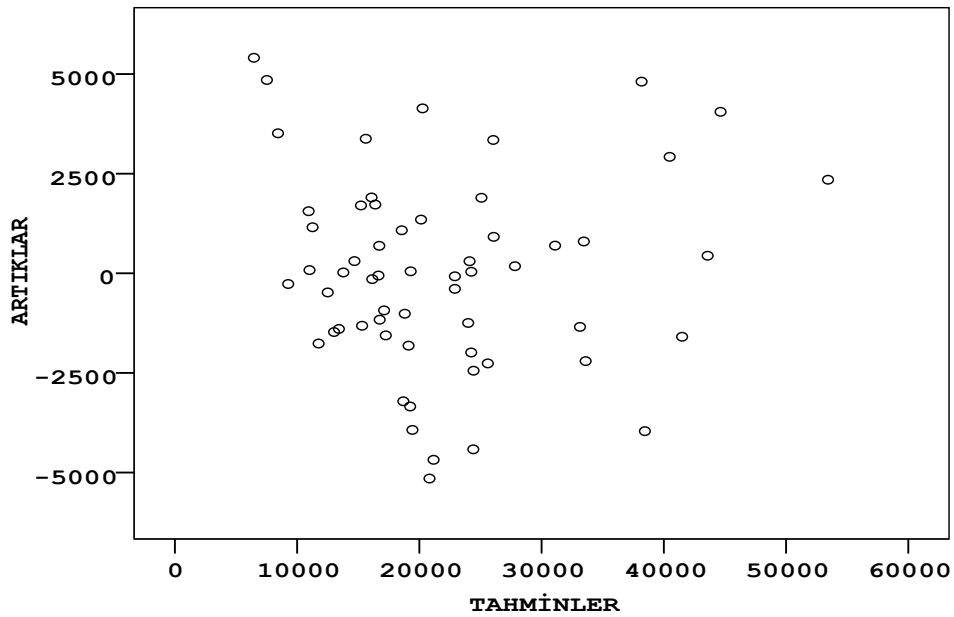
- Regresyon denklemi

$$\hat{Y} = -59510 + 16,4X_1 + 651,3X_2 - 9,7X_3 + 259X_4$$

şeklinde olmaktadır.

• Bağımsız değişkenlerin VIF değerlerinin 10'dan küçük olması aralarında çoklu bağlantının olmadığını ortaya koymaktadır.

• Bağımsız değişkenlerin p değerlerinin %5'den küçük olması değişkenlerin anlamlı olduğunu ortaya koymaktadır.



Şekil 4.7. Tespit edilen aykırı değerlerin tamamının çıkarılmasından sonra oluşan tahmin-artık grafiği

Buraya kadar yapılan işlemlerde:

Veri setinin tamamına uygulanan LS tahmin edicisi sonucunda değişken katsayıları, belirleme katsayısı ve standart sapma hakkında bilgi edinildi. Daha sonra aykırı değer tespit yöntemleri kullanılarak veri setindeki aykırı değerler tespit edildi. Bu aykırı değer tespitinin ardından 100 gözlemlili ilk veri setinden, tespit edilen 9 gözlem çıkarıldı. LS tahmin edicisi 2. kez kullanılarak 91 gözlemlili yeni veri seti için sonuçlar alındı ve bu veri seti içinden de tespit edilen 8 aykırı değer çıkarıldı. LS tahmin edicisi 3. kez kullanılarak 83 gözlemlili yeni veri seti için sonuçlar alındı ve bu veri seti içinden de tespit edilen 7 aykırı değer çıkarıldı. LS tahmin edicisi 4. kez kullanılarak 76 gözlemlili yeni veri seti için sonuçlar alındı ve bu veri seti içinden de tespit edilen 6 aykırı değer çıkarıldı. LS tahmin edicisi 5. kez kullanılarak 70 gözlemlili yeni veri seti için sonuçlar alındı ve bu veri seti içinden de tespit edilen 7 aykırı değer çıkarıldı. . LS tahmin edicisi 6. kez kullanılarak 63 gözlemlili yeni veri seti için sonuçlar alındı ve bu veri seti içinden de tespit edilen 4 aykırı değer çıkarılarak 7. ve son kez olarak LS tahmin edicisi uygulandı.

LS tahmin edicisinin 7 kez uygulanmasının nedeni aykırı değerlerin çıkarılmasıyla oluşan yeni veri setlerinde aykırı değerlerin varlığı, değişken katsayılarındaki değişim, belirleme katsayısındaki yüzde artışlar ve standart sapmadaki düşüştür. Fakat 7 . kez uygulanmasının ardından bir kez daha uygulanmamasının nedeni ise 6. LS sonuçları ile 7. LS sonuçları arasında (değişken katsayıları, belirleme katsayısı, standart sapmada) çok önemli bir değişimin olmayışdır.

İlk kez uygulanan LS tahmin edicisine göre yakıt ile ağırlık değişkenleri anlamsız görülmektedir ve bu durum 2. ve 3. kez uygulanan LS tahmin edici sonuçlarında da aynıdır. Fakat 4. ve 5. LS sonuçlarına göre yalnızca yakıt değişkeni anlamsız görülmektedir ve 6. ve 7. LS tahmin edici sonuçlarına göre ise anlamsız değişken yoktur. Değişkenlerin en son uygulanan LS tahmin edici sonuçlarında anlamlı olmasının nedeni ise veri setinden, tespit edilen aykırı değerlerin çıkarılmasıdır.

Daha öncede değinildiği üzere aykırı değerlerin olmaması halinde LS tahmin edicisi anlamlı sonuçlar vermektedir. Fakat aykırı değerlerin olması halinde anlamlı sonuçlar vermek LS tahmin edicisi için güçtür. Bu yüzden LS tahmin edicisi ile kıyaslamak üzere aynı veri setine sağlam regresyon tahmin edicilerden Huber ve Tukey M tahmin edicileri uygulanarak şu sonuçlar alınmıştır:

Tablo 4.22. Huber M tahmin edici sonuçları

No	Değişkenler	Katsayılar	Std. Hata	t	p	R ²	$\hat{\sigma}$
1 (n=100)	Sabit	-65501	19738,31	-3,318	<0,001	%81,3	10052
	Ağırlık	10,21859	3,675979	2,78	<0,006		
	Yakıt	868,1139	462,4992	1,877	<0,063		
	Dağıtıcı	-14,8268	2,194095	-6,758	<0,001		
	Beygir	469,814	30,75099	15,278	<0,001		
2 (n=91)	Sabit	-45350,6	19659,56	-2,307	<0,023	%83,1	7775
	Ağırlık	4,463757	4,448378	1,003	<0,318		
	Yakıt	576,7152	460,6594	1,252	<0,214		
	Dağıtıcı	-11,6645	2,327838	-5,011	<0,001		
	Beygir	441,8071	29,40128	15,027	<0,001		
3 (n=83)	Sabit	-38421,6	16559,06	-2,32	<0,022	%84,5	5733
	Ağırlık	5,335747	3,889539	1,372	<0,174		
	Yakıt	454,8691	386,0161	1,178	<0,242		
	Dağıtıcı	-9,99029	1,843689	-5,419	<0,001		
	Beygir	372,4011	26,96847	13,809	<0,001		
4 (n=76)	Sabit	-46853,5	11886,35	-3,942	<0,001	%88,8	3833
	Ağırlık	12,23267	2,856005	4,283	<0,001		
	Yakıt	494,9848	275,512	1,797	<0,076		
	Dağıtıcı	-9,60057	1,289094	-7,448	<0,001		
	Beygir	282,0495	22,5328	12,517	<0,001		
5 (n=70)	Sabit	-51971	10636,22	-4,886	<0,001	%90,8	3248
	Ağırlık	14,19013	2,596786	5,464	<0,001		
	Yakıt	565,6815	242,5499	2,332	<0,022		
	Dağıtıcı	-9,94814	1,134177	-8,771	<0,001		
	Beygir	272,4745	20,15225	13,521	<0,001		
6 (n=63)	Sabit	-56209,4	9180,214	-6,123	<0,001	%93,4	2577
	Ağırlık	15,74018	2,250346	6,995	<0,001		
	Yakıt	606,4435	204,8329	2,961	<0,004		
	Dağıtıcı	-10,0657	0,978266	-10,289	<0,001		
	Beygir	264,8533	16,93276	15,641	<0,001		
7 (n=59)	Sabit	-63122,5	8223,198	-7,676	<0,001	%95,4	2209
	Ağırlık	17,58879	2,057718	8,548	<0,001		
	Yakıt	701,389	179,6636	3,904	<0,001		
	Dağıtıcı	-10,1163	0,863095	-11,721	<0,001		
	Beygir	258,5855	14,85149	17,411	<0,001		

Tablo 4.22. de verilen Huber M tahmin edicisi sonuçlarının artık değerleri ile ağırlıkları Ek 8, Ek 9, Ek 10, Ek 11, Ek12, Ek13 ve Ek14'te verilmiştir. Ağırlığı 0 veya 0'a yakın gözlemler Huber M tahmin edicisine göre aykırı değerdir. Bu durumda eklerden gözlemler incelenecek olursa aykırı değer olarak tespit edilen gözlemlerin Huber M tahmin edicisine göre de aykırı değer oldukları görülmektedir.

Tablo 4.23. Tukey M tahmin edici sonuçları

No	Değişkenler	Katsayılar	Std. Hata	t	p	R ²	$\hat{\sigma}$
1 (n=100)	Sabit	-62495,1	10107,32	-6,183	<0,001	%85,2	4204
	Ağırlık	16,4934	2,234246	7,382	<0,001		
	Yakıt	822,4484	225,141	3,653	<0,001		
	Dağıtıcı	-7,78395	1,19138	-6,534	<0,001		
	Beygir	223,9298	20,29844	11,032	<0,001		
2 (n=91)	Sabit	-49481,9	11222,89	-4,409	<0,001	%85,7	3624
	Ağırlık	14,21763	2,716063	5,235	<0,001		
	Yakıt	569,9613	252,0899	2,261	<0,026		
	Dağıtıcı	-8,26101	1,189292	-6,946	<0,001		
	Beygir	226,8651	21,02482	10,79	<0,001		
3 (n=83)	Sabit	-43165,8	11599,73	-3,721	<0,001	%87,6	3692
	Ağırlık	12,1747	2,784681	4,372	<0,001		
	Yakıt	416,4394	267,8529	1,555	<0,124		
	Dağıtıcı	-9,15459	1,233534	-7,421	<0,001		
	Beygir	262,9554	22,08658	11,906	<0,001		
4 (n=76)	Sabit	-46362,3	10784,41	-4,299	<0,001	%89,5	3328
	Ağırlık	13,08797	2,608338	5,018	<0,001		
	Yakıt	471,2724	247,0267	1,908	<0,060		
	Dağıtıcı	-9,44403	1,148432	-8,223	<0,001		
	Beygir	262,8356	20,61267	12,751	<0,001		
5 (n=70)	Sabit	-52938	10328,61	-5,125	<0,001	%91,2	3069
	Ağırlık	14,53613	2,521447	5,765	<0,001		
	Yakıt	575,7108	234,2785	2,457	<0,016		
	Dağıtıcı	-10,0223	1,095703	-9,147	<0,001		
	Beygir	271,6513	19,52249	13,915	<0,001		
6 (n=63)	Sabit	-55705,9	8990,854	-6,196	<0,001	%93,8	2485
	Ağırlık	15,5745	2,208066	7,053	<0,001		
	Yakıt	598,9489	200,2872	2,99	<0,004		
	Dağıtıcı	-10,032	0,959408	-10,456	<0,001		
	Beygir	265,2687	16,73485	15,851	<0,001		
7 (n=59)	Sabit	-63120	8141,003	-7,753	<0,001	%95,4	2157
	Ağırlık	17,54395	2,037	8,613	<0,001		
	Yakıt	703,9011	177,6332	3,963	<0,001		
	Dağıtıcı	-10,0923	0,85569	-11,794	<0,001		
	Beygir	258,6782	14,7986	17,48	<0,001		

Tablo 4.23. de verilen Tukey M tahmin edicisi sonuçlarının artık değerleri ile ağırlıkları Ek 8, Ek 9, Ek 10, Ek 11, Ek12, Ek13 ve Ek14'te verilmiştir. Ağırlığı 0 veya 0'a yakın gözlemler Huber M tahmin edicisinde olduğu gibi Tukey M tahmin edicisine göre de aykırı değerdir. Bu durumda eklerden gözlemler incelenecek olursa aykırı değer olarak tespit edilen gözlemlerin Tukey M tahmin edicisine göre de aykırı değer oldukları görülmektedir.

LS tahmin edicisi ile Huber, Tukey M tahmin edicileri bir tabloda toplanacak olursa:

Tablo 4.24. LS tahmin edicisi ile Huber, Tukey M tahmin edici sonuçları

NO	Tahmin edici	R^2	$\hat{\sigma}$
1 (n=100)	LS	%79,9	20587
	Huber	%81,3	10052
	Tukey	%85,2	4204
2 (n=91)	LS	%84,7	11452
	Huber	%83,1	7775
	Tukey	%85,7	3624
3 (n=83)	LS	%85,7	7260
	Huber	%84,5	5733
	Tukey	%87,6	3692
4 (n=76)	LS	%87,7	4530
	Huber	%88,8	3833
	Tukey	%89,5	3328
5 (n=70)	LS	%89,5	3639
	Huber	%90,8	3248
	Tukey	%91,2	3069
6 (n=63)	LS	%92,6	2938
	Huber	%93,4	2577
	Tukey	%93,8	2485
7 (n=59)	LS	%94,4	2531
	Huber	%95,4	2209
	Tukey	%95,4	2157

Bu bölümde elde edilen tablolara ve özellikle Tablo 4.24. sonuçlarına göre varılan sonuçlar şöyledir:

Veri setinde aykırı değer olması halinde sağlam regresyon tahmin edicileri olan Huber ve Tukey M tahmin edicileri LS tahmin edicisine göre oldukça farklı sonuçlar verdiği görülmektedir. Yani n=100 iken alınan sonuçlara göre, LS tahmin edicisinin R^2 (belirleme katsayısı) sonucu %79,9 ve $\hat{\sigma}$ sonucu 20587 iken Huber M tahmin edicisinin R^2 sonucu %81,3 ve $\hat{\sigma}$ sonucu 7156, Tukey M tahmin edicisinin R^2 sonucu %85,2 ve $\hat{\sigma}$ sonucu 5135'dir. Bu durum sağlam regresyon tahmin edicileri ile LS tahmin edicisi arasında önemli bir farklılığın olduğunu göstermektedir. n=91 iken (ilk tespit edilen aykırı değerlerin çıkarılmasıyla) LS tahmin edicisinin R^2 sonucu %84.7 ve $\hat{\sigma}$ sonucu 11452 iken Huber M tahmin edicisinin R^2 sonucu %83.1 ve $\hat{\sigma}$ sonucu 6838, Tukey M tahmin edicisinin R^2 sonucu %85.7 ve $\hat{\sigma}$ sonucu 3967'dir. n=91 iken alınan sonuçlara göre LS tahmin edicisinin belirleme katsayısının Huber M tahmin edicisine göre daha yüksek çıktığı görülmektedir bunun nedeni aykırı değerlerin veri setinden çıkarılmış olmasıdır. Fakat LS tahmin edicisinin $\hat{\sigma}$ sonucu sağlam regresyon tahmin edicilerine göre 2. kez oldukça farklı çıktığı görülmektedir bunun nedeni ise yeni elde edilen veri setinde de (n=91) aykırı değerlerin olmasıdır. Bu yüzden 2. kez aykırı değer tespiti yapılarak aykırı değerler veri setinden çıkarılmıştır ve 3. sonuçlar elde edilmiştir. Ve bu şekilde 7. sonuca kadar gelinmiştir. 7. sonuçlara göre ise yani aykırı değerlerin çıkarılmasından sonra LS tahmin edicisinin sağlam regresyon tahmin edicilerden gerek belirleme katsayısı bakımından gerekse standart sapma bakımından önemli bir farklılığının olmadığı görülmektedir. Bu durumda denilebilir ki aykırı değerler bulunmadığında LS tahmin edicisi sağlam regresyon tahmin edicilerine yakın sonuçlar verir.

Yukarıda da değinildiği üzere veri setinde aykırı değerler olduğunda sağlam regresyon tahmin edicilerinin LS tahmin edicisine göre daha iyi sonuçlar verdiği görülmüştür. Bunun yanı sıra Huber ve Tukey M tahmin edicileri kendi aralarında değerlendirildiğinde aralarında çok önemli bir farkın olmadığı görülmektedir. Fakat aralarındaki fark incelenmek istendiğinde ise sonuçların tamamında Tukey M tahmin edicisinin R^2 ve $\hat{\sigma}$ bakımından Huber M tahmin edicisinden daha iyi sonuçlar verdiği görülmektedir.

Regresyon tahmin edicileri, değişken katsayıları ile anlamlılıkları açısından kıyaslanacak olursa:

Tablo 4.25. LS tahmin edicisi, Huber M tahmin edicisi ve Tukey M tahmin edicisine göre değişken katsayıları, anlamlılık tablosu

No	Değişken	LS		HUBER		TUKEY	
		Katsayı	p	Katsayı	p	Katsayı	p
1 (n=100)	Sabit	-51775,8	<0,168	-65501	<0,001	-62495,1	<0,001
	Ağırlık	6,650	<0,296	10,21859	<0,006	16,4934	<0,001
	Yakıt	80,794	<0,926	868,1139	<0,063	822,4484	<0,001
	Dağıtıcı	-22,784	<0,001	-14,8268	<0,001	-7,78395	<0,001
	Beygir	678,566	<0,001	469,814	<0,001	223,9298	<0,001
2 (n=91)	Sabit	-15394,5	<0,543	-45350,6	<0,023	-49481,9	<0,001
	Ağırlık	-5,159	<0,325	4,463757	<0,318	14,21763	<0,001
	Yakıt	-140,173	<0,820	576,7152	<0,214	569,9613	<0,026
	Dağıtıcı	-12,252	<0,001	-11,6645	<0,001	-8,26101	<0,001
	Beygir	541,328	<0,001	441,8071	<0,001	226,8651	<0,001
3 (n=83)	Sabit	-33667	<0,086	-38421,6	<0,022	-43165,8	<0,001
	Ağırlık	-0,459	<0,920	5,335747	<0,174	12,1747	<0,001
	Yakıt	480,570	<0,285	454,8691	<0,242	416,4394	<0,124
	Dağıtıcı	-9,236	<0,001	-9,99029	<0,001	-9,15459	<0,001
	Beygir	436,417	<0,001	372,4011	<0,001	262,9554	<0,001
4 (n=76)	Sabit	-47559,8	<0,001	-46853,5	<0,001	-46362,3	<0,001
	Ağırlık	11,454	<0,001	12,23267	<0,001	13,08797	<0,001
	Yakıt	506,686	<0,114	494,9848	<0,076	471,2724	<0,060
	Dağıtıcı	-9,925	<0,001	-9,60057	<0,001	-9,44403	<0,001
	Beygir	306,299	<0,001	282,0495	<0,001	262,8356	<0,001
5 (n=70)	Sabit	-50027	<0,001	-51971	<0,001	-52938	<0,001
	Ağırlık	13,663	<0,001	14,19013	<0,001	14,53613	<0,001
	Yakıt	525,802	<0,052	565,6815	<0,022	575,7108	<0,016
	Dağıtıcı	-10,317	<0,001	-9,94814	<0,001	-10,0223	<0,001
	Beygir	283,148	<0,001	272,4745	<0,001	271,6513	<0,001
6 (n=63)	Sabit	-51542,8	<0,001	-56209,4	<0,001	-55705,9	<0,001
	Ağırlık	14,307	<0,001	15,74018	<0,001	15,5745	<0,001
	Yakıt	540,016	<0,020	606,4435	<0,004	598,9489	<0,004
	Dağıtıcı	-9,964	<0,001	-10,0657	<0,001	-10,032	<0,001
	Beygir	271,282	<0,001	264,8533	<0,001	265,2687	<0,001
7 (n=59)	Sabit	-59509,7	<0,001	-63122,5	<0,001	-63120	<0,001
	Ağırlık	16,429	<0,001	17,58879	<0,001	17,54395	<0,001
	Yakıt	651,289	<0,002	701,389	<0,001	703,9011	<0,001
	Dağıtıcı	-9,730	<0,001	-10,1163	<0,001	-10,0923	<0,001
	Beygir	258,978	<0,001	258,5855	<0,001	258,6782	<0,001

1. sonuçlar itibariyle LS tahmin edicisine göre ağırlık ve yakıt değişkeni anlamsız iken Huber M tahmin edicisine göre yalnız yakıt değişkeni anlamsızdır. Tukey M tahmin edicisine göre ise tüm değişkenler anlamlıdır. 7. ve son sonuçlar itibariyle ise LS tahmin edicisi, Huber M tahmin edicisi ve Tukey M tahmin edicisine göre değişkenlerin tümü anlamlıdır.

Sağlam regresyon tahmin edicileri ile LS tahmin edicisinin değişkenlerin anlamlılık bakımından sonuçları incelendiğinde farklılıklarının oldukları ve ne şekilde aradaki farkın azaldığı **Tablo 4.25.** bakılarak ifade edilmişti. Aynı durum değişken katsayıları için de söz konusudur. Yani 1. sonuçlar neticesinde sağlam regresyon tahmin edicilere göre farklı sonuç veren LS tahmin edicisi aykırı değerlerin çıkarılmasından sonra 7. kez uygulandığında sağlam regresyon tahmin edicilerine yakın sonuçlar vermektedir.

Uygulama veri seti üzerinden LS tahmin edicisi ile sağlam regresyon tahmin edicileri arasındaki fark incelendiğinde çıkan sonuç; aykırı değerlerin LS tahmin edicisi üzerinde oldukça etkisinin olduğu ve sağlam regresyon tahmin edicileri kadar anlamlı sonuç vermekten uzak olduğu anlamı çıkmıştır. Fakat veri setinden aykırı değerler çıkarıldığında ise LS tahmin edicisinin de sağlam regresyon tahmin edicileri gibi veri setini temsil eden sonuçlar verdiği görülmektedir.

5. SONUÇLAR

Bu çalışmanın ilk bölümleri ile uygulama bölümü irdelendiği çıkan sonuçlar şöyledir:

- En küçük kareler tahmin edicisi aykırı değerlere karşı hassasiyet göstermektedir.
- En küçük kareler tahmin edicisi aykırı değerler olduğunda güvenilir sonuçlar vermekten uzaktır.
- Sağlam regresyon tahmin edicilerinin aykırı değerlere karşı duyarlılığının az olduğu görülmektedir.
- Veri setinde aykırı değerler olsa bile sağlam regresyon tahmin edicileri etkili ve güvenilir sonuçlar vermektedir.
- Veri setinden aykırı değerler çıkarıldığında en küçük kareler tahmin edicisi de, sağlam regresyon tahmin edicileri gibi güvenilir sonuçlar vermektedir.
- Aykırı değerlerin veri setinden çıkarılmasıyla birlikte en küçük kareler tahmin edicisinin, sağlam regresyon tahmin edicilerine göre daha iyi bir değişim gösterdiği gözlenmektedir.

6. KAYNAKLAR

- Agullo, J.**, 2001. New Algorithms for Computing the Least Trimmed Squares Regression Estimator, *Computational Statistics and Data Analysis*, **36**, 425-439.
- Andrews, D.F.**,1974.A Robust Method for Multiple Linear Regression, *Technometrics*, **16**, 523-531.
- Belsley, D.A., Kuh, E. and Welsch, R.E.**, 1980.Regression Diagnostics: Identifying Influential Data and Sources of Collinearity, John Wiley& Sons, New York.
- Birkes, D. and Dodge, Y.**,1990.Alternative Methods of Regression, John Wiley& Sons, New York.
- Cook, R. D. and Weisberg, S.**, 1982. Residuals and Influence in Regression, First Edition, Chapman and Hall.
- Cook, R. D.**, 1979.Influential Observations in Linear Regression, *Journal of the American Statistical Association*, **74**, 169- 174.
- Dielman, T.E.**,2001. Applied Regression Analysis for Business and Economics, Duxbury,Thomson Learning.
- Donoho, D. L., and Huber, P. J.**, 1983. The Notation of Breakdown point, A Festschrift for Erich Lehmann, edited by Bickel P., Doksum K., and Hodges J.L.Jr., Wadsworth, Belmont, CA.
- Donoho, D.L., Johnstone, L., Rousseeuw, P.J., and Stahel, W.**, 1985. Discussion on “Projection Pursuit” of P. Huber, *Annals of Mathematical Statistics*, **13**, 496-500.
- Draper, N.R. and Smith, H.**,1981.Applied Linear Regression Analysis, John Wiley& Sons, New York.
- Edgeworth, F. Y.**, 1887. On Observations Relating to Several Quantities, *Hermathena*, **6**, 278-285.
- Fox, J.**,2002. Robust Regression. Appendix to An R and S-PLUS Companion to Applied Regression, Sage Publications, Thousand Oaks, CA.
- Hadi, A.S., and Simonoff, J.S.**, 1993. Procedures for the Identification of Multiple Outliers in Linear Models, *Journal of the American Statistical Association*, **88**, 1264-1272.

- Hampel, F.R.**, 1975. Beyond Location Parameters: Robust Concepts and Methods, In International Statistical Institute, **46**, 375-391.
- Hampel, F.R., Ronchetti, E.M., Rousseeuw, P.J. and Stahel, W.A.**, 1986. Robust Statistics: The Approach Based on Influence Functions, John Wiley & Sons, New York.
- Hampel, F.R.**, 1971. A General Qualitative Definition of Robustness, Annals of Mathematical Statistics, **42**, 1887-1896.
- Hawkins, D.M., Bradu, D. and Kass, G.V.**, 1984. Location of Several Outliers in Multiple Regression Data Using Elemental Sets, Technometrics, **26**, 197-208.
- Heikkila, J.H.**, Robust Regression Graduate Course on Advanced Statistical Signal Processing. Information Processing Laboratory Department of Electrical Engineering, <http://www.ee.oulu.fi/~jth/robust.pdf>.
- Hoaglin, D.C., Mosteller, F. and Tukey, J.W.**, 2000. Understanding Robust and Exploratory Data Analysis, John Wiley & Sons, New York.
- Hodges, J.L.Jr., and Lehmann, E.L.**, 1963. Estimates of Location Based on Ranks Tests, Annals of Mathematical Statistics, **34**, 598-611.
- Holland, P.W., and Welsch, R.E.**, 1977. Robust Regression Using Iteratively Reweighted Least-Squares, Communications in Statistics - Theory and Methods, **6**, 813-827.
- Huber, P. J., and Dutter, R.**, 1974. Numerical Solution of Robust Regression Problems, COMPSTAT, Proceedings In Computational Statistics, edited by G. Bruckmann, Physika Verlag Vienna.
- Huber, P.J.**, 1964. Robust Estimation of A Location Parameter, Annals of Mathematical Statistics, **35**, 73-101.
- Huber, P.J., and Ronchetti E.M.**, 2009. Robust Statistics (second edition), John Wiley & Sons, New York.
- Huber, P.J.**, 1973. Robust Regression: Asymptotics, Conjections and Monte Carlo, Annals of Mathematical Statistics, **1**, 799-821.
- Huber, P.J.**, 1981. Robust Statistics. John Wiley & Sons, New York.
- Hubert, M., Rousseeuw, P.J. and Aelst, S.V.**, 2004. Robustness, Encyclopedia of Actuarial Sciences, John Wiley & Sons, New York.
- Hubert, M., Rousseeuw, P.J. and Aelst, S.V.**, 2008. High Breakdown Robust Multivariate Methods, Statistical Science, **23**, 92-119.

- Jureckova, J. and Picek, J.,** 2005. Robust Statistical Methods with R, Chapman & Hall/CRC, Boca Rotan, FL.
- Maronna R., Martin D. and Yohai V.,** 2006. Robust Statistics Theory and Methods, John Wiley & Sons, Ltd, Hoboken, NJ.
- Montgomery, D.C.** 2001. Design and Analysis of Experiments, 5th Edition, John Wiley & Sons, Inc.
- Montgomery, D.C. and A. Peck, E.,**1992. Introduction to Linear Regression Analysis, John Wiley & Sons, Inc.
- Mosteller, F. and Tukey, J. W.** 1977. Data Analysis and Regression, Addison-Wesley, Reading, MA.
- NCSS and PASS,** Number Cruncher Statistical System.
- Olive, D. J.,** 2005, Applied Robust Statistics, Southern Illinois University.
- Orhunbilge, Neyran.,**2002. Uygulamalı Regresyon ve Korelasyon Analizi, İ.Ü. İşletme Fakültesi Yayınları, İstanbul.
- Rousseeuw, P.J. and Leroy, A. M.,**1987. Robust Regression and Outlier Detection, John Wiley & Sons, New York.
- Rousseeuw, P.J and Yohai, V.J.** 1984. Robust regression by means of S-estimators, Robust and Nonlinear Time Series, J. Franke, W. Hardle and R.D. Martin (eds.), Lectures Notes in Statistics **26**, 256–272.
- Rousseeuw, P.J. and Zomeren, B.C.,**1990. Unmasking Multivariate Outliers and Leverage Points, Journal of the American Statistical Association, **85**, 633-639.
- Rousseeuw, P.J., and Driessen, K.V.,** 1999. Computing LTS regression for large data sets, Data Mining and Knowledge Discovery, **12**, 29-45.
- Rousseeuw, P.J., and Hubert, M.**1997. Recent developments in PROGRESS, L_1 -Statistical Procedures and Related Topics, Harward, California.
- Rousseeuw, P.J.,**1984. Least Median of Squares Regression, Journal of the American Statistical Association, **79**, 871-880.
- Ryan, T.P.,** 1997. Modern Regression Methods , John Wiley & Sons, New York.
- Sheather, S.J. and Staudte, R.G.,** 1990. Robust Estimation and Testing, John Wiley & Sons, New York.
- Siegel, F.A.,** 1982. Robust Regression Using Repeated Medians, Biometrika, **69**, 242-244.
- SPSS,** Statistical Package for the Social Sciences.

- Steele, J.M. and Steiger, W.I.**,1986. Algorithms and Complexity for Least Median of Squares Regression, *Discrete Applied Mathematics*, **14**, 93-100.
- Stigler, S. M., Newcomb, S., and Daniell, P.**, 1973. History of Robust Estimation, *Journal of the American Statistical Association*, **68**, 872-878.
- Stigler, S.M.**, 1981. Gauss and The Invention of Least Squares, *Annals of Mathematical Statistics*,**9**, 465-474.
- Stromberg, A.J.** 1993. Comment by Stromberg and Reply, *The American Statistician*, **47**, 87-88.
- Stromberg, A.J.**, 1993. Computing the Exact Least Median of Squares Estimate and Stability Diagnostics in Multiple Linear Regression, *SIAM Journal of Scientific and Statistical Computing*, **14**, 1289- 1299.
- Tukey, J.W.** 1977. *Exploratory Data Analysis*, Addison-Wesley Publishing Company, Reading, MA.
- Weisberg, S.**,1985. *Applied Linear Regression*, John Wiley & Sons, New York.
- Wilcox, R.R.**,2005. *Introduction to Robust Estimation and Hypothesis Testing* (Second Edition), Elsevier Academic Press.
- Yohai, V.J.** 1987. High Breakdown Point and High Efficiency Robust Estimates for Regression. *The Annals of Statistics*.
- Yohai, V.J., and Zamer, R.H.**, 1988.High breakdown point estimates of regressions by means of the minimizations of the efficient scale, *Journal of the American Statistical Association*, **86**, 406-413.

EKLER

Ek 1: Veri seti

No	Fiyat	Ağırlık	Yakıt	Dağıtıcı	Beygir
1	22745	3062	25	2254	150
2	19635	2640	25	1834	140
3	84725	3066	17	3179	290
4	41635	3660	19	3474	210
5	28385	3447	19	3210	225
6	130000	3890	14	3239	335
7	24290	2877	23	1781	150
8	34250	3473	17	2771	200
9	57900	3682	17	3697	230
10	203800	5070	12	4398	350
11	24440	2778	23	1895	138
12	26970	3153	20	2494	170
13	40040	3450	20	2793	193
14	63540	4255	17	4398	282
15	30520	2899	20	2494	170
16	19335	3335	20	3130	160
17	23340	3443	19	3794	205
18	31800	3778	19	3794	205
19	22255	3439	19	3794	200
20	34490	3713	18	3794	240
21	30635	3770	18	2962	200
22	39300	4012	17	4565	275
23	39905	3843	17	4565	275
24	44025	3970	17	4565	275
25	17160	3306	19	3785	200
26	12381	2617	24	2196	115
27	39171	3245	17	5670	345
28	17300	3330	20	3139	160
29	16485	3051	23	2392	150
30	8655	1895	41	993	55
31	17795	3306	20	3130	160
32	13800	2403	31	1794	120
33	19995	3146	20	2497	168
34	22060	3446	21	2736	200
35	28995	3579	18	3518	253
36	24405	2959	22	1996	140
37	24405	3331	21	2429	150
38	28895	3567	18	3518	253
39	8999	2447	26	1598	105
40	15590	3086	20	2198	131
41	12500	2566	22	1998	129
42	15905	2897	22	1996	140
43	20440	3422	21	2736	200

No	Fiyat	Ağırlık	Yakıt	Dağıtıcı	Beygir
44	12020	2470	27	1996	132
45	15675	2921	27	1996	132
46	67000	3319	12	7990	450
47	122825	3290	26	3496	375
48	219400	3900	11	5474	436
49	201600	3725	10	5474	485
50	14995	2769	24	1983	125
51	22510	3917	17	4605	200
52	11870	2468	25	1988	110
53	16000	3069	20	3802	190
54	17995	3329	19	2982	145
55	12025	2478	26	1983	130
56	15690	2888	25	2254	135
57	11095	2295	32	1590	106
58	23400	2954	23	2157	200
59	8850	2101	28	1495	92
60	11550	2458	24	1975	138
61	15500	3020	21	2384	150
62	14000	2566	24	1975	140
63	21490	2913	23	1998	140
64	29395	3150	21	2988	190
65	48695	3879	18	4130	266
66	55780	3996	17	3996	290
67	66330	3673	17	3996	290
68	9995	2478	24	1793	125
69	279400	3575	9	5707	530
70	31400	3378	19	2995	210
71	37800	3635	20	2997	225
72	54100	3890	19	3969	290
73	43400	3560	19	2995	225
74	38995	3868	17	4605	275
75	32000	3500	17	2985	220
76	38995	4015	17	4605	205
77	85675	3043	15	3506	350
78	20220	2299	25	1839	140
79	26995	3216	20	2497	170
80	12420	2449	29	1597	105
81	18115	2798	26	1991	125
82	31795	3250	21	2295	185
83	92495	4760	15	4973	315
84	41195	3316	21	3199	215
85	42995	3525	21	3199	221
86	65345	4506	17	3199	228
87	81695	4121	16	4966	302
88	40595	3036	22	2295	185
89	16595	2892	24	1989	125
90	22825	3917	17	4605	200
91	16925	2805	24	1989	125

No	Fiyat	Ağırlık	Yakıt	Dağıtıcı	Beygir
92	18995	3302	19	2985	145
93	11945	2469	28	1988	110
94	28000	3363	18	3497	210
95	16180	2767	22	1996	140
96	17410	2835	23	2351	145
97	12880	2127	33	1468	92
98	25880	3131	19	2972	161
99	15480	2859	24	2389	150
100	21989	3012	22	2988	190

Ek 2: Veri setinin tüm gözlemleri için aykırı değer tespiti

No	Y	Tahmin	Artık	Std. Artık	Cook	DFBETAS	DFFITs
1	22745	21038,2	1706,804	0,08389	0,00003	-0,00659	0,01289
2	19635	21015,19	-1380,19	-0,06784	0,00002	-0,00237	-0,01048
3	84725	94342,82	-9617,82	-0,48253	0,00311	-0,06711	-0,12423
4	41635	37448,29	4186,714	0,2053	0,00016	-0,00706	0,02828
5	28385	52225,12	-23840,1	-1,16541	0,00348	-0,01123	-0,13224
6	130000	128748,8	1251,159	0,06439	0,0001	0,00241	0,02242
7	24290	30422,95	-6132,95	-0,3022	0,00053	-0,01721	-0,05126
8	34250	45274,32	-11024,3	-0,54592	0,00234	-0,06212	-0,10785
9	57900	45923,57	11976,43	0,58748	0,00137	0,01472	0,08245
10	203800	120207	83593,02	4,43673	0,76352	-1,0175	2,18282
11	24440	19024,43	5415,572	0,26634	0,00036	0,02297	0,04199
12	26970	29342,66	-2372,66	-0,1165	0,00006	-0,01039	-0,01713
13	40040	40112,54	-72,54	-0,00355	0	0,00001	-0,00046
14	63540	69048,36	-5508,36	-0,27522	0,00088	0,04443	-0,06597
15	30520	27653,45	2866,55	0,14145	0,00013	0,02108	0,02517
16	19335	9276,964	10058,04	0,49472	0,00124	0,02068	0,07852
17	23340	25321,54	-1981,54	-0,09748	0,00005	-0,00132	-0,01554
18	31800	27549,43	4250,567	0,20989	0,00029	-0,01362	0,03819
19	22255	21902,11	352,8913	0,01738	0	0,00031	0,00292
20	34490	50786,18	-16296,2	-0,79869	0,00231	0,02609	-0,10716
21	30635	42978,61	-12343,6	-0,60971	0,00253	0,00102	-0,11218
22	39300	58877,47	-19577,5	-0,97008	0,00765	0,09864	-0,19548
23	39905	57753,55	-17848,5	-0,88139	0,00521	0,05421	-0,1612
24	44025	58598,15	-14573,2	-0,72131	0,00399	0,06597	-0,14083
25	17160	21222,66	-4062,66	-0,20041	0,00025	-0,00989	-0,03532
26	12381	-4430,4	16811,4	0,8289	0,00417	0,07732	0,14423
27	39171	76100,28	-36929,3	-1,91966	0,10706	-0,01585	-0,74231
28	17300	9038,659	8261,341	0,4064	0,00085	0,01739	0,0648
29	16485	17659,31	-1174,31	-0,05744	0,00001	-0,00026	-0,00676
30	8655	-21163,7	29818,73	1,72813	0,25297	-0,78634	1,13674
31	17795	9084,102	8710,898	0,42849	0,00094	0,02081	0,06816
32	13800	7263,832	6536,168	0,32978	0,00172	-0,04882	0,09223
33	19995	27870,62	-7875,62	-0,38677	0,00066	-0,03568	-0,05734
34	22060	46215,36	-24155,4	-1,18509	0,00567	0,05536	-0,16869
35	28995	65004,67	-36009,7	-1,76289	0,00982	0,00952	-0,22415
36	24405	19203,34	5201,657	0,25582	0,00033	0,02104	0,04034
37	24405	18516,84	5888,158	0,28924	0,00038	0,00626	0,0434
38	28895	64924,87	-36029,9	-1,7637	0,0097	0,00453	-0,22279
39	8999	1439,585	7559,415	0,37286	0,00087	0,02536	0,0655
40	15590	9176,963	6413,037	0,3178	0,00082	0,04429	0,06389
41	12500	9079,931	3420,069	0,17004	0,00028	0,03122	0,03693
42	15905	18791,02	-2886,02	-0,14201	0,00011	-0,01374	-0,02286
43	20440	46055,75	-25615,8	-1,25597	0,00597	0,05162	-0,17331
44	12020	10926,73	1093,272	0,05395	0,00002	-0,00032	0,00962
45	15675	13926,07	1748,931	0,08649	0,00005	-0,00966	0,01646
46	67000	94579,79	-27579,8	-1,74293	0,42084	-0,18063	-1,46657

No	Y	Tahmin	Artık	Std. Artık	Cook	DFBETAS	DFFITS
47	122825	147015,4	-24190,4	-1,38288	0,14728	0,57886	-0,86235
48	219400	146186,7	73213,34	3,73719	0,29149	0,18329	1,30025
49	201600	178191,8	23408,22	1,24345	0,0606	0,12366	0,55206
50	14995	8219,046	6775,954	0,33244	0,00045	0,01801	0,04705
51	22510	6441,873	16068,13	0,81562	0,01225	-0,02189	0,24702
52	11870	-3994,35	15864,35	0,7834	0,00412	0,07372	0,14315
53	16000	12554,32	3445,685	0,17139	0,00029	0,01207	0,03759
54	17995	2349,757	15645,24	0,7749	0,00477	0,07686	0,15415
55	12025	9838,192	2186,808	0,10771	0,00007	0,00382	0,01802
56	15690	9702,53	5987,47	0,29355	0,00032	-0,00801	0,04004
57	11095	1774,322	9320,678	0,4726	0,00401	-0,07159	0,14093
58	23400	56296,68	-32896,7	-1,62381	0,01723	0,00623	-0,29611
59	8850	-7174,52	16024,52	0,79828	0,0066	0,06207	0,18135
60	11550	15154,39	-3604,39	-0,17812	0,00022	-0,02107	-0,03315
61	15500	17473,83	-1973,83	-0,09692	0,00004	-0,0092	-0,01429
62	14000	17229,77	-3229,77	-0,15901	0,00014	-0,01451	-0,02617
63	21490	18932,65	2557,35	0,12546	0,00006	0,00643	0,0177
64	29395	31719,69	-2324,69	-0,11354	0,00003	-0,0028	-0,01183
65	48695	61877,56	-13182,6	-0,64956	0,00245	0,06278	-0,11038
66	55780	81913,46	-26133,5	-1,29196	0,01197	0,1263	-0,24551
67	66330	79765,37	-13435,4	-0,65957	0,00187	0,0139	-0,09633
68	9995	10612,67	-617,668	-0,03054	0,00001	-0,00386	-0,00576
69	279400	202340,3	77059,69	4,30784	1,20448	0,71797	2,72132
70	31400	46486,24	-15086,2	-0,7382	0,00161	-0,0298	-0,08961
71	37800	58409,12	-20609,1	-1,01458	0,0056	0,07322	-0,1673
72	54100	81985,26	-27885,3	-1,38515	0,01757	0,21807	-0,29782
73	43400	57875,11	-14475,1	-0,71048	0,00213	0,00896	-0,10284
74	38995	57008,46	-18013,5	-0,89055	0,0057	0,06078	-0,16857
75	32000	54149,5	-22149,5	-1,09206	0,00723	-0,09724	-0,19029
76	38995	10486,45	28508,55	1,44561	0,03753	-0,07884	0,43573
77	85675	127292	-41617	-2,15773	0,12974	-0,41032	-0,82156
78	20220	18633,48	1586,519	0,07875	0,00005	0,0091	0,01648
79	26995	29693,28	-2698,28	-0,13245	0,00007	-0,00986	-0,01921
80	12420	1718,052	10701,95	0,53079	0,0024	-0,03076	0,10915
81	18115	8391,228	9723,772	0,47768	0,00104	-0,0171	0,07184
82	31795	44780,98	-12986	-0,63863	0,00204	-0,01172	-0,10075
83	92495	81537,31	10957,69	0,56316	0,00758	-0,13433	0,19397
84	41195	44980,47	-3785,47	-0,18497	0,00008	0,00656	-0,02016
85	42995	50441,8	-7446,8	-0,36542	0,00055	0,03235	-0,05215
86	65345	61392,65	3952,346	0,20397	0,00107	-0,03342	0,07285
87	81695	68706,61	12988,39	0,64699	0,00432	-0,07296	0,1466
88	40595	43438,59	-2843,59	-0,13949	0,00008	-0,00371	-0,01953
89	16595	8900,346	7694,654	0,37731	0,00054	0,00959	0,05187
90	22825	6441,873	16383,13	0,83161	0,01273	-0,02233	0,25189
91	16925	8321,759	8603,241	0,42196	0,0007	0,01927	0,05873
92	18995	2101,845	16893,16	0,83694	0,00565	0,08836	0,16775
93	11945	-3745,31	15690,31	0,77671	0,00466	-0,02473	0,15227
94	28000	34868,29	-6868,29	-0,33699	0,00046	-0,02553	-0,04779

No	Y	Tahmin	Artık	Std. Artık	Cook	DFBETAS	DFFITS
95	16180	17926,46	-1746,46	-0,08614	0,00005	-0,01097	-0,01507
96	17410	13764,12	3645,885	0,1786	0,00011	0,01054	0,02326
97	12880	-5982,47	18862,47	0,9623	0,01909	-0,13732	0,30887
98	25880	12117,87	13762,13	0,68004	0,00323	0,09124	0,12665
99	15480	16531,57	-1051,57	-0,05147	0,00001	-0,0004	-0,00633
100	21989	30882,73	-8893,73	-0,43488	0,00051	-0,00667	-0,05006

Ek 3: Veri setinden 10, 27, 30, 46, 48, 69, 72, 76 ve 77 nolu gözlemlerin çıkarılmasıyla elde edilen yeni veri seti için aykırı değer tespiti

No	Y	Tahmin	Artık	Std. Artık	Cook	DFBETAS	DFFITs
1	22745	18888,03	3856,967	0,34308	0,00089	-0,04377	0,06638
2	19635	20797,58	-1162,58	-0,10289	0,00006	-0,00185	-0,0169
3	84725	84441,97	283,0269	0,02643	0,00002	0,00612	0,00998
4	41635	34176,63	7458,368	0,65862	0,00198	-0,03144	0,09915
5	28385	46629,87	-18244,9	-1,60581	0,00829	-0,0281	-0,20552
6	130000	104236	25763,95	2,48304	0,26922	0,21691	1,19715
7	24290	25917,83	-1627,83	-0,14497	0,00017	-0,00521	-0,02893
8	34250	38621,34	-4371,34	-0,39239	0,00175	-0,04758	-0,0931
9	57900	42437,93	15462,07	1,36674	0,00928	0,05224	0,2165
10	24440	18535,96	5904,039	0,5228	0,00156	0,03858	0,08784
11	26970	27005,59	-35,5915	-0,00315	0	-0,00027	-0,0005
12	40040	34260,65	5779,353	0,51072	0,00127	-0,01092	0,07924
13	63540	59042,43	4497,566	0,4069	0,00244	-0,07256	0,10983
14	30520	28316,01	2203,992	0,19631	0,00031	0,03396	0,03934
15	19335	12861,32	6473,679	0,5736	0,00196	0,01751	0,09858
16	23340	28669	-5329	-0,47466	0,00183	-0,01287	-0,09524
17	31800	26940,7	4859,303	0,4333	0,00161	-0,03716	0,08931
18	22255	25983	-3728	-0,33264	0,00098	-0,01015	-0,06961
19	34490	46362,7	-11872,7	-1,04839	0,005	0,02836	-0,15818
20	30635	34608,85	-3973,85	-0,3568	0,00146	0,01093	-0,08507
21	39300	54460,78	-15160,8	-1,3612	0,02125	0,12595	-0,32762
22	39905	55332,67	-15427,7	-1,38629	0,0227	0,04805	-0,33878
23	44025	54677,47	-10652,5	-0,95606	0,01034	0,07426	-0,22722
24	17160	26779,43	-9619,43	-0,8634	0,00845	-0,06568	-0,20525
25	12381	3088,122	9292,878	0,82581	0,00488	0,07188	0,15598
26	17300	12776,85	4523,148	0,40085	0,00097	0,0129	0,06928
27	16485	17534,41	-1049,41	-0,0924	0,00003	0,00204	-0,01192
28	17795	13010,94	4784,064	0,42393	0,00108	0,01705	0,07303
29	13800	10842,75	2957,245	0,27349	0,00182	-0,05645	0,09495
30	19995	25922,29	-5927,29	-0,52424	0,00143	-0,0473	-0,08426
31	22060	38628,75	-16568,7	-1,46851	0,0131	0,10922	-0,25767
32	28995	57472,73	-28477,7	-2,51471	0,02882	-0,0326	-0,39205
33	24405	17587,58	6817,424	0,60476	0,00235	0,03817	0,10805
34	24405	15916,89	8488,112	0,75458	0,00417	-0,01132	0,14399
35	28895	57534,64	-28639,6	-2,5291	0,02924	-0,04332	-0,3951
36	8999	5598,012	3400,988	0,30206	0,00063	0,01397	0,05594
37	15590	9865,933	5724,067	0,51252	0,00271	0,0649	0,11587
38	12500	13636	-1136	-0,10196	0,00012	-0,02053	-0,02411
39	15905	17907,44	-2002,44	-0,17755	0,0002	-0,01486	-0,03118
40	20440	38752,57	-18312,6	-1,62094	0,01454	0,10753	-0,27228
41	12020	15078,9	-3058,9	-0,27282	0,00065	0,00627	-0,05651
42	15675	12752,13	2922,867	0,26296	0,00085	-0,04639	0,06493
43	122825	124153,9	-1328,91	-0,14754	0,00269	0,0636	-0,11522

No	Y	Tahmin	Artık	Std. Artık	Cook	DFBETAS	DFFITs
44	201600	159464,9	42135,15	4,90669	3,74961	2,08923	5,0729
45	14995	10326,81	4668,188	0,41211	0,00075	0,01294	0,06114
46	22510	13861,22	8648,777	0,80405	0,01728	-0,02399	0,29334
47	11870	3558,353	8311,647	0,74012	0,00439	0,06545	0,14769
48	16000	22240,4	-6240,4	-0,57264	0,00685	-0,06392	-0,18438
49	17995	6725,766	11269,23	1,00663	0,00944	0,09082	0,21724
50	12025	14254,41	-2229,41	-0,19809	0,00028	-0,00513	-0,03711
51	15690	11665,8	4024,203	0,35578	0,00064	-0,02229	0,05619
52	11095	6180,503	4914,497	0,45809	0,00586	-0,09961	0,17038
53	23400	47980,38	-24580,4	-2,19275	0,04213	0,02281	-0,46959
54	8850	1327,373	7522,627	0,67818	0,00607	0,0457	0,1737
55	11550	19066,58	-7516,58	-0,67037	0,00389	-0,08814	-0,13906
56	15500	18072,7	-2572,7	-0,22729	0,00025	-0,0202	-0,03486
57	14000	19592,05	-5592,05	-0,49577	0,00152	-0,04638	-0,08686
58	21490	17660,22	3829,78	0,33854	0,00057	0,00939	0,0532
59	29395	31655,16	-2260,16	-0,19869	0,00011	-0,00586	-0,02306
60	48695	55464,27	-6769,27	-0,60225	0,00277	0,05627	-0,11727
61	55780	69634,42	-13854,4	-1,23787	0,01444	0,11488	-0,26953
62	66330	71300,82	-4970,82	-0,44279	0,0016	-0,0075	-0,08898
63	9995	14155,92	-4160,92	-0,37054	0,0011	-0,04799	-0,07392
64	31400	41500,03	-10100	-0,88987	0,00288	-0,04125	-0,11982
65	37800	48129,38	-10329,4	-0,92015	0,00692	0,08935	-0,1858
66	43400	48680,99	-5280,99	-0,46797	0,00131	0,00962	-0,08064
67	38995	54713,63	-15718,6	-1,4143	0,02475	0,06124	-0,35387
68	32000	46686,76	-14686,8	-1,3099	0,01489	-0,13661	-0,27398
69	20220	22495,58	-2275,58	-0,20448	0,00049	-0,0274	-0,04944
70	26995	26643,81	351,1879	0,03107	0,00001	0,00205	0,00504
71	12420	5179,427	7240,573	0,65124	0,00518	-0,07028	0,16045
72	18115	9798,839	8316,161	0,73786	0,00355	-0,05871	0,13279
73	31795	36922,98	-5127,98	-0,45644	0,00163	0,0009	-0,08995
74	92495	67536,57	24958,43	2,34403	0,17246	-0,65612	0,95416
75	41195	41746,86	-551,859	-0,04856	0,00001	0,00173	-0,00604
76	42995	43916,57	-921,572	-0,08153	0,00004	0,0088	-0,01318
77	65345	43205,46	22139,54	2,19314	0,27619	-0,59831	1,2024
78	81695	63741,57	17953,43	1,62981	0,04299	-0,14761	0,46822
79	40595	37886,86	2708,143	0,2394	0,00029	0,00457	0,03767
80	16595	9618,731	6976,269	0,61676	0,00192	-0,00595	0,09756
81	22825	13861,22	8963,777	0,83334	0,01856	-0,02487	0,30411
82	16925	10067,57	6857,426	0,60541	0,00164	0,01176	0,09017
83	18995	6828,307	12166,69	1,08703	0,01111	0,10817	0,23599
84	11945	3132,676	8812,324	0,79079	0,00703	-0,05155	0,18713
85	28000	35567,28	-7567,28	-0,6708	0,00276	-0,06869	-0,1171
86	16180	18578,13	-2398,13	-0,21299	0,00031	-0,02715	-0,03942
87	17410	16444,45	965,5495	0,08506	0,00003	0,0044	0,01136
88	12880	823,1652	12056,83	1,13513	0,04191	-0,23718	0,45855
89	25880	16531,04	9348,962	0,83354	0,00593	0,12527	0,17186
90	15480	18421,54	-2941,54	-0,2591	0,00024	0,0022	-0,03421
91	21989	32226,95	-10237,9	-0,90354	0,00353	-0,02294	-0,1327

Ek 4: 91 gözlemlili veri setinden 6, 32, 35, 44, 53, 74, 77 ve 88 nolu gözlemlilerin çıkarılmasıyla elde edilen yeni veri seti için aykırı değer tespiti

No	Y	Tahmin	Artık	Std. Artık	Cook	DFBETAS	DFFITs
1	22745	21587,52	1157,482	0,16392	0,00032	-0,03004	0,03951
2	19635	21296	-1661	-0,23204	0,00033	-0,00392	-0,04018
3	84725	70296,26	14428,74	2,33487	0,41709	1,03642	1,48775
4	41635	33347	8287,997	1,15794	0,0082	-0,0899	0,20292
5	28385	42429,23	-14044,2	-1,95691	0,01921	-0,06303	-0,31574
6	24290	25079,82	-789,816	-0,11132	0,00012	-0,00201	-0,02443
7	34250	34600,31	-350,308	-0,05006	0,00004	-0,00578	-0,0139
8	57900	39044,5	18855,5	2,63565	0,0439	0,1177	0,4877
9	24440	18835,33	5604,666	0,78317	0,00379	0,05042	0,13737
10	26970	25654,64	1315,356	0,18376	0,00021	0,01446	0,03186
11	40040	32794,46	7245,538	1,0152	0,00752	-0,05387	0,19399
12	63540	55000,97	8539,028	1,23506	0,03188	-0,26372	0,40062
13	30520	25771,15	4748,847	0,67168	0,00507	0,14047	0,15872
14	19335	15332,96	4002,037	0,56003	0,00213	-0,00218	0,10264
15	23340	28308,97	-4968,97	-0,69918	0,00443	-0,02554	-0,14838
16	31800	28155,31	3644,694	0,51586	0,00307	-0,06896	0,1233
17	22255	26128,72	-3873,72	-0,54603	0,00292	-0,01971	-0,12034
18	34490	42979,14	-8489,14	-1,1851	0,00813	0,0287	-0,20213
19	30635	33180,59	-2545,59	-0,36666	0,00256	0,03399	-0,11261
20	39300	50515,12	-11215,1	-1,59479	0,03439	0,13584	-0,41887
21	39905	50592,64	-10687,6	-1,52447	0,03449	-0,00377	-0,41889
22	44025	50534,39	-6509,39	-0,9253	0,01144	0,058	-0,23899
23	17160	26272,85	-9112,85	-1,29721	0,02351	-0,13654	-0,34438
24	12381	6572,165	5808,835	0,81651	0,00576	0,0676	0,1693
25	17300	15252,13	2047,867	0,2866	0,00056	-0,00034	0,05261
26	16485	19356,87	-2871,87	-0,39959	0,00071	0,02241	-0,05912
27	17795	15346,26	2448,735	0,34252	0,00077	0,00366	0,06186
28	13800	15929,23	-2129,23	-0,31591	0,00324	0,07492	-0,12651
29	19995	24757,31	-4762,31	-0,66519	0,00266	-0,0542	-0,1149
30	22060	36858,23	-14798,2	-2,08396	0,04087	0,22996	-0,46221
31	24405	18211,75	6193,252	0,86818	0,00566	0,03026	0,16789
32	24405	17925,57	6479,435	0,91752	0,00988	-0,07454	0,22206
33	8999	8770,184	228,8161	0,03211	0,00001	0,00108	0,00638
34	15590	11398,95	4191,05	0,59336	0,0041	0,05237	0,14264
35	12500	13572,96	-1072,96	-0,15284	0,00033	-0,03526	-0,04058
36	15905	18240,19	-2335,19	-0,32687	0,00074	-0,02151	-0,06032
37	20440	36869,24	-16429,2	-2,30819	0,04489	0,2269	-0,48765
38	12020	17347,57	-5327,57	-0,75299	0,0062	0,01105	-0,17564
39	15675	17140,7	-1465,7	-0,21143	0,00088	0,05251	-0,066
40	122825	108686,3	14138,72	2,72492	1,42727	-0,85631	2,79035
41	14995	12833,86	2161,144	0,30114	0,00046	0,00184	0,04747

No	Y	Tahmin	Artık	Std. Artık	Cook	DFBETAS	DFFITS
42	22510	17458,01	5051,991	0,7483	0,01773	-0,05613	0,29691
43	11870	6860,064	5009,936	0,7066	0,00502	0,06563	0,15788
44	16000	22340,95	-6340,95	-0,93451	0,02563	-0,15702	-0,35769
45	17995	9675,806	8319,194	1,17433	0,01435	0,05589	0,26851
46	12025	16110,56	-4085,56	-0,57473	0,00296	-0,02223	-0,12114
47	15690	15121,08	568,9193	0,07967	0,00004	-0,00806	0,0149
48	11095	12233,63	-1138,63	-0,171	0,00112	0,04381	-0,07424
49	8850	5167,914	3682,086	0,52888	0,00499	0,04479	0,15729
50	11550	18723,82	-7173,82	-1,0169	0,01259	-0,17466	-0,25097
51	15500	18483,84	-2983,84	-0,41573	0,00086	-0,0312	-0,06527
52	14000	19547,11	-5547,11	-0,7781	0,0047	-0,0902	-0,15293
53	21490	18694,95	2795,054	0,39028	0,0009	-0,00014	0,06656
54	29395	30302,39	-907,392	-0,12588	0,00005	-0,00531	-0,0159
55	48695	51146,57	-2451,57	-0,34549	0,00116	0,03046	-0,07568
56	55780	62323,94	-6543,94	-0,93368	0,01304	0,07583	-0,25515
57	66330	62472,1	3857,901	0,55199	0,00493	0,0469	0,15625
58	9995	14722,16	-4727,16	-0,66633	0,00435	-0,09972	-0,14702
59	31400	37900,35	-6500,35	-0,90636	0,00435	-0,04925	-0,14722
60	37800	44790,82	-6990,82	-0,99293	0,01284	0,12729	-0,25334
61	43400	44363,12	-963,119	-0,13566	0,00017	0,00406	-0,02936
62	38995	50211,74	-11216,7	-1,60122	0,03893	0,01546	-0,44573
63	32000	41339,78	-9339,78	-1,32694	0,02314	-0,15528	-0,34184
64	20220	21406,23	-1186,23	-0,17051	0,00053	-0,03297	-0,05109
65	26995	25598,04	1396,961	0,19534	0,00025	0,00922	0,03492
66	12420	10220,21	2199,787	0,31507	0,00165	-0,04579	0,0903
67	18115	13707,81	4407,192	0,62068	0,00364	-0,07798	0,1343
68	31795	34474,92	-2679,92	-0,37895	0,0016	0,00955	-0,08893
69	41195	39187,89	2007,109	0,27891	0,0003	-0,00667	0,03874
70	42995	41710,52	1284,476	0,17998	0,00024	-0,02272	0,03419
71	81695	58064,21	23630,79	3,40927	0,23001	-0,2182	1,15504
72	40595	35053,65	5541,353	0,77507	0,00395	0,01896	0,14024
73	16595	12722,02	3872,979	0,54216	0,00203	-0,03015	0,10038
74	22825	17458,01	5366,991	0,79496	0,02001	-0,05966	0,31557
75	16925	12761,93	4163,072	0,58048	0,00179	-0,00685	0,09411
76	18995	9660,484	9334,516	1,31716	0,01778	0,0811	0,2996
77	11945	8301,317	3643,683	0,52045	0,00418	-0,04419	0,1439
78	28000	32790,24	-4790,24	-0,6724	0,00364	-0,08835	-0,13449
79	16180	18299,82	-2119,82	-0,29731	0,00068	-0,03906	-0,05807
80	17410	17652,54	-242,536	-0,0337	0	-0,00163	-0,00466
81	25880	16841,66	9038,345	1,2724	0,01501	0,1989	0,27505
82	15480	19953,22	-4473,22	-0,62174	0,00155	0,01124	-0,08754
83	21989	30846,26	-8857,26	-1,23664	0,00893	-0,06685	-0,21205

Ek 5: 83 gözlemlı veri setinden 3, 8, 30, 37, 40, 62 ve 71 nolu gözlemlerin çıkarılmasıyla elde edilen yeni veri seti için aykırı değeri tespiti

No	Y	Tahmin	Artık	Std. Artık	Cook	DFBETAS	DFITS
1	22745	23751,39	-1006,39	-0,22991	0,00075	0,04816	-0,06082
2	19635	20023,65	-388,645	-0,08732	0,00005	-0,00101	-0,01642
3	41635	33829,49	7805,515	1,75324	0,02167	-0,15218	0,33419
4	28385	38604,67	-10219,7	-2,30172	0,04331	-0,07375	-0,48034
5	24290	25313,83	-1023,83	-0,23212	0,00059	-0,00377	-0,05394
6	34250	34588,87	-338,869	-0,07804	0,00011	-0,01031	-0,02303
7	24440	19372,82	5067,175	1,13724	0,00868	0,07913	0,20878
8	26970	26004,13	965,8736	0,21683	0,00032	0,01913	0,0398
9	40040	33483,04	6556,962	1,47639	0,01758	-0,08872	0,29897
10	63540	52513,48	11026,52	2,59556	0,18457	-0,65785	1,00262
11	30520	23094,9	7425,097	1,69621	0,04076	0,40089	0,45762
12	19335	18713,12	621,8828	0,14072	0,0002	0,0001	0,03148
13	23340	26636,41	-3296,41	-0,74652	0,00584	-0,03056	-0,17032
14	31800	30473,38	1326,622	0,3033	0,00133	-0,0443	0,08116
15	22255	25059,1	-2804,1	-0,63627	0,00457	-0,02633	-0,15057
16	34490	39942,69	-5452,69	-1,22776	0,01216	0,03611	-0,24749
17	30635	36601,53	-5966,53	-1,38761	0,0423	0,13915	-0,46294
18	39300	45928,61	-6628,61	-1,53196	0,04507	0,15235	-0,47933
19	39905	43992,94	-4087,94	-0,95304	0,02094	0,00228	-0,32338
20	44025	45447,55	-1422,55	-0,32898	0,00211	0,0244	-0,10205
21	17160	23625,09	-6465,09	-1,48429	0,03594	-0,17509	-0,42762
22	12381	8003,032	4377,968	0,98958	0,00948	0,09075	0,21764
23	17300	18566,52	-1266,52	-0,28661	0,00083	-0,00107	-0,06418
24	16485	21242,32	-4757,32	-1,06327	0,00566	0,0683	-0,16835
25	17795	18380,96	-585,962	-0,13244	0,00017	-0,00222	-0,02889
26	13800	14620,28	-820,278	-0,19862	0,0016	0,05645	-0,08889
27	19995	25281,58	-5286,58	-1,1867	0,00956	-0,10952	-0,21929
28	24405	20549,38	3855,623	0,86934	0,00652	0,0343	0,18031
29	24405	23068,72	1336,276	0,30655	0,0015	-0,02645	0,08608
30	8999	9941,702	-942,702	-0,21238	0,00037	-0,007	-0,04296
31	15590	16228,98	-638,984	-0,14707	0,00038	-0,01561	-0,04308
32	12500	12658,95	-158,953	-0,03655	0,00002	-0,00939	-0,01057
33	15905	19839,25	-3934,25	-0,88526	0,0061	-0,06521	-0,17441
34	12020	15031,58	-3011,58	-0,68566	0,00599	0,01832	-0,17234
35	15675	20197,17	-4522,17	-1,05728	0,0272	0,30371	-0,36906
36	14995	14921,1	73,90309	0,01654	0	0,00009	0,00275
37	22510	21471,04	1038,964	0,25373	0,00288	-0,01898	0,11924
38	11870	7336,12	4533,88	1,02692	0,01111	0,10338	0,2358
39	16000	18185,54	-2185,54	-0,52221	0,00935	-0,09703	-0,21513
40	17995	15012,18	2982,818	0,68843	0,00882	0,04337	0,20918
41	12025	14132,96	-2107,96	-0,47674	0,00225	-0,01657	-0,10557
42	15690	17163,97	-1473,97	-0,33187	0,00089	0,03855	-0,06615
43	11095	11626,57	-531,568	-0,13038	0,0008	0,03996	-0,06268

No	Y	Tahmin	Artık	Std. Artık	Cook	DFBETAS	DFITS
44	8850	4032,543	4817,457	1,11181	0,02298	0,09582	0,33951
45	11550	15420,31	-3870,31	-0,88561	0,01167	-0,16371	-0,24115
46	15500	19953,29	-4453,29	-0,99753	0,00588	-0,08527	-0,17152
47	14000	17269,9	-3269,9	-0,73826	0,00501	-0,09081	-0,15776
48	21490	20509,34	980,6555	0,21996	0,00031	-0,00039	0,0393
49	29395	27699,28	1695,725	0,37842	0,00063	0,01629	0,05568
50	48695	46472,83	2222,172	0,50927	0,00403	-0,05329	0,14126
51	55780	55987,41	-207,413	-0,04873	0,00006	0,00485	-0,01764
52	66330	52287,89	14042,11	3,3765	0,42506	0,32385	1,57992
53	9995	13473,92	-3478,92	-0,78887	0,00686	-0,12818	-0,18468
54	31400	35353,84	-3953,84	-0,88809	0,00556	-0,05165	-0,16649
55	37800	43378,75	-5578,75	-1,28165	0,02727	0,19093	-0,37098
56	43400	42032,9	1367,104	0,31095	0,00119	-0,01156	0,07668
57	32000	38900,06	-6900,06	-1,58278	0,03993	-0,20828	-0,45171
58	20220	16068,33	4151,672	0,97135	0,02326	0,20253	0,34086
59	26995	26695,93	299,0708	0,0672	0,00003	0,00361	0,01267
60	12420	11494,59	925,4073	0,21367	0,00086	-0,03665	0,06503
61	18115	16187,22	1927,779	0,43703	0,00208	-0,06305	0,10149
62	31795	34191,47	-2396,47	-0,54566	0,0038	0,01707	-0,13718
63	41195	35163,8	6031,202	1,35583	0,0136	-0,04616	0,2623
64	42995	39395,4	3599,595	0,81578	0,00718	-0,12084	0,189
65	40595	32247,08	8347,924	1,88645	0,03406	0,03986	0,42042
66	16595	16270,34	324,6584	0,07319	0,00005	-0,00456	0,01506
67	22825	21471,04	1353,964	0,33066	0,00489	-0,02474	0,15544
68	16925	15273,88	1651,125	0,37002	0,00084	-0,00528	0,06424
69	18995	14673,16	4321,842	0,99613	0,01788	0,07824	0,29897
70	11945	8867,631	3077,369	0,70658	0,00816	-0,07247	0,20133
71	28000	29692,78	-1692,78	-0,38317	0,00151	-0,05599	-0,08628
72	16180	18350,28	-2170,28	-0,48951	0,0021	-0,07113	-0,10202
73	17410	17643,78	-233,779	-0,05212	0,00001	-0,00267	-0,00728
74	25880	17744,41	8135,593	1,8495	0,04137	0,33626	0,46288
75	15480	19579,68	-4099,68	-0,91443	0,00349	0,02276	-0,13193
76	21989	26625,36	-4636,36	-1,0454	0,00945	-0,05588	-0,21747

Ek 6: 76 gözlemlı veri setinden 4, 10, 17, 18, 52 ve 74 nolu gözlemlerin çıkarılmasıyla elde edilen yeni veri seti için aykırı değeri tespiti

No	Y	Tahmin	Artık	Std. Artık	Cook	DFBETAS	DFFITs
1	22745	24169,82	-1424,82	-0,40653	0,00258	0,0906	-0,11281
2	19635	19906	-270,996	-0,07582	0,00004	-0,00113	-0,01441
3	41635	33587,03	8047,975	2,26019	0,04538	-0,23996	0,4924
4	24290	25470,7	-1180,7	-0,33373	0,00129	-0,00425	-0,07978
5	34250	34402,07	-152,07	-0,04378	0,00004	-0,0054	-0,01358
6	24440	19544,17	4895,829	1,36896	0,01325	0,10047	0,25916
7	26970	25970,91	999,0877	0,27959	0,00058	0,02399	0,05343
8	40040	33456,22	6583,776	1,85251	0,03322	-0,14199	0,41555
9	30520	22500,63	8019,366	2,28911	0,08277	0,57618	0,66574
10	19335	19064,25	270,7502	0,07643	0,00006	-0,00018	0,01781
11	23340	25905,01	-2565,01	-0,72536	0,00621	-0,02753	-0,17551
12	31800	30481,95	1318,053	0,37714	0,0024	-0,06237	0,10871
13	22255	24434,62	-2179,62	-0,61727	0,00473	-0,02412	-0,15301
14	34490	38978,25	-4488,25	-1,26821	0,01842	0,05852	-0,30497
15	39905	42184,16	-2279,16	-0,67425	0,01445	0,01229	-0,26764
16	44025	43919,3	105,6977	0,03097	0,00003	-0,003	0,01136
17	17160	22710,36	-5550,36	-1,5933	0,04632	-0,19536	-0,48712
18	12381	8252,422	4128,578	1,16467	0,0146	0,12328	0,27092
19	17300	18903,08	-1603,08	-0,45251	0,00226	-0,00042	-0,10557
20	16485	21544,14	-5059,14	-1,40893	0,01073	0,09839	-0,23341
21	17795	18668,04	-873,037	-0,24608	0,00063	-0,00368	-0,05574
22	13800	14572,53	-772,527	-0,23356	0,00229	0,0667	-0,10634
23	19995	25278,03	-5283,03	-1,47821	0,01605	-0,13456	-0,28598
24	24405	21015,54	3389,461	0,95317	0,00858	0,03653	0,207
25	24405	23936,31	468,6939	0,13466	0,00034	-0,01331	0,04079
26	8999	10319,63	-1320,63	-0,3709	0,00122	-0,01615	-0,07774
27	15590	17066,66	-1476,66	-0,42555	0,00361	-0,04612	-0,13355
28	12500	12510,91	-10,911	-0,00314	0	-0,00087	-0,00096
29	15905	20168,46	-4263,46	-1,19597	0,01202	-0,09054	-0,24597
30	12020	14698,4	-2678,4	-0,76001	0,00765	0,01411	-0,19494
31	15675	20860,19	-5185,19	-1,51637	0,06094	0,4616	-0,55767
32	14995	15358,17	-363,173	-0,10129	0,00006	-0,00087	-0,01743
33	22510	21546,41	963,5851	0,29489	0,00418	-0,02545	0,14351
34	11870	7472,755	4397,245	1,24322	0,01809	0,14601	0,30201
35	16000	16991,27	-991,273	-0,29765	0,00344	-0,05979	-0,13015
36	17995	15736,21	2258,794	0,65241	0,00891	0,04122	0,21018
37	12025	13849,72	-1824,72	-0,51437	0,00276	-0,02333	-0,11687
38	15690	17545,32	-1855,32	-0,52047	0,00228	0,06211	-0,10619
39	11095	11763,42	-668,424	-0,20472	0,00203	0,06271	-0,09998
40	8850	4025,757	4824,243	1,39194	0,03968	0,15163	0,44873
41	11550	14872,59	-3322,59	-0,9504	0,01508	-0,19211	-0,2744
42	15500	20151,54	-4651,54	-1,29852	0,01078	-0,11397	-0,23337
43	14000	16914,44	-2914,44	-0,82066	0,00673	-0,11019	-0,18298

No	Y	Tahmin	Artık	Std. Artık	Cook	DFBETAS	DFFITs
44	21490	20892,23	597,7692	0,1671	0,00019	-0,00061	0,03091
45	29395	27021,97	2373,031	0,66077	0,00233	0,02721	0,10756
46	48695	45141,48	3553,517	1,03038	0,02407	-0,13475	0,34709
47	55780	54392,25	1387,748	0,41707	0,00682	-0,05579	0,18349
48	9995	13342,66	-3347,66	-0,94744	0,01089	-0,1686	-0,23319
49	31400	34676,15	-3276,15	-0,91989	0,00745	-0,0455	-0,19275
50	37800	42939,8	-5139,8	-1,48582	0,04708	0,2634	-0,48982
51	43400	41409,95	1990,053	0,56804	0,00509	-0,03212	0,15874
52	32000	38226,02	-6226,02	-1,78853	0,05935	-0,21937	-0,55435
53	20220	15195,49	5024,507	1,47474	0,06123	0,34237	0,55848
54	26995	26800,7	194,3011	0,05444	0,00002	0,00264	0,01075
55	12420	11934,68	485,3235	0,13964	0,00038	-0,02363	0,04298
56	18115	16723,45	1391,548	0,39326	0,00178	-0,0581	0,09377
57	31795	34122,33	-2327,33	-0,66233	0,00636	0,02973	-0,17755
58	41195	34191,7	7003,296	1,97216	0,03898	-0,08903	0,45181
59	42995	38746,06	4248,944	1,20883	0,02099	-0,20646	0,32517
60	40595	31724,35	8870,65	2,5035	0,06861	0,03776	0,6114
61	16595	16976,76	-381,758	-0,10739	0,00011	0,00693	-0,02331
62	22825	21546,41	1278,585	0,39129	0,00736	-0,03379	0,19052
63	16925	15788,12	1136,88	0,31755	0,00067	-0,00398	0,05737
64	18995	15336,37	3658,633	1,05491	0,02246	0,08459	0,33539
65	11945	9063,824	2881,176	0,8243	0,0114	-0,07831	0,23819
66	28000	28766,16	-766,16	-0,21682	0,00057	-0,03171	-0,05293
67	16180	18392,34	-2212,34	-0,62218	0,00366	-0,09526	-0,13471
68	17410	17600,31	-190,31	-0,05283	0,00001	-0,00296	-0,00751
69	15480	19477,7	-3997,7	-1,11012	0,0052	0,02676	-0,16161
70	21989	25662,34	-3673,34	-1,03541	0,01117	-0,05711	-0,2365

Ek 7: 70 gözlemlı veri setinden 3, 9, 17, 50, 52, 58 ve 60 nolu gözlemlerin çıkarılmasıyla elde edilen yeni veri seti için aykırı değeri tespiti

No	Y	Tahmin	Artık	Std. Artık	Cook	DFBETAS	DFITS
1	22745	24000,18	-1255,18	-0,44548	0,00346	0,10637	-0,13066
2	19635	19434,52	200,4771	0,06959	0,00004	0,00122	0,01379
3	24290	24986,21	-696,208	-0,24495	0,00082	-0,00252	-0,06355
4	34250	33973,12	276,8841	0,09966	0,00023	0,01275	0,03398
5	24440	19178,53	5261,472	1,82558	0,02606	0,14317	0,36858
6	26970	25636,37	1333,627	0,46373	0,00188	0,04183	0,09617
7	40040	33145,92	6894,082	2,41555	0,06956	-0,2097	0,61649
8	19335	19190,46	144,5421	0,05059	0,00003	-0,00005	0,01201
9	23340	25787,33	-2447,33	-0,86025	0,00983	-0,0414	-0,22121
10	31800	30580,25	1219,755	0,43376	0,00344	-0,0757	0,13028
11	22255	24373,69	-2118,69	-0,7458	0,00773	-0,03671	-0,19587
12	34490	38605,14	-4115,14	-1,44873	0,02927	0,06649	-0,38629
13	39905	41737,81	-1832,81	-0,67848	0,01683	0,00619	-0,28871
14	44025	43554,83	470,1713	0,17216	0,00093	-0,01651	0,0677
15	12381	8176,472	4204,528	1,47262	0,02551	0,17429	0,36084
16	17300	19029,25	-1729,25	-0,60527	0,00421	-0,00171	-0,14424
17	16485	21387,75	-4902,75	-1,69255	0,01642	0,12706	-0,29131
18	17795	18775,55	-980,549	-0,34273	0,00128	-0,00619	-0,07937
19	13800	14256,72	-456,718	-0,17194	0,00132	0,05113	-0,08057
20	19995	24963,77	-4968,77	-1,72703	0,02549	-0,16683	-0,36336
21	24405	20764,33	3640,666	1,27061	0,01657	0,04806	0,28937
22	24405	23945,08	459,9202	0,1642	0,00054	-0,01818	0,05151
23	8999	10069,84	-1070,84	-0,37267	0,00126	-0,01796	-0,0788
24	15590	17047,08	-1457,08	-0,52102	0,00562	-0,05781	-0,16664
25	12500	12137,56	362,4351	0,12996	0,00037	0,03877	0,04269
26	15905	19877,29	-3972,29	-1,3828	0,01757	-0,10903	-0,2988
27	12020	14297,93	-2277,93	-0,80154	0,00882	0,01037	-0,20936
28	15675	20750,48	-5075,48	-1,85059	0,10099	0,61166	-0,72623
29	14995	15186,29	-191,291	-0,06609	0,00003	-0,00062	-0,01142
30	22510	22051,83	458,1747	0,17537	0,00163	-0,01495	0,08944
31	11870	7300,782	4569,218	1,60422	0,03291	0,21146	0,41136
32	16000	16827,5	-827,499	-0,31219	0,00445	-0,07225	-0,14805
33	17995	15970,01	2024,986	0,72572	0,01144	0,04842	0,23814
34	12025	13459,33	-1434,33	-0,50147	0,00277	-0,02724	-0,11684
35	15690	17441,49	-1751,49	-0,60911	0,00326	0,0764	-0,12691
36	11095	11486,23	-391,228	-0,14936	0,00115	0,04781	-0,07524
37	8850	3699,178	5150,822	1,84719	0,0751	0,23169	0,62615
38	11550	14343,13	-2793,13	-0,99474	0,01875	-0,22095	-0,30613
39	15500	19943,91	-4443,91	-1,53853	0,01636	-0,14407	-0,28947
40	14000	16430,87	-2430,87	-0,85025	0,00809	-0,12517	-0,20059
41	21490	20626,29	863,7096	0,29948	0,00068	-0,00176	0,0577
42	29395	26636,97	2758,028	0,95372	0,00583	0,04645	0,17066

No	Y	Tahmin	Artık	Std. Artık	Cook	DFBETAS	DFFITS
43	48695	44685,62	4009,379	1,4542	0,05728	-0,19849	0,54047
44	55780	53665,48	2114,521	0,80482	0,03244	-0,11567	0,40148
45	9995	12916,02	-2921,02	-1,02728	0,01425	-0,19859	-0,26706
46	31400	34174,88	-2774,88	-0,97119	0,0108	-0,05214	-0,23229
47	43400	40848,03	2551,97	0,91253	0,01726	-0,05748	0,2933
48	20220	14505,94	5714,058	2,09392	0,13947	0,54946	0,86102
49	26995	26507,84	487,1636	0,16959	0,00026	0,00836	0,03605
50	12420	11728,46	691,5375	0,24693	0,00123	-0,04373	0,07763
51	18115	16601,52	1513,478	0,53056	0,00342	-0,08319	0,12988
52	31795	33616,23	-1821,23	-0,64769	0,00769	0,0339	-0,19508
53	42995	38309,56	4685,444	1,66379	0,04891	-0,30578	0,50236
54	16595	16886,3	-291,296	-0,10157	0,0001	0,00716	-0,0224
55	22825	22051,83	773,1747	0,29594	0,00463	-0,02524	0,151
56	16925	15641,57	1283,432	0,44412	0,00132	-0,00608	0,08074
57	18995	15553,83	3441,172	1,23133	0,03187	0,10546	0,40103
58	11945	8935,138	3009,862	1,06873	0,02015	-0,10157	0,3178
59	28000	28418,41	-418,407	-0,14748	0,00031	-0,02387	-0,03934
60	16180	18017,35	-1837,35	-0,64184	0,00439	-0,10478	-0,14738
61	17410	17349,5	60,49954	0,02082	0	0,0013	0,00306
62	15480	19210,67	-3730,67	-1,28377	0,00727	0,02855	-0,19172
63	21989	25202,59	-3213,59	-1,12594	0,0151	-0,07481	-0,27537

Ek 8: 63 gözlemlı veri setinden 5, 7, 37 ve 48 nolu gözlemlerin çıkarılmasıyla elde edilen yeni veri seti için aykırı değır tespiti

No	Y	Tahmin	Artık	Std. Artık	Cook	DFBETAS	DFFITs
1	22745	23991,64	-1246,64	-0,51475	0,00489	0,12571	-0,1553
2	19635	18555,67	1079,328	0,43623	0,00177	0,01644	0,09338
3	24290	24252,13	37,87114	0,0155	0	0,00024	0,00417
4	34250	33451,88	798,1194	0,33472	0,00284	0,03964	0,11822
5	26970	25074,52	1895,475	0,76617	0,00549	0,06986	0,16498
6	19335	19286,39	48,61018	0,01976	0	-0,0002	0,00474
7	23340	25602,59	-2262,59	-0,92363	0,01153	-0,05042	-0,23979
8	31800	31106,15	693,8532	0,28776	0,00169	-0,05637	0,09107
9	22255	24241,99	-1986,99	-0,81221	0,00929	-0,04412	-0,21489
10	34490	38451,23	-3961,23	-1,62048	0,03789	0,07992	-0,44207
11	39905	41497,96	-1592,96	-0,68546	0,0175	-0,00008	-0,29437
12	44025	43584,38	440,6211	0,18749	0,00112	-0,01827	0,07432
13	12381	7529,784	4851,216	1,97996	0,05267	0,27857	0,52794
14	17300	19116,68	-1816,68	-0,73847	0,00639	0,00427	-0,178
15	16485	21165,6	-4680,6	-1,87688	0,02123	0,14397	-0,33387
16	17795	18809,96	-1014,96	-0,41191	0,00187	-0,00466	-0,09601
17	13800	13779,49	20,50752	0,00899	0	-0,0024	0,00428
18	19995	24412,38	-4417,38	-1,78463	0,02909	-0,17416	-0,38947
19	24405	20266,23	4138,772	1,67922	0,0308	0,06189	0,39935
20	24405	24102,99	302,0081	0,12589	0,00036	-0,01681	0,04197
21	8999	9268,338	-269,338	-0,10918	0,00013	-0,00748	-0,02485
22	15590	16753,79	-1163,79	-0,48387	0,00503	-0,04838	-0,15749
23	12500	10941,6	1558,398	0,65494	0,01128	0,21578	0,23627
24	15905	19247,66	-3342,66	-1,35278	0,01804	-0,11159	-0,30273
25	12020	13417,3	-1397,3	-0,57421	0,0054	-0,01115	-0,1633
26	15675	20826,57	-5151,57	-2,18684	0,14774	0,7457	-0,89189
27	14995	14689,21	305,7897	0,12275	0,0001	0,00204	0,0219
28	22510	22901,13	-391,128	-0,17462	0,00169	0,01908	-0,09108
29	11870	6462,196	5407,804	2,21796	0,07643	0,36225	0,64239
30	16000	16147,1	-147,104	-0,06523	0,00022	-0,01745	-0,03293
31	17995	16091,92	1903,081	0,7926	0,01398	0,04082	0,26347
32	12025	12505,98	-480,976	-0,19651	0,00054	-0,01686	-0,05131
33	15690	17248,41	-1558,41	-0,6294	0,00356	0,0764	-0,13273
34	11095	11015,75	79,24666	0,03524	0,00007	-0,01019	0,01805
35	11550	13024,49	-1474,49	-0,61741	0,0094	-0,16133	-0,21554
36	15500	19431,58	-3931,58	-1,58147	0,01831	-0,15267	-0,30695
37	14000	15316,73	-1316,73	-0,5385	0,00415	-0,09496	-0,14308
38	21490	20142,34	1347,656	0,54305	0,00237	-0,00231	0,10824
39	29395	26049,41	3345,589	1,34497	0,0128	0,08402	0,25495
40	48695	44642,47	4052,532	1,70937	0,08172	-0,24183	0,65115
41	55780	53432,62	2347,381	1,04292	0,05756	-0,15803	0,53693
42	9995	11757,23	-1762,23	-0,72527	0,00896	-0,16142	-0,21073

No	Y	Tahmin	Artık	Std. Artık	Cook	DFBETAS	DFFITS
43	31400	33603,98	-2203,98	-0,89699	0,00984	-0,05082	-0,22142
44	43400	40478,64	2921,36	1,21725	0,03327	-0,08581	0,40975
45	26995	26080,33	914,6685	0,37018	0,00135	0,01667	0,0816
46	12420	11264,79	1155,209	0,47957	0,00479	-0,07612	0,15363
47	18115	16390,37	1724,626	0,70228	0,00615	-0,10754	0,1745
48	31795	33140,34	-1345,34	-0,55741	0,0062	0,03227	-0,17497
49	42995	38185,37	4809,634	1,98676	0,07356	-0,37844	0,62406
50	16595	16651,54	-56,5382	-0,02291	0,00001	0,00167	-0,00517
51	22825	22901,13	-76,1281	-0,03399	0,00006	0,00371	-0,01772
52	16925	15222,26	1702,743	0,68445	0,0033	-0,00627	0,12773
53	18995	15619,16	3375,842	1,40321	0,0421	0,10228	0,46303
54	11945	8432,49	3512,51	1,45274	0,04047	-0,10358	0,45465
55	28000	27821,75	178,2486	0,07309	0,00008	0,01267	0,02013
56	16180	17111,95	-931,951	-0,37918	0,00174	-0,06719	-0,09256
57	17410	16721,08	688,9195	0,27567	0,00039	0,02108	0,04392
58	15480	18691,8	-3211,8	-1,28435	0,00807	0,01103	-0,20209
59	21989	24433,56	-2444,56	-0,99835	0,01366	-0,09036	-0,26133

Ek 9: Veri setinin tüm gözlemlerine uygulanan Huber ve Tukey yöntemi tablosu

NO	FİYAT	HUBER			TUKEY		
		Tahmin	Artık	Ağırlık	Tahmin	Artık	Ağırlık
1	22745	24543,62	-1798,62	1	24613,33	-1868,33	0,9919
2	19635	21760,5	-2125,5	1	18683,08	951,9214	0,9969
3	84725	69698,73	15026,27	0,6405	42249,74	42475,26	0
4	41635	35545,77	6089,234	1	33481,07	8153,931	0,7748
5	28385	44330,7	-15945,7	0,6036	35381,88	-6996,88	0,8299
6	130000	95766,52	34233,48	0,2812	62982,76	67017,24	0
7	24290	27930,04	-3640,04	1	23598,96	691,0345	0,997
8	34250	37623,78	-3373,78	1	31984,72	2265,276	0,9796
9	57900	40124,25	17775,75	0,5415	34941,8	22958,2	0,0077
10	203800	95951,15	107848,9	0,0892	75137,43	128662,6	0
11	24440	19590,38	4849,626	1	18391,59	6048,409	0,8723
12	26970	26970,78	-0,78325	1	24612,44	2357,56	0,9792
13	40040	36378,2	3661,795	1	32333,96	7706,035	0,7906
14	63540	60016,22	3523,781	1	50580,32	12959,68	0,4917
15	30520	24375,26	6144,738	1	20423,12	10096,88	0,6908
16	19335	14702,57	4632,432	1	20424,35	-1089,35	0,9966
17	23340	26234,68	-2894,68	1	26291,49	-2951,49	0,9632
18	31800	29657,91	2142,094	1	31816,78	-16,7778	0,9999
19	22255	23844,74	-1589,74	1	25105,87	-2850,87	0,9658
20	34490	44569,07	-10079,1	0,9549	37759,8	-3269,8	0,9598
21	30635	38694,89	-8059,89	1	36218,98	-5583,98	0,9124
22	39300	51768,33	-12468,3	0,7719	43705	-4405	0,9248
23	39905	50041,39	-10136,4	0,9495	40917,61	-1012,61	0,9918
24	44025	51339,14	-7314,15	1	43012,27	1012,725	0,9984
25	17160	22619,11	-5459,11	1	22982,3	-5822,3	0,8662
26	12381	3544,701	8836,299	1	9065,248	3315,752	0,9645
27	39171	60434,01	-21263	0,4527	38128,38	1042,62	0,9952
28	17300	14518,03	2781,967	1	20271,83	-2971,83	0,9712
29	16485	20648,88	-4163,89	1	21712,82	-5227,83	0,9134
30	8655	572,6462	8082,354	1	7066,937	1588,063	0,9873
31	17795	14406,23	3388,771	1	19946,04	-2151,04	0,9848
32	13800	15744,17	-1944,17	1	15541,59	-1741,6	0,9893
33	19995	25915,14	-5920,15	1	24025,78	-4030,78	0,9462
34	22060	41339,27	-19279,3	0,4992	35101,63	-13041,6	0,511
35	28995	53399,57	-24404,6	0,3944	40609,14	-11614,1	0,5671
36	24405	20013,94	4391,057	1	20216,13	4188,871	0,9319
37	24405	21225,27	3179,73	1	24398,07	6,925084	0,9991
38	28895	53276,95	-24381,9	0,3947	40411,22	-11516,2	0,5721
39	8999	7712,069	1286,931	1	10321,77	-1322,77	0,9942
40	15590	12352,13	3237,868	1	17078,17	-1488,17	0,9952
41	12500	10800,43	1699,568	1	11255,43	1244,574	0,9965
42	15905	19380,39	-3475,39	1	19193,54	-3288,54	0,9663
43	20440	41094,02	-20654	0,466	34705,79	-14265,8	0,4302

NO	FİYAT	HUBER			TUKEY		
		Tahmin	Artık	Ağırlık	Tahmin	Artık	Ağırlık
44	12020	15599,11	-3579,11	1	14471,66	-2451,66	0,9753
45	15675	20207,7	-4532,7	1	21910,18	-6235,18	0,8854
46	67000	71781,86	-4781,86	1	40690,52	26309,48	0,0142
47	122825	115034,8	7790,199	1	69912,82	52912,18	0
48	219400	107577,6	111822,4	0,0861	65900,13	153499,9	0
49	201600	127942,1	73657,85	0,1307	73163,9	128436,1	0
50	14995	12954,18	2040,821	1	15469,52	-474,524	0,9996
51	22510	14968,44	7541,56	1	25032,03	-2522,03	0,9769
52	11870	3625,155	8244,845	1	7929,591	3940,409	0,9509
53	16000	16115,22	-115,219	1	17524,19	-1524,19	0,9823
54	17995	8920,303	9074,697	1	17296,02	698,9814	0,9972
55	12025	14065,87	-2040,87	1	13434,49	-1409,49	0,9907
56	15690	15718,38	-28,3756	1	18384,54	-2694,54	0,9779
57	11095	11955,96	-860,956	1	13035,66	-1940,66	0,9873
58	23400	46632,68	-23232,7	0,4143	33138,68	-9738,68	0,6908
59	8850	1332,247	7517,753	1	4150,608	4699,392	0,9325
60	11550	16002,39	-4452,4	1	13313,43	-1763,43	0,9843
61	15500	18714,5	-3214,5	1	19618,9	-4118,9	0,9438
62	14000	18045,63	-4045,63	1	15542,58	-1542,58	0,9892
63	21490	20382,35	1107,651	1	20264,31	1225,687	0,9926
64	29395	29880,07	-485,071	1	26018,73	3376,267	0,9652
65	48695	53498,71	-4803,71	1	43704,47	4990,526	0,9209
66	55780	67088,5	-11308,5	0,8511	51229,12	4550,882	0,9323
67	66330	63787,9	2542,103	1	45901,75	20428,25	0,0962
68	9995	12797,67	-2802,67	1	12148,89	-2153,89	0,981
69	279400	143228,2	136171,8	0,0707	78130,62	201269,4	0
70	31400	39766,17	-8366,17	1	32558,44	-1158,44	0,9948
71	37800	50278,02	-12478	0,7713	40963,07	-3163,07	0,9708
72	54100	68141,88	-14041,9	0,6854	51335,88	2764,12	0,9768
73	43400	48673,16	-5273,17	1	38919,19	4480,813	0,9273
74	38995	49703,78	-10708,8	0,8988	41018,59	-2023,59	0,9779
75	32000	44123,02	-12123	0,7939	35242,88	-3242,88	0,9634
76	38995	18318,93	20676,07	0,4655	27768,04	11226,96	0,6038
77	85675	91067,94	-5392,94	1	51115,93	34559,07	0
78	20220	18201,83	2018,171	1	13019,91	7200,092	0,8488
79	26995	27570,07	-575,074	1	25628,17	1366,828	0,9917
80	12420	10351,67	2068,325	1	12829,89	-409,886	0,9998
81	18115	14868,13	3246,869	1	17530,46	584,5421	0,9975
82	31795	38827,85	-7032,85	1	31942,7	-147,701	0,9999
83	92495	70418,81	22076,18	0,436	60178,51	32316,49	0
84	41195	40193,25	1001,754	1	32712,47	8482,53	0,7741
85	42995	45147,81	-2152,81	1	37503,17	5491,83	0,8947
86	65345	54988,49	10356,51	0,9294	51960,91	13384,09	0,3891
87	81695	58753,46	22941,54	0,4195	47605,07	34089,93	0
88	40595	37509,18	3085,816	1	29235,56	11359,44	0,599
89	16595	14122,1	2472,896	1	17451,51	-856,509	0,999
90	22825	14968,44	7856,56	1	25032,03	-2207,03	0,9822

NO	FİYAT	HUBER			TUKEY		
		Tahmin	Artık	Ağırlık	Tahmin	Artık	Ağırlık
91	16925	13233,09	3691,913	1	16016,58	908,4172	0,9958
92	18995	8599,92	10395,08	0,9259	16827,35	2167,655	0,9811
93	11945	6239,715	5705,285	1	10413,43	1531,57	0,9925
94	28000	31301,71	-3301,72	1	27581,05	418,9513	1
95	16180	18051,97	-1871,98	1	17049,4	-869,396	0,9973
96	17410	16700,5	709,4992	1	17349,74	60,25717	1
97	12880	6338,824	6541,176	1	8901,846	3978,155	0,9465
98	25880	14562,31	11317,69	0,8504	17691,04	8188,959	0,7868
99	15480	19599,51	-4119,51	1	19391,89	-3911,89	0,9461
100	21989	29338,02	-7349,02	1	24565,09	-2576,09	0,9699

Ek 10: Veri setinden 10, 27, 30, 46, 48, 69, 72, 76 ve 77 nolu gözlemlerin çıkarılmasıyla elde edilen yeni veri setine uygulanan Huber ve Tukey yöntemi tablosu

NO	FİYAT	HUBER			TUKEY		
		Tahmin	Artık	Ağırlık	Tahmin	Artık	Ağırlık
1	22745	22714,62	30,37655	1	23710,93	-965,925	0,9946
2	19635	21311,92	-1676,92	1	18912,06	722,9393	0,997
3	84725	69182,13	15542,87	0,5917	43327,78	41397,22	0
4	41635	34201,44	7433,56	1	32326,77	9308,23	0,5611
5	28385	42957,18	-14572,2	0,6311	34882,3	-6497,3	0,7704
6	130000	90311,57	39688,43	0,2317	63046,48	66953,52	0
7	24290	26252,69	-1962,69	1	23848,2	441,8007	0,9989
8	34250	35995,34	-1745,33	1	32066,99	2183,01	0,9726
9	57900	39381,18	18518,82	0,4966	34194,73	23705,27	0
10	24440	19179,34	5260,657	1	18776,52	5663,481	0,8229
11	26970	26273,92	696,0795	1	24709,58	2260,418	0,9706
12	40040	34273,55	5766,455	1	31680,07	8359,93	0,6362
13	63540	56736,09	6803,907	1	48347,45	15192,55	0,11
14	30520	25140,13	5379,874	1	21098,3	9421,695	0,552
15	19335	15249,65	4085,347	1	19774,54	-439,537	0,9989
16	23340	27291,14	-3951,14	1	25463,7	-2123,7	0,974
17	31800	28786,5	3013,501	1	30226,6	1573,399	0,9857
18	22255	25064,25	-2809,25	1	24272,5	-2017,5	0,9766
19	34490	43382,89	-8892,89	1	36672,77	-2182,77	0,9726
20	30635	35669,87	-5034,87	1	35281,73	-4646,73	0,8789
21	39300	50610,79	-11310,8	0,8131	41924,92	-2624,92	0,9605
22	39905	49856,41	-9951,41	0,9242	39522,14	382,8607	0,9992
23	44025	50423,31	-6398,31	1	41327,78	2697,222	0,9583
24	17160	24575,55	-7415,55	1	22455,91	-5295,91	0,8442
25	12381	5364,826	7016,174	1	9352,982	3028,017	0,9476
26	17300	15122,35	2177,646	1	19629,1	-2329,1	0,9688
27	16485	19902,4	-3417,4	1	21274,59	-4789,59	0,8716
28	17795	15120,2	2674,796	1	19362,23	-1567,23	0,9858
29	13800	15344,74	-1544,74	1	14755,39	-955,391	0,9947
30	19995	25324,07	-5329,07	1	24131,54	-4136,55	0,9034
31	22060	38589,93	-16529,9	0,5564	34252,09	-12192,1	0,3244
32	28995	51747,63	-22752,6	0,4042	39996,89	-11001,9	0,4218
33	24405	19116,07	5288,929	1	20399,32	4005,684	0,9092
34	24405	19567,23	4837,768	1	23809,95	595,0552	0,998
35	28895	51694,07	-22799,1	0,4034	39826,28	-10931,3	0,4277
36	8999	8316,696	682,3038	1	10747,34	-1748,34	0,9824
37	15590	12197,05	3392,948	1	17354,52	-1764,52	0,982
38	12500	12478,61	21,39219	1	12299,75	200,2485	0,9998
39	15905	18839,32	-2934,32	1	19517,82	-3612,82	0,9258
40	20440	38482,8	-18042,8	0,5097	33910,87	-13470,9	0,2252
41	12020	16282,41	-4262,41	1	14481,78	-2461,78	0,9652
42	15675	18295,57	-2620,57	1	20893,93	-5218,93	0,8485
43	122825	109228,4	13596,58	0,6764	68306,97	54518,03	0
44	201600	127469,2	74130,82	0,1241	73987,13	127612,9	0

NO	FİYAT	HUBER			TUKEY		
		Tahmin	Artık	Ağırlık	Tahmin	Artık	Ağırlık
45	14995	12945,92	2049,081	1	15542,31	-547,307	0,9983
46	22510	16584,61	5925,386	1	23228,92	-718,925	0,997
47	11870	5493,614	6376,386	1	8388,482	3481,518	0,931
48	16000	19477,99	-3477,99	1	17247,2	-1247,2	0,991
49	17995	9745,39	8249,61	1	16938,92	1056,076	0,9936
50	12025	15009,43	-2984,43	1	13679,23	-1654,23	0,9842
51	15690	15310,82	379,1772	1	17834,08	-2144,08	0,9736
52	11095	11633,62	-538,619	1	12298,98	-1203,98	0,9916
53	23400	44300,92	-20900,9	0,44	33180,07	-9780,07	0,5227
54	8850	3383,614	5466,386	1	4869,604	3980,396	0,9103
55	11550	17394,5	-5844,5	1	14135,96	-2585,96	0,9616
56	15500	18703,9	-3203,91	1	19760,01	-4260,01	0,8977
57	14000	18760,2	-4760,2	1	16125,19	-2125,19	0,974
58	21490	19464,13	2025,875	1	20298,74	1191,256	0,9918
59	29395	29911,14	-516,142	1	25693,25	3701,748	0,9222
60	48695	51691,6	-2996,6	1	42155,69	6539,312	0,7677
61	55780	63803,55	-8023,55	1	49800,93	5979,074	0,8037
62	66330	62361,76	3968,242	1	45208,63	21121,37	0
63	9995	13863,21	-3868,21	1	12974,57	-2979,57	0,9492
64	31400	38529,94	-7129,94	1	32274,42	-874,422	0,9956
65	37800	46857,62	-9057,62	1	39884,77	-2084,77	0,975
66	43400	45969,45	-2569,45	1	38265	5134,994	0,8531
67	38995	49501,43	-10506,4	0,8753	39547,14	-552,14	0,9982
68	32000	42455,8	-10455,8	0,8796	35220,31	-3220,31	0,9408
69	20220	19731,46	488,5412	1	14022,54	6197,455	0,7899
70	26995	26520,14	474,8563	1	25580,51	1414,491	0,9884
71	12420	10067,43	2352,566	1	12493,92	-73,9219	1
72	18115	14135,48	3979,517	1	17028,45	1086,547	0,9932
73	31795	36231,96	-4436,96	1	31705,57	89,43098	1
74	92495	65709,43	26785,57	0,3433	57123,89	35371,11	0
75	41195	39236,1	1958,899	1	31981,93	9213,068	0,5688
76	42995	42819,87	175,1307	1	36314,61	6680,395	0,7582
77	65345	47984,6	17360,4	0,5298	49570,3	15774,69	0,0781
78	81695	57771,96	23923,04	0,3844	45717,37	35977,63	0
79	40595	35853,43	4741,573	1	29232,96	11362,04	0,3921
80	16595	13424,97	3170,026	1	17241,51	-646,509	0,9976
81	22825	16584,61	6240,386	1	23228,92	-403,925	0,9991
82	16925	13036,63	3888,372	1	16004,58	920,4245	0,9951
83	18995	9589,874	9405,126	0,9778	16530,27	2464,735	0,9651
84	11945	7228,224	4716,776	1	10112,58	1832,416	0,9806
85	28000	32030,71	-4030,71	1	27344,17	655,83	0,9975
86	16180	18259,03	-2079,03	1	17669,53	-1489,53	0,9872
87	17410	17207,43	202,5684	1	17407,96	2,041372	1
88	12880	6698,188	6181,812	1	8312,116	4567,884	0,8828
89	25880	16047,12	9832,876	0,9353	17836,29	8043,715	0,6604
90	15480	19657,06	-4177,06	1	19139,55	-3659,55	0,9239
91	21989	29871,86	-7882,86	1	24301,18	-2312,18	0,9693

Ek 11: 91 gözlemlı veri setinden 6, 32, 35, 44, 53, 74, 77 ve 88 nolu gözlemlerin çıkarılmasıyla elde edilen yeni veri setine uygulanan Huber ve Tukey yöntemi tablosu

NO	FİYAT	HUBER			TUKEY		
		Tahmin	Artık	Ağırlık	Tahmin	Artık	Ağırlık
1	22745	22630,27	114,7257	1	23333,04	-588,04	0,9984
2	19635	20850,5	-1215,5	1	19410,69	224,3137	0,9998
3	84725	61907,79	22817,21	0,3395	48395,98	36329,02	0
4	41635	33247,74	8387,258	0,9236	32723,61	8911,395	0,6639
5	28385	40334,68	-11949,7	0,6482	36491,54	-8106,53	0,717
6	24290	25458,83	-1168,83	1	24577,96	-287,959	0,9997
7	34250	34639,39	-389,385	1	33420,18	829,8237	0,9968
8	57900	37675,58	20224,42	0,383	35376,2	22523,79	0
9	24440	19322,89	5117,114	1	19173,58	5266,424	0,8749
10	26970	25891,83	1078,167	1	25420,75	1549,252	0,9889
11	40040	33054,68	6985,324	1	32347,39	7692,612	0,7431
12	63540	53094,62	10445,38	0,7416	49608,63	13931,37	0,2997
13	30520	24536,55	5983,447	1	22328,37	8191,627	0,7116
14	19335	16785,1	2549,899	1	19184,67	150,3254	0,9999
15	23340	27030,99	-3690,99	1	25837,45	-2497,45	0,9712
16	31800	28818,46	2981,539	1	29915,98	1884,023	0,9836
17	22255	25147,64	-2892,64	1	24473,97	-2218,98	0,9772
18	34490	41050,8	-6560,81	1	37911,62	-3421,62	0,9462
19	30635	34770,82	-4135,83	1	35703,98	-5068,98	0,8838
20	39300	47522,85	-8222,85	0,942	43280,67	-3980,67	0,9275
21	39905	46621,11	-6716,11	1	41223,14	-1318,14	0,992
22	44025	47298,75	-3273,75	1	42769,33	1255,668	0,9927
23	17160	24527,9	-7367,9	1	22937,13	-5777,13	0,8504
24	12381	7346,397	5034,603	1	8826,385	3554,615	0,942
25	17300	16668,51	631,4904	1	19041,41	-1741,41	0,986
26	16485	20283,18	-3798,18	1	21102,91	-4617,91	0,9031
27	17795	16630,37	1164,636	1	18831,61	-1036,61	0,995
28	13800	15266,73	-1466,73	1	14130,99	-330,994	0,9995
29	19995	25079,71	-5084,71	1	24782,15	-4787,15	0,896
30	22060	36664,46	-14604,5	0,5304	35077,63	-13017,6	0,3658
31	24405	19569,57	4835,43	1	20562,06	3842,944	0,9324
32	24405	20497,81	3907,188	1	23340,22	1064,774	0,9948
33	8999	9599,243	-600,243	1	10434,45	-1435,45	0,9905
34	15590	13967,82	1622,177	1	17059,54	-1469,54	0,99
35	12500	13356,23	-856,229	1	12866,58	-366,579	0,9994
36	15905	19238,75	-3333,75	1	19807,22	-3902,23	0,9303
37	20440	36536,4	-16096,4	0,4812	34785,43	-14345,4	0,2705
38	12020	16255,53	-4235,53	1	14587,18	-2567,18	0,9695
39	15675	18661,95	-2986,95	1	20077,97	-4402,97	0,9117
40	122825	95683,99	27141,01	0,2854	74320,27	48504,73	0
41	14995	14009,37	985,626	1	15256,42	-261,42	0,9997
42	22510	18686,26	3823,742	1	22036,24	473,7634	0,999

NO	FİYAT	HUBER			TUKEY		
		Tahmin	Artık	Ağırlık	Tahmin	Artık	Ağırlık
43	11870	7222,216	4647,784	1	8018,17	3851,83	0,932
44	16000	19824,35	-3824,35	1	17682,98	-1682,98	0,9869
45	17995	12190,76	5804,235	1	16105,74	1889,265	0,9835
46	12025	15228,42	-3203,42	1	13861,24	-1836,24	0,9844
47	15690	16115,84	-425,838	1	17270,31	-1580,31	0,9884
48	11095	11969,75	-874,748	1	11418,73	-323,725	0,9996
49	8850	4850,599	3999,401	1	4579,385	4270,615	0,9168
50	11550	17271,09	-5721,09	1	14961,74	-3411,74	0,9465
51	15500	19287,96	-3787,96	1	19965,85	-4465,85	0,9092
52	14000	18592,16	-4592,16	1	16802,52	-2802,52	0,9638
53	21490	19759,01	1730,986	1	20400,15	1089,85	0,9945
54	29395	28843,51	551,4892	1	26537,41	2857,594	0,9623
55	48695	48262,23	432,7708	1	43693,52	5001,481	0,8868
56	55780	58707,97	-2927,97	1	52239,16	3540,837	0,9424
57	66330	56984,52	9345,479	0,8289	48306,73	18023,27	0,0588
58	9995	14354,83	-4359,83	1	13452,95	-3457,95	0,9451
59	31400	36528,41	-5128,41	1	33675,38	-2275,39	0,976
60	37800	43920,61	-6120,6	1	41146,75	-3346,75	0,9485
61	43400	43085,54	314,4655	1	39835,51	3564,489	0,9417
62	38995	46354,89	-7359,89	1	41161,33	-2166,33	0,9783
63	32000	40093,55	-8093,55	0,9571	37048,92	-5048,92	0,8847
64	20220	18981,06	1238,94	1	15213,34	5006,661	0,8866
65	26995	26198,01	796,9862	1	26160,29	834,7094	0,9968
66	12420	10984,51	1435,488	1	11717,27	702,726	0,9977
67	18115	14993,93	3121,073	1	16369,13	1745,871	0,9859
68	31795	34438,36	-2643,35	1	32784,23	-989,227	0,9955
69	41195	36931,32	4263,68	1	33200,67	7994,327	0,7242
70	42995	40280,9	2714,103	1	37322,92	5672,081	0,8556
71	81695	53698,29	27996,71	0,2767	47620,08	34074,92	0
72	40595	33751,37	6843,627	1	30595,28	9999,721	0,588
73	16595	14605,73	1989,271	1	16698,98	-103,982	1
74	22825	18686,26	4138,742	1	22036,24	788,7634	0,9972
75	16925	14141,52	2783,481	1	15639,78	1285,218	0,9924
76	18995	12016,73	6978,271	1	15749,55	3245,446	0,9515
77	11945	8592,159	3352,841	1	9279,663	2665,337	0,9672
78	28000	30978,38	-2978,38	1	28480,72	-480,723	0,999
79	16180	18545,11	-2365,11	1	18224,51	-2044,51	0,9806
80	17410	17678,26	-268,258	1	17533,73	-123,731	1
81	25880	17192,61	8687,394	0,8917	17993,97	7886,025	0,731
82	15480	19743,56	-4263,56	1	19209,27	-3729,27	0,9362
83	21989	28562,05	-6573,05	1	25273,74	-3284,74	0,9504

Ek 12: 83 gözlemlı veri setinden 3, 8, 30, 37, 40, 62 ve 71 nolu gözlemlerin çıkarılmasıyla elde edilen yeni veri setine uygulanan Huber ve Tukey yöntemi tablosu

NO	FİYAT	HUBER			TUKEY		
		Tahmin	Artık	Ağırlık	Tahmin	Artık	Ağırlık
1	22745	23645,31	-900,312	1	23633,37	-888,369	0,9944
2	19635	19694,87	-59,8668	1	19448,38	186,6203	0,9998
3	41635	33200,82	8434,179	0,6205	32880,77	8754,236	0,5229
4	28385	37360,55	-8975,56	0,5831	36528,78	-8143,78	0,5782
5	24290	24933,37	-643,366	1	24736,57	-446,574	0,9986
6	34250	33852,04	397,9555	1	33501,56	748,4366	0,996
7	24440	19243,27	5196,728	1	19210,22	5229,782	0,8122
8	26970	25620,42	1349,585	1	25458,16	1511,843	0,9836
9	40040	32870,09	7169,912	0,7299	32566,74	7473,26	0,6372
10	63540	50925,93	12614,07	0,4149	49923,45	13616,56	0,109
11	30520	22513,32	8006,683	0,6536	22133,81	8386,188	0,5564
12	19335	18920,31	414,6934	1	19205,41	129,5888	0,9999
13	23340	26063,9	-2723,9	1	25704,41	-2364,41	0,9601
14	31800	30161,85	1638,152	1	30088,88	1711,122	0,979
15	22255	24604,72	-2349,73	1	24337,88	-2082,88	0,9689
16	34490	38743,47	-4253,47	1	37966,13	-3476,13	0,9146
17	30635	36146,43	-5511,43	0,9495	36056,16	-5421,15	0,7989
18	39300	44375,75	-5075,75	1	43326,07	-4026,07	0,8863
19	39905	42308,43	-2403,43	1	41114,2	-1209,2	0,9895
20	44025	43861,98	163,019	1	42776,37	1248,63	0,9888
21	17160	23064,18	-5904,19	0,8864	22682,17	-5522,17	0,7918
22	12381	8391,888	3989,112	1	8686,456	3694,544	0,9038
23	17300	18772,74	-1472,74	1	19054,97	-1754,98	0,9779
24	16485	21195,9	-4710,91	1	21243,58	-4758,58	0,8431
25	17795	18565,56	-770,559	1	18825,86	-1030,86	0,9924
26	13800	14508,67	-708,665	1	14295,21	-495,214	0,9983
27	19995	24941,89	-4946,89	1	24812,54	-4817,54	0,8394
28	24405	20556,84	3848,157	1	20679,69	3725,307	0,9023
29	24405	23275,86	1129,138	1	23616,24	788,7612	0,9956
30	8999	10222,95	-1223,95	1	10423,22	-1424,22	0,9854
31	15590	16642,66	-1052,66	1	17126,11	-1536,11	0,9831
32	12500	12627,66	-127,657	1	12626,04	-126,041	0,9999
33	15905	19798,42	-3893,42	1	19868,24	-3963,24	0,8898
34	12020	14793,59	-2773,59	1	14533,35	-2513,35	0,9549
35	15675	20310,53	-4635,53	1	20436,03	-4761,03	0,843
36	14995	15116,67	-121,67	1	15315,76	-320,762	0,9993
37	22510	21675,91	834,0868	1	21992,28	517,7224	0,9981
38	11870	7650,875	4219,125	1	7857,801	4012,199	0,8871
39	16000	17676,32	-1676,32	1	17262,69	-1262,69	0,9886
40	17995	15542,07	2452,933	1	16110,79	1884,207	0,9746
41	12025	13957,18	-1932,18	1	13763,88	-1738,89	0,9783
42	15690	17286,08	-1596,08	1	17413,53	-1723,53	0,9787

NO	FİYAT	HUBER			TUKEY		
		Tahmin	Artık	Ağırlık	Tahmin	Artık	Ağırlık
43	11095	11692,34	-597,343	1	11599,87	-504,869	0,9982
44	8850	4302,626	4547,374	1	4393,197	4456,803	0,8617
45	11550	15055,76	-3505,76	1	14737,82	-3187,82	0,928
46	15500	19903,53	-4403,53	1	19970,86	-4470,86	0,8608
47	14000	16940,98	-2940,99	1	16676,99	-2676,99	0,9489
48	21490	20469,92	1020,076	1	20530,03	959,9691	0,9934
49	29395	26977,01	2417,987	1	26481,53	2913,472	0,9396
50	48695	44881,59	3813,407	1	43799,27	4895,731	0,8343
51	55780	53873,5	1906,505	1	52432,84	3347,157	0,9207
52	66330	49922,34	16407,66	0,319	48205,43	18124,57	0
53	9995	13381,07	-3386,07	1	13301,53	-3306,53	0,9226
54	31400	34349,88	-2949,88	1	33713,64	-2313,65	0,9617
55	37800	42200,2	-4400,2	1	41472,17	-3672,17	0,905
56	43400	40806,97	2593,032	1	40038,19	3361,811	0,92
57	32000	37768,8	-5768,8	0,9072	37090,63	-5090,63	0,8215
58	20220	15475,52	4744,477	1	14938,16	5281,839	0,8086
59	26995	26362,27	632,7281	1	26254,37	740,6325	0,9961
60	12420	11741,97	678,0331	1	11872,66	547,3447	0,9979
61	18115	16384,58	1730,418	1	16562,3	1552,694	0,9827
62	31795	33443,22	-1648,23	1	33020,86	-1225,86	0,9892
63	41195	34033,16	7161,845	0,7307	33232,33	7962,668	0,5944
64	42995	38282,08	4712,919	1	37544,73	5450,269	0,7969
65	40595	31320,42	9274,582	0,5643	30691,3	9903,695	0,4169
66	16595	16563,69	31,3152	1	16868,92	-273,918	0,9995
67	22825	21675,91	1149,087	1	21992,28	832,7224	0,995
68	16925	15499,44	1425,558	1	15730,26	1194,735	0,9898
69	18995	15182,98	3812,017	1	15729,09	3265,914	0,9245
70	11945	9148,062	2796,938	1	9284,706	2660,294	0,9496
71	28000	28851,92	-851,92	1	28305,15	-305,151	0,9994
72	16180	18208,17	-2028,17	1	18166,8	-1986,8	0,9717
73	17410	17537,02	-127,023	1	17489,61	-79,6054	1
74	25880	17728,79	8151,204	0,642	17819,18	8060,816	0,5856
75	15480	19371,02	-3891,02	1	19230,29	-3750,29	0,901
76	21989	25783,89	-3794,89	1	25146,66	-3157,66	0,9293

Ek 13: 76 gözlemlı veri setinden 4, 10, 17, 18, 52 ve 74 nolu gözlemlerin çıkarılmasıyla elde edilen yeni veri setine uygulanan Huber ve Tukey yöntemi tablosu

NO	FİYAT	HUBER			TUKEY		
		Tahmin	Artık	Ağırlık	Tahmin	Artık	Ağırlık
1	22745	24069,28	-1324,28	1	24121,87	-1376,87	0,9836
2	19635	19534,51	100,4866	1	19480,47	154,534	0,9998
3	41635	33372,63	8262,373	0,5449	33432,09	8202,904	0,4997
4	24290	25018,21	-728,208	1	25021,8	-731,803	0,9954
5	34250	33856,5	393,4947	1	33891,57	358,4266	0,9989
6	24440	19209,6	5230,397	0,8608	19180,37	5259,631	0,7735
7	26970	25594,11	1375,893	1	25593,78	1376,223	0,9836
8	40040	33101	6939,004	0,6489	33162,32	6877,675	0,6304
9	30520	21989,81	8530,187	0,5278	21901,6	8618,4	0,4576
10	19335	19124,95	210,0508	1	19148,66	186,3365	0,9997
11	23340	25747,59	-2407,59	1	25712,37	-2372,37	0,9516
12	31800	30501,29	1298,715	1	30581,97	1218,03	0,9872
13	22255	24328,46	-2073,46	1	24295,96	-2040,96	0,9641
14	34490	38549,85	-4059,85	1	38569,21	-4079,21	0,8603
15	39905	41695,48	-1790,48	1	41663,8	-1758,81	0,9733
16	44025	43497,63	527,371	1	43509,89	515,1063	0,9977
17	17160	22530,71	-5370,71	0,8383	22452,86	-5292,86	0,7709
18	12381	8229,37	4151,63	1	8151,071	4229,929	0,8502
19	17300	18964,46	-1664,47	1	18985,78	-1685,78	0,9754
20	16485	21408,98	-4923,98	0,9144	21427,47	-4942,47	0,7985
21	17795	18713,44	-918,436	1	18727,12	-932,116	0,9925
22	13800	14513,98	-713,977	1	14457,53	-657,532	0,9963
23	19995	24919,98	-4924,98	0,9142	24918,65	-4923,66	0,8
24	24405	20752,52	3652,478	1	20766,75	3638,251	0,888
25	24405	23882,77	522,23	1	23975,34	429,6581	0,9984
26	8999	10172,65	-1173,65	1	10108,17	-1109,17	0,9894
27	15590	16961,51	-1371,51	1	16992,05	-1402,05	0,983
28	12500	12158,68	341,3152	1	12045,84	454,1606	0,9982
29	15905	19872,73	-3967,73	1	19865,51	-3960,51	0,868
30	12020	14462,16	-2442,16	1	14363,92	-2343,92	0,9527
31	15675	20861,91	-5186,91	0,868	20919,72	-5244,72	0,7747
32	14995	15229,97	-234,968	1	15211,83	-216,825	0,9996
33	22510	21912,04	597,9628	1	21964,74	545,2636	0,9975
34	11870	7387,562	4482,438	1	7287,278	4582,722	0,8254
35	16000	16839,46	-839,462	1	16696,61	-696,613	0,9958
36	17995	15859,33	2135,667	1	15894,26	2100,735	0,962
37	12025	13594,38	-1569,38	1	13491,49	-1466,49	0,9814
38	15690	17513,07	-1823,08	1	17517,81	-1827,81	0,9711
39	11095	11761,9	-666,901	1	11704,77	-609,769	0,9968
40	8850	3876,72	4973,28	0,9053	3730,914	5119,085	0,7848
41	11550	14438,59	-2888,59	1	14302,73	-2752,73	0,9351
42	15500	19917,31	-4417,31	1	19905,61	-4405,61	0,8381

NO	FİYAT	HUBER			TUKEY		
		Tahmin	Artık	Ağırlık	Tahmin	Artık	Ağırlık
43	14000	16516,07	-2516,08	1	16415,94	-2415,94	0,9498
44	21490	20645,56	844,4389	1	20653,75	836,2467	0,994
45	29395	26652,33	2742,672	1	26607,89	2787,105	0,9335
46	48695	44647,18	4047,822	1	44677,65	4017,349	0,8644
47	55780	53614,18	2165,819	1	53665,29	2114,713	0,9615
48	9995	12990,79	-2995,79	1	12886,04	-2891,05	0,9285
49	31400	34136,17	-2736,17	1	34133,58	-2733,58	0,936
50	37800	42415,93	-4615,94	0,9754	42499,8	-4699,81	0,8168
51	43400	40805,89	2594,11	1	40853,93	2546,071	0,9444
52	32000	37560,23	-5560,23	0,8098	37572,3	-5572,31	0,7478
53	20220	14645,94	5574,062	0,8077	14473,53	5746,467	0,733
54	26995	26458,24	536,7593	1	26479,49	515,5132	0,9977
55	12420	11908,03	511,975	1	11874,39	545,6064	0,9975
56	18115	16693,26	1421,74	1	16704,62	1410,384	0,9828
57	31795	33603,03	-1808,03	1	33648,7	-1853,7	0,9703
58	41195	33720,7	7474,304	0,6024	33697,47	7497,526	0,5702
59	42995	38321,28	4673,72	0,9634	38365,43	4629,566	0,822
60	40595	31132,02	9462,978	0,4758	31113,68	9481,323	0,3702
61	16595	16915,67	-320,665	1	16939,64	-344,636	0,999
62	22825	21912,04	912,9628	1	21964,74	860,2636	0,9936
63	16925	15681,12	1243,876	1	15674,99	1250,008	0,9865
64	18995	15446,36	3548,644	1	15471,72	3523,278	0,8948
65	11945	9098,797	2846,203	1	9028,946	2916,053	0,9273
66	28000	28363,67	-363,669	1	28308,64	-308,64	0,9992
67	16180	18028,02	-1848,02	1	17975,81	-1795,81	0,9721
68	17410	17389,41	20,58922	1	17340,32	69,67689	1
69	15480	19280	-3800	1	19242,31	-3762,31	0,8805
70	21989	25259,77	-3270,77	1	25177,62	-3188,62	0,9134

Ek 14: 70 gözlemlı veri setinden 3, 9, 17, 50, 52, 58 ve 60 nolu gözlemlerin çıkarılmasıyla elde edilen yeni veri setine uygulanan Huber ve Tukey yöntemi tablosu

NO	FİYAT	HUBER			TUKEY		
		Tahmin	Artık	Ağırlık	Tahmin	Artık	Ağırlık
1	22745	24187,97	-1442,97	1	24135,2	-1390,2	0,9722
2	19635	19124,69	510,3108	1	19123,49	511,5063	0,9963
3	24290	24824,24	-534,241	1	24801,13	-511,133	0,9963
4	34250	33844,31	405,6866	1	33821,64	428,3593	0,9974
5	24440	18940,23	5499,77	0,6259	18932,39	5507,61	0,6088
6	26970	25469,4	1500,603	1	25455,44	1514,562	0,9671
7	40040	33226,2	6813,799	0,5052	33182,69	6857,31	0,4347
8	19335	19283,77	51,23023	1	19256,98	78,0152	1
9	23340	25612,02	-2272,02	1	25615,96	-2275,96	0,9264
10	31800	30884,98	915,0244	1	30833,41	966,5874	0,9866
11	22255	24224,79	-1969,79	1	24227,31	-1972,31	0,9445
12	34490	38525,29	-4035,29	0,853	38506,53	-4016,53	0,7799
13	39905	41474,25	-1569,25	1	41482,03	-1577,03	0,9643
14	44025	43473,25	551,748	1	43459,99	565,009	0,9954
15	12381	7891,094	4489,906	0,7667	7903,044	4477,956	0,7306
16	17300	19114,48	-1814,48	1	19088,82	-1788,83	0,9542
17	16485	21412,87	-4927,87	0,6985	21381,57	-4896,57	0,6828
18	17795	18827,3	-1032,31	1	18805,32	-1010,32	0,9853
19	13800	14138,49	-338,492	1	14121,93	-321,934	0,9986
20	19995	24799,31	-4804,31	0,7165	24785,78	-4790,78	0,6951
21	24405	20695,83	3709,174	0,928	20669,73	3735,265	0,8081
22	24405	24234,8	170,2009	1	24173,35	231,6498	0,9993
23	8999	9798,927	-799,927	1	9799,7	-800,7	0,9908
24	15590	17064,98	-1474,98	1	17035,93	-1445,93	0,97
25	12500	11576,42	923,5811	1	11610,94	889,0629	0,9886
26	15905	19719,94	-3814,94	0,9023	19704,12	-3799,12	0,8018
27	12020	13912,27	-1892,27	1	13926,4	-1906,4	0,9481
28	15675	21011,09	-5336,09	0,6451	20950,5	-5275,5	0,6374
29	14995	15076,13	-81,135	1	15059,86	-64,8627	1
30	22510	22372,4	137,6033	1	22338,11	171,8904	0,9996
31	11870	6921,657	4948,343	0,6956	6941,696	4928,304	0,679
32	16000	16278,31	-278,308	1	16330,75	-330,755	0,9985
33	17995	16099,81	1895,186	1	16070,29	1924,712	0,9471
34	12025	13032,9	-1007,9	1	13051,92	-1026,93	0,9848
35	15690	17476,38	-1786,38	1	17446,2	-1756,2	0,9559
36	11095	11390,46	-295,46	1	11371,59	-276,594	0,999
37	8850	3159,39	5690,61	0,6049	3193,619	5656,38	0,5901
38	11550	13704,56	-2154,56	1	13744,94	-2194,94	0,9315
39	15500	19792,56	-4292,56	0,8019	19781,12	-4281,12	0,7521
40	14000	15934,2	-1934,2	1	15957,53	-1957,53	0,9453
41	21490	20558,09	931,9097	1	20532,19	957,8067	0,9868
42	29395	26353,21	3041,787	1	26357,25	3037,749	0,8708

NO	FİYAT	HUBER			TUKEY		
		Tahmin	Artık	Ağırlık	Tahmin	Artık	Ağırlık
43	48695	44642,25	4052,746	0,8494	44618,14	4076,857	0,7737
44	55780	53582,7	2197,302	1	53552,14	2227,858	0,9294
45	9995	12408,23	-2413,23	1	12433,75	-2438,76	0,9157
46	31400	33955,69	-2555,69	1	33945,49	-2545,49	0,9084
47	43400	40793,2	2606,796	1	40759,08	2640,92	0,9015
48	20220	13706,96	6513,04	0,5285	13762,43	6457,57	0,487
49	26995	26430,83	564,1691	1	26406,54	588,4647	0,995
50	12420	11659,8	760,1966	1	11637,73	782,2719	0,9912
51	18115	16664,96	1450,039	1	16629,17	1485,835	0,9683
52	31795	33578,52	-1783,52	1	33540,5	-1745,5	0,9564
53	42995	38342,36	4652,638	0,7398	38304,28	4690,724	0,7066
54	16595	16951,78	-356,782	1	16915,33	-320,334	0,9986
55	22825	22372,4	452,6032	1	22338,11	486,8904	0,9966
56	16925	15582,39	1342,613	1	15560,35	1364,647	0,9733
57	18995	15644,63	3350,368	1	15619,68	3375,32	0,8418
58	11945	8756,728	3188,272	1	8754,117	3190,882	0,8579
59	28000	28060,15	-60,1476	1	28076,88	-76,8813	1
60	16180	17673,71	-1493,71	1	17679,43	-1499,43	0,9677
61	17410	17101,42	308,5812	1	17102,45	307,5548	0,9987
62	15480	19027,39	-3547,4	0,9704	19020,31	-3540,31	0,8267
63	21989	24787,51	-2798,51	1	24806,92	-2817,92	0,8883

Ek 15: 63 gözlemlili veri setinden 5, 7, 37 ve 48 nolu gözlemlerin çıkarılmasıyla elde edilen yeni veri setine uygulanan Huber ve Tukey yöntemi tablosu

NO	FİYAT	HUBER			TUKEY		
		Tahmin	Artık	Ağırlık	Tahmin	Artık	Ağırlık
1	22745	24254,87	-1509,87	1	24250,81	-1505,81	0,9593
2	19635	18495,38	1139,624	1	18499,25	1135,748	0,9767
3	24290	24383,16	-93,158	1	24371,04	-81,0405	0,9999
4	34250	33571,93	678,0744	1	33546,35	703,6481	0,991
5	26970	25092,32	1877,683	1	25079,21	1890,785	0,9361
6	19335	19273,68	61,31768	1	19266,72	68,27624	0,9999
7	23340	25391,04	-2051,04	1	25396,79	-2056,79	0,9247
8	31800	31283,28	516,7179	1	31274,02	525,9822	0,995
9	22255	24027,76	-1772,76	1	24033,23	-1778,23	0,9434
10	34490	38489,12	-3999,12	0,7513	38483,5	-3993,5	0,7314
11	39905	41325,13	-1420,13	1	41332,88	-1427,88	0,9633
12	44025	43558,91	466,0934	1	43560,96	464,0432	0,9961
13	12381	7262,722	5118,278	0,587	7271,47	5109,53	0,5821
14	17300	19094,69	-1794,69	1	19088,17	-1788,17	0,9428
15	16485	21262,57	-4777,58	0,6289	21257,29	-4772,29	0,6292
16	17795	18763,61	-968,608	1	18757,95	-962,949	0,9832
17	13800	13768,11	31,89296	1	13794,87	5,129062	1
18	19995	24421,68	-4426,68	0,6788	24408,77	-4413,77	0,6775
19	24405	20363,2	4041,801	0,7434	20349,12	4055,885	0,7236
20	24405	24410,36	-5,35582	1	24388,38	16,62432	1
21	8999	9139,071	-140,072	1	9145,22	-146,219	0,9996
22	15590	16823,44	-1233,44	1	16802,64	-1212,65	0,9735
23	12500	10586,13	1913,868	1	10588,7	1911,302	0,9348
24	15905	19272,69	-3367,69	0,8922	19261,39	-3356,39	0,8059
25	12020	13200,54	-1180,54	1	13220,2	-1200,2	0,974
26	15675	21133,09	-5458,09	0,5505	21132,53	-5457,53	0,5323
27	14995	14676,84	318,1644	1	14674,59	320,406	0,9981
28	22510	22828,13	-318,135	1	22826,57	-316,571	0,9982
29	11870	6154,635	5715,365	0,5257	6167,132	5702,868	0,4966
30	16000	15554,51	445,4924	1	15578,35	421,6531	0,9968
31	17995	16085,18	1909,817	1	16071,05	1923,952	0,9339
32	12025	12254,2	-229,204	1	12270,5	-245,498	0,9989
33	15690	17315,64	-1625,64	1	17317,99	-1627,99	0,9525
34	11095	11013,43	81,57453	1	11041,36	53,63819	0,9999
35	11550	12649,26	-1099,27	1	12661,98	-1111,98	0,9777
36	15500	19395,47	-3895,47	0,7713	19386,36	-3886,36	0,7445
37	14000	15066,03	-1066,03	1	15074,08	-1074,08	0,9792
38	21490	20235,27	1254,729	1	20225,81	1264,19	0,9712
39	29395	25915,22	3479,78	0,8634	25918,45	3476,553	0,7926
40	48695	44733,02	3961,983	0,7584	44730,41	3964,591	0,7349
41	55780	53651,15	2128,852	1	53639,8	2140,204	0,9186
42	9995	11480,59	-1485,59	1	11486,84	-1491,84	0,96

NO	FİYAT	HUBER			TUKEY		
		Tahmin	Artık	Ağırlık	Tahmin	Artık	Ağırlık
43	31400	33623,58	-2223,58	1	33613,58	-2213,58	0,913
44	43400	40703,53	2696,474	1	40686,75	2713,245	0,8708
45	26995	26170,06	824,9382	1	26154,21	840,793	0,9872
46	12420	11288,53	1131,468	1	11302,1	1117,897	0,9774
47	18115	16508,76	1606,242	1	16510,43	1604,568	0,9538
48	31795	33391,74	-1596,74	1	33373,42	-1578,42	0,9553
49	42995	38392,64	4602,362	0,6528	38386,98	4608,025	0,6516
50	16595	16779,56	-184,559	1	16771,95	-176,946	0,9994
51	22825	22828,13	-3,13455	1	22826,57	-1,57138	1
52	16925	15249,33	1675,666	1	15245,62	1679,378	0,9494
53	18995	15579,94	3415,063	0,8798	15567,08	3427,916	0,798
54	11945	8276,391	3668,609	0,819	8296,379	3648,621	0,7729
55	28000	27580	419,998	1	27580,18	419,8159	0,9968
56	16180	16986,15	-806,152	1	16980,68	-800,677	0,9884
57	17410	16585,24	824,7645	1	16588,19	821,8124	0,9878
58	15480	18617,27	-3137,27	0,9577	18623,03	-3143,03	0,8287
59	21989	24189,36	-2200,36	1	24201,28	-2212,28	0,9131

ÖZGEÇMİŞ

1987 yılında Adana’da doğan Ahmet TOY, ilk, orta ve lise öğrenimini Mersin’de tamamladı. 2005 yılında yerleştiği Fırat Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi İstatistik Bölümü’nden 2009 yılında mezun olup aynı yıl Fırat Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İstatistik Anabilim Dalı, Uygulamalı İstatistik Bilim Dalında yüksek lisans eğitimine başladı.